



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العربي التبسي - تبسة -
كلية العلم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة



قسم: علوم المادة

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر

الميدان: علوم المادة

التخصص: فيزياء المادة المكثفة

العنوان:

دراسة إمكانية إنشاء Qbit
على مواد ثنائية البعد
باستخدام هزاز رابي

إعداد الطالبتين:

الميطرة أميمة بوديارفاطمة

لجنة المناقشة:

بوهلال منى	بروفسور	رئيسة اللجنة	جامعة العربي التبسي
بوديار عبيد	أستاذ محاضر ب	مقرر	جامعة العربي التبسي
صوان عز الدين	أستاذ مساعد أ	ممتحن	جامعة العربي التبسي

السنة الجامعية : 2019 - 2020



Déclaration sur l'honneur de non-Plagiat
(À joindre obligatoirement au mémoire, Remplie et signée)

Nous soussignons

Nom, prénom: Lemita Aumaima & Sehadia Fatma

N° de carte d'étudiant: (1) 2015/34023593 (2) 2015/34025667

Régulièrement inscrits (es) en **Master au Département Sciences de la Matière**

Année universitaire: **2019/2020**

Domaine: **Sciences de la matière**

Filière: **Physique**

Spécialité: Physique de la matière condensée

Intitulé du mémoire: Orbit

دالة المدارات الجزيئية في المواد الصلبة

Attestons que notre mémoire est un travail original et que toutes les sources utilisées ont été indiquées dans leur totalité. Nous certifions également que nous n'avons ni recopié ni utilisé des idées ou des formulations tirées d'un ouvrage, article, ou mémoire, en version imprimée ou électronique, sans mentionner précisément leur origine et que les citations intégrales sont signalées entre guillemets.

Sanctions en cas de plagiat prouvé:

Les étudiants seront convoqués devant le conseil de discipline, les sanctions prévues selon la gravité du plagiat sont:

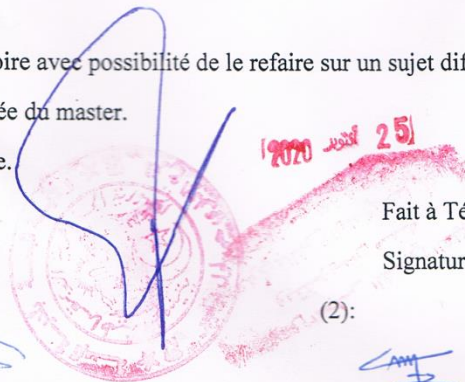
- L'annulation du mémoire avec possibilité de le refaire sur un sujet différent.
- L'exclusion d'une année du master.
- L'exclusions définitive.

Fait à Tébessa, le: 25/10/2020

Signature des étudiants (es):

(1):

(2):





Université Larbi Tébessi- Tébessa



Faculté des sciences exactes et des sciences de la nature et de la vie

Département : *Sciences de la matière*

Filière : *Physique*

Spécialité : *Physique de la matière condensée*

Année universitaire 2019/2020

Formulaire de levée de réserves après soutenance d'un Mémoire de Master

Données d'identification du candidats(es) :

Nom et prénom du candidat : *Lemaitre Ouassima et*

Boudhar Fatma

Intitulé du Sujet : *la pbit el... ..*

Plat... ..

Données d'identification du membre de jury :

Nom et prénom : *Bouhelal Mouna*

Grade : *Pr*

Lieu d'exercice : Université Larbi Tébessi- Tébessa

Vu le procès-verbal de soutenance de la thèse sus citée comportant les réserves suivantes :

.....
.....
.....

Et après constatation des modifications et corrections suivantes :

.....
.....
.....

Je déclare en ma qualité de président de jury de soutenance que le mémoire cité remplit toutes les conditions exigées et permet au candidat de déposer son mémoire en vue de l'obtention de l'attestation de succès.

Le *25/10/2020*

Président de jury de soutenance : (Nom/Prénom et signature)

no J. V. g.
[Signature]

2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

شكر وعرفان

اللهم لك الحمد كما ينبغي لجلال وجهك وعظيم سلطانك نحمدك ونستعين بك وبالصلاة على نبيك

نستلم التوفيق بما يقتضيه الدين

إقراراً بالفضل لذويه ورداً لبعض المعروف إلى مستحقيه فإننا نتوجه بعظيم الشكر و الامتنان

وخالص العرفان والتقدير إلى الأستاذ المؤطر الأستاذ بوديار عبيد الذي شرفنا بقبوله

الإشراف على هذه المذكرة و أثار طريقنا بتوجيهاته القيمة وأرائه السديدة فجزاه الله خير

الجزاء ووقفه لما يرضاه وأبلغه غايته ومبتغاه إن شاء الله

كما نتقدم بخالص الشكر إلى أعضاء اللجنة :

_ البروفيسورة بوهلال منى :على تقبلها ترأس لجنة المناقشة

_ الأستاذ صوان عز الدين :على موافقته للمشاركة كعضو ممتحن في لجنة المناقشة

كما يسرنا أن نوجه أسمياً الشكر والامتنان والتقدير إلى الذين حملوا أقدس

رسالة في الحياة

إلى الذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة

إلى جميع أساتذتنا الأفاضل

وأخيراً نعيد الشكر لله سبحانه وتعالى

الإهداء

أهدي ثمرة عملي هذا إلى :

_ إلى أول رجل حملني ، قبلني ، اختار لي اسما ، أعطاني اسمه الذي أحمله بكل فخر ، منحني حنانه وحبه ، فكيف لا يهواك عمري يا أعظم الرجال ، فاللهم أرحم روبا هزني الحنين إليها فهي أغلى ما فقدت و اجمعني به في أعلى مراتب الجنان أبي الغالي رحمتك الله

_ إلى التي رأيت قلبها قبل عينيها ، وحملتني أحشاؤها قبل يديها إلى الظل الذي أوي إليه في كل حين ، إلى من بذرت عمرها في أداء رسالة صنعتها من أوراق الصبر وطرزتها في ظلام الدهر إلى من بدأت وعاشت وما زالت تحب العطاء ولم تطالب بجزء إلى معنى التفاني أمي حفظها الله .

_ إلى قرة عيني والنبع الذي ارتوي منه حبا وصبرا ، إلى النور الذي يضيء حياتي ، إلى سدي وقوتي إلى أخي وليد حماك الله من كل شر وزوجته سكينه .

_ إلى الابتسامات التي تزين حياتي ، أخواتي (زينه ، نسرين ، صباح ، حورية)

_ إلى من لا توافيه كلمات الشكر والتقدير حقه إلى من أتيتك بالتقدير كلمة ما وفي بعض قدرك فشكرا على عطائك الدائم إلى الأستاذ بوديار محيد

_ إلى نور العيون ورمش الجفون إلى من كان دعائها سر نجاحي وحنانها بلسم جراحي جدي أطال الله في عمرها

_ إلى الكتكوت الصغير الذي ينير بضكاته كل أركان البيت ، إلى العزيز على القلوب ابن أخي الغالي أحمد أواب وأخوه مؤيد بالله

_ إلى كل أخوالي وخالاتي وأعمامي وعماتي وأسره الكريمة .

_ إلى الشمعة التي تضيء حياتي لؤي وأخوته وائل سجي وضحى .

_ إلى من كانوا ملاذي وملجئي وإلى كل من تذوقته معصم أجمل اللحظات رفيفات دربي

_ إلى كل من نسيم قلبي ولم ينسهم قلبي ومن خط اسمه على خارطة دربي

فاطمة بوديار

الإهداء

اللهم صل وسلم وزد وبارك على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

الحمد لله رب العالمين الذي بتوفيقه وتسهيل منه في علاه أكملت مسيرتي العلمية وأنهيته
دراسة سنوات حملت في طياتها الكثير من الصعوبات وها أنا أقطع ثمرة هذا التعب الذي
أهديه إلي:

_إلى الأجداد بهذا الإهداء من قال فيهما عز وجل: " وأخفض لهما جناح الذل من الرحمة..."

إلى أحن قلب والشمعة التي تنير دربي إلى الربيع الدائم أمي العزيزة أطال الله في عمرك

إلى من علمني العطاء دون انتظار أبي العنون حفظك الله وورعك

أدامكم الله تاجا على رأسي. شكرا لكما والديا ومهما قلت لن أكوني حقكما ومهما فعلت
سوف أبقى مدينة لكما طوال حياتي.

_إلى زهرات حياتي والشمعات التي تنير دربي أخواتي العزيزات حقق الله ألامكن.

_إلى سندي، إلى إخواني و من يقف بجانبني وحتى أمامي لمواجهة صعاب الحياة. حفظكم الله
من كل سوء .

_ إلى من اظهروا لي أجمل ما في الحياة إلى من كانوا ملاذي و ملجئي إلى من تذوقته معهم
أجمل اللحظات يا معنى الصداقة الحققة .

_ إلى عائلتي الكبيرة أدامكم الله لي.

_إلى كل من أمانني على إنهاء المذكرة

المبسة أميمة

المُلخَص

ملخص

قمنا في هذا العمل بدراسة إمكانية إنشاء Qbit على سطح مواد ثنائية البعد وتحديد الصعوبات الرئيسية التي سوف تواجهنا، والمتمثلة في درجة الحرارة، اهتزازات فريدل والتفاعل RKKY، من خلال حسابات نظرية وتحليل فيزيائي وعملية محاكاة . وفي الأخير استنتجنا أن هذه الفكرة ممكنة التحقيق في حالة وجود حلول تقنية للظواهر الثلاثة معا.

الكلمات المفتاحية

الكمبيوتر الكمي، اهتزازات فريدل، تفاعل RKKH

Abstract

In this work, we studied the possibility of creating a Qbit on the surface of two-dimensional materials and determining the main difficulties that we will encounter, which are temperature, Friedel vibrations and RKKY interaction, through theoretical calculation, physical analysis and simulation .Finally, we concluded that this idea is achievable if there are technical solution to the three phenomena together.

Key words

Quantum computer, Friedel vibration, RKKY interaction

الفهرس

01.....المقدمة العامة

الفصل الأول: مبادئ الحوسبة الكمومية

03.....1-1- الكمبيوتر الكمي والكمبيوتر الكلاسيكي

03.....1-1-1 مفهوم الكمبيوتر الكلاسيكي

04.....2-1-1 مفهوم الكمبيوتر الكمي

04.....3-1-1 البت والكيوبت

07.....2- الحوسبة الكمومية ومبدأ التراكب

07.....3- الحوسبة الكمومية والتشابك الكمي

08.....4- مستقبل ومشاكل الحوسبة الكمومية

09.....5- : العلاقة بين السبينور والكيوبيت

11.....6- مبدأ كرة بلوخ

13.....7- كرة بلوخ والسبين الكلاسيكي

14.....8- علاقة كرة بلوخ بالكيوبيت

15.....9- تجول السبينور فوق كرة بلوخ

16.....1-9-1 تأثير الحقل المغناطيسي الثابت

17.....2-9-1 الدوران على سطح كرة بلوخ

20.....3-9-1 علاقة رابي

الفصل الثاني: نظام ذو مستويي طاقة

- 22-1-2- تفاعل مستويات الطاقة المتعددة.....
- 24-2-2- طاقة مستويين متفاعلين.....
- 26-3-2- الحل التقريبي دون وجود انحلال.....
- 26-1-3-2- القيم الذاتية.....
- 27-2-3-2- معاملات النشر للمتجهات الذاتية.....
- 27-3-3-2- الصورة التمثيلية للأشعة الذاتية.....
- 28-4-3-2- نتيجة نظرية الاضطراب من الدرجة الثانية.....
- 29-4-2- الديناميك.....
- 33-1-4-2- احتمال الانتقال بسبب الاضطراب.....

الفصل الثالث:

- 38-1-3- المناقشة.....
- 38-1-1-3- إشكالية درجة الحرارة.....
- 41-2-1-3- إشكالية اهتزازات فريدل.....
- 42-3-1-3- عملنا في هذا الجزء.....
- 52-4-1-3- إشكالية تفاعل التبادل.....

نتيجة عامة:

55..... النتيجة العامة

المصادر و المراجع:

58..... المصادر والمراجع

قائمة الرموز

اسمه	الرمز	اسمه	الرمز
الحقل الكهربائي الذي يراه الإلكترون	\vec{E}	الهاملتون في وجود الاضطراب	H
الحقل المغناطيسي	\vec{B}	هاملتون الحالة الذاتية غير المضطربة	H°
معامل Landé	G	الاضطراب	V
تواتر Larmor	Ω	الطاقة	E
سرعة الإلكترون	\vec{v}	أشعة ذاتية	Φ
سرعة الضوء	C	دالة الموجة	Ψ
ثابت بولتزمان	K_B	ثوابت	A و β
درجة الحرارة	T	مسقط أو معامل الشعاع	C
حقلين مغناطيسيين	B_1, B_0	احتمال الانتقال من المستوى 1 إلى المستوى 2	$P_{12}(t)$
كثافة غاز الإلكترون في غياب الشائبة	n_0	احتمال البقاء في نفس المستوى	$P_{11}(t)$
مقدار الكثافة الإلكترونية المحرصة	Δn	سبينور	ξ_n
نصف قطر فرمي لغاز الإلكترونات	K_F	أشعة الوحدة	N
بعد النظام المستخدم	D	مسقط السبين	$\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$
فرق الطور	ϕ	الحساسية المغناطيسية	χ
السماحية المغناطيسية	μ	زمن الانقلاب	t_s

فهرس الأشكال

الصفحة	العنوان	الشكل
04	معلومات احصائية لتطور المعالجات في الكمبيوتر الكلاسيكي	الشكل (1-1)
06	الفرق بين البت الكلاسيكي والبت الكمي	الشكل (2-1)
06	نموذج لمعالج كمبيوتر الكم يتألف من خمسة كيوبيت فقط	الشكل (3-1)
09	IBM للتكنولوجيا تكشف عن أول كمبيوتر كمي للاستخدام التجاري	الشكل (4-1)
15	تمثيل كرة Bloch للـ Qbit	الشكل (5-1)
19	انقلاب السبين بين القطب الشمالي و القطب الجنوبي في وجود B_0 و B_1	الشكل (6-1)
28	طاقة الارتباط لمستويين متفاعلين	الشكل (1-2)
37	اهتزازات فريدل لطاقات مختلفة للإلكترون في وسط ثنائي البعد.	الشكل (1-3)
38	رسم تخطيطي يظهر كيفية انتقال تفاعل التبادل RKKY بين شائبتين بواسطة الالكترونات	الشكل (2-3)
40	تغير درجة الحرارة مع زيادة السرعة	الشكل (3-3)
43	عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=1.3, b=0.46, a=1.1$	الشكل (4-3)
44	عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=1.3, b=2.32, a=1.1$	الشكل (5-3)
45	عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=4.03, b=4.44, a=3.22$	الشكل (6-3)
46	عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=0, b=0.2, a=1.1$	الشكل (7-3)
47	تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=5.62181, b=2.71101, a=1.07621$	الشكل (8-3)
48	تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=1.62, b=1.94, a=1.1$	الشكل (9-3)
49	تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=5.52, b=0.26, a=1$	الشكل (10-3)

50	تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=5.74, b=7.62, a=1.205$	الشكل (11-3)
51	تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $C=0., b=5.66, a=3.22$	الشكل (12-3)
53	رسم تخطيطي لكيفية تغير [بدلالة المسافة	الشكل (13-3)

المقدمة العامة

مقدمة عامة

لقد قامت تكنولوجيا هذا القرن على استخدام الشحن الكهربائية من أجل تخزين ومعالجة المعلومة وإرسالها إلى مسافات بعيدة، ولكن الفكرة انقلبت بعد ظهور ما يسمى علم Spintronics والذي يعتمد على درجة حرية السبين بدلا من الشحنة الكهربائية وهذا أدى إلى تطورات مذهلة من حيث زيادة سرعة المعالجات، وتقليل الطاقة المستهلكة، وزيادة في كثافة الأجهزة المصغرة.

ولقد أضافت التطورات الجديدة في الحوسبة الكمومية أبعاد أخرى جديدة، حيث أن استقطاب السبين الخاص بالإلكترون يمكن أن يوجد في عملية تراكم مترابطة لحالتين مستقطبتين لاثنتين من السبين متعامدتين، وهذا لمدة زمنية طويلة نسبيا، دون أن تفقد طور الترابط، بينما تفقد درجة حرية الشحنة الكهربائية خاصية الترابط بسرعة كبيرة جدا. ولهذا السبب يصبح السبين هو المفضل من أجل استضافة ما يسمى بـ Qbit والتي هي عبارة عن ترابط لتراكم حالتين متعامدتين للمنطق الكلاسيكي هما 0 Bits و 1.

ولقد تطورت فيزياء المواد في السنوات الأخيرة بما يكفي لتساعد في تسريع اكتشافات جديدة في هذا المجال، فظهور مواد ثنائية البعد تملك خصائص خارقة مثل الغرافن Graphene الذي يمتلك موصلية عالية ومرونة كبيرة يعتبر مفتاح لهذه التكنولوجيا الجديدة، ولذلك فنحن نهدف من خلال هذا العمل إلى دراسة إمكانية إنشاء Qbit على سطح مواد ثنائية البعد بمساعدة هزاز رابي.

وقد قمنا بتقسيم هذه المذكرة إلى ثلاث فصول كما يلي :

حاولنا في الفصل الأول التطرق إلى مبادئ الحوسبة الكمومية من خلال التعريف الفيزيائي للـ Qbit وتقديم وسيلة مهمة تسمى كرة Bloch وهي مهمة جدا في إظهار ديناميكا $\frac{1}{2}$ -Spin لجسيم (الإلكترون في هذه الحالة) أو بكلام آخر Qbit مشفر في سبين الإلكترون، تحت تأثير حقول مغناطيسية خارجية. حيث تتحول جميع الحركات المترابطة للـ Spinor إلى جولة على سطح كرة Bloch .

أما في الفصل الثاني كان لابد من التطرق إلى هزاز Rabi ومعادلات Rabi لدوران سبين مترابط أو انقلاب السبين، وذلك في حالة وجود مستويين، وهذا يملك تطبيقات مهمة في الحوسبة الكمومية.

أما في الفصل الثالث وهو العمل الذي قمنا به في هذه المذكرة فقد تطرقنا إلى مناقشة العوامل التي سوف تؤثر على إنشاء Qbit على سطح ثنائي البعد مثل اهتزازات Friedel، وهي المقابل الكمي لعملية الحجب في الشحن الكهربائية، وكذلك ناقشنا تأثير الترابط المغناطيسي قصير المدى من خلال نموذج RKKY، كما أن عامل آخر مهم سوف يؤثر على استقرار Qbit هو عامل الحرارة، واتبعنا هذه المناقشة باستنتاجات من وجهة نظرنا. وفي الأخير ختمنا هذه المذكرة باستنتاجات عامة.

الفصل الأول:

مبادئ الحوسبة

الكمومية

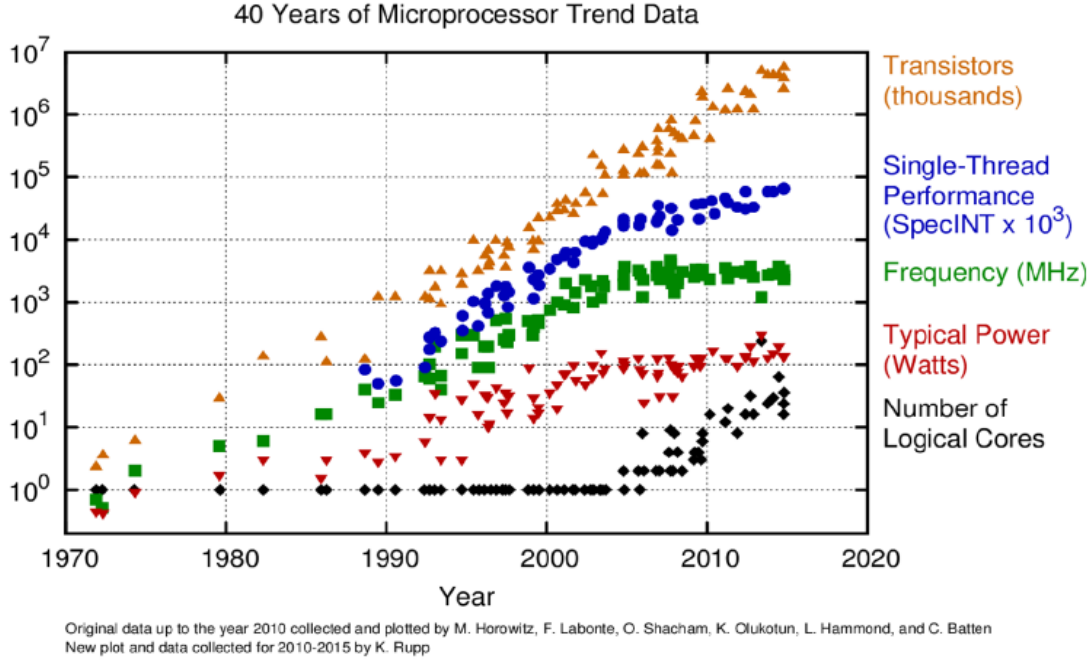
في الوقت الحاضر تعد أجهزة الكمبيوتر جزء لا يتجزأ من حياتنا اليومية، ومن الصعب تخيل الحياة دون هذه الأجهزة التي تطورت وأصبحت الأقوى والأصغر مع مرور الوقت، وخاصة في ظل وجود ميكانيك الكم الذي ينفرد بظواهر غريبة ويختص بمزايا فريدة يجعل الكمبيوتر الكمي لا يضاهيه أي كمبيوتر كلاسيكي في سرعته وقدرة المعالجة وهذه الحواسيب هي موضوع دراستنا في هذا الفصل.

1.1. الكمبيوتر الكلاسيكي والكمبيوتر الكمي :

1.1.1. مفهوم الكمبيوتر الكلاسيكي :

الكمبيوتر الكلاسيكي هو مجرد جهاز يعمل على معالجة المعلومات وتخزينها باستخدام بوابات منطقية مكونة مع معالجات تحتوي على ملايين الترنزستورات، وحدته الأساسية هي البت التي تعادل إحدى الحالتين 0 أو 1 وهو ما يسمى بالنظام الثنائي لهذه الحواسيب.

رغم التقدم التكنولوجي الذي نشهده في عصرنا الحالي، إلا أن تكنولوجيا صناعة هذا النوع من الحواسيب تواجه مشكلة تقنية كبيرة من أجل تطورها، هذه المشكلة ناتجة عن قانون يسمى قانون جوردن مور، الذي يقول أن عدد الترنزستورات الموجودة داخل معالجات الكمبيوتر والذي هو بالملايين، يتضاعف كل 24 شهر، وقد تم التأكد من صحة هذا القانون مع مرور الأعوام. لأن الصناعة الحديثة تتطلب المزيد من قدرة تخزين المعلومات وسرعة معالجتها وهذا يستدعي إضافة المزيد والمزيد من الترنزستورات إلى المعالجات في كل مرة، وهذا يعني أنه يجب تصغير هذه الترنزستورات أكثر وأكثر إلى أن نصل إلى درجة التشبع بحيث لا نستطيع تصغيره أكثر من ذلك. وهكذا سوف نصل إلى أقصى قدرة لهذه الحواسيب التي لن تكون قادرة على حل المسائل التي تطرحها التطورات المتسارعة للعلوم من محاكاة وغيرها، والشكل التالي يوضح ذلك .



الشكل (1-1): مخطط يظهر معلومات احصائية لتطور المعالجات في الكمبيوتر الكلاسيكي [1].

1.1.2. مفهوم الكمبيوتر الكمي :

لقد حاول العلماء الاستفادة من الظواهر الغريبة الموجودة في ميكانيك الكم، من أجل إنتاج حاسوب خارق، يعتمد على نتائج فيزيائية ملموسة ودقيقة في ميكانيك الكم، مثل مبدأ التراكب والتشابك الكمي على المستوى الذري. ولذلك جاءت التسمية بالكمبيوتر الكمي، وقوته تكمن في الكيوبت الذي هو اختصار للكوانتم بت ويمكن أن يكون إما 0 أو 1 أو كلاهما معاً. حيث أن دمج الحالة 0 والحالة الكمية 1، تسمح بدرجات حرية جديدة للإلكترونات، وهذا سوف يضاعف سرعة وقدرة تخزين هذه الحواسيب بشكل لا نهائي، فعلى سبيل المثال يمكن لـ 50 كيوبت أن تعالج أكثر من كوادريليون قيمة من البيانات في وقت واحد، في حين لا يستطيع الحاسوب الذي نستعمله الآن فعل ذلك، كما أن من أهم مميزات الكمبيوتر الكمي قدرته على القيام بعدة عمليات في وقت واحد [2,3].

3.1.1. البت والكيوبت:

1.3.1.1. البت:

بما أن الكمبيوتر الكلاسيكي يقوم بتخزين ومعالجة المعلومة، التي إما صحيحة أو خاطئة، فكل معلومة ترفق برقمين 0 للخاطئة و 1 للصحيحة، ويشكل الرقمان معا ما يسمى البت وهو وحدة قياس للمعلومات، أي أنها أصغر معلومة يمكن نقلها عن طريق عملية اتصال، حيث أن الصفر يعني لا يوجد إشارة كهربائية، بينما الرقم واحد يعني وجود إشارة كهربائية.

2.3.1.1. الكيوبت:

في حين أن المعلومة في الكمبيوتر الكلاسيكي يمكن أن تأخذ (0 أو 1) فقط، فالبت الكمي يعتمد على مبدأ التراكب في ميكانيك الكم الذي يمكنه من إنشاء تركيب خطي للحالتين معا، ويعبر عليه رياضيا في فضاء هلبرت كما يلي :

$$C_0|0\rangle + C_1|1\rangle \quad (1-1)$$

والبت الكمي هو أبسط معلومة في نظام الحوسبة الكمومية، وبغض النظر عن أصله الفيزيائي الملموس في الذرات والجزيئات، الا أنه يمكن التعامل معه بطريقة رياضية مجردة . دون العودة الى حقيقته الفيزيائية [3،4،5].

وعادة ما تستخدم الأنظمة الفيزيائية التي لديها نظام محتمل مثل نظام الاستقطاب، والأنظمة ذات السبين... حيث نحتاج إلى أن تكون حالة النظام ممثلة بالحالة (1-1) وهذه الحالة منظمة. كما يمكننا أن نمثل اثنين من الكيوبت على النحو التالي:

$$C_{00}|00\rangle + C_{01}|01\rangle + C_{10}|10\rangle + C_{11}|11\rangle \quad (2-1)$$

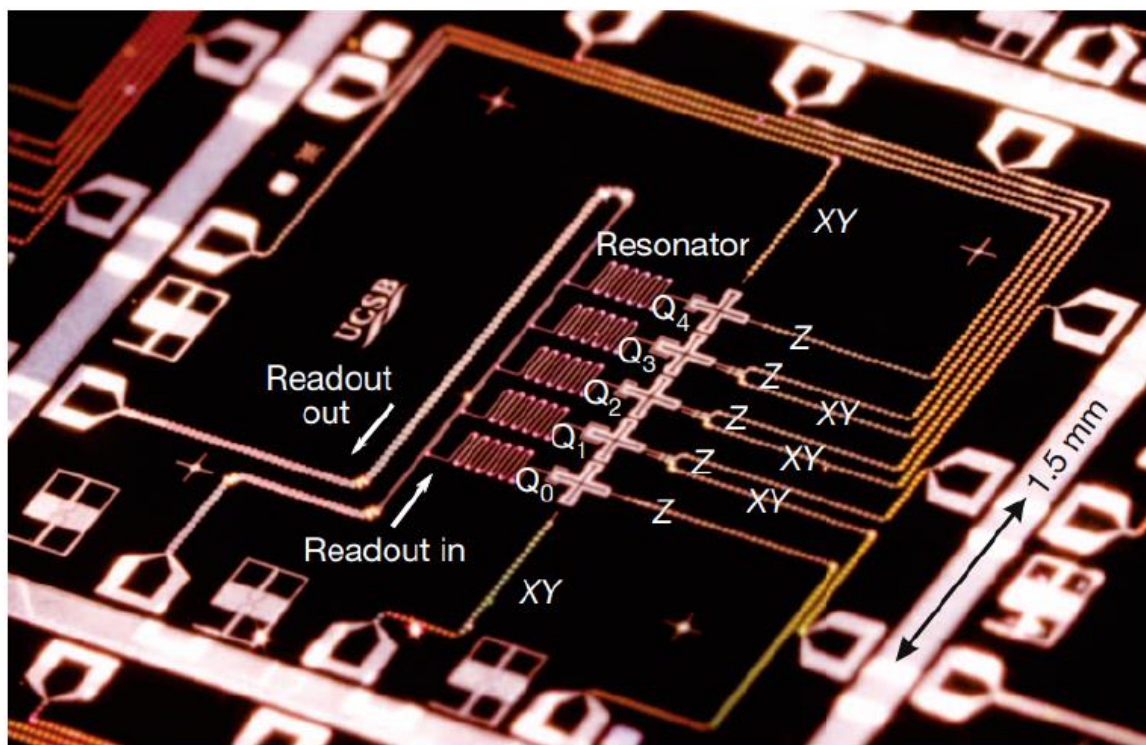
ويمكن أن تعمم الكتابة السابقة على أعداد أكبر، من n-qubit كما يلي:

$$|\psi\rangle = C_{00\dots 0}|00 \dots 0\rangle + C_{00\dots 1}|00 \dots 1\rangle + \dots \quad (3-1)$$



الشكل (2-1): الفرق بين البت الكلاسيكي والبت الكمي.

حيث $|\alpha\beta\gamma\rangle$ هو شعاع الأساس الذي يمثل حالة حيث تكون الكيوبت الأولى في الحالة $|\alpha\rangle$ و الكيوبت الثاني في الحالة $|\beta\rangle$ وهكذا....



الشكل (3-1): نموذج لمعالج كمبيوتر الكم يتألف من خمسة كيوبت فقط [6].

2.1. الحوسبة الكمومية ومبدأ التراكب :

عند بداية تأسيس ميكانيك الكم ظهر جدل كبير بين علماء الفيزياء في ذلك الوقت، حول مسلمات ميكانيك الكم، وقد نال مبدأ تراكب الحالات الكمية النصيب الأوفر في هذا الجدل، ولكن بفضل التجارب الحديثة أصبح أمرا مسلما به، وهو الآن يمثل أساس عمل الكمبيوتر الكمي. فاذا استطاع جسيم أن يكون في أي من الحالات الكمية φ_n ، فسوف يستطيع أن يكون في تركيب ψ خطي لهذه الحالات معا، وذلك قبل إجراء أي قياس كما يلي :

$$\psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(x) e^{-iE_n t} \quad (4-1)$$

وفكرة الحوسبة الكمية تكمن في أن كل حالة φ_n لا تحمل سوى القليل من المعطيات، والعملية الحسابية التي سوف تتم على مثل هذه الحالة المتراكبة، ستتم على جميع هذه الحالات اللانهائية في نفس الوقت، وهذه نتيجة مذهلة فهذا يعني أن استخدام أصغر المواد وهي الجسيم الوحيد، سوف يمكننا من إجراء عملية حسابية متزامنة على عدد لانهاية من الحالات . والنتيجة المهمة هنا، هو أن مبدأ التراكب يكافئ استخدام عدد لانهاية من المعالجات المتوازية مع أصغر كمية ممكنة من المواد وهو أمر لا يمكن تحقيقه باستخدام الكمبيوتر الكلاسيكي. حيث يتطلب توفير مواد كثيرة وكبيرة.

وتنتهار حالة تراكب الكم في حالة واحدة عندما يتم إجراء عملية القياس على البت الكمي ويصبح مكافئ لـ "بت واحد" تماما مثل جهاز الكمبيوتر الذي نستخدمه اليوم [7،8،9].

3.1. الحوسبة الكمومية و التشابك الكمي :

لا يوجد تقريب أو تشبيه كلاسيكي للتشابك الكمي نستطيع به وصف هذه العملية المذهلة، والمبرهنة نظريا والتي تم تحقيقها تجريبيا للإلكترونات، جسيمات النترينو وذرات الكربون. فالتشابك الكمي هو ظاهرة كمية ترتبط فيها الجسيمات الكمية (الفوتونات، الإلكترونات، الجزيئات) عن طريق خواصها (الاستقطاب، السبين، كمية

الحركة...) ببعضها على الرغم من تباعد المسافات بينها، والتعريف الفيزيائي للتشابك الكمي هو حالة الارتباط التي تنشأ بين مجموعة من الأنظمة التي تفاعلت مع بعضها البعض فتشابتت الحالات الكمية لها حيث أصبح من المستحيل وصف أحدها دون البقية.

4.1. مشاكل ومستقبل الحوسبة الكمومية:

إن الحوسبة الكمومية هي المستقبل المشرق الذي ينتظرها العلم، ويتوقع العديد من الفيزيائيين أن الحوسبة الكمومية ستكون شيئاً اعتيادي بعد نصف عقد من الآن، وستكون متاحة للفهم والتطوير من قبل الجميع وستصبح أداة فعالة في تطور الصناعة والطب وعلى رأسها البحوث في مجال صناعة الأدوية عن طريق عملية محاكاة لنماذج مثل الجزيئات، أو الروابط الكيميائية.

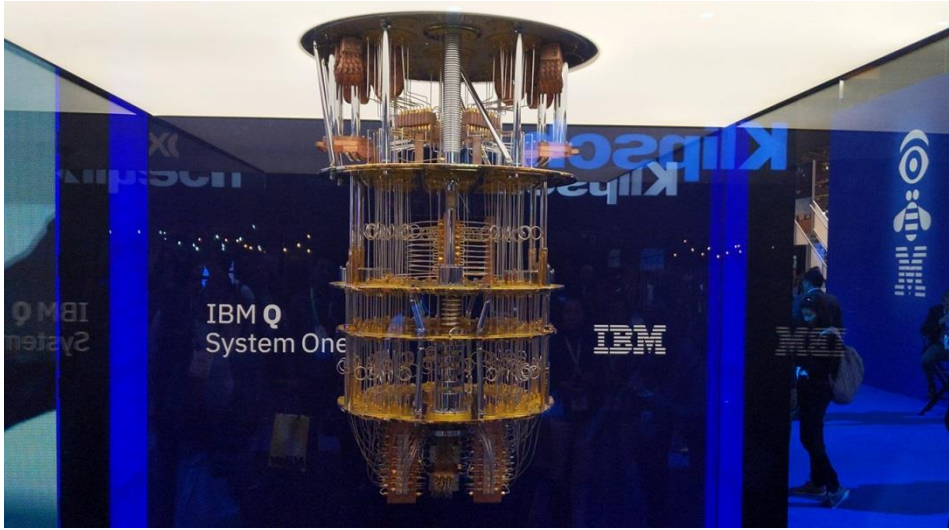
وبالاعتماد على تقنية الحوسبة الكمومية، بدلاً من الاعتماد على التقنيات المبنية على الترانزستور الذي كان هو سبب الثورة الالكترونية الحديثة. فسوف تحدث ثورة تقنية جديدة، حيث تم التأكد من خلال أحد نماذج الحواسيب الكمومية أن سرعته أكبر بـ 100 مليون مرة من الكمبيوتر الكلاسيكي الذي نستخدمه. وبالتالي سيتم إعادة اختراع العديد من الأجهزة حتى تواكب السرعة الخارقة للحواسيب الكمية.

وتنافس الشركات الضخمة بينها بشكل محوم وبميزانيات ضخمة مثل جوجل، IBM و D-Wave كما تتنافس أيضاً مع مخابر البحث في الجامعات العريقة من أجل صناعة أول حاسوب يعمل بتقنية ميكانيك الكم. بل إن الدول أصبحت في سباق للوصول إلى ما يسمى السيادة الكمية، وهو مشابه لسباق التسلح في المصطلحات العسكرية، حيث قامت الصين بتجهيز أكبر مخابر البحث الكمي من أجل التوصل إلى أقوى حاسوب كمي في نهاية عام 2021، بحيث يملك قدرة تساوي 150 مليون مرة قدرة جميع حواسيب العالم.

إلا أنه هنالك العديد من المشاكل تعترض طريق الحوسبة الكمومية، أول هذه المشاكل هو قدرتها على فك جميع التشفيرات الموجودة حالياً، وبذلك سوف يصبح اختراق خصوصيات الإنسان أمراً سهلاً. لذلك فمن المنطقي عدم طرح هذا النوع من الحواسيب

للعوم، إلا بعد إيجاد حل لهذه المشكلة أو إعادة جميع الشفرات في العالم على أساس كمي.

كما أنه يجب إعادة اختراع جميع البنية التحتية المعتمدة على الحوسبة التقليدية لتتوافق مع السرعة الهائلة للحاسوب الكمي، حيث يتوجب وضع خوارزميات جديدة أيضا [9].



الشكل (4-1): شركة IBM للتكنولوجيا تكشف عن أول كمبيوتر كمي للاستخدام التجاري [11].

5.1. العلاقة بين Qbit و Spinor :

إن الحاسوب الكمي لا يعالج ثنائيات البت الكلاسيكية 0، 1 ولكنه يستمد قوته من تراكب هاتين الحالتين. وقد تم التوصل منذ زمن إلى أن استقطاب سبين الإلكترون هو الفكرة الفيزيائية العملية القابلة للتنفيذ، لأن السبين المستقطب يستطيع البقاء في حالة مترابطة مشكلة حالتين متعامدتين لمدة طويلة نسبياً، هاتين الحالتين المتعامدتين (حالتين من اثنين من السبين المتعاكسين في الاستقطاب) سوف يمثلان البت الكلاسيكي 0 و 1 حيث أن مركبتي دالة الموجة اللتين تمثلان حالة كيفية للسبين يمكن كتابتها كما يلي :

$$[\psi(x)] = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \phi_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \phi_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \phi_1 |+\rangle_z + \phi_2 |-\rangle_z \quad (5-1)$$

ومن خلال هذا نرى بأن كل حالة سبين نستطيع التعبير عنها على شكل تركيب مترابط لحالتي استقطاب باتجاه المحور z وعكسه.

الحالتين المستقطبتين على المحور z متعامدتين ويمكن التعبير عنهما كبت كلاسيكي 0،1.

المقداران ϕ_1, ϕ_2 . هما عدنان مركبان يملكان طويلتين وطورين. وللحفاظ على الترابط، ينبغي علينا الحفاظ على علاقة بين الطورين. إلى غاية أن تتم عملية قراءة الحالة.

فباستخدام spin، نضمن أن تعيش الحالة المترابطة لمدة أطول من حالة استخدام الشحنيث أن السبين يترابط بشكل ضعيف نسبيا مع محيطه. ونتيجة لذلك لا يتحطم طور الترابط للسبين (علاقة بين طوري السبين ϕ_1, ϕ_2) بسرعة كما في حالة الشحنة الكهربائية هذه هي الخاصية الأكثر أهمية التي يتغلب بها السبين على الشحنة، ولذلك يُفضل السبين من أجل استعماله في إنتاج الكيوبيت.

بما أن الحالة المستقطبة في اتجاه المحور z تم اعتبارها كبت كلاسيكي 0، سوف نرمز للسبينور الخاص بها بالرمز $|0\rangle$ وبالتالي العكس هو $|1\rangle$ كما يلي:

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

وبالتالي يمكننا إعادة كتابة المعادلة (5-1) كما يلي :

$$|\chi\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (7-1)$$

حيث $|\chi\rangle$ هو سبينور كفي، و α, β عبارة عن عددين مركبين، يمثل مربع طويلة كل منهما احتمال أن نجد عند القياس أن سبين الإلكترون مستقطب في أحد الاتجاهين.

المعادلات السابقة تقودنا مباشرة إلى إمكانية النظر إلى spinor $|\chi\rangle$ كـ Qbit لأنه يمتلك فعلا الصيغة الرياضية المضبوطة للـ Qbit والتي هي تراكب مترابط لكل من الـ 0 و 1.

المقداران α, β هما متغيران مستمران يمتلكان طولاً تتغير من 0 إلى 1، كما أن لديهما طورين يمكنهما أخذ قيمة كيفية من 0 إلى 2π .

ومن ناحية أخرى الحالتين $|1\rangle$ و $|0\rangle$ تطابقان الأعداد الثنائية المنقطعة (Binary bits) وبالتالي فالحوسبة الكمومية ليست بالحوسبة التناظرية ولا بالحوسبة الرقمية، ولكنها شيء ما بينهما [12].

6.1. مبدأ كرة Bloch:

إن قياس السبين في اتجاه كيفي يوصف بشعاع وحدة \vec{n} سوف يقود إلى إيجاد أحد القيم الذاتية للمؤثر $\vec{S} \cdot \vec{n}$ وهذه القيم الذاتية هي بالضرورة $\pm \frac{\hbar}{2}$ ، حسب اتجاه شعاع الوحدة \vec{n} . ومن أجل اشتقاق العبارة التحليلية للأشعة الذاتية للمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ سوف نستعمل المؤثر المساعد التالي:

$$\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \quad (8-1)$$

وبالتأثير على سبينور أو Qbit كيفي $|\chi\rangle$ والتأثير مرة أخرى بالمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ نجد:

$$\begin{aligned} (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \left[\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n})|\chi\rangle \right] &= \frac{1}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{n}|\chi\rangle \pm \frac{1}{2}(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})^2|\chi\rangle \\ &= \pm \left[\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n})|\chi\rangle \right] \end{aligned} \quad (9-1)$$

وهذا يعني أنه من أجل أي $|\sigma\rangle$ فإن الأشعة:

$$\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n})|\chi\rangle \quad (10-1)$$

هي أشعة ذاتية للمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ بقيم ذاتية (± 1) وباستخدام العلاقة التالية:

$$\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n}) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \pm \sigma_z n_z \pm \frac{1}{2}(\sigma_x + i\sigma_y)(n_x - in_y) \\ \pm \frac{1}{2}(\sigma_x - i\sigma_y)(n_x + in_y) \end{bmatrix} \quad (11-1)$$

حيث n_x, n_y, n_z هي مركبات الشعاع \vec{n} ، وباستخدام الإحداثيات الكروية نجد:

$$\frac{1}{2}(1 \pm \vec{\sigma} \cdot \vec{n}) = \frac{1}{2} \left[1 \pm \cos \theta \sigma_z \pm \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sin \theta e^{-i\phi} \sigma_+ \\ \pm \sin \theta e^{i\phi} \sigma_- \end{pmatrix} \right] \quad (12-1)$$

بالتأثير على الشعاع $|0\rangle$ نحصل على ما يلي :

$$\frac{1}{2}(1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{n})|0\rangle = \cos \frac{\theta}{2} \left[\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |1\rangle \right] \quad (13-1)$$

$$\frac{1}{2}(1 - \vec{\sigma} \cdot \vec{n})|0\rangle = \sin \frac{\theta}{2} \left[\sin \frac{\theta}{2} |0\rangle - \cos \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |1\rangle \right]$$

يمكن تنظيم الشعاعين الأخيرين بقسمة الأول على $\cos \frac{\theta}{2}$ والثاني على $\sin \frac{\theta}{2}$ وهكذا

يعطى السبينور الجديد المنظم :

$$|\xi_n^+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |1\rangle \quad (14-1)$$

بينما يمكننا إيجاد السبينور $|\xi_n^-\rangle$ من السبينور $|\xi_n^+\rangle$ كما يلي :

$$|\xi_n^-(\theta, \phi)\rangle = |\xi_n^+(\theta \rightarrow \pi - \theta, \phi \rightarrow \phi + \pi)\rangle \quad (15-1)$$

حيث يمثل الشعاع $|\xi_n^+\rangle$ الحالة الأعم للجزء السبيني لدالة الموجة التي تصف جسيم يملك السبين نصف.

ومن أجل التعميم يمكننا أن نضع معامل الطور $e^{i\gamma}$ ، والذي لا يؤثر على نتائج القياس

أي أن :

$$|\xi_n^+\rangle = e^{i\gamma} \left[\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |1\rangle \right] \quad (16-1)$$

المناقشة السابقة تظهر بأن هناك علاقة ترابط بين شعاع الوحدة \vec{n} وكل من السبينور $|\xi_n^+\rangle$ و $|\xi_n^-\rangle$.

لأن الأخيرين هما شعاعين ذاتيين للمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ وهو يمثل مؤثر مسقط السبين على \vec{n} .

هذه العلاقة يمكن تمثيلها بكرة نصف قطرها 1، وهو ما يسمى بكرة Bloch [12].

حيث يمثل \vec{n} في هذه الحالة نصف قطر كرة بلوخ وهو يمثل السبينور $|\xi_n^+\rangle$ الذي هو شعاع ذاتي للمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ بقيمة ذاتية مساوية للواحد +1.

7.1. كرة بلوخ والسبين الكلاسيكي :

في حالة إلكترون موصوف بالسبينور $|\xi_n^+\rangle$ ، من السهل التأكد من أن القيم المتوسطة

لمصفوفات باولي الخاصة بالسبين تعطى بالعبارات :

$$\langle \xi_n^+ | \sigma_x | \xi_n^+ \rangle = \sin \theta \cos \phi \quad (17-1)$$

$$\langle \xi_n^+ | \sigma_y | \xi_n^+ \rangle = \sin \theta \sin \phi$$

$$\langle \xi_n^+ | \sigma_z | \xi_n^+ \rangle = \cos \theta$$

وهي بالضبط المركبات الخاصة بشعاع الوحدة \vec{n} . و لذلك يمكننا أن نتصور شعاع الوحدة \vec{n} كتمثيل للسبينور الخاص بالمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ بقيمة ذاتية هي +1. وبنفس الطريقة في حالة السبينور $|\xi_n^-\rangle$ نجد نفس المعادلات (17-1) ولكن بإشارة معاكسة أي عكس شعاع الوحدة السابق ($-\vec{n}$).

وكنتيجة لذلك فإن كل نقطتين موجودتين على سطح كرة بلوخ يصل بينهما خط يمر بمركز الكرة يمكن تصورهما كتمثيل لحالتين ذاتيتين للمؤثر $\vec{\sigma} \cdot \vec{n}$ بقيمتين ذاتيتين ± 1 .

ومن الجدير بالذكر أن ننتبه إلى أن تعامد اثنتين من السبينور لا يعني أن يكون

$$\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \text{ على كرة بلوخ و لكن الزاوية بينهما تكون } 180^\circ [12].$$

كما أنه يمكن الحصول على $|\xi_n^+\rangle$ بالتأثير بالمؤثر $(1 + \vec{\sigma} \cdot \vec{n})$ على Qbit كفي وليكن $|\chi\rangle$. و يسمى هذا المؤثر بمؤثر الإسقاط في الاتجاه \vec{n} .

وبنفس الطريقة المؤثر $(1 - \vec{\sigma} \cdot \vec{n})$ هو مؤثر الإسقاط في الاتجاه $-\vec{n}$.

8.1. علاقة كرة بلوخ بالـ Qbit :

يمكننا أن نربط السبينور $|\xi_n^+\rangle$ بسهولة بالـ Qbit المعروف بعمود في فضاء الأعداد المركبة.

$$|\chi\rangle = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (18-1)$$

حيث α و β عبارة عن عددين مركبين، ويمكن إعادة كتابة العلاقة السابقة كما يلي:

$$|\chi\rangle = \begin{bmatrix} \text{Re}(\alpha) + i \text{Im}(\alpha) \\ \text{Re}(\beta) + i \text{Im}(\beta) \end{bmatrix} \quad (19-1)$$

أو بطريقة مكافئة لها :

$$|\chi\rangle = \begin{bmatrix} |\alpha| e^{i\phi_\alpha} \\ |\beta| e^{i\phi_\beta} \end{bmatrix} \quad (20-1)$$

وبالتالي يمكن كتابة $|\chi\rangle$ كما يلي :

$$|\chi\rangle = e^{i\phi_\alpha} \begin{bmatrix} |\alpha| \\ |\beta| e^{i(\phi_\beta - \phi_\alpha)} \end{bmatrix} \quad (21-1)$$

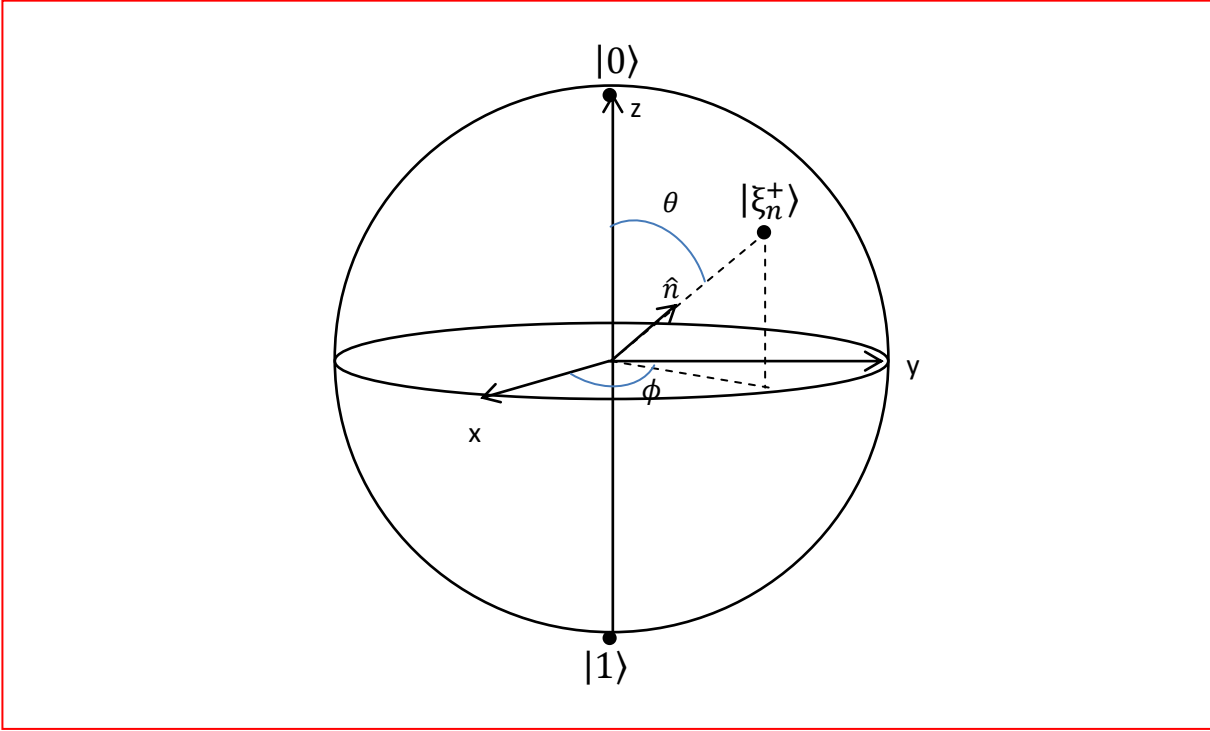
وقد تكتب بنفس كتابة العلاقة العامة المعطاة في المعادلة (16-1) للسبينور $|\xi_n^+\rangle$ وذلك

بوضع الوسائط ϕ, θ, γ كما يلي :

$$\gamma = \phi_\alpha$$

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{1 - |\alpha|^2}}{|\alpha|} \right) \quad (22-1)$$

$$\phi = \phi_\beta - \phi_\alpha$$



الشكل (5-1): تمثيل كرة Bloch للـ Qbit .

9.1. تجول السبينور فوق كرة بلوخ :

إن كل من الحقول المغناطيسية الساكنة أي المستقلة عن الزمن والمتجهة نحو محور معين، وكذلك الحقول المتعلقة بالزمن التي تمتلك ساعات مختلفة وتستطيع الدوران في المستوى العمودي على الحقل الساكن. تؤثر على تجول السبينور من حالة إلى أخرى.

وفي الحقيقة تم معالجة هذه المسألة من طرف Rabi الذي قام بحساب احتمال " انقلاب السبين " أي احتمال أن يتحول موقع السبينور على كرة بلوخ من القطب الشمالي فجأة إلى القطب الجنوبي (Spin flip) [12].

لقد قام رابي بحساب كيفية تغير هذا الاحتمال بدلالة الزمن في حالة حقل مغناطيسي ثابت على طول المحور z، وكذلك في حالة حقل مغناطيسي يملك استقطاب دائري وساعات مختلفة مع تواترات محددة وهذا في المستوى (x-y).

1.9.1. الحقل المغناطيسي الثابت:

يمكن استعمال نظرية Ehrenfest في ميكانيك الكم من أجل حساب التغير الزمني للقيم المتوسطة لمصفوفات باولي :

$$\frac{d}{dt} \langle \sigma_x \rangle = \frac{g\mu_B}{\hbar} (B_y \langle \sigma_z \rangle - B_z \langle \sigma_y \rangle) \quad (23-1)$$

وبتبديل دوري للرموز z,y,x نحصل على نفس شكل المعادلة في حالة المركبات الأخرى حيث تعبر الرموز (...) عن القيمة المتوسطة محسوبة بالكات $\langle \xi_n^+ \rangle$ الممثل للسبينور على كرة بلوخ . بينما يمثل g معامل Landé الفعال. ويمكن إعادة صياغة جملة المعادلات السابقة بشكل شعاعي كما يلي :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{\sigma} \rangle = \frac{g\mu_B}{\hbar} (\vec{B} \times \langle \vec{\sigma} \rangle) = \vec{\Omega} \times \langle \vec{\sigma} \rangle \quad (24-1)$$

حيث $\vec{\Omega} = \frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{B}$ هو تواتر Larmor، وهو مستقل عن الزمن إذا كان الحقل المغناطيسي أيضا مستقل عن الزمن، وبما أن $S_n = \frac{\hbar}{2} \sigma_n$ يمكن إعادة كتابة المعادلة السابقة كما يلي :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = \frac{g\mu_B}{\hbar} (\vec{B} \times \langle \vec{S} \rangle) = \vec{\Omega} \times \langle \vec{S} \rangle \quad (25-1)$$

بضرب طرفي المعادلة السابقة في الحقل المغناطيسي المتجه نحو Z نجد :

$$\vec{B} \cdot \frac{d}{dt} \langle \vec{S} \rangle = 0 \quad (26-1)$$

و بما أن \vec{B} مستقل عن الزمن فهذا يعني أنه يمكن أن نكتب :

$$\frac{d}{dt} \langle \vec{B} \cdot \vec{S} \rangle = 0 \quad (27-1)$$

أي أن الزاوية θ الموجودة بين الشعاع \vec{S} و \vec{B} مستقلة عن الزمن. وبكلام آخر فإن الشعاع \vec{S} يتحرك على مخروط زاويته ثابتة 2θ ومحور هذا المخروط منطبق على الحقل المغناطيسي \vec{B} .

وباستخدام الإحداثيات الكروية وأخذ في الاعتبار حقيقة استقلالية الزاوية θ عن الزمن فإن المعادلة (1-25) تعطينا كيفية تغير الزاوية θ بدلالة الزمن وتظهر بأن السرعة الزاوية لمسقط \vec{S} في المستوى (x-y) هي :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{g\mu_B}{\hbar} B_z \quad (28-1)$$

ولهذا فإن شعاع السبين \vec{S} يدور على مخروط يمتلك زاوية ثابتة بالنسبة للحقل المغناطيسي \vec{B} ، وهذا الدوران يتم بسرعة زاوية ثابتة تساوي تواتر Larmor [12].

1-9-2: الدوران على سطح كرة Bloch :

لنفرض أن السبينور كان في الأصل موجود على القطب الشمالي لكرة بلوخ ونريد أن ينقلب إلى القطب الجنوبي وذلك باستخدام بعض التراكيبات للحقل المغناطيسي.

لقد رأينا في الفقرة السابقة أن السبينور سوف يطوف حول الحقل المغناطيسي الثابت الذي يصبح عبارة عن محور مخروط الدوران، وهذا بسرعة زاوية متناسبة مع قوة الحقل المغناطيسي المطبق.

فإذا كان لدينا حقل مغناطيسي يوازي z فقط فلن يحصل شيء للسبينور المتموقع في القطب الشمالي لكرة بلوخ. ولكن إذا طبقنا حقل مغناطيسي آخر في المستوى (x-y) الذي يقطع خط الاستواء لكرة بلوخ وهذا من أجل إجبار السبينور على الحركة بعيدا عن القطب الشمالي.

إذا أثر هذا الحقل لوحده فإن المخروط الذي يدور حوله السبينور، فسوف يصبح في الحقيقة دائرة موجودة على كرة " بلوخ " تمر من القطبين الشمالي و الجنوبي، فإذا تم

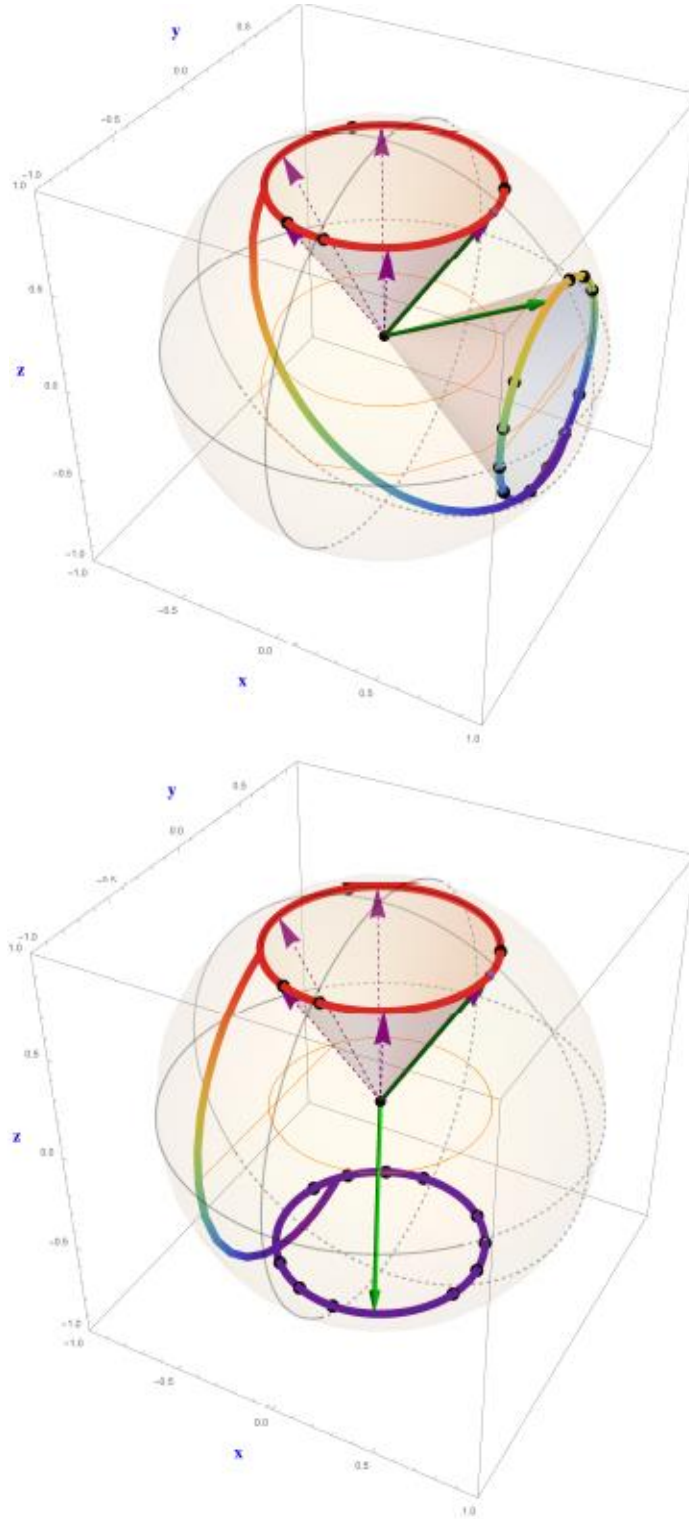
اختيار الحقل الجديد B_1 باتجاه المحور x فإن الدائرة سوف تكون في المستوى $(y-z)$ ، وهذا سوف يجعل السبينور يذهب إلى القطب الجنوبي بشكل دوري و ينتج عن ذلك انقلاب دوري للسبين Spins flips . وهذا يحدث فقط إذا أثر الحقل الجديد B_1 لوحده، بينما يتم إلغاء الحقل القديم B_0 الذي كان موجودا على المحور z .

أما إذا تركنا الحقل القديم موجود B_0 فإن السبينور يبدأ في الدوران في المستوى $(y-z)$ بتأثير B_1 ، بينما يحاول B_0 جعل السبينور يتحرك في مخروط حول المحور z [12].

وبالتالي فالسبينور سوف يخرج من المستوى $(y-z)$ والحل الوحيد من أجل أن يحافظ B_1 على الدوران المطلوب الذي يجعل السبينور ينتقل إلى القطب الجنوبي هو القيام بعملية ملاحقة للسبينور بحيث يكون B_1 عموي دائما على اتجاه السبينور \vec{n} .

وهذا يعني أن B_1 يحتاج للدوران في المستوى الاستوائي بسرعة زاوية صحيحة من أجل مواكبة السبينور عندما يحاول الدوران على المخروط حول المحور z كما في الشكل (3-1). وبالتالي فالحقل المغناطيسي الجديد B_1 في مستوى خط الاستواء يكفي أن يكون حقل مغناطيسي ثابت يدور بسرعة زاوية كما هي معطاة في المعادلة (23-1) .

أما مدى سرعة التحول إلى القطب الجنوبي، فهذا متعلق بشدة أو قوة الحقل B_1 . ففي وجود الحقلين معاً، سوف يزور السبينور \vec{n} القطبين الشمالي والجنوبي بدور متناسب عكسا مع شدة الحقل B_1 . وهذا في الحقيقة مبدأ عمل الكمبيوتر الكمي والحساب الدقيق لاحتمال حدوث انقلاب السبين عن طريق تراكم B_0 و B_1 تم حسابه من طرف Rabi سنة 1940 [12].



الشكل (6-1) : مراحل انقلاب السبين بين القطب الشمالي والقطب الجنوبي في وجود B_0 و B_1 الذي يدور في المستوى (x-y) و عمودي على الشعاع \vec{n} [13].

3.9.1. علاقة Rabi :

بفرض أن السبينور عند اللحظة $t=0$ كان في القطب الشمالي لكرة بلوخ، فيمكن حساب احتمال انقلاب السبين إلى القطب الجنوبي بدلالة الزمن، وذلك عندما يخضع إلى التراكب من حقلين B_0 ، باتجاه المحور z وحقل ثاني B_1 في المستوى $(x-y)$ يقوم بعملية دوران في هذا المستوى. واحتمال أن يتحول سبينور كيفي إلى القطب الجنوبي هو :

$$|\langle 1 | \xi_n^+ \rangle|^2 = \sin^2 \left(\frac{\theta(t)}{2} \right) = \frac{1 - \cos \theta(t)}{2} \quad (29-1)$$

حيث عند اللحظة $t=0$ تكون مركبات الشعاع \vec{n} :

$$\vec{n}(0) = (n_x(0), n_y(0), n_z(0)) = (0, 0, 1) \quad (30-1)$$

وقد أعاد رابي صياغة هذا الاحتمال بالشكل التالي :

$$|\langle 1 | \xi_n^+ \rangle|^2 = \frac{\sin^2 \chi(t)}{2} [1 - \cos \delta(t)] \quad (31-1)$$

حيث تعطى كل من δ و χ بالعبارات التالية :

$$\delta = \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_1^2 t}$$

$$\chi = a \tan[\omega_1 / (\omega_0 - \omega)] \quad (32-1)$$

$$\sin^2 \chi = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + [\omega_0 - \omega]^2}$$

وعبارة رابي تخبرنا بأن احتمال انقلاب السبين يكون أعظمي عندما تكون $\omega_0 = \omega$ أي وجود شرط التجاوب. أي أن الحقل B_1 ينبغي أن يدور في المستوى $(x-y)$ بتواتر يساوي تواتر Larmor من أجل أن ينقلب السبين.

الفصل الثاني:

نظام ذو مستويي طاقة

سنقوم بدراسة نموذج نظام مستويي طاقة الذي سوف يوضح الظاهرة التي يطلق عليه التداخل الكمومي بين أشعة الحالات وهو نتيجة بسيطة للخصائص الخطية لميكانيك الكم، لكن من المناسب أن نبدأ حالياً بالمعادلات التي تتعامل مع نموذج مستويات الطاقة المتعددة.

1.2. تفاعل مستويات الطاقة المتعددة

بملاحظة أنه يمكن تقسيم هاملتون النظام إلى قسمين كما يلي:

$$H = H^{\circ} + V \quad (1-2)$$

نفرض أن معادلة القيمة الذاتية لـ H° معرفة بالشكل :

$$H^{\circ}|\Phi_i\rangle = E_i^{\circ}|\Phi_i\rangle \quad (2-2)$$

بما أن H° هرميتي فإن الأشعة الذاتية تحقق علاقة التعامد:

$$\langle\Phi_i|\Phi_j\rangle = \delta_{ij} \quad (3-2)$$

باعتبار المعادلتين (1-2) و(3-2) واستخدام الأساس $\{|\Phi_i\rangle\}$ نجد أن العناصر القطرية لمصفوفة الهاملتونيان تكتب كما يلي:

$$\langle\Phi_i|H|\Phi_i\rangle = E_i^{\circ} + \langle\Phi_i|V|\Phi_i\rangle \quad (4-2)$$

وباستخدام المعادلة (1-2) مرة أخرى نجد أن العناصر اللاقطرية للمصفوفة هي :

$$\langle\Phi_i|H|\Phi_j\rangle = \langle\Phi_i|(H^{\circ} + V)|\Phi_j\rangle$$

وباستخدام القيم الذاتية للمعادلة (2-2) نجد :

$$\langle\Phi_i|H^{\circ}|\Phi_j\rangle = \langle\Phi_i|E_j^{\circ}|\Phi_j\rangle = E_j^{\circ}\langle\Phi_i|\Phi_j\rangle = E_j^{\circ}\delta_{ij}$$

حيث أن الجزء V هو المسؤول عن ترابط حالتين ذاتيتين مختلفتين للجزء H° :

$$\langle\Phi_i|H|\Phi_j\rangle = \langle\Phi_i|V|\Phi_j\rangle = \beta_{ij}$$

والآن نستطيع أن نكتب:

$$\beta_{ii} = \langle \Phi_i | V | \Phi_i \rangle \text{ و } \alpha_i = \langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle \quad (5-2)$$

المعادلة (4-2) تؤدي إلى:

$$\alpha_i = E_i^{\circ} + \beta_{ii}$$

وبالتالي معادلة القيم الذاتية الكلية للهاملتونيان هي :

$$H|\Psi_{\mu}\rangle = E_{\mu}|\Psi_{\mu}\rangle \quad (6-2)$$

وبالتالي فالتمثيل المصفوفي لمعادلة القيم الذاتية على أساس الأشعة الذاتية لـ H° هي:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_{12} & \dots & \beta_{1N} \\ \beta_{21} & \alpha_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{N1} & \dots & \dots & \alpha_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\mu} \\ C_{2\mu} \\ \dots \\ C_{N\mu} \end{pmatrix} \quad (7-2)$$

$$= E_{\mu} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\mu} \\ C_{2\mu} \\ \dots \\ C_{N\mu} \end{pmatrix}$$

مع :

$$C_{\mu i} = \langle \Psi_{\mu} | \Phi_i \rangle$$

من الممكن إيجاد القيم الذاتية E_{μ} والأشعة الذاتية المقابلة لها، عن طريق تقطير الجزء الأيسر من المصفوفة الظاهرة في المعادلة (7-2)، ومع ذلك فمن الممكن إعادة كتابة معادلة القيمة الذاتية كجملة من المعادلات الخطية المترابطة:

$$\begin{cases} (\alpha_1 - E_\mu)C_{1\mu} + \beta_{12}C_{2\mu} + \dots + \beta_{1N}C_{N\mu} & = 0 \\ \beta_{21}C_{1\mu} + (\alpha_2 - E_\mu)C_{2\mu} + \dots + \dots & = 0 \\ \dots + \dots + \dots + \dots & = \dots \\ \beta_{N1}C_{1\mu} + \dots + \dots + (\alpha_N - E_\mu)C_{N\mu} & = 0 \end{cases}$$

وبما أن المعاملات $C_{i\mu}$ لا يمكن أن تكون صفرية فإن نظام المعادلات هذا يقبل حلاً إذا كان المحدد المقابل يساوي الصفر، إذا:

$$\begin{vmatrix} (\alpha_1 - E) & \beta_{12} & \dots & \beta_{1N} \\ \beta_{21} & (\alpha_2 - E) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{N1} & \dots & \dots & (\alpha_N - E) \end{vmatrix} = 0 \quad (8-2)$$

حيث قمنا بحذف الدليل E_μ للقيم الذاتية المجهولة E_μ [14].

2.2 طاقة مستويين متفاعلين:

في الحالة الخاصة لمستويي طاقة متفاعلين α_1 و α_2 حيث تكون β_{12} حقيقية وبالتالي تساوي β_{21} فإن التمثيل المصفوفي للهاملتوني يختصر بالشكل التالي:

$$\boxed{H} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta \\ \beta & \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (9-2)$$

من أجل حل معادلة القيم الذاتية:

$$H|\Psi_\pm\rangle = E_\pm|\Psi_\pm\rangle \quad (10-2)$$

وفقاً للمعادلة العامة (8-2) نجد:

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - E & \beta \\ \beta & \alpha_2 - E \end{vmatrix} = 0 \quad \text{مع} \quad \beta \equiv \beta_{12} \quad (11-2)$$

وهذا يؤدي للحصول على معادلة من الدرجة الثانية بدلالة E تكتب من الشكل:

$$E^2 + \alpha_1\alpha_2 - E(\alpha_1 + \alpha_2) - \beta^2 = 0$$

لديها حلين من الشكل:

$$E_{\pm} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) \pm \sqrt{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - 4(\alpha_1\alpha_2 - \beta^2)}}{2}$$

وبعد التبسيط تكتب بالشكل:

$$E_{\pm} = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2) \pm \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4(\beta^2)}}{2} \quad (12-2)$$

وبالتالي نجد الفرق بين الحلين من الشكل:

$$E_+ - E_- = \sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\beta^2} \quad (13-2)$$

من ناحية أخرى فإن الأشعة الذاتية لـ H في المعادلة (6-2) والمتوافقة مع القيم الذاتية

في المعادلة (12-2)، تكتب من الشكل:

$$|\Psi_{\pm}\rangle = C_{1\pm}|\Phi_1\rangle + C_{2\pm}|\Phi_2\rangle \quad (14-2)$$

وباستخدام خاصية التعامد والتجانس المقنن للأشعة نجد :

$$(C_{1-}\langle\Phi_1| + C_{2-}\langle\Phi_2|)(C_{1+}|\Phi_1\rangle + C_{2+}|\Phi_2\rangle) = 0 \quad (15-2)$$

وبالتالي:

$$C_{1-}C_{1+}\langle\Phi_1|\Phi_1\rangle + C_{2-}C_{2+}\langle\Phi_2|\Phi_2\rangle + C_{1-}C_{2+}\langle\Phi_1|\Phi_2\rangle + C_{1+}C_{2-}\langle\Phi_2|\Phi_1\rangle = 0$$

ونظرا لشروط التعامد والتجانس التي تظهر في المعادلة (3-2)، يتحول هذا الأخير إلى:

$$C_{1-}C_{1+} + C_{2-}C_{2+} = 0$$

وبالمثل تؤدي شروط التعامد المقنن التي تظهر في المعادلة (15-2) إلى:

$$C_{1+}^2 + C_{2+}^2 = 1 \text{ و } C_{1-}^2 + C_{2-}^2 = 1 \quad (16-2)$$

وعندما يكون المستويان المتفاعلين منحلين، فسوف يمتلكان نفس الطاقة، وبالتالي فالقيم الذاتية للهاملتوني H تختزل إلى الشكل:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \text{ عندما } E_{\pm} = \alpha \pm \beta \quad (17-2)$$

وبالتالي من أجل الحصول على معاملات النشر الخاصة بالأشعة الذاتية لـ H المقابلة لهاتين القيمتين الذاتيتين وذلك بالرجوع إلى المعادلة (7-2)، أيضا بالنسبة للحالة الخاصة للمستويين المتفاعلين نجد:

$$0 = \begin{pmatrix} \alpha - E_{\pm} & \beta \\ \beta & \alpha - E_{\pm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\pm} \\ C_{2\pm} \end{pmatrix} \quad (18-2)$$

وهذا يؤدي إلى :

$$(\alpha - (\alpha \pm \beta))C_{1\pm} = \beta C_{2\pm}$$

بعد الترتيب نجد على التوالي قيم الأشعة الذاتية المطابقة للقيمتين الذاتيتين:

$$\frac{C_{1-}}{C_{2-}} = -1 \quad \text{و} \quad \frac{C_{1+}}{C_{2+}} = 1$$

3.2 الحل التقريبي دون وجود انحلال:

1.3.2 القيم الذاتية:

لدينا في الحالة الخاصة :

$$|\alpha_1 - \alpha_2| \gg |\beta| \quad (19-2)$$

قبل تطبيق هذه العلاقة من الأفضل كتابة القيم الذاتية للمعادلة (12-2) حسب الشكل التالي:

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left[(\alpha_1 + \alpha_2) \pm (\alpha_1 - \alpha_2) \sqrt{1 + \frac{4\beta^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}} \right] \quad (20-2)$$

وبحسابات تقريبية بسيطة نجد :

$$E_+ = \alpha_1 + \frac{\beta^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (21-2)$$

$$E_- = \alpha_2 - \frac{\beta^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

2.3.2 معاملات النشر للمتجهات الذاتية:

من أجل الحصول على معاملات النشر للمتجهات الذاتية المقابلة للقيم الذاتية السابقة (21-2) من الأفضل الرجوع إلى المعادلة (18-2).

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 - E_{\pm} & \beta \\ \beta & \alpha_2 - E_{\pm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\pm} \\ C_{2\pm} \end{pmatrix} = 0 \quad (22-2)$$

حيث ينتج عن القيم الذاتية E_+ المعادلة التالية:

$$(\alpha_1 - E_+)C_{1+} + \beta C_{2+} = 0$$

وهذا سوف يؤدي إلى:

$$C_{1+} = -C_{2+} \frac{\beta}{(\alpha_1 - E_+)}$$

ثم بإدراج عبارة E_+ تعطى بالعلاقة (21-2) نحصل على:

$$C_{1+} = C_{2+} + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)}{\beta} C_{2+} \quad (23-2)$$

مع تسوية هاملتون الأشعة الذاتية المعطى بالمعادلة الأخيرة (16-2) نجد بطريقة مماثلة:

$$C_{1-} = -C_2 - \frac{\beta}{(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (24-2)$$

3.3.2. الصورة التمثيلية للأشعة الذاتية:

لنفرض أن:

$$\alpha_1 > \alpha_2 \quad \text{و} \quad \beta < 0 \quad (25-2)$$

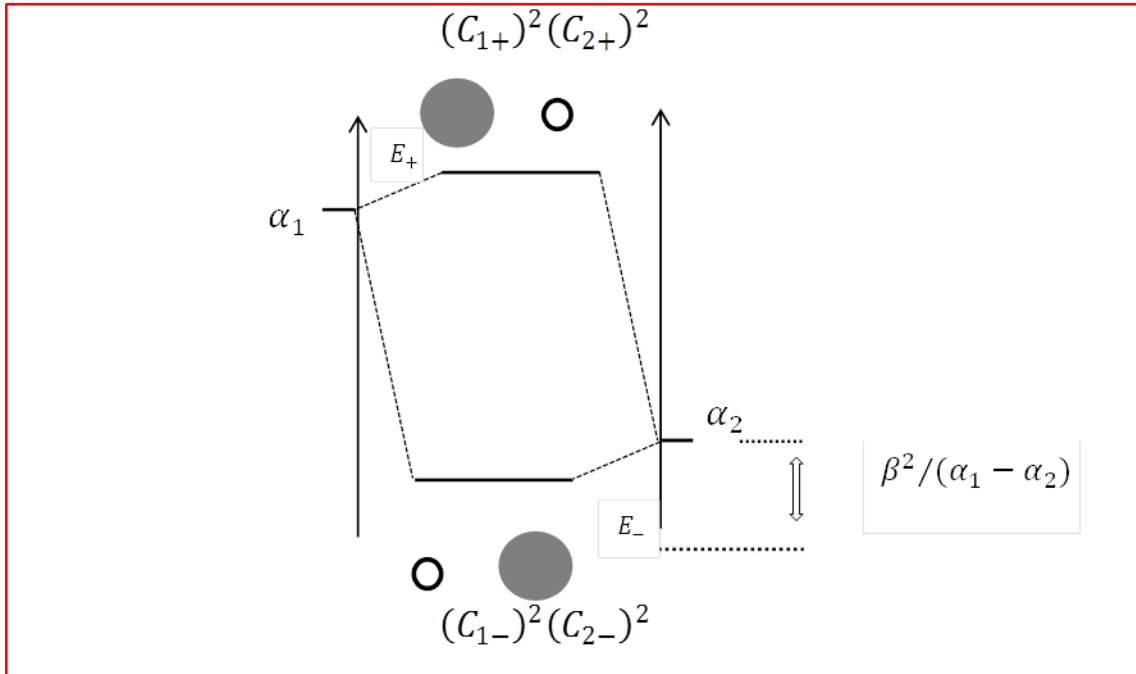
انطلاقاً من المعادلة (1-2) وبناءاً على المعادلة (21-2) فالقيمتين الذاتيتين تحققان

$$E_+ > E_-$$

وبناءً على هذه المتراجحات الجديدة، والمتراجحات السابقة، نحصل على ما يلي:

$$\frac{|C_{1+}|}{|C_{2+}|} \gg 1 \quad \text{و} \quad \frac{|C_{1-}|}{|C_{2-}|} \ll 1 \quad (26-2)$$

$$\frac{C_{1+}}{C_{2+}} < 0 \quad \text{و} \quad \frac{C_{1-}}{C_{2-}} > 0 \quad (27-2)$$



الشكل (1-2): طاقة الارتباط لمستويين متفاعلين [14].

والشكل (1-2) يوضح حالة نظام لمستويين متفاعلين مع أخذ β القيمة السالبة. حيث يظهر أنه بسبب التفاعل V ينخفض المستوى الطاقوي E_+ بالكمية $|\beta|$ والآخر E_- يزداد بنفس الكمية. حيث أن مساهمة المستويان المتفاعلان هي نفسها E_+ وعكسها E_- [14].

4.3.2 نتيجة نظرية الاضطراب من الدرجة الثانية:

باستخدام المترجمات في المعادلة (1-2) و(2-6) نستطيع أن نكتب:

$$|\langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle - \langle \Phi_j | H | \Phi_j \rangle| \gg \langle \Phi_i | V | \Phi_j \rangle$$

$$|\langle \Psi_{\pm} | H | \Psi_{\pm} \rangle \simeq \langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle \pm \frac{\langle \Phi_i | V | \Phi_j \rangle^2}{\langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle - \langle \Phi_j | H | \Phi_j \rangle} \quad (28-2)$$

مع أخذ العبارات التالية بعين الاعتبار:

$$\langle \Psi_{\pm} | H | \Psi_{\pm} \rangle = E_{\pm}$$

$$\langle \Phi_i | H | \Phi_i \rangle = \alpha_i$$

$$\langle \Phi_i | V | \Phi_j \rangle = \beta$$

والمعادلة (28-2) هي تعبير عن حالة خاصة لنظام ذو مستويين طاقيين عن طريق نظرية الاضطراب من الدرجة الثانية للقيم الذاتية للهاملتوني [14].

4.2 الديناميك:

للحصول على ديناميك النظام من الأفضل كتابة هاملتون المصفوفة (2-9) حسب الشكل التالي:

$$\boxed{H} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} & \beta \\ \beta & -\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \end{pmatrix} \quad (29-2)$$

أو :

$$\boxed{H} = \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) \boxed{1} + \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \boxed{K} \quad (30-2)$$

حيث يتم إعطاء الجزء الأيمن من المصفوفة بالشكل التالي:

$$\boxed{K} = \begin{pmatrix} +1 & \frac{2\beta}{\alpha_1 - \alpha_2} \\ \frac{2\beta}{\alpha_1 - \alpha_2} & -1 \end{pmatrix} \quad (31-2)$$

وبما أن المصفوفتين الموجودتين في الطرف الأيمن من المعادلة (30-2) هرميتيتين ومتبادلتين، فسوف تملكان نفس الأشعة الذاتية $|\Psi_{\pm}\rangle$ وبالتالي نستطيع أن نكتب:

$$\boxed{H}|\Psi_{\pm}\rangle = E_{\pm}|\Psi_{\pm}\rangle \quad \boxed{K}|\Psi_{\pm}\rangle = K_{\pm}|\Psi_{\pm}\rangle$$

حيث E_{\pm} هي القيم الذاتية للهاملتون بينما K_{\pm} هي القيم الذاتية المقابلة للمصفوفة K وبالتالي وبناء على المعادلة (30-2) القيم الذاتية لـ \boxed{H} تكتب كما يلي:

$$E_{\pm} = \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) + \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) K_{\pm} \quad (32-2)$$

وبذلك تكتب المصفوفة (31-2) بالشكل:

$$\boxed{K} = \begin{pmatrix} +1 & \tan \theta \\ \tan \theta & -1 \end{pmatrix}$$

مع:

$$\tan \theta = \frac{2\beta}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (33-2)$$

بعد ذلك بما أن \boxed{H} و \boxed{K} لهما نفس المتجهات الذاتية فإن معادلة القيم الذاتية للمصفوفة \boxed{K} تشبه معادلة \boxed{H} السابقة في المعادلة (22-2) وبالتالي نحصل على:

$$\begin{pmatrix} +1 & \tan \theta \\ \tan \theta & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\pm} \\ C_{2\pm} \end{pmatrix} = k_{\pm} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{1\pm} \\ C_{2\pm} \end{pmatrix} \quad (34-2)$$

وبما أن $C_{k_{\pm}}$ هي مركبات المتجهات الذاتية المعطاة بواسطة المعادلة (14-2) وبالتالي فإن الجزء المقابل هو الذي يجب أن يكون مساوي للصفر:

$$\begin{vmatrix} 1 - K_{\pm} & \tan \theta \\ \tan \theta & -1 - K_{\pm} \end{vmatrix} = 0$$

بعد التبسيط نحصل على:

$$K_{\pm}^2 - 1 - \tan^2 \theta = 0$$

لهذا السبب:

$$K_{\pm}^2 = 1 + \tan^2 \theta = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

وبالتالي:

$$K_{\pm} = \pm \frac{1}{\cos \theta}$$

ومنه فإن القيمتين الذاتيتين للهاملتون من الشكل:

$$E_{\pm} = \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) \pm \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2 \cos \theta} \right) \quad (35-2)$$

ويكمن الفرق بين الحلين في:

$$E_+ - E_- = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\cos \theta}$$

حيث بقلب المعادلة الاخيرة نجد عبارة $\cos \theta$ الذي يكون كما يلي:

$$\cos \theta = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{E_+ - E_-} \quad (36-2)$$

بتعويض المعادلة (35-2) في المعادلة (34-2) نحصل على:

$$\left(1 - \frac{1}{\cos \theta}\right) C_{1+} + \tan \theta C_{2+} = 0$$

أو من الشكل:

$$(\cos \theta - 1)C_{1+} + \sin \theta C_{2+} = 0 \quad (37-2)$$

بالأخذ بعين الاعتبار العلاقات المثلثية:

$$\frac{1 - \cos 2\theta}{2} = \sin^2 \theta \quad (38-2)$$

أو:

$$1 - \cos 2\theta = 2 \sin \theta \sin \theta$$

بتعويض قيمة C_{1+} في المعادلة (37-2) نجد:

$$\cos \theta - 1 = -2 \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (39-2)$$

وباستخدام العلاقة المثلثية التالية:

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\sin \theta = 2 \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \cos \left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (40-2)$$

وباستعمال المعادلتين (39-2) و(40-2) فإن المعادلة (37-2) تكتب من الشكل:

$$-\sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) C_{1+} + \sin \left(\frac{\theta}{2}\right) \cos \left(\frac{\theta}{2}\right) C_{2+} = 0$$

وهذا يعني :

$$\frac{C_{1+}}{C_{2+}} = \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

وهكذا نجد معاملات النشر بشكل واضح:

$$C_{2+} = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{ و } C_{1+} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

حيث تعطي المعادلة (14-2):

$$|\Psi_+\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |\Phi_1\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |\Phi_2\rangle \quad (41-2)$$

بنفس الطريقة يمكن الحصول على:

$$|\Psi_-\rangle = -\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |\Phi_1\rangle + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |\Phi_2\rangle \quad (42-2)$$

ويمكن التحقق منها من خلال ملاحظة الأشعة (41-2) و(42-2) متعامدتان، وبضرب

المعادلة (41-2) في $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ والمعادلة (42-2) في $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ وبعد التبسيط نحصل

على:

$$|\Phi_2\rangle = \sin\frac{\theta}{2} |\Psi_+\rangle + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |\Psi_-\rangle \quad (43-2)$$

أو من خلال المعادلتين (41-2) و(42-2):

$$|\Phi_2\rangle = |\Psi_+\rangle \langle \Psi_+ | \Phi_2 \rangle + |\Psi_-\rangle \langle \Psi_- | \Phi_2 \rangle$$

مع:

$$\langle \Phi_2 | \Psi_+ \rangle = \langle \Psi_+ | \Phi_2 \rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (44-2)$$

$$\langle \Phi_2 | \Psi_- \rangle = \langle \Psi_- | \Phi_2 \rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

وبنفس الطريقة بعد ضرب المعادلة (41-2) في $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ والمعادلة (42-2) في $\left(-\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$ نحصل على:

$$|\Phi_1\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|\Psi_+\rangle - \sin\frac{\theta}{2}|\Psi_-\rangle \quad (45-2)$$

1.4.2. احتمال الانتقال من $|\Phi_1\rangle$ إلى $|\Phi_2\rangle$ بسبب الاضطراب V :

نفرض أن النظام في الحالة الابتدائية، بمعنى:

$$|\Psi(0)\rangle = |\Phi_1\rangle \quad (46-2)$$

عند اللحظة t تتحول هذه الحالة إلى $|\Psi(t)\rangle$:

$$|\Psi(t)\rangle = (e^{-iHt/\hbar})|\Psi(0)\rangle$$

وبالتالي:

$$|\Psi(t)\rangle = (e^{-iHt/\hbar})|\Phi_1\rangle$$

انطلاقاً من المعادلتين (46-2) و (45-2) نجد:

$$|\Psi(t)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)(e^{-iHt/\hbar})|\Psi_+\rangle - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)(e^{-iHt/\hbar})|\Psi_-\rangle$$

نظراً للقيم الذاتية لمعادلة الهاملتون (10-2) وباستخدام العلاقات المثلثية المعتادة:

$$\begin{aligned} \langle\Phi_2|\Psi(t)\rangle &= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)(e^{-iE_+t/\hbar})\langle\Phi_2|\Psi_+\rangle \\ &\quad - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)(e^{-iE_-t/\hbar})\langle\Phi_2|\Psi_-\rangle \end{aligned}$$

مع المعادلة (44-2) يصبح:

$$\langle \Phi_2 | \Psi_{(t)} \rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (e^{-iE_+t/\hbar} - e^{-iE_-t/\hbar}) \quad (47-2)$$

وباستخدام علاقة احتمال الانتقال $P_{12}(t) = |\langle \Phi_2 | \Psi_{(t)} \rangle|^2$ نجد :

$$P_{12}(t) = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \cos\left(\frac{(E_+ - E_-)t}{\hbar}\right)\right) \quad (48-2)$$

باستخدام المعادلات (2-33)، (2-36) و (2-13) تكون الاحتمالية الانتقالية إلى:

$$P_{12}(t) = \frac{4\beta^2}{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\beta^2} \sin^2\left(\frac{(\sqrt{(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\beta^2})t}{2\hbar}\right) \quad (49-2)$$

الفصل الثالث:

الدراسة النظرية

نهدف في هذا الفصل إلى دراسة إمكانية إنشاء Q-bit باستخدام ذرة أو جزيء موجود على سطح ثنائي البعد حيث رأينا في الفصول السابقة الميكانيزم الفيزيائي الذي يسمح لنا بإنشاء Q-bit على ذرة أو جزيء باستخدام هزاز Rabi .

لكن المشكلة هو هل يمكن تحقيق ذلك عمليا. وفي هذا الفصل سوف نتطرق أو ندرس أهم ثلاث مشاكل سوف تواجهنا من أجل تحقيق ذلك .

فمن الناحية التقنية أصبح من السهل وضع ذرات أو جزيئات على مواد ثنائية البعد وتحريكها كما نشاء و خاصة أن المواد ثنائية البعد أصبحت متوفرة، ويعتبر الغرافن أهمها بما يمتلكه من خواص مثالية من حيث نقل الكهرباء والحرارة إلخ، بالإضافة إلى أنه من أقوى المواد على سطح الكرة الأرضية.

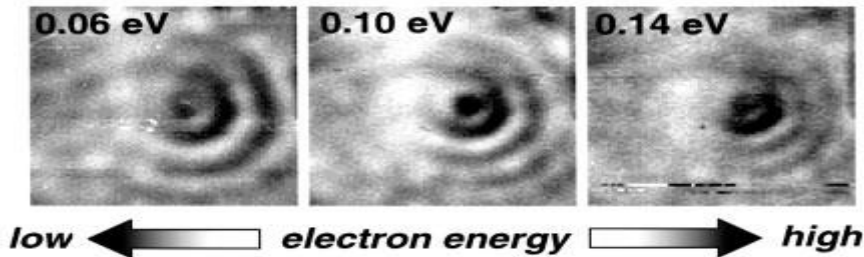
الإشكالية الأولى: هي درجة الحرارة التي تسبب اهتزاز للذرة المستعملة في تخزين

Q-bit وحيث أن الذرة المتحركة ترى الحقل الكهربائي على شكل حقل مغناطيسي فهذا سوف يؤثر على استقرار الـ Q-bit.

الإشكالية الثانية: هي اهتزاز Friedel وقد سميت على اسم الفيزيائي الفرنسي Jacques

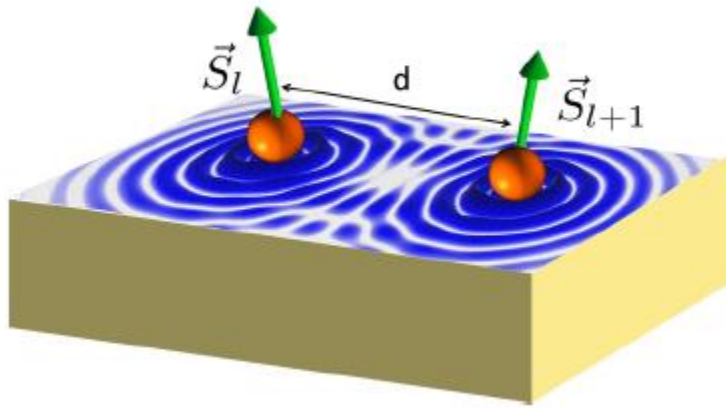
Friedel وهي ناتجة من اضطراب موضعي بسبب الشوائب في سوائل فرمي،

حيث أن اهتزازات Friedel هي المقابل الكمي لمفعول الحجب داخل وسط أيوني كما في الشكل :



الشكل (1-3): اهتزازات فريدل من أجل طاقات مختلفة للإلكترون في وسط ثنائي البعد [15].

الإشكالية الثالثة: هي تفاعل التبادل بين spin الذرة المستخدمة و Spin إلكترونات السطح ثنائي البعد الذي سوف توضع عليه هذه الذرة التي سوف تخزن Q-bit، حيث أن هذا التفاعل متخامد ويخضع لنظرية RKKY فهذا سوف يؤثر بشكل كبير على سعة التخزين أي على عدد الذرات المستخدمة وعلى توزيعها.



الشكل (2-3): كيفية انتقال تفاعل التبادل RKKY بين شائبتين بواسطة الإلكترونات [16].

1-3: المناقشة :

1-1-3: إشكالية درجة الحرارة:

بما أن الذرة المستخدمة في تخزين Q-bit سوف توضع على سطح ثنائي البعد وهو في هذه الحالة Graphen الذي أصبح مفضل في التكنولوجيا الحديثة بسبب خواصه الفائقة من حيث المرونة ونقل الكهرباء والحرارة.... إلخ، بالإضافة إلى خاصية فوق الناقلية فعند وجود ملاحظ (معلم) على الذرة المستخدمة، فسوف يرى الوسط المشحون والذي ينتج حقل كهربائي، ولكن إلكترونات هذه الذرة لا تراه حقل كهربائي بل تراه حقل مغناطيسي، لأن الإلكترونات على سطح الغرافن تتحرك بسرعة من رتبة 10^6 متر/ الثانية هي كبيرة

جدا لذلك ينبغي استخدام نظرية النسبية الخاصة، أي استخدام تحويلات Lorentz للحقول، فحسب أينشتاين فإن الحقل المغناطيسي الذي يراه إلكترون الذرة هو :

$$\vec{B} = \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{C^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \quad (1-3)$$

حيث \vec{E} هو الحقل الكهربائي الذي ينتجه الوسط المحيط بالإلكترون،

و \vec{v} هي سرعته ، بينما C هي سرعة الضوء وهي من رتبة $3.10^8 m.s^{-1}$.

وبإجراء حسابات تقريبية باستخدام الفيزياء الإحصائية فإن القيمة المتوسطة للطاقة

الحركية هي من رتبة $K_B T$ حيث K_B هو ثابت بولتزمان و T درجة الحرارة.

$$\left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle \sim K_B T \quad (2-3)$$

وبحسابات تقريبية بسيطة نجد أن:

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{1 \langle \vec{E} \times \frac{\vec{v}}{v} \rangle \langle v \rangle}{C^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \quad (3-3)$$

وباستخدام المعادلة (2-3) نجد :

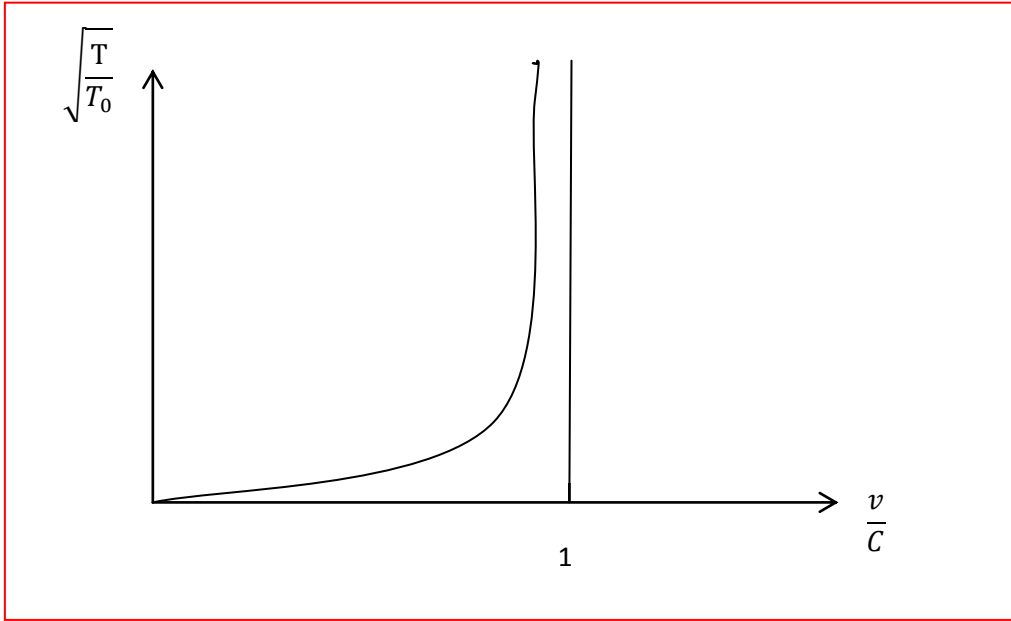
$$\langle \vec{B} \rangle = F \left[\frac{\vec{v}}{v} \right] \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \quad (4-3)$$

حيث F هي دالة في بقية أجزاء العلاقة (3-3)، وبما أن v قريبة من سرعة الضوء

فالنسبة :

$$\frac{\sqrt{T}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5-3)$$

سوف تكون كبيرة نوعا ما وبالتالي سوف تلعب درجة الحرارة دور مهم في هذه الحالة وبالتالي سوف نحتاج إلى تبريد الوسط المحيط بالذرة التي سوف تحمل Q-bit .
والشكل التالي يوضح كيفية تغير درجة الحرارة مع زيادة السرعة v .



الشكل (3-3) : تغير درجة الحرارة مع زيادة السرعة

هذا يعني أن الحقل المغناطيسي الناتج بهذه الطريقة سوف يكون له تأثير كبير على سهولة التحكم في Qbit، لأن تغيير Qbit بين $|1\rangle$ و $|0\rangle$ يتطلب وجود حقلين متراكبين كما رأينا سابقا، الأول B_0 باتجاه المحور Oz، بينما الثاني B_1 يقوم بحركة دورانية. و بالتالي ينبغي أخذ الحقل الجديد بعين الاعتبار.

2-1-3 : إشكالية اهتزازات Friedel:

إن توزيع غاز الإلكترونات في المعدن أو أنصاف النواقل في وجود "شائبة - ذرة دخيلة" كما هو الحال في موضوع بحثنا هذا سوف يؤدي إلى ظهور اهتزازات Friedel، حول محيط الشائبة أو الذرة الغريبة عن الوسط المضيف، حيث تهتز الكثافة الإلكترونية وفق المعادلة التالية: [17].

$$n(r) \simeq n_0 + \delta n \frac{\sin(2K_F r + \phi)}{r^D} \quad (6-3)$$

حيث n_0 عبارة عن مقدار الكثافة هو كثافة غاز الإلكترونات في غياب الشائبة.

بينما δn عبارة عن مقدار الكثافة الإلكترونية المحرصة.

و K_F هو نصف قطر فرمي Fermi لغاز الإلكترونات.

D : هو بعد النظام المستخدم .

ϕ : هو فرق الطور .

وفيزيائيا FO (Friedel oscillation) أو اهتزازات فريدل تنتج من إعادة توزيع الإلكترونات بفعل كمون الشائبة وبما أن الإلكترونات الموجودة بجوار سطح فرمي هي التي تستطيع المساهمة في إعادة توزيع الكثافة المحرصة فسوف تكون موصوفة بشعاع موجه من رتبة K_F ، ومنذ اكتشاف Friedel لهذه الظاهرة سنة 1952، تم التحقق منها نظريا وتجريبيا في العديد من المرات كما تم التحقق في حالة الغرافن [18]. ويقابل مفعول فريدل تأثير الحجب الكلاسيكي الناتج عن الشائبة الذي يقلل التأثير البعيد المدى للكمون الكهربائي، ولكن مفعول فريدل [Friedel] تشعر به الإلكترونات المشتتة على مسافة أبعد من مفعول الحجب الكلاسيكي [17].

3-1-2-أ- عملنا في هذا الجزء

سوف نحاول في هذا الجزء دراسة مدى تأثير اهتزازات فريدل على الزمن اللازم لحدوث انقلاب في السبين وهو أمر مهم من أجل وجود كيوبيت، وهذا من خلال العلاقة التي قمنا بشرحها في الفصل الأول:

$$t_s = \frac{\pi \hbar}{g\mu_B B_1} \quad (7-3)$$

وحيث أن B مرتبط بالحقل H وفق العلاقة الشهيرة $B = \mu H$ حيث μ هي السماحية

المغناطيسية التي ترتبط بدورها بالحساسية المغناطيسية وفق معادلة معروفة :

$$\mu = 1 + \chi \quad (8-3)$$

وبالتالي نستطيع كتابة زمن الانقلاب كما يلي :

$$t_s = \frac{\pi \hbar}{g\mu_B(1 + \chi)H} = \frac{t_H}{1 + \chi} \quad (9-3)$$

وحسب الدراسات النظرية [19] فإن الحساسية المغناطيسية في الغرافن متناسبة ببساطة

الكثافة الإلكترونية بجوار سطح فرمي . أي أن :

$$\chi = \alpha n \quad (10-3)$$

وباستخدام عبارة فريدل في حالة $D=2$ لأن الذرة موجودة على سطح ثنائي البعد كما

في المعادلة (6-3) نجد :

$$\frac{t_s}{t_H} = \left(A + B \frac{\sin(2K_F r + \phi)}{K_F^2 r^2} \right)^{-1} \quad (11-3)$$

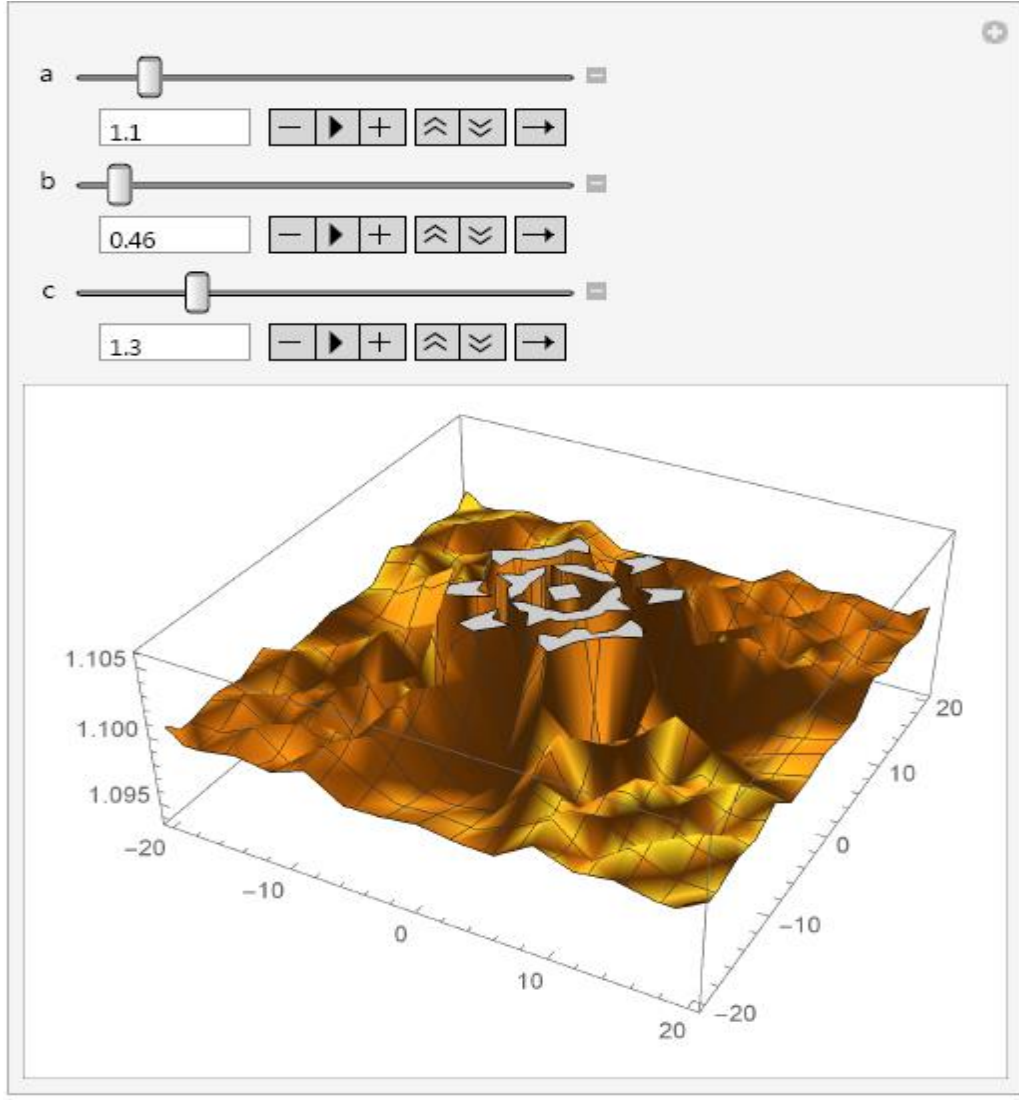
حيث A و B وسيطين يعطيان بالعبارتين :

$$A = 1 + \alpha n_0 \quad (12-3)$$

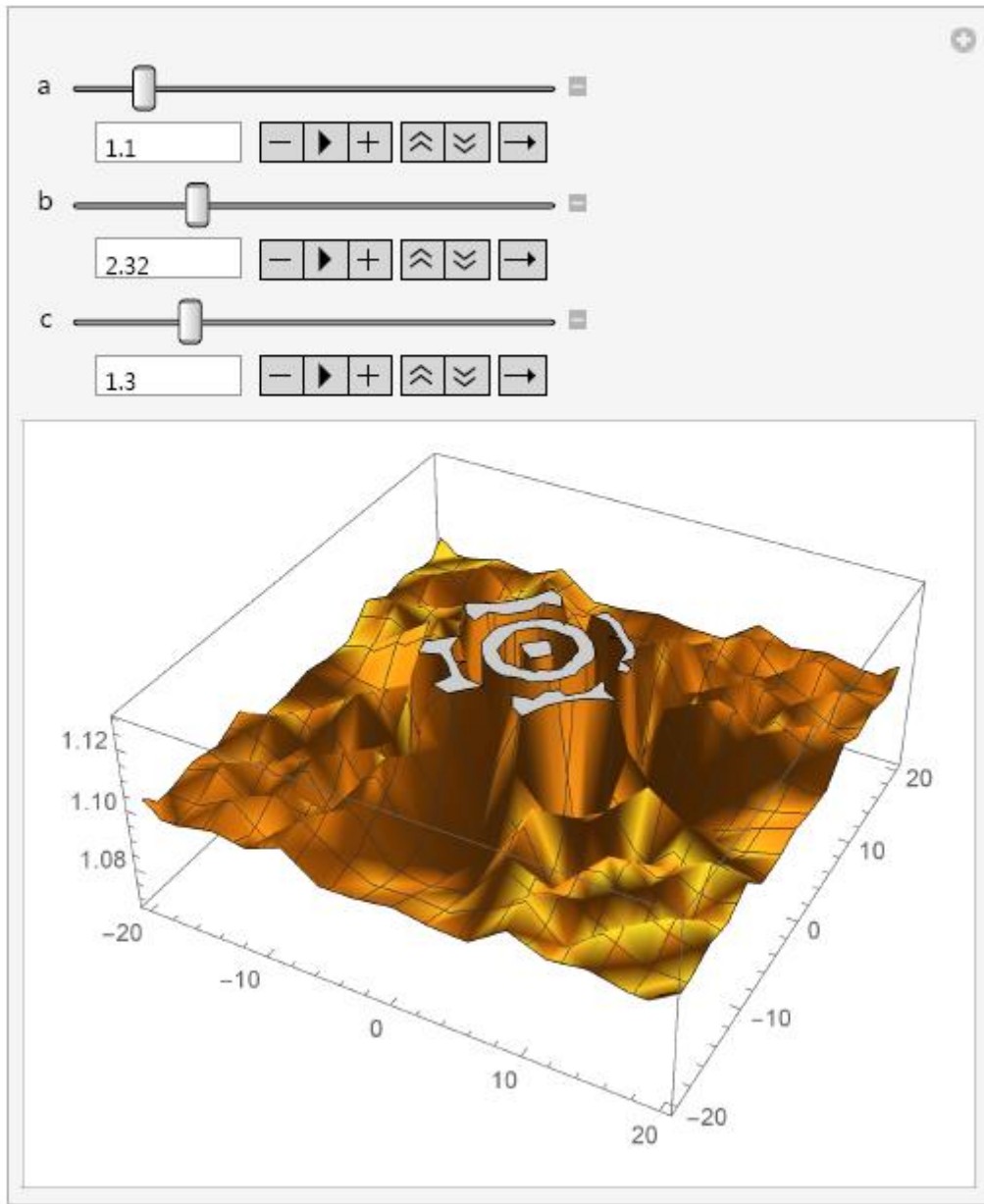
$$B = \alpha \delta n K_F^2$$

والأشكال التالية توضح النسبة $\frac{t_H}{t_S}$ من أجل عملية محاكاة لقيم مختلفة للوسائط

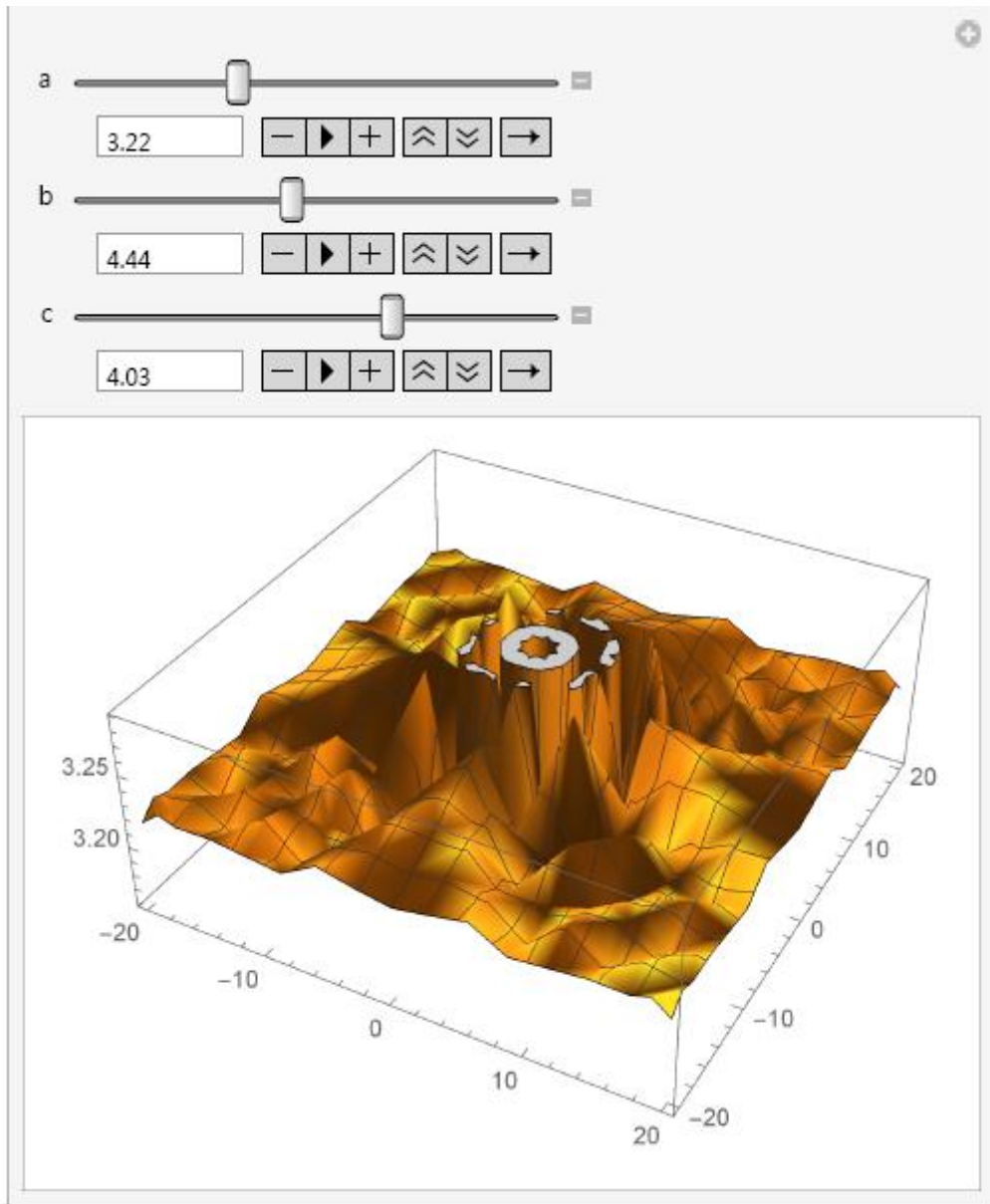
.Walfrom math باستخدام $c = \phi, b, a$



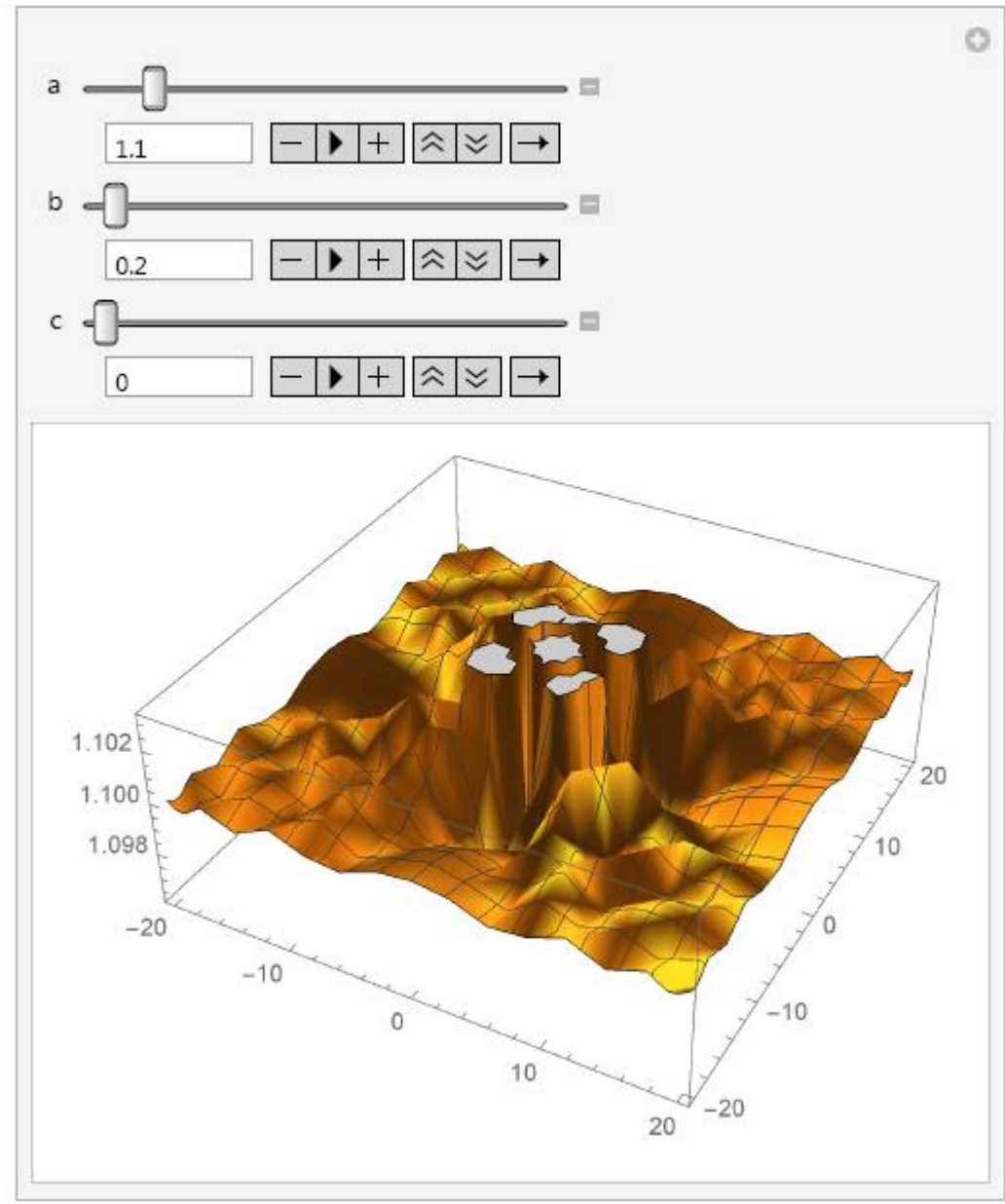
الشكل (4-3): عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.1, b=0.46, c=1.3$



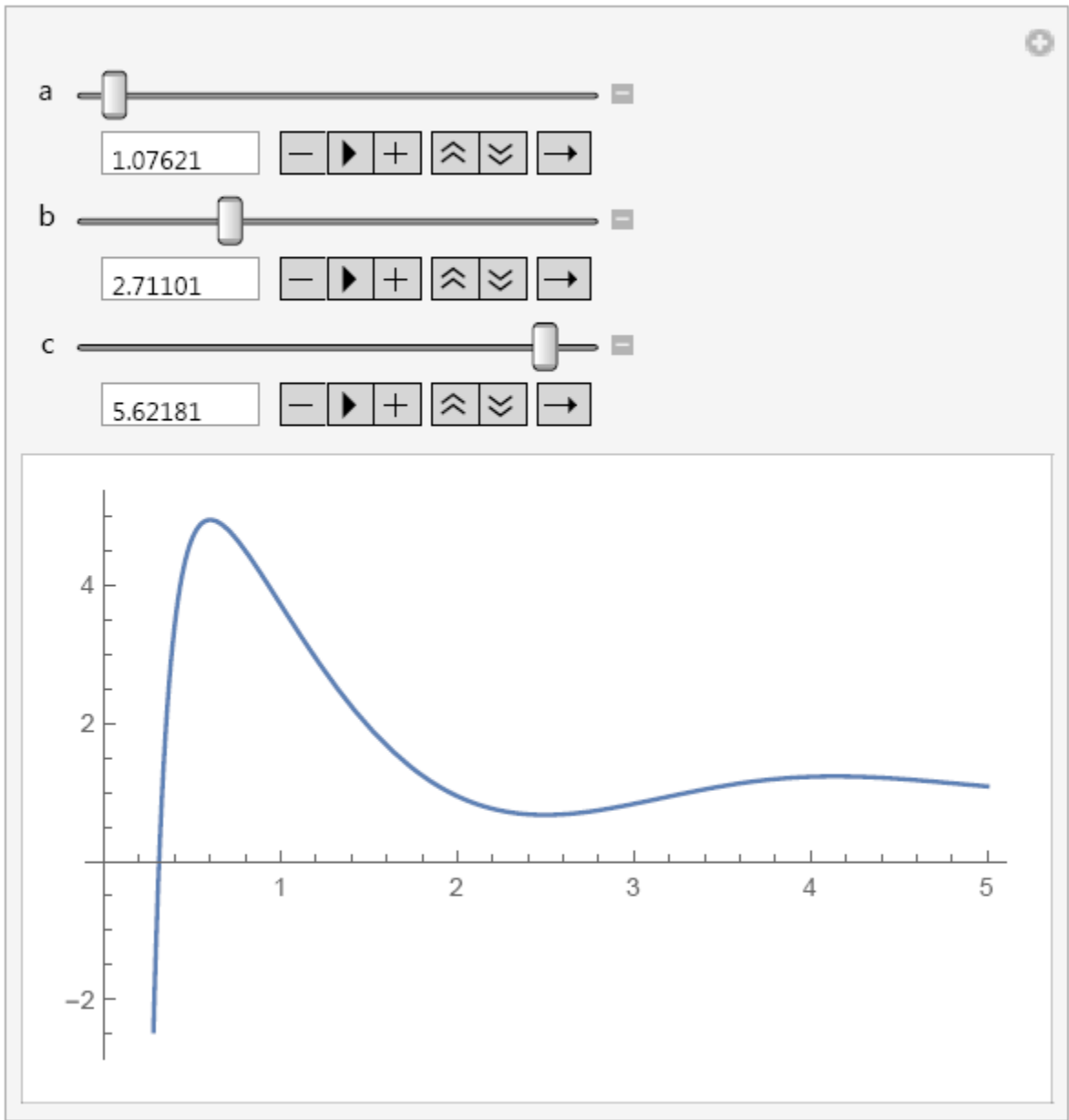
الشكل (5-3): عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.1$ ، $b=2.32$ ، $c=1.3$



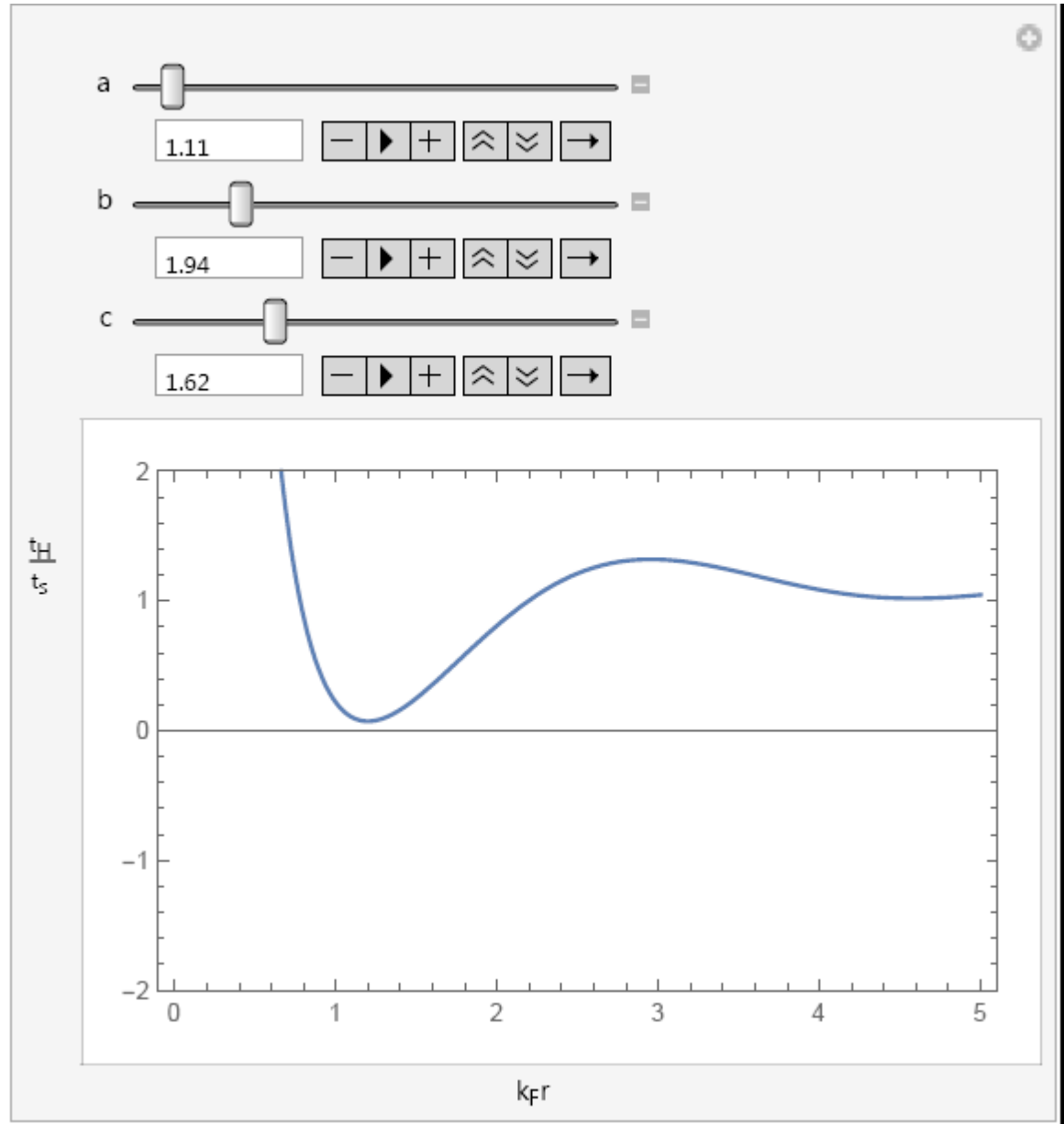
الشكل (6-3): عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=3.22$, $b=4.44$, $c=4.03$



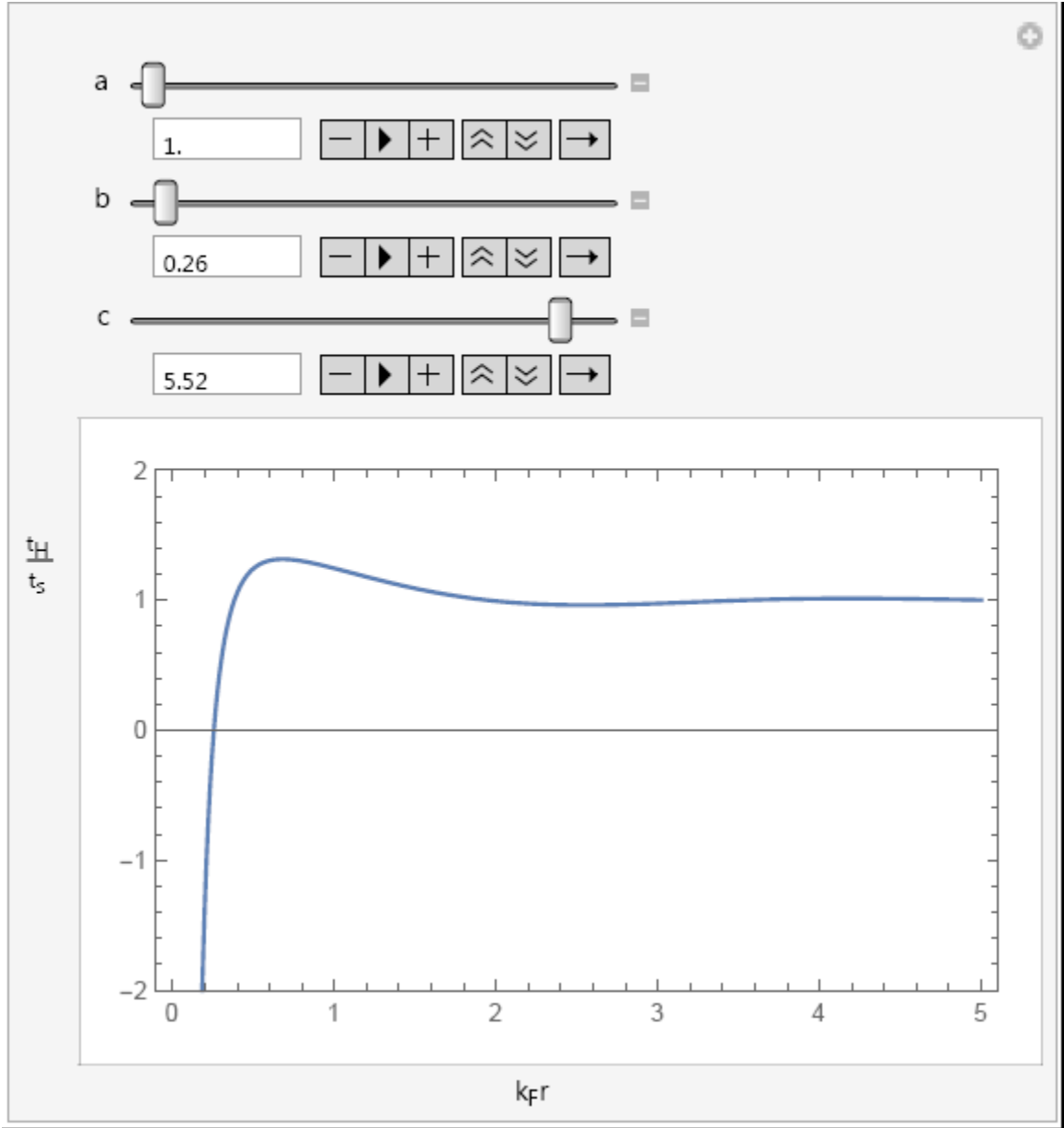
الشكل (7-3): عملية محاكاة للنسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.1, b=0.2, c=0$



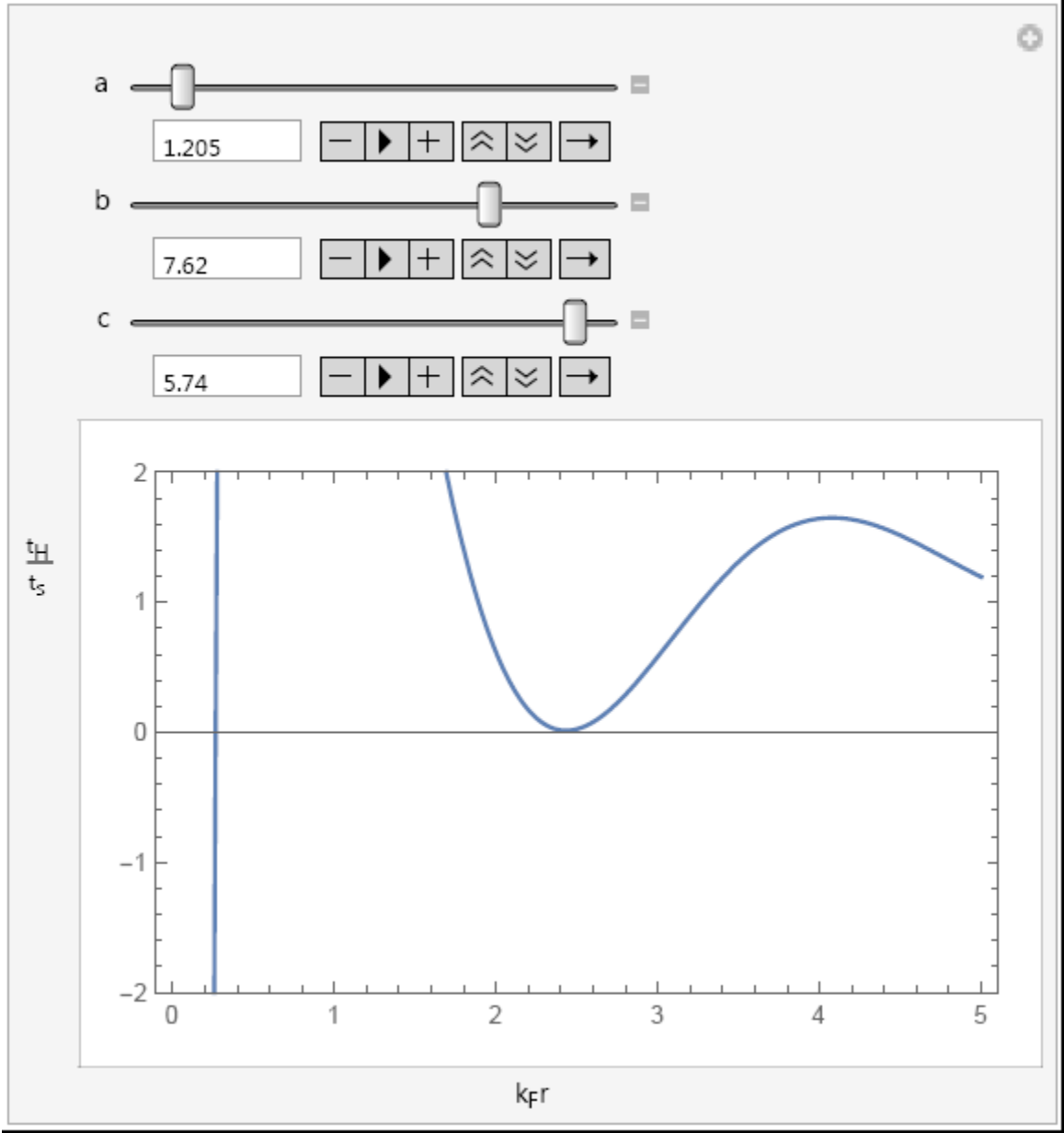
الشكل (8-3): تغيير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.0762$, $b=2.71101$, $c=5.62181$



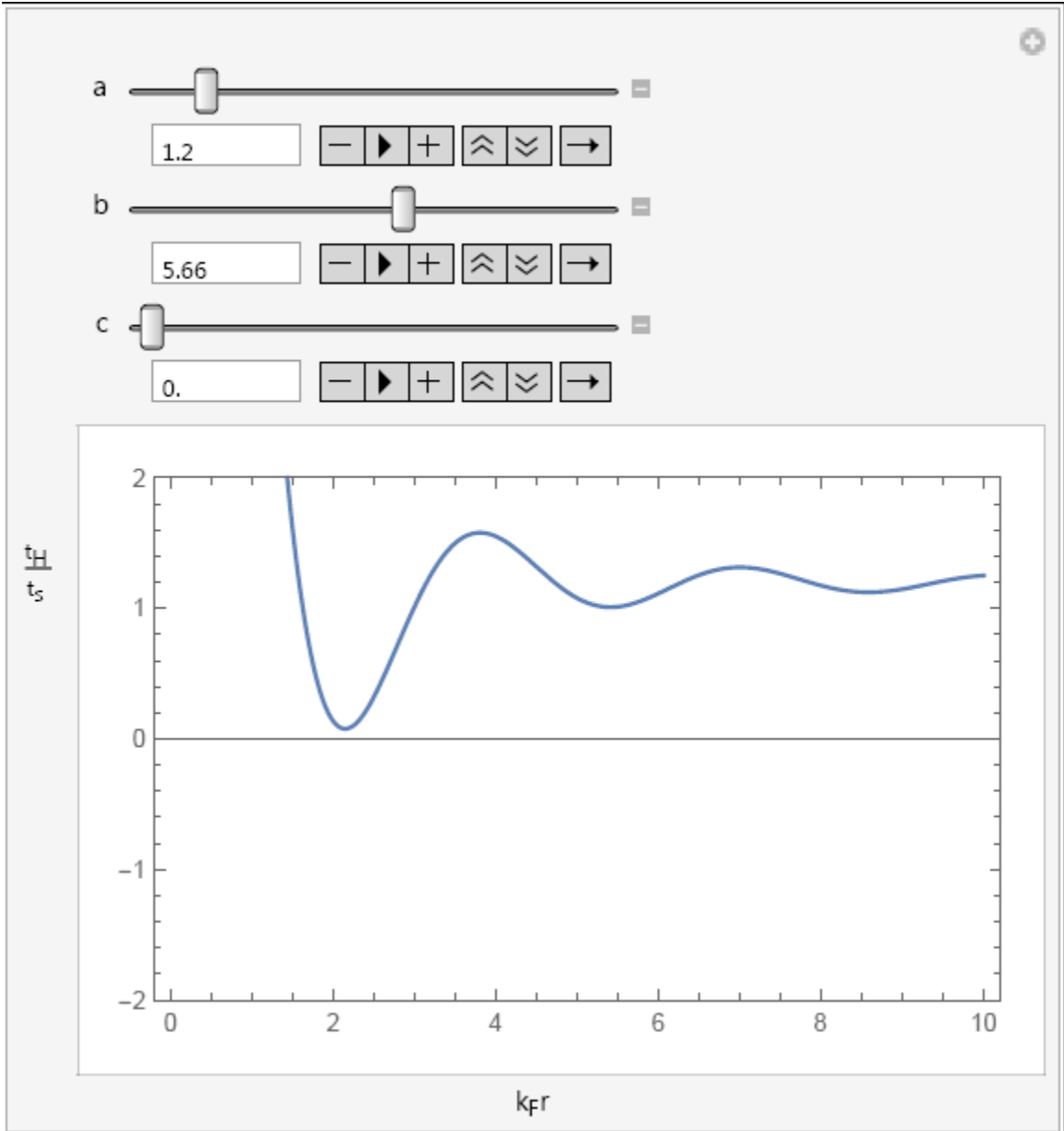
الشكل (9-3): تغيير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.1, b=1.94, c=1.62$



الشكل (10-3): تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1, b=0.26, c=5.52$



الشكل (11-3): تغيير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.205$, $b=7.62$, $c=5.74$



الشكل (12-3): تغير النسبة $\frac{T_H}{T_S}$ من أجل $a=1.2$, $b=5.66$, $c=0$.

حيث نلاحظ التأثير الكبير لانقلاب السبين. مما يعني أنه يجب التحكم في اهتزازات فريدل قبل التفكير في تخزين الكيوبيت على هذه الذرة، والحل الذي نراه مناسباً هو توزيع الذرات بشكل هندسي ذكي على سطح الغرافن حيث تؤدي إلى تداخل هذه الاهتزازات و تخامدها أو تخفيض سعتها وهذا مهم جداً لأن زمن انقلاب السبين هو الذي يحدد لنا سرعة ودقة الكمبيوتر الكمي.

3-1-3 إشكالية تفاعل التبادل RKKY:

لقد تم تسمية هذا التفاعل على اسم أربعة علماء الذين قدموا هذه النظرية وهم :

Ruderman – Kittel – Kasuya – Yosida لتفسير كيفية التفاعل عن بعد بين

سبين شائبة وذرة أخرى عن بعد أي بتفاعل غير مباشر حيث تلعب الإلكترونات دور

الوسيط في نقل هذا التفاعل كما في الشكل (2-3)[20].

حيث تم التفاعل وفق الهاملتوني المعروف $H = j(r)\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ ولكن مع اختلاف مهم،

هو أن تفاعل التبادل يكتب بالمعادلة التالية :

$$J(r) \propto \frac{(2K_F r) \cos(2K_F r) - \sin(2K_F r)}{(2K_F r)^4}$$

حيث K_F هو نصف قطر Fermi بينما (r) هو المسافة أي البعد عن الشائبة المدروسة.

والشكل التالي(3-13) يوضح كيفية تغير تفاعل التبادل مع المسافة، الشيء المهم في

هذه العبارة هي أنها متخامدة وتغير إشارتها، وهذا يعني أن نوعية التفاعل يتغير مع

المسافة بين FM و AFM ؛ أي بين الفيرومغناطيسية والمغناطيسية المضادة. حيث أن

سبين الشائبة يحرض سبينات الإلكترونات المحيطة على أن تكون مستقطبة وبالتالي

تظهر المشكلة الكبيرة هنا في استقرار Qbit لأن الـ Qbit رقم (0) في الشكل سوف

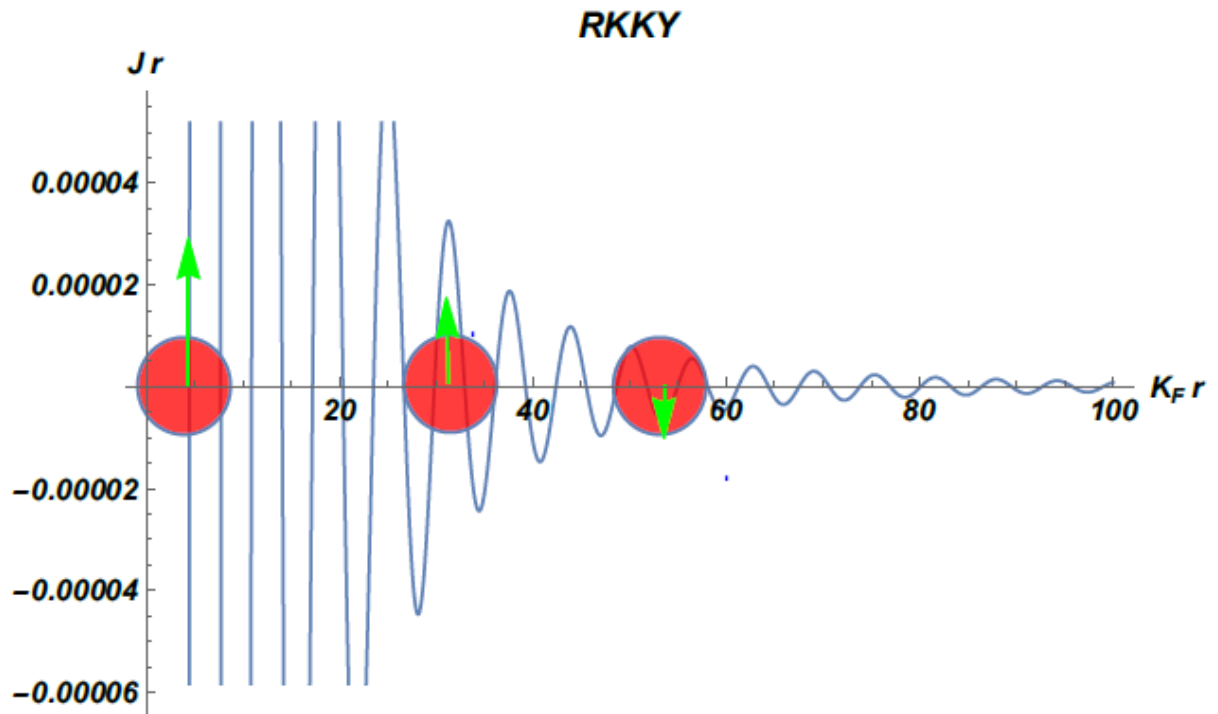
يؤثر بشكل مختلف على Qbit رقم (1) ورقم (2).

Qbit رقم (1) هو فيرومغناطيسي بينما التفاعل مع Qbit رقم (2) هو ضد مغناطيسي

وأضعف بسبب المسافة.

وبذلك نتوقع أن يكون للتفاعل RKKY دور غير مهمل في إنشاء الكمبيوتر الكمي

اعتمادا على ذرة في وسط ثنائي البعد.



الشكل (3-13): رسم تخطيطي لكيفية تغير J_r بدلالة المسافة

النتيجة العامة

نتيجة عامة

إن الهدف من هذه المذكرة هو دراسة إمكانية إنشاء Qbit على مواد ثنائية البعد وذلك بالاستعانة بخواص هزاز Rabi، ولذلك فقد ركزنا في الفصلين الأول والثاني على المفاهيم النظرية اللازمة لمعالجة هذا الموضوع مثل كرة Bloch والانتقالات بين مستويين كميّين.

تكمن أهمية هذا الموضوع في أن ال-Qbit هي أساس الكمبيوتر الكمي الذي تتنافس أغلب الدول المتقدمة في أن تكون أول من يسيطر عليه، لما له من طاقة جبارة في جميع الميادين وخاصة العلمية، حيث يستطيع إنجاز عملية محاكاة في بضع ساعات، في حين يستغرقها الكمبيوتر الكلاسيكي الذي نستعمله عشرات السنين. وهذا يسهل الكثير من الأشياء المهمة للبشرية مثل عملية إنتاج الأدوية واللقاحات... إلخ.

لقد وجدنا أن فكرة إنشاء Qbit على مواد ثنائية البعد مثل الغرافن ممكنة لما يمتلكه الغرافن من خواص مثالية في تقل الكهرباء و الحرارة والمرونة.... إلخ. وقد استنتجنا بعد بحث مستفيض بأن هناك ثلاث مشاكل رئيسية من الناحية الفيزيائية سوف تواجه هذه الفكرة عند محاولة تطبيقها :

الإشكالية الأولى : هي الحرارة التي هي في الأصل عبارة عن اهتزازات للذرات وقد بينا بحسابات بسيطة باستخدام تحويل لورنتز أن الحقل الكهربائي للوسط المحيط يظهر على شكل حقل مغناطيسي للإلكترون المتحرك، وبما أن إنشاء ال-Qbit سوف يتم بواسطة حقلين مغناطيسيين أحدهما ثابت الاتجاه بينما يدور الآخر في المستوي العمودي على الأول، فلاشك في أن الحقل الناتج بهذه الطريقة سوف يدخل في المحصلة ويكون له تأثير على عملية التجاوب المطلوبة لتغيير السبينور في أحد قطبي كرة Bloch إلى القطب الآخر.

أما الإشكالية الثانية: التي قمنا بالتطرق إليها فهي اهتزازات Friedel. والتي عبارة عن المقابل الكمي لمفعول الحجب في الفيزياء الكلاسيكية، وقد بينا بعملية حساب و محاكاة كيفية تأثر واضطراب زمن انقلاب السبين بسبب هذه الاهتزازات التي سوف يكون لها تأثير كبير على استقرار الـ Qbit.

أما الإشكالية الثالث: الذي سوف يواجهها هو تفاعل RKKY الذي سوف ينقل التأثير المغناطيسي من ذرة Qbit إلى أخرى بواسطة الإلكترونات ولا يقل أثر هذا التفاعل عن أثر اهتزازات Friedel. وفي الأخير استنتجنا أن تحقيق هدف إنشاء Qbit على مواد ثنائية البعد أمر ممكن من الناحية النظرية بشرط وجود حلول تقنية للإشكاليات الثلاث التي قمنا بتحديدنا.

قائمة المصادر

والمراجع

- [1] Möller, M., Vuik, C. On the impact of quantum computing technology on future developments in high-performance scientific computing. *Ethics InfTechnol* 19, 253–269
- [2] Michael A. Nielsen, Isaac L. Chuang-Quantum , Quantum Computation and Quantum Information, *AmericaUniversityPress*, New York (2010).
- [3] Jürgen Audretsch, Entangled Systems : New Directions In Quantum Physics, *Wiley, Weinheim* (2007).
- [4] Lingxiao Zhang, Engineering Exchange Interaction in Coupled Spin-qubit Quantum Dots, *A doctoral dissertation, university of Illinois at UrbanaChampaign*, United States of America (2008).
- [5] E. F. Dumitrescu, *Phys. Rev. Lett.* 120, 210501 (2018)
- [6]Barends, R., Kelly, J., Megrant, A. et al. Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance. *Nature* 508, 500–503 (2014).
- [7] Gary D. Doolen, Ronnie Mainieri, Vldimir I. Tsifrinovich, Gennady P. Berman - Introduction to quantum computer (1998)
- [8] Siddiqui, Shabnam - Quantum mechanics_ a simplified approach (2019)
- [9]Seiki Akama (auth.) - Elements of Quantum Computing_ History, Theories and Engineering Applications ,(May 2014)

[10] Dave Bacon, Cours, Quantum Computing “One Qubit, Two Qubit, Department of Computer Science & Engineering, *University of Washington*(2016)

[11] John Loeffler, IBM Introduces First Integrated Quantum Computing System for Commercial Use, *Interesting Engineering* (2019)

[12]SupriyoBandyopadhyay, Marc Cahay, Introduction to Spintronics,by*Taylor & Francis Group*, (2008).

[13]FrankTabakin, Model dynamics for quantum computing, *Annals of Physics*Volume 383, August 2017, Pages 33-78

[14]Oliver Henri, Quantum Oscillators, *John Wiley* (2011)

[15] K Kanisawa, MJ Butcher, H Yamaguchi, and Y Hirayama. Imaging of Friedel oscillation patterns of two-dimensionally accumulated electrons at epitaxially grown InAs(111)A surfaces. *Physical Review Letters*, 86(15):3384–3387, 2001.

[16]F. Delgado, and J. Fernandez-Rossier, *Physical Review B* 95, 075413 (2017).

[17] J. Friedel, *Philos. Mag.* 43, 153 (1952).

[18] J. A. Lawlor, S. R. Power, and M. S. Ferreira, Friedel oscillations in graphene, *Physical Review B* 88, 205416 (2013)

[19]MikitoKoshino, YasunoriArimura, and Tsuneya Ando, *AIP Conference Proceedings* 1504, 291 (2012).

- [20] K. Yosida, Magnetic properties of Cu-Mn alloys, Phys. Rev. 106, 893 (1957).