الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العربي التبسي –تبسة–
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم: الرياضيات والإعلام الآلي.

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر

الميدان: الرياضيات والإعلام الآلي.

الشعبة: رياضيات.

التخصص: معادلات تفاضلية جزئية وتطبيقات.

مفهوم التكامل في المنهاج الجزائري للتعليم الثانوي
دراسة مقارنة بين الجزائر والأردن

من إعداد الطالبة:

ليلى هادي

أعضاء لجنة المناقشة:

سالم عبد المالك	أستاذ محاضر –أ–	رئيسا
خليفة بوعزيز	أستاذ محاضر –أ–	مناقشا
محمود شنتي	أستاذ مساعد –أ–	مؤطرا

تاريخ المناقشة: 29/09/2020

العلامة: التقدير :

بسم الله الرحمن الرحيم

ملخص

الغرض من هذا البحث هو عرض نقاط التشابه والاختلاف بين المنهاج الجزائري والمنهاج الأردني للتعليم الثانوي في تقديم موضوع المعرفة "التكامل" وطرائق الحساب التكاملي وتطبيقاته وذلك من خلال دراسة تحليلية مقارنة بين المناهج والكتب المدرسية المقدمة في كل من الدولتين توصلنا إلى: المنهاج الجزائري والاردني يختلفان في عدة جوانب على غرار الحجم الزمني المخصص لموضوع "التكامل"، إضافة الى هيكلة تقديم هذا المفهوم، طرق الحساب التكاملي وعدد التمارين. وأن كل من المنهاجين يعتمدان طريقة المقاربة بالكفاءات التي تمكّن التلميذ من بناء المعرفة بشكل ذاتي. يمتاز المنهاج الأردني بالترتيب المحكم والمدروس حسب المصادر المعتمدة في الدراسة.

Résumé

Le but de cette recherche est de présenter les points de similitudes et de différences entre le programme algérien et le programme jordanien de l'enseignement secondaire. En présentant le thème de savoir «l'intégration» des connaissances et les méthodes de calcul intégratif et ses applications, à travers une étude analytique et comparative entre les programmes et les manuels présentés dans chacun des deux pays. On a conclu: Le programme algérien et jordanien diffèrent sur plusieurs aspects, Comme le volume de temps consacré au thème de «l'intégration», outre la structure de présentation de ce concept, les méthodes de calcul intégratif et le nombre d'exercices.et que les deux programmes sont basé sur l'approche avec des compétences qui permet à l'étudiant de construire ses propres connaissances, Le programme jordanien se distingue par sa disposition bien pensée selon les sources approuvées dans l'étude.

Abstract

The propose of this research is to present points of similarities and differences between the Algerian programm and the Jordanian programm for secondary education in presenting the topic of knowledge "integration" and methods of integrative calculation and its applications, through an analytical and comparative study between programm and textbooks presented in each of the two countries. We concluded: The Algerian and Jordanian program differ in several aspects, Such as the time volume devoted to the topic of "integral", In addition to the structure of presenting this concept, methods of integrative calculation and the number of exercises. The two programms are based on the approach with competencies that enable the student to build knowledge on his own, The Jordanian curriculum is distinguished by its well-thought-out arrangement according to the sources approved in the study.

الإهداء

الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي هَدَانَا لِهَٰذَا وَمَا كُنَّا لِنَهْتَدِيَ لَوْلَا أَنْ هَدَانَا اللَّهُ ۖ ﴿٤٣﴾

سورة الأعراف-الآية 43

الى نبض قلبي، نبع حناني، وسبب سعادتي... أمي الحبيبة.

الى سندي، رمز فخري، وتاج رأسي... أبي الغالي.

الى توأم روحي، رفيقة دربي، شريكتي في حلمي... يقظة.

الى الملوك إخوتي وزوجاتهم، الى الزهرات أخواتي وأزواجهن.

الى النشء الصاعد، أمل المستقبل، الأمراء والأميرات أبناء وبنات إخوتي.

الى صديقاتي: نوال، خديجة، بهية، أحلام.

الى كل من علمني حرفا.

ليلى

الشكر والتقدير

أحمد الله وأشكره حتى يبلغ الشكر منتهاه الذي وهبني نعمة الصحة والعزيمة ووفقني في إتمام هذا البحث والصلاة والسلام على خير وأشرف خلق الله.

أتقدم بجزيل الشكر إلى الأستاذ المؤطر **محمود شنتي** على المجهودات التي بذلها في انشاء هذه المذكرة وعلى المعلومات القيمة التي ساهمت في اثراء صفحاتها.

وأشكر أعضاء اللجنة الموقرة الدكتور **عبد المالك سالم** والدكتور **خليفة بوعزيز** على النصائح والتوجيهات السديدة المثمرة.

كما أشكر كل من قدم لي يد العون واختص بالذكر أستاذ التعليم الثانوي **أسامة رزايقية** والدكتورة قريبا ان شاء الله **بهية غنيات** على الدعم الذي لم يبخلوا به.

و**أساتذة الرياضيات بالمملكة الأردنية** الذين تواصلت معهم عبر وسائل التواصل لهم مني جزيل الشكر.

ليلى

فهرس المحتويات:

فهرس الجداول:

فهرس الأشكال:

فهرس المخططات:

مقدمة

للتكامل الرياضي أهمية كبيرة لدى الرياضيين، تكمن النشأة الأولى لهذا المفهوم ضمنيا في حساب المساحات والحجوم. من كوشي(Cauchy, 1823)، ثم ريمان (Riemann, 1854) حتى أصبحت معرفة رياضية مؤكدة. يرتكز بناء هذا المفهوم على مفهوم الدالة والنهاية والاستمرارية، نقوم خلال هذا البحث بتقديم الصعوبات المرافقة لهذا الحقل الرياضي. بالقيام بتحليل مقارن بين منهاجَي الجزائر والأردن حول هذا المفهوم الرياضي المهم "التكامل".

اعتمدنا في هذا التحليل على نموذج تنظيم المحتوى الرياضي(praxiologie) المنسوب إلى شوفلار (chevallard) الذي يعتبر اداة لتحليل الانشطة الرياضية الموجودة في البرامج التعليمية والكتب المدرسية والحصص التعليمية. والذي بدوره يعتمد على المصطلحات الأساسية الأربعة [مهمة؛ تقنية؛ تكنولوجيا؛ نظرية]، اضافة الى استعمال المنهج المقارن الذي يميز الدراسات الوصفية التحليلية .

تضم هذه المذكرة ثلاثة فصول مقدمة كما يلي:

يعرض الفصل الأول اشكالية وتساؤلات الدراسة، أسباب اختيار الموضوع، فرضيات الدراسة ثم حدود الدراسة يليه بعض المصطلحات الأساسية المستخدمة في الدراسة. فضّلنا أن تكون هذه المصطلحات في البداية حتى تساهم في توضيح بعض الأفكار الأساسية الواردة في البحث.

يشمل الفصل الثاني منهجية الدراسة والذي تطرقنا فيه للمحة تاريخية لموضوع الدراسة "التكامل" وتطوره وصولا لمفهومه الحالي. اضافة للمنهجية المتبعة في الدراسة.

يليه الفصل الثالث الذي يشمل الدراسة التطبيقية والتي تعتمد على التحليل المقارن بين منهاجي التعليم الثانوي للجزائر والأردن.

وفي الأخير اختتمنا الدراسة بخلاصة تشمل بعض النتائج المتحصل عليها وبعض الاقتراحات التي نرجو أن تساهم في التعديلات التالية للمنهاج الجزائري.

الفصل الأول

المنظور النظري للبحث

أقدم في هذا الفصل: اشكالية وتساؤلات الدراسة؛ أسباب اختيار الموضوع؛ أهمية الدراسة؛ حدود الدراسة، المفاهيم المتعلقة بموضوع الدراسة.

I. 1.اشكالية وتساؤلات الدراسة:

للقيام بهذه الدراسة قمت بطرح بعض الأسئلة:

- ✓ كيف تم تقديم المعرفة المتعلقة بموضوع التكامل في كل من المنهاجين الجزائري والأردني؟
- ✓ ما هي الصعوبات التي يواجهها الأساتذة خلال قيامهم بعملية التدريس، والتلاميذ في فترة التعلم المتعلقة بمفهوم التكامل؟
- ✓ ما سبب نفور واهمال التلاميذ لمفهوم التكامل؟

I. 2. فرضيات الدراسة:

1) يقدم كل من المنهاج الجزائري والأردني نفس المحتوى المعرفي في تقديم مفهوم التكامل.
2) يركز المنهاج الأردني على الجانب النظري للمعرفة المتعلقة بمفهوم التكامل؛ بينما يركز المنهاج الجزائري على الجانب التطبيقي.
3) تختلف المعايير المعتمدة في تقديم المعرفة المتعلقة بهذا المفهوم بين المنهاجين الجزائري والأردني.

I. 3.أسباب اختيار الموضوع:

كان **الدافع الأول** وراء اختيار هذه الدراسة هي المخاوف التي أعرب عنها حول عزوف وتراجع من قبل التلاميذ والطلاب، عن دراسة الرياضيات، وهذا ما أكدته الدراسات الوطنية والدولية على غرار: الدراسات التقييمية التي تجرى على مستوى مصالح التفتيش والتكوين، ومكاتب التقويم والتوجيه على مستوى الأكاديميات عبر التراب الوطني، وكذلك نتائج المسوح الدولية (Pisa) التي شاركت فيها الجزائر والأردن في مادة الرياضيات، والمخصص للتلاميذ في عمر الـ 15 سنة. هذا المسح يضع الجزائر في المرتبة 70 من بين 70 دولة مشاركة ,سنة 2015 بينما لم تشارك في سنتَي 2012 و2018 كما هو مبيّن في الجدول (1)، وحصلت الجزائر في هذه المسابقة على 376 نقطة وهي قيمة بعيدة عن متوسط المعدل، والمقدر بـ: 493 نقطة، يعود هذا الاخفاق إلى عدة اسباب قد تتعلق بالمنهاج أو المعلم، اضافة الى محدودية ثقافة الاختبارات الدولية لدى الأسرة التعليمية، بينما حققت المملكة الأردنية تقدما متواصلا خلال الدورات الثلاث واحتلت سنة 2018 المرتبة الثالثة من بين 13 دولة أظهرت تحسنا في الرياضيات؛ أما مسح (TIMSS, 2011) والذي غابت عنه الجزائر، فجاءت الأردن في اواخر الترتيب.

الدولة	الرتبة 2012	متوسط النتائج[1]	الرتبة 2015	متوسط النتائج[2]	الرتبة 2018	متوسط النتائج[3]
الجزائر	/	/	70/71	360/490	/	/
الأردن	61/65	386/494	63/71	380/490	55/77	400/493

جدول(01): نتائج مسح PISA للتقويم الدولي للطلبة في الرياضيات لدولتي الجزائر والأردن.

I.4.أهمية الدراسة:

بما أن البحث هو عبارة عن دراسة مقارنة بين المنهاجين الجزائري والأردني، فأهميتها تكمن في إبراز نقاط التشابه والاختلاف في دراسة موضوع التكامل بين المنهاجين، فالدراسة من جهة اخرى موجهة إلى

[1] OECD (2014), *PISA 2012* ReSultS In FocuS: WhAt 15-yeAR-oldS knoW And WhAt they cAn do WIth WhAt they knoW, PISA, OECD Publishing, Paris, p05.

[2] OECD (2016), *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education,* PISA, OECD Publishing, Paris, p44.

[3] OECD (2019), *PISA 2018 Results (Volume I):* What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris.

مصممو المنهاج، فمن خلال هذه المقارنة أحاول اظهار مواطن القوة للتأكيد عليها وأخذها بعين الاعتبار، ومواطن الضعف لتجنبها خلال إجراء التعديلات وتطوير المنهاج في المستقبل.

I.5.حدود الدراسة:

تقتصر الدراست على الحدود التالية:

- ✓ تحليل مناهج الرياضيات المعتمدة من طرف وزارة التربية والتعليم في كل من الجزائر والأردن (السنة الثالثة من التعليم الثانوي في الجزائر والصف الثاني عشر بالمملكة الأردنية) للسنة الدراسية 2020/2019.
- ✓ تحليل كتاب الرياضيات للسنة الثالثة من التعليم الثانوي في الجزائر والصف الثاني عشر بالمملكة الأردنية للسنة الدراسية 2020/2019.

I.6. مفاهيم متعلقة بموضوع الدراسة:

قبل المرور إلى الدراسة المقارنة يجدر بي ذكر بعض المفاهيم والنظريات الأساسية والتي لها علاقة بموضوع الدراسة:

I.1.6. الديدكتيك: أو **التعليمية**[4]: يرجع الأصل اللغوي للتعليمية إلى الكلمة الأجنبية "ديدكتيك" (Didactique) المشتقة بدورها من الكلمة اليونانية (Didactikos) التي تعني :علم، أو تعلم.

ولقد عرفها آدم سميث(Adam Smith, 1962) على أنها: "فرع من فروع التربية، موضوعها خلاصة المكونات والعلاقات بين الوضعيات التربوية، وموضوعاتها ووسائلها وكل ذلك في إطار وضعية بيداغوجية، وبعبارة أخرى يتعلق موضوعها بالتخطيط للوضعية البيداغوجية وكيفية مراقبتها وتعديلها عند الضرورة." وعرفها ميلاري (Mialaret, 1979) بأنها: "مجموعة طرق وأساليب وتقنيات التعليم"، أما بروسو (Brousseau 1983) فيقول: "إن الموضوع الأساسي للتعليمية هو دراسة الشروط اللازم توفرها في الوضعيات أو المشكلات التي تقترح للتلميذ قصد السماح له بإظهار الكيفية التي يشغل بها تصوراته المثالية أو رفضها."

وقال أيضا: "التعليمية هي الدراسة العلمية لتنظيم وضعيات التعلم التي يندرج فيها الطالب لبلوغ أهداف معرفية عقلية أو وجدانية، أو نفس حركية".

[4] معجم علوم التربية، مصطلحات البيداغوجيا والديداكتيك، ط1 ، ص68

نحن نعلم أن للتعليمية علاقة بالمعرفة، بينما المعرفة تتفرع إلى عدة مواد، وهذا ما يجعل من تعريف التعليمية مختلفا من مادة إلى أخرى حيث تختص كل مادة بمفاهيمها ونظرياتها وتطورها مستقلة عن باقي المواد بسبب بحثها عن حلول لمشاكلها الخاصة التي لا تتفق بالضرورة مع التعليميات الأخرى.

نخص بالذكر هنا بعض النظريات والمفاهيم المتعلقة بتعليمية الرياضيات:

I.1.1.6. نظرية أداة–موضوع: النشاط الأساسي في الرياضيات، سواء في المدرسة أو عند الباحثين المختصين هو حل المشاكل وطرح الإشكاليات. يصرح الرياضي أنه حل المشكل إذا استطاع تبرير تصريحاته في جملة من التصديقات المعروفة رياضيا (قضايا رياضية صحيحة، مبرهنات، مسلمات، تعاريف ...). بهذا المسار تنشأ المفاهيم التي لها دور **أدوات** من أجل حل المشكل. عندما يمر عمل الرياضي على المجتمع العلمي سيكون المفهوم مجردا من السياق ويتحول من جديد إلى **موضوع**.

جدلية أداة–موضوع هي عملية تهتم بتنظيم دور كل من التلميذ والمعلم أين يلعب المفهوم الرياضي بالتناوب دور **الأداة** ودور **الموضوع**.

الأداة: نقصد بالأداة وضيفتها العلمية في مختلف المشاكل أين يتدخل المفهوم في حلها. في كل مرة تلعب الأداة دورا في حفظ العلاقات بين المفهوم ومفاهيم أخرى لازمة لحل المشكل. بمعنى أننا لا نهتم بمفهوم واحد بل بشبكة من المفاهيم.

يمكن للأداة أن تنتمي إلى عدة إطارات: فيزيائية، عددية، هندسية، بيانية...إلخ. يتميز كل إطار بمواضيعه، علاقاته، وصيغه.

الموضوع: تعتبر جدلية أداة –موضوع، موضوع رياضي كمفهوم ثقافي مندمج في بناء ثقافي جدّ متسع. فالمعارف العلمية كانت في وقت ما معارف مرجعية (معرفة العالم) معروفة اجتماعيا.

باختصار، نقول عن مفهوم أنه أداة إذا تدخل في حل المشكل، ونقول عنه أنه موضوع إذا استُهدف كمعرفة رياضية ويقدم في الدرس للمتعلم.

مثال عن نظرية أداة–موضوع[5]:

لتكن الدوائر الثلاثة $C_1(O_1,\mathrm{r})$ ، $C_2(O_2,\mathrm{r})$، $C_3(O_3,\mathrm{r})$ لها نقطة مشتركة O وتقع داخل المثلث ABC بحيث تمس كل منها ضلعين منه،

برهن أن مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث ومركز الدائرة المحيطة برؤوسه والنقطة O تقع على استقامة واحدة.

الحل:

أضلاع المثلثين ABC و $O_1O_2O_3$ متوازية مثنى مثنى (الأضلاع لها نفس البعد). إذن أحدهما هو صورة للآخر بواسطة تحاكي (ليس انسحابا بسبب عدم تطابق المثلثين).

[5] أ. محمد الطاهر طالبي. **نماذج من امتحانات تعليمية الرياضيات.** المدرسة العليا للأساتذة. القبة. الجزائر. جويلية 2011. ب ص

لما كانت المراكز O_3، O_2، O_1 تقع على المنصفات الداخلية للمثلث ABC. وعليه النقاط الثلاثة تقع على استقامة واحدة.

هنا المفهوم المستعمل كأداة هو التحاك بينما المفهوم المستعمل كموضوع هو الاستقامية.

I.2.1.6. الحقل المفاهيمي: يركز على أن المفهوم لا يكون عنصرا من العلم ولا يمتلك هيكلة معرفية إلا إذا انتظم في شبكة من العلاقات مع المفاهيم الاخرى، يرمي إلى فهم التقاطعات بين المفاهيم والمعارف.

مثال: بما أن موضوع الدراسة هو التكامل فهو مرتبط إذن بمفاهيم رياضية أخرى كالنهاية، الاستمرارية، مجاميع ريمان المعادلات التفاضلية والاشتقاق...إلخ.

I.3.1.6. العقد التعليمي: هو مجموعة من العلاقات التي تحدد (بشكل صريح أو ضمني) ما يقوم به المعلم والتلميذ وبالتالي يكون مسؤولا عليه أمام الطرف الآخر.

- **الاختلاف الموجود حول العقد التعليمي[6]:**

- ✓ هناك من يراه كمجموعة من العلاقات التي تحدد صراحة أو ضمنية ما يقوم به كل من المعلم والتلاميذ.
- ✓ هناك من يراه كتحديد لحقوق وواجبات كل من المعلم والتلاميذ.
- ✓ التعلم حسب النظرة الأولى يتم عن طريق نقض العقد والتسيير الجيد للعقد في النظرة الثانية.

- **توضيح فكرة التعلم عن طريق نقض العقد:**

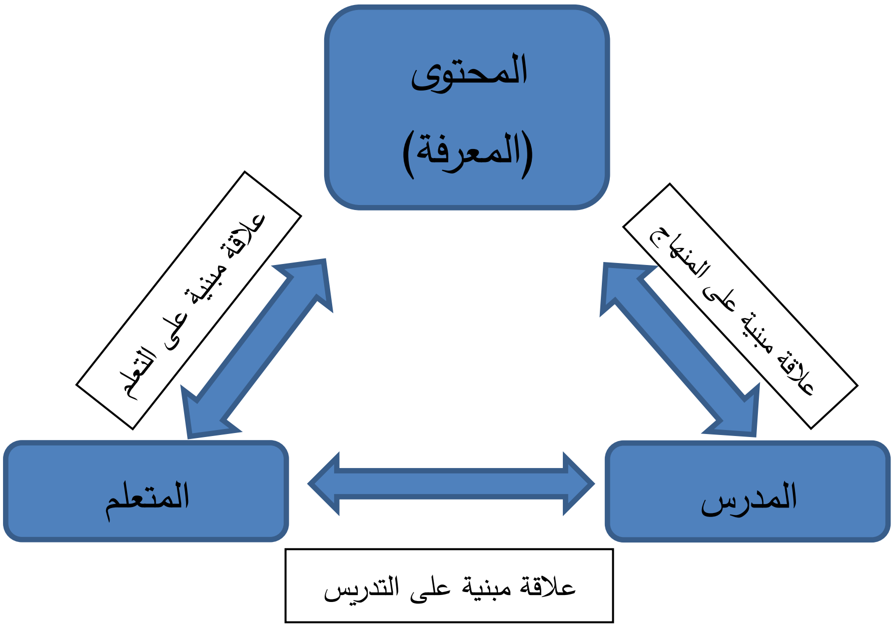
حسب باشلارد (Bachelard)، فإن كل مفهوم يعلّم يجب أن يظهر قابلا للتعليم والتلقين (القدرة على القيام بوظيفة التعليم وإظهار مكان الدرس والتمارين). لكن بروسو (brousseau) يرى أن التلميذ يمكنه إعطاء جواب دون أن يكون فاهما. فالتعلم لا يحدث عن طريق التسيير الجيد للعقد بل عن طريق نقضه.

- **آثار العقد التعليمي:**

- ✓ يذلل المعلم صعوبات التلميذ (يحلّ محله).
- ✓ يرفع المعلم من قيمة سلوك بسيط للمتعلم على أنه سلوك العالم.
- ✓ الاستعمال المكثف للتشابه.
- ✓ توقع المعلم لجواب تلميذ غير ممكن حدوثه.

I. 4.1.6. المثلث التعليمي (المثلث الديدكتيكي): لا يمكن الحديث عن الديدكتيك دون الإشارة إلى المثلث الديدكتيكي الذي يبنى على ثلاث مكونات أساسية وهي: المعرفة (محتوى مادة التدريس)، المتعلم (المستفيد من التعلم) والمدرس (الساهر على تبليغ التعلم).

[6] أ. محمد الطاهر طالبي. مرجع سبق ذكره (د ص)



مخطط (01): مخطط المثلث التعليمي.

العلاقات الديدكتيكية التي تنتج عن التشبيك بين مكونات المثلث التعليمي[7]:

- العلاقة بين المدرس والمعرفة: هي علاقة مبنية على نقل ديكتيكي (Chevallard, 1991) أي تحويل المعرفة العالمية (معرفة العالم) إلى معرفة قابلة للتدريس والاستيعاب.
- العلاقة بين المتعلم والمعرفة: هي علاقة مبنية على تمثّلات المتعلم للمعرفة وأسلوبه الخاص للتعلم.
- العلاقة بين المتعلم والمدرس: هي علاقة بيداغوجية مبنية على تعاقد بينهما بخصوص الأدوار والمهام التي سيقوم بها كل واحد في بناء التعلّمات.

I. 5.1.6..التحويل المعرفي:

تتصف المعرفة المرجعية بلاذاتية المعرفة (حذف كل المعارف والمساعي الشخصية فيما يخص الوقت أو مدة العمل) واللاسياقية المعرفة (قصد التعميم والتجريد فإنه يتم التغاضي عن المسائل المطروحة) خلافا للمعرفة التعليمية التي يجب أن تتكيف مع مستوى التلاميذ وتكون دالة لهم عن طريق إعادة السياق والذاتية لها. وتتفقان كلاهما في منهجية العمل (فرض فرضيات والتحقق من ملائمتها).

وعليه نذكر لفترة وجيزة المفهوم المألوف للتحويل التعليمي:

إن التحول المعرفي حسب شوفالار (Y . Chevallard) [(8)]:

"هو العمليات التي تطرأ على عنصر من معرفة العالم حتى يصبح معرفة للتعليم وأداة للتعلم" [(9)] .

[7] أ. محمد الطاهر طالبي. مرجع سبق ذكره.

([8]) - Yves Chevalard et marie Alberte Johena : «La Tramsposition didactique», Edition de la pensée sauvage ed :1991.

بالرجوع إلى العلاقة المؤسسية نعتبر علماء الرياضيات كمؤسسة، والمدرسة كمؤسسة أخرى، علاقة هاتين المؤسستين بموضوع معرفي ما ليست واحدة. فهناك اختلاف كبير بين رياضيات الرياضيين ورياضيات المدرسين (في المدرسة). تحويل موضوع معرفي من حالة مرجعية إلى حالة مدرسية يدعى "التحويل المعرفي"

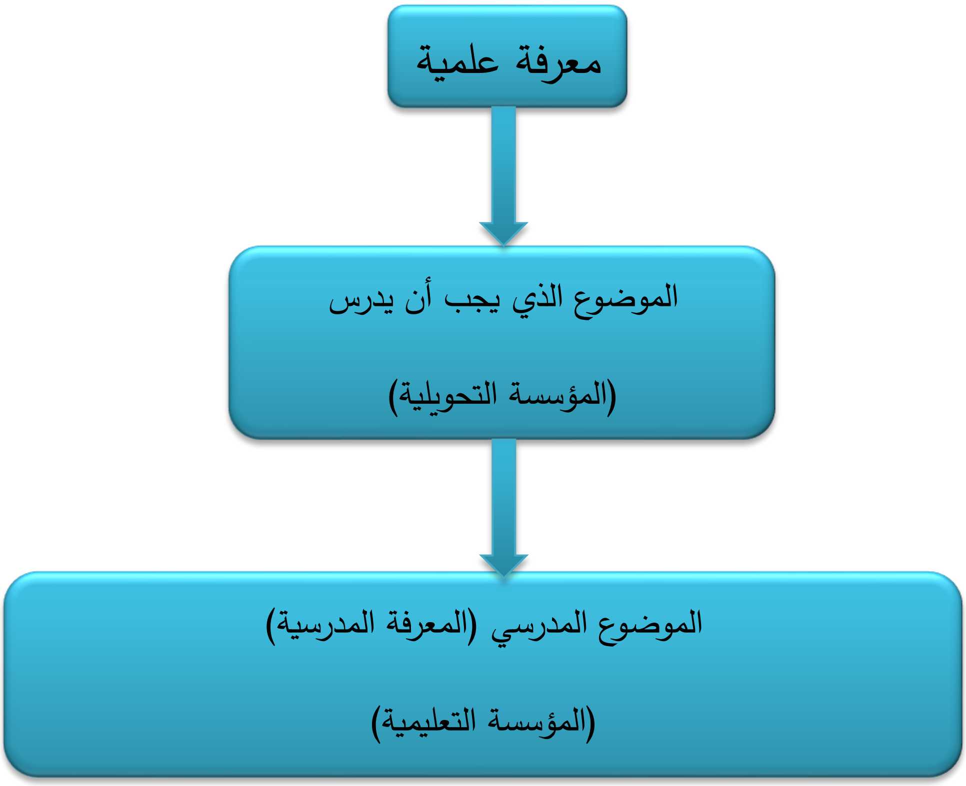
"كل معرفة S مرتبطة بمؤسسة I واحدة على الأقل حيث يتم تفعيلها مقارنة بمجال من الواقع D. النقطة الأساسية هي أن المعرفة ليست موجودة (في فراغ اجتماعي). كل معرفة تظهر في مجتمع معين كأساس في مؤسسة أو عدة مؤسسات" شوفالار (Chevallard, 1989).

كل معرفة تكون موجودة تخضع لعدة قيود نفرضها وتختلف من مؤسسة إلى أخرى. شوفلار (Chevallard, 1989) يسلم بوجود مؤسسات التحويل التي تسمح للمعرفة بالانتقال من مؤسسة إلى أخرى. مؤسسة التحويل هي مؤسسة خفية ليست مرئية كما يذكر (Chevallard, 1989) (1985).

سنتحدث عن التحويل المعرفي حيث أن المؤسسة المقصودة هي المؤسسة التعليمية، من أجل المعرفة الرياضية نستخدم مصطلح المعرفة العلمية لتعيين المرجع الذي يسمح بوجود وحياة المعرفة في المؤسسة التعليمية. يتم التحويل التعليمي حسب المخطط التالي[10]:

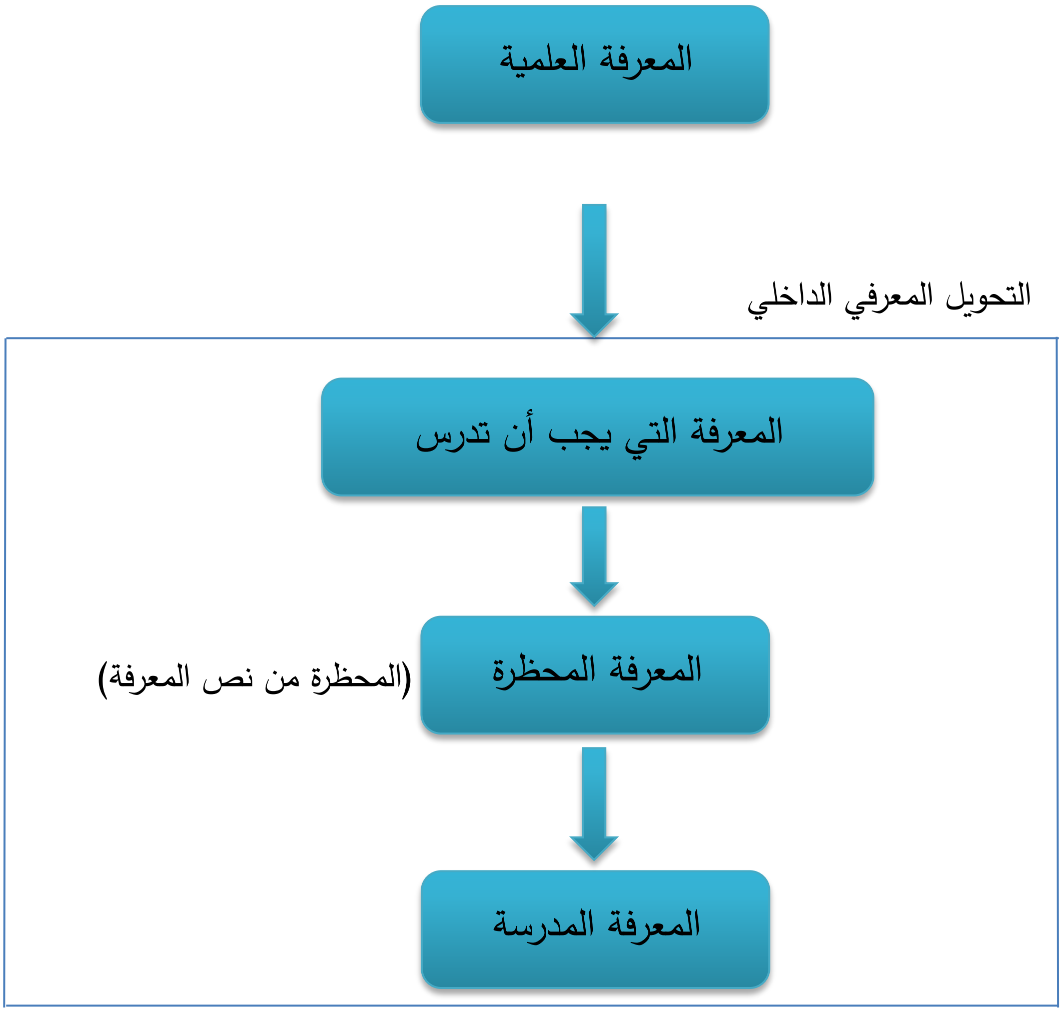
([9])-Michel Henry : «didactique de mathematique», Brochures A'I.R.E.M de Lyon, N°36, 1991, page 628.

[10] CK Tran Luong (2006), La notion d'intégrale dans l'enseignement des mathématiques au lycée: une étude comparative entre la France et le Vietnam. Mathématiques [math]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Francais p04.



مخطط (02): مخطط التحويل التعليمي.

"تفهم المعرفة النهائية والمحظرة من المعلم نتيجة للخيارات الرياضية والتعليمية المتّخذة حسب منظور المعلم للمعرفة التي يجب ان تدرَّس. تكمن هذه المعرفة المحظّرة بإبداع في واجهتين "لعالِمين" رمزا لنشاط المعلم ومنبع الممارسات في الفصول الدراسية. وهي أيضا القوّة الدافعة لنشاط الفصل".



مخطط (03): مخطط مفصل للتحويل المعرفي[11].

شكلنا هذا المخطط بأخذه من (Ravel, 2003) المفهوم النهائي للمعرفة.

من ناحية التحويل المعرفي وعلاقته بموضوع دراستنا يمكن ان نسأل عن:

- ✓ موضوع المعرفة "التكامل" لريمان والمعرفة التي يجب ان تدرس؟
- ✓ المعرفة التي يجب ان تدرس والمعرفة المحظّرة؟
- ✓ المعرفة المحظّرة والمعرفة المدرّسة؟

I.1.6. 1التطبيق العلمي للرياضيات (Praxéologie Mathématique)[12]: لتحليل العلاقة المؤسسية بموضوع المعرفة يقدم (Chevallard, 1998) مفهوم "التطبيق العلمي للرياضيات"

---

[11] CK Tran Luong p04

[12] CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique, Actes de l'U.E. de la Rochelle.

(praxéologie mathématique) لوصف تنظيم المحتوى الرياضي"OM"(Organisation Mathématique) حيث ينص على أن كل نشاط إنساني يملك تنظيما محتويا، ويتكون من الرباعي [T\ τ\ θ\ Θ] حيث:

- T: نوع المهام. يحوي على الأقل مهمة واحدة t موجودة في مؤسسة معينة.
- τ: تقنية لإنجاز المهمة t.
- θ: تكنولوجيا تبرّر هذه التقنية.
- Θ: نظرية تبرّر التكنولوجيا θ.

المهمة (tâche): هي أساس التطبيق العلمي للرياضيات ويتم التعبير عنها بواسطة فعل ك: القيام بكنس الغرفة، وتحية أحد الجيران، وتسلق السلالم والتعبير الحرفي المحدود، قراءة دليل المستخدم وقسمة عدد طبيعي على آخر وتكامل الدالة $x \to xlnx$ حيث x محصور بين $x = 1$ و$x = 2$ ، إلخ شوفالارد (Chevallard, 1998)

عندما تتشابه المهام يتم تصنيفها تحت نوع من المهام T.

التقنية (*technique*): ليكن لدينا نوع من المهام T. في التطبيق العلمي للرياضيات تحدد τ (من حيث المبدأ) طريقة لإنجاز المهام T وهذا ما يسمى التقنية (من *tekhnê* اليونانية، تطبيق المعرفة) (chevallard, 1998). التقنية لنوع المهام T التي ترتبط به (الجزء الفني).

كل من هذه التقنيات يمكن أن تعتبر أيضا مهاما.

التكنولوجيا: "تعني بالتكنولوجيا الخطاب العقلاني – الشعارات – على التقنية – الخطاب العقلاني الذي يكون هدفه الأساسي هو تبرير هذه التقنية "بشكل عقلاني"، مع التأكد من أنها تسمح بإنجاز مهام النوع T، أي، لتحقيق ما يدّعى. شوفالارد "(Chevallard, 1998).

النظرية: كل التقنيات بدورها تحتاج إلى مبرر يسمى "النظرية"

مثال:

المهمة:

t_1 : حل المعادلة: $2x + 1 = 3$.

t_2 : حل المعادلة $x + 1 = 2x - 4$.

هما مهمتان مأخوذتان من نفس نوع المهام T حل معادلة من الدرجة الأولى.

التقنية:

- انشر.
- انقل المعاليم إلى طرف والمجاهيل إلى طرف.
- بسط المعادلة.
- حل المعادلة من الشكل $ax = b$.

كل من هذه التقنيات يمكن أن يحل محل مهمة.

التكنولوجيا:

بالنسبة **إلى العنصر** "انقل المعاليم إلى طرف والمجاهيل إلى طرف" التكنولوجيا تعطى بالقاعدة

$a + c = b + c$ اذا وفقط اذا كان $a = b$

النظرية: $(\mathbb{R}, +,*)$ هي حلقة تجميعية.

من جانب التطبيق العلمي للرياضيات أعيد صياغة بعض الأسئلة الأولية:

- ما هي التقنيات المرتبطة التي تدرس؟
- ما هي أفضل التقنيات؟
- ما هي الخطابات التكنولوجية التي تبرر هذه التقنيات؟
- ما هي العناصر النظرية المرتبطة بهده الخطابات المقدمة في كل من المؤسستين؟
- كيف تتطور مع الوقت انواع المهام؟ التقنيات؟ التكنولوجيا؟ ولماذا؟

الفصل الثاني

منهجية الدراسة

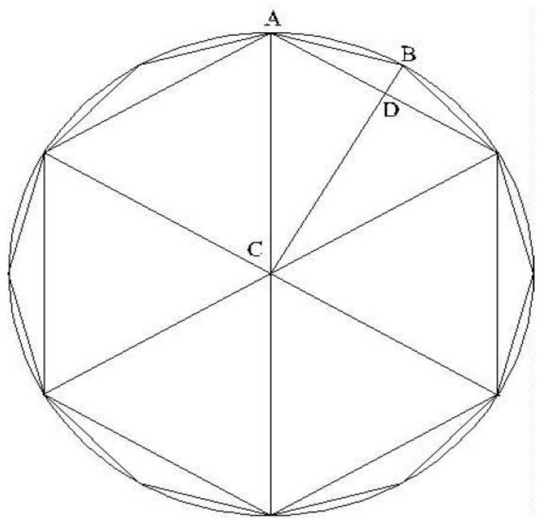
في هذا الفصل أقوم بتقديم لمحة تاريخية عن مفهوم التكامل نشأته وكيف وصل إلينا بمعناه المعاصر، اضافة للمنهجية المتبعة في الدراسة.

II.1. تاريخ التكامل:

تاريخ حساب التكامل لديه تطور مثير للاهتمام. يبدأ باليونان القديمة وينتهي في أوروبا في القرن التاسع عشر. ولكن ما هو حساب التكامل؟ أبسط موضوع في مضمونه هو حساب المساحة أسفل منحنى معين. تتضمن التطبيقات الأكثر تقدمًا العثور على المساحات والأحجام والقيم المتوسطة وما إلى ذلك، بشكل أكثر دقة. يتضمن التكامل نهاية مجموع دالة على منطقة متناهية الصغر. باتباع تطور هذه الأفكار من هندسية إلى مجردة، يتم رسم صورة عن كيفية تقدم الفكر الرياضي عبر العصور الحضارية.

نظر الفلاسفة الإغريق مثل أفلاطون إلى الرياضيات على أنها أعلى من العالم الحقيقي لأنها شيء لا يمكن فهمه إلا من خلال العقل. علماء الرياضيات اليونانيون الذين كانوا على علاقة بإيجاد المساحات هم أنطيفون (Antiphon) وايدوكسوس (Eudoxus) واقليدس (Euclid) وأرخميدس (Archimedes). في الواقع، اقترب أرخميدس من تطوير حساب التفاضل والتكامل الحديث. وهكذا بدأت رحلتنا لفهم تاريخ التكامل منذ أكثر من 2500 عام.

كان أنطيفون ((Ἀντιφώ) Antiphon) الذي ولد حوالي 430 قبل الميلاد. أول يوناني ينظر في مشكلة المساحات كانت مساهمته أن يكون أول من وضع "طريقة الاستنفاد". التي تهدف إلى رسم مضلعات منتظمة داخل دائرة وتقسيمها في كل مرة بشكل منتظم الى أن يصبح الفرق بين مساحة المضلع (المعلومة) ومساحة الدائرة (المجهولة) مهملا كما موضح في الشكل التالي:



الشكل (01): رسم هندسي يوضح طريقة الاستنفاد.

استخدم اقليدس (Euclid) هذه الطريقة على نطاق واسع وأثبت من خلالها أن مساحة الدائرة تتناسب مع نصف قطرها وذلك موضح في قانون مساحة الدائرة (نصف القطر مربع مضروب في العدد π: $A = \pi r^2$)

قام أرخميدس(Archimedes) بتطبيق هذه الطريقة على العديد من المنحنيات، بما في ذلك الأشكال الصلبة مثل الكرات والأقماع، بالإضافة إلى منحنيات المستوى مثل القطع المكافئ. فيما يلي ملخص لطريقة أرخميدس: للعثور على المساحة التي يحدها القطع المكافئ. يبدأ أرخميدس بقطع مكافئ ويقوم ببناء العديد من المثلثات منه. باستخدام خصائص مختلفة للمثلثات والأجزاء، يستطيع أرخميدس أن يجد أن المساحة الواقعة تحت قطع مكافئي هي 3/4 من مساحة المثلث المدرج في ذلك القوس. هنا يأتي دور طريقة الإرهاق. اعتبر أرخميدس المزيد والمزيد من المثلثات لملء المساحة تحت القطع المكافئ. ما وجده يعادل سلسلة هندسية حديثة. ما هو مثير للاهتمام هو أن أرخميدس يستخدم البرهان بالخلف لإظهار أن هذه السلسلة لا يمكن أن تختلف عن القيمة الحقيقية. وهذا يعني أن السلسلة تتقارب نحو هذه القيمة. ومع ذلك، لم يستخدم أرخميدس مفاهيم مثل النهاية والتقارب. كما هو معتاد في طريقة الاستنفاد، يتوقف أرخميدس بعد عدد محدود من المصطلحات وهو مقتنع بأنه يمكن أن يجعل الاختلاف خلاف بين القيمة التقريبية والقيمة الحقيقية الصحيحة أصغر ما يمكن.

II. 2. النظرية الأساسية للحساب التكاملي (Fundamental theorem of integral calculus) FTIC[12]:

من أجل كل دالة f مستمرة على المجال $[a,b]$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_a^b f(t)dt = f(x) \quad \text{حيث} \quad a < x < b \qquad (1)$$

و إذا كانت $F'(x) = f(x)$ من أجل كل x من المجال $[a,b]$

$$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a) \qquad (2)$$

تُعرف المعادلة (1) بجزء معكوس المشتق للنظرية الأساسية لحساب التكامل لأنها توضح كيفية استخدام التكامل المحدود لبناء معكوس المشتق. المعادلة (2) تُعرف بجزء التقييم (تحديد قيمة التكامل) للنظرية الأساسية للتكامل لأنها توضح كيفية استخدام معكوس المشتق لتحديد قيمة 17التكامل المحدود.

عندما ننتقل إلى القرن السابع عشر، لا يمكن العثور على التكاملات والمشتقات بالمعنى الحديث ، ولا حتى الدوال موجودة مثل فهمنا الحالي. بدلاً من الدوال، تكون المواضيع التي يتم تطبيق التفاضل والتكامل عليها منحنيات. من المفهوم أن التكاملات هي مساحات ويتم تعريف المشتقات من قبل ليبنيز(Leibniz) بميل الوتر.

وراء هذه الرؤية الهندسية لحساب التفاضل والتكامل، هناك أيضًا فهم ديناميكي لحساب التكامل. هذه هي وجهة النظر التي يفضلها **نيوتن(Newten)** عندما يتحدث عن الطلاقة (الكميات المتغيرة) والتدفقات (معدلات التغير في هذه الكميات)، إن عبقرية نيوتن وليبنيز تكمن في قدرتهما على التحرك بسهولة بين التراكيب الهندسية والديناميكية لحساب التفاضل والتكامل، حتى أكثر من إدراك أنه يعكس طبيعة التكامل والتفاضل. يسلم ليبنيز (Liebniz) على أن التكامل باعتباره تراكمًا أو تجميعًا للمساحات متناهية الصغر. يستخدم نيوتن نماذج هندسية للتفكير في علاقات التسارع والسرعة والمسافة.

ينظر الفهم الديناميكي للنظرية الأساسية للحساب التكاملي إلى الدالة المراد مكاملتها كمعدل للتغيير والتكامل المحدود كتراكم لهذا التغيير. هذه الفكرة تكمن وراء تكامل ليبنيز(Liebniz) كمجموع من اللانهائيات، ولكنها أكثر وضوحا في حساب التفاضل والتكامل كما كشفها نيوتن (Newten). المثال

---

[2]Foresta, S., Goldman, L (19..), Principia Mathematica Historallis Integratus. Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.127.5435&rep=rep1&type=pdf

الرئيسي للنهج الديناميكي ينظر إلى المشتق كسرعة، مع المسافة المقطوعة كتراكم لزيادات صغيرة من المسافة تتناسب مع السرعة في وقت معين.

النظرية الأساسية لحساب التكامل في القرن 19:

كجانب مثير للاهتمام، ينظر كوشي (Cauchy) في مسألة كيفية الترميز إلى التكامل المحدود، ويقدم ثلاثة خيارات للاستخدام:

$$\int_a^b f(x)dx \quad ، \int f(x)dx \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} \quad ، \int f(x)dx \begin{bmatrix} x=b \\ x=a \end{bmatrix}$$

بينما تم التعرف على حساب التفاضل والتكامل كما هو معروف في أواخر القرن السابع عشر وأوائل القرن الثامن عشر ليكون له تطبيقات واسعة. كان أولر(Euler) هو المسؤول بشكل أساسي عن التحول من استخدام المنحنى في استنتاج مساحة التكامل الى استخدام الدوال مباشرة. وكان ذلك يقتصر على الدوال التي يمكن التعبير عنها من خلال مرجع قياسي للدوال الأساسية، وهو مرجع تم توسيعه تدريجياً ليشمل جميع الدوال التي يمكن التعبير عنها كسلسلة قوى.

على الرغم من أهمية النظرية الأساسية للتكامل، لم يشر كوشي(Cauchy) ولا علماء الرياضيات الفرنسيون اللاحقون في القرن التاسع عشر إلى هذه النظرية على أنها "أساسية"، لقد أدى تقديم سلسلة فوربيه (Fourier) في أوائل القرن التاسع عشر إلى توسيع مفهوم الدالة، وتحت مؤثر ديريكليه(Direchlet)، وبيرستراس (Weirstrass)، وغيرهم، ساهم ذلك في المفهوم الحالي مفهوم التكامل

وفي العصر الحديث قدم العالم الألماني ريمان (Reimann) التكامل باعتباره

نهاية لما يعرف بمجموع ريمان في سياق ايجاد المساحات، ونتيجة للحاجة الماسة في التطبيقات الواقعية للتكامل فقد ظهر اهتمام خاص بالتكامل العددي. وهناك العديد من الطرائق الشائعة في التكامل العددي أشهرها قاعدة شبه المنحرف وقاعدة سيمبسون.

ومن الطرائق التي في مجال التكامل العددي نقطة المنتصف (Midpoint rule) وقاعدة شبه المنحرف (Trapezoidal rule) وقاعدة سيمبسون (Simpson's rule) وغيرها. على الرغم من أن طرائق التكامل العددي تعطي نتائج مقبولة ودقيقة في أغلب الأحيان إلا أنها تعاني من بعض حالات الضعف،

خاصة عنما تكون أبعاد التكامل كبيرة، وكذلك عندما تكون الدوال قيد الدراسة عبارة عن دوال معقدة البنية الرياضياتية.

تكامل ريمان (Reimann)[13]:

تكامل ريمان للدالة f في المجال $[,b]$ معرف كالآتي:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_{i \to 0}} \sum_{i=1}^{n} f(z_i)\Delta x_i \qquad (3)$$

عندما الأرقام $x_0, x_1, \dots, x_n$ تحقق $a = x_0 \leq x_1 \leq \cdots \leq x_n = b$ وعندما $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ لكل $i = 1,2, \dots, n$ و z_i هي اختيار عشوائي من المجال $[x_{i-1}, x_i]$.

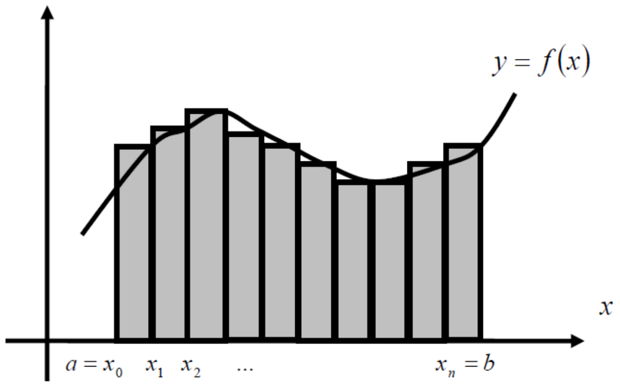
كل دالة مستمرة f على المجال $[a,b]$ قابلة للتكامل ريمانيا على المجال $[a,b]$. وهذا يسمح لنا (من أجل سهولة الحساب) باختيار نقاط z_i بمسافات متساوية في المجال $[a,b]$. ولكل $i = 1,2, \dots, n$ نختار $z_i = x_i$ وبهذه الحالة يصبح التكامل كالآتي:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \to +\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

$$\cong \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^{n} f(x_i)}{n}(b-a) \quad \dots (4)$$

إن معدل قيم الدالة $m = \frac{\sum_{i=1}^{n} f(x_i)}{n}$ يمكن اعتماده كقيمة وسطى لحساب التكامل و**الشكل (02)** يوضح طريقة حساب القيمة التقريبية للتكامل كمجموع مساحات.

[13] محمد عبد الرزاق محمد الطائي؛ **استخدام التحسينات لتحسين طريقة ريمان العددية لحساب التكاملات**، العدد(1)، المجلد (24)، 2011،قسم علوم الحسابات، كلية التربية، جامعة الموصل، الموصل، العراق، ص 152.



الشكل (02): توضيح كيفية تقريب المساحة بتقنية ريمان.

منهجية الدراسة:

نستخدم في هذه الدراسة اداة للتحليل المتمثلة في نظرية التطبيق العلمي للرياضيات (praxéologie mathématique)[14] لـ:(Chevallard, 1998) التي تطرقنا اليها في الفصل السابق، والتي تنص على ان كل نشاط رياضي يملك تنظيما للمحتوى من اربعة عناصر [T\ τ\ θ\ Θ]:

- T: نوع المهام. يحوي على الأقل مهمة واحدة t موجودة في مؤسسة معينة.
- τ: تقنية لإنجاز المهمة t.
- θ: تكنولوجيا تبرّر هذه التقنية.
- Θ: نظرية تبرّر التكنولوجيا θ.

اضافة الى استعمال المنهج المقارن الذي يختص بالدراسات الوصفية التحليلية، حيث قمنا في الخطوة الأولى بتحليل مجموعة من الوثائق التي توفر البيانات الضرورية (المنهاج والكتاب المدرسي)، وهذا في كلا السياقين (الجزائر والأردن)، وفي الخطوة الثانية مقارنتها من خلال استعمال المنهج المقارن.

14 CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L’approche anthropologique, Actes de l’U.E. de la Rochelle.

الفصل الثالث

الجانب التطبيقي

يخصّص هذا الفصل للتحليل المقارن بين الصفوف النهائية[15] للتعليم الثانوي في الجزائر والأردن حول موضوع المعرفة "التكامل" من خلال دراسة المنهاج والكتاب المدرسي لكل من المؤسستين؛ من خلال هذا التحليل أضع فرضيات وأسئلة تبين أوجه التشابه والاختلاف في العلاقة المؤسسية مع مفهوم المعرفة "التكامل" في كل من المؤسستين.

لهذا التحليل، أخذت المراجع التالية كمراجع أولية:

-**التفاضل والتكامل**[16].

-**حساب التفاضل والتكامل**[17].

-**التكامل**[18].

-**طرق التكامل**[19].

والتي تمكّن من تحديد أنواع مختلفة من المهام المتعلقة بموضوع التكامل أبرزها النوع "أحسب" و"أوجد" وترتبط بأربع مفاهيم أساسية: ***التكامل غير المحدود***، ***التكامل المحدود***، ***طرائق الحساب التكاملي*** و***تطبيقات التكامل***.

يقود هذا إلى صياغة الأسئلة الأولية التي ستكون بمثابة إطار لهذا التحليل المؤسسي:

- ما أنواع المهام الموجودة؟
- ما هي تقنيات الحساب المقدمة؟
- ما هي تطبيقات التكامل الموجودة؟

للإجابة عن هذه الأسئلة أقوم بدراسة الكتاب المدرسي والمنهاج لكل من المؤسستين.

---

[15] نذكر هنا ان السنة النهائية للتعليم الثانوي في الأردن، تسمى السنة الثانية عشر

[16] د.رمضان محمد جهيمة ود. أحمد عبد العالي هب الريح، **التفاضل والتكامل (الجزء الأول)**، دار الكتاب الجديد المتحدة، ليبيا، الطبعة الأولى،2002.

[17] مندلسون وآخرون، **حساب التفاضل والتكامل (ملخصات ايزي شوم)**، الدار الدولية للاستشارات الثقافية، مصر، (دط)، (دت).

[18] عدنان داود الأثري، **الرياضيات والاقتصاد (نظرية وتطبيق)**، دار جرجير،عمان، الأردن،2018، ص من 96 إلى 110.

[19] إميل شكر الله، **طرق التكامل (المعادلات التكاملية من النوع الثاني)**، رسالة دكتوراه في التكامل، جامعة المنوفية، المنوفية، مصر،2019.

II.1. دراسة المنهاج:

II.1.أ. منهاج الجزائر:

تم تطبيق المنهاج الجديد للسنة الثالثة من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي الخاص بشعب الرياضيات، التقني الرياضي والعلوم التجريبية انطلاقا من السنة الدراسية 2007-2008 ومر على عدة تعديلات واصلاحات متعاقبة، هذا المنهاج يعتمد على نهج "**المقاربة بالكفاءات**" التي تعطي الأولوية لدور التلميذ في بناء المعرفة وتوظيفها أكثر من اعطاءه الأولوية للمعرفة ذاتها". يتم تقديم هذا البرنامج خلال السنة الدراسية حسب التوزيع الزمني الممثل في الجدول التالي (وزارة التربية الوطنية، 2018):

المادة: رياضيات	المستوى: سنة ثالثة ثانوي	الشعبة رياضيات		الشعبة تقني رياضي		الشعبة علوم تجريبية	
الفصل الأول	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	أسبوعان وساعتان	16 ساعة	أسبوعان ونصف	14 ساعة	4 أسابيع	13 ساعة
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان	12 ساعة
	الدوال العددية (النهايات)	أسبوع	7 ساعات	أسبوع	6 ساعات	3 أسابيع تقريبا	7 ساعات
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	أسبوع+5ساعات	12 ساعة	أسبوع و نصف	10ساعات		7 ساعات
	المتتاليات العددية	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان	11 ساعة
	الأعداد والحساب	أسبوع	7 ساعات	أسبوع	6ساعات		
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان	10ساعات
الفصل الثاني	الأعداد والحساب	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة		
	الاحصاء والاحتمالات	أسبوعان	15 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان ونصف	13 ساعة
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	3 أسابيع	21 ساعة	3 أسابيع ونصف	21 ساعة	4أسابيع ونصف	22 ساعة
	الدوال الأصلية	أسبوع	6 ساعات	نصف أسبوع	3ساعات	أسبوع	5 ساعات
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان	10ساعات
الفصل الثالث	الدوال الأصلية (تابع)			نصف أسبوع	3ساعات		
	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	10 ساعة	أسبوع ونصف	9ساعات	أسبوع ونصف	8 ساعات
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان و نصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	15ساعة	3أسابيع ونصف	17 ساعة
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوع ونصف	9ساعات	أسبوع	5 ساعات

جدول (02): جدول التقسيم الساعي لمادة الرياضيات سنة ثالثة ثانوي.

وبالتالي، يتم عرض موضوع المعرفة "التكامل" في نهاية الفصل الثاني وبداية الفصل الثالث، في 16 ساعة بالنسبة لشعبة الرياضيات؛ 15 ساعة بالنسبة لشعبة تقني رياضي؛ 13 ساعة بالنسبة لشعبة العلوم التجريبية، وتتمثل الكفاءات المستهدفة للسنة الثالثة ثانوي فيما يخص موضوع الدراسة :

المحتوى	الكفاءات المستهدفة
الدوال الأصلية (تعريف، خواص، أمثلة لدوال أصلية**)**	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين الدوال الأصلية لدوال مألوفة. تعيين الدالة الأصلية للدالة التي تأخذ قيمة y_0 من أجل القيمة x_0 للمتغير.
الحساب التكاملي (تعريف، خواص، حساب مساحات سطوح مستوية).	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. توظيف القيمة المتوسطة لدالة في الاحتمالات والاحصاء. استعمال التكامل بالتجزئة. توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال اصلية حساب حجم لمجسمات بسيطة. توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة.

جدول (03):الكفاءات المستهدفة حسب المنهاج الجزائري للتعليم الثانوي

II.1.ب. منهاج الأردن:

يدرس التكامل في المملكة الأردنية حيث يتم تقديم موضوع المعرفة "التكامل" في 30 ساعة للفرعين العلمي والصناعي؛ انطلاقا من بداية الفصل الدراسي الثاني.

ونجد النتاجات (أو الكفاءات المستهدفة) للفرعين العلمي والصناعي تتمثل في:

المحتوى	الكفاءات المستهدفة
الدوال الأصلية	التعرف على معكوس مشتقة لدالة مستمرة.
التكامل غير المحدود	التعرف على قواعد التكامل غير المحدود وحسابه لدوال كثيرات الحدود والدوال الأسية ولوغاريتمية والكسرية.
التكامل المحدود	التعرف على التكامل المحدود وخصائصه وحسابه لدوال معطاة.
طرائق الحساب التكاملي	• ايجاد مشتقة الدوال الأسي الطبيعي وتكامله. • التعرف على طريقة التكامل بالتعويض واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات. • التعرف على طريقة التكامل بالأجزاء واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات. التعرف على طريقة التكامل بالكسور الجزئية واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات.
تطبيقات الحساب التكاملي	• استخدام التكامل لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين ثلاث منحنيات على الأكثر. • حل معادلات تفاضلية. • حل مسائل من الواقع تتضمن علاقات ضمنية.

جدول (04): الكفاءات المستهدفة حسب المنهاج الأردني.

1.ج. المقارنة :لتسليط الضوء للأهمية المعطاة للمعرفة المتعلقة بـ"التكامل" في كل من الجزائر والمغرب قارت بين منهاجي البلدين، يوضح الجدول التالي الأهمية المعطاة للمحتويات التي تبدو أكثر أهمية بالنسبة للمنهاجين.

	الجزائر	الأردن
الكفاءات المستهدفة	. تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. . تعيين الدوال الأصلية لدوال مألوفة. . تعيين الدالة الأصلية للدالة التي تأخذ قيمة y_0 من أجل القيمة x_0 للمتغير. . توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. . توظيف القيمة المتوسطة لدالة في الاحتمالات والاحصاء. . استعمال التكامل بالتجزئة. . توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال اصلية. . حساب حجم لمجسمات بسيطة. . توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة.	. التعرف على معكوس مشتقة لدالة مستمرة . . التعرف على قواعد التكامل غير المحدود وحسابه لدوال كثيرات الحدود والدوال الأسية ولوغاريتمية والكسرية. . التعرف على التكامل المحدود وخصائصه وحسابه لدوال معطاة. . ايجاد مشتقة الدوال الأسي الطبيعي وتكامله. . التعرف على طريقة التكامل بالتعويض واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات. . التعرف على طريقة التكامل بالأجزاء واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات. . التعرف على طريقة التكامل بالكسور الجزئية واستخدامها في ايجاد بعض التكاملات.. . استخدام التكامل لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين ثلاث منحنيات على الأكثر. . حل معادلات تفاضلية. . حل مسائل من الواقع تتضمن علاقات ضمنية.
الحجم الزمني	13-16 سا	30 سا
الموقع داخل البرنامج	نهاية الفصل الثاني وبداية الفصل الثالث للسنة النهائية.	بداية الفصل الدراسي الثاني للسنة النهائية.

جدول (05): المقارنة بين الكفاءات المستهدفة.

من خلال تحليل المنهاجين واستخراج الكفاءات المستهدفة منهما استطعت تدوين الملاحظات التالية:

1) يوظف المنهاج الجزائري من بين طرائق حساب التكامل طريقة التكامل بالتجزئة فقط، على عكس المنهاج الأردني.

2) لم يتم ذكر مصطلحي التكامل غير المحدود والتكامل المحدود بشكل صريح في المنهاج الجزائري.

3) ذكر رمز التكامل بشكل متأخر وتقديم موضوع المعادلات التفاضلية.

4) الخواص والطرائق كلها تحت عنوان وحيد: "**الحساب التكاملي**".

5) منهاج الأردن يملك تنظيم محكم في تقديم الدروس وترتيبها.

7) الحجم الزمني: يمثل الحجم الزمني بالنسبة للمنهاج الأردني المخصص لموضوع الدراسة "التكامل" ضعف الحجم الزمني المخصص في المنهاج الجزائري، ومن هنا نستطيع أن نقول أن هناك متسع من الوقت بالنسبة للمنهاج الأردني مقارنة بالمنهاج الجزائري للتعمق أكثر في موضوع المعرفة "التكامل".

8) موقع التوزيع الزمني داخل البرنامج: فيما يخص تموقع موضوع التكامل داخل البرنامج نلاحظ أن المنهاج الأردني حظي بالأفضلية كون الفصل الثالث دوما ما يكون وقت تعويض للدروس المتأخرة من الفصلين الأول والثاني، بسبب كثرة الاضرابات خاصة في السنوات الأخيرة بالنسبة للجزائر بالإضافة الى ما يسمى تسقيف الدروس في شهادة البكالوريا مما يؤثر على اهتمام التلاميذ بموضوع المعرفة "التكامل".

2.II. دراسة الكتاب المدرسي:

2.II.أ. في الجزائر[6]:

يتم تقسيم كتاب الرياضيات للسنة الثالثة ثانوي للشعب: رياضيات، تقني رياضي، وعلوم تجريبية الى ستة أبواب. يحتل موضوع المعرفة "التكامل" البابَين:

5. الدوال الأصلية.

6. الحساب التكاملي

المقسمين كباقي الأبواب كما يلي:

- أنشطة تمهيدية.
- الدرس.

[6] وزارة التربية الوطنية **الرياضيات الجزء الأول (السنة الثالثة من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي الشعب: رياضيات، تقني رياضي، علوم تجريبية)**، الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية،(دط)، الجزائر، 2008.

- طرائق وتمارين محلولة.
- أعمال موجهة.
- استعد للبكالوريا.
- تمارين ومسائل.
- اختبر معلوماتك.

تحليل الباب الخامس "الدوال الأصلية":

يستهدف هذا الباب الكفاءات التالية:

- ❖ تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال.
- ❖ تعيين الدوال الأصلية لدوال مألوفة.
- ❖ الدالة الأصلية التي تأخذ قيمة معلومة من أجل قيمة معطاة للمتغير.
- ❖ حل معادلات تفاضلية من الشكل $y' = f(x)$ و $y'' = f(x)$.

اكتفي في هذا الباب بالتطرق الى جزء الدرس.

جزء الدرس:

- الدوال الأصلية.

يعرف الكتاب المدرسي الدالة الأصلية لدالة f على مجال I كالآتي:

تعريف 01: f دالة معرفة على مجال I

نسمي دالة أصلية للدالة f على مجال I كل دالة F قابلة للاشتقاق على I مشتقتها F' هي f.

من أجل كل x من I $F'(x) = f(x)$.

ويعرف مجموعة الدوال الأصلية لدالة مستمرة بـ: $x \to F(x) + k$ حيث k عدد حقيقي ثابت و $f(x)$ هي دالة أصلية لِ f.

يذكر الكتاب ايضا **الدالة الأصلية التي تأخذ قيمة معلومة من أجل قيمة للمتغير** x .

- حساب الدوال الأصلية.

يبين الجدول التالي بعض الدوال الأصلية لدوال مألوفة المدرجة في الكتاب:

$f(x) =$	$F(x) =$	$I =$
a $\left(a \text{ عدد حقيقي}\right)$	$ax + c$	$\mathbb{R}$
x	$\frac{1}{2}x^2 + c$	$\mathbb{R}$
$(n \in \mathbb{N}^*)x^n$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + c$	$]0; +\infty[$ أو $]-\infty; 0[$
$\left(n \geq 2 \text{ و } n \in \mathbb{N}\right)\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$	$]0; +\infty[$ أو $]-\infty; 0[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$	$]0; +\infty[$
$\sin x$	$-\cos x + c$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x + c$	$\mathbb{R}$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + c$	$(k \in \mathbb{Z}) \left]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$

جدول(06): الدوال الأصلية لدوال مألوفة.

كما يبين الجدول التالي بعض العمليات على الدوال:

الدالة f	الدوال الأصلية للدالة f على I	شروط على الدالة u
$u'u$	$\frac{1}{2}u^2 + c$	
$(n \in \mathbb{N}^*)u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + c$	من أجل كل x من I، $u(x) \neq 0$
$(n \geq 2 \text{ و } n \in \mathbb{N})\frac{u'}{u^n}$	$-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}} + c$	من أجل كل x من I، $u(x) \neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$	من أجل كل x من I، $u(x) > 0$

جدول(07): الدوال الأصلية والعمليات على الدوال.

- **المعادلات التفاضلية.**

يتم تعريف المعادلات التفاضلية كما يلي:

تعريف: معادلة تفاضلية هي معادلة:

1. المجهول فيها دالة غالبا ما نرمز إليها بالرمز y ، z أو اي حرف آخر.

2. تظهر فيها بعض مشتقات y (المشتقة الأولى y' أو مشتقات أخرى من رتبة أكبر $y"$ ...)

3. نسمي حلا لمعادلة تفاضلية (E) في مجال I كل دالة φ تحقق (E) في I.

وذُكر في الكتاب المدرسي تعريف المعادلات التفاضلية من الشكل $F' = f(x)$ و $y" = f(x)$ ومن الشكل $y" = -\omega^2 y$.

نجد في هذا الباب التقنيات:

τ_1/ استخدام اشتقاق الدوال الأصلية.

τ_2/ تعويض قيمة المتغير في الدالة الأصلية لإيجاد قيمة الثابت k.

τ_3/ حساب الفرق: $F(x) - G(x)$.

τ_4/ التعرف على شكل الدالة u وايجاد مشتقتها و**تعويضها** في كتابة شكل الدالة إلى أحد الأشكال: $u'u^n$؛ $\frac{u'}{u^n}$؛ $\frac{u'}{\sqrt{u}}$؛ والشكلين: $\frac{u'}{u}$ و $u'e^u$ ثم استنتاج دوال أصلية لها (هذه التقنية موجودة في الكتاب المدرسي فقط وهي غائبة في المنهاج.

تشترط هذه التقنيات وجود الدالة الأصلية في معطيات التمرين وتعتمد على العناصر التكنولوجية التالية:

ET1/ الاشتقاقية

ET2/ جدول الدوال الأصلية لدوال مألوفة

ET3/ الخاصية المذكورة في النص: $F(x) - G(x) = k$

تعتمد τ_4 على العنصر التكنولوجي ET2 : جدول الدوال الأصلية والعمليات على الدوال.

تحليل الباب السادس "الحساب التكاملي":

تتمثل الكفاءات المستهدفة لهذا الباب في:

- توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى.
- استعمال التكامل بالتجزئة.
- حساب حجوم لمجسمات بسيطة.
- توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة.

اكتفي في هذا الباب بالتطرق الى جزء الدرس.

نجد أن مفهوم "تكامل ريمان" لم يُذكر بشكل صريح إنما تم التطرق له في النشاط التمهيدي وفي الدرس تحت عنوان: **الدالة الأصلية ومساحة حيز تحت منحن.**

خاصية: f دالة مستمرة وموجبة على مجال I. a و b عددان حقيقيان من I حيث $a \leq b$.

(C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس $(O; A, B)$ و F دالة أصلية لِ f على I .

مساحة الحيز تحت المنحني (C_f) بين العددين a وb هو العدد الحقيقي $F(b)-F(a)$.

كما نجد **تعريف التكامل** كالآتي:

تعريف: f دالة مستمرة على مجال I. a وb عددان حقيقيان من I إذا كانت F وG دالتين أصليتين للدالة f على I فإنه يوجد عدد حقيقي k بحيث من أجل كل x من I، $G(x)=F(x)+k$.

لدينا: $G(b)-G(a)=[F(b)+k]-[F(a)+k]=\mathrm{F(b)-F(a)}$

نلاحظ هكذا أن العدد $\mathrm{F(b)-F(a)}$ مستقل عن اختيار الدالة الأصلية للدالة f على المجال I.

تعريف: f دالة مستمرة على مجال I. a وb عددان حقيقيان من I.

يسمى العدد الحقيقي $\mathrm{F(b)-F(a)}$ حيث F دالة أصلية للدالة f على I، التكامل من a إلى b لِـ f

ونرمز إليه بالرمز: $\int_a^b f(x)dx$. نقرأ: "التكامل من a إلى b لِـ $f(x)$ تفاضل x".

أما بالنسبة لـ "خواص التكامل" فلدينا:

علاقة شال: $\int_a^b f(x)dx+\int_b^c f(x)dx=\int_a^c f(x)dx$

الخطية: $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

$\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$

والمقارنة:

خواص:

f وَ g دالتان مستمرتان على مجال $[a;b]$

(1) إذا كان من أجل كل x من $[,b]$ ، $f(x)\geq 0$ فإن $\int_a^c f(x)dx\geq 0$.

(2)إذا كان من أجل كل x من $[,b]$ ، $f(x)\geq g(x)$ فإن $\int_a^c f(x)dx\geq \int_a^b g(x)dx$.

ونجد أيضا: **القيمة المتوسطة لدالة على مجال:** وهي العدد الحقيقي $m=\frac{1}{b-a}\int^b f(x)dx$ حيث f دالة مستمرة على $[a,b]$

حصر القيمة المتوسطة:

خواص: f دالة مستمرة على $[,b]$

أذا وجد عددان حقيقيان m و M بحيث من أجل كل x من $[a,b]$ $\leq$ $m\leq f(x)$ فإن:

$$m(b-a)\leq\int_a^b f(x)dx\leq M(b-a)$$

التمديد إلى دالة اشارتها كيفية. هذا الأخير ينقسم إلى: **تكامل دالة سالبة على مجال** ونستخلص منه العنصر التكنولوجي "ET3": مساحة دالة سالبة على مجال هي المقدار $\int_a^c -f(x)dx$

وتكامل دالة تغير اشارتها على مجال: الذي يعتمد على التقنيات التالية:

τ_5/ ايجاد جذور الدالة واستنتاج اشارة الدالة.

τ_6/ حساب مساحة الجزء العلوي.

τ_7/ حساب مساحة الجزء السفلي بالاعتماد على العنصر التكنولوجي السابق "ET3"

τ_8/ جمع المساحات المتحصل عليها.

وتعرض ***"طرق المكاملة"*** تحت العنوان: **توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية** الذي يتناول:

- المكاملة بالتجزئة.

مبرهنة:

لتكن u v دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال I بحيث أن الدالتين المشتقتين u' v' مستمرتان على I من أجل كل عددين حقيقيين a وb منI لدينا:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

- الدالة الأصلية التي تنعدم من أجل قيمة.

مبرهنة:

f دالة مستمرة على مجال I و a عدد حقيقي من I.

الدالة الأصلية الوحيدة للدالة f والتي تنعدم من أجل a هي الدالة $\int_a^x f(t)dt$.

و**يطبق** "الحساب التكاملي" في:

- حساب حجوم بعض المجسمات البسيطة.
- المسافة المقطوعة على مستقيم.

واختم بعدد التمرينات الموجودة في البابين الخامس والسادس حسب التقسيم الموجود في الكتاب المدرسي.

	الباب 5	**الباب 6**	**المجموع**
أنشطة تمهيدية	3	2	5
طرائق وتمارين محلولة.	8	16	24
أعمال موجهة.	4	2	6
استعد للبكالوريا	2	2	4
تمارين ومسائل+ اختبر معلوماتك	63	122	185
المجموع	80	144	224

جدول (08):عدد التمرينات الموجودة في البابين الخامس والسادس حسب التقسيم الموجود في الكتاب المدرسي.

II. 2.ب. في الأردن[7]:

يتألف كتاب الرياضيات للفرع العلمي والتكنولوجي في الأردن من 6 وحدات حيث يتم التطرق إلى موضوع التكامل في الوحدة الرابعة والتي تنقسم بدورها إلى 3 فصول

الفصل الأول: التكامل.

الفصل الثاني: طرائق التكامل.

الفصل الثالث: تطبيقات التكامل.

المقسمين كباقي الأبواب كما يلي:

- نشاط تمهيدي
- القاعدة
- أمثلة محلولة
- تدريبات
- فكر وناقش
- تمارين مسائل

تحليل الفصل الأول "التكامل":

الكفاءات المستهدفة هي:

- ❖ التعرف على معكوس مشتقة لدالة مستمرة.
- ❖ استخدام رمز التكامل للتعبير عن عكس المشتقة.
- ❖ التعرف على قواعد التكامل غير المحدود، وحسابه لدوال كثيرات الحدود، ودوال أسية ومثلثية.
- ❖ التعرف على التكامل المحدود على مجال $[a،b]$، وخواصه وحسابه لدوال معطاة.
- ❖ ايجاد مشتقة اللوغاريتم الطبيعي.
- ❖ ايجاد مشتقة الدالة الأسية وتكاملها.

نكتفي في هذا الباب بالتطرق الى جزء الدرس:

<u>أولا</u>: معكوس مشتقة:

الدرس:

يعرف الكتاب المدرسي في الأردن معكوس المشتقة كما يلي:

[7] وزارة التربية والتعليم، **الرياضيات الفصل الدراسي الثاني، (**الصف الثاني عشر الفرعين العلمي والصناعي**)**، إدارة المناهج والكتب المدرسية، الطبعة الأولى، عمان ، الأردن،2017.

تعريف: إذا كان f دالة مستمرة على المجال $[a،b]$ فإن $F(x)$ يسمى معكوساً لمشتقة الدالة $f(x)$ إذا كان $F'(x) = f(x)$ لكل $x \in [a،b]$

ثم **يعرّف معكوس المشتقة** على أنه "**التكامل غير المحدود**" وهنا يدرج الترميز $\int f(x)dx$

المهام في هذا الفصل تنتمي إلى النوع "T1" و"T2" بالإضافة إلى النوع الجديد "T3": أحسب التكامل $\int(x)dx$ وتتمثل تقنيات الحل في:

τ_1.: استخدام اشتقاق الدوال الأصلية.

τ_2 تعويض قيمة المتغير في الدالة الأصلية لإيجاد قيمة الثابت k.

τ_3 حساب الفرق: $F(x) - G(x)$.

<u>ثانيا</u>: التكامل غير المحدود:

يعرض الفصل بعض القواعد الأساسية لحساب التكامل:

قاعدة1: $\int adx = ax + c$ حيث c ثابت التكامل.

مثال: $\int -5dx = -5x + c$

قاعدة2: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ حيث $n \neq -1$.

مثال1: $\int x^6 dx = \frac{x^{6+1}}{6+1} + c = \frac{x^7}{7} + c$.

2: $\int \sqrt[5]{x}\, dx = \int x^{\frac{1}{5}}\, dx$

$$= \frac{x^{\frac{1}{5}+1}}{\frac{1}{5}+1} + c = \frac{x^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}} + c = \frac{5}{6}\sqrt[5]{x^6} + c$$

قاعدة3: $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}$ حيث $n \neq 1$

قاعدة4:

1) $\int sinxdx = -cosx + c$
2) $\int cosxdx = sinx + c$
3) $\int sec^2xdx = tanx + c$
4) $\int csc^2xdx = cotx + c$
5) $\int secx.tanxdx = secx + c$
6) $\int cscx.cotxdx = -cscx + c$

مثال:

جد كلا من التكاملات التالية:

1) $\int sin^2xdx$ 2) $\int \frac{1}{1+cosx}dx$

الحل:

$$\int sin^2xdx = \int \frac{1}{2}(1-cos2x)dx = \frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}sin2x\right)+c \quad (1$$

$$\int \frac{1}{1+cosx}dx = \int \frac{1}{1+cosx}\times\frac{1-cosx}{1-cosx}dx = \int \frac{1-cosx}{1-cos^2x}dx \quad (2$$

$$= \int \frac{1-cosx}{sin^2x}dx$$

وخصائص التكامل غير المحدود متمثلة في:

1) $\int Af(x)dx = A\int f(x)dx$.

2) $\int\big(f(x)+g(x)\big)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

3) $\int\big(f(x)-g(x)\big)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

ويمكن تعميم خاصتي الجمع والطرح لأكثر من دالتين.

مثال: $\int(3x^3+5x-4)dx = \int 3x^3dx + \int 5xdx - \int 4xdx$

$$= 3\frac{x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}-4x+c$$

نطبق التقنية τ_9/: تطبيق خصائص التكامل.

مثال2: جد $\int \frac{x^3-4x^2}{\sqrt{x}-2}dx$

الحل: 1) استخراج x^2 عاملا مشتركا فيصبح: $\int \frac{x^3-4x^2}{\sqrt{x}-2} = \int \frac{x^2(x-4)}{\sqrt{x}-2}dx$

2) نستخدم التقنية τ_{10}/ تحليل البسط إلى فرق مربعين. $= \int \frac{x^2(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2}dx$

$$= \int (x^{\frac{5}{2}}+2x^2)dx = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+\frac{2}{3}x^3+c = \frac{2}{7}\sqrt{x^7}+\frac{2}{3}x^3+c$$

<u>ثالثا</u>: التكامل المحدود:

يعرف التكامل المحدود كما يلي:

$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ وهو المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ ومحور الفواصل والمستقيمين $x=a$ و $x=b$ حيث $f(x)\geq 0$ لكل $x\in[a,b]$.

يذكر الكتاب **القاعدة**: $\int_a^b cdx = c(b-a)$، حيث c عدد ثابت.

كما يذكر **خصائص التكامل المحدود:**

خاصية1: 1) $\int_a^a f(x)dx = 0$

2) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

خاصية2: 1) $\int_a^c Kf(x)dx = K\int_a^b f(x)dx$

2) $\int_a^b\big(f(x)+g(x)\big)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

3) $\int_a^b\big(f(x)-g(x)\big)dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$

ملاحظة: هذه الخاصية مذكورة في فصل التكامل غير المحدود.

خاصية3: اذا كان f قابلا للتكامل على مجال مغلق يحوي الأعداد $a،b،c$ فإن:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

خاصية4: 1) إذا كانت f قابلة للتكامل على [a،b] $f(x) \geq 0$ لكل $x \in$ [a،b] فإن:

$$\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$$

2) إذا كانت f قابلة للتكامل على [a،b] $f(x) \leq 0$ لكل $x \in$ [a،b] فإن:

$$\int_a^b f(x)\,dx \leq 0$$

3) إذا كان f و g دالتين قابلتين للتكامل على [a،b] $f(x) \leq g(x)$ لكل $x \in$ [a،b] فإن:

$$\int_a^b f(x)\,dx \leq g(x)$$

4) إذا كانت f قابلة للتكامل على [a،b] $M \leq f(x) \leq N$ لكل $x \in$ [a،b] فإن:

$$\int_a^b M dx \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b N dx$$

رابعا: الدالة اللوغاريتم الطبيعي

بعد التطرق إلى الدالة اللوغاريتم الطبيعي (تعريفها، مشتقتها، ومشتقة لوغاريتم دالة) نجد تعريف التكامل من الشكل: $\int \frac{1}{x} dx$على أنه يساوي $ln|x| + c$

والتكامل من الشكل $\int \frac{u'}{u}$ على أنه $ln|u| + c$.

التقنية المعتمدة لحساب هذا الشكل من التكامل هي τ_4: التعرف على شكل الدالة u وايجاد مشتقتها و**تعويضها** في كتابة شكل الدالة إلى أحد الأشكال: $u'u^n$؛ $\frac{u'}{u^n}$؛ $\frac{u'}{\sqrt{u}}$؛ والشكلين: $\frac{u'}{u}$ و $u'e^u$ ثم استنتاج دوال أصلية لها. وتختص من الأشكال الشكل: $\frac{u'}{u}$.

خامسا: مشتقة وتكامل الدالة الأسية

بعد تعريف الدالة الأسية نجد تعريف التكاملين: $\int e^x = e^x + c$ و $\int e^{ax} = \frac{1}{a} e^{ax} + c$

ويتعلق هذا الجزء بالدالة الأسية وبحساب التكامل من الشكل $\int u'e^u$ وبالتقنية τ_4.نختص الشكل: $u'e^u$.

تحليل الفصل الثاني "طرائق التكامل":

الكفاءات المستهدفة هي:

- ❖ التعرف على طريقة التكامل بالتعويض واستخدامها في إيجاد بعض التكاملات.
- ❖ التعرف على طريقة التكامل بالأجزاء واستخدامها في إيجاد بعض التكاملات.
- ❖ التعرف على طريقة التكامل بالكسور الجزئية واستخدامها في إيجاد بعض التكاملات.

الأمثلة في هذا القسم والتمارين والتدريبات كلها تهتم بمكاملة دوال مقامها من الدرجة الثانية ويمكن تحليله إلى جداء عاملين, ونجد فيما بينها طريقة التعويض أي أن المتغير في الدالة الكسرية هو عبارة عن دالة.

أولا: التكامل بالتعويض

يولي الكتاب المدرسي بالأردن أهمية لحساب التكامل بطريقة التعويض ويعرّفه حسب القاعدة التالية:

$$\int f\big(u(x)\big)u'(x)dx = \int f(y)dy$$

حيث $y = u(x) \quad ; \quad dy = u'(x)dx$

ويركز حسابها على التقنية τ_{11}/: التكامل بالتعويض والتي تتكون من الخطوات التالية:

1) نفرض أن: $y = u(x)$
2) نشتق الطرفين ونكتب dy على الشكل $dy = u'(x)dx$.
3) نعوض y بدلا عن $u(x)$ و dy بدلا من $u'(x)dx$.
4) أي مقدار يبقى بدلالة x بعد عملية التعويض والتبسيط يكتب بدلالة y.
5) نحسب التكامل الناتج بعد عملية التعويض بدلالة y.
6) نعيد كتابة ناتج التكامل بدلالة x.

نأخذ **المثال**

جد $\int x^3(x^2+4)^6dx$

الحل:

نفرض: $y = x^2 + 4 \qquad dy = 2xdx$

$$\int x^3(x^2+4)^6dx = \int \frac{1}{2}x^2(y)^6(2xdx)$$

بعد التعويض والتبسيط نجد: $\int \frac{1}{2}x^2(y)^6dy$

نلاحظ هنا بعد التبسيط بقي المتغير x لذلك نعود إلى الفرض لكتابة x بدلالة y؛ ومنه:

$$x^2 + 4 = y \quad \leftrightarrow \quad x^2 = y - 4$$

نعوض ونبسط:

$$\int \frac{1}{2}(y-4)y^6dy = \int \frac{1}{2}(y^7 - 4y^6)dy$$
$$= \frac{1}{2}\int y^4dy - 2\int y^6dy$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{y^8}{8} - \frac{4y^7}{7}\right) + c$$
$$= \frac{(x^2-4)^8}{16} - \frac{2(x^2-4)^7}{7} + c \ .$$

<u>ثانيا</u>: التكامل بالأجزاء (أو التكامل بالتجزئة)

هذا النوع الجديد من طرائق التكامل يعرفه الكتاب حسب القاعدة التالية: "**قاعدة التكامل بالأجزاء**"

إذا كان u و v دالتين قابلتين للاشتقاق بالنسبة للمتغير x فإن:

$$\big(u(x)v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

أي أن:

$$u(x)v'(x) = \big(u(x)v(x)\big)' - u'(x)v(x)$$

وبإجراء التكامل على الطرفين بالنسبة إلى x يكون:

$$\int u(x)v'(x)dx = \int \big(u(x)v(x)\big)'dx - \int u'(x)v(x)dx$$

لكن $du = u'(x)dx$; $dv = v'(x)dx$

أي أن:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

مثال:

جد $\int x^5 cos^3 xdx$

الحل:

نفرض أن:

$y = x^3$ ومنه: $dy = 3x^2dx$

$$\int x^5 cosx^3dx = \int \frac{1}{3}x^3cosx^3(3x^2dx) = \int \frac{1}{3}ycosydy$$

والآن نستخدم طريقة التكامل بالتجزئة لإجراء التكامل على المقدار

$$\int \frac{1}{3}ycosydy$$

نفرض أن:

$$u = \frac{1}{3}y \quad , \quad du = \frac{1}{3}dx$$
$$dv = \cos y\, dy \quad , v = \sin y \quad ,$$

$$\int \frac{1}{3}y\cos y\, dy = \frac{1}{3}y\sin y - \int \frac{1}{3}\sin y\, dy$$
$$= \frac{1}{3}y\sin y + \frac{1}{3}\cos y + c$$
$$= \frac{1}{3}x^3\sin x^3 + \frac{1}{3}\cos x^3 + c$$

<u>ثالثا</u>: التكامل بالكسور الجزئية:

وهي طريقة أخرى للمكاملة ونجد شرحها في الكتاب المدرسي في المثال التالي:

مثال:

جد

$$\int \frac{2}{x^2-4}\,\mathrm{dx}$$

الحل:

(تحليل المقام) $\frac{2}{x^2-4} = \frac{2}{(x-2)(x+2)}$

نفرض أن

$$\frac{2}{(x-2)(x+2)} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{x}-2} + \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{x}+2}$$

(توحيد المقامات) $= \frac{a(x+2)+b(x-2)}{(x-2)(x+2)}$

من هذه المساواة يمكننا استنتاج أن:

(تساوي كسرين لهما نفس المقام) $2 = a(x+2) + b(x-2)$

يمكننا إيجاد a وb بتعويض قيم محددة لـ x ولتكن أصفار (جذور) المقام

عندما $a = \frac{1}{2} \Leftarrow 4a = 2 \Leftarrow x = 2$

وعندما $b = -\frac{1}{2} \Leftarrow 4b = -2 \Leftarrow x = -2$

ومنه

$$\int \frac{2}{x^2-4}\,\mathrm{dx} = \int \frac{2}{(\mathrm{x}+2)(x-2)}\,\mathrm{dx}$$
$$= \int \frac{\frac{1}{2}}{x-2}\,dx - \int \frac{\frac{1}{2}}{x+2}\,dx$$
$$= \frac{1}{2} ln|x-2| - \frac{1}{2} ln|x+2| + c$$

وتتم عملية المكاملة بالكسور الجزئية تحت الشروط التالية:

1) عند تجزئة الدالة الكسرية يجب أن تكون درجة البسط أقل من درجة المقام.
2) عند تجزئة الدالة الكسرية يجب أن يكون مقام كل من الكسور الجزئية عاملا من عوامل مقام الدالة الأصلية.
3) إذا كانت درجة البسط أكبر من أو تساوي درجة المقام نقوم بإجراء القسمة الطويلة ثم نجزئ الكسر.

تحليل الفصل الثالث "تطبيقات التكامل":

الكفاءات المستهدفة هي:

- استخدام التكامل لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين ثلاث منحنيات على الأكثر.
- حل معادلات تفاضلية.
- حل مسائل في الواقع تتضمن علاقات ضمنية.

أولا: المساحة:

يقسم حساب مساحة جزء من مستو إلى ثلاثة أقسام:

- إيجاد مساحة منطقة محصورة بين منحنى الدالة ومحور الفواصل.
- إيجاد مساحة منطقة محصورة بين منحنيين.
- إيجاد مساحة منطقة محصورة بين ثلاث منحنيات.

لنلقي نظرة على كل منها:

1. مساحة الجزء المحصور بين منحنى الدالة ومحور الفواصل ويعتمد حسابها على التقنيات التالية:
   - τ_{12} رسم منحنى الدالة وتحديد الجزء المطلوب.
   - τ_5 إيجاد جذور الدالة ثم تجزئة المنطقة المطلوبة حسب موقعها (فوق محور الفواصل، تحت محور الفواصل)
   - τ_6 حساب مساحة كل منطقة جزئية على حدى, باستخدام التكامل مع الانتباه أن قيمة المساحة يجب أن تكون موجبة.
   - τ_8 جمع المساحات المتحصل عليها.

وبذلك نكون قد تحصلنا على المساحة المطلوبة.

مثال: (المثال التالي يوضح الفرق بين مساحة جزء محصور بين منحنى دالة ومحور الفواصل وتكامل هذه الدالة على المجال $[a, b]$)

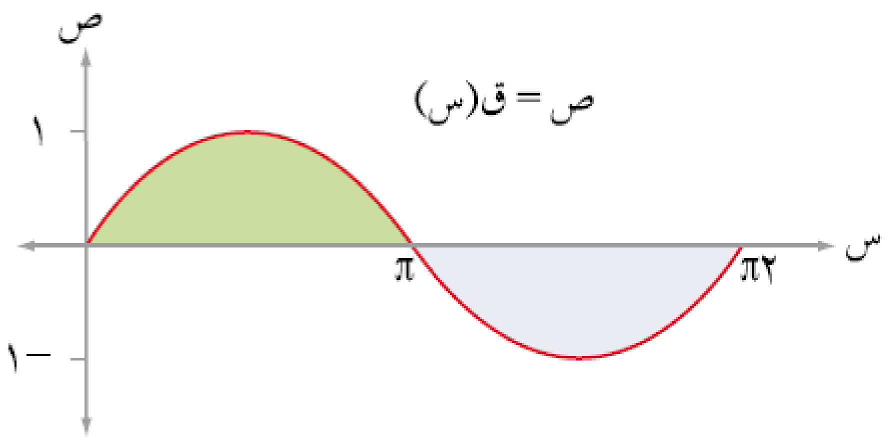
إذا كان $f(x) = \sin x$ حيث $x \epsilon [a, b]$ فجد كلًا مما يأتي:

1/ مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة f ومحور الفواصل في المجال $[0, 2\pi]$

2/ $\int_0^{2\pi} f(x)dx$

الحل:

1/ **الشكل (07):** يوضح منحنى الدالة f والمنطقة المطلوبة.



الشكل(03): المساحة المحصورة بين منحنى دالة ومحور الفواصل.

$$S = \int_0^{2\pi} |f(x)|dx$$
$$= \int_0^{2\pi} |\sin x|dx$$
$$= \int_0^{\pi} \sin x \, dx + \int_{\pi}^{2\pi} -sinx \, dx$$
$$= -cosx]_0^{\pi} + cosx]_{\pi}^{2\pi}$$
$$= (-\cos(\pi) + \cos(0)) + (\cos(2\pi) - \cos(\pi))$$
$$= (1+1) + (1+1) = 4$$

/2

$$\int_0^{2\pi} f(x)dx = \int_0^{2\pi} \sin x dx$$
$$= (-\cos(2\pi) + \cos(0))$$
$$= (-1+1)$$
$$= 0$$

2. إيجاد المساحة المحصورة بين منحنيين ويعتمد حسابها على التقنيات:

- إيجاد مساحة المنطقة (s_1) المحصورة بين منحنى الدالة f ومحور الفواصل في المجال.$[a,b]$
- إيجاد مساحة المنطقة (S_2) المحصورة بين منحنى الدالةg ومحور الفواصل في المجال $[a,b]$.
- إيجاد قيمة $\int_a^b (f(x) - g(x))dx$

وتبرز التقنيات بالقاعدة:

إذا كان f و g دالتين مستمرتين على المجال$[a,b]$ وكان $f(x) \geq g(x)$ لكل $x\epsilon[a,b]$ فإن مساحة المنطقة المحصورة بينهما في المجال $[a,b]$ هي

$$S = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)dx$$

مثال:

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2$ ومنحنى الدالة $g(x) = 4x + 5$

الحل:

- إيجاد نقاط تقاطع المنحنيين

$x^2 = 4x + 5$ ومنه $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$(x + 1)(x - 5) = 0$$

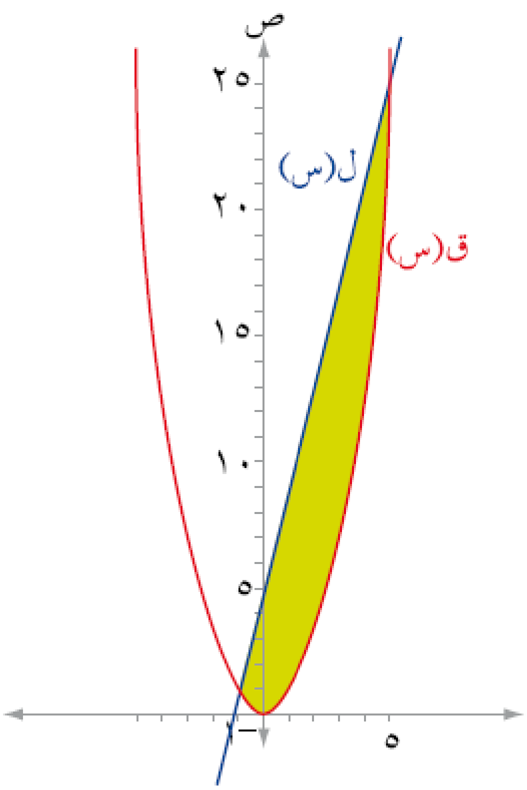
ومنه $(x = -1)$, $(x = 5)$

نقاط التقاطع هي $(1-,1)$ ، $(5,25)$

نلاحظ أن $f(x) \leq g(x)$ لكل $x \in [-1, 5]$

أنظر **الشكل(04)**

$$S = \int_{-1}^{5} (g(x) - f(x))dx = \int_{-1}^{5} (4x + 5 - x^2)dx$$
$$= 32$$



الشكل (04): المساحة المحصورة بين منحنيين.

3. إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين ثلاث منحنيات لإيجادها نتبع الكتاب الخطوات:

- رسم منحنى كل دالة وتحديد المنطقة المطلوب حساب مساحتها.

- تجزئة المنطقة المطلوب حساب مساحتها إلى مناطق جزئية بحيث تكون كل منها محصورة بين منحنيين ومحور الفواصل .
- إيجاد السوابق لنقط تقاطع المنحنيات مع بعضها ومع محور الفواصل.
- إيجاد مساحة كل منطقة جزئية ثم تجميعها للحصول على المساحة المطلوبة.

ثانيا: المعادلات التفاضلية

والتي نجد تعريفها بطريقة مختلفة عن كتاب الجزائر

تعريف:

المعادلة التفاضلية هي معادلة تحتوي على مشتقات أو تفاضلات, ويقصد بحل المعادلة التفاضلية إيجاد علاقة تربط بين المتغير x والمتغير y, بحيث تتحقق المعادلة .

نجد 4 تدريبات و4 أمثلة محلولة لحل معادلات تفاضلية من بينها المعادلات التفاضلية التي تعبر عن العلاقة بين المسافة والسرعة والتسارع.

ونختم بعدد التمرينات الموجودة في لفصول الأول والثاني والثالث للوحدة الخامسة حسب التقسيم الموجود في الكتاب المدرسي.

	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	المجموع
نشاط تمهيدي	5	3	2	10
أمثلة محلولة	30	23	14	67
تدريبات	23	15	11	49
فكر وناقش	13	08	02	23
تمارين ومسائل	44	26	21	91
اسئلة الوحدة	/	/	/	11
المجموع				251

جدول(09):عدد التمرينات الموجودة في لفصول الأول والثاني والثالث للوحدة الخامسة حسب التقسيم الموجود في الكتاب المدرسي.

3.II.المقارنة:

بعد أن قمت بعرض محتويات كل من الكتابين وكيف تم تقديم موضوع التكامل في كل من المؤسستين ألخص الآن أوجه التشابه والاختلاف بينهما وأجيب عن الأسئلة التي سبق طرحها من خلال الجداول التالية:

الجزائر	الأردن
الباب الخامس: الدوال الأصلية ○ الدوال الأصلية ○ حساب الدوال الأصلية ○ المعادلات التفاضلية **الباب السادس:** الحساب التكاملي ○ تكامل دالة ○ خواص التكامل ○ القيمة المتوسطة ○ التمديد إلى دالة إشارتها كيفية ○ توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية ○ بعض تطبيقات الحساب التكاملي	**الوحدة الخامسة:** التكامل وتطبيقاته **الفصل الأول:** التكامل 1) معكوس مشتقة 2) التكامل غير المحدود 3) التكامل المحدود 4) دالة اللوغاريتم الطبيعي 5) مشتقة وتكامل الدالة الأسية **الفصل الثاني:** طرائق التكامل 1) التكامل بالتعويض 2) التكامل بالأجزاء 3) التكامل بالكسور الجزئية **الفصل الثالث:** تطبيقات التكامل 1) المساحة 2) المعادلات التفاضلية

جدول(10):من اعداد الباحثة اعتمادا على المحتويات المعرفية لبرنامجي **الجزائر والأردن.**

من هذا الجدول أستخلص أن المؤسسة الأردنية تملك تنظيما محكما في ترتيب الدروس حسب الأولوية وحسب التدرج في الصعوبة بينما في المؤسسة الجزائرية نجد معلومات مفيدة لكن نلاحظ أن هناك خلط في ترتيب العناوين، حيث نجد تطبيقات التكامل والحساب التكاملي كلها تحت عنوان واحد "**الحساب التكاملي**".

نتطرق الآن إلى المقارنة حسب تقسيم الفصول (أو الأبواب):

الأردن	الجزائر
○ نشاط تمهيدي ○ القاعدة ○ أمثلة محلولة ○ تدريبات ○ فكر وناقش ○ تمارين مسائل	○ عرض الكفاءات المستهدفة إضافة إلى نبذة تاريخية ○ أنشطة تمهيدية ○ الدرس ○ طرائق وتمارين محلولة ○ أعمال موجهة ○ استعد للبكالوريا ○ تمارين و مسائل ○ اختبر معلوماتك

جدول(11):من اعداد الباحثون اعتمادا على المحتويات المعرفية لبرنامجي الجزائر والأردن.

ثم أقوم برسم الجدول التالي والذي يتمثل في المقارنة حسب المحتوى.

المحتوى	الجزائر	الأردن
تعريف الدوال الأصلية: غياب الترميز $\int$ أو وجوده	الدوال الأصلية غياب	معكوس مشتقة=التكامل غير المحدود $\int f(x)dx$
تعريف التكامل غير المحدود	الدوال الأصلية	التكامل غير المحدود
طرق المكاملة للتكامل غير المحدود والتكامل المحدود	– جدول الدوال الأصلية. – التكامل بالتعويض (الاستبدال الحرفي). – التكامل بالتجزئة.	– قواعد التكامل غير المحدود. – التكامل بالتجزئة. – التكامل بالتعويض. – التكامل بالكسور الجزئية.
الحساب التقاربي	/	/
خصائص التكامل	– علاقة شال – الخطية – المقارنة	– علاقة شال – التجميع – الخطية (ذكرت دون الإشارة)
حساب المساحة	الجزء المحصور بين منحنة دالة ومحور الفواصل الجزء المحصور بين منحنيين	الجزء المحصور بين منحنى دالة ومحور الفواصل الجزء المحصور بين منحنيين

		الجزء المحصور بين ثلاث منحنيات
تحديد المساحة	رسم البيان باستعمال الآلة الحاسبة البيانية.	رسم منحنى الدالة أو الدوال تحديد نقاط التقاطع حساب المساحات الجزئية تجميع المساحات
تطبيقات أخرى	– المعادلات التفاضلية. – القيمة المتوسطة لدالة على مجال. – حساب حجوم بعض المجسمات البسيطة. – المسافة المقطوعة على مستقيم.	– المعادلات التفاضلية.
الروابط بين المساحة والتكامل المحدود	المساحة ⇐ التكامل المحدود.	التكامل المحدود⇐ المساحة.
مفهوم الترميز dx التفاضل	ترميز $dx.$	معرف وتطبيقاته في الوحدة السابقة "التفاضل".

جدول(12): المقارنة حسب المحتوى.

تقودنا الملاحظة في هذا الجدول إلى استنتاج كثرة نقاط الاختلاف وهي:

- تعريف الدوال الأصلية وغياب الترميز $\int$ أو وجوده.
- تعريف التكامل غير المحدود.
- طرق المكاملة للتكامل غير المحدود والتكامل المحدود.
- تحديد المساحة.
- تطبيقات أخرى.
- مفهوم الترميز dx التفاضل.

أما نقاط التشابه فهي:

- حساب المساحة.
- جدول الدوال الأصلية.
- التكامل بالتجزئة.
- المعادلات التفاضلية.
- خصائص التكامل.

تنطرق الآن إلى المقارنة بين تقنيات الحل الموجودة في الكتابين في الجدول التالي:

التقنية	الجزائر	الأردن
τ_1 استخدام اشتقاق الدوال الأصلية.	✓	✓
τ_2/ تعويض قيمة المتغير في الدالة الأصلية لإيجاد قيمة الثابت k.	✓	✓
τ_3/ حساب الفرق: $F(x) - G(x)$.	✓	✓
τ_4/التعرف على شكل الدالة u وايجاد مشتقتها و**تعويضها** في كتابة شكل الدالة إلى أحد الأشكال: $u'u^n$؛ $\frac{u'}{u^n}$؛ $\frac{u'}{\sqrt{u}}$؛ والشكلين: $\frac{u'}{u}$ و $u'e^u$ ثم استنتاج دوال أصلية لها.	✓	✓
τ_5/ ايجاد جذور الدالة واستنتاج اشارة الدالة.	✓	✓
τ_6/ حساب مساحة الجزء العلوي.	✓	✓
τ_7/ حساب مساحة الجزء السفلي.	✓	✓
τ_8/ جمع المساحات المتحصل عليها.	✓	✓
τ_9/ تطبيق خصائص التكامل.	×	✓
τ_{10}/ تحليل البسط إلى فرق مربعين.	×	✓
τ_{11}/: التكامل بالتعويض.	×	✓
τ_{12}/ رسم منحنى الدالة وتحديد الجزء المطلوب.	×	✓

جدول(13): المقارنة حسب التقنيات.

يوضح هذا الجدول التقنيات المتداولة في كل من الكتابين ونلاحظ من خلاله غياب بعض التقنيات في الكتاب الجزائري.

ونعرض الجدول التالي الفرق بين العناصر التكنولوجية المعتمدة بين الكتابين.

العناصر التكنولوجية المعتمدة في الكتاب المدرسي الجزائري	العناصر التكنولوجية المعتمدة في الكتاب المدرسي الأردني
ET1/ الاشتقاقية.	ET1/ الاشتقاقية.
ET2/ جدول الدوال الأصلية لدوال مألوفة.	ET2/ جدول الدوال الأصلية لدوال مألوفة.
ET3/ الخاصية: $F(x) - G(x) = k$.	ET3/ الخاصية: $F(x) - G(x) = k$.
علاقة شال.	خصائص التكامل.
المقارنة.	
الخطية.	
حصر القيمة المتوسطة.	قاعدة.
المكاملة بالتجزئة.	المكاملة بالتجزئة
تكامل الدوال المثلثية.	تكامل الدوال المثلثية.
التكامل المحدود.	التكامل المحدود.
	المكاملة بالكسور الجزئية.
المكاملة بالتعويض.	المكاملة بالتعويض.

جدول(14): المقارنة حسب العناصر التكنولوجية.

والجدول التالي يعرض المقارنة بيت عدد التمرينات التي طرحت في كل من الكتابين والتي نلخصها في النقاط الثلاث **أنشطة**؛ **تمارين محلولة**؛ **تمارين للحل**:

التمارين	الجزائر		الأردن	
	التقسيم	**العدد الاجمالي**	**التقسيم**	**العدد الاجمالي**
الأنشطة	أنشطة تمهيدية	5	نشاط تمهيدي	10
التمارين المحلولة	طرائق وتمارين محلولة	24	أمثلة محلولة	67
تمارين للحل	أعمال موجهة استعد للبكالوريا تمارين ومسائل + اختبر معلوماتك	6 4 185	تدريبات فكر وناقش تمارين ومسائل أسئلة الوحدة	49 23 91 11

جدول(15): المقارنة حسب التمارين.

استخلص من هذا الجدول أن عدد الأنشطة والتمارين المحلولة في الكتاب الأردني يتفوق عنه في الكتاب الجزائري بينما الكتاب الجزائري يتفوق في عدد التمارين للحل.

تعليقات واقتراحات:

بعد عرض المحتويات الموجودة في كل من الكتابين المختصة بموضوع المعرفة "التكامل" توصلت إلى وضع التعليقات والاقتراحات التي نعتقد أنها تساهم في إثراء التعديلات المستقبلية للمنهاج التالية:

1) إضافة وضعيات ادماجية ومشكلات من الحياة اليومية.
2) إضافة طريقة التكامل باستخدام الكسور الجزئية.
3) دمج العنوان: **الدالة الأصلية لدالة والتي تنعدم من أجل قيمة**؛ في العنوان **الدالة الأصلية التي تأخذ قيمة معلومة من أجل قيمة للمتغير.**
4) التنازل عن العنوان **التمديد إلى دالة إشارتها سالبة** والإشارة إليه فقط تحت العنوان: **الدالة الأصلية ومساحة حيز تحت منحن.**
5) توظيف رمز التكامل والإشارة إليه في بداية الباب الخامس.

خاتمة

اهتممت في هذا العمل بدراسة مقارنة بين الجزائر والأردن بخصوص مفهوم التكامل في منهاج التعليم الثانوي لكل دولة وذلك من خلال التطرق إلى تاريخ التكامل ثم دراسة مقارنة تضمنت عرض موجز لمنهاج كل دولة وعرض محتوى الكتاب المدرسي أيضا.

وقد توصلت في الأخير إلى أن المنهاج الأردني مفصل ومنسق وله شرح بسيط مما ينتج عنه سهولة استيعابه من قبل التلميذ، كما يتميز بتدرج الصعوبة في التمارين، بالإضافة للوقت الكافي مقارنة بالمنهاج الجزائري، والذي لم يتطرق لجميع لطرق حساب التكامل الممكنة ويتميز بالإيجار حيث نجد ان اغلب التلاميذ يجدون صعوبة كبيرة عند دراسة التكامل في المستوى الجامعي، ومن أجل اثراء البرنامج اكثر ما يجب تبسيط المفاهيم ومحاولة ايصالها بطريقة سلسلة ليستوعبها التلاميذ واثرائها بالتمارين، واعطاءها الوقت الكافي.

قائمة المصادر والمراجع:

- أ. محمد الطاهر طالبي. **نماذج من امتحانات تعليمية الرياضيات**. المدرسة العليا للأساتذة. القبة. الجزائر. جويلية 2011.
- د.رمضان محمد جهيمة ود. أحمد عبد العالي هب الريح، **التفاضل والتكامل (الجزء الأول)**، دارالكتاب الجديد المتحدة، ليبيا، الطبعة الأولى،2002.
- مندلسون وآخرون، **حساب التفاضل والتكامل (ملخصات ايزي شوم)**، الدار الدولية للاستشارات الثقافية، مصر، (دط)، (دت).
- معجم علوم التربية، **مصطلحات البيداغوجيا والديداكتيك**، ط1.
- عدنان داود الأثري، **الرياضيات والاقتصاد (نظرية وتطبيق)**، دار جرجير ،عمان، الأردن،2018.
- إميل شكر الله، **طرق التكامل (المعادلات التكاملية من النوع الثاني)**، رسالة دكتوراه في التكامل، جامعة المنوفية، المنوفية، مصر ،2019.
- وزارة التربية الوطنية **الرياضيات الجزء الأول (السنة الثالثة من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي الشعب: رياضيات، تقني رياضي، علوم تجريبية)**، الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية،(دط)، الجزائر، 2008.
- وزارة التربية والتعليم، **الرياضيات الفصل الدراسي الثاني**، (الصف الثاني عشر الفرعين العلمي والصناعي)، إدارة المناهج والكتب المدرسية، الطبعة الاولى، عمان ، الأردن،2017.

المراجع الأجنبية:

- OECD (2014), *PISA 2012* ReSultS In FocuS: WhAt 15-yeAR-oldS knoW And WhAt they cAn do WIth WhAt they knoW, PISA, OECD Publishing Paris.
- OECD (2016), *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2019), *PISA 2018 Results (Volume I):* What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris.

- Yves Chevalard et marie Alberte Johena : «La Tramsposition didactique», Edition de la pensée sauvage ed :1991.

Michel Henry : «didactique de mathematique», Brochures A'I.R.E.M de Lyon, N^{0}36, 1991.

- CK Tran Luong (2006), La notion d'intégrale dans l'enseignement des mathématiques au lycée: une étude comparative entre la France et le Vietnam. Mathématiques [math]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Francais.

- CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L’approche anthropologique, Actes de l’U.E. de la Rochelle

- Foresta, S, Goldman, L (19..), Principia Mathematica Historallis Integratus. Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.127.5435&rep=rep1&type=pdf

الخطة الفصلية

الصف / المستوى:2.ث.أدبي　　الفصل الدراسي :الأول 2020/2019　　المبحث : رياضيات

عنوان الوحدة :التكامل و تطبيقاته　　عدد الحصص : (15) حصة　　الفترة الزمنية : من 2020/2/2 الى2020/3/21

النتاجات العامة	المواد والتجهيزات (مصادر التعلم)	استراتيجيات التدريس	التقويم: الاستراتيجيات	التقويم: الأدوات	أنشطة مرافقة	التأمل الذاتي حول الوحدة
يتوقع من الطالب أن يكون قادرا على : ـ يتعرف مفهوم التكامل بنوعيه ـ يجد تكامل اقترانات متنوعة ويجد قاعدة الاقتران وعلاقة التكامل بالمشتقة يتعرف خواص التكامل المحدود ويجد التكامل لمتشعب بسيط ـ يستخدم طريقة التعويض في التكامل باستخدام التكامل يجد أولا: المساحة (بين اقتران ومحور السينات في فترة [أ ، ب] أو بين اقتران ومحور السينات فقط أو بين اقترانين) ثانيا:(حل مسائل عملية اقتصادية .. الإيراد الكلي او فائض المنتج أو فائض المستهلك) ثالثا: (مسائل النمو والاضمحلال)	(تلخيصات المراجعة لعناصر التكامل الرأسي) الكتاب المدرسي دليل المعلم أوراق العمل اسئلة وزارة سابقة	التدريس المباشر الاستقصاء الموجه التعليم التعاوني والعمل في مجموعات التفكير الناقد و الإثراء الذهني	التقويم المعتمد على الأداء القلم والورقة الملاحظة التواصل مراجعة الذات	قائمة الرصد الاختبارات الاسبوعية والشهرية وأوراق العمل	أسئلة الكتاب المدرسي أسئلة الإثراء الذهني من عدة مصادر أسئلة مقترحة الواجبات البيتية	• أشعر بالرضا عن : -------------------- -------------------- • التحديات : -------------------- -------------------- • اقتراحات للتحسين : -------------------- --------------------

معلومات عامة عن الطلبة : ------------------------------　　معلمة المادة : مروة ماجد شاهين

مدير المدرسة / الاسم والتوقيع :　　التاريخ:

المشرف التربوي / الاسم والتوقيع :　　التاريخ:

Form # QF71 – 47 rev.a