



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algerienne Democratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

Université Larbi Tébessi- Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie civil



## MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

**En : Génie Civil**

**Spécialité : Structures**

**Par : Salmi Fadila**

**Sujet**

# OPTIMISATION DES STRUCTURES EN GENIE CIVIL

Présenté et soutenu publiquement, le 13/06/2022, devant le jury composé de :

Ms Abderrahmani Seif  
Ms Boutagouga Djamel  
Ms Athamnia Brahim

Grade MCA  
Grade Pr  
Grade MCB

Président  
Rapporteur  
Examineur 1

Promotion : 2021/2022

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
الْحَمْدُ لِلَّهِ الَّذِي  
خَلَقَ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضَ  
وَالَّذِي يُضَوِّبُ الْمَوْتِ  
وَالَّذِي يُضَوِّبُ الْمَوْتِ  
وَالَّذِي يُضَوِّبُ الْمَوْتِ

# REMERCIEMENTS

*J'aimerais en premier lieu remercier le mon Dieu le tout Puissant de m'avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail, également je remercie infiniment ma famille pour le soutien constant et pour nous avoir poussé à faire quelque chose de valable.*

*Un merci très spécial à mon superviseur, Boutagouga Djamel pour m'avoir guidé, inspiré, et encouragé pendant toute cette aventure.*

*Mes plus grands remerciements au docteur Abdelouahab Boudjellal, qui soutenu durant toutes mes années universitaires.*

*Enfin, je remercie les membres du jury qui ont accepté de juger la valeur de mon travail.*

## Liste des symboles

$R$  : Rayon

$P$  : D'intensité

$\sigma_0$  : Résistance uniaxiale

$t$  : Epaisseur

$H$  : Réaction de poussée horizontale

$\alpha, \theta$  : Angle

$M_{\theta\theta}(\theta)$  : Moments statiquement admissible

$P^+, q^+$  : Charge ultime

$q$  : Charge linéique

$L$  : Longueur

$M_0$  : Moment ultime de la poutre de section circulaire

$f_{poutre}^+$  : Charge ultime fournie

$A_i$  : Variable

$K_i$  : Matrice de raideur de l'élément  $i$

$A$  : Matrice de raideur d'une membrane

$D$  : Matrice de raideur en flexion

$w$  : Volume du treillis

$Q_1, Q_2$  : Charge

$\sigma_1, \sigma_2$  : Contrainte limite

$\rho$  : Masse volumique du matériau

$x, y$  : Coordonnées du nœud

$E$  : Module de Young

$\bar{(\sigma)}$  : Elastique en traction (compression)

$\mu, \mu$  et  $\mu$  : Variables de conception

$\mu$  : Matière en proportion

$\rho$  : Proportion globale de solide

$\mathcal{P}$  : Sommet du polyèdre

$-c$  : Direction

$X_i$  : Solution initiale

$X_{i+1}$  : Solution voisine

$i$  : Configuration courante  
 $j$  : Modification aléatoire  
 $\Delta E_{ij}$  : Energie est augmentée  
 $D$  : Dimensions avec une population  
 $N$  : Individus évoluant  
 $DE$  : Algorithme de la méthode  
 $F$  : Algorithme est un nombre réel  
 $\eta_{ij}$  : L'inverse de la distance  
 $\tau_{ij}(t)$  : Quantité de phéromones  
 $\alpha$  et  $\beta$  : Deux paramètres contrôlant  
 $(ij)$  : Trajet  
 $\tau$  : Taux de phéromones  
 $Q$  : Constante  
 $Lk(t)$  : Longueur totale de la tournée de la fourmi  $k$  à l'instant  $t$   
 $\vec{x}_i$  : Position  
 $\vec{v}_i$  : Vitesse (vélocité)  
 $\vec{p}_i$  : Meilleure position de la particule  
 $\vec{p}_g$  : Meilleure position de ses voisins  
 $\omega$  : Constant appelée coefficient d'inertie  
 $\rho_1$  et  $\rho_2$  : Variables aléatoires  
 $k$  : Coefficient de constriction  
 $CG$  : Coût global de production de la structure  
 $A_1, A_2, \dots$  et  $A_{11}$  : Les barres  
 $L_3$  : hauteur

## Liste des tableaux

<b>Tableau</b>	<b>Titre</b>	<b>Page</b>
Tableau 2.1	Coordonnées initiales des nœuds 1 à 5, amplitudes de variation (en in)	27
Tableau 4.1	Appliquer des algorithmes de l'optimisation des systèmes treillis	67
Tableau 4.2	Résultat de l'optimisation	71
Tableau 4.3	Présenté d'algorithmes par structure portique	71
Tableau 4.4	Application l'algorithme d'optimisation pour l'étude murs soutènement	75
Tableau 4.5	Appliquer d'algorithmes de l'optimisation d'un bâtiment	77

## Liste des figures

Figure	Titre	Page
Figure 1.1	Les trois catégories d'optimisation structurelle	06
Figure 1.2	Les 3 classes de problèmes d'optimisation des structures: (a) Dimensionnement, (b) Forme avec topologie fixée, (c) Topologie variable	07
Figure 1.3	Portique en forme d'arc semi-circulaire	11
Figure 1.4	Solutions numériques pour le problème du portique	12
Figure 1.5	Problème de la coque cylindrique bi-encastree	12
Figure 1.6	Évolution de la charge ultime en fonction de l'élancement du cylindre	13
Figure 1.7	Mécanisme de ruine et densité de déformation pour différents élancements	14
Figure 2.1	Limitations de l'optimisation des structures liées au choix des variables de conception et des réponses structurales	16
Figure 2.2	Différents problèmes d'optimisation des structures	17
Figure 2.3	Quelques problèmes types de dimensionnement optimal, les variables de conception et la modélisation associée	18
Figure 2.4	Illustration d'un problème de dimensionnement optimal	19
Figure 2.5	Treillis à optimiser	20
Figure 2.6	Solution avec GCM	22
Figure 2.7	Problème de dimensionnement de la bielle	22
Figure 2.8	Quelques problèmes types d'optimisation de forme, les variables de conception et la modélisation associée	23
Figure 2.9	Problèmes liés à l'optimisation de forme	23
Figure 2.10	Illustration d'un problème d'optimisation de forme	24
Figure 2.11	Treillis 2 barres soumis à une charge horizontale: évolution du poids	25
Figure 2.12	Treillis 2 barres soumis à une charge verticale: évolution du poids	26
Figure 2.13	Treillis 18 barres, configuration initiale. $L = 250$ in	27
Figure 2.14	Illustration des positions possibles des nœuds 1, 2 et 4, et définition des variables de conception associées: $y_1$ , $x_2$ , $y_2$ , $x_4$ et $y_4$	28
Figure 2.15	Illustration de la solution de poids minimum. Cas des contraintes de tension dans les barres	28
Figure 2.16	Domaines de conception pour l'optimisation topologique	29
Figure 2.17	Conception optimale	30
Figure 2.18	Optimisation topologique suivie d'une optimisation de forme	30
Figure 2.19	Formulation XFEM	31

Figure 2.20	Solution en formulation XFEM	31
Figure 2.21	Solution en formulation XFEM, visualisation des zones « vides»	32
Figure 2.22	Membrane rectangulaire	32
Figure 2.23	Membrane rectangulaire: influence de l'exposant p	33
Figure 2.24	Membrane rectangulaire: influence du volume désiré à la solution	33
Figure 2.25	Problème 3D	34
Figure 2.26	Solution du problème 3D avec 2 048 éléments	35
Figure 2.27	Solution du problème 3D avec 512 éléments	35
Figure 2.28	Dépendance de la solution au maillage	36
Figure 2.29	Quelques problèmes types d'optimisation du matériau, les variables de conception et la modélisation associée	36
Figure 2.30	Représentation d'un pli en matériau composite	37
Figure 2.31	Structure en matériau composite et conditions limites	38
Figure 2.32	Représentation d'un élément stratifié à  couches	38
Figure 2.33	Exemple de microstructures périodiques: (a) perforations rectangulaires (b) matériau feuilleté de rang 2	39
Figure 3.1	Présentation des différents algorithmes d'optimisation	43
Figure 3.2	Algorithmes de résolution d'un problème de programmation linéaire	45
Figure 3.3	Représentation du minimum local et global d'une fonction	49
Figure 3.4	Les catégories des méta-heuristiques	50
Figure 3.5	Exemple de croisement et de mutation sur des chromosomes	54
Figure 3.6	Principe général d'un algorithme génétique	54
Figure 3.7	Pont binaire de Deneubourg	56
Figure 3.8	Illustration de la capacité des fourmis à chercher de la nourriture en minimisant leur parcours. (a) Recherche sans obstacle, (b) Apparition d'un obstacle, (c) Recherche du chemin optimal, (d) Chemin optimal trouvé	57-58
Figure 3.9	Mécanisme de déplacement des essaims de particules	59
Figure 3.10	Schéma du problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastree	60
Figure 3.11	Schéma fonctionnel de l'optimisation dimensionnelle	61
Figure 3.12	Exemples de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastree : optimisation dimensionnelle	61
Figure 3.13	Schéma fonctionnel de l'optimisation géométrique	62
Figure 3.14	Exemple de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastree : optimisation géométrique	62

Figure 3.15	Schéma fonctionnel de l'optimisation topologique	63
Figure 3.16	Exemple de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastree : optimisation topologique	63
Figure 4.1	Problème de poutre treillis 2D	69
Figure 4.2	Résultat de l'optimisation de forme (a) référence, (b) présente étude	70
Figure 4.3	Modélisation	70
Figure 4.4	Modélisation d'une structure par un chromosome	72
Figure 4.5	Opérateur de croisement	73
Figure 4.6	Opérateur de mutation	74
Figure 4.7	Variables des murs soutènement de la terre	77
Figure 4.8	Fréquence d'utilisation des différents algorithmes d'optimisation sur plus de 200 travaux dans le domaine de l'optimisation du bâtiment d'après.	79

## Résumés

Dans ce mémoire, une approche pour les problèmes d'optimisation des structures en génie civil, peuvent être classés selon le type de variables de conception conduit à l'optimisation de dimensionnement (ou dimensionnement optimal), à l'optimisation de forme, à l'optimisation topologique et à l'optimisation du matériau, selon le type de variables les réponses structurales retenues dans le problème d'optimisation peuvent être de natures différentes.

Le mémoire présente une méthodologie pour résoudre de tels problèmes, on définit un espace de recherche fini et une fonction objectif- appelée aussi fonction de coût qu'il s'agit d'optimiser minimiser ou maximiser. Cependant, pour les problèmes dits difficiles, on ne connaît pas d'algorithmes exacts rapides permettant de les résoudre. Même pour les autres, dits à variables continues, il n'existe pas, non plus, d'algorithmes permettant de repérer un optimum global à coup sûr et en un nombre fini de calculs. En effet, en optimisation, le problème peut se présenter sous différentes appellations, selon sa complexité.

Dans ce travail, présentation appliquée les algorithmes méta-heuristiques pour problèmes de conceptions optimales des structures treillis, les structures d'un métalliques (portique), et présenté étude par murs soutènement et le projet de construction d'un bâtiment.

**Mots clés:** Optimisation, méta-heuristiques, appliquer des algorithmes l'optimisation de la structure.

:

في هذه الأطروحة تم تقديم نهج لمشاكل التحسين في هياكل الهندسة المدنية وفقا لنوع متغيرات التصميم الذي يؤدي إلى تحسين ( تحديد ) و تحسين الشكل و تحسين الط بولوجي و تحسين ال اعتمادا على نوع المتغيرات الردود الهيكلية المحددة في مشكلة التحسين لها طبيعة مختلفة. منهجية لحل هذه المشاكل يتم تعريف مساحة البحث النهائية و وظيفة موضوعية تسمى أيضا وظيفة التكلفة التي تتمثل في تحسين الحد الأدنى أو الأعلى . خوارزميات دقيقة سريعة لحلها. للآخرين ما يسمى بالمتغيرات المستمرة لا توجد خوارزميات تجعل من الممكن تحديد تحسين في تسميات مختلفة وفقا لتعقيدها. في هذا العمل تم تقديم تطبيق الخوارزميات *meta-heuristiques* على مشاكل التصميم الأمثل للهياكل الشبكية المعدنية و تقديم دراسة على جدران الإسناد مشروع تشييد مبنى. **المفتاحية:** التحسين *meta-heuristiques* تطبيق خوارزميات تحسين الهي .

**Abstract:**

In this thesis, an approach for structural optimization problems in civil engineering, can be classified according to the type of design variables leads to dimension optimization (or optimal dimensioning), shape optimization, topological optimization and material optimization, depending on the type of variables, the structural responses retained in the optimization problem can be different natures.

The thesis presents a methodology to solve such problems, we define a finite search space and an objective function-also called cost function that is to optimize minimize or maximize. However, for so-called difficult problems, no fast exact algorithms are known to solve them. Even for the others, said to have continuous variables, there are no algorithms that make it possible to identify a global optimum with certainty and in a finite number of calculations. Indeed, in optimization, the problem can be presented under different names, depending on its complexity.

In this work, presentation applied meta-heuristic algorithms for optimal design problems of lattice structures, metal structures, and presented study by retaining walls and construction project of a building.

**Key words:** Optimization, meta-heuristic, applying structure optimization algorithms.

# Table des matières

REMERCIEMENT

LISTE DES SYMBOLES

LISTE DES TABLEAU

LISSTE DES FIGURE

RÉSUMÉ

INTRODUCTION GÉNÉRALE

## CHAPITRE I

### NOTIONS SUR L'OPTIMISATION DES STRUCTURES

1. Introduction .....	04
2. Pourquoi l'optimisation .....	04
3. Les catégories d'optimisation .....	05
3.1.Optimisation de dimensionnement .....	05
3.2.Optimisation forme .....	05
3.3.Optimisation topologique .....	05
4. Evolution des techniques d'optimisation structurale .....	06
4.1.Exemples .....	08
5. Difficultés en optimisation structurale .....	09
5.1.Exemples .....	10

## CHAPITRE II

### LES DIFFERENTS PROBLEMES D'OPTIMISATION DES STRUCTURES

1. Introduction .....	16
2. Choix des variables de conception structurales .....	16
3. Les problèmes d'optimisation des structures .....	17
3.1.Optimisation de dimensionnement .....	18
3.1.1. Les variables de conception les dimensions .....	19
3.1.2. Exemples .....	20
3.2.Optimisation de forme .....	22
3.2.1. Exemples d'optimisation de forme de treillis .....	25

3.3.Optimisation topologique .....	28
3.3.1. Exemple 1 .....	32
3.3.2. Exemple 2 .....	34
3.4.Optimisation du matériau .....	36
3.4.1. Exemple .....	39
4. Conclusion .....	40

## CHAPITRE III

### LES DIFFERENTES METHODES D'OPTIMISATION DES STRUCTURES

1. Introduction .....	42
2. Programmation Linéaire .....	44
2.1.Algorithme du simplexe .....	44
2.2.Algorithmes de points intérieurs .....	45
3. Programmation non-linéaire .....	46
3.1.Introduction .....	46
3.2.Algorithmes de points intérieurs .....	46
3.3.Programmation conique .....	46
4. Programmation linéaire en nombres entiers .....	47
4.1.Programmation de but (des objectifs) .....	48
5. Méthodes méta-heuristiques .....	49
5.1.Méthode de descente .....	51
5.2.Méthode du recuit simulé (RS) .....	51
5.3.La recherche tabou (RT) .....	52
5.4.Méthode GRASP .....	53
5.5.Les algorithmes génétiques (AG) .....	53
5.6.L'algorithme de l'Evolution Différentielle (DE) .....	55
5.7.L'algorithme des colonies de fourmis (ACO) .....	55
5.7.1. Expérience : "Pont binaire de Deneubourg" .....	56
5.8.L'optimisation par les essaims de particules (PSO) .....	58
6. Méthodes de conception optimale .....	60
6.1.Introduction .....	60
6.2.Optimisation de dimensionnement .....	61
6.3.Optimisation géométrique .....	61
6.4.Optimisation topologique .....	62

7. Méthode stochastique .....	64
8. Conclusion .....	64

## CHAPITRE IV

### APPLICATIONS DE L'OPTIMISATION DES STRUCTURES

1. Introduction .....	67
2. Présentation d'optimisation de la topologie des poutres treillis .....	67
3. Présentation d'optimisation des structures métalliques « Portique » .....	71
4. Présentation l'étude sur les murs soutènement par application l'algorithme d'optimisation .....	74
5. Présentation le projet d'un bâtiment par application l'algorithme d'optimisation multiobjectif .....	77

### CONCLUSION GÉNÉRALE

### REFERENCE

### **Introduction générale :**

Dans la vie pratique, on se retrouve souvent confronté à des problèmes de différentes complexités, pour lesquelles on cherche des solutions qui satisfont deux notions antagonistes: la rapidité et la qualité. Devant le coût de recherche prohibitif des méthodes exactes (particulièrement avec des problèmes de grande taille) et la spécificité des heuristiques au problème donné, les méta-heuristiques construisent une solution moins exigeante. En fait, elles sont applicables sur une grande variété de problèmes d'optimisation de différentes complexités. En outre, elles permettent de fournir des solutions de très bonne qualité (pas nécessairement optimales) en temps de calcul raisonnable.

La majorité des méta-heuristiques sont inspirées des systèmes naturels, et c'est comme suit:

- le recuit simulé qui est inspiré d'un processus métallurgique ;
- La recherche tabou s'inspire de la mémoire des êtres humains ;
- Les algorithmes évolutionnaires et les algorithmes génétiques qui sont inspirés des principes de l'évolution Darwinienne et de la biologie ;
- Les algorithmes basés sur l'intelligence d'essaim comme l'algorithme d'optimisation par essaim de particules ;
- L'algorithme de colonies de fourmis ;
- L'algorithme de colonies d'abeilles ;
- La recherche coucou ;
- L'algorithme d'optimisation par coucou qui s'inspirent du comportement social de certaines espèces évoluant en groupe.

Les méta-heuristiques à base de population de solutions débutent la recherche avec une panoplie de solutions. Elles s'appliquent sur un ensemble de solutions afin d'en extraire la meilleure (l'optimum global) qui représentera la solution du problème traité. L'idée d'utiliser un ensemble de solutions au lieu d'une seule solution renforce la diversité de la recherche et augmente la possibilité d'émergence de solutions de bonne qualité. Une grande variété de méthodes basées sur une population de solutions a été proposée dans la littérature, commençant par les algorithmes évolutionnaires, passant par les algorithmes génétiques et arrivant aux algorithmes à base d'intelligence par essaims (l'algorithme d'optimisation par essaim de particules, l'algorithme de colonies de fourmis, l'algorithme de colonies d'abeilles, la recherche coucou, l'algorithme d'optimisation par coucou...) qui ont connus une investigation remarquable ces deux dernières décennies.

L'objectif de ce travail est d'optimiser la topologie, la forme, et dimensions des systèmes structurent et utilisée les méthodes méta-heuristique par application d'optimisation des structures en génie civil.

Ce travail a été effectué selon le plan de travail suivant :

- Le premier chapitre est consacré à un état de l'art sur les méthodes d'optimisation des Structures : Nous présentons d'abord quelques définitions, et en particulier les problèmes d'optimisation structurelle et aux méthodes utilisées pour leur résolution, où l'on cherche, sans aucune restriction explicite ou implicite dans la meilleure forme possible quitte à changer de topologie.
- Le deuxième chapitre présente les problèmes d'optimisation des structures peuvent être classés selon le type de variables de conception. La formulation du problème en termes de variables de conception conduit à l'optimisation de dimensionnement (ou dimensionnement optimal), à l'optimisation de forme, à l'optimisation topologique et à l'optimisation du matériau. Les réponses structurales retenues dans le problème d'optimisation peuvent être de natures différentes.
- Le troisième chapitre présente les différentes méthodes d'optimisation des structures, et c'est en utilisant les méthodes regroupant les heuristiques et les méta-heuristiques. Nous rappelons que la plupart des heuristiques sont spécifiques à un problème donné et ne s'appliquent, en général, qu'à des problèmes discrets. Elles sont de complexité raisonnable, autrement dit, idéalement polynomiales mais efficaces et simples à mettre en œuvre. Quant aux méta-heuristiques, ce sont des algorithmes stochastiques qui tentent de trouver l'optimum global d'un problème d'optimisation difficile en un temps raisonnable sans être piégé dans des optima locaux.
- Le dernier chapitre présente l'application des algorithmes méta-heuristiques pour problèmes de conceptions optimales des structures treillis, les structures d'un métalliques (portique), et présente l'étude par murs soutènement et le projet de construction d'un bâtiment.

Nous terminons notre travail par une conclusion et des perspectives.

# **CHAPITRE I : NOTIONS SUR L'OPTIMISATION DES STRUCTURES**

## 1. Introduction :

L'étymologie du mot optimisation, vient du verbe anglais *to optimize* consistant à rendre le fonctionnement d'un système le plus favorable possible, et de nos jours, l'optimisation intervient dans presque tous les domaines des sciences de l'ingénieur. Elle a par exemple pour cadre soit l'amélioration de l'existant par modification des paramètres vis à vis de nouveaux objectifs ou limitations, soit l'émergence de nouvelles conceptions par l'optimisation de dimensions, de forme ou de topologie. Autrement dit, elle consiste à déterminer la meilleure forme, les meilleures propriétés internes et/ou meilleures conditions de travail d'une structure obéissant à des contraintes connues, produisant ainsi un extremum (soit minimum ou maximum) d'une quantité choisi caractérisant la structure [1].

## 2. Pourquoi l'optimisation :

Les techniques d'optimisation sont aujourd'hui utilisées dans de très nombreux domaines dont la logistique, la gestion de production, la finance, l'assurance et la banque, les protocoles de transport d'information des réseaux informatiques, le transport d'énergie dans les réseaux électriques, les stratégies militaires, les transports aériens et ferroviaires entre autres ... Et bien sûr, ces outils sont utilisés dans les bureaux d'études mécaniques en génie civil, construction navale, aéronautique, automobile...

Généralement, certains outils d'optimisation sont spécifiques à un type de problème et ont été développés pour répondre à un besoin précis, d'autres sont généraux... Des outils spécifiques ont vu leur champ d'application s'étendre progressivement, d'autres ont une utilisation qui est restée limitée. Mais tous les outils d'optimisation ont un point commun: ils reposent sur un socle mathématique relativement important et sont souvent difficiles à comprendre et à utiliser. Il est en effet important de mettre à disposition, et de manière simple, la connaissance pratique des méthodes d'optimisation et de présenter la manière avec laquelle elles sont utilisées dans les bureaux d'études.

Une grande partie du métier d'ingénieur consiste à trouver une solution à un problème, qu'il soit technique (ce qui constitue le cœur du métier), financier, organisationnel. Pour être admissible, cette solution doit atteindre un objectif ou une fonction principale et elle doit satisfaire à un certain nombre de contraintes, traduites ou non par les lois de la physique selon le type de problème. Il existe toujours plusieurs solutions possibles et le concepteur est tenté de rechercher la meilleure (au sens qu'il devra définir) : il est donc tenté d'optimiser.

Malheureusement, les phénomènes physiques sont généralement décrits par des systèmes d'équations aux dérivées partielles qui gouvernent leurs évolutions, systèmes qui n'ont de solutions analytiques que

dans des cas particuliers très idéalisés. Ces solutions analytiques sont intéressantes pour trouver des ordres de grandeur mais elles ne donnent pas la solution du problème réel et sont de fait insuffisantes pour en déterminer l'optimum. Chacun sait aussi que des routines d'optimisation sont facilement accessibles mais celles-ci nécessitent la formulation analytique du problème. Celui-ci doit donc se tourner vers le calcul numérique et utiliser diverses techniques numériques comme par exemple les éléments finis ou les volumes finis. On conçoit bien qu'une optimisation, quelle que soit la méthode utilisée, va nécessiter plusieurs itérations. On sait aussi que le nombre de variables qui interviennent dans un travail de conception est souvent grand. Toutes ces remarques vont dans le même sens: même si on dispose d'une puissance de calcul importante et bien que les outils soient devenus performants, on va vite avoir besoin de ressources de calcul très importantes pour mener à bien une optimisation. Il est donc nécessaire de maîtriser ce que l'on fait pour que les temps de calcul soient raisonnables, que l'optimisation soit efficace et la solution pleinement satisfaisante [2].

### **3. Les catégories d'optimisation :**

Les classes d'optimisation sont scindées arbitrairement en trois grandes familles classées historiquement par ordre de difficulté et de généralité.

#### **3.1.Optimisation de dimensionnement :**

L'optimisation dimensionnelle (Figure 1.1) consiste à faire varier la variable  $x$  liée à la géométrie de conception (variation des dimensions). Aucune modification de forme ou de topologie n'est alors appliquée. Elle est ainsi dépendante d'une forme de pièce initiale définie préalablement par l'utilisateur, l'application de l'optimisation dimensionnelle intervient souvent pour affiner la conception. Par conséquent l'opération de remaillage n'est pas indispensable [3].

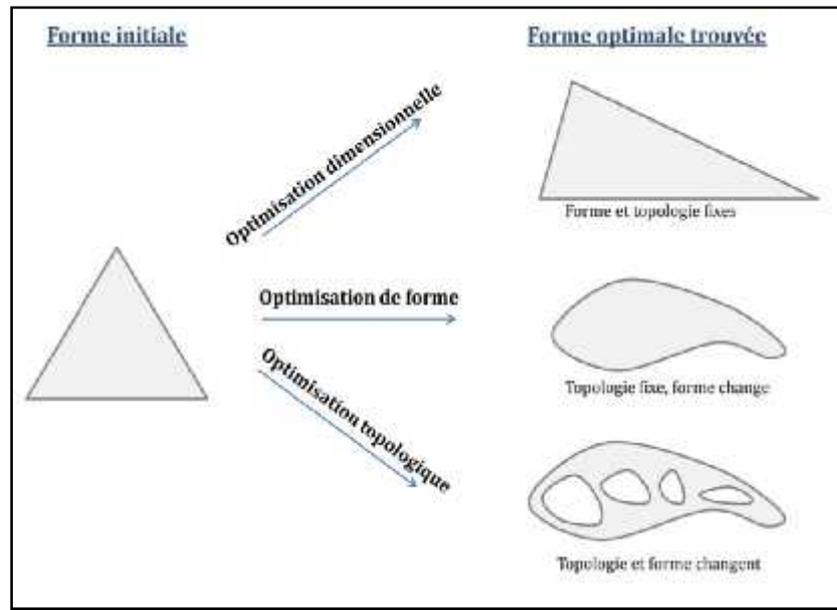
#### **3.2.Optimisation forme :**

Contrairement à l'optimisation dimensionnelle, l'optimisation de forme (Figure 1.1) permet d'apporter des changements dans la forme initiale. La topologie qui reste fixe tout au long du processus d'optimisation est un paramètre fondamental d'entrée. L'optimisation de forme modifie la représentation paramétrique des frontières du domaine [4]. Par conséquent en raison de la modification de la géométrie de la pièce pendant le processus d'optimisation, le remaillage automatique de modèles d'éléments finis est alors exigé rendant l'utilisation de l'optimisation délicate et coûteuse de point de vue temps.

#### **3.3.Optimisation topologique :**

L'optimisation topologique (Figure 1.1) [5], permet de contrôler non seulement la géométrie, mais aussi la topologie de la structure. Elle consiste à une modification fondamentale de la nature de l'objet

en termes de nombre et de position des composantes des domaines. Les variables de conception deviennent des variables logiques informant sur la présence ou absence de la matière dans une position donnée du domaine. L'optimisation se ramène dans ce cas à la recherche de la distribution optimale de matière dans le domaine en éliminant de la matière dans les endroits du domaine ne respectant pas les fonctions objectifs. L'avantage majeur de cette méthode réside dans le fait qu'aucune information initiale sur la topologie de la forme optimale n'est à donner.



**Figure 1.1** Les trois catégories d'optimisation structurelle

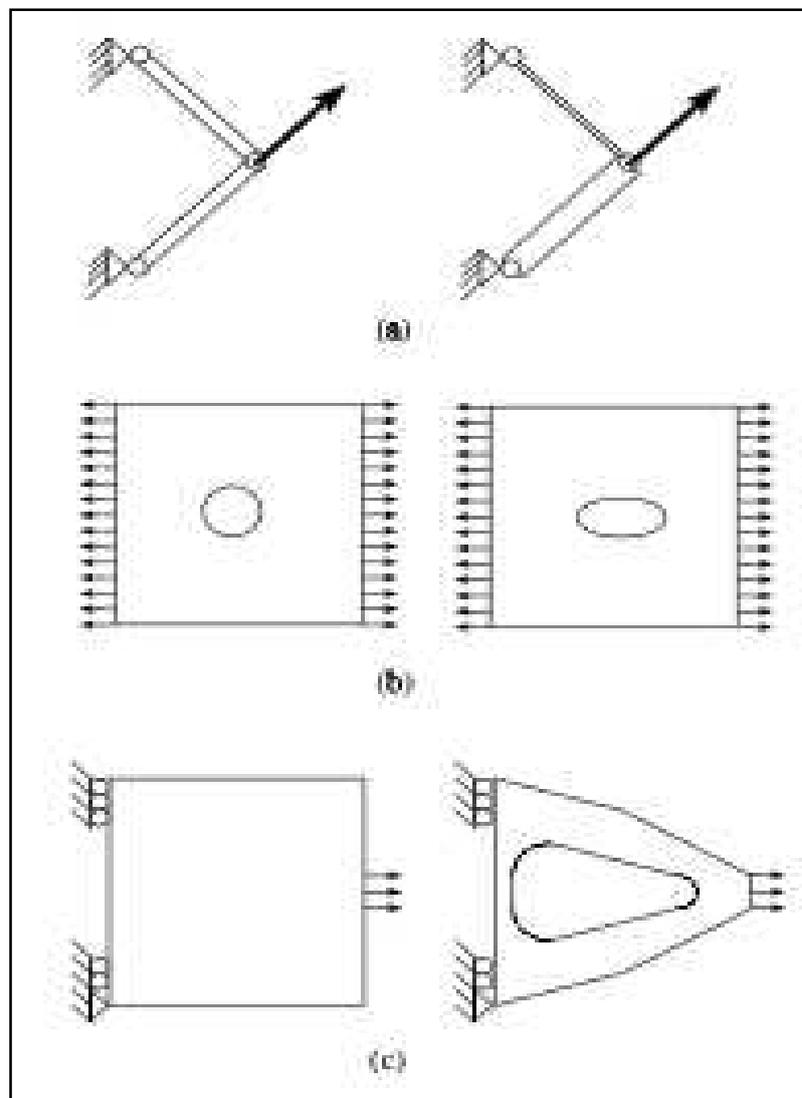
#### 4. Evolution des techniques d'optimisation structurelle :

Le développement constant des techniques de conception assistée par ordinateur et des stratégies d'optimisation s'inscrit dans ce cadre. L'optimisation des structures soulève depuis plus de vingt ans le plus vif intérêt. Encore trop peu appliquée aux techniques classiques de bureau d'études, elle s'y intègre progressivement au fur et à mesure que s'accroît sa fiabilité. Parti des problèmes les plus simples, le champ d'application de l'optimisation structurelle s'étend aujourd'hui à de nouveaux défis toujours plus intéressants. L'optimisation de la topologie des structures est maintenant un sujet en pleine ébullition. L'établissement de ses bases théoriques remonte au milieu de la dernière décennie, tandis que les premières applications pratiques ne datent que de la fin des années 80.

Pour illustrer l'évolution des techniques d'optimisation structurelle, on peut scinder arbitrairement l'optimisation des structures en trois grandes familles. Historiquement, chacune a été abordée par ordre croissant de difficulté et de généralité (figure 1.2).

Le dimensionnement automatique des structures (figure 1.2.a) ne permet de modifier que la section droite ou l'épaisseur transversale des composants d'une structure dont la forme et la topologie sont fixées. Aucune modification du modèle géométrique n'est possible.

L'optimisation de forme (figure 1.2.b) admet des changements de forme compatibles avec une topologie fixée au préalable. L'optimisation de forme classique modifie la représentation paramétrique des frontières du domaine. En faisant bouger les frontières des domaines, on peut rechercher une meilleure solution parmi l'ensemble de toutes les structures obtenues par transformation homéomorphe de la structure originale. Dans ce cas, il est clair que l'on peut admettre un changement des dimensions transversales aussi bien qu'une modification de la configuration de la structure, mais il n'est certainement pas permis d'altérer la connectivité ou la nature des membres structuraux.



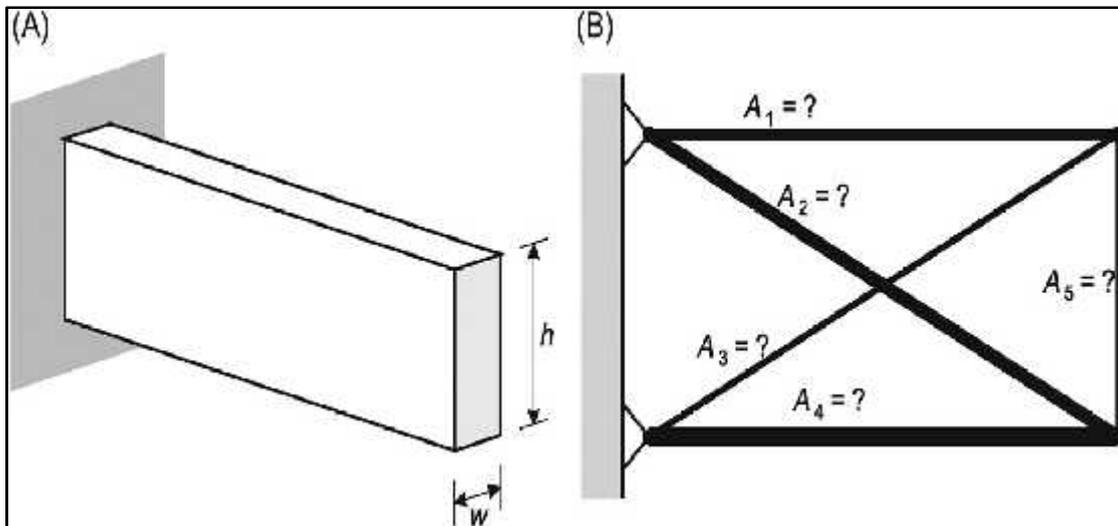
**Figure 1.2** Les 3 classes de problèmes d'optimisation des structures: (a) Dimensionnement, (b) Forme avec topologie fixée, (c) Topologie variable.

Enfin, l'optimisation topologique (figure 1.2.c) permet de modifier plus fondamentalement la nature de la structure. Cette fois, la géométrie de la pièce est envisagée sans aucun a priori sur la connectivité des domaines ou des membres structuraux présents dans la solution. Optimiser la topologie conduit naturellement à déterminer d'une certaine manière la forme ou les dimensions transversales optimales de la structure, de sorte que certains auteurs [6], lui attribuent aussi le nom d'optimisation de forme généralisée.

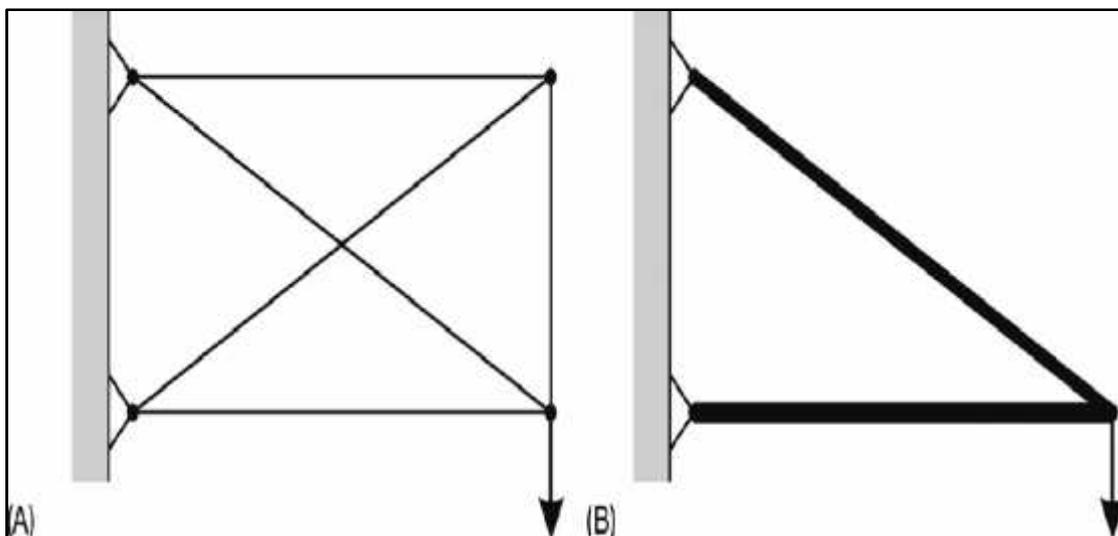
#### 4.1.Exemples :

- Exemple des structures l'optimisation de la taille peut être utilisée:

(A) Poutre en cantilever de dimensions transversales inconnues, (B) Structure de la ferme ou la zone de chaque barre est inconnue [7,8].



- Exemple optimisation de la topologie d'une structure de ferme: (A) topologie originale, (B) topologie finale avec des fermes enlevées [9].



- Un autre exemple d'un bâtiment optimisé de topologie est le projet Side de fleuve Akutagwa au Japon acheté en 2004 « Projet Side de fleuve Akutagwa. A gauche est un modèle informatique des structures. A droite est la structure finie [10] ».



## 5. Difficultés en optimisation structurale :

Aujourd'hui, les problèmes d'optimisation des dimensions transversales et d'optimisation des paramètres de forme des structures élastiques sont maîtrisés dans une large mesure. Si la fonction objectif et les contraintes se prêtent à une analyse de sensibilité, l'application d'algorithmes d'optimisation permet de dégager une solution au problème avec un effort souvent raisonnable. Ainsi, de nombreux problèmes pratiques de conception structurale peuvent être résolus avec succès et rigueur. Mais il ne faut pas se leurrer, il existe encore plusieurs difficultés majeures.

La première difficulté est fondamentalement liée à la nature de l'optimisation de forme paramétrique. Le modèle de la forme de la structure doit être choisi avant le processus d'optimisation qui ne pourra le modifier. La solution trouvée est découverte de contours initialement définie pour la modélisation. La recherche d'une meilleure topologie sur des bases rationnelles échappe complètement à la stratégie de l'optimisation de forme classique. Pour sortir de solution, il recourir à une autre formulation du problème. La forme libre d'une structure s'obtient généralement en recherchant la distribution de matière optimale selon un critère spécifié.

La seconde difficulté est inhérente à la solution des problèmes d'optimisation d'un paramètre distribué tel que celui des propriétés matérielles sur un domaine de conception. L'existence et l'unicité de l'optimum sont loin d'être évidentes. Le calcul numérique de la solution est alors mis en difficulté. La

solution à ce problème passe par le processus de relaxation, c'est-à-dire une extension de l'espace de conception à l'ensemble de toutes les distributions de matériaux composites poreux.

Pour arriver au calcul des variations et à l'optimisation sur des domaines généralisés, Murat et Tartar (1985a), parlent des deux difficultés à surmonter. "La première difficulté survient lorsque l'on recherche à démontrer l'existence: pour nombre de problèmes il n'existe pas de solution optimale que l'on a considérée a priori, et les suites optimisantes (minimisantes) convergent vers quelque chose que l'on peut appeler "solution généralisée" et qu'il est important de définir de façon précise.

La seconde difficulté survient lorsque l'on cherche à dériver la fonction coût pour obtenir des conditions nécessaires d'optimalité (et mettre en œuvre des méthodes numériques telles que les méthodes de descente); dans certains problèmes, l'ensemble sur lequel on optimise n'a pas de propriété de convexité (ou plus généralement n'est pas localement une variété) de sorte qu'on ne peut faire de variations ou d'accroissements sans sortir de l'ensemble considéré a priori: c'est le cas de l'optimisation de domaine où l'on recherche une fonction caractéristique et où il n'y a pas de chemin naturel à une autre en restant dans l'ensemble des fonctions caractéristiques " $(t\chi_1 + (1-t)\chi_2)$  n'est pas une fonction caractéristique pour  $0 < t < 1$  si  $\chi_1 \neq \chi_2$ " [11].

Les problèmes multi-objectifs sont beaucoup plus difficiles à traiter que les problèmes mono-objectif, cette difficulté est raison de l'absence d'une relation d'ordre total entre les solutions, une solution peut être meilleure qu'une autre sur certains objectifs et moins bonne sur les autres, donc il n'existe généralement pas une solution unique qui assure une solution optimale simultanément pour l'ensemble d'objectifs, voilà pourquoi le concept de solution optimale devient moins pertinent en optimisation multi-objectifs.

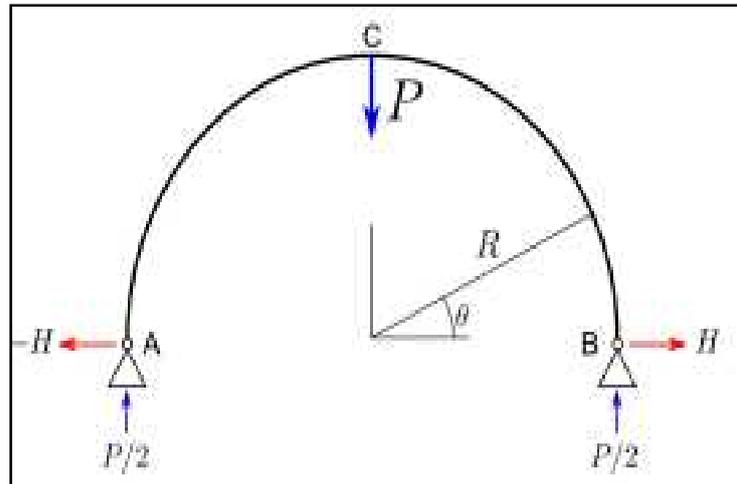
Dans le cas d'optimisation de plusieurs objectifs, la solution optimale n'est plus une solution unique mais un ensemble de solutions compromis entre les différents objectifs à optimiser. Pour identifier ces meilleurs compromis, il est nécessaire de définir une relation d'ordre entre ces éléments, parmi ces relations, la plus célèbre et la plus utilisée est la relation de dominance au sens de Pareto, l'ensemble des meilleurs compromis est appelé: front de Pareto, la surface des compromis ou l'ensemble des solutions efficaces. Cet ensemble construit un équilibre, c'est-à-dire qu'aucune amélioration peut être faite sur un objectif sans la dégradation d'au moins un autre objectif [12].

### 5.1.Exemples :

#### - Ruine d'un portique en forme d'arc semi-circulaire :

Une coque cylindrique de section semi-circulaire de rayon R est simplement appuyée en A et en B et soumise à un effort vertical concentré en C d'intensité P (Figure 1.3). La coque obéit au critère de

résistance de Rankine, de résistance uniaxiale  $\sigma_0$  tandis que son épaisseur est fixée à  $t = 0.001R$ , valeur suffisamment faible pour considérer la résistance à l'effort membranaire comme infinie pour ce problème. Le problème ne faisant pas intervenir la direction transversale, on considère uniquement une tranche discrétisée à l'aide d'un seul élément dans cette direction avec des conditions aux limites appropriées. La circonférence est, quant à elle, discrétisée à l'aide de 100 éléments (on ne modélise en réalité que le semi-portique du fait de la symétrie du problème).



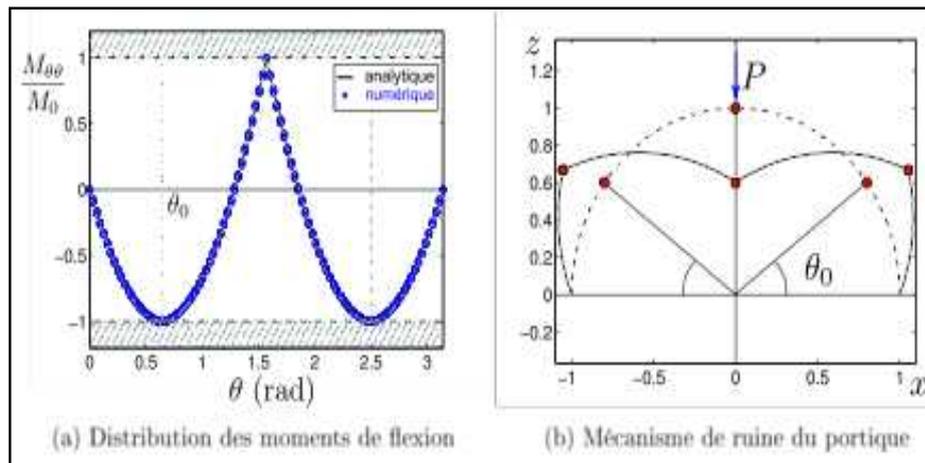
**Figure 1.3** Portique en forme d'arc semi-circulaire.

La charge ultime pour ce problème peut être déterminée analytiquement, le problème étant hyperstatique de degré 1 avec, par exemple, la réaction de poussée horizontale  $H$  comme inconnue hyperstatique. En un point de l'arc paramétré par l'angle  $\theta$ , la distribution de moments statiquement admissible est de la forme suivante [13]:

$$M(\theta) = HR\sin\theta + PR(1 - \cos\theta)/2 \quad \text{si } \theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

avec  $M(\theta) = M(\pi - \theta)$  pour  $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ . Les sections potentiellement critiques sont le point C et un point intermédiaire d'angle  $\theta_0 = \tan^{-1}(-2H/P)$  ainsi que son symétrique. L'écriture du critère de résistance sur le moment de flexion en ces trois points conduit à une charge ultime égale à  $P^+ = 8M_0/R$ , la valeur de la poussée associée étant  $H = -3M_0/R$ ; ou  $M_0 = \sigma_0 t^2/4$ .

La mise en œuvre numérique par éléments finis de l'approche statique pour ce problème fournit la valeur exacte de  $P^+$  avec une précision de l'ordre de  $10^{-4}$ . On s'intéresse en particulier à la distribution des moments de flexion obtenue numériquement le long du portique. On constate sur la (Figure 1.4.a) que l'allure de cette distribution est confondue avec la solution analytique. En particulier, les trois sections potentiellement critiques en  $\theta = \theta_0, \pi/2$  et  $\pi - \theta_0$  sont retrouvées par la solution numérique.

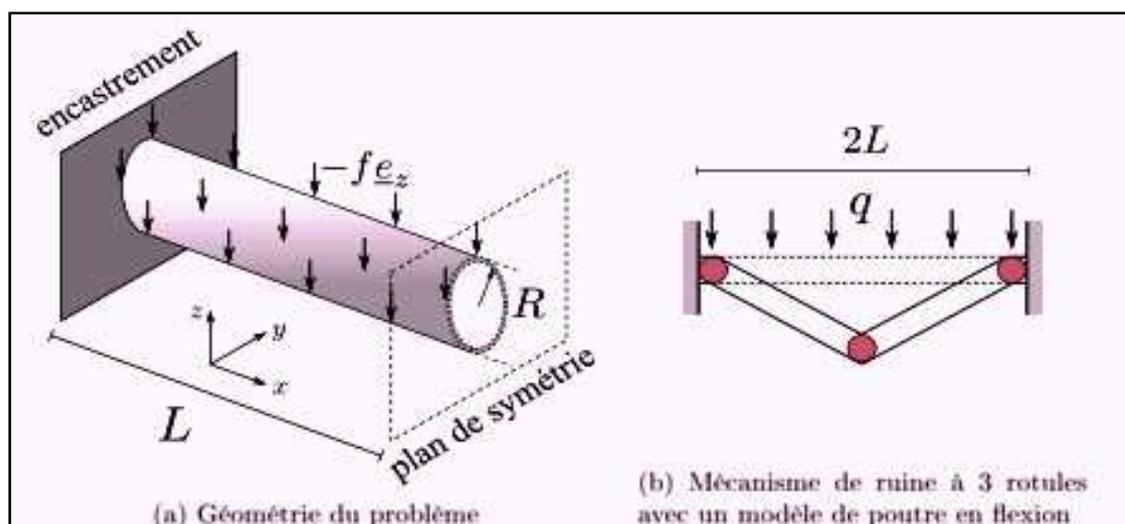


**Figure 1.4** Solutions numériques pour le problème du portique.

Enfin, la mise en œuvre numérique de l'approche cinématique fournit également la valeur exacte de  $P^+$  avec la même précision. De plus, l'allure du mécanisme de ruine (Figure 1.4.b) correspond à celui associé à la statique précédente [13] *i.e.* mettant en jeu des discontinuités de rotation aux trois sections potentiellement critiques précédentes.

#### - Coque cylindrique bi-encastée :

Cet exemple s'intéresse à la charge ultime d'une coque cylindrique de rayon  $R$ , d'épaisseur  $t$  et de longueur  $2L$ , encastée à ses deux extrémités. La géométrie de la coque est représentée sur la (Figure 1.5.a). Le chargement correspond à une densité surfacique uniforme d'efforts verticaux  $f_z$  et seule la moitié de la coque est considérée en appliquant des conditions de symétrie appropriées sur la surface  $x = L$ . Dans la suite, on fixe le rapport  $t/R = 0.01$  et on considère différentes valeurs de l'élancement structurel  $2L/R$ .

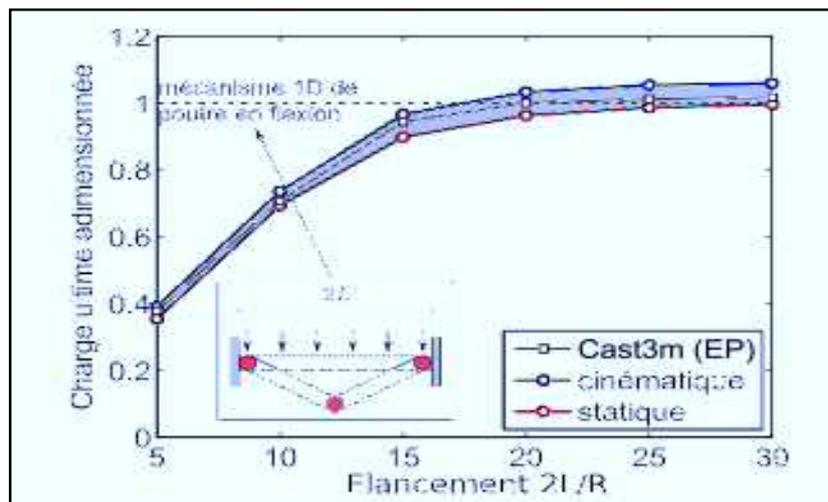


**Figure 1.5** Problème de la coque cylindrique bi-encastée.

À titre de comparaison, nous avons calculé la charge ultime prédite par un modèle unidimensionnel de poutre en flexion dont le mécanisme de ruine est un mécanisme de poutre à 3 rotules situées aux encastremets et à mi-portée (Figure 1.5.b). Cette charge ultime est égale à  $q^+ = 16M_0 = (2L)^2$  où  $q$  est la charge linéique équivalente (i. e.  $q = 2\pi Rf$ ) et  $M_0$  est le moment ultime de la poutre de section circulaire donné par  $M_0 = 4t(R^2 + t^2/12)\sigma_0 \approx 4tR^2\sigma_0$ . On en déduit donc la charge ultime fournie par ce modèle de poutre en flexion :

$$f_{\text{poutre}}^+ = \frac{32}{\pi} \sigma_0 t \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \quad (1)$$

Nous avons mis en œuvre les approches statiques et cinématique sur ce problème en considérant des maillages structurés avec 40 éléments le long de la circonférence et des éléments de longueur  $R = 4$  dans la direction longitudinale. Les charges ultimes calculées, adimensionnées par rapport à celle du modèle de poutre en flexion (1), ont été représentées sur la (Figure 1.6) pour différentes valeurs de l'élanement.

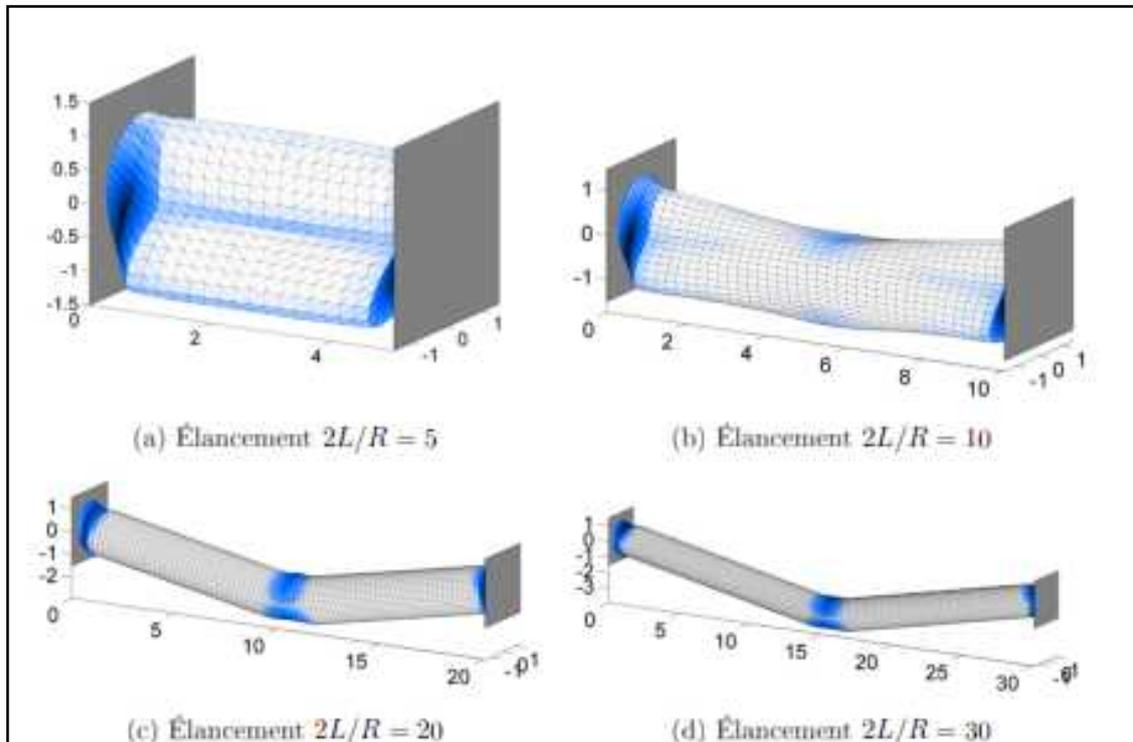


**Figure 1.6** Évolution de la charge ultime en fonction de l'élanement du cylindre.

À titre de comparaison, nous avons également reporté les charges ultimes obtenues par un calcul élastoplastique avec éléments de coque à l'aide du code élément fini Castem [14] pour des maillages similaires.

Tout d'abord, on peut remarquer que les résultats du calcul élastoplastique se situent entre les bornes inférieures de l'approche statique et les bornes supérieures de l'approche cinématique, confortant ainsi nos propres calculs. On constate très clairement une évolution de la charge limite vers une valeur proche du modèle de poutre en flexion pour des valeurs élevées de l'élanement. Pour des valeurs plus modérées, la valeur de la charge ultime est plus faible, l'allure de ces courbes rappelant les résultats obtenues dans le cas des plaques épaisses en interaction flexion-effort tranchant.

Ces résultats sont confirmés lorsque l'on représente l'allure des mécanismes de ruine pour différents élancements (Figure 1.7). On observe un mécanisme de ruine semblable à une rupture par effort tranchant pour les faibles élancements, malgré le fait que la coque soit elle-même infiniment résistante à l'effort tranchant.



**Figure 1.7** Mécanisme de ruine et densité de déformation pour différents élancements.

En particulier pour  $2L/R = 5$ , la section circulaire présente un mode de ruine faisant apparaître trois charnières dans la direction longitudinale. Pour les valeurs plus élevées, on retrouve un mécanisme de ruine de type poutre en flexion présentant une déformation localisée près des encastremets et à mi-portée, rappelant les trois rotules du mécanisme 1D. Mentionnons pour finir que les mécanismes de ruine obtenus ici sont tout à fait semblables à ceux obtenus par le calcul élastoplastique réalisé avec Castem.

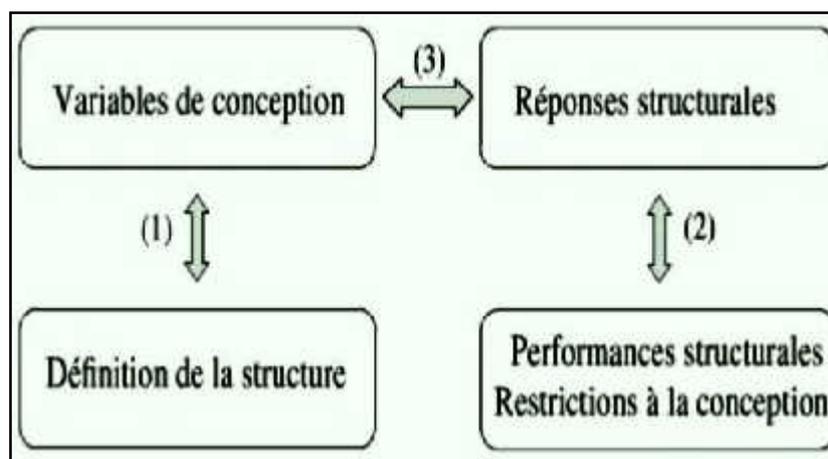
# **CHAPITRE II : LES DIFFERENTS PROBLEMES D'OPTIMISATION DES STRUCTURES**

## 1. Introduction :

L'optimisation des structures a pour but de maximiser au moins une performance structurale donnée, tout en satisfaisant à un certain nombre de restrictions assurant la faisabilité de la conception et le respect du cahier des charges. La fonction objectif et les contraintes correspondent à des réponses structurales représentant le poids de la structure, sa raideur ou encore le maximum des tensions équivalentes rencontrées en tout point du solide. Les variables de conception sont choisies comme étant l'épaisseur de membres structuraux, certains paramètres définissant la géométrie de la pièce à concevoir, ou encore des caractéristiques du matériau comme les orientations des fibres dans chaque pli d'une structure en matériau composite [2].

## 2. Choix des variables de conception structurales :

La généralité de la solution optimale dépend du choix des variables de conception. Celles-ci permettent de paramétrer avec plus ou moins de liberté la structure étudiée. La validité de la solution est fixée par les performances structurales et les restrictions à la conception (c'est-à-dire les contraintes) retenues dans le problème d'optimisation, ces grandeurs rendront compte du comportement de la structure dans les limites imposées par ce choix. En effet, si l'optimisation porte sur le poids et la raideur, on ne s'étonnera pas si les restrictions de tension ne sont pas satisfaites. Selon (1) en (figure 2.1), la liberté de définition de la structure dépend du type de variables de conception, selon (2), les performances structurales dépendent des réponses structurales considérées, et, selon (3), les réponses structurales sont fonctions des variables de conception. En d'autres termes, selon la manière avec laquelle on va paramétrer le problème, on pourra définir différents problèmes d'optimisation qui seront d'une généralité, d'une qualité ou d'une pertinence donnée.



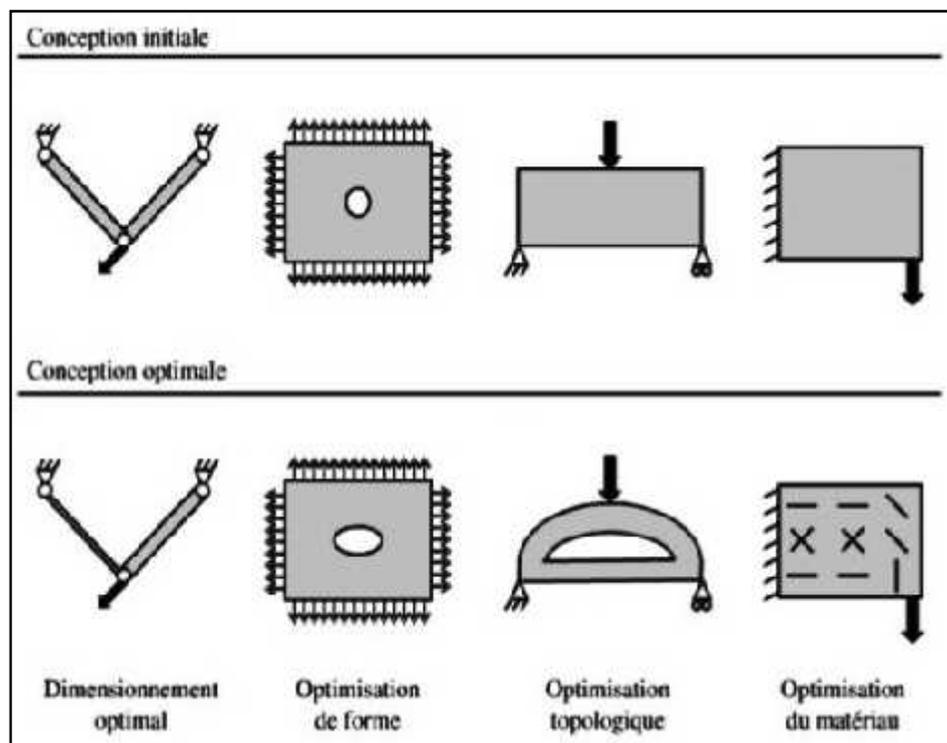
**Figure 2.1** Limitations de l'optimisation des structures liées au choix des variables de conception et des réponses structurales.

De plus, comme mentionné auparavant, si certains types de réponses structurales (par exemple les tensions dans les barres) ne sont pas pris en compte dans l'ensemble des contraintes du problème d'optimisation, on ne doit pas s'attendre à ce qu'elles soient satisfaites pour la solution optimale qui sera trouvée. On obtient donc l'optimum qu'on mérite. Comme expliqué précédemment, l'analyse des structures est effectuée par la méthode des éléments finis et le paramétrage de la structure s'effectue suivant ce formalisme. Les différents problèmes d'optimisation y sont liés. Les méthodes d'optimisation des structures, elles sont nombreuses.

Certaines proviennent du domaine des mathématiques pures, où des algorithmes généraux ont été développés sans que le but ait été de les appliquer au cas des structures. Ces méthodes peuvent d'ailleurs montrer leurs limites dans ce genre d'applications, ce qui leur a valu des adaptations particulières performantes. D'autres méthodes viennent plutôt du domaine de la gestion. Ici aussi, ces méthodes ont leurs inconvénients lorsqu'elles sont utilisées en optimisation des structures, car elles ne sont pas réellement adaptées à ce genre de problèmes. Enfin, la dernière classe de méthodes est directement liée aux structures, et est mise au point par des ingénieurs spécialisés. Très spécifiques et dépendant fortement du problème traité, elles ont également montré leurs limites au fil du temps [2].

### 3. Les problèmes d'optimisation des structures :

Les problèmes d'optimisation des structures peuvent être classés selon le type de variables de conception (figure 2.2).

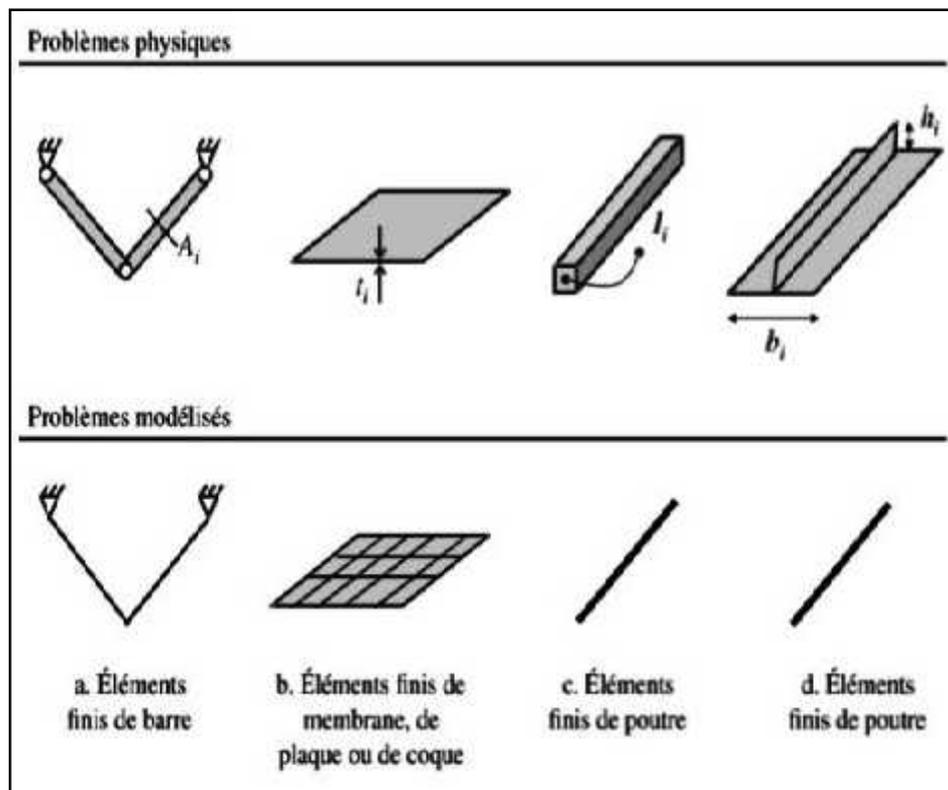


**Figure 2.2** Différents problèmes d'optimisation des structures.

La formulation du problème en termes de variables de conception conduit à l'optimisation de dimensionnement (ou dimensionnement optimal), à l'optimisation de forme, à l'optimisation topologique et à l'optimisation du matériau. Dans le cas de la (figure 2.2), on présente le cas des orientations optimales d'un matériau composite. Selon le type de variables envisagées, les réponses structurales retenues dans le problème d'optimisation peuvent être de natures différentes [2].

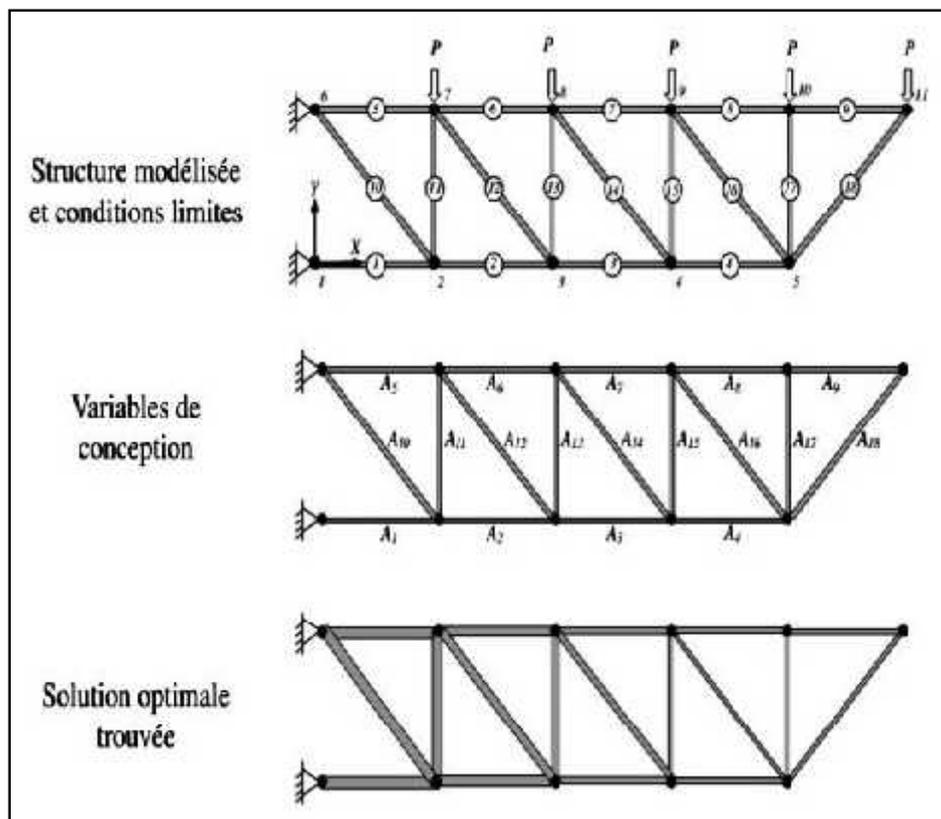
### 3.1.Optimisation de dimensionnement :

Dans l'optimisation de dimensionnement des structures, on modifie les dimensions transversales des éléments de structures minces : la section droite des barres (figure 2.3.a), ou encore l'épaisseur transversale des membranes, plaques ou coques (figure 2.3.b). Ni la forme ni la topologie de la structure ne sont changées, c'est-à-dire qu'on ne modifie ni la géométrie ni l'agencement ni le nombre des membres structuraux. On inclut également dans cette catégorie les problèmes dans lesquels l'inertie ou les dimensions des raidisseurs sont variables (figure 2.3.c) et (figure 2.3.d), mais seulement lorsque ceux-ci sont modélisés par des éléments finis de poutres ou de barres: la modification des dimensions des semelles ou de l'âme n'introduit alors aucune modification dans la géométrie du modèle éléments finis utilisé. Seules les propriétés physiques des éléments des structures sont modifiées.



**Figure 2.3** Quelques problèmes types de dimensionnement optimal, les variables de conception et la modélisation associée.

Ce type d'optimisation, l'apparition au début des années 1970, est utilisé quotidiennement au niveau industriel, principalement dans le domaine aéronautique. Bien qu'elle semble basique dans sa formulation, cette optimisation peut faire intervenir un nombre appréciable de variables de conception (jusqu'à quelques centaines) ainsi qu'un grand nombre de contraintes attachées aux différents cas de charge que la structure doit supporter (jusqu'à quelques milliers). La plupart du temps, il s'agit de minimiser le poids de la structure sous des restrictions concernant la tenue en résistance et parfois la raideur de la structure. Des restrictions liées à la tenue au flambage et à la raideur dynamique ont également été prises en compte: on peut vouloir minimiser le poids de la structure tout en s'assurant que la charge de flambage ou la première fréquence de vibration soit supérieure à une valeur minimale donnée. À la (figure 2.4), on présente le problème d'optimisation d'un treillis composé de 18 barres. La structure est attachée sur sa partie gauche, et est soumise à une force verticale d'amplitude  $P$  en chaque nœud supérieur. Les variables de conception sont les aires  $A_i$ , des sections de chaque barre: on en compte dix huit [2].



**Figure 2.4** Illustration d'un problème de dimensionnement optimal.

### 3.1.1. Les variables de conception les dimensions:

En dimensionnement optimal, les variables de conception sont associées aux dimensions transverses des éléments de structure: aire  $A$ , de la section des barres 1 ou des poutres dans le cas d'un treillis ou épaisseur  $t$  dans le cas de membranes ou de coques. Pour la plupart des problèmes, la

matrice de raideur élémentaire s'exprime simplement comme le produit de deux facteurs, le premier dépendant de la variable de conception et le second en étant indépendant. Si on reprend le cas de l'élément fini de barre, la matrice de raideur de l'élément  $i$  prend la forme suivante, et la variable  $A_i$  peut en être extraite:

$$K_i = \frac{E_i A_i}{L_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = A_i \frac{E_i}{L_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = A_i \bar{K}_i$$

De même et sans rentrer dans des écritures éléments finis, la matrice de raideur  $A$  d'une membrane et la matrice de raideur en flexion  $D$  d'une plaque s'expriment de manière générale sous la forme suivante:

$$A = \frac{E_t}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix} = t \bar{A}$$

$$D = \frac{E_t^3}{12(1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu)/2 \end{bmatrix} = t^3 \bar{D}$$

On voit donc où se cachent les variables de conception dans ce type de problème. Le calcul de sensibilité des réponses structurales fait intervenir la dérivée de la raideur par rapport aux variables de conception. Cette dérivée s'obtient aisément sur la base des relations précédentes [2].

### 3.1.2. Exemples :

On étudie ici le cas simple d'un treillis isostatique constitué de deux barres formant un angle de  $90^\circ$ , comme illustré à la (figure 2.5). Les deux nœuds supérieurs sont fixés et une charge verticale est appliquée au nœud inférieur.

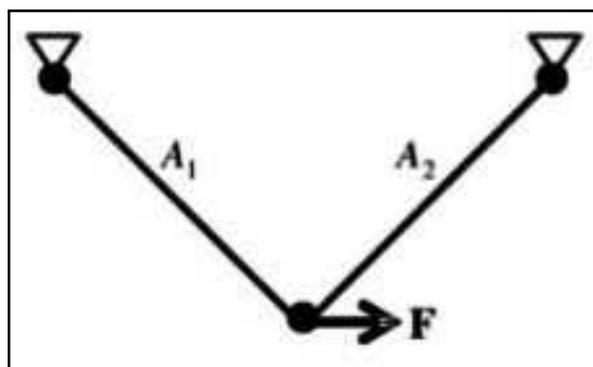


Figure 2.5 Treillis à optimiser.

Les aires des sections des barres sont les variables de conception. Le but de l'optimisation consiste à minimiser le volume du treillis, proportionnel à son poids, tout en satisfaisant à des contraintes sur les tensions dans les barres. On donne au matériau des limites différentes en traction et en compression.

Le problème d'optimisation s'écrit alors :

$$\begin{aligned} & \min_{A_i} w(A) \\ & -200 \leq \sigma_1 \leq 300 \\ & -200 \leq \sigma_2 \leq 300 \end{aligned}$$

Le volume du treillis  $w$  est une fonction linéaire des variables de conception.

L'équilibre des forces aux nœuds où s'applique la charge permet d'écrire,  $Q_1$  et  $Q_2$  étant les tensions respectivement dans les barres 1 et 2:

$$Q_1 = \frac{F}{\sqrt{2}} \quad ; \quad Q_2 = -\frac{F}{\sqrt{2}}$$

Les contraintes associées sont données par :

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{F}{A_1\sqrt{2}} \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{A_2} = -\frac{F}{A_2\sqrt{2}}$$

La barre 1 est en traction alors que la barre 2 est en compression. On peut appliquer ici le critère d'optimalité du FSD [15]. Puisque le treillis est isostatique, on trouve la solution optimale en une itération. Les aires des sections de barres sont alors telles que la contrainte limite est atteinte dans chacune des barres. On a :

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{F}{A_1\sqrt{2}} = 300 \quad ; \quad A_1 = \frac{F}{300\sqrt{2}} = 11,79 \\ \sigma_2 = \frac{Q_2}{A_2} = -\frac{F}{A_2\sqrt{2}} = -200 \quad ; \quad A_2 = \frac{F}{200\sqrt{2}} = 17,68 \end{aligned}$$

On voit que la fonction objectif n'intervient finalement pas dans le problème, le but du FSD étant d'assurer un état de tension limite dans les barres, sans contrainte de borne sur les sections, bien que de manière générale celles-ci puissent être prises en compte. Lorsque la méthode ConLin [16] est utilisée, la solution est trouvée en une seule itération. En effet, l'approximation ConLin est exacte pour le problème considéré, les fonctions étant séparables, le volume étant une fonction linéaire des variables de conception lorsque les contraintes sont exprimées en variables réciproques. Lorsque la méthode GCM [17] est utilisée, l'approximation n'est plus exacte et quelques itérations sont nécessaires pour atteindre la solution (figure 2.6). On voit que la valeur des aires augmente au cours des itérations, tout comme le poids de la structure. C'est le prix à payer pour satisfaire aux contraintes de tension dans les barres.

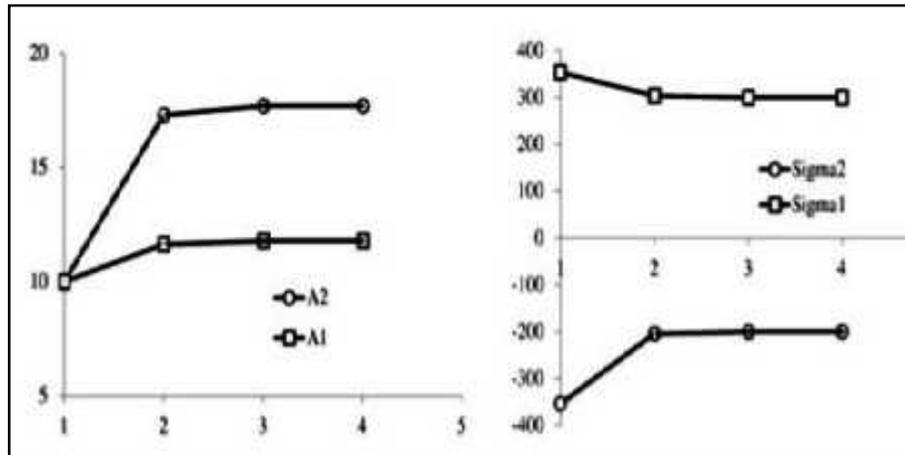


Figure 2.6 Solution avec GCM.

### 3.2.Optimisation de forme:

En optimisation de forme, les variables de conception du problème sont liées au paramétrage des frontières extérieures et/ou intérieures de la structure. On n'admet cependant que des changements de forme compatibles avec une topologie fixée au préalable: on ne modifie donc pas le nombre de membres structuraux et on n'admet pas la création ni la disparition de trous lors des changements de forme. Ce type d'optimisation, apparu dans les années 1980, est utilisé principalement dans les applications de mécanique générale. C'est par exemple le problème de la bielle dont on cherche deux longueurs et les rayons optimaux (figure 2.7).

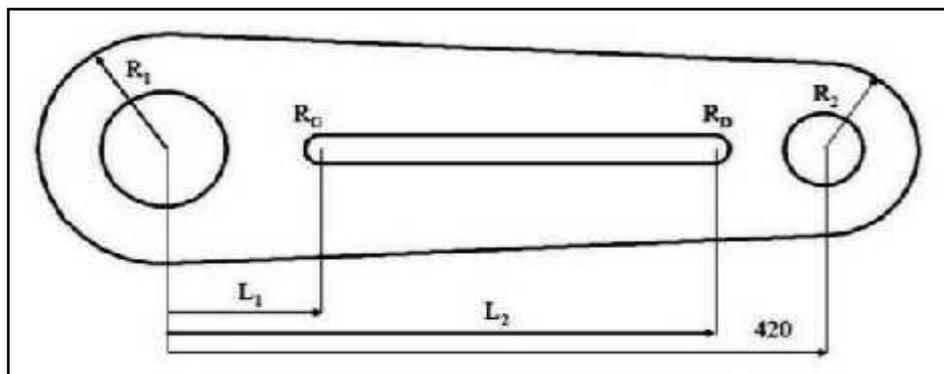
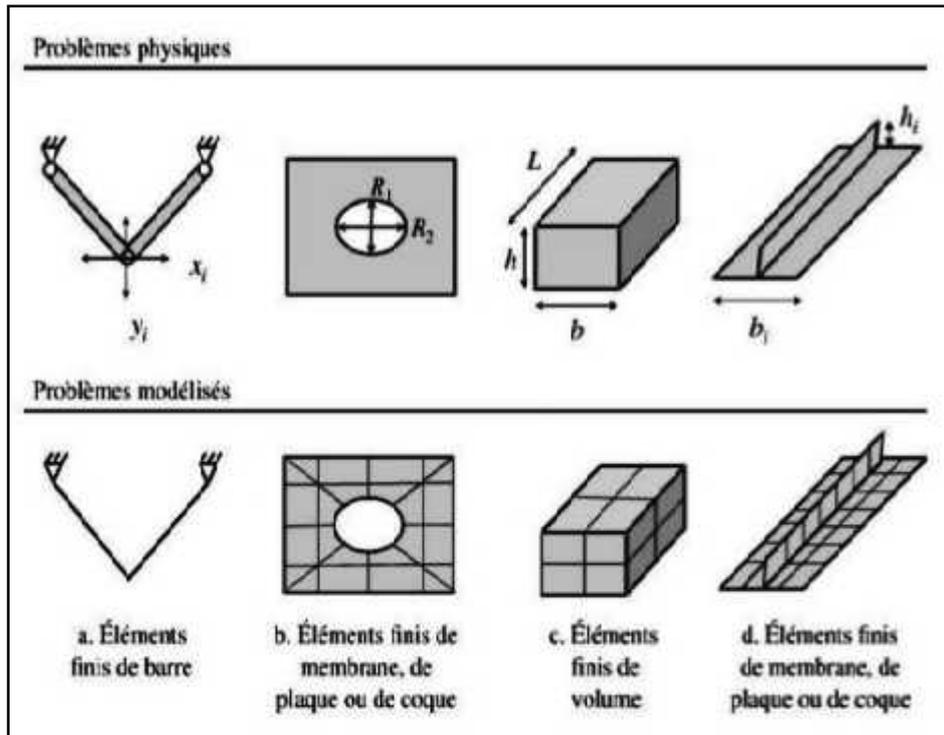


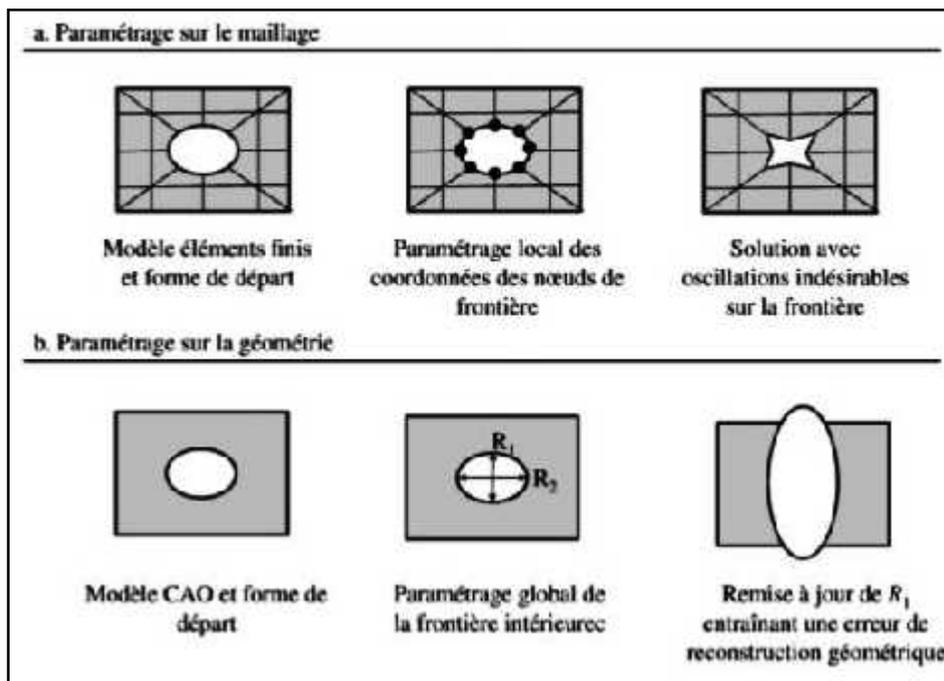
Figure 2.7 Problème de dimensionnement de la bielle.

L'optimisation de forme peut être appliquée sur des structures de type treillis de barres ou de poutres dans lesquelles la position des nœuds peut varier (figure 2.8.a), ou sur des structures modélisées par éléments finis de type continu, c'est-à-dire des membranes, volumes ou coques, comme illustré en (figure 2.8.b) à (figure 2.8.d). Dans ce dernier cas, le paramétrage est réalisé soit sur le maillage, soit sur la géométrie qui sous-tend le maillage.



**Figure 2.8** Quelques problèmes types d'optimisation de forme, les variables de conception et la modélisation associée.

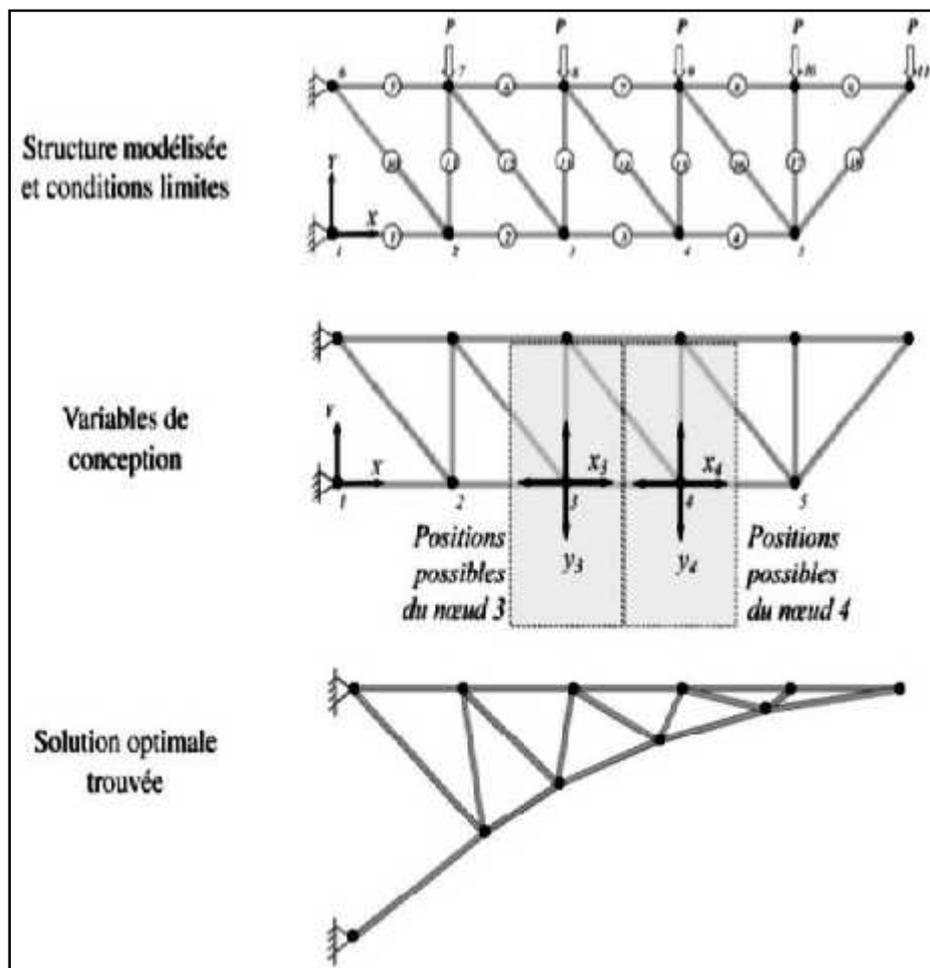
Lorsque le paramétrage est lié au maillage, le problème est mal posé car l'approche est locale: des variations rapides des coordonnées de nœuds adjacents provoquent des oscillations indésirables dans la solution, le résultat pouvant être des frontières en dent de scies (figure 2.9.a).



**Figure 2.9** Problèmes liés à l'optimisation de forme.

La seconde approche, dans laquelle le paramétrage est lié à la géométrie, peut souffrir du manque de robustesse des outils numériques utilisés pour définir et paramétrer la géométrie des pièces à optimiser. En effet, le modèle éléments finis est alors obtenu à partir d'une représentation géométrique de type CAO dont l'actualisation suite à une modification de valeur de paramètres peut être impossible car elle conduit à une erreur (figure 2.9.b).

À la (figure 2.10), on reprend le problème du treillis composé de dix-huit barres. Les variables de conception sont les coordonnées des nœuds inférieurs du treillis. Celles-ci peuvent varier dans les directions X et Y de manière à modifier la forme de la structure. Certaines limites de variation doivent être définies de manière à conserver une structure réaliste: par exemple, les valeurs des variables  $x_3$  et  $x_4$  représentant les variations de coordonnées des nœuds 3 et 4 dans la direction horizontale doivent être telles que le nœud 4 ne peut jamais se placer à gauche du nœud 3. Ces conditions deviennent des contraintes du problème d'optimisation [2].



**Figure 2.10** Illustration d'un problème d'optimisation de forme.

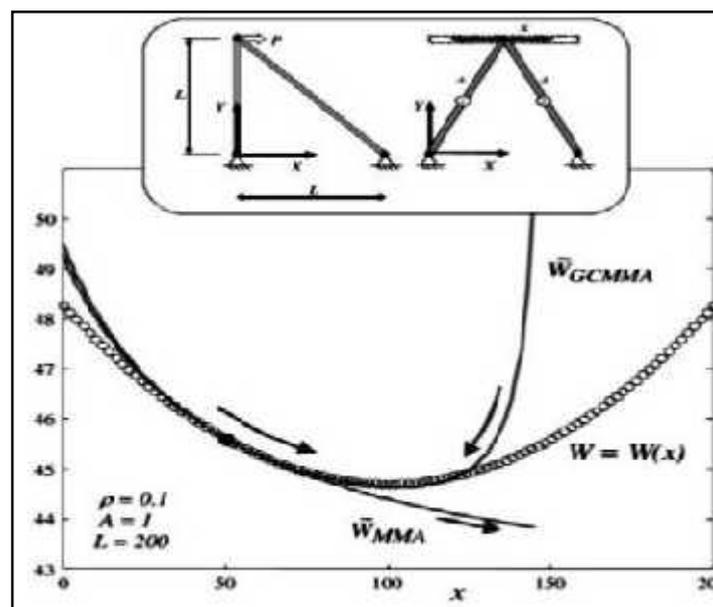
### 3.2.1. Exemples d'optimisation de forme de treillis :

#### - Comportement des réponses structurales :

La recherche de la configuration optimale de treillis est difficile quand elle fait intervenir deux types de variables de conception: les variables de dimensionnement qui définissent les valeurs des aires des sections de barres, et les variables de forme qui repèrent la position de certains nœuds du treillis. En effet, les réponses structurales de ce type de problème présentent des caractéristiques monotones ou non, ou encore mixtes monotones / non monotones selon le type de variable considéré. Certaines difficultés numériques peuvent dès lors apparaître au cours de l'optimisation comme des oscillations et des violations de contraintes. La solution ne peut être obtenue, la plupart du temps, que par l'utilisation délicate de move-limite. Lorsque les coordonnées des nœuds définissant le treillis sont variables au cours du processus d'optimisation, la masse structurale, souvent définie dans ce type de problème comme étant la fonction objectif, peut présenter un comportement soit monotone, soit non monotone ou encore mixte. Ces caractéristiques sont mises en évidence ici sur l'exemple simple d'un treillis formé de deux barres.

Dans la configuration représentée à la (figure 2.11), la fonction objectif s'écrit sous la forme suivante, linéaire selon la section des barres  $A$ , et non monotone en fonction de la coordonnée  $x$  mesurant le mouvement du nœud sous la charge, étant la masse volumique du matériau et  $L$  une longueur de référence définie à la (figure 2.11) :

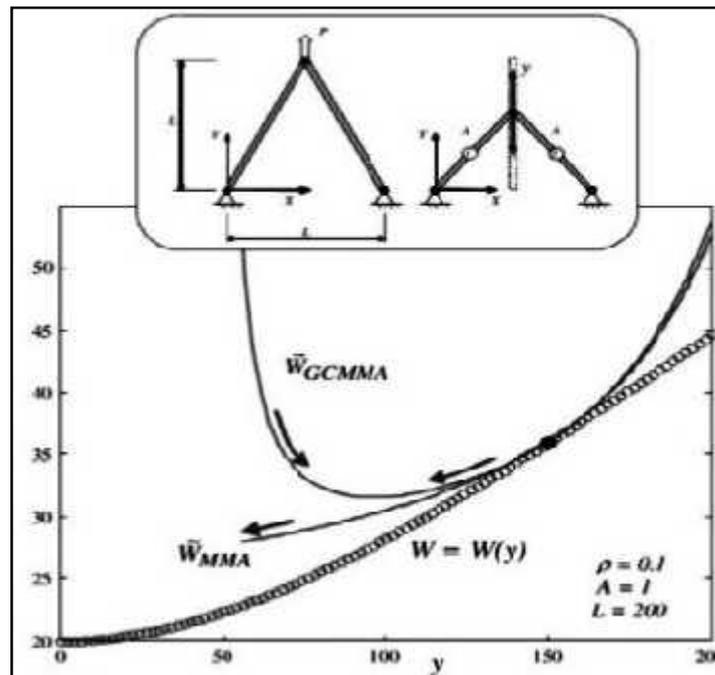
$$W(A, x) = \rho A (\sqrt{L^2 + x^2} + \sqrt{L^2 - (L - x)^2})$$



**Figure 2.11** Treillis 2 barres soumis à une charge horizontale: évolution du poids.

Dans ce cas, l'utilisation d'une approximation non monotone est préférable pour éviter le recours aux move-limite qui contraignent l'amplitude du mouvement du point représentatif de la conception. Dans le cas de la (figure 2.12), et pour autant que la coordonnée  $y$  du nœud sous la charge ne puisse prendre que des valeurs positives, la masse varie de manière monotone selon l'expression:

$$W(A, y) = \rho A \sqrt{L^2 + 4y^2}$$



**Figure 2.12** Treillis 2 barres soumis à une charge verticale: évolution du poids.

Ici, l'utilisation d'une approximation non monotone entraînerait une trop grande convexité du sous-problème approché et pourrait conduire à un ralentissement du processus d'optimisation.

Le comportement des réponses structurales entrant dans le problème de configuration de treillis pouvant être mixte (et non pas purement non monotone) relativement aux variables de type géométrique, il semble prudent de ne pas définir a priori une approximation exclusivement non monotone pour approcher leur comportement structural. L'utilisation de l'approximation GCM et de son processus de détection automatique du caractère des réponses structurales permet de traiter le problème de manière adaptée, sans imposer a priori un type d'approximation, monotone ou non, qui, s'il est mal sélectionné, pourrait ralentir le processus d'optimisation [2].

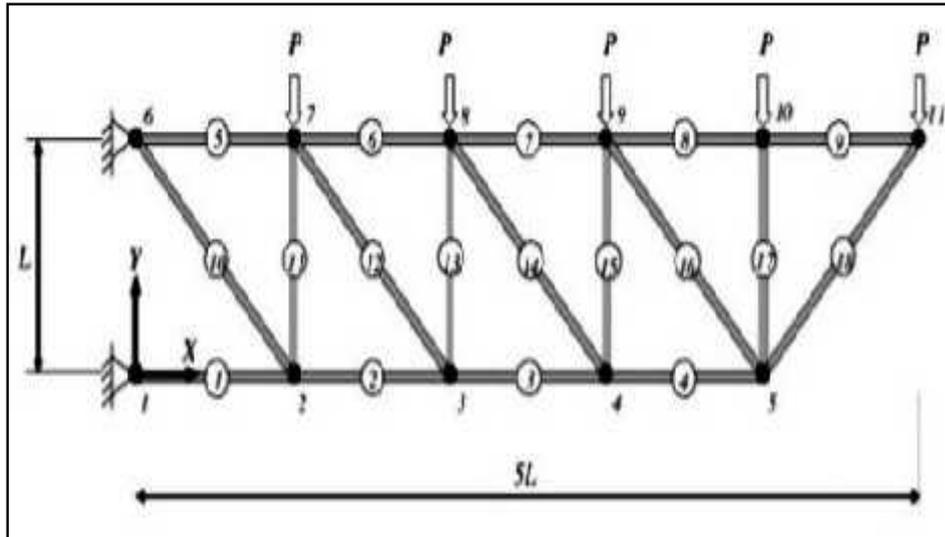
#### - Treillis 18 barres:

Le problème étudié est celui d'un treillis comportant dix-huit barres (figure 2.13).

Il est fixé à son extrémité gauche (nœuds 1 et 6) et est soumis à des forces concentrées  $P$  d'intensité de 20 000 lb aux nœuds libres supérieurs 7 à 11. Les Propriétés mécaniques relatives au treillis de dix-huit barres:

$$E(\text{lb/in}^2) = 10^7 \quad ; \quad \rho(\text{lb/in}^3) = 0,1 \quad ; \quad \bar{\sigma} = -\underline{\sigma}(\text{lb/in}^2) = 20000.$$

où  $E$  est le module d'Young,  $\rho$  la masse volumique et  $\bar{\sigma}(\underline{\sigma})$  la limite élastique en traction (compression).

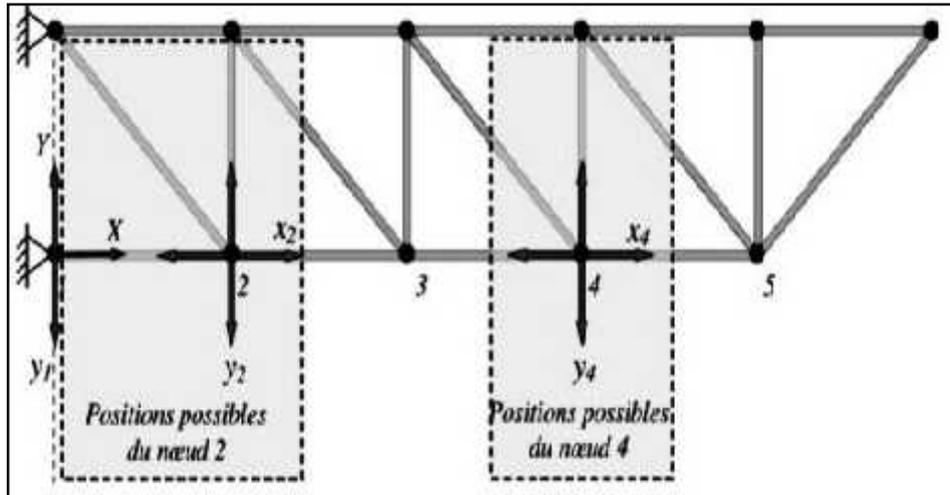


**Figure 2.13** Treillis 18 barres, configuration initiale.  $L = 250$  in.

Le but de l'optimisation consiste ici à trouver le treillis de poids minimum satisfaisant aux contraintes de tension dans les barres. Dans une seconde étape, le déplacement vertical du nœud d'extrémité 11 est également limité. Les variables de conception sont les coordonnées des nœuds 1 à 5: les amplitudes de leur variation sont reprises au (tableau 2.1) et partiellement illustrées à la (figure 2.14). L'aire des sections des barres est constante et vaut  $10 \text{ in}^2$ . Le problème comporte neuf variables de conception.

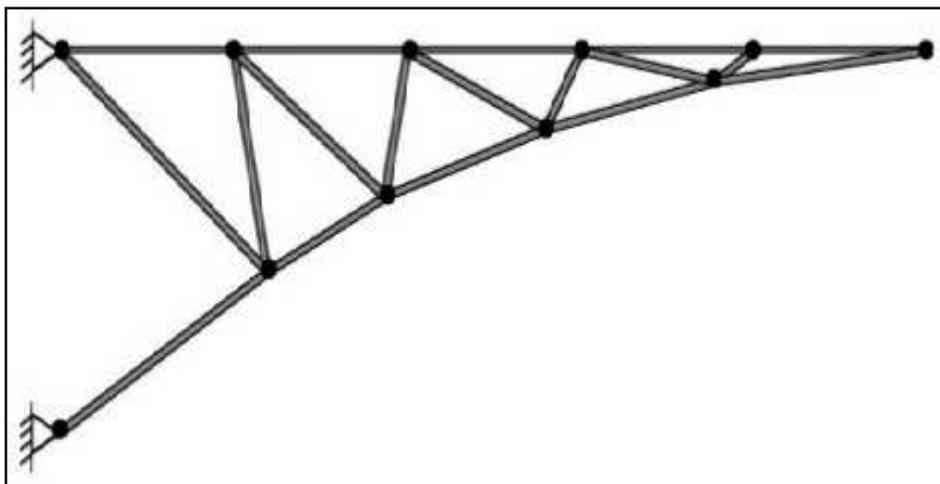
	$\underline{x}$	$x_{ini}$	$\bar{x}$	$\underline{y}$	$y_{ini}$	$\bar{y}$
Nœud 1	0	0	0	-250	0	240
Nœud 2	10	250	370	-250	0	240
Nœud 3	380	500	620	-250	0	240
Nœud 4	630	750	870	-250	0	240
Nœud 5	880	1000	1240	-250	0	240

**Tableau 2.1** Coordonnées initiales des nœuds 1 à 5, amplitudes de variation (en in)



**Figure 2.14** Illustration des positions possibles des nœuds 1, 2 et 4, et définition des variables de conception associées:  $y_1$ ,  $x_2$ ,  $y_2$ ,  $x_4$  et  $y_4$ .

La configuration du treillis de poids minimum obtenu lorsque les contraintes de tension sont les seules à être traitées est illustrée à la (figure 2.15).

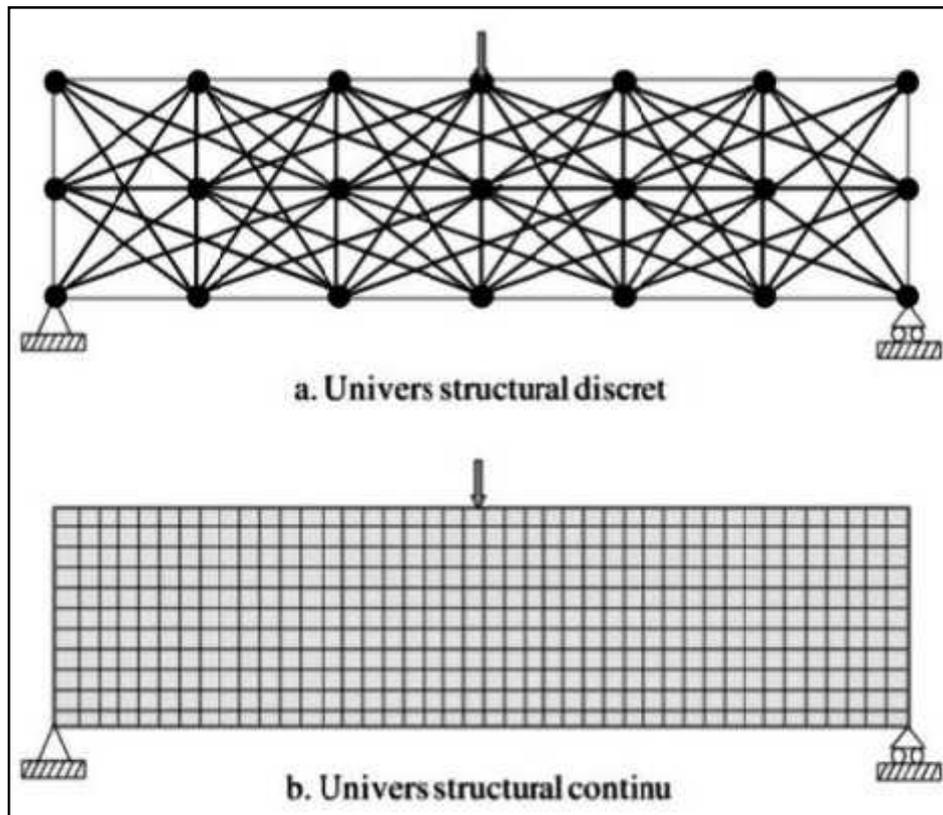


**Figure 2.15** Illustration de la solution de poids minimum. Cas des contraintes de tension dans les barres.

### 3.3.Optimisation topologique :

L'optimisation topologique permet de modifier plus fondamentalement la nature de la structure. La géométrie de la pièce est envisagée sans aucun a priori sur la manière avec laquelle les domaines ou les membres structuraux présents dans la solution sont connectés. Optimiser la topologie d'une structure conduit naturellement à déterminer sa forme ou ses dimensions transversales optimales. Le problème d'optimisation topologique est formulé comme étant la recherche de la distribution optimale des propriétés matérielles dans un domaine de conception prescrit. Les variables de conception sont les

pseudo-densités des éléments. Ce type d'optimisation s'applique aux structures discrétisées par des éléments de barres, poutres, membranes, plaques ou coques, et volumes.



**Figure 2.16** Domaines de conception pour l'optimisation topologique.

Dans le cas de structures discrétisées par des éléments finis discrets (barres et poutres), un univers structural tel que celui représenté à la (figure 2.16.a) constitue le domaine de conception initial. On recherche les barres qui doivent rester dans la structure de conception optimale. Lorsque la structure est discrétisée par des éléments finis continus, le maillage de départ constitue le domaine de conception (figure 2.16.b). On recherche alors dans quels éléments la matière doit être présente à la solution. On connaît l'encombrement, les conditions aux limites et les chargements. On se donne comme contrainte la masse finale que l'on veut, fraction de la masse contenue dans le volume initial. On se donne comme objectif d'avoir une structure qui a la raideur maximale et/ou la valeur imposée de la première fréquence propre. Maximiser la raideur est équivalent à minimiser les déplacements. La solution optimale du problème posé est représentée sur la (figure 2.17).

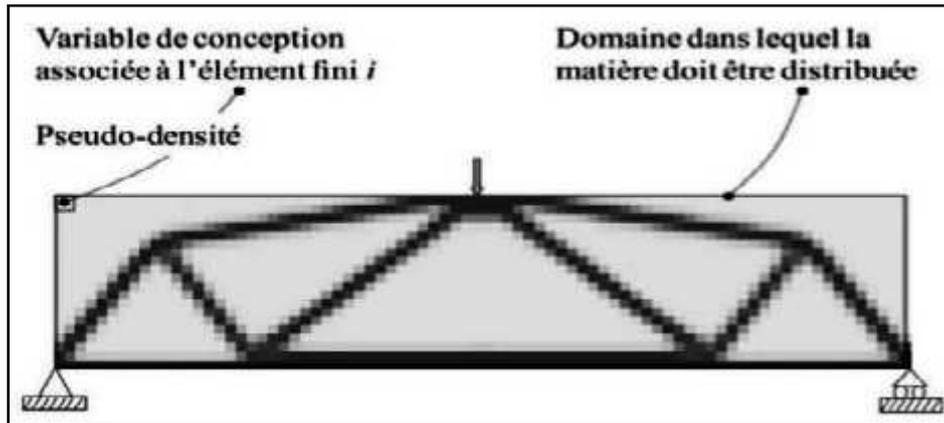


Figure 2.17 Conception optimale.

Il est possible d'introduire des contraintes sur le déplacement. Bien que les contraintes sur les tensions puissent être prises en compte dans certaines applications académiques de taille petite ou moyenne, il n'y a pas aujourd'hui de solution robuste au niveau industriel. La structure optimale donne en pratique une tendance à partir de laquelle on va faire de l'optimisation de forme et de dimensionnement (figure 2.18) [2].

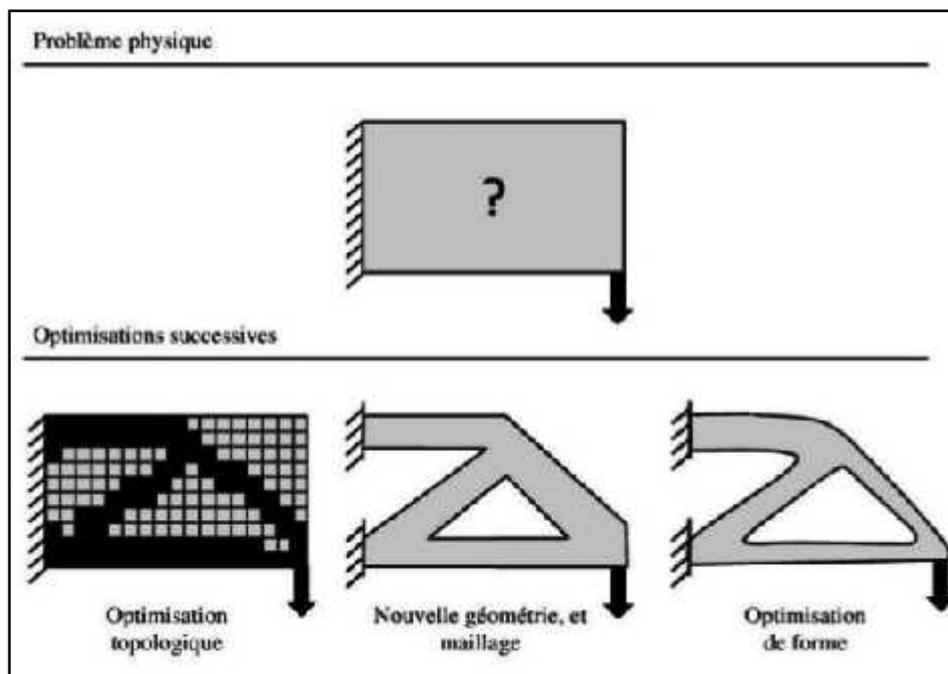
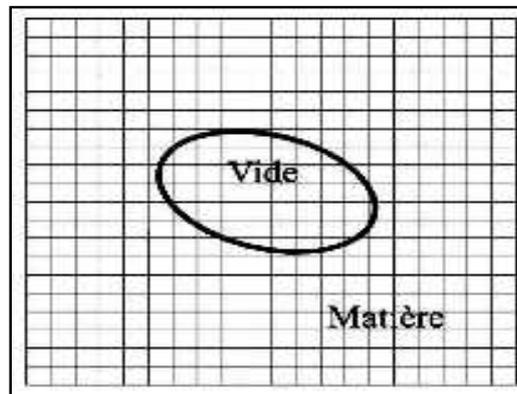


Figure 2.18 Optimisation topologique suivie d'une optimisation de forme.

*Modélisation alternative :*

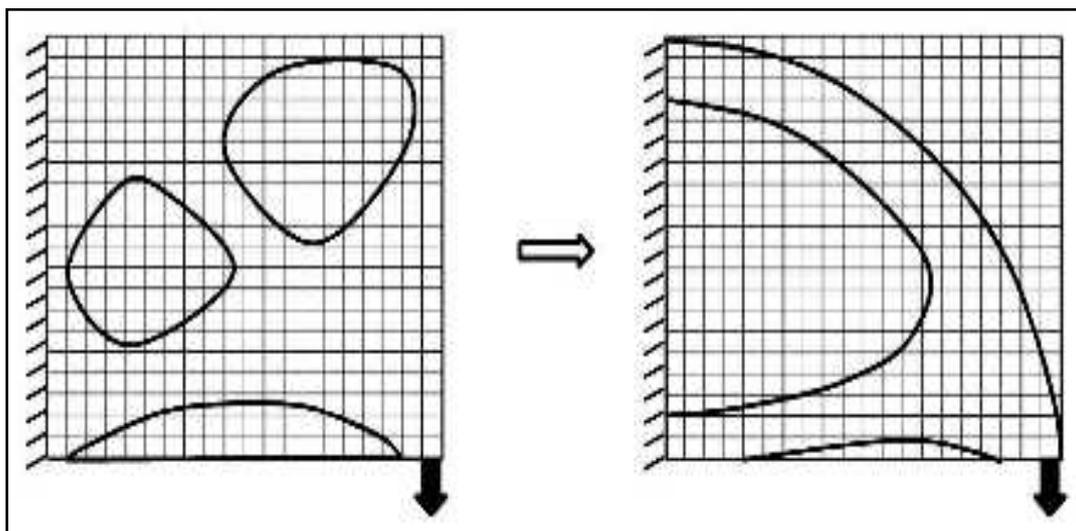
Tous les codes industriels d'optimisation topologique sont basés sur la méthode des éléments finis. Depuis quelques années, on voit cependant apparaître au niveau de la recherche une modélisation alternative basée sur la méthode XFEM, eXtended Finite Element Method [16]. Dans cette approche,

les discontinuités peuvent traverser les éléments finis, et la formulation des éléments est adaptée à cette propriété. Dans le cas qui nous concerne ici, cela revient à dire qu'une frontière intérieure dans le modèle peut couper des éléments, et que l'effet de sa présence sera bien représenté dans la solution du problème. L'exemple d'une membrane carrée modélisée en éléments quadrangulaires dans laquelle une frontière coupant les éléments est définie. À l'intérieur de l'ellipse, on assigne des propriétés mécaniques très proches de celles du vide alors que, à l'extérieur, on a les propriétés mécaniques du matériau avec lequel on travaille. Les éléments coupés sont particuliers, de type XFEM, et repèrent la présence de la frontière. Leur formulation incorpore le fait que les propriétés du matériau sont différentes de part et d'autre de cette frontière.



**Figure 2.19** Formulation XFEM.

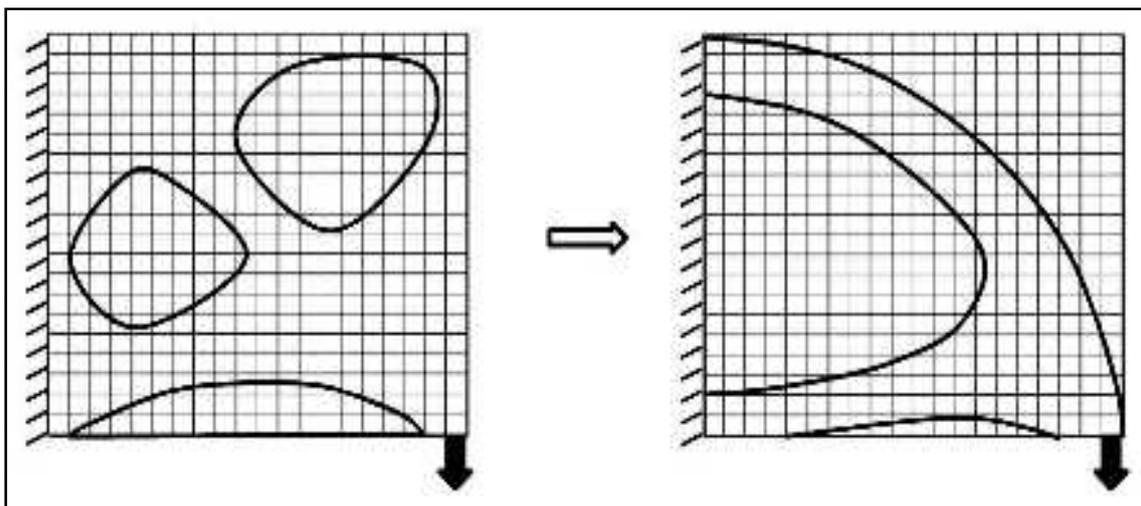
On peut paramétrer les frontières au moyen de plusieurs trous et leur assigner des variables de conception. En changeant la valeur de ces variables avec un algorithme d'optimisation, on peut adapter la forme de ces frontières intérieures et mettre ainsi en évidence des topologies optimales. On voit à la (figure 2.20) le maillage constitué d'éléments finis quadrangulaires.



**Figure 2.20** Solution en formulation XFEM.

Les frontières coupent certains de ces éléments. De part et d'autre de la frontière dans ces éléments, la formulation permet de prendre en compte soit de la matière, soit l'équivalent d'un matériau proche du vide. Les frontières changent de forme et de position dans le modèle, et une solution optimale peut être mise en évidence. On voit à la (figure 2.20) la position des frontières et l'ensemble du maillage.

À la (figure 2.21), on enlève les éléments intérieurs pour la visualisation du résultat. L'avantage de cette modélisation est que les frontières de la solution. L'inconvénient est qu'il faut adapter la formulation des éléments et du problème, en se dotant de la possibilité de représenter et de paramétrer les frontières. La méthode des levelsets est utilisée dans ce cas [17]. Avec certaines variantes, ce concept est utilisé dans les références [18,19].



**Figure 2.21** Solution en formulation XFEM, visualisation des zones « vides ».

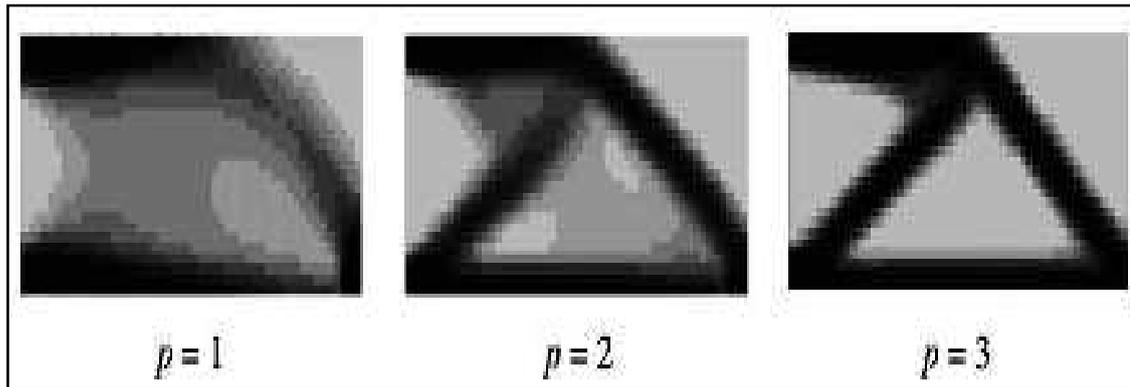
### 3.3.1. Exemple 1 :

On étudie le problème de la (figure 2.22). La structure est encadrée sur son bord droit et soumise à une charge concentrée verticale à son extrémité inférieure droite. Le maillage est constitué de 50x25 éléments quadrangulaires de degré 1.



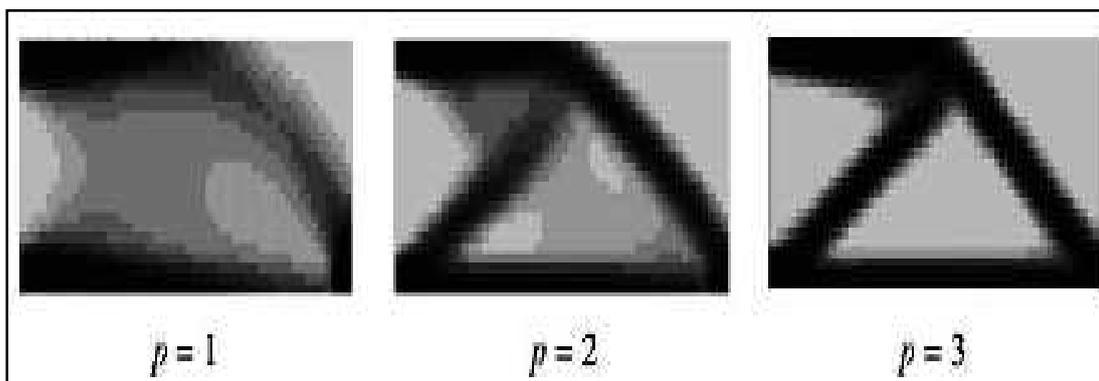
**Figure 2.22** Membrane rectangulaire.

On voit à la (figure 2.23) l'influence de la valeur de l'exposant  $p$  de la formulation SIMP [18], sur la topologie résultante. La fraction volumique à la solution est de 40 % du volume total. On voit que, lorsque  $p = 3$ , une topologie claire se dégage, composée principalement d'éléments de densité  $\varepsilon$  ou 1. Pour  $p = 1$ , un voile apparaît, et la solution ressemble plus à une membrane d'épaisseur variable qu'à une solution composée de membres structuraux clairement identifiés. Il reste à la solution de nombreux éléments de densité intermédiaire puisque leurs valeurs ne sont pas forcées à tendre vers  $\varepsilon$  ou 1. La solution avec  $p = 2$  est un mélange des caractéristiques des deux autres solutions.



**Figure 2.23** Membrane rectangulaire: influence de l'exposant  $p$ .

Sur la (figure 2.24), on compare les solutions obtenues avec  $p = 3$  pour différentes valeurs de fractions volumiques à la solution. On voit que pour une fraction volumique très faible, ici de 20 %, on n'arrive pas à mettre en évidence une structure constituée de pseudo-densités soit égales à  $\varepsilon$ , soit égales à 1. On obtient principalement des éléments dont la densité est de 0,65. C'est la valeur maximale qu'on peut atteindre pour la topologie optimale que l'on voit à la (figure 2.21), la charge devant être de toute façon reliée d'une manière ou d'une autre aux appuis.



**Figure 2.24** Membrane rectangulaire: influence du volume désiré à la solution.

3.3.2 Exemple 2 :

On traite ici le problème de la (figure 2.25). Le domaine de conception initial dans lequel la matière est distribuée est un parallélépipède rectangle. Il est encastré d'un côté et soumis à une charge concentrée de l'autre.

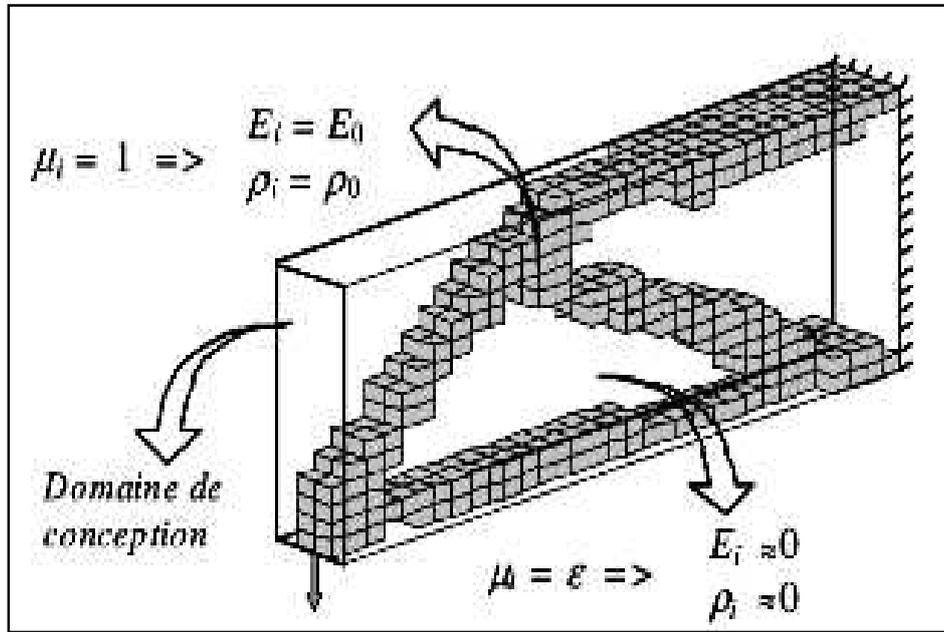


Figure 2.25 Problème 3D.

L'approximation ConLin est utilisée. On compare aux (figures 2.26) et (figures 2.27) les solutions obtenues lorsque les formulations (1) et (2):

- Dans ce problème, les  $n$  variables de conception sont les pseudo-densités  $\mu_i$  attachées à chaque élément fini  $i$ :

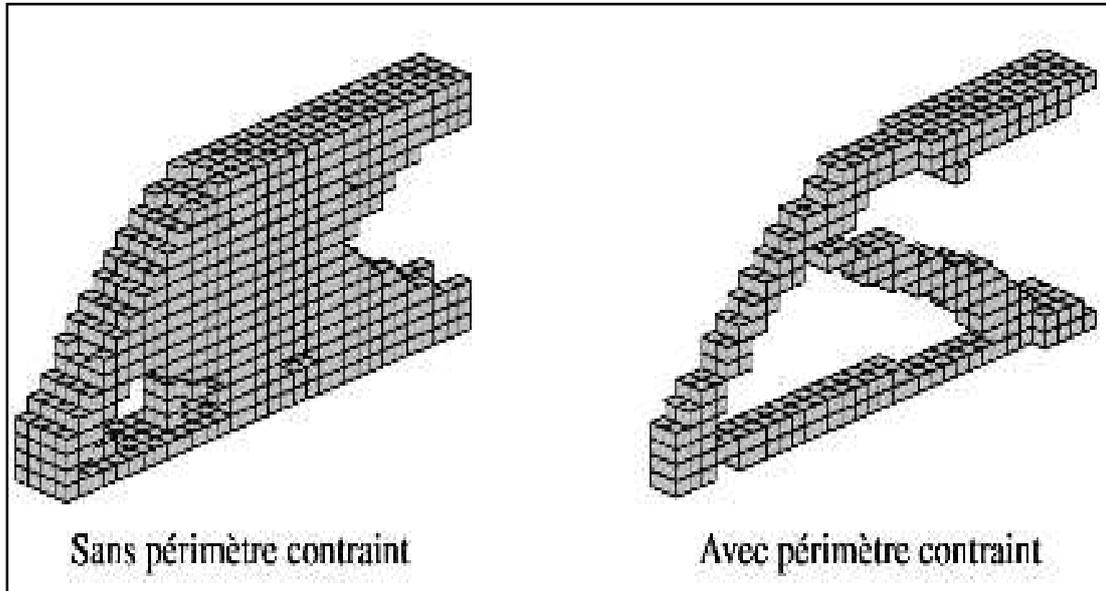
$$\begin{aligned} \min C &= \mathbf{F}^T \mathbf{q} \\ \sum_i^{\mu} \mu_i V_i &\leq \bar{V} \\ 0 < \underline{\mu}_i \leq \mu_i &\leq 1 \end{aligned} \tag{1}$$

- Lorsqu'une contrainte de périmètre ou de surface enveloppe est ajoutée au problème, on a la formulation suivante:

$$\begin{aligned} \min C &= \mathbf{F}^T \mathbf{q} \\ \sum_i^{\mu} \mu_i V_i &\leq \bar{V} \\ P(\mu) &: \bar{P} \end{aligned} \tag{2}$$

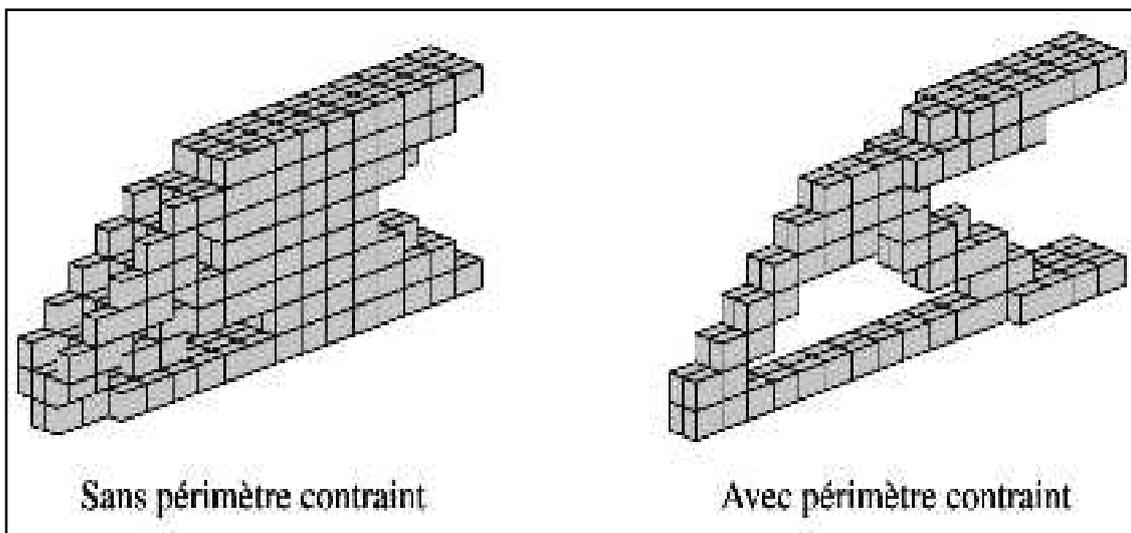
$$0 < \underline{\mu}_i \leq \mu_i \leq 1$$

c'est-à-dire sans et avec périmètre contraint, sont utilisées. Les résultats sont fournis pour deux densités de maillage différentes, 2 048 et 512 éléments hexaédriques. On constate que, lorsque le problème est régularisé, ici par l'utilisation d'une contrainte sur le périmètre de la solution, la topologie optimale ne dépend pas du maillage.



**Figure 2.26** Solution du problème 3D avec 2 048 éléments.

À la (figure 2.27), on compare les solutions sans contrainte de périmètre. Il faut bien évidemment travailler malgré tout avec un maillage suffisamment fin pour pouvoir y interpréter une topologie résultante. Le filtre aura le même type d'action sur la convergence de la solution avec le raffinement de maillage. Il est cependant plus aisé à mettre en œuvre que la contrainte sur le périmètre [2].



**Figure 2.27** Solution du problème 3D avec 512 éléments

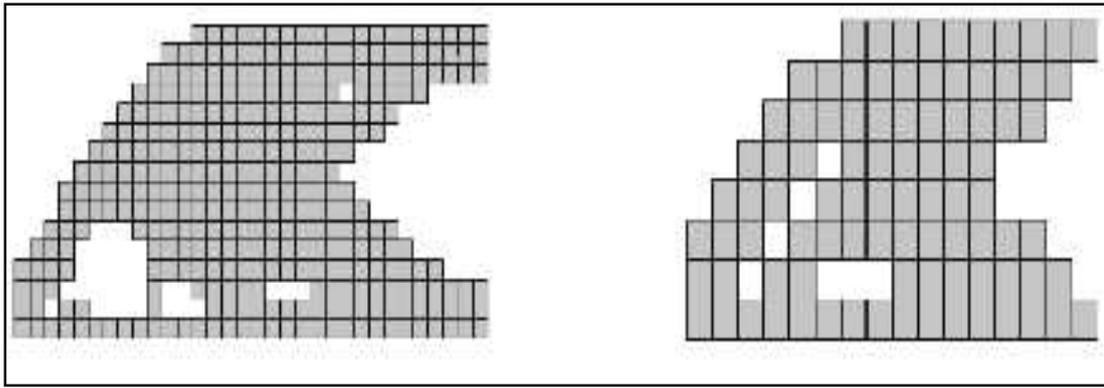


Figure 2.28 Dépendance de la solution au maillage.

**3.4.Optimisation du matériau :**

L'optimisation du matériau ou la distribution de propriétés matérielles optimales consiste à rechercher dans la structure l'emplacement optimal du matériau optimal. On illustre cette optimisation à la (figure 2.29) par la sélection du module d'Young optimal dans le cas de structures faites de matériaux isotropes, et par la recherche de l'orientation optimale des fibres dans le cas d'un pli composite. Il s'agit de problèmes discrets par nature: on dispose soit d'un ensemble donné de modules d'Young ( $E_1, E_2 \dots$ ), soit d'un ensemble discret d'orientations de fibres ( $0^\circ 30^\circ 45^\circ 60^\circ - 45^\circ 90^\circ \dots$ ). Ce second type de problème est très à la mode. La recherche optimale du matériau peut être vue comme un problème d'optimisation topologique. Dans ce cas, une formulation en variables continue est possible, dans une certaine mesure.

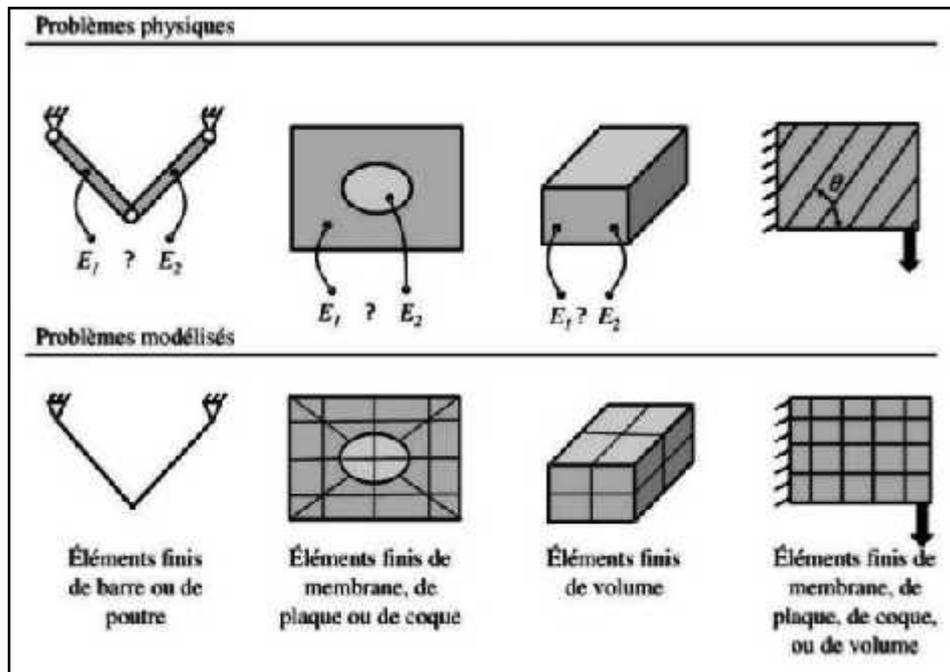
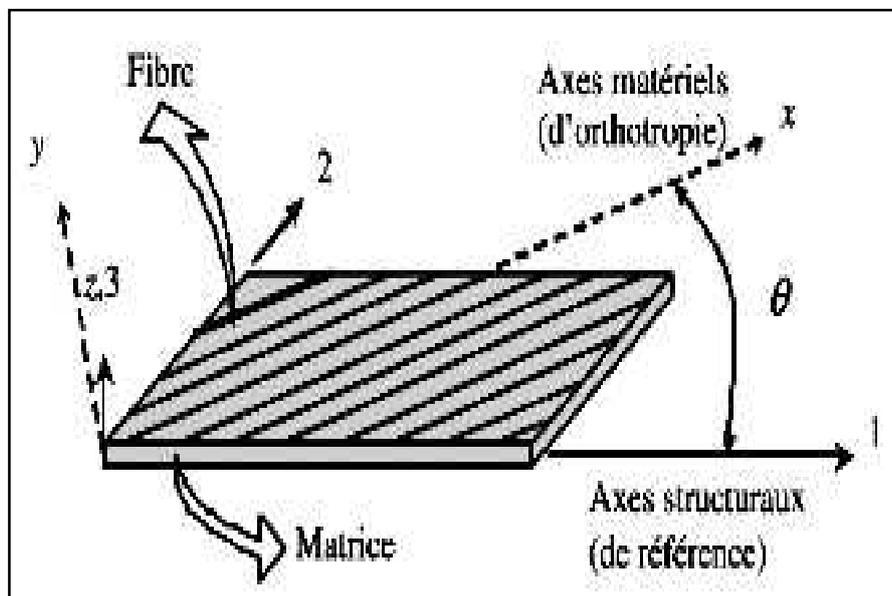


Figure 2.29 Quelques problèmes types d'optimisation du matériau, les variables de conception et la modélisation associée.

Ces différents types d'optimisation des structures peuvent évidemment être combinés, ou utilisés de manière séquentielle.

Les matériaux composites considérés ici sont constitués d'arrangements de fibres continues d'un matériau résistant, également appelé renfort, qui sont noyées dans une matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible (figure 2.30). La matrice a pour but de conserver la disposition géométrique des fibres et de leur transmettre les sollicitations auxquelles la structure est soumise [21]. Comme on le voit sur cette figure, deux systèmes d'axes vont être utilisés : les axes structuraux et les axes matériels du pli considéré. Il n'y a pas de notation consacrée, certains auteurs choisissant 1, 2 et 3 pour les axes matériels, d'autres  $x, y$  et  $z$  ou  $L, W$  et  $T$ , d'autres enfin  $L, T$  et  $T'$ . On choisit ici d'utiliser la notation employée dans la référence [22], illustrée ci-dessous.



**Figure 2.30** Représentation d'un pli en matériau composite.

Les structures composites stratifiées sont des structures minces (membranes, plaques ou coques) constituées par la superposition de  $n$  couches de matériau orthotrope (figure 2.31). De manière générale, elles peuvent supporter des charges dans leur plan (efforts de membrane) et hors de leur plan (effort tranchant, moments de flexion et de torsion). La théorie classique des stratifiés permet de calculer les propriétés mécaniques d'empilements de couches unidirectionnelles. Pour le calcul de structures, elle est couplée à des théories de structures minces, comme les plaques.

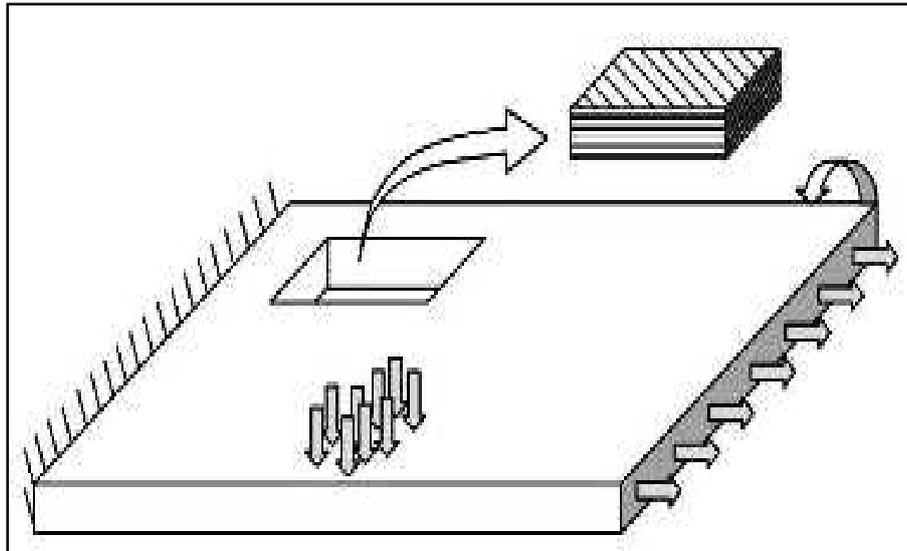


Figure 2.31 Structure en matériau composite et conditions limites.

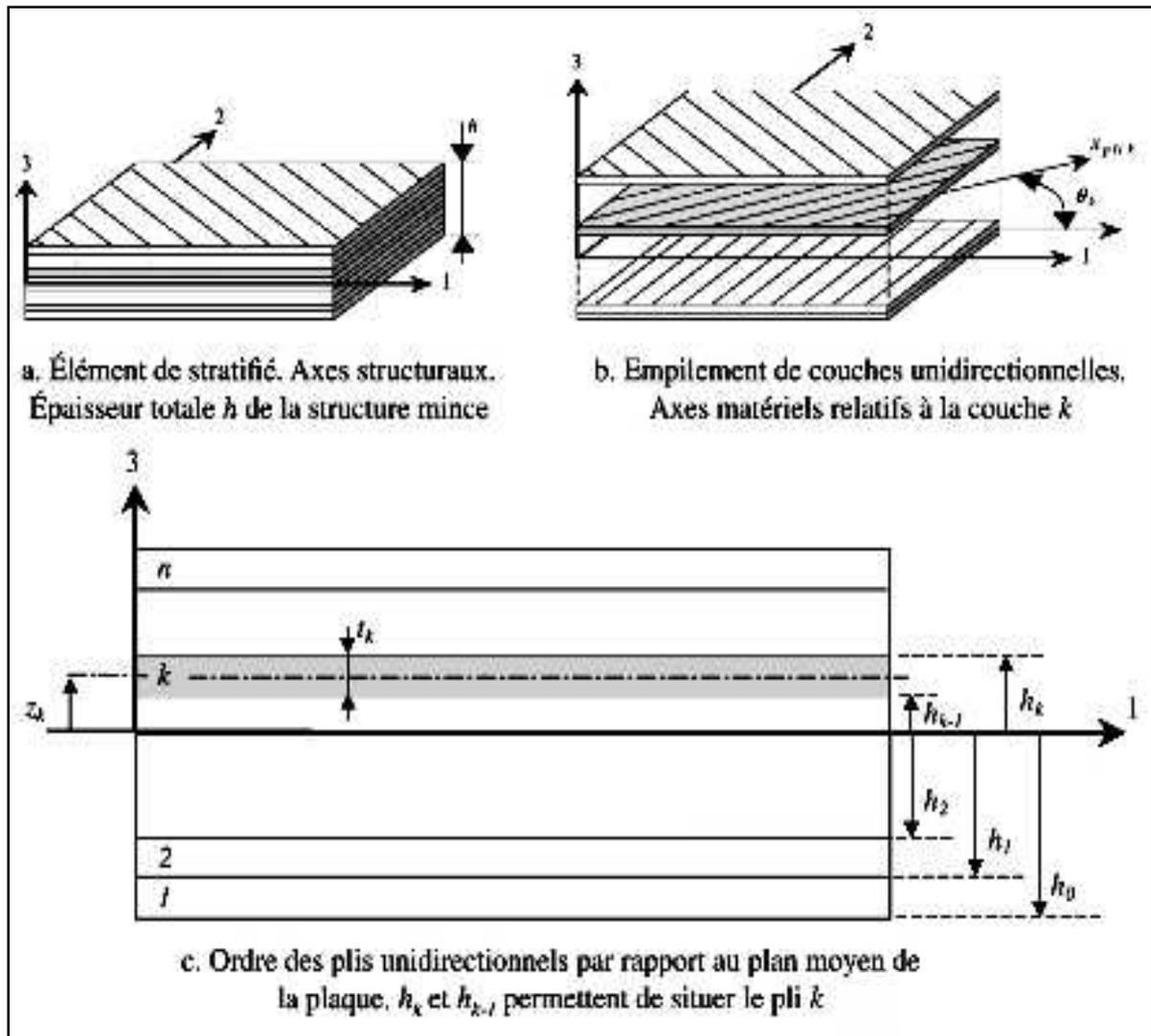
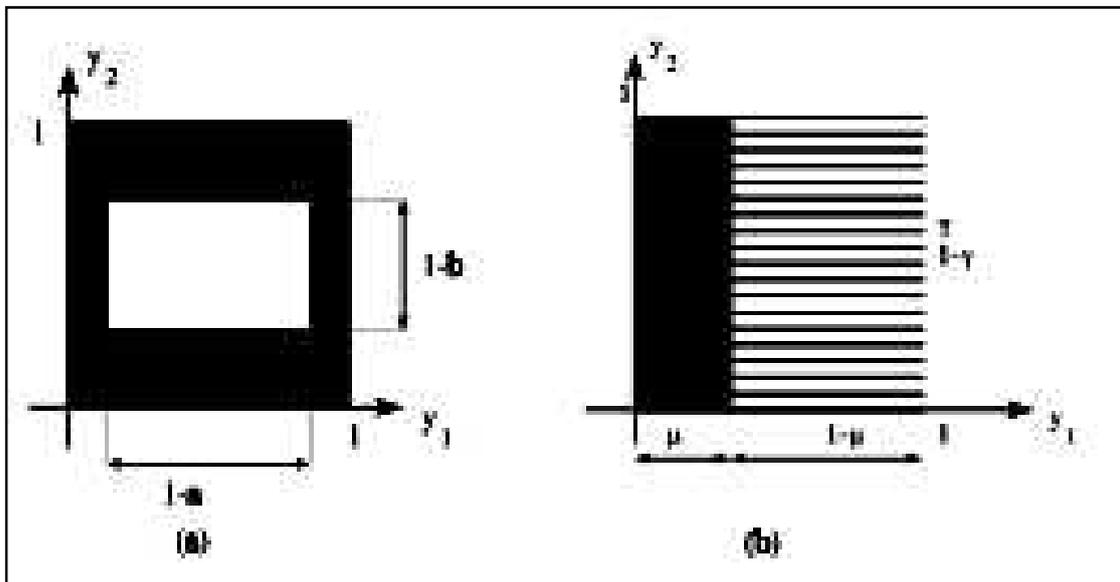


Figure 2.32 Représentation d'un élément stratifié à  $n$  couches.

Le lien entre les grandeurs cinématiques et les charges appliquées sur le stratifié est établi par l'intermédiaire de matrices de raideur calculées à partir des propriétés matérielles de base (propriétés mécaniques du pli dans son repère matériel), de la géométrie de chaque pli (épaisseur et orientation des fibres) ainsi que de la séquence d'empilement des couches dans le stratifié (figure 2.32) [2].

### 3.4.1. Exemple : Des matériaux feuilletés de rang 2.

On sait que les matériaux feuilletés de rang 2 sont optimaux pour le problème plan avec une seule sollicitation. Dans ce sens, ils sont parfois qualifiés desmart materials. Pour les problèmes plans, on peut donc se limiter à cette famille. La microstructure des matériaux feuilletés de rang 2 (figure 2.33.b) est décrite par les densités relatives  $\mu$  et  $1-\mu$ . Compte tenu de l'orthotropie du matériau, il faut considérer le triplet de variables de conception  $\mu$ ,  $\gamma$  et  $\theta$  pour le problème d'optimisation de forme généralisée.



**Figure 2.33** Exemple de microstructures périodiques: (a) perforations rectangulaires (b) matériau feuilleté de rang 2.

Une simple inspection des matériaux feuilletés de rang 2 permet de tirer l'expression de la densité moyenne de ce composite puisque les paramètres  $\mu$  et  $1-\mu$  représentent physiquement les densités relatives des différentes couches. Le matériau est fabriqué en deux étapes. La première couche est composée de lamelles avec une proportion relative de matière  $\mu$ .

La seconde étape se situe à une échelle supérieure, de sorte que la première couche y intervient au travers de ses propriétés moyennes [11].

Dans ce second niveau, on assemble des lamelles de matière en proportion  $\mu$  et des lamelles du premier matériau construit en proportion  $(1-\mu)$ . Les lamelles du premier niveau sont orientées

perpendiculairement au second étalement. D'après la construction, il est facile de déduire que la proportion globale de solide dans le matériau final est :

$$= [(1 - \mu) + \mu] \rho_0 = [\mu + (1 - \mu)] \rho_0$$

De plus, par leur sens physique, les variables de conceptions sont astreintes aux contraintes de bornes suivantes :  $0 < \mu < 1$

Le problème fondamental d'une distribution de matériau feuilleté de rang 2 sur le domaine de référence, s'écrit :

$$\begin{aligned} & \min_{\mu} I(u) \\ & \text{avec } \int (\mu + (1 - \mu)) dV = \bar{V} \\ & a(u, v) = I(v) \quad \forall v \in V_0 \\ & 0 < \mu < 1 \end{aligned}$$

#### 4. Conclusion :

Dans ce chapitre, notez que les techniques d'optimisation des structures sont capables de maîtriser les problèmes de conception dont les variables sont des dimensions transversales et des paramètres de forme. De nombreuses applications industrielles sont venues prouver la maturité des codes de calcul qui en résultent. Par contre, la détermination rationnelle et l'optimisation de la topologie restent des domaines largement inexplorés.

# **CHAPITRE III : LES DIFFERENTES METHODES D'OPTIMISATION DES STRUCTURES**

## 1. Introduction :

Dans la vie courante, nous sommes, souvent, confrontés à des problèmes qui peuvent être décrits sous forme d'un problème d'optimisation, comme le fait de minimiser les coûts de production pour accroître les bénéfices dans le milieu industriel. Dans ce type de problème, ceci a été rendu possible grâce, aussi, à la croissance de la puissance de calcul des ordinateurs produits ces vingt dernières années. L'optimisation combinatoire permet de minimiser ou maximiser des fonctions dans des systèmes dans lesquels peut intervenir un grand nombre de paramètres. Pour résoudre de tels problèmes, on définit un espace de recherche  $S$  fini et une fonction objectif- appelée aussi fitness ou fonction de coût qu'il s'agit d'optimiser, *ie.* minimiser ou maximiser. Cependant, pour les problèmes dits difficiles, on ne connaît pas d'algorithmes exacts rapides permettant de les résoudre. Même pour les autres, dits à variables continues, il n'existe pas, non plus, d'algorithmes permettant de repérer un optimum global à coup sûr et en un nombre fini de calculs. En effet, en optimisation, le problème peut se présenter sous différentes appellations, selon sa complexité. Il peut être de classe  $P$ , s'il est facile ou résolu par l'application des méthodes classiques. Par contre, dans le cas d'existence de discontinuité, de fonction non dérivable et de présence de bruits, on parle de problèmes d'optimisation difficile. Ces derniers sont de deux types, à savoir, les problèmes combinatoires (ou problèmes discrets) comme le voyageur de commerce et les problèmes à variables continues. Dans le cas de méthodes linéaires à variables continues, la programmation linéaire est utilisée. Dans le cas où elles sont non linéaires, il s'agit d'une optimisation difficile continue. Notons, toutefois que, jusqu'à présent, ce sont, plutôt, les méthodes combinatoires ou discrètes regroupant les méthodes exactes comme la méthode du simple [19], de branche et liée [20] et la programmation dynamique [21] qui sont utilisées. Néanmoins, lorsqu'on veut résoudre un problème complexe, ces méthodes prennent un temps de calcul qui croît exponentiellement avec la taille des instances du problème. Ceci conduit souvent à une explosion combinatoire. Pour éviter ce type de problème, on fait appel aux méthodes approchées qui ne cherchent pas forcément l'optimum absolu mais donnent une solution très proche de l'optimum absolu montrant l'inexistence d'une solution sensiblement meilleure et largement acceptée.



## 2. Programmation Linéaire :

La programmation linéaire est une méthode de résolution des problèmes d'optimisation d'une fonction linéaire. Elle permet de déterminer l'optimum d'une fonction objectif linéaire en tenant compte des contraintes (conditions) linéaires

La résolution d'un programme linéaire a pour objet de déterminer la valeur des variables qui rend optimale la fonction objective. Il s'agit dans un premier temps, d'identifier les variables, de définir les contraintes ainsi que la fonction objective, puis, dans un second temps, de les exprimer sous forme de fonctions linéaires [23].

La fonction objective est représentée par une équation qui exprime le résultat, la marge sur coût variable à maximiser ou bien le coût à minimiser;

$$\min C^T x$$

Les contraintes sont présentées sous formes d'inéquations, exprimant des ressources rares. Elles ne peuvent être que nulles ou positives.

$$\text{t. q. } Ax = b$$

La résolution d'un problème de programmation linéaire tel que :

$$\min C^T x$$

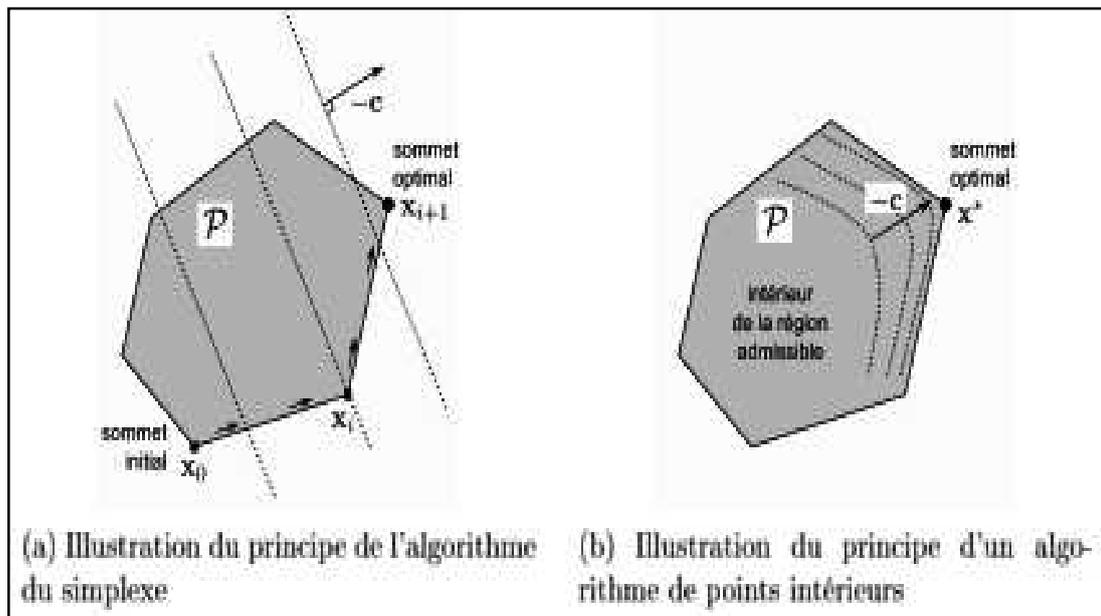
$$\text{t. q. } Ax = b \quad (1)$$

Consiste à trouver le sommet du polyèdre  $\mathcal{P} = \{x \text{ t. q. } Ax = B\}$  qui se trouve le plus éloigné de l'origine dans la direction définie par le vecteur  $-c$ .

### 2.1. Algorithme du simplexe :

L'algorithme du simplexe, développé par [24], constitue le premier algorithme de résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes. L'idée, relativement simple, consiste à parcourir les sommets du polyèdre en progressant sur sa frontière dans le sens de la direction  $-c$ , de telle sorte que la fonction objectif diminue à chaque nouveau sommet (Figure 3.2.a). Le minimum est obtenu une fois qu'il n'est plus possible de progresser.

Si l'on est certain d'obtenir le minimum en un nombre fini d'itérations, ce nombre peut être extrêmement grand suivant le point choisi pour l'initialisation et suivant la taille du problème. La complexité en temps de calcul de cet algorithme est exponentielle.



**Figure 3.2** Algorithmes de résolution d'un problème de programmation linéaire, inspiré de [23].

Néanmoins, l'algorithme du simplexe a permis de faire de nombreux progrès et de résoudre numériquement des problèmes de calcul à la rupture en programmation linéaire [25,26,27,28,29]. Afin d'obtenir un problème de programmation linéaire à partir de critères de résistance non-linéaires, ces différents travaux ont proposé de construire des linéarisations par l'intérieur et par l'extérieur du critère de résistance, de manière à préserver le statut de borne du résultat final. Néanmoins, le nombre de facettes utilisées pour linéariser le critère a une influence notable sur la qualité du résultat [30] et introduit un nombre important de contraintes supplémentaires, limitant donc la taille des problèmes pouvant être résolus avec les moyens de l'époque.

## 2.2. Algorithmes de points intérieurs :

En 1984, une avancée considérable est effectuée lorsque Karmarkar propose un algorithme permettant de résoudre un problème de programmation linéaire avec une complexité en temps de calcul polynomiale [31], soit largement plus rapide que l'algorithme du simplexe pour les problèmes de grande taille. Contrairement à ce dernier, l'algorithme de Karmarkar est une méthode de « points intérieurs » consistant à progresser à l'intérieur du polyèdre  $\mathcal{P}$  pour atteindre la solution optimale de manière asymptotique (Figure 3.2.b) [32,23]. L'amélioration des algorithmes de points intérieurs permet à présent de résoudre des problèmes de programmation linéaire de très grande taille et trouve de nombreuses applications en économie, traitement du signal, apprentissage de données, etc.

Une stratégie complètement différente a consisté à se tourner vers les résultats obtenus dans le domaine de l'optimisation convexe, notamment via le développement d'algorithmes dédiés à la résolution de problèmes d'optimisation de fonctions linéaires sous contraintes linéaires, relevant du

domaine de la programmation linéaire. Pour plus de détails concernant l'analyse et l'optimisation convexe [23].

### 3. Programmation non-linéaire :

#### 3.1.Introduction :

Certains auteurs tels que [33,34,35] ont cherché à développer des algorithmes consistant à résoudre directement le problème de programmation non-linéaire, sans linéariser le critère, en appliquant une méthode de quasi-Newton sur les conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker. Si la performance de ces algorithmes était très encourageante, le nombre d'itérations nécessaires étant très peu sensible à la taille du problème, ce type de méthode nécessitait de calculer les dérivées du critère de résistance et pouvait donc poser des difficultés pour des critères non-réguliers.

#### 3.2.Algorithmes de points intérieurs :

L'utilisation d'algorithmes de points intérieurs dans la résolution de problèmes de calcul à la rupture en programmation non-linéaire a été, tout d'abord, proposé par [36,37] dans le cas de l'approche cinématique pour un critère de Von Mises ainsi que par [38,39], puis par [40] dans un cadre plus général. Il a également été souligné, dans ce dernier article, que la version discrétisée de l'approche cinématique (resp. de l'approche statique) peut se reformuler comme un problème de type statique (resp. cinématique) en résolvant le problème d'optimisation dual associé au problème initial. Ce type de reformulation permet notamment d'éviter de travailler avec la fonction d'appui, mais directement avec l'expression du critère de résistance tout en conduisant à une borne supérieure à l'optimum.

#### 3.3.Programmation conique :

Les travaux de [32] ont permis de montrer que les algorithmes de points intérieurs pour la programmation linéaire pouvaient être étendus au cas de la programmation non-linéaire, et en particulier au cas de la programmation « conique » *i.e.* consistant à minimiser une fonction linéaire sous contraintes linéaires et non-linéaires pouvant s'écrire sous la forme d'un cône. Dans [41], il a été montré que ces algorithmes présentaient la convergence optimale du cas linéaire dans le cas de cônes particuliers tels que les cônes de Lorentz du second-ordre, donnant naissance à la programmation conique du second-ordre (SOCP).

Il s'agit-là d'une avancée très importante dans la mesure où de nombreux problèmes peuvent se formuler comme un problème SOCP. Les problèmes de programmation linéaire en font bien entendu partie, mais également les problèmes avec fonction objectif ou contraintes quadratiques (pour des formes quadratiques semi-définies positives), normes euclidiennes, etc.

En ce qui concerne l'application au calcul à la rupture, de nombreux critères de résistance peuvent se reformuler de la sorte, tels que le critère de Von Mises (en 2D et 3D), les critères de Tresca et Mohr-Coulomb (en 2D), le critère de Nielsen pour les plaques, etc. On trouvera plus de détails sur la formulation conique de critères de résistance dans [42,43,44,45].

Toutefois, le succès de ce type de formulation n'aurait pas eu lieu sans le développement de solveurs d'optimisation conique performants. En particulier, Mosek, conçu à partir des travaux de [46], peut certainement être considéré, à ce jour, comme le solveur de référence en termes de robustesse et de rapidité, en particulier pour les problèmes de grande taille.

En fin, mentionnons également l'extension des algorithmes de points intérieurs à la classe encore plus générale des problèmes de programmation semi-définie positive (SDP) faisant intervenir des matrices semi-définies positives comme variables d'optimisation en plus de variables scalaires classiques. Cette formulation englobe les problèmes SOCP et permet, par exemple, de traiter des problèmes de calcul à la rupture pour un critère de Mohr-Coulomb en 3D [44,47]. Néanmoins, les performances actuelles des algorithmes en SDP n'atteignent pas encore celles du cas SOCP et offrent donc des capacités de calcul relativement limitées pour l'instant.

#### **4. Programmation linéaire en nombres entiers :**

Un problème de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE) est un programme linéaire, c'est-à-dire une fonction objectif linéaire à maximiser ou minimiser, sous des contraintes linéaires, dans lequel il y a la contrainte supplémentaire que *les variables sont entières*.

On parle de programme linéaire mixte lorsque seul un sous-ensemble de variables doivent être entières et les autres réelles [48]. Malheureusement, les valeurs fractionnaires ne sont ni pratiques ni très significatives dans certains types de problèmes d'entreprise, de fabrication ou de défense. Par exemple, les deux tiers d'un réservoir ou d'un demi-aéronef ne peuvent être achetés ni utilisés en réalité. On peut assumer une programmation intégrer comme étant un programme linéaire avec des exigences d'indivisibilité.

Il est facile de montrer que la PLNE est un problème NP-complet car de nombreux problèmes NP-complets peuvent être exprimés comme des PLNE. Bien entendu, les algorithmes décrits ci-dessus pour la PL ne résolvent pas les problèmes de PLNE. En revanche, la relaxation continue d'un PLNE (c'est le PLNE sans les contraintes d'intégrité) est un PL qui peut être résolu efficacement. Les algorithmes de résolution de PLNE, tels que les algorithmes par séparation et évaluation ou les algorithmes de génération de plans sécants, se basent très souvent sur cette relaxation continue.

Les solutions fractionnaires ne sont pas réalistes et nous devons envisager le problème d'optimisation :

$$\text{Maximise } \sum_{j=1}^n c_j x_j ;$$

Sous réserve de :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m);$$

$$x_j \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$x_j$  intégrer (pour tout ou partie  $j = 1, 2, \dots, n$ ).

Il est connu que la programmation intégrer est une extension du problème général. IP emprunte de nombreux concepts et technique de LP lors de l'approche de la solution développée [48].

La programmation linéaire est essentiellement appliquée pour résoudre des problèmes d'optimisation à moyen et long terme (problèmes stratégiques et tactiques, dans le vocabulaire de la recherche opérationnelle). Les domaines d'application de ces problèmes sont très nombreux aussi bien dans la nature des problèmes abordés (planification de chantiers, planification et contrôle de la production, distribution dans des réseaux) que dans les secteurs d'industrie: industrie manufacturière, énergie (pétrole, gaz, électricité, nucléaire), transports (aériens, routiers et ferroviaires), télécommunications, industrie forestière, finance.

#### 4.1.Programmation de but (des objectifs) :

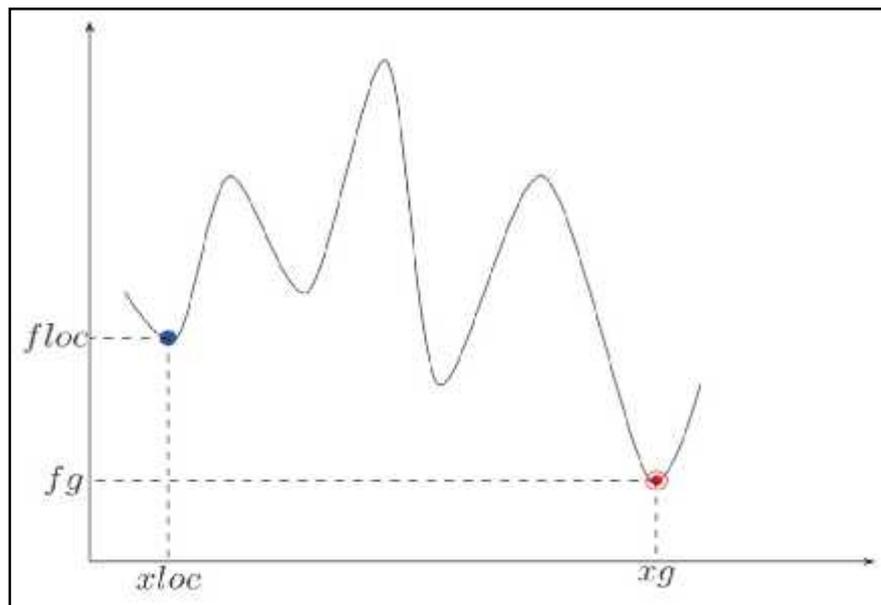
La programmation des objectifs peut être un modèle linéaire, intégrer ou non linéaire.

Dans la programmation des objectifs, un objectif numérique spécifique est établi pour chaque fonction d'objectif (contrainte), puis une solution est dérivée qui minimise la somme (pondérée) des écarts de ces fonctions d'objectif de leurs d'objectifs respectifs. Il existe trois types d'objectif dans la programmation des objectifs comme décrit ci-dessous :

- Un objectif inférieur et unilatéral établit une limite inférieure que nous ne voulons pas tomber sous (mais dépassant la limite est fine) ;
- Un objectif supérieur et unilatéral définit une limite supérieure que nous ne voulons pas dépasser (mais la chute de la limite est bien) ;
- Un objectif à deux faces définit une plage cible spécifique que nous ne voulons pas tomber à l'extérieur.

## 5. Méthodes méta-heuristiques :

Apparues dans les années 1980, les méta-heuristiques forment un ensemble d'algorithmes permettant de trouver la solution la plus rapide et la plus efficace pour une large gamme de problèmes d'optimisation difficile et pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace. Comme le montre la (figure 3.3), il s'agit de trouver l'optimum global  $G$  sans être piégé par les autres optima locaux tel que le point  $L$ .



**Figure 3.3** Représentation du minimum local et global d'une fonction.

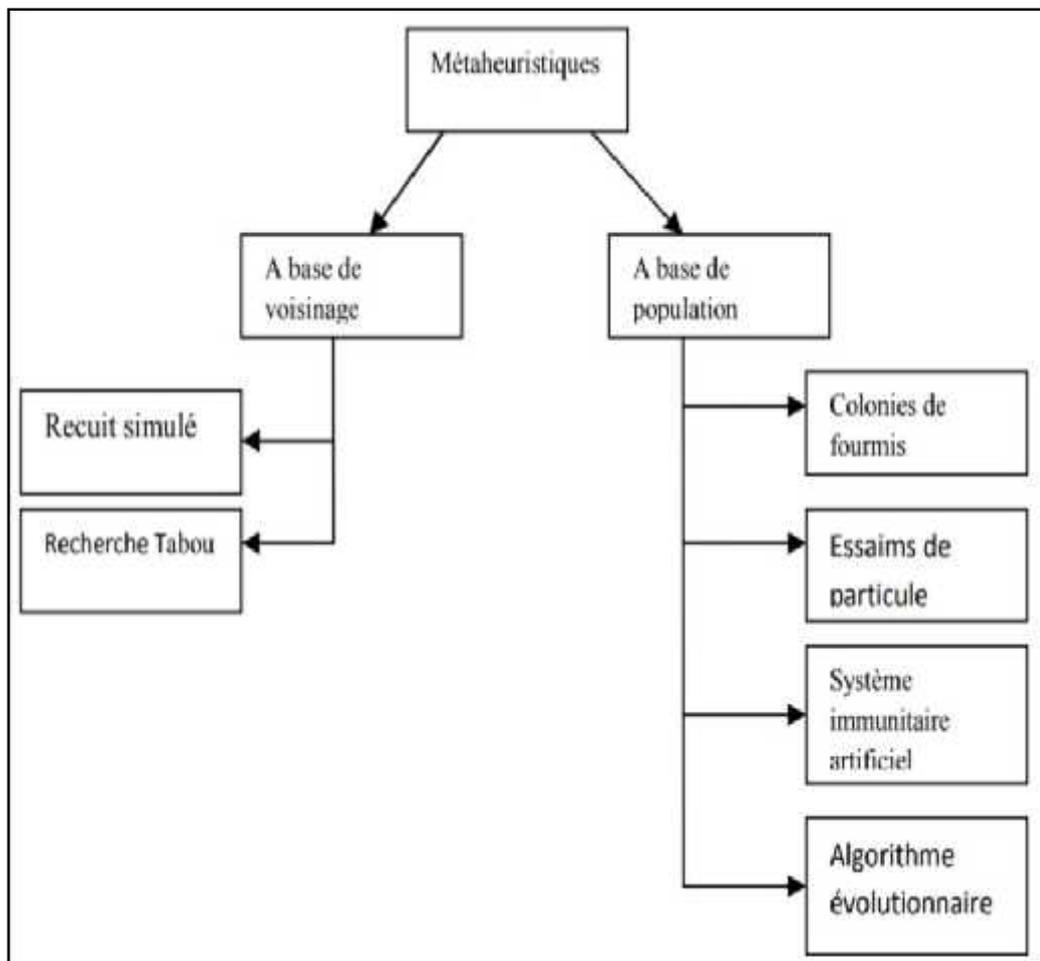
Les méta-heuristiques fonctionnent selon un comportement itératif c'est-à-dire que le même schéma se fait au cours de l'optimisation des trois notions suivantes :

- la diversification (exploration)
- l'intensification (exploitation)
- la mémorisation (apprentissage)

La diversification ou exploration désigne le processus qui dirige la procédure pour récolter de l'information sur le problème à optimiser. La stratégie de diversification la plus simple consiste à redémarrer périodiquement le processus de recherche à partir d'une solution générée aléatoirement ou choisie judicieusement dans une région non encore visitée de l'ensemble des solutions admissibles. Pour sa part, l'intensification ou exploitation utilise l'information déjà récoltée pour explorer, en détail, les zones jugées prometteuses dans l'espace de recherche. Sa mise en œuvre réside, le plus souvent, dans l'élargissement temporaire du voisinage de la solution courante. Quant à la mémorisation, elle est le support de l'apprentissage qui permet à l'algorithme de ne tenir compte que des zones où l'optimum global est susceptible de se trouver, évitant ainsi, les optima locaux qui sont de bonnes solutions, mais

qui ne sont pas les meilleures des solutions possibles. Ainsi, en alternant l'intensification, la diversification et la mémorisation, le fonctionnement des méta-heuristiques est progressif et itératif. L'étape initiale est souvent choisie de façon aléatoire et l'étape d'arrêt est souvent fixée à l'aide d'un critère d'arrêt. Toutes les méta-heuristiques s'appuient sur l'équilibre entre l'intensification et la diversification de la recherche. Sinon, on assistera à une convergence trop rapide vers des minima locaux par manque de diversification ou à une exploration trop longue par manque d'intensification.

Le fonctionnement des méta-heuristiques est généralement inspiré à partir de systèmes physiques comme le recuit simulé, de systèmes biologiques comme les algorithmes évolutionnaires, de systèmes ethnologiques comme les algorithmes de colonies de fourmis ou de l'optimisation par essais particuliers etc. Ainsi, les méta-heuristiques peuvent être réparties en deux catégories à savoir, les méthodes à base de voisinage correspondant à la recherche locale et les méthodes à base de population correspondant à la recherche globale (figure 3.4).



**Figure 3.4** Les catégories des méta-heuristiques.

Les méta-heuristiques à base de voisinage ou à base de solution unique sont les méthodes de recherche locale. Elles sont itératives, *ie.* à partir d'une solution unique  $x_0$  considérée comme point de départ, la

recherche consiste à passer d'une solution à une solution voisine par déplacements successifs dans un voisinage constitué de l'ensemble des solutions. Souvent, les opérateurs de recherche locale s'arrêtent quand une solution localement optimale est trouvée. Mais accepter uniquement ce type de solution n'est pas toujours satisfaisant. Il est alors important de sortir de ces minima locaux en permettant à l'opérateur de recherche locale de trouver des points pour lesquels la nouvelle solution retenue sera de qualité meilleure que la précédente. C'est le principe adopté pour la méthode de descente, le recuit simulé, la recherche tabou et la méthode GRASP.

### 5.1.Méthode de descente :

La méthode de descente appelée aussi méthode d'amélioration itérative ou *Hill Climbing* en anglais est assez ancienne [49]. Sa rapidité et sa simplicité font d'elle la méthode la plus utilisée. Elle part d'une solution initiale  $X_i$  d'un ensemble de recherche  $S$  et progresse vers une solution voisine  $X_{i+1}$  de meilleure qualité quel que soit  $i$ . Son algorithme général pour un problème de minimisation .

Pour appliquer une descente, il faut bien choisir la solution initiale ( $X_i$ ) qui est généralement aléatoire ou provenue d'une méthode approchée. Quand cette solution est aléatoire, on pourra appliquer plusieurs fois la descente en changeant à chaque fois la solution initiale et ne mémorisant que celle donnant le meilleur résultat. La méthode de descente est très facile à programmer. Son inconvénient réside dans le fait qu'elle calcule une solution locale car elle s'arrête au premier optimum rencontré. La répétition de déclaration de la solution initiale permet d'atténuer cet inconvénient.

### 5.2.Méthode du recuit simulé (RS) :

La méthode du recuit simulé (*Simulated Annealing*) [50] s'inspire du recuit thermique des métaux en métallurgie. En effet, le refroidissement brutal d'un métal donne une structure amorphe, état métastable qui correspond à un optimum local pour un problème d'optimisation. A l'opposé, si l'on le refroidit lentement, on obtient un état stable correspondant à un optimum global. Par analogie, on prend l'énergie du métal comme fonction objectif du problème combinatoire et les états physiques comme configurations aléatoires. La température est simulée par un paramètre de contrôle dépendant du problème traité. La méthode du recuit simulé autorise des variations de la configuration initiale ou solution initiale afin de s'échapper aux minima locaux dans lesquels le système peut être piégé lorsqu'on utilise la méthode de descente. Au lieu de refuser les solutions dégradant la fonction objectif, on les accepte avec une certaine probabilité en se basant sur le critère de Metropolis. Pour un problème de minimisation, à partir de la configuration courante  $i$ , on effectue une modification aléatoire  $j$ , puis on calcule l'énergie  $\Delta E_{ij} = E_i - E_j$ . Si cette énergie est augmentée, on accepte automatiquement cette modification sinon on tire aléatoirement un nombre entre 0 et 1 et on calcule la probabilité  $\exp(-\Delta E_{ij}/T)$ . Si cette probabilité est supérieure ou égale à ce nombre, on accepte la modification

effectuée sinon elle est rejetée. Lorsque l'énergie reste stationnaire on diminue la température et on reprend le processus de calcul de l'énergie. S'il s'agit d'un problème de maximisation, il suffit de prendre l'opposé de l'énergie  $-\Delta E_{ij} = E_i - E_j$  comme fonction objectif. L'algorithme du recuit simulé pour un problème de minimisation.

La méthode du recuit simulé donne une solution de bonne qualité. Elle est facile à programmer et applicable à tous les problèmes ayant la caractéristique itérative tout comme elle offre une souplesse d'emploi car de nouvelles contraintes peuvent être incorporées facilement dans le programme. Néanmoins, cette méthode présente des inconvénients qui apparaissent dans le nombre important de paramètres tels la température initiale, le taux de décroissance de la température, la durée du palier de température, le critère d'arrêt, etc. ainsi que le temps de calcul qui est excessif dans certaines applications.

### 5.3. La recherche tabou (RT) :

Dans la recherche tabou [51], Le principe est de passer à la meilleure solution voisine de la solution initiale à chaque itération même si celle-ci est plus mauvaise que la solution initiale. Ce critère autorise la dégradation de la fonction objectif et évite ainsi le blocage dans un minimum local. Le déplacement s'effectue de solution en solution en s'interdisant de revenir à une solution déjà rencontrée. Au cours de la recherche, ces solutions visitées sont mises dans une liste interdite appelée liste tabou. Cette liste de longueur finie  $k$  mémorise les  $k$  dernières solutions rencontrées ou les mouvements donnant ces solutions. Durant un nombre d'itération égal à  $k$ , il est interdit d'effectuer une transformation inverse à une transformation récemment effectuée c'est-à-dire ajouter une solution récemment supprimée ou supprimer une solution récemment ajoutée. Certaines interdictions sont parfois inutiles. Par exemple, un mouvement qui mène à une solution meilleure que toutes celles visitées n'a aucune raison d'être interdit. Dans ce cas, le critère d'aspiration est introduit ; il s'agit de lever le statut tabou et d'exécuter cette solution. L'algorithme général de la recherche tabou pour un problème de minimisation. La recherche tabou présente l'avantage de posséder une mémoire sous la forme de la liste tabou. Cette mémoire peut être à court terme si on mémorise la solution telle qu'elle est et à long terme si on mémorise la fréquence d'apparition au lieu d'interdire complètement le mouvement introduisant cette solution. Ainsi, les paramètres à fixer sont moins nombreux. Il s'agit de la taille de la liste tabou qui peut être statique déterminée à l'avance et constante durant tout le processus de résolution ou dynamique variante durant la résolution et du nombre total d'itérations. Cependant, dans plusieurs cas d'optimisation, la recherche tabou demande de lui ajouter les mécanismes d'intensification et de diversification qui introduisent de nouveaux paramètres à régler.

#### 5.4.Méthode GRASP :

La méthode GRASP (*Greedy Randomised Adaptive Search Procedure*) qui signifie procédure de recherche adaptative aléatoire gloutonne est une méta-heuristique [52]. Cette méthode répète un processus composé de deux étapes à chaque itération : la construction d'une solution par une méthode gloutonne et l'amélioration de cette solution par une méthode de recherche locale.

Durant l'étape de construction, on choisit toutes les solutions réalisables, on prend les meilleures selon la fonction objectif puis on tire au hasard pour former la liste des candidats restreinte (LCR). Cette liste est mise à jour après chaque itération de construction ce qui donne l'aspect adaptatif de l'algorithme. On sélectionne au hasard une solution dans LCR qui sera améliorée en lui appliquant une méthode de recherche locale. On répète itérativement ces étapes jusqu'à l'obtention de la meilleure solution. L'algorithme de GRASP pour un problème de minimisation.

L'aspect le plus intéressant de GRASP est sa facilité d'implémentation ainsi que le nombre restreint de paramètres à régler ; il suffit de fixer la longueur de la liste LCR et le nombre maximum d'itérations. Cependant, cette méthode est moins performante par rapport aux autres méta-heuristiques du fait de l'absence de mémoire ce qui implique l'obtention de la même solution en plusieurs reprises.

Contrairement aux méthodes précédentes, les méthodes de recherche à base de population se basent sur une population d'individus qui interagissent entre eux afin de s'améliorer ou de produire de nouveaux individus plus performants. Elles travaillent sur un ensemble de points de l'espace de recherche. Ces méta-heuristiques sont inspirées de la biologie et utilisant des phénomènes d'auto organisation. Parmi ces algorithmes à population on trouve, particulièrement, les algorithmes évolutionnaires comme les Algorithmes Génétiques, les colonies de fourmis, les essaims de particules etc.

#### 5.5.Les algorithmes génétiques (AG) :

Les algorithmes génétiques [53], qui s'inspirent des principes de la génétique. Pour cette raison, ces algorithmes accordent une grande importance à la distinction entre la représentation génétique d'un individu (*génotype*) et sa représentation réelle (*phénotype*). L'opérateur principal utilisé par les algorithmes génétiques pour la construction de nouvelles solutions est l'opérateur de recombinaison appelé aussi croisement. Cet opérateur récupère des parties du génotype de deux ou plusieurs solutions ou parents qu'il combine pour construire un ou plusieurs nouveaux génotypes ou enfants, héritant ainsi de certaines de leurs caractéristiques. L'utilisation de la recombinaison, seule, ne permet pas d'introduire du matériel génétique nouveau puisque cet opérateur combine le matériel déjà présent dans la population. Pour remédier à ce problème, les algorithmes génétiques utilisent la mutation, comme opérateur secondaire permettant d'introduire de nouveaux gènes inexistants dans la population. Le principe général d'un algorithme génétique.

Il y a trois opérateurs d'évolution dans les algorithmes génétiques :

- **La sélection** : Choix des individus les mieux adaptés ;
- **Le croisement** : Mélange par la reproduction des particularités des individus choisis ;
- **La mutation** : Altération aléatoire des particularités d'un individu.

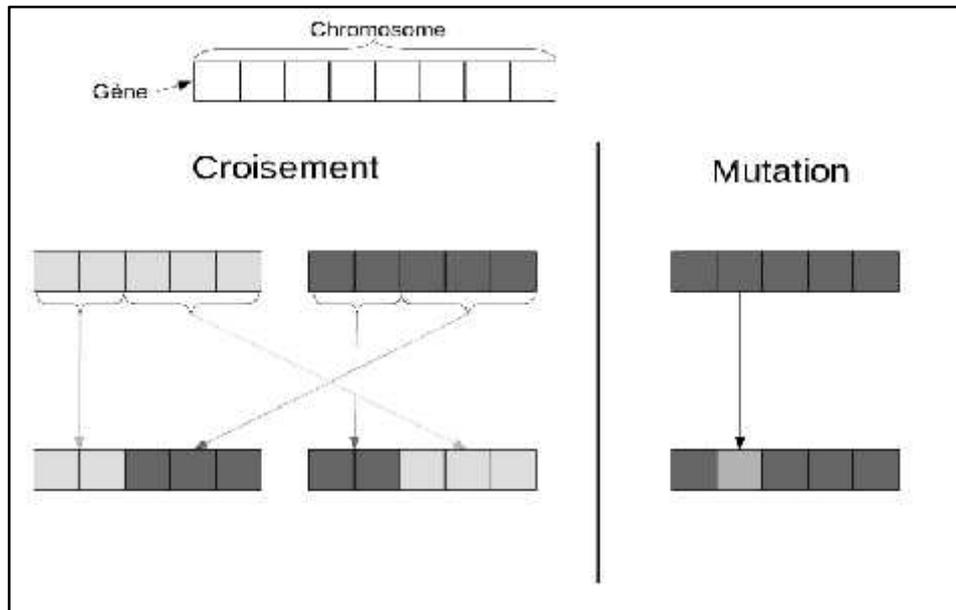


Figure 3.5 Exemple de croisement et de mutation sur des chromosomes.

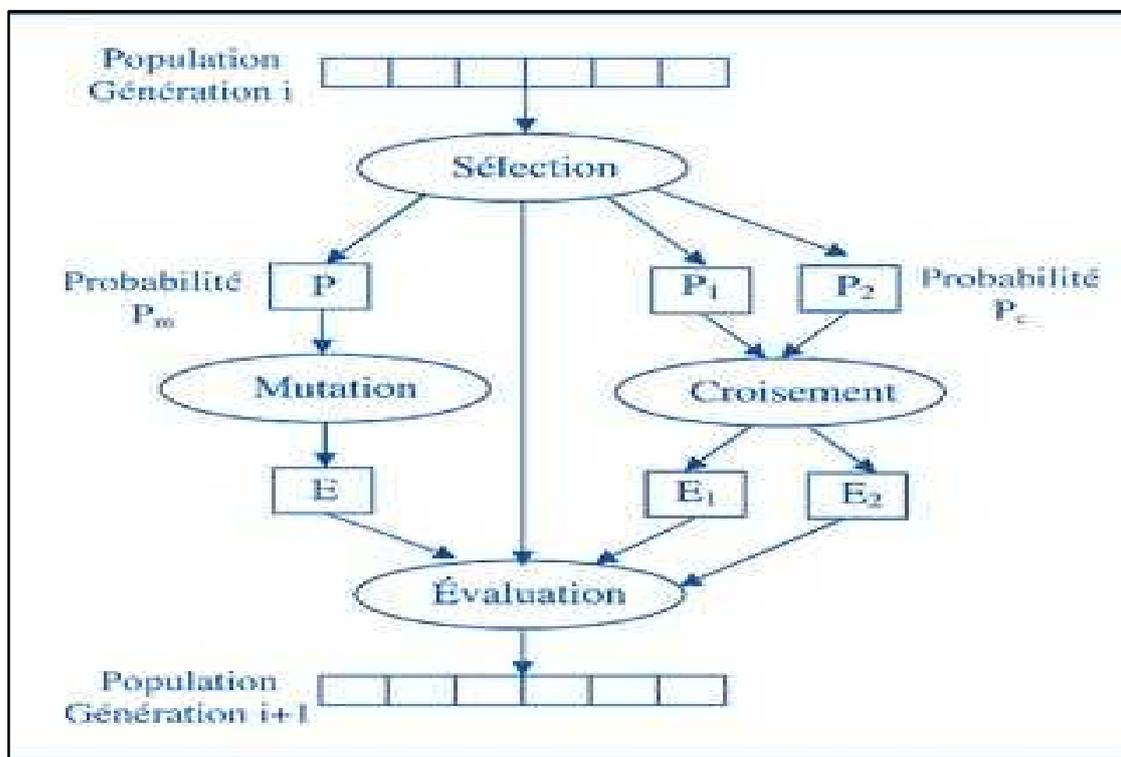


Figure 3.6 Principe général d'un algorithme génétique.

### 5.6.L'algorithme de l'Evolution Différentielle (DE) :

L'algorithme de l'Evolution Différentielle (*Differential Evolution*) (DE) [54] pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoires. Cet algorithme utilise les mêmes opérateurs évolutionnaires que l'algorithme génétique (sélection, croisement et mutation) mais le fonctionnement est différent. En effet, cette méthode crée de nouveaux individus. Une nouvelle solution est créée à partir des différences entre deux individus de la population. Si on considère un problème à  $D$  dimensions avec une population de  $N$  d'individus évoluant à chaque génération  $t$ , l'algorithme de la méthode DE pour un problème de minimisation. Dans cet algorithme  $F$  est un nombre réel appartenant à l'intervalle  $[0,2]$  appelé facteur d'amplification. De nombreuses améliorations ont été proposées pour le choix des paramètres. Cette méta-heuristique a été utilisée avec succès dans le cas des problèmes réels notamment pour résoudre des problèmes continus.

### 5.7.L'algorithme des colonies de fourmis (ACO) :

L'algorithme des colonies de fourmis (*Ant Colony Optimisation*) (ACO) est un algorithme d'intelligence en essaim dont le principe est basé sur la manière dont les fourmis cherchent leurs nourritures et retrouvent leur chemin pour retourner dans la fourmilière. Initialement, les fourmis explorent les environs de leur nid de manière aléatoire [55]. Sitôt qu'une source de nourriture est repérée par une fourmi, son intérêt est évalué (quantité et qualité) et la fourmi ramène un peu de nourriture au nid. Les fourmis peuvent déposer des phéromones au sol, grâce à une glande située dans leur abdomen et former, ainsi, des pistes odorantes qui pourront être suivies par leurs congénères. Les traces laissées s'accumulent au fur et à mesure que la piste est rejointe par plus de congénères. Les phéromones ont comme caractéristique l'évaporation en fonction du temps. Les pistes les plus longues seront donc abandonnées au profit de la plus courte. Ainsi, pour illustrer le principe de cette méthode posons A un ensemble de  $K$  fourmis. Une fourmi de cet ensemble va démarrer de la ville  $i$  à l'instant  $t$  vers la ville  $j$ , la destination est choisie en fonction de la visibilité  $\eta_{ij}$  (l'inverse de la distance) et de la quantité de phéromones  $\tau_{ij}(t)$  déposée entre les deux villes.

$\alpha$  et  $\beta$  sont deux paramètres contrôlant respectivement l'influence du taux de phéromone sur le trajet  $(ij)$  et l'influence de la distance sur le trajet  $(ij)$ . La procédure mettre à jour Phéromone consiste à mettre à jour le taux de phéromones  $\tau$  pour la fourmi  $k$  en appliquant la formule suivante :

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) * \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (2)$$

avec  $\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{x=1}^k (\Delta\tau_{ij}^x(t))$  et  $\Delta\tau_{ij}^k(t) = \frac{q}{LK(t)}$

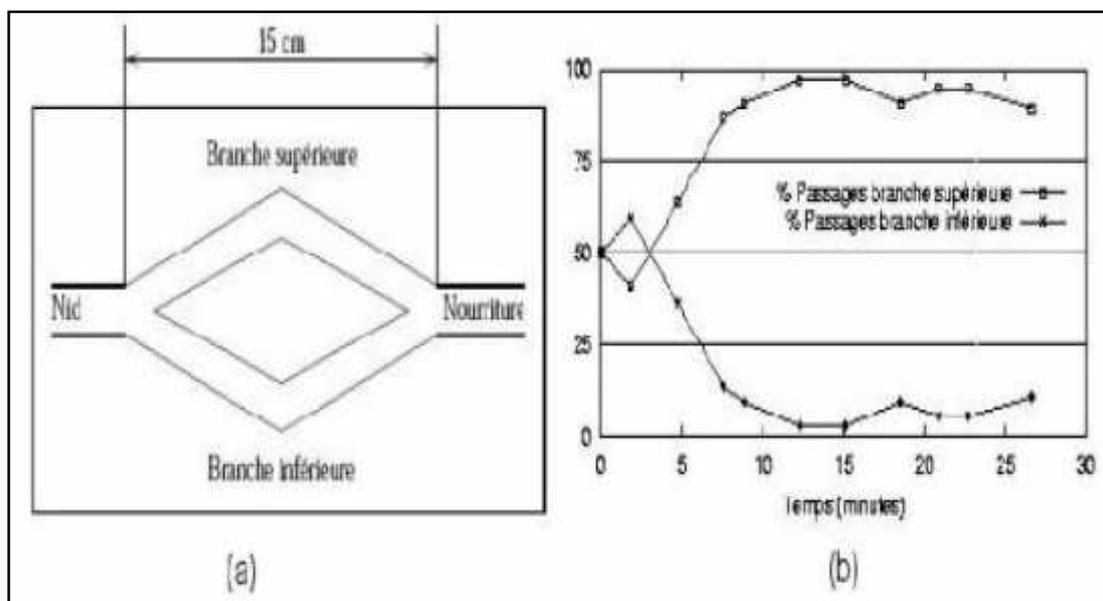
$Q$  est une constante et  $Lk(t)$  est la longueur totale de la tournée de la fourmi  $k$  à l'instant  $t$ . Pour éviter d'être piégé dans des optima locaux, les algorithmes de colonies de fourmis utilisent la stratégie d'évaporation des pistes de phéromones dont la solution est mauvaise [56]. Les algorithmes de colonies de fourmis sont très efficaces en optimisation combinatoire grâce à leur robustesse *ie.*

La recherche reste efficace même si certains de ses individus sont défaillants, et à sa décentralisation, *ie.* les fourmis n'obéissent pas à une autorité centralisée, comme ils ont l'avantage d'être exécutés en parallèle. Néanmoins, cette méthode présente l'inconvénient de réglage d'un nombre important de paramètres (nombre de fourmis, visibilité, quantité de phéromones etc.).

### 5.7.1. Expérience : "Pont binaire de Deneubourg".

L'expérience montre un nid d'une colonie de fourmis, qui est séparé d'une source de nourriture par un pont à deux voies de même longueur. On laisse évoluer les fourmis sur le pont, on trace ainsi en fonction du temps, le graphe du nombre de fourmis empruntant chaque branche. Le résultat de l'expérience est exposé à la (figure 3.7).

L'illustration (a) représente la configuration physique de l'expérience. Le graphique (b) indique l'évolution de ce système en fonction du temps : on constate que les fourmis ont tendance à emprunter le même chemin (par exemple celui du haut) après une dizaine de minutes [57].



**Figure 3.7** Pont binaire de Deneubourg [57].

#### Explication:

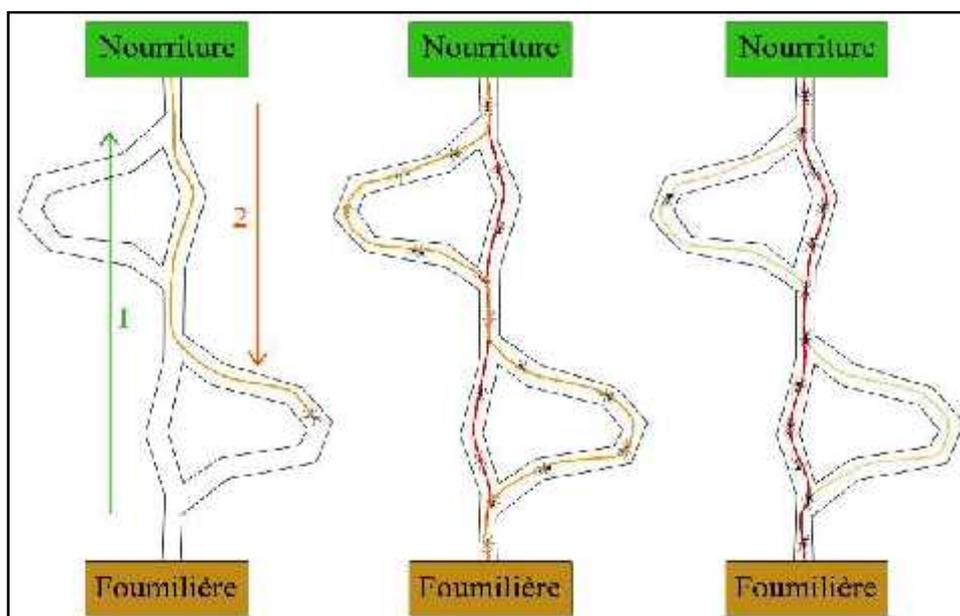
Au départ, il n'y a pas de phéromone sur le pont. Donc, chaque branche peut être choisie par une fourmi avec la même probabilité. Néanmoins, dans notre exemple, après une certaine période, des variations aléatoires ont fait qu'un peu plus de fourmis ont choisi le chemin du haut plutôt que celui du

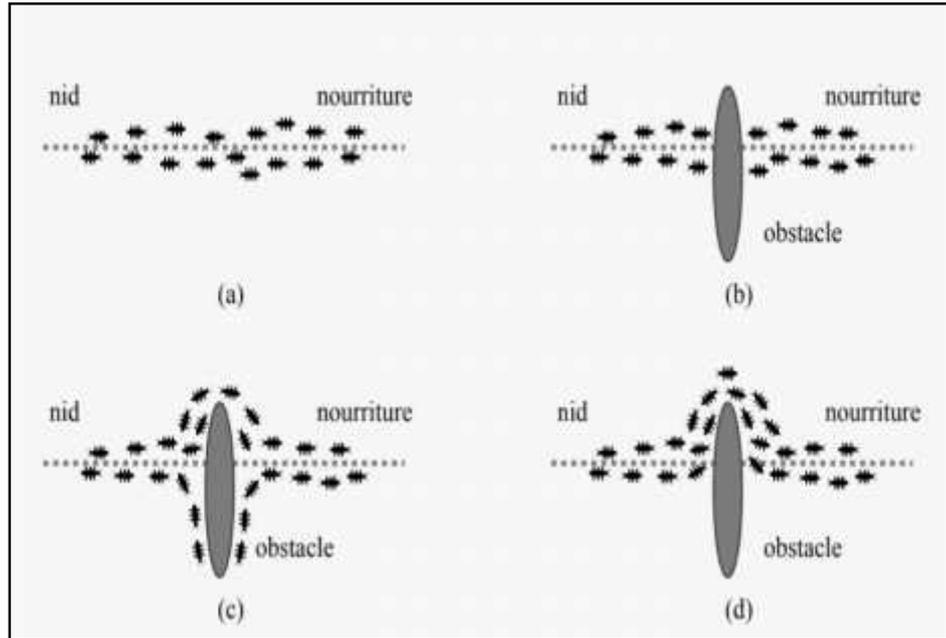
bas. Puisque les fourmis déposent des phéromones en avançant et puisqu'elles sont plus nombreuses en haut qu'en bas, le chemin du haut comportera plus de phéromones. Cette quantité supérieure de phéromone incite plus de fourmis à choisir la branche du haut, donc la quantité de phéromone déposée augmentera encore plus.

On en déduit que plus les fourmis ne suivent un chemin, plus ce chemin devient intéressant à suivre. Ainsi la probabilité avec laquelle une fourmi choisit un chemin, augmente avec le nombre de fourmis qui ont pris ce chemin précédemment.

*Effet de la coupure d'une piste de phéromone:*

Cette fois, les fourmis sont en train de suivre une piste de phéromones, comme présenté à la (figure 3.8) dans (a). À un moment donné, on a un obstacle qui barre la route des fourmis. Les fourmis qui arrivent à côté de l'obstacle doivent choisir soit d'aller à gauche soit d'aller à droite (b). Puisqu'aucune phéromone n'est déposée le long de l'obstacle, il y a autant de fourmis qui partent à gauche qu'à droite. Néanmoins, puisque le chemin de droite est plus court que celui de gauche, les fourmis qui l'empruntent, vont retrouver plus vite la piste de phéromone de départ. Pour chaque fourmi allant du nid à la nourriture, on associe également une fourmi qui va de la nourriture au nid (en fait elles ont été séparées par l'apparition brutale de l'obstacle). Les phéromones de ces fourmis vont se superposer à droite. Donc quand elles vont rejoindre le chemin initial, le chemin de droite sera deux fois plus imprégnée de phéromone que la piste de gauche, où les deux fourmis n'ont pas encore pu rejoindre la piste initiale (ce chemin étant plus long). Les fourmis qui arrivent à l'obstacle à partir de ce moment, préféreront suivre la piste de droite. Le nombre de fourmis qui passent par la droite va augmenter, ce qui augmentera encore la concentration de phéromones.





**Figure 3.8** Illustration de la capacité des fourmis à chercher de la nourriture en minimisant leur parcours. (a) Recherche sans obstacle, (b) Apparition d'un obstacle, (c) Recherche du chemin optimal, (d) Chemin optimal trouvé [57].

De plus, l'évaporation des phéromones sera plus forte sur la piste de gauche du fait que sa longueur est supérieure. La piste de gauche sera donc rapidement abandonnée, parce qu'elle en est beaucoup moins imprégnée : les fourmis passeront toutes très rapidement par la piste la plus courte [58].

### 5.8.L'optimisation par les essaims de particules (PSO) :

L'optimisation par les essaims de particules (*Particle Swarm Optimisation*) (PSO) est issue d'une analogie avec les comportements collectifs de déplacements chez certains groupes d'animaux, comme les bancs de poissons, les nuées des oiseaux, les araignées etc. [59]. En effet, tout comme ces animaux se déplacent en groupe pour trouver de la nourriture ou éviter les prédateurs, les algorithmes à essaim de particules recherchent des solutions pour un problème d'optimisation. L'essaim particulaire est constitué d'une population de particules. Chaque particule  $i$  correspond à une solution du problème traité. Elle est caractérisée par une position  $\vec{x}_i$  et une vitesse (vélocité) de changement de position  $\vec{v}_i$  et garde en mémoire sa meilleure position atteinte qui peut être parfois la position courante. À chaque itération  $t$ , la position et la vitesse sont mises à jour en tenant compte de la meilleure position  $\vec{p}_i$  de la particule et de la meilleure position  $\vec{p}_g$  de ses voisins suivant la formule citée ci-dessous :

$$\begin{cases} \vec{v}_i(t) = \omega * \vec{v}_i(t-1) + c1 * \rho1 * (\vec{p}_i - \vec{x}_i(t-1)) + c2 * \rho2 * (\vec{p}_g - \vec{x}_i(t-1)) \\ \vec{x}_i(t) = \vec{x}_i(t-1) + \vec{v}_i(t) \end{cases} \quad (3)$$

$\omega$  est une constant appelée coefficient d'inertie. Elle joue un rôle important dans la convergence. Une faible valeur de  $\omega$  nous guide à une recherche locale tandis qu'une grande valeur nous permet une exploration globale de l'espace de recherche [60].  $c1$  représente l'attraction de la particule vers sa meilleure position ; c'est la mémoire propre à la particule, tandis que  $c2$  représente l'attraction vers la meilleure de ses voisines engendrant la mémoire partagée.  $\rho1$  et  $\rho2$  sont des variables aléatoires tirés de l'intervalle [0,1] à chaque itération. Eberhart et Shi [61] ont suggéré d'utiliser  $c1 = c2 = 2$ .

La (figure 3.9) montre le mécanisme de déplacement des essaims de particules.

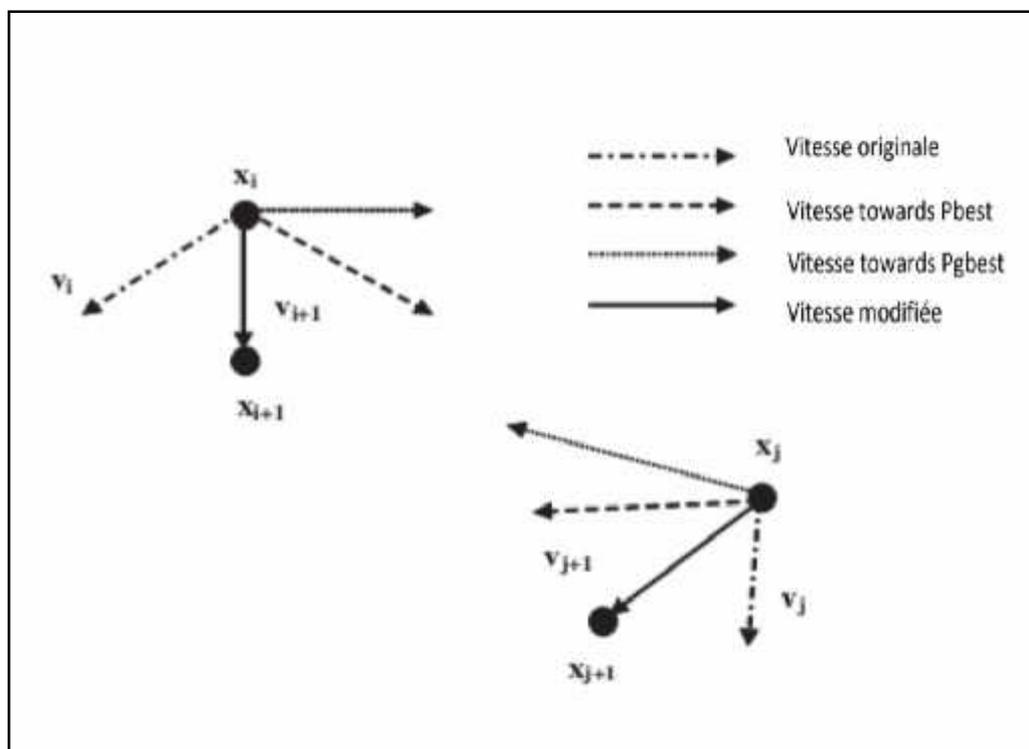
Maurice et Clerc [62,63] ont introduit un nouveau paramètre appelé coefficient de constriction "k" qui est calculé comme suit :

$$K = \frac{2}{2 - \sqrt{\phi * \psi - 4}} \quad \text{avec} \quad \phi = c1 + c2 \quad \text{et} \quad \phi > 4$$

La formule de PSO devient :

$$\begin{cases} \vec{v}_i(t) = k * \vec{v}_i(t-1) + c1 * \rho1 * (\vec{p}_i - \vec{x}_i(t-1)) + c2 * \rho2 * (\vec{p}_g - \vec{x}_i(t-1)) \\ \vec{x}_i(t) = \vec{x}_i(t-1) + \vec{v}_i(t) \end{cases} \quad (4)$$

Ce coefficient a le même rôle que le coefficient d'inertie et quand il est utilisé,  $\omega$  est fixé à 4,1 et  $c1 = c2 = 2,05$ . Les étapes principales de l'algorithme OEP.



**Figure 3.9** Mécanisme de déplacement des essaims de particules.

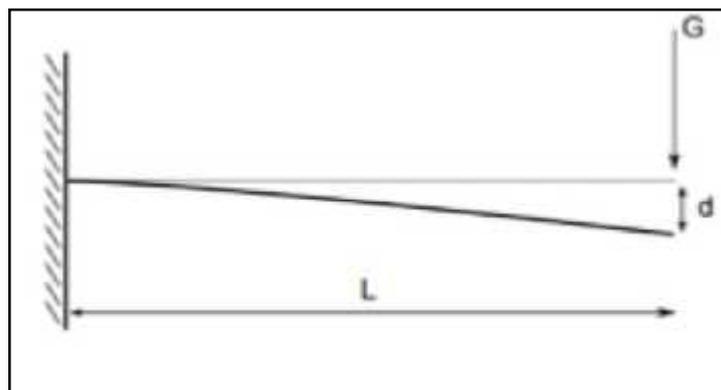
La méthode des essais particuliers est très puissante en optimisation combinatoire. Elle a rencontré un vif succès depuis sa création et ça grâce à sa simplicité et son efficacité. Notons qu'il existe d'autres méta-heuristiques qui sont moins populaires et peu efficaces. Parmi ces méthodes, on cite quelques variantes du recuit simulé, les algorithmes à estimation de distribution, les systèmes immunitaires artificiels, les algorithmes inspirés des insectes sociaux, la méthode du bruitage, etc. Une étude plus détaillée se trouve dans l'ouvrage [22].

## 6. Méthodes de conception optimale :

### 6.1.Introduction :

En fonction de l'approche suivie pour atteindre les objectifs d'optimisation fixes, les méthodes de conception optimale peuvent être différentes. On peut scinder en première approximation ces méthodes en trois grandes familles : l'optimisation dimensionnelle, l'optimisation géométrique et l'optimisation topologique. Cette distinction entre trois familles repose sur l'interprétation des paramètres et de ses conséquences sur le rôle à jouer par le concepteur.

Pour mieux distinguer les différences entre ces trois familles de méthodes, celles-ci sont illustrées par la suite à l'aide d'un exemple de problème à optimiser. Le problème utilisé est l'optimisation par la minimisation de sa flèche  $d$  d'une poutre encadrée, dont la longueur  $L$  est fixée, sous la contrainte d'un volume maximal de matériaux à ne pas dépasser (Figure 3.10). Cette poutre est sollicitée, à son extrémité, par une force verticale donnée et dirigée vers le bas. Le problème se limite à l'utilisation d'un seul matériau de construction.

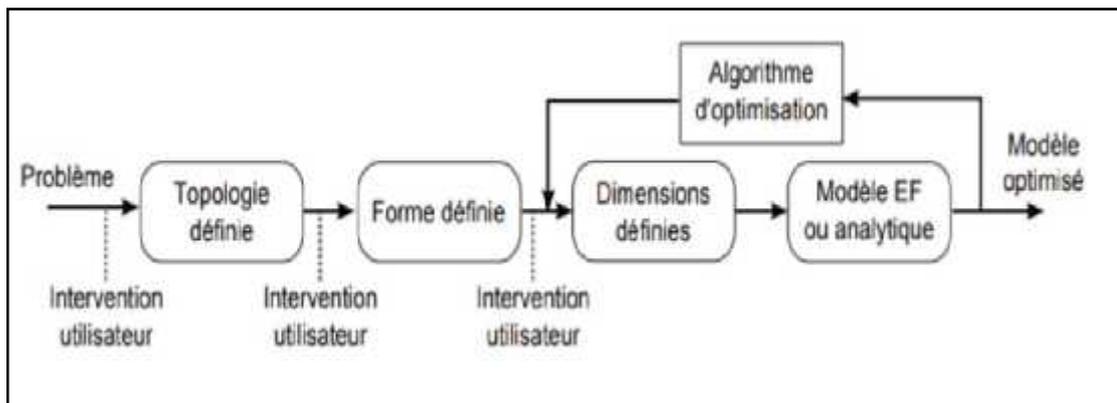


**Figure 3.10** Schéma du problème de minimisation de la flèche d'une poutre encadrée.

Pour résoudre la question, il nous faut poser le problème d'optimisation, c'est-à-dire définir les variables d'optimisation,  $\vec{x}$ , qui vont permettre de décrire la solution, c'est-à-dire la poutre. En fonction du rôle de ces variables, l'outil d'optimisation prendra une place différente dans le processus de conception. Les trois sections suivantes décrivent les trois familles en fonction de cette interprétation des variables d'optimisation.

### 6.2. Optimisation de dimensionnement :

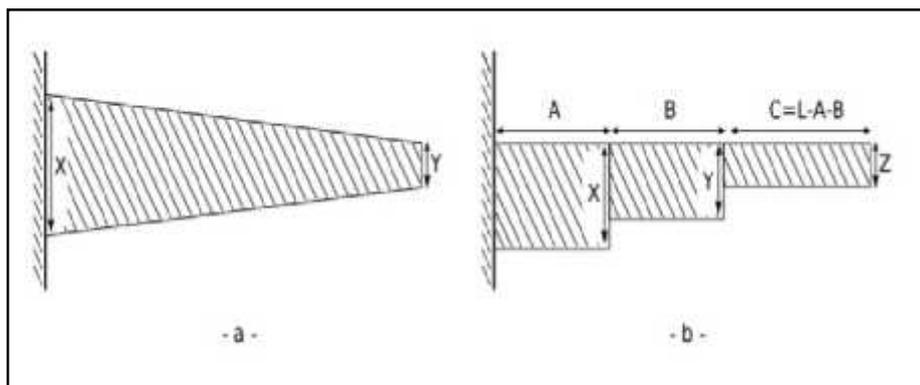
L'optimisation dimensionnelle repose sur la modification directe des dimensions d'une solution. Le concepteur détermine la topologie et la forme de la solution initiale, ainsi que des paramètres dimensionnels (Figure 3.11). Des variables d'optimisation sont associées à ces paramètres et sont utilisées pour rechercher les meilleures dimensions de la solution, sans modifier la forme et la topologie prédéfinie par le concepteur.



**Figure 3.11** Schéma fonctionnel de l'optimisation dimensionnelle.

Pour le cas de la poutre encadrée, deux exemples de choix de variables d'optimisation dimensionnelle sont illustrés par la (Figure 3.12).

L'exemple de gauche présente une situation avec deux variables d'optimisation,  $X$  et  $Y$ , associées à la largeur de la poutre. L'exemple de droite représente une autre situation avec cinq variables d'optimisation :  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $A$  et  $B$ .

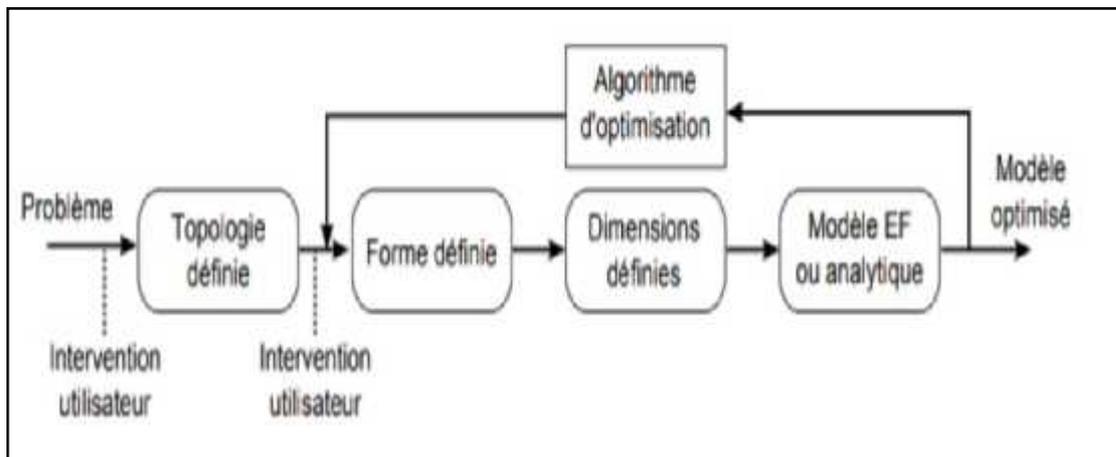


**Figure 3.12** Exemples de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encadrée : optimisation dimensionnelle.

### 6.3. Optimisation géométrique :

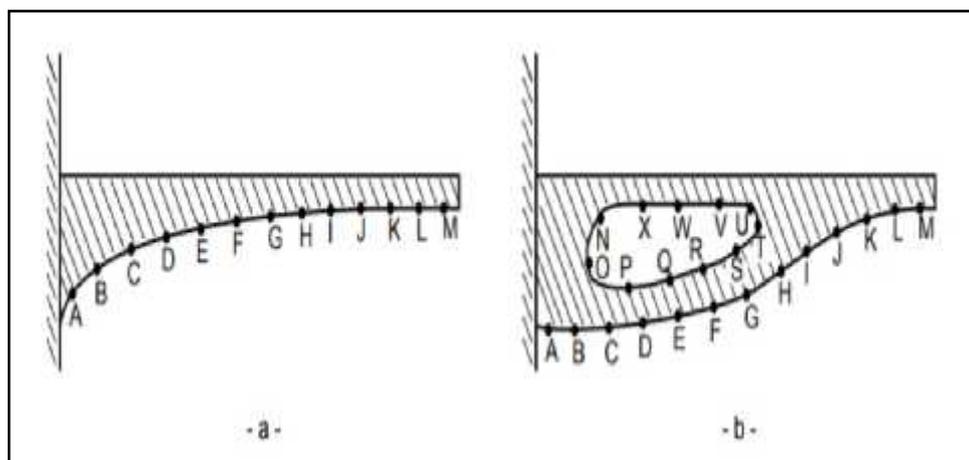
L'optimisation géométrique repose sur la modification de la géométrie d'une solution. Le concepteur détermine la topologie de la solution initiale, ainsi que des paramètres de description

géométrique (Figure 3.13). Les variables d'optimisation correspondent aux coordonnées et sont modifiées par l'algorithme d'optimisation pour changer la géométrie de la solution initiale, généralement sans modifier sa topologie.



**Figure 3.13** Schéma fonctionnel de l'optimisation géométrique.

Pour le cas de la poutre encastrée, deux exemples de choix de variables d'optimisation géométriques sont illustrés par la (Figure 3.14). L'exemple de gauche présente une situation modifiant la courbure de la partie inférieure de la solution initiale et décrite par les points  $A, B, \dots, M$ . L'exemple de droite permet de travailler avec un trou dans la structure initiale décrit par les points  $N, O, \dots, T$ . La création de ce trou peut permettre d'alléger la structure dans les espaces les moins sollicités afin de consolider d'autres parties de la structure plus sollicitées par la répartition des charges.

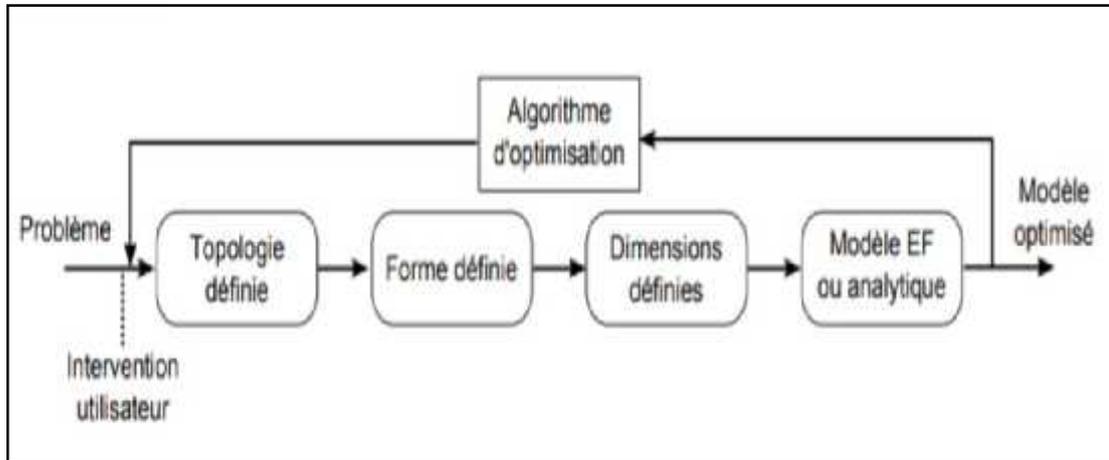


**Figure 3.14** Exemple de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastrée : optimisation géométrique.

#### 6.4.Optimisation topologique :

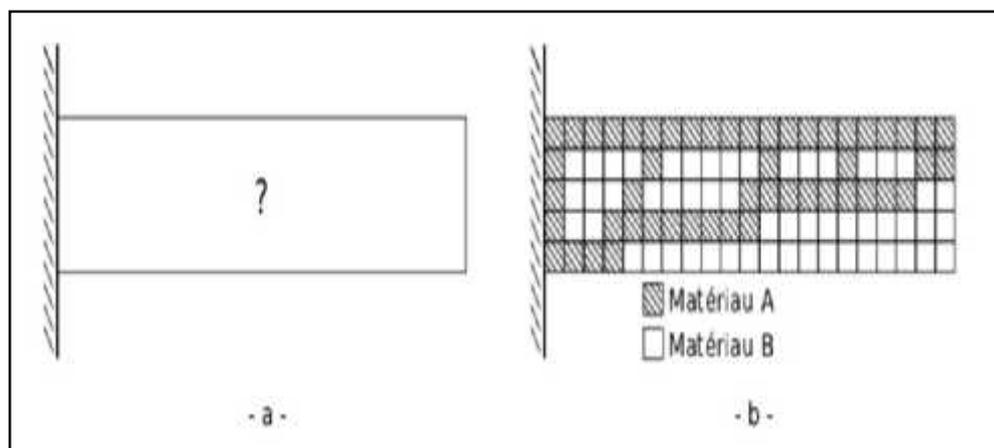
L'optimisation topologique repose sur la modification de la topologie d'une solution. Le concepteur intervient dans la définition des paramètres d'optimisation topologique (Figure 3.15). Ces paramètres,

associés aux variables d'optimisation, permettent de décrire la distribution de matière au sein de l'espace de design. Par la modification des valeurs de ces variables d'optimisation, l'algorithme d'optimisation a la possibilité de tester différentes topologies, ainsi que différentes formes et dimensions.



**Figure 3.15** Schéma fonctionnel de l'optimisation topologique.

Cette interprétation des variables d'optimisation en distribution de matière nécessite de discrétiser l'espace en sous-domaines de matière de distribution homogène. Au sein de ces sous-domaines, il est possible de déterminer un ensemble de caractéristiques de la matière sous forme de paramètres d'optimisation ou tout simplement de se limiter à des matériaux prédéfinis dans une bibliothèque de matériaux.



**Figure 3.16** Exemple de paramétrisation pour le problème de minimisation de la flèche d'une poutre encastree : optimisation topologique.

L'optimisation topologique est, sur la base du problème de la poutre encastree, illustrée ici par la (Figure 3.16). Un espace de design est d'abord défini (Figure 3.8.a) et est discrétisé en un quadrillage régulier fixe (Figure 3.16.b). Chacun de ces sous-domaines de matière est aussi appelé cellule ou

élément. Les variables d'optimisation correspondent à la valeur  $A$  ou  $B$  que devra prendre la cellule associée [45].

## 7. Méthode stochastique :

L'optimisation stochastique est une méthode qui génère et utilise des variables aléatoires. Ces variables aléatoires apparaissent dans la formulation du problème d'optimisation lui-même, qui implique des fonctions objectif aléatoires ou des contraintes aléatoires, par exemple. Certaines méthodes d'optimisation stochastiques aléatoires itérées sont utilisées pour résoudre des problèmes stochastiques, en combinant les deux significations de l'optimisation stochastique.

En effet les méthodes d'optimisation stochastique généralisent les méthodes déterministes pour les problèmes déterministes. De plus, une demande croissante existe pour la résolution de problèmes d'optimisation issus du monde réel, pour lesquels les données ou les fonctions objectif sont souvent incertaines, et où il s'avère parfois nécessaire de trouver des solutions robustes à des modifications ultérieures susceptibles de survenir sur les variables de décision. C'est la prise en compte de ces incertitudes dans le processus d'optimisation qui a donné naissance à l'optimisation stochastique.

Autrement dit, l'optimisation stochastique est un domaine de la programmation mathématique classique qui tient compte de l'incertitude du problème. La notion d'incertitude dans la programmation mathématique est apparue pour la première fois dans les années cinquante. Elle a rencontré depuis un développement rapide. Les avancées récentes ont ouvert de nouvelles perspectives qui devraient être fructueuses tant d'un point de vue théorique que pratique.

L'optimisation stochastique n'est pas une famille de problèmes, de modèles et d'outils différents des autres domaines d'optimisation (programmation linéaire, non-linéaire, dynamique); au contraire, elle constitue un complément de ces familles lorsque la notion d'incertitude intervient. Dans ce cas nous parlerons de programmation stochastique linéaire, non-linéaire ou bien de programmation stochastique dynamique. En effet, le but qui se fixe dans un problème d'optimisation stochastique est de prendre la meilleure décision vis à vis des situations qui comportent de l'incertitude.

La littérature autour de la programmation stochastique devient de plus en plus riche, les ouvrages les plus importants dans le domaine étant ceux de [64,65,66].

## 8. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques méthodes d'optimisation combinatoires en s'appuyant sur les caractéristiques principales des méta-heuristiques. Ces dernières sont très efficaces en optimisation difficile sans avoir besoin de modifier la structure de base de l'algorithme utilisé. Elles sont devenues très populaires grâce à leur simplicité d'emploi dans différents domaines. Il est à noter

---

qu'une bonne performance nécessite souvent une formalisation adéquate du problème posé et une adaptation intelligente d'une méta-heuristique.

Malgré le succès remarquable de leur démarche, les méta-heuristiques présentent des difficultés à lesquelles est confronté l'utilisateur dans le cas d'un problème concret comme le choix d'une méthode efficace pour avoir une solution optimale et le réglage des paramètres qui peut être réalisable en théorie mais irréalisable en pratique.

# **CHAPITRE IV: APPLICATIONS DE L'OPTIMISATION DES STRUCTURES**

## 1. Introduction :

Ce chapitre présente une méthodologie de résolution, Fonctions objectifs et le domaine d'application d'optimisation pour arriver à des conceptions optimales de poutres treillis, les structures d'un portique, l'étude par murs soutènement et le projet de construction d'un bâtiment à l'aide d'algorithmes méta-heuristiques.

Présentation des algorithmes méta-heuristiques les problèmes de conceptions optimales des poutres treillis (topologie et caractéristiques des sections transversales), les structures d'un portique (problème de la conception globale), l'étude par murs soutènement (béton sont des structures les plus largement utilisées dans la pratique du génie civil) et le projet de construction d'un bâtiment (système constructif fait intervenir des fonctions-objectif non linéaires).

## 2. Présentation d'optimisation de la topologie des poutres treillis :

L'objectif de l'optimisation des poutres treillis est d'utiliser au maximum la géométrie et le matériau des éléments de construction pour obtenir la structure la plus légère tout en satisfaisant toutes les contraintes de conception, de fabrication et autres contraintes physiques.

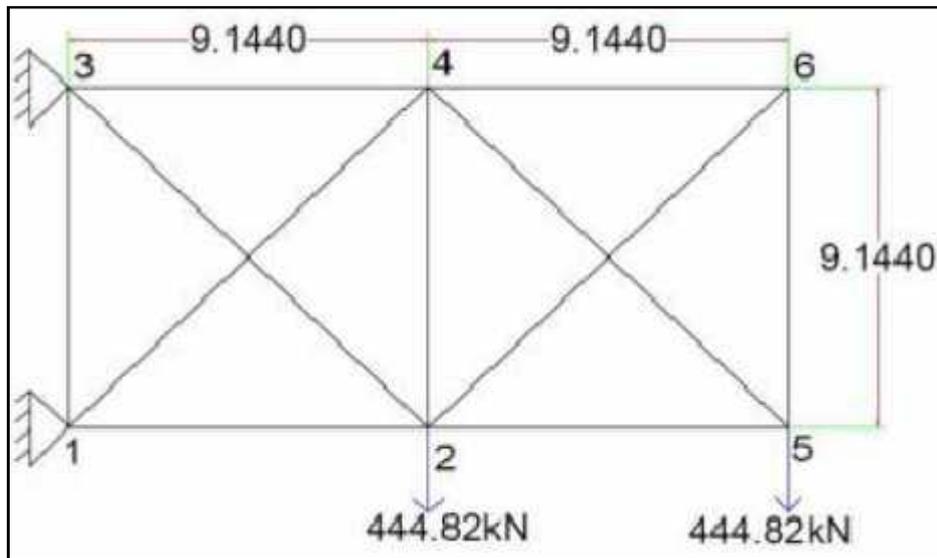
**Tableau 4.1** Appliquer des algorithmes de l'optimisation des systèmes treillis.

Références	Type d'approche	Méthodologie de résolution	Fonctions objectifs	Domaine d'application
[COL 91]	ACO	Une grande flexibilité aux changements de l'environnement,	Fonctions changeantes.	Appliqués à plusieurs problèmes combinatoires difficiles.
[DOR 92] [KAV 08]	AG ACO PSO	Ces algorithmes comparent à une structure en treillis.	Minimiser le poids total de la structure.	Il peut être appliqué à tous types de problèmes des structures en treillis.
[SCH 96]	AG	Compare un AG avec un algorithme à évolution stratégique (ES) sur un problème de poutre encastree.	*Minimiser le volume de matériau. *Déformation maximale de la structure.	Résultats obtenus montrent une plus grande efficacité de l'AG compare l'algorithme à ES pour plusieurs types de formalismes de distribution de matière.

[HAN 02]	AG	Présente une comparaison entre une méthode heuristique et un AG pour l'optimisation une poutre encastree avec des matériaux lamine.	Minimiser le poids de la structure pénalise par le risque de non respect de résistance de la structure.	Les résultats montrent que l'AG donne de meilleurs résultats, de l'ordre de 15%, sur la masse totale a déformation équivalente, grace a sa capacité d'exploration de l'espace des solutions.
[CHR 05] [BOU 09]	Algorithme ACO	Les topologies ont été optimisées avec des éléments de barre identiques (A, E, ). La sélection des valeurs de sections pour les éléments barres du système treillis.	Déformation maximale du matériau.	Dans l'algorithme à colonies de fourmis les paramètres et jouent un rôle très important pour avoir une solution optimale. Les éléments barres du système treillis peuvent être réalisés en liant le code ACO avec une base donnée.
[OLI 05]	Algorithme ACO	Réalisent de meilleures performances lorsqu'ils sont combinés avec des algorithmes de recherche locale	Minimiser de le locale.	Appliqués à plusieurs problèmes combinatoires difficiles.
[LUH 08]	ACO	Le chemin le plus court pour chacune de ces combinaisons est analysée structurellement pour obtenir les forces internes dans chaque élément.	Minimiser le poids total de la structure.	Applications l'optimisation des systèmes treillis, cas l'optimisation de topologie (les charges sont appliquées aux noeuds où se trouvent les supports).

**Exemple :**

Une poutre treillis 2D de dimensions (18.288m × 9.144m) composée de 11 membres et 6 nœuds comme le montre la (figure 4.1) est étudiée. Les sections transversales de tous les membres sont considérées comme 0,01935 m<sup>2</sup>. La poutre supporte deux forces de même amplitude de 444,82 KN, agissant vers le bas aux nœuds 1 et 3 comme représenté sur la (figure 4.1) Le déplacement nodal admissible est de 0,0502 m. Tous les éléments acceptent une contrainte axiale admissible de 172.368 MPa. Le module d'élasticité du matériau est pris comme  $E = 68950$  MPa et la densité du matériau est  $=2768$  kg/m<sup>3</sup>.

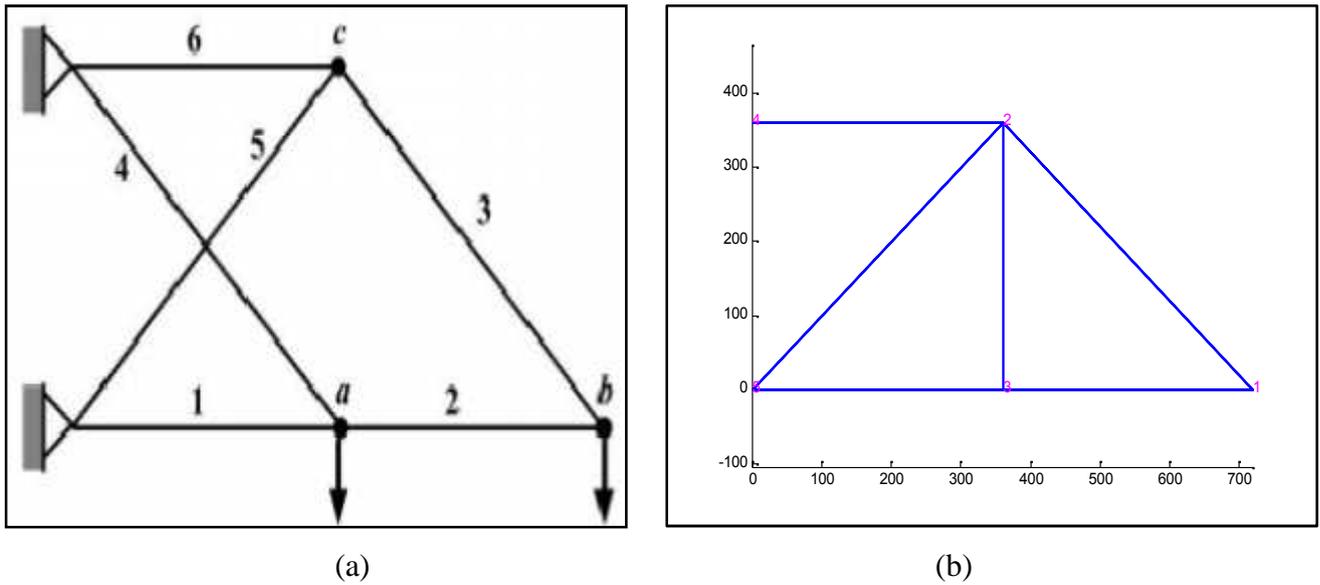


**Figure 4.1** Problème de poutre treillis 2D.

En utilisant l'algorithme de colonie de fourmis ACO, une approche en deux étapes a été adoptée dans ce travail, Tout d'abord, la topologie de la poutre treillis a été optimisée à partir d'une topologie générale (topologie de base) (Figure 4.2), puis, les dimensions des sections transversales ont été optimisées.

*a. Optimisation de topologie:*

La meilleure topologie obtenue est représentée sur la (figure 4.2.b). Il montre une topologie identique à celle obtenue [67] où seulement six membres sont nécessaires.



**Figure 4.2** Résultat de l'optimisation de forme (a) référence, (b) présente étude.

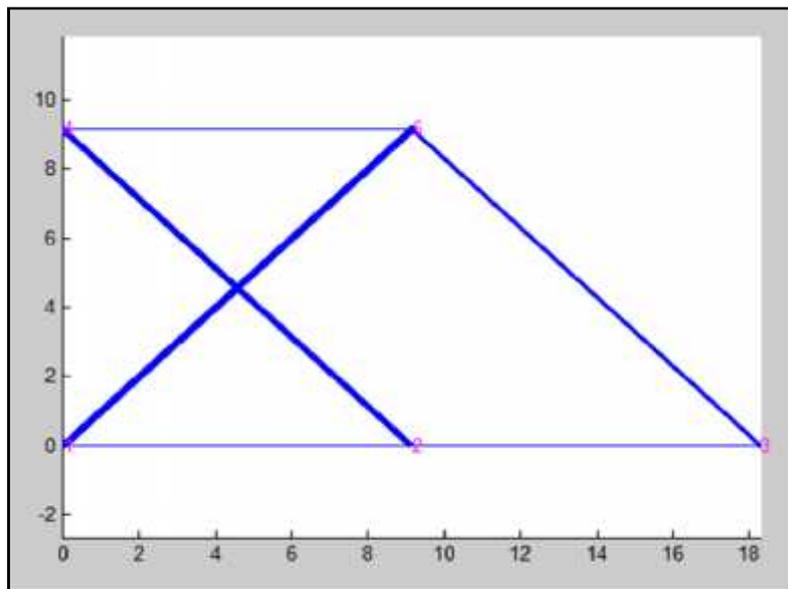
*b. Optimisation de Dimensions :*

Pour l'optimisation de dimensions, les sections transversales des éléments barres de la poutre treillis sont optimisées à l'aide d'une liste de sections :

$A = [0.1 : 0.1 : 40]$ , c.-à-d. allant de  $0.1 \text{ cm}^2$ ,  $0.2 \text{ cm}^2$ ,  $0.3 \text{ cm}^2 \dots$  Jusqu'à  $40 \text{ cm}^2$ .

La (figure 4.3) montre la meilleure solution obtenue en utilisant l'algorithme de colonie de fourmis.

Le (tableau 4.1) montre que la meilleure solution obtenue a un poids total de 187.132 Kg.



**Figure 4.3** Modélisation.

Nombre d'éléments	1	2	3	4	5	6	Le minimum
Résultat (Unité)	1.2	8.9	38.2	31.1	7.5	28.9	390533.4861

**Tableau 4.2** Résultat de l'optimisation.

### 3. Présentation d'optimisation des structures métalliques « Portique » :

Le problème de la conception globale des structures métalliques « portique », elle problème d'optimisation consistant à minimiser l'objectif ou le critère du coût global (CG) de la structure en respectant des conditions ou contraintes.

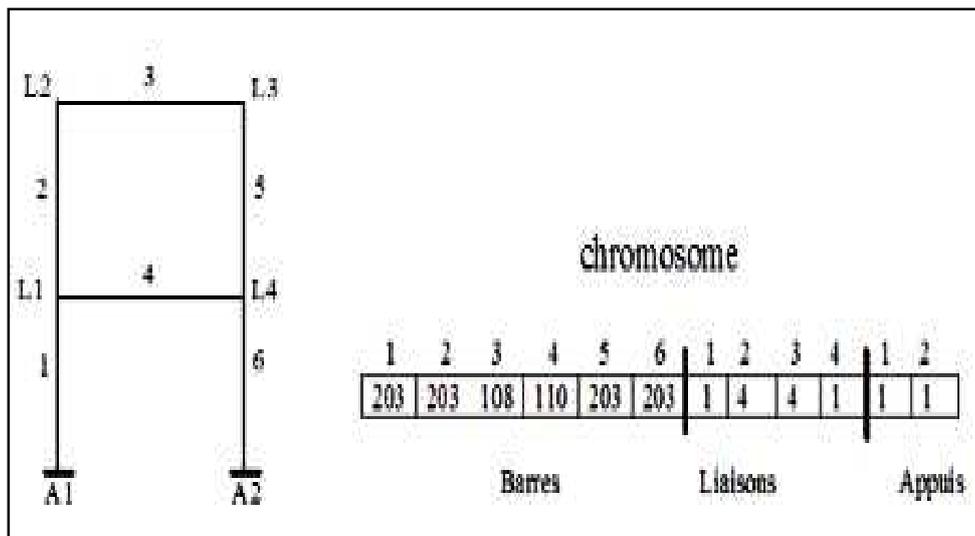
**Tableau 4.3** Présenté d'algorithmes par structure portique.

Références	Type d'approche	Méthodologie de résolution	Fonctions objectifs	Domaine d'application
[HAM 97]	méta-heuristiques	L'approche traditionnelle d'optimisation de structure portique.	Minimisation du poids de la structure portique.	Assemblages dépassent rarement les 5 % du poids total d'une ossature.
[GAL 98]	AG	Coût intègre les coûts matière, et réalisation des systèmes de foundation.	Minimisation du coût global de réalisation de la structure portique.	Cette approche d'optimisation globale, basée sur l'application des AG. Plus des Caractéristiques dimensionnelles des éléments.
[COL 96]	AG	Coût intègre les coûts matière, et réalisation des systèmes de foundation.	Minimisation du coût global de réalisation de la structure portique.	Cette approche d'optimisation globale, basée sur l'application des AG. Plus de la nature des appuis.
[JAS 94]	AG	Coût intègre les coûts matière, et réalisation des systèmes de foundation.	Minimisation du coût global de réalisation de la structure portique.	Cette approche d'optimisation globale, basée sur l'application des AG. Plus de la conception des assemblage.

[HOL 75]	méta-heuristiques	Algorithme ne fait que manipuler les entrées ( <i>variables</i> ).	Lire les sorties.	Manipuler à nouveau les entrées de façon à améliorer les sorties.
[WHI 95] [FOG 66] [REC 71]	méta-heuristiques	Trois types d'algorithmes évolutionnaires ont été développés isolément.	Minimisation du coût global de portique.	basée sur : 1. la programmation évolutionniste; 2. les stratégies d'évolution; 3. les algorithmes génétiques.

**Exemple :**

Chaque solution de conception possible est codée dans l'algorithme génétique par un chromosome constitué des trois parties correspondant aux trois types de variables d'optimisation. Chacune de ces trois parties est constituée d'autant de gènes que de variables de conception dans une structure. La (figure 4.4) montre la structure d'un chromosome destiné au codage d'un portique à deux étages.



**Figure 4.4** Modélisation d'une structure par un chromosome.

Pour pouvoir être utilisées dans l'algorithme génétique, les caractéristiques dimensionnelles de différents profilés standards sont stockées sous forme d'une base de données dans laquelle ils sont codés. Pour cela, nous proposons un codage entier permettant à la fois de distinguer le type du profilé (IPE, HEA, HEB, etc..) ainsi que son numéro (hauteur). Les informations concernant le type des liaisons et des appuis d'une solution de conception sont aussi codées dans l'algorithme génétique à travers une chaîne d'entiers.

*Techniques d'application des différents opérateurs génétiques :*

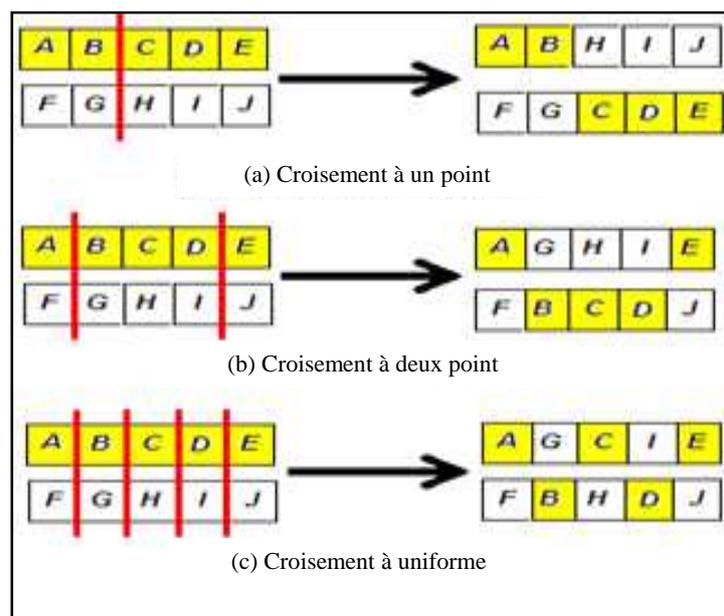
*a. Opérateur de sélection :*

La sélection joue un rôle très important dans les algorithmes génétiques d'une part, pour diriger les recherches vers les meilleurs individus et d'autre part, pour maintenir la diversité des individus dans la population. Elle est liée au compromis entre la vitesse de convergence élevée et une forte probabilité de trouver un optimum global dans le cas d'un problème d'optimisation. Si la sélection choisit seulement le meilleur individu, la population convergera rapidement vers cet individu. La sélection doit donc s'intéresser aux meilleurs individus tout en acceptant certains individus de moins bonne qualité.

*b. Opérateur de croisement (cross-over) :*

Trois procédures de croisement ont été testées sur ce problème et peuvent être représentées à la (figure 4.5) ci-dessous:

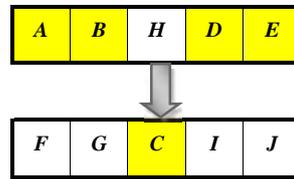
- Croisement à un point : tous les éléments se trouvant avant une position choisie aléatoirement sont copiés du premier parent et le reste est copié du second parent.
- Croisement à deux points : deux positions sont sélectionnées aléatoirement. Les éléments se trouvant à l'intérieur de ses positions sont copiés du premier parent et les autres éléments sont copiés du second parent.
- Croisement uniforme : chaque élément est copié d'une façon aléatoire soit du premier parent, soit du second parent.



**Figure 4.5** Opérateur de croisement.

c. *Opérateur de mutation :*

Permet à la nouvelle solution de subir une mutation génétique avec une certaine probabilité  $pm$ . La mutation permet un léger changement de la solution et maintient la diversité des solutions. Cette procédure diminue la possibilité de convergence prématurée à un optimum local.



**Figure 4.6** Opérateur de mutation.

#### 4. Présentation l'étude sur les murs soutènement par application l'algorithme d'optimisation :

Les murs soutènement en béton sont des structures les plus largement utilisées dans la pratique du génie civil. Ces murs sont couramment utilisés pour soutenir la terre, le charbon, les piles de minerai et l'eau. L'optimisation des murs soutènement est nécessaire en raison de la considération économique. Optimisation actuelle pour la conception des murs soutènement ne sont souvent pas capables de trouver une conception optimale en raison de leur nature déterministe, tandis que ceux qui utilisent des méthodes stochastiques ne sont pas adaptés spécifiquement pour les murs soutènement et les structures de béton massives. Les méthodes recherche d'optimisation classée sont rudimentalement basées sur des méthodes recherche directe. Les méthodes recherche directe appartiennent à une classe des méthodes d'optimisation qui ne calculent pas de dérivés.

La conception optimale de murs de retenue a fait l'objet d'un certain nombre d'études. *Sarias* et *Erbatur* ont présenté une étude détaillée sur la conception optimale de murs de retenue en porte-à-faux renforcés en utilisant des coûts et du poids des murs en tant que fonctions objectives. Dans leur étude, ils contrôlent une défaillance de renversement, une défaillance coulissante, des capacités de cisaillement et de moments de dalle, dalle de talon et tige de mur comme contraintes [68]. *Céranic* et *Fryer* proposent un algorithme d'optimisation basé sur le recuit simulé, qui peut calculer la conception minimale des coûts de murs de retenue en béton armé [69].

**Tableau 4.4** Application l'algorithme d'optimisation pour l'étude murs soutènement.

Références	Type d'approche	Méthodologie de résolution	Fonctions objectifs	Domaine d'application
[FLE 01] [HER 02]	méthodes exactes	Très efficaces pour quelques variables de conception mais le temps de calcul déviant prohibitif pour un grand nombre de variables.	Contraintes structurelles	Basée sur le calcul de la solution optimale à la suite de techniques itératives de la programmation linéaire
[SAR 96]	méthodes exactes	Optimiser le mur soutènement de la terre.	Contraintes structurelles	Appliqué la programmation non linéaire contrainte à un problème avec sept variables de géométrie et de renforcement design.
[SAR 98]	non heuristiques	Optimisation de béton structurel	Contraintes de béton	Appliqué le béton structurels non heuristiques
[COH 94]	Méta-heuristiques	Plupart des études étaient axées sur des structures en acier.	Contraintes de béton	Application pratique des méthodes d'optimisation
[COE 97] [BAL 97]	heuristiques	Etude des cadres en béton armé en trois dimensions.	Contraintes de béton	Applications heuristiques comprennent l'optimisation de RC simplement pris en charge.
[LEI 98]	Recuit Simulé (RS)	Optimisées de poutres en béton	Contraintes de béton	Appliqué le béton structurels une recuit simulé.
[CER 01] [YEP 08]	Recuit Simulé (RS)	Optimisation des murs soutènement de la terre.	Contraintes de béton	Appliqué de problème avec 7 et 20 variables de conception géométrique, respectivement.
[PER 08] [PAY 08] [MAR 10]	Recuit Simulé (RS)	Optimisation des murs soutènement de la terre.	Minimiser le coût, le poids des structures	Appliqué les méthodes d'optimisation par poids des structures.

**Exemple :**

Le module d'évaluation structurel est le module de base de l'analyse d'optimisation. Compte tenu de toutes les données nécessaires pour définir une structure donnée, ce module calcule les enveloppes de contrainte et vérifie tous les états limites. Les structures conformes à tous les états limites sont appelées solutions réalisables et celles qui ne sont pas appelées des solutions irréalistes. Les programmes d'optimisation définissent la structure en termes de variables de conception que l'algorithme d'optimisation doit modifier dans la recherche des structures optimales [70]. Les variables de conception par tandis que les paramètres sont toutes les données restantes nécessaires pour calculer une paroi particulière.

L'analyse comprend 20 variables (Figure 4.7), ces variables définissent la géométrie, le type de grades de béton et le renforcement passif du mur. Les variables comprennent quatre valeurs géométriques (l'épaisseur du trottoir, l'épaisseur de la semelle, la longueur de l'orteil et la longueur du talon du pied) quatre variables se rapportent au mur et à pied de béton et de notes en acier et 12 variables relatives à la définition d'une installation de renforcement passif. Les 12 variables restantes concernent la définition d'une installation de renforcement passif. Les barres de flexion comprennent trois barres de renforcement pour la flexion principale du trottoir (variables  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$ ). La longueur de ces barres est de 100%, 50% et 25% de la hauteur du trottoir. Le renforcement de la compression est représenté par des barres de la hauteur totale du trottoir variable  $A_4$ ). Le renforcement du cisaillement dans le trottoir est donné par variable  $A_7$ , qui est la zone de renforcement du bas du trottoir jusqu'à une hauteur  $L_3$ . Le renforcement secondaire longitudinal  $A_5$ ,  $A_6$  sont inclus dans le trottoir pour le retrait et les effets thermiques. Les barres de pliage dans le pied comprennent des variables de renforcement  $A_8$ ,  $A_9$ . Le renforcement de la cisaille dans le pied est exprimé par une variable de renforcement  $A_{11}$ . Enfin, la variable de renforcement  $A_{10}$  correspond aux effets longitudinaux dans le pied. L'ensemble des combinaisons de valeurs des 20 variables peut être défini comme l'espace de la section. De telles procédures de conception courantes suivent un ordre conventionnel d'obtenir des barres de renforcement à partir d'ULS de la flexion- cisaillement et, puis de la vérification du SLS et de la redéfinition si nécessaire. Cette commande est efficace, possibilités que les algorithmes de recherche heuristique ne négligent pas. En ce sens, par exemple, il est possible de supprimer le renforcement du cisaillement en augmentant le renforcement de la flexion, ce qui peut entraîner des conceptions plus économiques [70].

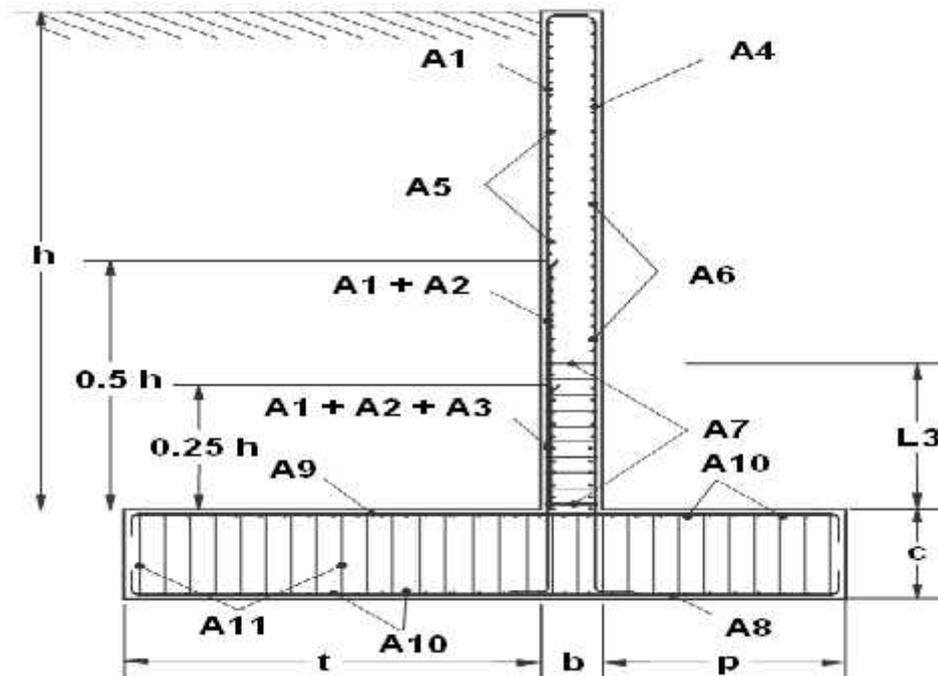


Figure 4.7 Variables des murs soutènement de la terre.

## 5. Présentation le projet d'un bâtiment par application l'algorithme :

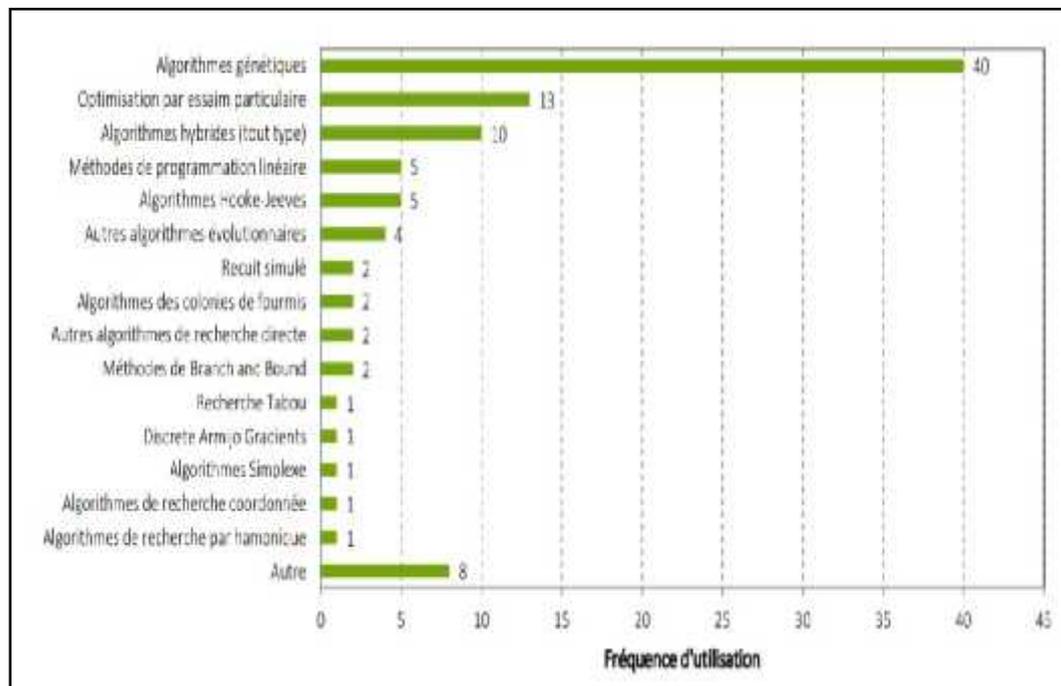
L'optimisation du système constructif fait intervenir des fonctions-objectif non linéaires et discontinus. Les méthodes déterministes se basant sur la linéarité ou la dérivabilité des fonctions-objectif ne répondent pas aux caractéristiques de l'algorithme recherché. Les méta-heuristiques sont des méthodes approchées, d'origine combinatoire et qui ont l'avantage d'être des méthodes directes. La dérivabilité des fonctions-objectif n'est donc pas requise. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles ne garantissent pas l'obtention du minimum global (ou de l'ensemble exhaustif des meilleurs compromis). Il s'agit de choisir la méta-heuristique la plus efficace pour un problème d'optimisation donné, c'est-à-dire qui permette d'obtenir des solutions optimales en un temps de calcul raisonnable.

Tableau 4.5 Appliquer d'algorithmes de l'optimisation d'un bâtiment.

Références	Type d'approche	Méthodologie de résolution	Fonctions objectifs	Domaine d'application
[RUI 14]	Algorithme RT	Optimiser l'enveloppe d'un bâtiment residential.	Minimiser le coût de cycle de vie du bâtiment.	L'ensemble des solutions de voisinage d'une solution $\bar{x}$ est évalué et la meilleure solution $\bar{x}'$ .

[NGU 14]	Algorithmes d'optimisation	Etude réalisée sur plus de 200 travaux (vu. Figure 4.1).	Minimums locaux.	Les algorithmes stochastiques à population sont les méthodes les plus employées dans le domaine de l'optimisation de bâtiments performants.
[CHA 11] [HAM 12] [RIV 13] [GOS 13]	AG évolué (NSGA-II pour Elitist Non-dominated Sorting GA)	Capable de réaliser des optimisations multi- objectifs en s'appuyant sur le principe de Pareto optimalité et en tenant compte de variables discrètes et continues.	* Coût d'investissement; * Consommations énergétiques; * Potentiel de réchauffement climatique.	* Optimisent la réhabilitation de bâtiments. * Réhabilitation portant sur la composition de l'enveloppe du bâtiment et la gestion des équipements.
[HAM 12]	PR-GA	Optimisation de l'enveloppe et des systèmes énergétiques d'un bâtiment.	* Potentiel de réchauffement climatique ; * Coûts d'investissement ont été minimisés pour logement.	Solutions résultantes de l'optimisation a permis de diminuer de 26% le potentiel de réchauffement climatique et de 32% les coûts d'investissement.
[KUS 11]	Algorithmes PSO	Utilisés dans divers problèmes d'optimisation de bâtiment.	Optimisent la consommation du système énergétique CVC d'un bâtiment.	Basé sur les algorithmes évolutionnaires et l'optimisation par essaim particulière.
[YAN 12]	MO-PSO (multi-objective PSO)	Faisant varier le système de contrôle de l'ambiance thermique du bâtiment.	*Optimiser la consommation énergétique. *Confort thermique d'un bâtiment.	telle que la température de consigne.

[RAP 12]	Algorithmes PSO	Optimisent le potentiel de réchauffement climatique sur le cycle de vie d'un bâtiment.	Minimiser le coût de cycle de vie du bâtiment.	- Variables discrete; - Continues relatives à la composition; - Dimension et protection des baies vitrées ont été considérées.
[SHE 06]	M-ACO (Multi Objective ACO)	Utilisé pour l'optimisation combinatoire d'une façade modulaire de bâtiment.	- Confort visual. - Coûts d'investissement.	l'optimisation simultanée du confort visuel et des coûts d'investissement.



**Figure 4.8 :** Fréquence d'utilisation des différents algorithmes d'optimisation sur plus de 200 travaux dans le domaine de l'optimisation du bâtiment d'après [NGU 14].

## Conclusion générale :

Dans ce mémoire, nous avons présenté quelques méthodes d'optimisation combinatoires en s'appuyant sur les caractéristiques principales des méta-heuristiques. Ces très efficaces en optimisation difficile sans avoir besoin de modifier la structure de base de l'algorithme utilisé. Elles sont devenues très populaires grâce à leur simplicité d'emploi dans différents domaines. Il est à noter qu'une bonne performance nécessite souvent une formalisation adéquate du problème posé et une adaptation intelligente d'une méta-heuristique.

Cette adaptation vise deux objectifs :

1. A aboutir à un algorithme méta-heuristique efficace pour l'optimisation des structures.
2. Application de l'algorithme méta-heuristique pour l'étude et optimisation sur poutres treillis (topologie et caractéristiques des sections transversales), les structures d'un portique (problème de la conception globale), l'étude par murs soutènement (béton sont des structures les plus largement utilisées dans la pratique du génie civil) et le projet de construction d'un bâtiment (système constructif fait intervenir des fonctions-objectif non linéaires).

Une analyse des résultats montre que l'algorithme méta-heuristique comme suit :

- *Poutres treillis* : une analyse des résultats montre que l'algorithme méta-heuristique de fourmis développé dans ce travail pour résoudre les problèmes d'optimisation des systèmes treillis, semble efficace pour la recherche de solutions optimales de topologie des poutres treillis.
- *Structures d'un portique* : les algorithmes méta-heuristique peuvent appréhender plus facilement les problèmes considérés comme difficiles ou nécessitant un temps de calcul important avec une approche algorithmique classique. Il est aussi aisé de montrer que les algorithmes méta-heuristique améliorent la rapidité de résolution et permettent absolument une résolution qui n'aurait pas été possible autrement, vu la complexité des données des problèmes physiques ou réels.
- *Murs soutènement* : les résultats prédites sur l'optimisation du mur de retenue que l'optimisation méta-heuristique est une méthode de recherche aléatoire réussie. Il a été démontré que l'algorithme présenté est capable de trouver rapidement le poids minimal justifié par les couts et les spécifications pour les murs du soutènement en béton armé.
- *Projet de construction d'un bâtiment* : d'optimiser des fonctions-objectif quelconques (fonctions numériques, symboliques et algorithmes) de dimension quelconque et mettant en œuvre des variables hétérogènes. La méthode développée doit répondre à des problèmes d'optimisation pouvant varier d'un projet à l'autre.

**Références :**

- [1] N. V. Banichuk. "Introduction to optimization of structures", SpringerVerlag, New York.
- [2] Michael Bruyneel, Jean-charles Craveur, Pierre Gournelen. "Optimisation des structures mécaniques", Dunod, Paris, 2014.
- [3] S. Chen, D. Tortorelli, Three-dimensional shape optimization with variational geometry, *Structural optimization*, 13 (1997) 81-94.
- [4] P. Duysinx, *Optimisation topologique: du milieu continu à la structure élastique*, (1996).
- [5] M.P. Bendsøe, N. Kikuchi, Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 71 (1988) 197-224.
- [6] Rozvany, G.I.N., M. Zhou, T. Birker et O. Sigmund (1993c). "Topology Optimization Using Iterative Continuum-Type Optimality Criteria (COC) Methods for Discretized Systems", dans: *Topology Design of Structures* (M.P. Bendsøe et C.C. Mota Soares, édés.), pp 273-286, 1993, NATO ASI Series, Vol. 227, Kluwer Academic Publishers.
- [7] B. Hassani, E. Hinton, *Homogenization and Structural Topology Optimization. Theory, Practice and Software*, Springer, London, 1999, ISBN: 3-540-76211-6.
- [8] J. Sokolowski, J.P. Zolesio, *Introduction to shape optimization: shape sensitivity Analysis*, Springer Ser. Comput. Math., vol. 10, Springer, Berlin, 1992.
- [9] G.N. Rozvany, M.P. Bendsøe, U.U. Kirsch, *Layout Optimization of Structures*, ASME. Appl. Mech. Rev. 48 (2) (1995) 41-119. Available from: <http://dx.doi.org/10.1115/1.3005097>.
- [10] Hiroshi Ohmori. *Computational Morphogenesis - Its Current State and Possibility of the Future*. IASS-IACM2008, Cornell University, 2008.
- [11] Pierre DUYSINX. "Optimisation topologique: du milieu continu a la structure élastique", Thèse présentée en vue de l'obtention du titre de Docteur en Sciences Appliquées de l'Université de Liège, février 1996.
- [12] Mémoire de fin de cycle. "Optimisation multi-objectifs de la conception des bâtiments en BA", Université de Bejaïa, 2017-2018
- [13] de Buhan, P. (2007). Plasticité et calcul à la rupture. *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*. 9, 11, 104, 105
- [14] Verpeaux, P., Charras, T. et Millard, A. (1988). Castem 2000: une approche moderne du calcul des structures. *Calcul des structures et intelligence artificielle*, 2:261-271. 112

## REFERENCES

---

- [15] Morris A.J. Foundations of structural optimization: unified approach, John Willey & Sons, 1982.
- [16] Fleury C., Braibant V. - « Structural optimisation: a new dual method using mixed variables », International journal for Numerical Methods in Engineering, 1986, vol. 23, p. 409-428.
- [17] Bruyneel M. - «A general and effective approach for the optimal design of fiber reinforced composite structures», Composites Science & Technology, 2006, vol. 66, p. 1303 -1314.
- [18] Zhou M., Rozvany G.I.N. - « The COC algorithm. Part II : topology, geometry and generalized shape optimization », Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 1991, vol. 89, p. 197-224.
- [19] Christelle Guéret, Christian Prins et Marc Sevaux: Programmation Linéaire, Eyrolles, 2000.
- [20] A.Sbihi: Les méthodes hybrides en optimisation combinatoire: Algorithmes exactes et heuristiques. Thèse de doctorat de l'université Paris-I Panthéon-Sorbonne. Année 2003.
- [21] Chandru V. and Rao M.R. Linear Programming, Chapter 31 in Algorithms and Theory of Computation Handbook, edited by M.J.Atallah, CRC Press 1999.
- [22] J.Dréo, A.Pétrowski, P.Siarry, E.Taillard : Méta-heuristiques pour l'optimisation difficile. Edition Eyrolles, 2003.
- [23] Boyd, S. et Vandenberghe. (2004). Convex optimization. Cambridge university press. 29, 30, 223
- [24] Dantzig, G. B., Orden, A., Wolfe, P. et al. (1955). The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints. Pacific Journal of Mathematics, 5(2): 183-195. 29
- [25] Lysmer, J. (1970). Limit analysis of plane problems in soil mechanics. Journal of Soil Mechanics & Foundations Div, 96:1311-1334. 24, 29, 142
- [26] Anderheggen, E. et Knöpfel, H. (1972). Finite element limit analysis using linear programming. International Journal of Solids and Structures, 8(12):1413-1431. 24, 29, 47, 142
- [27] Faccioli, E. et Vitiello, E. (1973). A finite element, linear programming methods for the limit analysis of thin plates. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 5(3):311-325. 29
- [28] Pastor, J. (1976). Application de l'analyse limite à l'étude de la stabilité des pentes et des talus. Thèse, Université de Grenoble. 24, 29
- [29] Pastor, J. et Turgeman, S. (1976). Mise en œuvre numérique des méthodes de l'analyse limite pour les matériaux de von mises et de coulomb standards en déformation plane. Mechanics Research Communications, 3(6):469-474. 24, 29, 142

## REFERENCES

---

- [30] Olsen, P. (1998). The influence of the linearisation of the yield surface on the load-bearing capacity of reinforced concrete slabs. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 162(1-4): 351-358. 30, 132
- [31] Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. In *Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 302-311. ACM. 30
- [32] Nesterov, Y., Nemirovskii, A. et Ye, Y. (1994). Interiorpoint polynomial algorithms in convex programming, volume 13. SIAM. 30, 31
- [33] Zouain, N., Herskovits, J., Borges, L. A. et Feijóo, R. A. (1993). An iterative algorithm for limit analysis with nonlinear yield functions. *International Journal of Solids and Structures*, 30(10):1397-1417. 30
- [34] Borges, L., Zouain, N. et Huespe, A. (1996). A nonlinear optimization procedure for limit analysis. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 15:487-512. 30
- [35] Lyamin, A. V. et Sloan, S. W. (2002). Upper bound limit analysis using linear finite elements and non-linear programming. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26(2):181-216. 30
- [36] Andersen, K. D., Christiansen, E. et Overton, M. L. (1998). Computing limit loads by minimizing a sum of norms. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 19(3):1046-1062. 31, 143
- [37] Andersen, K. D., Christiansen, E., Conn, A. R. et Overton, M. L. (2000). An efficient primal-dual interior-point method for minimizing a sum of euclidean norms. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 22(1):243-262. 31
- [38] Pastor, F. (2001). Résolution d'un problème d'optimisation à contraintes linéaires et quadratiques par une méthode de point intérieur: application à l'analyse limite. *Mémoire de dea de mathématiques appliquées*, Université de Lille 1. 31
- [39] Pastor, F. et Loute, E. (2005). Solving limit analysis problems: an interior-point method. *Communications in numerical methods in engineering*, 21(11): 631-642. 31
- [40] Krabbenhoft, K. et Damkilde, L. (2003). A general non-linear optimization algorithm for lower bound limit analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56(2):165-184. 31
- [41] Nesterov, Y. E. et Todd, M. J. (1997). Self-scaled barriers and interior-point methods for convex programming. *Mathematics of Operations research*, 22(1):1-42. 31
- [42] Bisbos, C. (2006). Linear matrix inequality representations of the mohrcoulomb and tresca failure criteria with applications in shakedown analysis. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, 17

## REFERENCES

---

(4):253. 31

[43] Krabbenhøft, K., Lyamin, A. et Sloan, S. (2007). Formulation and solution of some plasticity problems as conic programs. *International Journal of Solids and Structures*, 44(5):1533-1549. 31, 34, 220

[44] Bisbos, C. et Pardalos, P. (2007). Secondorder cone and semidefinite representations of material failure criteria. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 134(2):275-301. 31, 32, 204

[45] Makrodimopoulos, A. (2010). Remarks on some properties of conic yield restrictions in limit analysis. *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 26(11):1449-1461. 31, 54, 62

[46] Andersen, E. D., Roos, C. et Terlaky, T. (2003). On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization. *Mathematical Programming*, 95(2): 249-277. 31

[47] Gueguin, M., Hassen, G. et Buhan, P. (2014a). Numerical assessment of the macroscopic strength criterion of reinforced soils using semidefinite programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 99(7): 522-541. 32, 125

[48] Ruhul A. Sarker, Charles S. Newton : "Optimization Modelling A Practical Approach", International Standard Book Number-13: 978-1-4200-4310-5 (Hardcover).

[49] C.H.Papadimitriou. The complexity of combinatorial optimization problems. PhD thesis, Princeton, 1976.

[50] S. Kirkpatrick, D.C.Gelatt, and M.P.Vechhil: Optimization by simulated annealing. *Science*, 220: 671–680, May1983.

[51] Glover, F: Tabu search-Part II, *ORSA J. Comput.* 2:4-32. 1990.

[52] T.Feo et M.Resende: Greedy Randomised Adaptive Search procedure. *Journal of Global Optimization*, tome 42, pages 860-878, 1995.

[53] J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The University of Michigan Press, 1975.

[54] K. Price, R. Storn, *Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces*, Technical Report, International Computer Science Institute, Berkley, 1995.

[55] A.Coloni, M.Dorigo, V.Maniezzo : *Distributed Optimization by Ant Colonies*. Proceedings of ECAL'91-First European Conference on Artificial Life, édité par F.Varela, et al., pages 134-142. Elsevier Publishing, Paris, France, 1992.

## REFERENCES

---

- [56] Johann Dréo, Patrick Siarry : Métaheuristiques pour l'optimisation et autoorganisation dans les systèmes biologiques. Université de Paris XII Val-de-Marne.
- [57] J.L Deneubourg, S Aron, S. Goss, et J.M Pasteels, The selforganizing exploratory pattern of the
- [58] Optimum design of truss structure using artificial bee colony algorithm (2015) Ozer sevim.
- [59] KENNEDYJ., EBERHARTR. C., « Particle swarm optimization », Proc. IEEE Int. Conf. On Neural Networks, vol. IV, Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1995, p. 1942-1948.
- [60] Yann COOREN, Maurice CLERC et Patrick SIARRY: Optimisation par essaim particulaire amélioré par hybridation avec un algorithme à estimation de distribution. Laboratoire Images, Signaux et Systèmes Intelligents, LiSSi, E.A. 3956 Université de Paris XII.
- [61] R.C. Eberhart, Y. Shi, Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization, Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation 1 (2000) 84–88. [62] M. Clerc, The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization, Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation 3 (1999) 1951-1957.
- [63] M. Clerc, J. Kennedy, The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multimodal complex space, IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6 (2002) 58–73.
- [64] P. Kall, S.W.Wallace. Stochastic programming. Wiley, Chichester etc., 1994.
- [65] A. Prékopa. Stochastic programming. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
- [66] J. R. Birge, F. Louveaux. Introduction to stochastic programming. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [67] Guan-Chun Luh & Chun-Yi Lin. Optimal design of truss structures using ant algorithm. Struct Multidisc Optim (2008) 36:365–379
- [68] Saribash, A., & Erbatur, F. 1996. Optimization and Sensitivity of Retaining Structures. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 122, No.8, pp. 649-656.
- [69] Ceranic, B., & Fryer, C. 2001. An Application of Simulated Annealing to Optimum Design of Reinforced Concrete Retaining Structures. Journal of Computers and Structures, Vol. 79, pp. 1569-1581.
- [70] V. Yepes, J. Alcalá, C. Perea and F. Gonzalez-Vidosá, A Parametric Study of Optimum Earth Retaining Walls by Simulated Annealing, Engineering Structures, 30 (3), 821-830, 2008.

## REFERENCES

---

- [COL 91] A. Coloni, M. Dorigo et V. Maniezzo, Distributed Optimization by Ant Colonies, actes de la première conférence européenne sur la vie artificielle, Paris, France, Elsevier Publishing, 134-142, 1991.
- [DOR 92] M. Dorigo, Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italie, 1992
- [KAV 08] A. Kaveh, B. Hassani, S. Shojaei, and S. Tavakkoli, « Structural topology optimization using ant colony methodology », Engineering Structures, vol. 30, pp. 2559–2565, Sept. 2008.
- [SCH 96] M. Schoenauer, « Shape representations and evolution schemes », Proceedings of the 5th annual conference on evolutionary programming, pp. 121-129, 1996.
- [HAN 02] W. Hansel, « A heuristic and a genetic topology optimization algorithm for weight-minimal laminate structures », Composite Structures, vol. 58, no. 2, pp. 287-294, 2002.
- [CHR 05] Christodoulou. S., OPTIMAL TRUSS DESIGN USING ANT COLONY OPTIMIZATION. 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics Limassol, 29 June - 1 July, 2005
- [BOU 09] A. Boulmerka ."Adaptation des métaheuristiques à l'ordonnancement hors-ligne des tâches temps réel à contraintes strictes en environnement monoprocesseur".Ecole Nationale Supérieure d'Informatique (E.S.I) Oued-Smar, Alger, Algérie, 2009
- [OLI 05] Olivier Rouxles." algorithmes a colonie de fourmis : applications a l'optimisation et a la programmation automatique" ; le 13 décembre 2005. PolyJ. DREO. Adaptation de la méthode des colonies de fourmis pour l'optimisation en variables continues. PhD thesis, Université Paris 12, 2005.
- [LUH 08] Guan-Chun Luh & Chun-Yi Lin. Optimal design of truss structures using ant algorithm. Struct Multidisc Optim (2008) 36:365–379
- [HAM 97]: Conception économique des assemblages en construction métallique. Thèse de doctorat, Université de Savoie, France.1997.
- [GAL 98]: BUREAU A., PEPMicro-Analyse plastique au second ordre des structures planes à barres. Manuel d'utilisation, CTICM, 1998, France.
- [COL 96]: HOTTIER J.M., MORICET A. « Modèle simplifié des assemblages semi-rigides. Analyse économique comparative », Revue de la Construction Métallique, Vol.4, 1996, p.55-67.
- [JAS 94]: « Steel moment connections according to Eurocode3, simple design aids for rigid and semi-rigid joints » In: COST C1. Proceedings of the second state of the art workshop, Prague, 1994, p.159-167.

## REFERENCES

---

- [HOL 75]: Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to Biology, control, and artificial intelligence. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- [WHI 95]: DARRELL W., Genetic Algorithms in Engineering and Computer Science « chapter modeling hybrid genetic Algorithms », 1995, p. 191–201.
- [FOG 66]: « Evolutionary computation », IEEE Press, 1966, p.26-34.
- [REC 71]: Evolutions strategie: Optimierung technischer systeme und prinzipien der biologischen evolution. PhD thesis, Frommann-Holzboog, 1971, Stuttgart.
- [FLE 01]: R. Fletcher, Practical Methods of Optimization, Wiley, Chinchester, 2001.
- [HER 02]: S. Hernandez and A. Fontan, Practical Applications of Design Optimization, WIT Press, Southampton, 2002.
- [SAR 96]: A. Saribas and F. Erbatur, Optimization and sensitivity of retaining structures, ASCE Journal of Geotechnical Engineering, 122 (8), 649-656, 1996.
- [SAR 98]: K.C. Sarma and H. Adeli, Cost optimization of concrete structures, ASCE Journal of Structural Engineering, 124 (5), 570-578, 1998.
- [COH 94]: M.Z. Cohn and A.S. Dinovitzer, Application of structural optimization, ASCE Journal of Structural Engineering, 120 (2), 617-649, 1994.
- [COE 97]: C.A. Coello, A.D. Christiansen and F. Santos, A simple genetic algorithm for the design of reinforced concrete beams, Engineering with Computers, 13 (4), 185-196, 1997.
- [BAL 97]: R.J. Balling and X. Yao, Optimization of reinforced concrete frames, ASCE Journal of Structural Engineering, 123 (2), 193-202, 1997.
- [LEI 98]: J.P.B. Leite and B.H.V. Topping, Improved genetic operators for structural optimization, Advances in Engineering Software, 29 (7-9), 529-562, 1998.
- [CER 01]: B. Ceranic, C. Fryer and R.W. Baines, An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures, Computers & Structures, 79 (17), 1569-1581, 2001.
- [YEP 08]: V. Yepes, J. Alcala, C. Perea and F. Gonzalez-Vidosa, A Parametric Study of Optimum Earth Retaining Walls by Simulated Annealing, Engineering Structures, 30 (3), 821-830, 2008.
- [PER 08]: C. Perea, J. Alcala, V. Yepes, F. Gonzalez-Vidosa and A. Hospitaler, Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization, Advances in Engineering Software, 39 (8), 676-688, 2008.

## REFERENCES

---

- [PAY 08]: I. Paya, V. Yepes, F. Gonzalez-Vidoso and A. Hospitaler, Multiobjective Optimization of Reinforced Concrete Building Frames by Simulated Annealing, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 23 (8), 596-610, 2008.
- [MAR 10]: F.J. Martinez, F. Gonzalez-Vidoso, A. Hospitaler and V. Yepes, Heuristic Optimization of RC Bridge Piers with Rectangular Hollow Sections, *Computers & Structures*, 88 (5-6), 375-386, 2010.
- [RUI 14] Aparicio Ruiz P, Guadix Martín J, Salmerón Lissén JM, Sánchez de la Flor FJ (2014) An integrated optimisation method for residential building design: A case study in Spain. *Energy Build* 80:158-168. doi: 10.1016/j.enbuild.2014.05.020
- [NGU 14] Nguyen A-T, Reiter S, Rigo P (2014) A review on simulation-based optimization methods applied to building performance analysis. *Appl Energy* 113:1043–1058. doi: 10.1016/j.apenergy. 2013. 08.061
- [CHA 11] Chantrelle FP, Lahmidi H, Keilholz W, et al (2011) Development of a multicriteria tool for optimizing the renovation of buildings. *Appl Energy* 88:1386–1394. doi: 10.1016/j.apenergy. 2010. 10.002
- [HAM 12] Hamdy M (2012) Combining Simulation and Optimisation for Dimensioning Optimal Building Envelopes and HVAC Systems. Aalto University
- [RIV 13] Rivallain M (2013) Etude de l'aide à la décision par optimisation multicritère des programmes de réhabilitation énergétique séquentielle des bâtiments existants.
- [GOS 13] Gossard D, Lartigue B, Thellier F (2013) Multi-objective optimization of a building envelope for thermal performance using genetic algorithms and artificial neural network. *Energy Build* 67:253–260. doi:10.1016/j.enbuild.2013.08.026
- [KUS 11] Kusiak A, Xu G, Tang F (2011) Optimization of an HVAC system with a strength multi-objective particleswarm algorithm. *Energy* 36:5935–5943. doi: 10.1016/j.energy.2011.08.024
- [YAN 12] Yang R, Wang L (2012) Multi-objective optimization for decision-making of energy and comfort management in building automation and control. *Sustain Cities Soc* 2:1–7. doi: 10.1016/j.scs. 2011.09.001
- [RAP 12] Rapone G, Saro O (2012) Optimisation of curtain wall façades for office buildings by means of PSO algorithm. *Energy Build* 45:189–196. doi: 10.1016/j.enbuild.2011.11.003
- [SHE 06] Shea K, Sedgwick A, Antonutto G (2006) Multicriteria optimization of paneled building envelopes using ant colony optimization. In: Smith IFC (ed) *Intelligent Computing in Engineering and Architecture*. Ascona, pp 627–636

## REFERENCES

---

**D. Boutagouga**, R. Boufarah, F. Boursas., "Truss structures optimization by using ant colony algorithm". 2<sup>nd</sup> International Symposium on Construction Management and Civil Engineering (ISCMCE-2021). University of Skikda, Algeria, Novembre 10-11, 2021.

**D. Boutagouga**, F. Boursas, R. Boufarah., "Design optimization of reinforced concrete beam using PSO algorithm". ISCMCE 2021, First International Conference on Geotechnical, Structural and Advanced Materials Engineering: From Research to Practice, University of Biskra, Algeria, Decembre 05-07, 2021.