



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algerienne Democratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

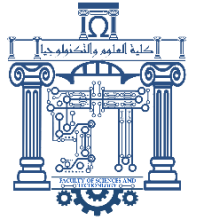
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

Université Larbi Tébessi- Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Genie Electrique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Master Académique

En : Filière

Spécialité : Automatique et système

Par :

Drid Roumaissa

Rouigui Loubna

Sujet

Régression Floue - Etude Comparative

Présenté et soutenu publiquement, le 14 / 06 /2021, devant le jury composé de :

Boukadoum Aziz

Riad Djabri

KhmaissiaSeddik

MCA

MCB

Prof

Président

Rapporteur

Examineur

Promotion : 2020/2021

REMERCIEMENTS

Je remercie Dieu, le tout puissant, je rende grâce pour m'avoir donné santé, patience, volonté et surtout raison.

Au terme de ce travail, je tiens à remercier toutes les personnes ayant contribué à la réalisation de ce mémoire.

Un remerciement particulier est adressé à Monsieur Dr. Riad Djabri pour avoir proposé, suivi et dirigé le présent travail.

Je tiens à lui exprimer ma sincère gratitude pour ses conseils pertinents, pour ses orientations constructives et pour le temps si précieux qu'il m'a consacré.

Je remercie toutes les personnes et association qui, d'une quelconque manière, m'ont apporté leur amitié, leur attention, leurs encouragements, leur appui et leur assistance pour que je puisse mener à terme ce travail: Dr. Riad Djabri et ma famille, mes amis.

En fin, je tiens à remercier les membre de jury ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont assuré notre formation tout au long de nos années d'études..

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

*À ma mère Kouidri Hasna et mon père Khalifa qui n'ont
pas cessé*

*de m'encourager tout au long de mes
études pour que j'arrive à ce jour-là. Ils
sont les plus chers à mon cœur, avec toute
ma gratitude,*

*À mes chères sœurs Aya , Alla Et Nour El Yakine et mes
frères Med Taher Et Abed El Haye*

*À tous mes amis Assia,
Lounba ,Fadhila ,Nour*

À toute ma famille,

*À toute les étudiants du Master
2eme Automatique*

Et Systèmes

*et toute la promotion 2020/2021
principalement.*

ROUMAISSA

Dédicace

Aux êtres les plus chers au monde « MES PARENTS» Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour vous.

Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de vos sacrifices que vous avez consentis pour mon éducation et ma formation.

A mes très cher frère

Ayoub

Les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour et l'affection que je porte pour vous.

A ma très chère binôme Roumaïssa et sa famille

A mes chères amies :

Fadhila, Assia et Nour.

A tous les membres de notre club Electro.

Aux personnes qui m'ont toujours aidé et encouragé, qui étaient toujours à mes côtés.

A tous qui m'aime et tous qui j'aime.

Loubna

CHAPITRE I : LA RÉGRESSION CONVENTIONNELLE

| | |
|--|----|
| I.1.Introduction..... | 1 |
| I.2.Historique..... | 1 |
| I.3.Définitions..... | 2 |
| I.3.1.Ensemble de donnée disponible au publique..... | 3 |
| I.3.2.Les étapes de regression conventionnelle..... | 3 |
| I.4. Les modèles de régression..... | 3 |
| I.4.1.La régression linéaire | 4 |
| I.4.1.1Méthode des moindres carrés | 5 |
| I.4.1.2.Calcul des estimateurs de β_1 et β_2 | 5 |
| I.4.1.3 .Les principes hypothèse des modèles de regression | 6 |
| I.4.2.La régression linéaire multiple | 7 |
| I.5.Exemple illustratif..... | 8 |
| I.5.1 Exemple I.1..... | 8 |
| I.5.2ExempleI.2 | 9 |
| I.5.3.Exemple I.3 | 10 |
| I.5.4.Exemple I.4 | 11 |
| I.5.5.Exemple I.5 | 13 |
| I.6.Application..... | 14 |
| I.7.Conclusion..... | 15 |

CHAPITRE II : LA REGRESION FLOUE

| | |
|--------------------------------------|----|
| II.1.Introduction..... | 16 |
| II.2.La logique floue | 17 |
| I.2.1.Historique..... | 17 |
| II.2.2.Ensemble flou..... | 18 |
| II.2.2.1.Définition 1..... | 18 |
| II.2.2.1.1 .Les ensembles flou | 18 |
| II.2.2.2Définition..... | 19 |

| | |
|---|----|
| II.2.2.2.1.Exemple illustratif..... | 19 |
| II.2.2.3.Fonction d'appartenance..... | 20 |
| II.2.2.4.Notion des ensemble flou..... | 21 |
| II.2.2.4.1.Exemple..... | 21 |
| II.2.2.4.Notion des sous ensemble flou..... | 21 |
| II.2.2.4.1.Exemple..... | 21 |
| II.2.3.Nombre flou..... | 21 |
| II.2.3.1.Les nombre flou L-R au sens de Dubois et Parde..... | 22 |
| II.2.3.2.Le principe d'extension des nombre flou..... | 23 |
| II.2.3.3.Le rôle du niveau d'ajustement H | 23 |
| II.2.3.4.Nombre flou triangulaire..... | 24 |
| II.2.4.Operations floue | 24 |
| II.2.4.1.Propriétés des ensembles flous..... | 25 |
| II.2.4.1.1.Exemple | 26 |
| II.3.L'introduction de la logique flou dans la regression..... | 28 |
| II.3.1.Problème d'optimisation..... | 29 |
| II.3.2.Programmation linéaire et programmation quadratique..... | 30 |
| II.3.2.1.Programmation linéaire | 30 |
| II.3.2.1.1.Principe de base de la régression flou | 31 |
| II.3.2.1.1.1.Motivation..... | 31 |
| II.3.2.1.2.Les fondements de la regression possibilité..... | 31 |
| II.3.2.1.3.La méthode de Tanaka..... | 32 |
| II.3.2.2.Programmation quadratique..... | 35 |
| II.3.2.2.1.Le modèle de Tanaka..... | 35 |
| II.3.2.2.2.Le modèle de Diamond | 36 |
| II.4.Exemple..... | 38 |
| II.4.1.Exemple 1..... | 38 |
| II.4.2.Exemple 2..... | 40 |
| II.5.Conclusion..... | 41 |
| CHAPITRE III : APPLICATION MULTI-VARIABLE | |
| III.1.Introduction..... | 42 |
| III.2.Problème d'optimisation propose..... | 42 |
| III.3.Fonction d'objective..... | 44 |

Sommaire

| | |
|--|-----------------|
| III.3.1. Détermination des coefficients flous | 45 |
| III.4.Algorithme..... | 47 |
| III.5.Conclusion..... | 50 |
| Conclusion | générale |

Liste de figure

| | | |
|----------------|---|----|
| Figure(I-1) | Représentation de la régression simple | 2 |
| Figure(I-2) | Représentation des données | 9 |
| Figure(I-3) | Représentation la droite de la régression | 9 |
| Figure(I-4) | Droites de régression et point aberrants | 10 |
| Figure(I-5) | Nuages de points et droites de régression pour les poids des pies et des fils | 11 |
| Figure(I-6) | Nuage de points pour les eucalyptus | 12 |
| Figure(I-7) | Nuage de points, droite de régression et courbe de régression. | 12 |
| Figure (II-1) | représentation du sous ensemble flou F des petits entiers | 19 |
| Figure (II-2) | Les fonctions d'appartenance | 20 |
| Figure (II-3) | Les fonctions d'appartenance tring, trap | 20 |
| Figure (II-4) | Les formes des fonctions d'appartenance gaussienne | 21 |
| Figure (II-5) | Les formes des fonctions d'appartenance sigmoïde | 21 |
| Figure (II-6) | La représentation graphique du nombre A | 22 |
| Figure (II-7) | La représentation graphique du niveau h | 24 |
| Figure (II-8) | Représentation d'un nombre ou triangulaire ($a; \alpha; \beta$) | 24 |
| Figure (II-9) | La représentation graphique de fonction d'appartenance 'la taille' | 26 |
| Figure (II-10) | La représentation graphique d'opération $\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$ | 27 |
| Figure (II-11) | La représentation graphique d'opération $\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$ | 27 |
| Figure (II-12) | La représentation graphique d'opération le complément | 28 |
| Figure (II-13) | Les coefficients flous | 32 |
| Figure (II-14) | Conceptualisation de la limite supérieure et inférieure | 39 |
| Figure (II-15) | Intervalle de régression floue | 40 |
| Figure (II-16) | modèle régressif floue obtenu par la méthode linéaire | 41 |
| Figure (II-17) | modèle régressif floue obtenu par la méthode quadratique. | 41 |
| Figure (III-1) | représentation des données par LP | 48 |

Liste de tableau

| | | |
|-----------------|--|----|
| Tableau (I-1) | Les donnes de température et rendement | 8 |
| Tableau (I-2) | Les résultats d'épreuves A et B | 10 |
| Tableau (I-3) | poids des pères et des fils | 10 |
| Tableau (I-4) | Quatre jeux de données | 13 |
| Tableau (II-1) | Paires de donnée | 39 |
| Tableau (II-2) | Données de l'exemple 2 | 40 |
| Tableau (II-3) | Paramètres du modèle régressif (premier ordre , exemple2) | 42 |
| Tableau (III-1) | Ensembles de données pour le système de distribution d'époxy | 49 |
| Tableau III.2 | Validation tests de model | 48 |

Résumé

Résumé

La régression est la technique la plus utilisée pour modéliser les systèmes à base des données d'entrées/sorties. Les articles récents, ils ont utilisé dans leur analyse sur la régression floue, où les modèles de régression comprenaient un produit flou, des coefficients flous et un vecteur non flou.

Le but de ce travail, est de surmonter aux inconvénients de la regression simple. Nous discuterons du concept de régression floue et de ses méthodes, et découvrirons plusieurs concepts, et à la fin, nous donnerons un exemple de régression floue dans le secteur manufacturier.

Mots clés : Régression linéaire floue, méthode des moindres carrés, coefficients flous

تلخيص :

لانحدار هو الأسلوب الأكثر استخداما لنمذجة الأنظمة القائمة على بيانات الإدخال / الإخراج.

المقالات الحديثة، استخدموا في تحليلهم على الانحدار الضبابي حيث تضمنت نماذج الانحدار ناتجا غامضا و معاملات ضبابية و غير متجه غامض، تم اقتراض أن مكونات غامضة عبارة عن أرقام ضبابية مثلثية، حيث أن تاناكا قام بوضع منهجية للانحدار الضبابي

الهدف من هذا العمل هو التغلب على عيوب الانحدار البسيط . سنتطرق لمفهوم الانحدار الضبابي و طرقه و نتعرف على عدة مفاهيم و في الأخير نقم بمثال للانحدار الضبابي في التصنيع .

الكلمات الرئيسية : انحدار خطي غامض، طريقة المربعات الصغرى ، معاملات ضبابية .

Abstract:

Regression is the most widely used technique for modeling input / output data based systems. The recent articles, they used in their analysis on fuzzy regression, where the regression models included a fuzzy product, fuzzy coefficients and a non-fuzzy vector.

The goal of this work is to overcome the disadvantages of simple regression , we will discuss the concept of fuzzy regression and its methods, and learn about several concepts, and in the end, we will give an example of fuzzy regression in manufacturing.

Keywords: fuzzy linear regression, least squares method, fuzzy coefficients

INTRODUCTION GENERALE

Depuis environ 30 ans, les travaux de recherche sur la régression floue (modèles régressifs avec des paramètres flous) se sont multipliés et il est maintenant très difficile d'établir une liste exhaustive de toutes les stratégies développées. A notre connaissance, les premiers développements ont été initiés par Tanaka et al [1].

L'idée de base consistait à exploiter des concepts possibilistes pour identifier les paramètres d'un modèle linéaire en minimisant la dispersion des coefficients. Un programme d'optimisation linéaire sous contraintes traduit alors la stratégie mise en œuvre pour réaliser cette identification .les contraintes sont dictées par la réalisation d'une inclusion des sorties observées dans celles prédites par le modèle (modèle dit de possibilité).

Parallèlement à ces travaux, l'idée d'une identification basée sur la minimisation d'un critère quadratique (travaux de Diamond [2], [3]) se concrétise avec l'apparition des moindres carrés flous. De par sa très grande capacité d'adaptation et d'intégration avec la majorité des méthodes d'identification précises, il nous paraît tout à fait naturelle d'exploiter l'idée des moindres carrée dans un contexte incertain. En effet, l'idée directrice sous-jacente réside dans la minimisation de l'erreur quadratique de la sortie, exprimée en termes de distances entre intervalles flous (sorties observées et sorties prédites). Dans ce contexte, diverses distances ont été exploitées en tant que critère à optimiser (Distance de Diamond [2], distance de ming,..).

Cependant, si cette méthode donne souvent des résultats pertinents, de par son principe elle est souvent sujette à la violation de la contrainte d'inclusion. Dans ce contexte, afin de remédier à ces problèmes, des contraintes ont été introduites dans le problème d'optimisation [4],[5] pour aboutir à une méthodologie de programmation quadratique sous contraintes.

Ainsi, le but de ce mémoire est d'effectuer une analyse à caractère expérimental des différences existant entre les approches conventionnelles en termes de robustesse .et on a choisi d'aborder le problème de manière pratique en s'appuyant sur des simulations permettant de mettre en évidence la sensibilité de chaque méthode par rapport à tout modification des données observés, ou à un Changement domaine d'apprentissage.

Le mémoire s'articule comme suit :

Introduction général

Dans le premier chapitre, une introduction sur la regression , son historique , son définition , quelque modèles de la regression et on explique la méthode de moindre carre , avant le conclusion on fait des exemples. .

Dans le deuxième chapitre , on se décompose en deux parties , la première partie focalise sur la logique flou , il commence par sa historique , définitions des ensembles floues , nombres floues , les opérations flous , la deuxième partie commence par une introduction sur la regression floue, puis on explique qu'est ce qu'un problème d'optimisation et la programmation linéaire, et quadratique. afin d'appliquer ces derniers aux exemples illustratifs.

Dans le troisième chapitre , on applique les technique du deuxième chapitre sur une application multi-variables , on donne sa fonction objective et algorithme , avant la conclusion, nous faisons une comparaison entre LP et QP , a la fin de notre mémoire on conclure notre travail par une conclusion générale .

CHAPITRE 1 :
LA RÉGRESSION
CONVENTIONNELLE .

I.1.Introduction

La régression est une technique statistique employée pour décrire la liaison entre des variables. Les outils statistiques utilisés en analyse de régression permettent d'établir un modèle mathématique de la relation entre les variables et de quantifier l'incertitude associée à la relation qui en résulte. L'objectif le plus fréquent et le plus général est de prédire la valeur d'une certaine variable dite dépendante, connaissant la valeur d'une variable qui lui est associée (ou semble lui être associée), et que l'on nomme généralement variable indépendante ou explicative.[6]

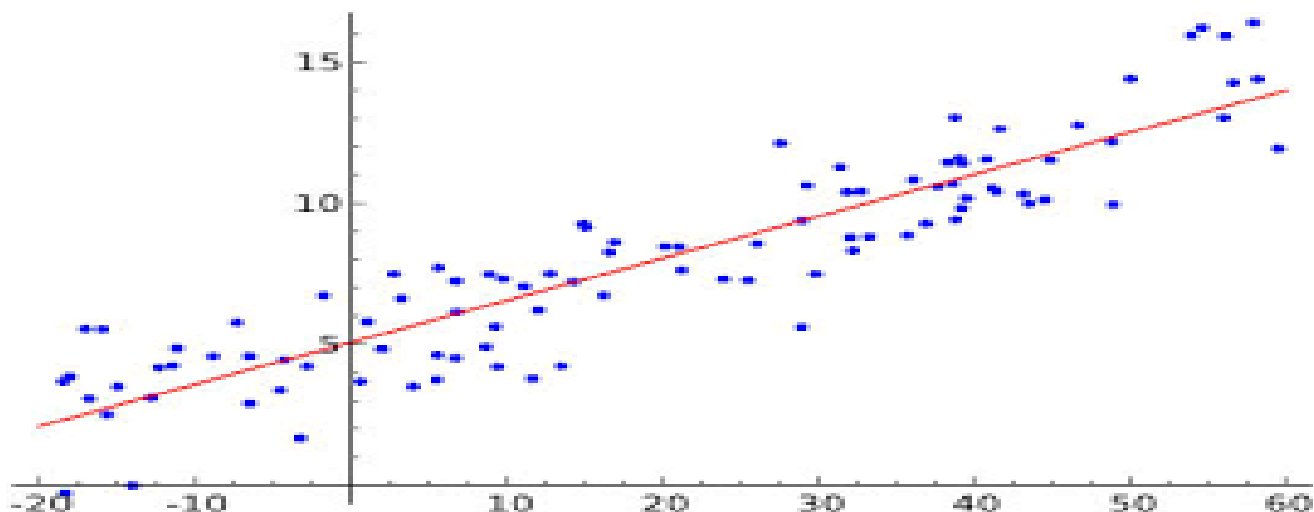
Ce chapitre commence par un historique sur la régression, puis en définissons la régression et leur application avec quelques exemples illustratifs.

I.2.Historique :

L'origine du mot régression vient de Sir Francis Galton. En 1885, travaillant sur l'hérédité, il chercha à expliquer la taille des fils en fonction de celle des pères. Il constata que lorsque le père était plus grand que la moyenne, " taller thanmediocrity ", son fils avait tendance à être plus petit que lui et, a contrario, que lorsque le père était plus petit que la moyenne, "shorterthanmediocrity", son fils avait tendance à être plus grand que lui. Ces résultats l'ont conduit à considérer sa théorie de " regression towardmediocrity ". Cependant l'analyse de causalité entre plusieurs variables est plus ancienne et remonte au milieu du XVIII e siècle. En 1757, R. Boscovich, né à Ragusa, l'actuelle Dubrovnik, proposa une méthode minimisant la somme des valeurs absolues entre un modèle de causalité et les observations. Ensuite Legendre dans son célèbre article de 1805, « Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes », introduit la méthode d'estimation par moindres carrés des coefficients d'un modèle de causalité et donna le nom à la méthode. Parallèlement, Gauss publia en 1809 un travail sur le mouvement des corps célestes qui contenait un développement de la méthode des moindres carrés, qu'il affirmait utiliser depuis 1795 [7].

I.3.Définition :

La régression recouvre plusieurs méthodes d'analyse statistique permettant d'approcher une variable à partir d'autres qui lui sont corrélées par extension ,le terme est aussi utilisé pour certaines méthodes d'ajustement de courbe .



La figure I-1 : Représentation de la régression simple[6]

En apprentissage automatique, on distingue les problèmes de régression des problèmes de classification, ainsi on considère que les problèmes de prédiction d'une variable quantitative sont des problèmes de régression tandis que les problèmes qualitatifs sont des problèmes de classification; certaines méthodes comme la régression logistique sont à la fois des méthodes de régression au sens où il s'agit de prédire la probabilité d'appartenir à chacune des classes et des méthodes de classification [8].

On considère une population d'individus (être humain, animaux, pays, biens de consommation.....) qui peuvent être décrits selon plusieurs critères appelés variables. Il peut s'agir de variables quantitatives (grandeurs numériques telles que la taille, l'âge, le prix, un pourcentage....) ou qualitatives (sexe, catégorie socioprofessionnelle, type de production.....).

Certaines variables peuvent être plus difficiles à mesurer que d'autres, pour des raisons techniques, des raisons d'accès (données publiques contre données privées) ou encore du fait d'un délai important entre la mise en place d'une expérience et son aboutissement il arrive donc que l'on souhaite estimer ces variables (dites expliquées) à partir des données plus faciles à obtenir (dites explicatives) on trouve aussi parfois les appellations variables dépendantes et indépendantes, mais elles présentent une indépendance en probabilité, or les variables explicatives ne sont pas forcément mutuellement indépendantes [9].

On distingue essentiellement deux cas selon la nature de la variable expliquée représentée ici par une variable aléatoire Y . Les variables explicatives seront notées X_1, \dots, X_n . Si certaines d'entre elles sont qualitatives, il est parfois judicieux de vectoriser leurs modalités [10].

I. 3.1. Ensemble de données disponible au public :

L'analyse de régression a de nombreux domaines d'application. Une liste partielle inclurait des sciences économique , finances, affaires, loi, météorologie, médecine , biologie , chimie , technologie , physique , éducation , sport , histoire, sociologie, et psychologie.

L'analyse de regression est apprise le plus effectivement par l'analyse des données qui sont d'intérêt direct au l'être humains. Nous invitons les lecteurs à penser aux questions (dans leurs propres domaines , la recherche, ou l'intérêt) qui peuvent être abordées utilisées l'analyse de regression. Les lecteurs devraient rassembles mes données appropriées et puis s'appliquer les technique d'analyse de regression présentées dans cette thèse à leur propres données .

I.3.2. Les étapes de regression :

L'analyse de regression inclut les étapes suivant :

- Enoncé du problème.
- Choix des variables potentiellement appropriées.
- Collecte des données .
- Spécification de modèle.
- Choix de la méthode adéquate.
- Ajustage de précision du modelé.
- Validation de modelé.
- Utilisation du modelé choisi pour la solution du problème propose .

I.4. Les modèles de régression :

Il existe plusieurs modèles ,nous rappelons deux :

I.4.1. La régression linéaire :

L'équation de la liaison entre deux variables peut prendre des formes diverses. La fonction sera linéaire ou parabolique, hyperbolique, exponentielle, etc. De tous les modèles possibles, le modèle linéaire est le plus utilisé. D'une part parce qu'il est simple et qu'il constitue très souvent une approximation satisfaisante de la relation qui existe entre les variables. D'autre part parce qu'il est souvent possible de ramener une relation non-linéaire à une relation linéaire par transformation des variables [11] .

Si la relation entre les variables semble linéaire et que d'autre part elle met en relation deux seules variables, la régression sera dite linéaire simple. L'équation générale est alors :

$$Y = a * x + b \tag{I.1}$$

Avec : Y :variable explicite.

x :variable explicative.

a : ordonné à l'origine de la droite.

b :pente de la droite .

Ainsi, l'équation de régression qui on utilise dans ce travail ,est s'écrite comme suite :

$$y_p = \beta_0 + \beta_1 * x_{i,1} + \beta_2 * x_{i,2} + \dots + \beta_p * x_{i,p} + \varepsilon_p \quad (I.2)$$

Avec y_p :est l' $i^{\text{ème}}$ observation de la variable Y.

$x_{i,p}$:est l' $i^{\text{ème}}$ observation de la $p^{\text{ème}}$ variable.

ε_p : est l'erreur du modèle.

En résumé les informations manquantes qui permettrait d'expliquer linéairement les valeurs de Y à l'aide des p variables Xj.

Nous devons estimer (p + 1) paramètres. En adoptant une écriture matricielle :

$$Y = X\alpha + \varepsilon \quad (I.3)$$

les dimensions de matrices sont respectivement :

- $Y \rightarrow (n, 1)$
- $X \rightarrow (n, p + 1)$
- $\alpha \rightarrow (p + 1, 1)$
- $\varepsilon \rightarrow (n, 1)$

En analyse de régression, on utilise la méthode des moindres carrés pour ajuster une droite régressive aux données observées.

I.4.1.1. Méthode des moindres carrés :

La méthode de moindres carrés permet de comparer des données expérimentales à un modèle mathématique décrire ces données.[12]

Moindres carrés ordinaires, MCO minimise les sommes de carrés d'écarts dans une seule direction (verticale dans le cas le plus général d'estimation de Y à partir de X). On utilise cette méthode dans les cas suivants:

- lorsque la variable explicative est contrôlée (non aléatoire) ou que sa variation aléatoire est très faible par rapport à celle de la variable à expliquer.
- lorsqu'on a une raison claire de postuler laquelle des deux variables influence l'autre.
- lorsque l'unique but du calcul est de prévoir une variable à l'aide de l'autre.

On appelle estimateurs des Moindres Carrés Ordinaires (en abrégé MCO) $\widehat{\beta}_1$ et $\widehat{\beta}_2$ les valeurs minimisant la quantité :

$$S(\beta_1, \beta_2) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 x_i)^2 \quad (I.4)$$

Autrement dit, la droite des moindres carrés minimise la somme des carrés des distances verticales des points (x_i, y_i) du nuage à la droite ajustée

$$y = \widehat{\beta}_1 + \widehat{\beta}_2 x. \quad (I.5)$$

I.4.1.1.2. Calcul des estimateurs de β_1 et β_2 :

La fonction de deux variables S est une fonction quadratique et sa minimisation ne pose aucun problème, comme nous allons le voir maintenant

Proposition 1 (Estimateurs $\widehat{\beta}_1$ et $\widehat{\beta}_2$) Les estimateurs des MCO ont pour expressions :

$$\widehat{\beta}_1 = \bar{y} - \widehat{\beta}_2 \bar{x} \quad (\text{I.6})$$

avec :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{I.7})$$

Preuves : La première méthode consiste à remarquer que la fonction $S(\beta_1, \beta_2)$ est strictement convexe, donc qu'elle admet un minimum en un unique point $(\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2)$, lequel est déterminé en annulant les dérivées partielles de S. On obtient les "équations normales"

$$\begin{cases} \frac{\delta S}{\delta \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{\beta}_1 - \widehat{\beta}_2 x_i) = 0 \\ \frac{\delta S}{\delta \beta_2} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{\beta}_1 - \widehat{\beta}_2 x_i) x_i = 0 \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

La première équation donne :

$$\beta_1 n + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{I.9})$$

d'où l'on déduit immédiatement:

$$\widehat{\beta}_1 = \bar{y} + \widehat{\beta}_2 \bar{x} \quad (\text{I.10})$$

Où \bar{x} et \bar{y} sont d'habitude les moyennes empiriques des x_i et y_i . la seconde équation donne :

$$\widehat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i + \widehat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (\text{I.11})$$

Et on remplaçant $\widehat{\beta}_1$ par son expression (1.10), nous avons :

$$\widehat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})} \quad (\text{I.12})$$

modelés de regression statistique :

A . Hypothèses stochastiques :

- les variables dépendantes (X_j) sont non aléatoires (avec $j=0, 1 \dots p$)
- Le modelé doit être bien spécifié en moyenne (i.e, $E(\varepsilon_i^2) = 0$)
- La dispersion des résidus est homogène (i.e, $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_\varepsilon^2$) le terme d'erreur est de variance constante
- Absence d'auto-corrélation des erreurs : les erreurs sont indépendantes les unes des autres

(i.e, $\forall i \neq i', E(\varepsilon_i, \varepsilon_{i'}) = 0$) et la covariance entre deux quelconques i et j est nulle

- Indépendance des erreurs et des variables exogènes (i.e, $\forall j, COV(X_j, \varepsilon_i) = 0$)

- Les résidus sont normalement distribués ($i, e, \varepsilon_i \equiv N(0, \sigma_\varepsilon)$)

B. Hypothèse structurelle :

- Le nombre d'observation est supérieur au nombre de variable plus un ($n > p + 1$)
- Absence de colinéarité entre variables explicatives ($X^t X$ est régulière, $\det(X^t X) \neq 0$ et $(X^t X)^{-1}$ existe)

Par suite, si ces hypothèses initiales sont respectées, l'estimateur des MCO possède d'excellentes propriétés, puisqu'il est à la fois sans biais ($E(a^*) = a$), convergent (i.e. la variance des estimateurs tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini) et optimal si la relation entre les variables est réellement linéaire (dans ce dernier cas, l'estimateur des moindres carrés est alors qualifié de BLEU pour Best Linear Unbiased Estimators). Nonobstant, il faut se garder de penser que l'ajustement par les MCO est dans tous les cas de figure la méthode adéquate et idéale même s'il n'en demeure pas moins que lorsqu'une distribution gaussienne est constatée, son choix semble pouvoir se justifier.

De plus; ce bref rappel ne doit pas masquer le fait que le problème de l'estimation des paramètres dans les modèles de régression demeure aujourd'hui encore un thème récurrent des recherches en statistique.

I.4.2 .La régression linéaire multiple :

Le modèle de régression linéaire multiple est une généralisation du modèle de régression simple lorsque les variables explicatives sont en nombre quelconque. Nous supposons donc que les données collectées suivent le modèle suivant :

$$y_i = \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i \quad (I.13) \quad i=1 \dots n$$

où :

- les x_{ij} sont des nombres connus, non aléatoires, la variable x_{i1} valant souvent 1 pour tout i ;
- les paramètres β_j du modèle sont inconnus, mais non aléatoires;
- les ε_i sont des variables aléatoires inconnues.

Un modèle de régression linéaire est défini par une équation de la forme :

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (I.14)$$

où :

- Y est un vecteur aléatoire de dimension n ,
- X est une matrice de taille $n \times p$ connue, appelée matrice du plan d'expérience,
- β est le vecteur de dimension p des paramètres inconnus du modèle,
- ε est le vecteur de dimension n des erreurs.

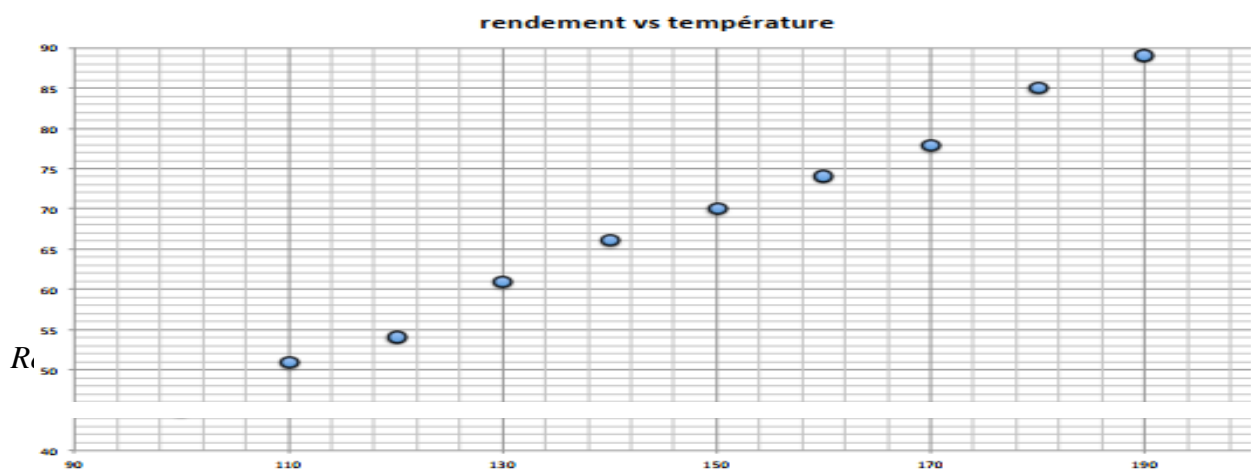
I.5. Exemple illustratif:**I.5.1 Exemple I.1 :**

L'analyse de la température de fonctionnement d'un procédé chimique sur le rendement du produit a donné les valeurs suivantes pour la température X_i et le rendement correspondant Y_i . [13]

| Température°C | Rendement% |
|---------------|------------|
| 100 | 45 |
| 110 | 51 |
| 120 | 54 |
| 130 | 61 |
| 140 | 66 |
| 150 | 70 |
| 160 | 74 |
| 170 | 78 |
| 180 | 85 |
| 190 | 89 |

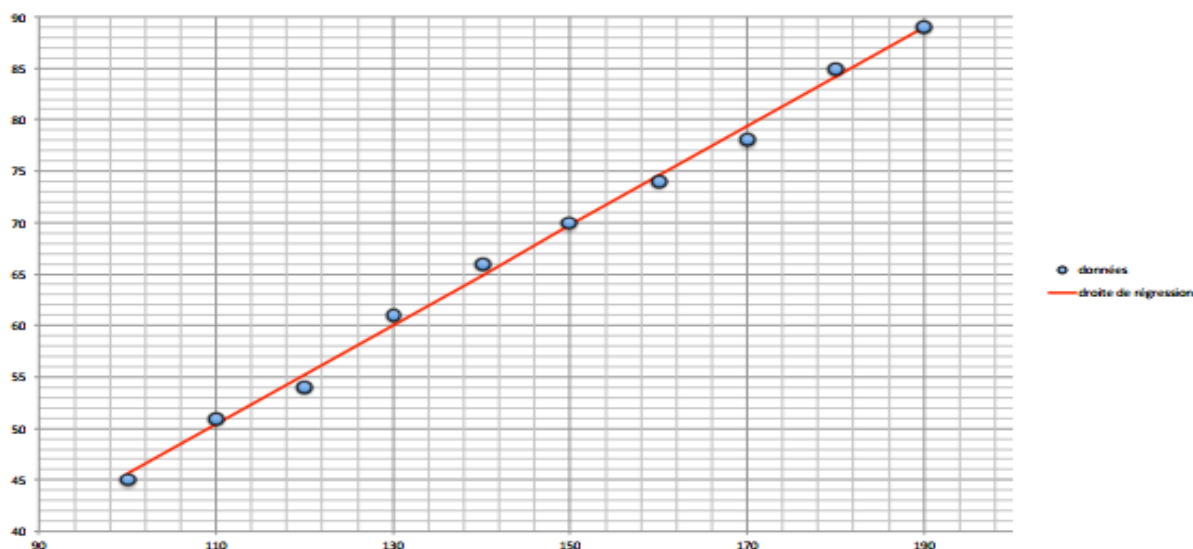
La tableau I.1 : les données de température et rendement

Le graphe ci-dessous représente les points $(X_i; Y_i)$ pour ces données et suggère une relation linéaire entre X_i et Y_i :



La figure I.2 :Représentation du donnes

Après on utilise la méthode de moindre carre pour trouve la droit du regression avec MATLAB et la résulta sur la figure suivant :



La figure I.3 :Représentation la droit du regression

I.5.2.Exemple I.2 :

Douze personnes sont inscrites à une formation. Au début de la formation, ces stagiaires subissent une épreuve A notée sur 20. A la fin de la formation, elles subissent une épreuve B de niveau identique. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

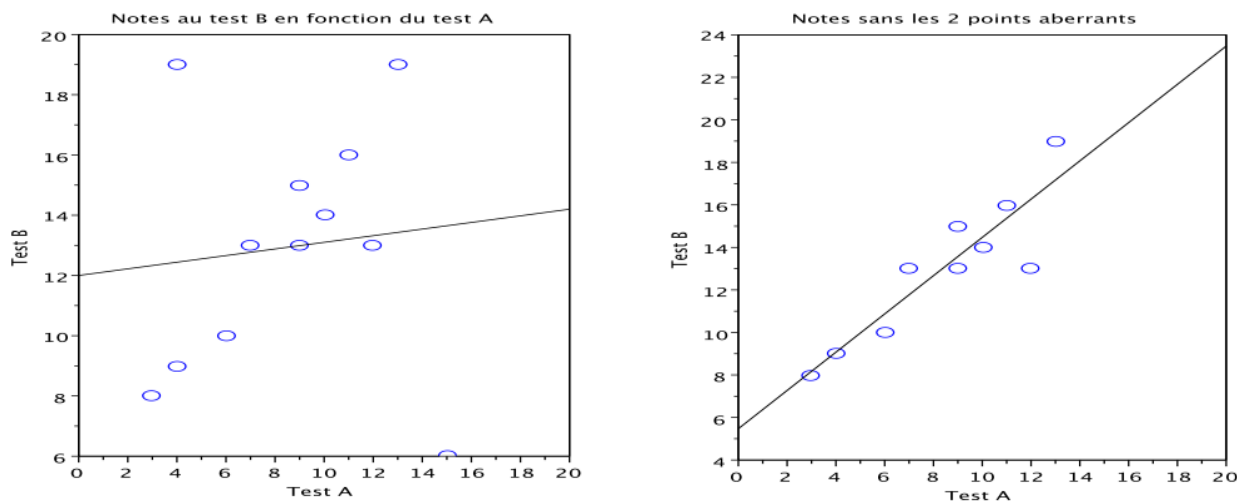
| | | | | | | | | | | | | |
|------------------|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Epreuve A | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 9 | 11 | 12 | 13 | 15 | 4 |
| Epreuve B | 8 | 9 | 10 | 13 | 15 | 14 | 13 | 16 | 13 | 19 | 6 | 19 |

La tableau I.2 :les résultats d'épreuves A et B

Si on supprime les deux derniers stagiaires, on obtient cette fois (cf. figure I.4 à droite)

$$y = \widehat{\alpha}_1 + \widehat{\alpha}_2 x = 5.47 + 0.90x \text{ (I.15)}$$

et $R^2 \approx 0.81$. Sans ces deux stagiaires, le modèle de régression linéaire expliquerait donc 81% de la variance des données, ce qui le rend tout à fait pertinent. Les deux derniers stagiaires correspondent à ce qu'on appelle des points aberrant.



La figure I.4 :Droites de régression et points aberrants.

I.5.3.Exemple I.3 :

L'étude statistique ci-dessous porte sur les poids respectifs des pères et de leur fil aîné.

Le tableau suivant représente les poids des pères et leur fil :

| | | | | | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Père | 65 | 63 | 67 | 64 | 68 | 62 | 70 | 66 | 68 | 67 | 69 | 71 |
| Fils | 68 | 66 | 68 | 65 | 69 | 66 | 68 | 65 | 71 | 67 | 68 | 70 |

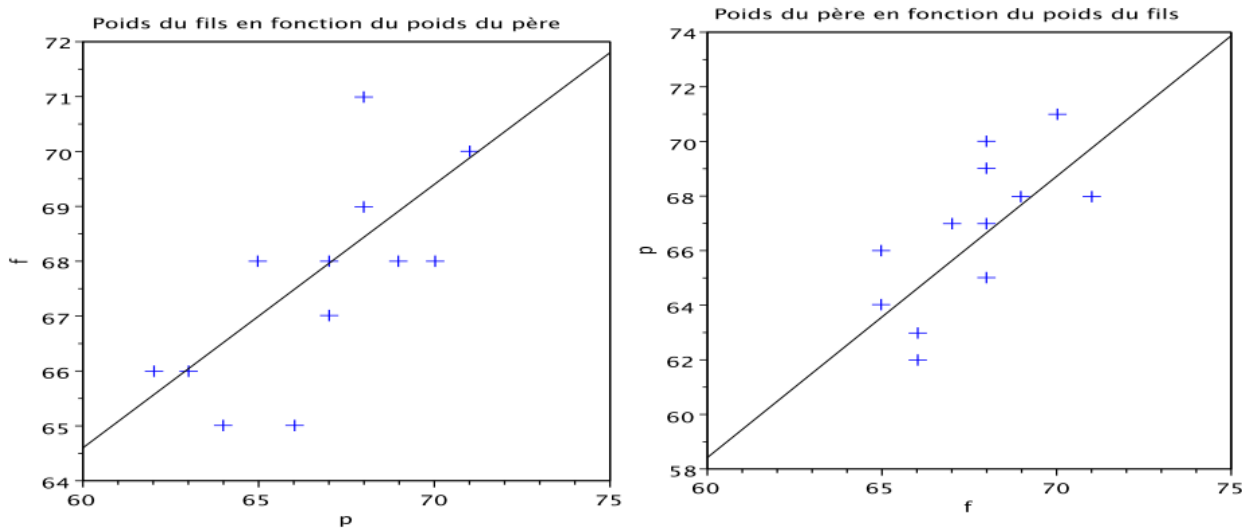
La tableau I.3 :Poids des pères et des fils.

La droite des moindres carrés du poids des fils en fonction du poids des pères s'écrit (cf. figure I.4à gauche):

$$f = \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 p = 35.8 + 0.48p. \tag{I.16}$$

La droite des moindres carrés du poids des pères en fonction du poids des fils s'écrit (cf. figure I.4à droite) :

$$p = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 f = -3.38 + 1.03f. \tag{I.17}$$

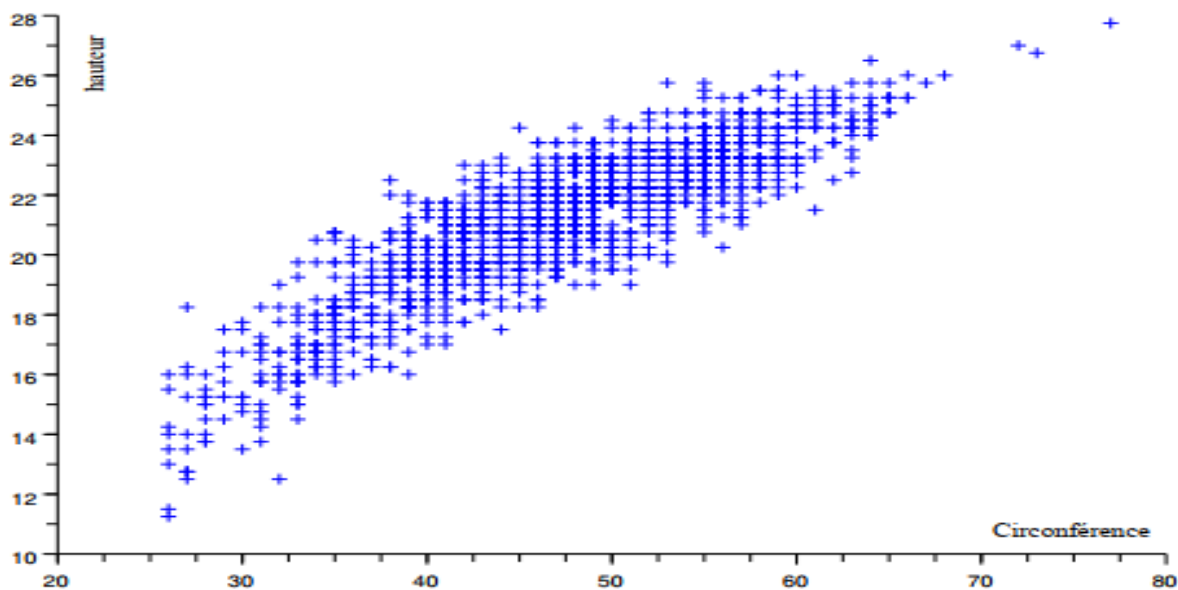


La figure I.5 :Nuages de points et droites de régression pour les poids des pères et des fils.

I.5.4 Exemple I.4 : (La hauteur des eucalyptus)

On souhaite expliquer la hauteur y (en mètres)d'un arbre en fonction de sa circonférence x (en centimètres) à 1m30 du sol. On a relevé $n = 1429$ couples (x_i, y_i) , le nuage de points étant représenté figure I.5. On a obtenu $(\bar{x}, \bar{y}) = (47, 3; 21, 2)$ et :

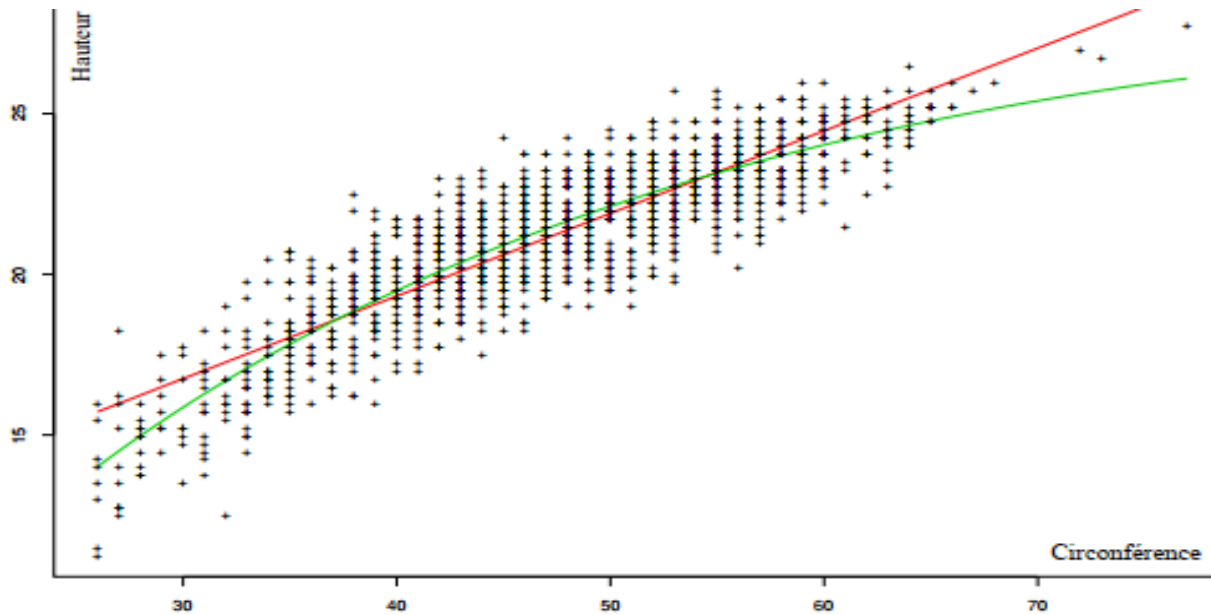
$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 102924 \quad \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 8857 \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y}) = 26466$$



Lafigure I.6:Nuage de points pour les eucalyptus.

Après on utilise la méthode de moindre carré pour trouve la droit du regression avec MATLAB et la résulta sur la figure suivant :

La figure I.7:Nuage de points , droite de régression et courbe de régression.



I.5.5Exemple I.5:

| Y_1 | X_1 | Y_2 | X_2 | Y_3 | X_3 | Y_4 | X_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 8.04 | 10 | 9.14 | 10 | 7.46 | 10 | 6.58 | 8 |
| 6.95 | 8 | 8.14 | 8 | 6.77 | 8 | 5.76 | 8 |
| 7.58 | 13 | 8.74 | 13 | 12.74 | 13 | 7.71 | 8 |
| 8.81 | 9 | 8.77 | 9 | 7.11 | 9 | 8.84 | 8 |
| 8.83 | 11 | 9.26 | 11 | 7.81 | 11 | 8.47 | 8 |
| 9.96 | 14 | 8.10 | 14 | 8.84 | 14 | 7.04 | 8 |
| 7.24 | 6 | 6.13 | 6 | 6.08 | 6 | 5.25 | 8 |
| 4.26 | 4 | 3.10 | 4 | 5.39 | 4 | 12.5 | 19 |
| 10.84 | 12 | 9.13 | 12 | 8.15 | 12 | 5.56 | 8 |
| 4.82 | 7 | 7.26 | 7 | 6.42 | 7 | 7.91 | 8 |

| | | | | | | | |
|------|---|------|---|------|---|------|---|
| 5.68 | 5 | 4.74 | 5 | 5.73 | 5 | 6.89 | 8 |
|------|---|------|---|------|---|------|---|

La tableau I.4:Quatre jeux de données

Voici pour finir quatre jeux de données et leur régression linéaire. Ces jeux de données ont été choisis de manière à définir la même droite de régression, avec le même coefficient de corrélation R^2 . De gauche à droite et de haut en bas, le premier jeu de données est, au mieux, très bruité mais on peut douter que les données soient liées par une relation affine. Le second jeu correspond assez clairement à une relation quadratique : c'est une courbe $y = ax^2 + bx + c$ qu'il conviendrait d'ajuster. Dans le troisième jeu tous les points sauf un semblent alignés. Il y a visiblement un point aberrant dont il faudrait vérifier la provenance ; la situation est semblable pour le dernier échantillon. Moralité : la régression linéaire donne toujours une droite, mais il convient de regarder le résultat pour débusquer les situations par trop absurdes.

Au final, la régression statistique classique s'appuie donc sur un modèle supposant des variables aléatoires dont la nature et le comportement sont rigoureusement définies. La vérification de ces hypothèses implique notamment de disposer d'une grande série d'observations. Or, bien souvent, non seulement ces dernières sont insuffisantes en quantité mais également en qualité pour autoriser la mise en œuvre d'une régression statistique classique sans risquer des distorsions importantes dans l'estimation des paramètres.

I-6/ Application :

L'analyse de régression est l'un des outils statistiques les plus employés couramment parce qu'elle fournit des méthodes simples pour établir un rapport fonctionnel parmi des variables. Elle a des applications étendues dans beaucoup de domaines. La consommation de cigarettes et l'évaluation immobilière, mentionnée ci-dessus, sont deux exemples. Il y a aussi plusieurs domaines d'application additionnels démontrant l'applicabilité large de la régression dans des situations réelles. Par exemple :

- Sciences agronomiques.
- Relations sociales et industrielles.
- Gouvernement.
- Les sciences environnementales.
- Histoire.
- En métrologie : un certain nombre de phénomènes, physique, biologique, économétrie.
- En économie et en économétrie : le modèle linéaire est très utilisé en économétrie.
- En sciences politiques.

-
- En sociologie.
 - En psychologie.
 - En géographie.
 - En mécanique .

I-7/Conclusion :

Dans ce chapitre , on a discuté un peu sur le domaine de la régression conventionnel et ces applications, rappelons les modèles de régression et donnons quelques exemples illustratifs. Le problème majeur c'est que cette régression simple ne regroupe pas toutes les données d'entrées sortie. Pour remonter à ce t inconvénient, on utilise une autre méthode dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 2 :

LA RÉGRESSION FLOUE .

II.1. Introduction :

La régression statistique classique a pour but de définir une relation entre des variables appelées explicatives et une variable expliquée. Elle s'appuie sur un modèle théorique supposant des variables aléatoires de nature (ce qui représente la propriété de normalité) et de comportement (ce qui représente les propriétés d'indépendance des variables et variantes constantes) rigoureusement définies. La vérification de ces hypothèses implique de disposer d'une grande série d'observations. Or dans de nombreux cas pratiques, ces dernières sont insuffisantes en quantité ou en qualité (par des erreurs des mesures). Pour recourir à la mise en œuvre de la régression linéaire statistique classique (risque important de distorsions dans l'estimation des paramètres). La régression linéaire floue peut alors être une alternative intéressante. Elle est aussi utilisée lorsque la variable expliquée est représentée en nombres flous.

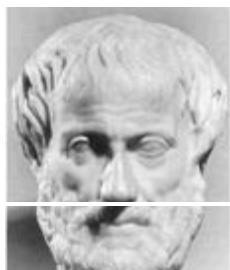
Le chapitre commence par l'histoire de la logique floue après nous définirons les ensembles flous, les nombres flous et les opérations floues et l'introduction de la logique floue dans la régression après on verra c'est quoi un problème d'optimisation, optimisation linéaire et quadratique sans contraintes, avant la conclusion nous donnons un exemple illustratif.

II.2. La logique floue :

II.2.1. Historique :

Depuis longtemps l'homme cherche à maîtriser les incertitudes et les imperfections inhérentes à sa nature. La première réelle manifestation de la volonté de formaliser la prise en compte des connaissances incertaines fut le développement de la théorie des probabilités à partir du XVII^e siècle. Mais les probabilités ne peuvent maîtriser les incertitudes psychologiques et linguistiques.

Puis la logique floue est apparue en 1965 à Berkeley dans le laboratoire de Lotfi Zadeh avec la théorie des sous-ensembles flous puis en 1978 avec la théorie des possibilités. Ces deux théories constituent aujourd'hui ce que l'on appelle la logique floue. La logique floue permet la formalisation des imprécisions dues à une connaissance globale d'un système très complexe et l'expression du comportement d'un système par des mots. Elle permet donc la standardisation de la description d'un système et du traitement de données aussi bien numériques qu'exprimées symboliquement par des qualifications linguistiques.





1965 :Lotfizadah
Théorie des ensembles flous
,Logique floue

La logique floue s'oppose par professeur Lotfi Zadeh de l'université de Californie de Berkeley en 1965 ,elle formalisée par théorie mathématique des ensembles flous de Lotfi Zadeh qui présente une extension la théorie des ensembles classique eux ensembles définie de façon imprécise.

Lotfi Zadeh :

- Redéfinit ce qu'est un ensemble floue d'un univers donne.
- Bâtît un model complet de propriété et de définition formelle.
- Montre théorie des sous ensembles classique dans le cas ou les fonctions d'appartenance ne prennent pas la value binaries.

La definition de Zadeh :

Fuzzy Logic is determined as a set of mathematical principles for knowledge representation based on degrees of membership rather than on crisp membership of classical binary logic.[14]

II.2.2. Ensembles flous :

II.2.2.1. Definition01 :

La théorie des ensembles flous a été introduite par Zadeh en 1965. Elle a longtemps concerné un nombre restreint d'adeptes parmi les chercheurs et les enseignants. Utilisée en priorité en mathématique, elle s'est révélée féconde dans de nombreuses applications. Un ensemble flou est un ensemble dont les limites ne sont pas spécifiquement définies, par opposition aux ensembles classiques. Le flou fait correspondre un ensemble à une notion vague du langage (par exemple grand, moyen, petit).

II.2.2.1.1. Les ensembles flous :

Un ensemble flou A est défini sur un univers U par une fonction d'appartenance notée μ_A qui retourne une valeur comprise entre zéro et un pour tout, élément u de U [15]:

$$0 \leq \mu_A(u) \leq 1 \quad (\text{II.1})$$

Chaque ensemble flou possède plusieurs caractéristiques dont voici les deux principales :

- Le support d'un ensemble flou représente l'ensemble des éléments de U dont le degré d'appartenance est non nul (Tong-Tong, 1985):

$$\text{Supp}(A) = \{u \in U ; \mu_A(u) > 0\} \quad (\text{II.2})$$

- Le support d'un ensemble à un niveau h , note support- h , représente l'ensemble des éléments de U dont le degré d'appartenance est supérieur ou égal à h :

$$\text{Supp}(h) = \{u \in U ; \mu_A(u) \geq h\} \quad (\text{II.3})$$

- La hauteur d'un ensemble flou est représentée par la valeur maximale de la fonction d'appartenance sur U (Tong-Tong, 1985):

$$H(A) = \max_{u \in U} \mu_A(u) \quad (\text{II.4})$$

II.2.2.2. Définition 02 :

En logique floue, un ensemble flou contient plusieurs valeurs. L'ensemble flou est concerné par un degré d'appartenance (ou degré de vérité). On utilise un continuum de valeurs logiques entre 0 (complètement faux) et 1 (complètement vrai). Une fonction d'appartenance est utilisée pour mapper un item X dans le domaine des nombres réels à un intervalle de 0 à 1, ce qui permet un degré de vérité.

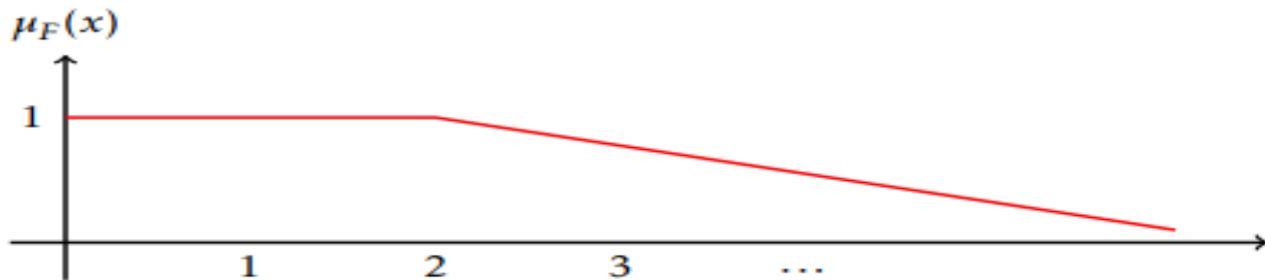
L'appartenance à un ensemble représente une valeur entre 0 et 1. Un ensemble flou peut être défini comme un ensemble ayant des frontières floues. Un ensemble flou est défini comme suit : soit S un ensemble et x un membre de cet ensemble. Un sous-ensemble flou F de S est défini par une fonction d'appartenance $\mu_F(x)$ qui mesure le degré auquel x appartient à F .

II.2.2.2.1. Exemple illustratif :

Soit S un ensemble des entiers positifs et F un sous-ensemble flou de petits entiers. Des entiers peuvent avoir une distribution de probabilité qui indiquent leur appartenance au sous-ensemble flou F : $\mu_F(1) = 1:0$, $\mu_F(2) = 1:0$, $\mu_F(3) = 0:9$, ... $\mu_F(30) = 0:01$.

La figure 2.1 montre cette fonction d'appartenance.

Dans la théorie des ensembles flous, l'ensemble flou A de X (ou X est l'univers d'étude)



La figure II-1 : Représentation du sous-ensemble flou F des petits entiers

Il est défini comme une fonction :

$$\mu_A(x) : X \rightarrow 0,1 \quad (\text{II.5})$$

ou $\mu_A(x) = 1$ si x est totalement dans A , $\mu_A(x) = 0$ si x n'est pas dans A et $0 < \mu_A(x) < 1$ si x est partiellement dans A . La fonction d'appartenance est une mesure :

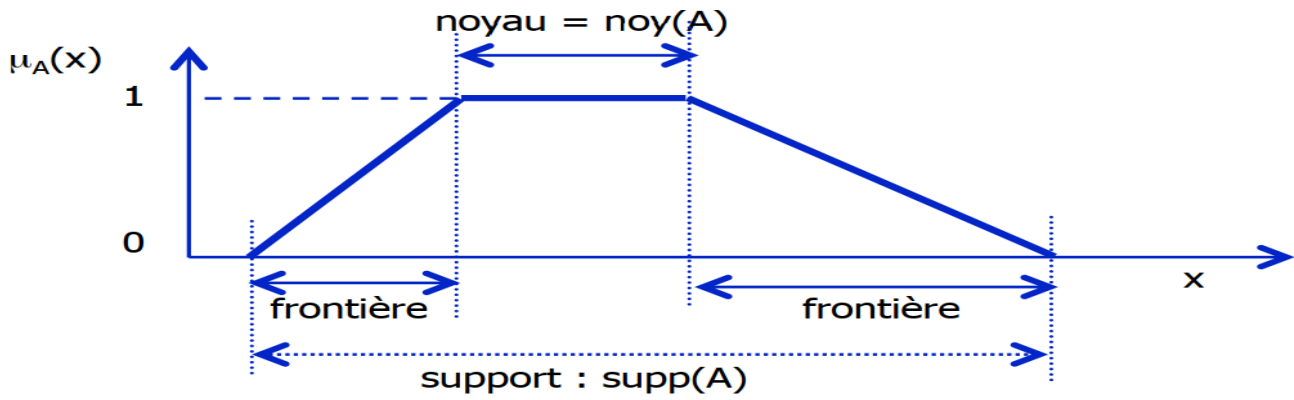
- Du degré auquel un élément est membre d'un ensemble.
- Du degré d'appartenance .
- De la valeur de l'appartenance.
- Du degré de confiance .

La logique floue permet de transformer plusieurs valeurs réelles en quelques variables floues avec différentes appartenances, ce qui permet de réduire le nombre de règles. On utilise ces règles pour faire la commande d'un système.

II.2.2.3. Fonction d'appartenance :

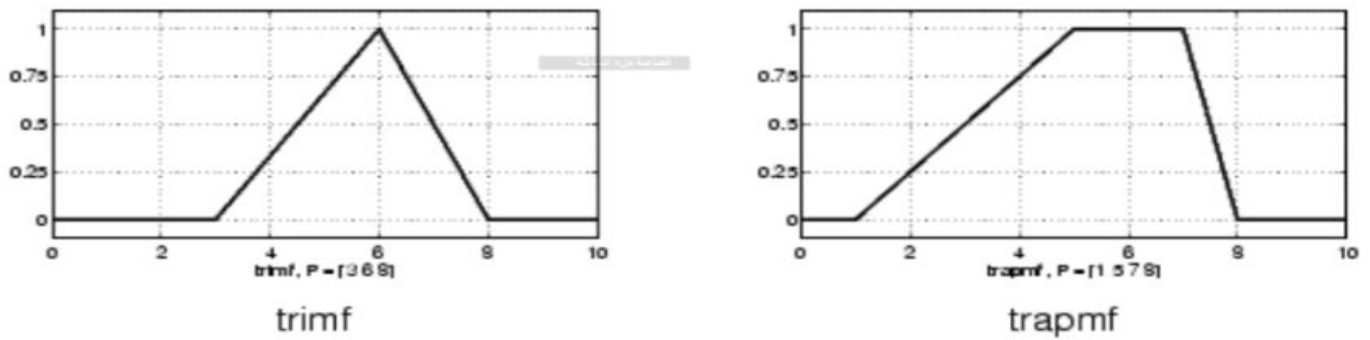
Les ensembles flous sont décrits par leur fonction d'appartenance[16] :

$$\mu_A(x) \in [0, 1] \quad (\text{II.6})$$



La figure II.2 : Les fonction d'appartenance

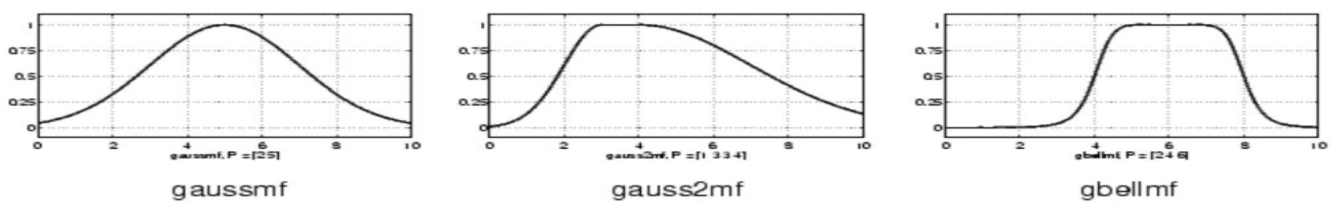
Les fonctions d'appartenance peuvent avoir diverses formes selon leur définition :



- Triangulaire,
- trapézoïdale

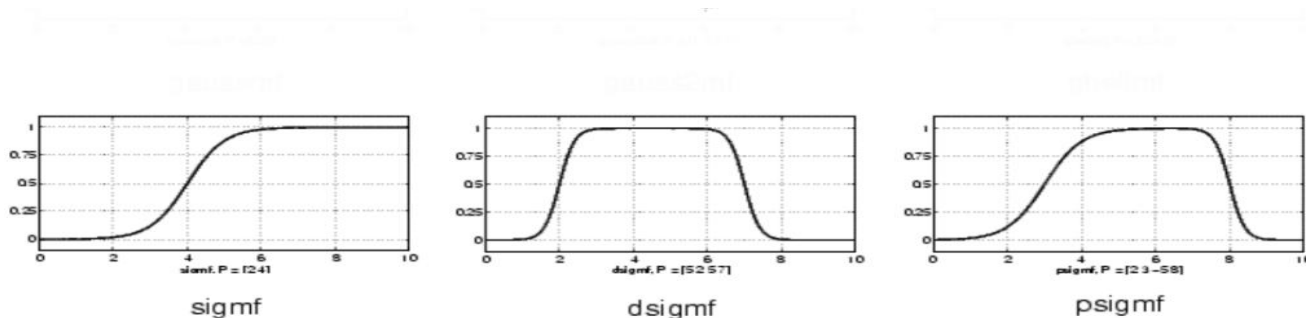
La figure II.3 : Les fonction d'appartenance triang,trap

- Gaussienne :



La figure II.4 : Les formes des fonction d'appartenance Gaussienne

- Sigmoides:



La figure II.5 : Les formes des fonction d'appartenance Sigmoides

II.2.2.4. Notion des les ensembles flous (Variable linguistique) :

- C'est le Référentiel / Domaine / Univers du discours.

II.2.2.4.1. Exemples : température, vitesse.

II.2.2.5. Notion des sous-ensembles flous (Terme linguistique) :

- Catégorie subjective décrivant une variable linguistique.
- Représentable par un ensemble flou.[17]

II.2 .2.5.1. Exemples : chaud, rapide.

II.2 .3. Nombres flous :

Les nombres flous sont des ensembles flous particuliers qui vérifient certaines propriétés (Tong-Tong, 1985) [15]:

- U représente l'ensemble des réels.
- La hauteur de l'ensemble est égal a 1.
- La fonction d'appartenance est convexe:

$$\forall a, \forall b, \forall c, \text{ si } a < b < c \text{ alors } \mu_A(b) \geq \min(\mu_A(a), \mu_A(c)) \tag{II.7}$$

Ils sont généralement représentés de la manière suivant :(A.Bardossy,1990)

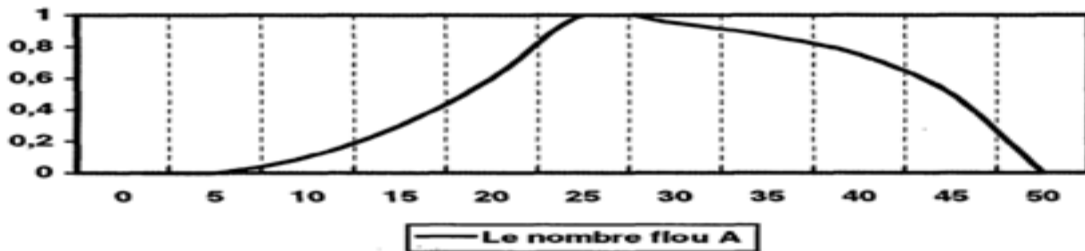
$$A(\Omega, \alpha, \beta)_{R-L} \tag{II.8}$$

- Ω représente le centre de A (L'élément dont la valeur de la fonction d'appartenance est égale à 1). Dans cette formulation des nombres flous, le centre est un point unique, il ne peut pas exister deux éléments distincts dont la valeur de la fonction d'appartenance soit égale à 1.
- α représente le support de A situé à gauche du centre.
- β représente le support de A situé à droite du centre.

- L et R représentent les fonctions d'appartenance respectivement à gauche et à droite du centre.

Voici par exemple la représentation graphique du nombre :

$$A(25,20,25)_{L-R}$$



La figure II.6 : La représentation graphique du nombre A

II.2.3.1. Les nombres flous L-R du sens de Dubois et Prade :

Ce sont des cas particuliers des nombres flous dits nombres L-R qui se définissent de la manière suivante:

$$L(x) = 1-x^p \text{ et } R(x) = 1-x^q \tag{II.9}$$

Avec 'p' et 'q' deux réels généralement compris entre 0 et 1. Lorsque p=q=1 le nombre flou défini est un nombre triangulaire et si p et q sont supérieurs a 1, le nombre flou obtenu est un nombre trapézoïdal.

Cette définition des nombres L-R est la plus utilisée, puisqu'elle reflète parfaitement les courbes curvilignes des nombres L-R, et propose une infinité de courbes tout en étant fort bien utilisable par des outils informatiques.

II.2.3.2. Le principe d'extension des nombres flous (Duckstein 1998) :

Soit plusieurs nombres flous $A_1 \dots A_n$ définis respectivement sur $X_1 \dots X_n$. Et soit une fonction f telle que: $f: X_1 \dots X_n \rightarrow y$

L'image B des nombres flous A par la fonction f sera la fonction d'appartenance suivante :

$$\mu_B(y) = \{ \text{Max}[\text{Min}\{\mu_{A_1}(x_1) \dots \mu_{A_n}(x_n)\} ; y=f(x_1 \dots x_n)] \} \tag{II.10}$$

si $f^{-1}(y)=\emptyset$

Les nombres flous utilisés dans la régression linéaire floue, sont définis par leur centre, leurs deux supports à gauche et à droite, et par leurs deux fonctions L et R :

$$A_j(\Omega_j, \alpha_j, \beta_j)_{R-L} \tag{II.11}$$

La relation(2.11) peut aussi se mettre sous la forme suivante (L.Duckstein 1998) :

$$Y_i = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j \cdot (x_{j,i} - \bar{x}_j) \tag{II.12}$$

Dans cette formulation $x = \{x_1, \dots, X_n\}$ représente un vecteur de points de référence.

Dans la plupart des cas, ces points de référence représentent les moyennes de la série des données de chaque variable explicative.

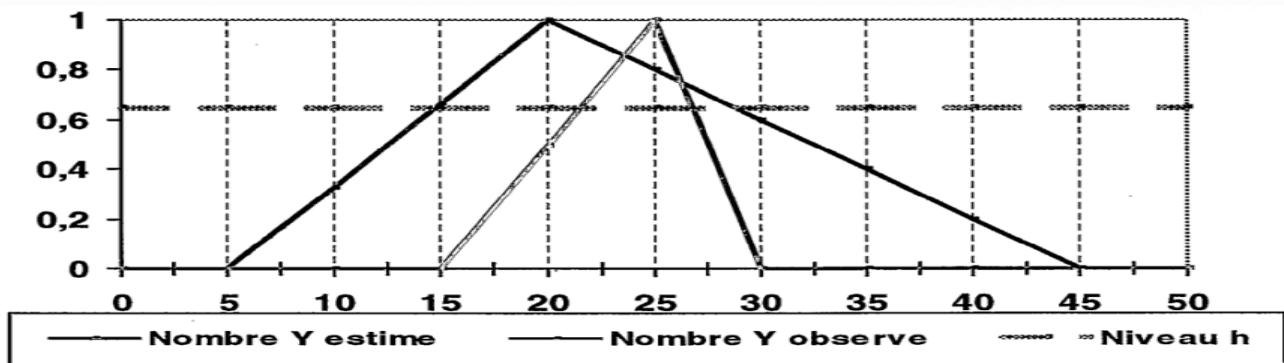
II.2.3.3. Le rôle du niveau d’ajustement H :

Il existe en régression floue un niveau d’ajustement du modèle, note ‘h’ compris entre 0 et 1. Il représente le niveau de crédibilité du modèle jugé acceptable si un ajustement du modèle est effectivement réalisé pour ce niveau. La valeur de ce niveau est choisie par l’utilisateur, elle est généralement comprise entre 0,5 et 0,7.

Le niveau ‘h’ s’exprime comme une contrainte sur les Y_i^* estimés. Le support-h du nombre flou estime Y_i^* doit contenir le support-h du nombre flou Y_i observé ou la valeur Y_i si la variable expliquée est représentée par des nombres précis.

Voici un exemple qui vérifie cette contrainte :

$$\text{Supp}_{Y_i^*}(h) = [15 ; 28] \text{ et } \text{Supp}_{Y_i}(h) = [21 ; 27] \text{ , Donc } \text{Supp}_{Y_i}(h) \cap \text{Supp}_{Y_i^*}(h)$$



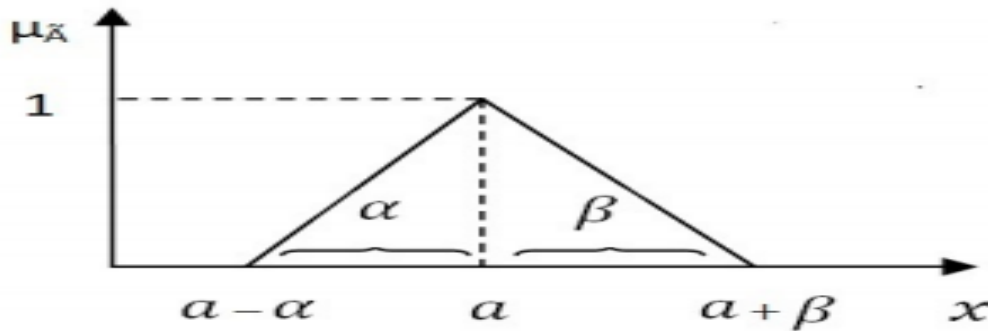
La figure II.7 : La représentation graphique du niveau H

Ces contraintes doivent être vérifiées pour toutes les observations de la variable expliquée par rapport à leurs valeurs estimées. Il existe donc autant de systèmes de contraintes (ce sont des systèmes puis que l’on parle ici de deux inégalités) que d’observations[15].

II.2.3.4. Nombre floue de type triangulaire :

Un nombre flou est dit de type triangulaire noté (a, α, β) si sa fonction d'appartenance est définie par :
 $\alpha > 0, \beta > 0$

$$\mu_A^-(x) \begin{cases} \frac{x-a+\alpha}{\alpha} & \text{Si } a - \alpha \leq x \leq a \\ 1 & \text{Si } x = a \\ \frac{\alpha+\beta-x}{\alpha} & \text{Si } a \leq x \leq a + \beta \end{cases} \quad (\text{II.13})$$



La figure II.8 : Représentation d'un nombre ou triangulaire $(a; \alpha; \beta)$

II.2.4. Opérations floues :

Comme dans le cas des ensembles «classiques», les opérations logiques d'union (ou), d'intersection (et) et de complémentation (non) peuvent être appliquées aux ensembles flous. Leurs définition ne sont pas uniques.[18]

Les définitions les plus souvent rencontrées sont : le max et le min (Mandani), le produit et la somme moins le produit (Sugeno)

Il faut définir les équivalents des opérations :

•**Union (OU)** : l'union de A et B, que l'on note $A \cup B$, est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus grand des deux degrés d'appartenance μ_A et μ_B :

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{II.14})$$

•**Intersection (ET)** : L'intersection de A et B, que l'on note $A \cap B$, est le sous-ensemble flou constitué des éléments de X affectés du plus petit des deux degrés d'appartenance μ_A et μ_B :

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{II.15})$$

•**Complément (négation)** : Le complément de A, que l'on note A^c , est le sous-ensemble flou de X constitué des éléments x lui appartenant d'autant plus qu'ils appartiennent peu à A :

$$\forall x \in X : \mu_{Ac}(x) = 1 - \mu_A(x) \tag{II.16}$$

• **Inclusion** : A est dit inclus dans B, propriété que l'on note $A \subseteq B$, si tout élément x de X qui appartient à A appartient aussi à B avec un degré au moins aussi grand :

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \tag{II.17}$$

II.2.4.1. Propriétés des ensembles flous :

Comme dans le cas des ensembles «classiques», les ensembles flous possèdent certaines propriétés :

- **Commutativité** : $A \cap B = B \cap A$, $A \cup B = B \cup A$
- **Associativité** : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- **Distributivité** : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- **Idempotence** : $A \cap A = A$, $A \cup A = A$
- **Identité** : $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap 1_U = A$, $A \cup \emptyset = A$, $A \cup 1_U = 1_U$

Les deux propriétés suivantes ne sont pas «classiques» :

- L'intersection d'un ensemble flou et de son complément n'est pas vide

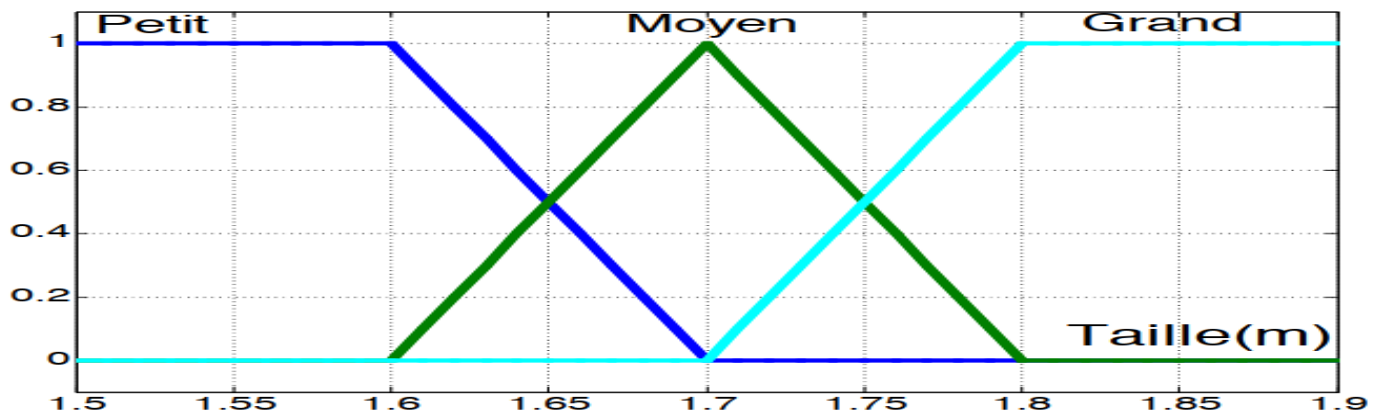
$$\text{Loi de contradiction : } A \cap \bar{A} \neq \emptyset$$

- L'union d'un ensemble flou et de son complément ne donne pas l'univers du discours

$$\text{Loi du « excluded middle » : } A \cup \bar{A} \neq 1_U$$

II.2.4.1.1. Exemple :

Voir le graphe suivant de ensemble floue de la taille[15] :



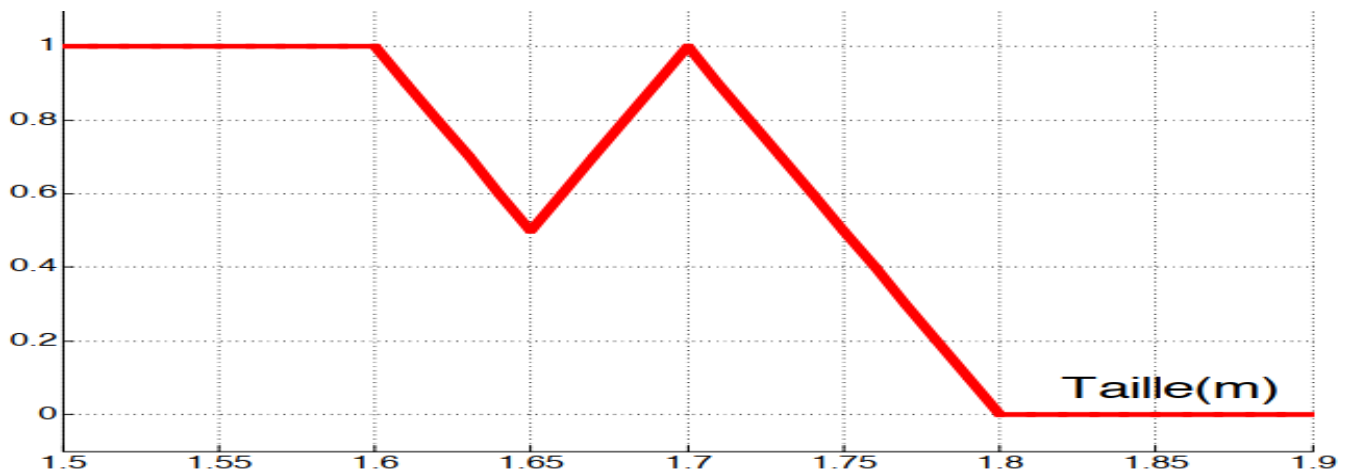
La figure II.9 : La représentation graphique de fonction d'appartenance 'la taille'

On a les fonctions d'appartenances suivant :

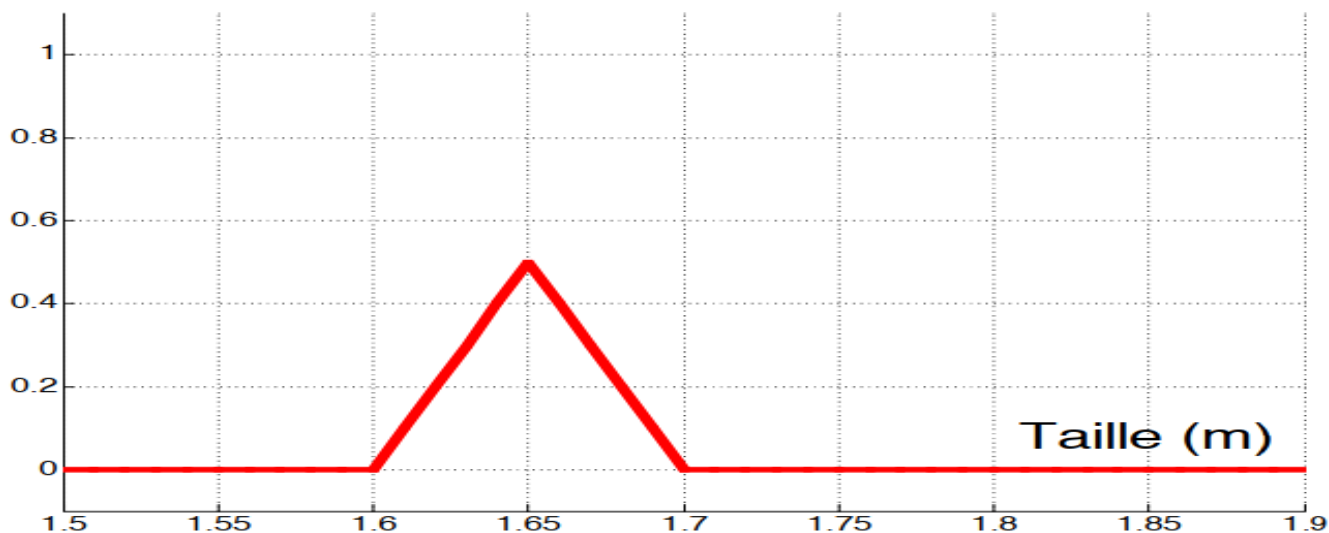
$$\mu_A(x) \rightarrow \text{Petit} \quad \mu_B(x) \rightarrow \text{Moyenne} \quad \mu_C(x) \rightarrow \text{Grand}$$

Pour voir comment faire les opérations des ensembles flous voir les représentations graphiques suivant :

$$1 \setminus \mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \text{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U \text{ (l'union)}$$

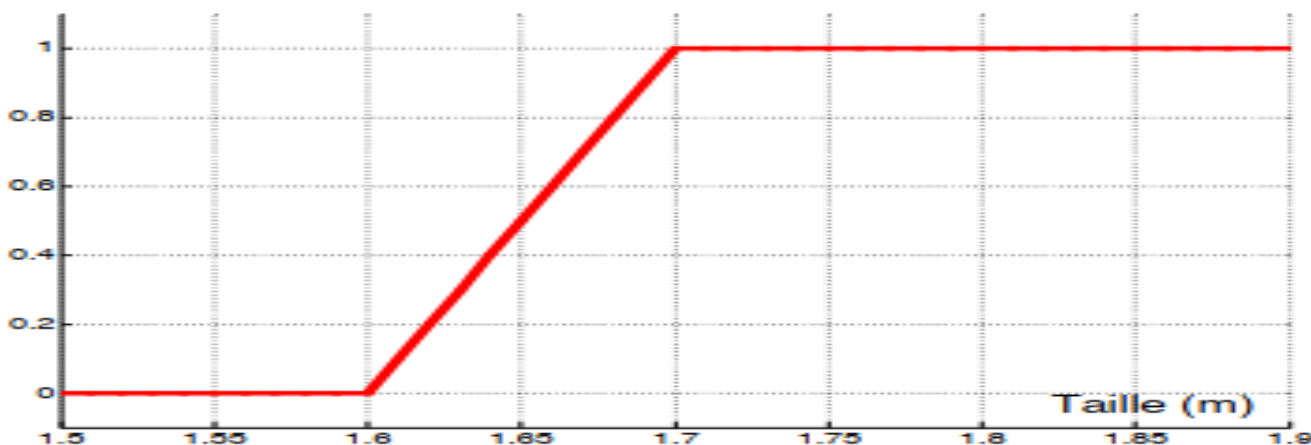
**La figure II.10: La représentation graphique d'opération $\text{Max}(\mu_A(x), \mu_B(x))$**

$$2 \setminus \mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \text{Min}(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in U \text{ (l'intersection)}$$



La figure II.11 :La représentation graphique d’opération $\text{Min}(\mu_A(x), \mu_B(x))$

$$3/ \mu_{A^{-1}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in U \text{ (le complément)}$$



La figure II.12 : La représentation graphique d’opération le complément

II.3. L’introduction de la logique floue dans la régression :

Le but de la régression linéaire floue est de définir une relation entre des séries de variables explicatives et une série de variable expliquée. Les paramètres de cette relation seront des nombres flous[15], tout comme les résultats estimés de la variable expliquée. Les variablesexplicatives et la variable expliquée peuvent, suivant les cas être représentées par des nombresflou. Tout au long de

notre travail, les variables explicatives seront des nombres précis. La régression linéaire floue s'écrit sous la forme (A.Bardossy, 1990) :

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=0}^n \beta_j x_{j,i} \quad (\text{II.18})$$

Dans cette équation :

y_i représente la i ème observation de la variable expliquée Y .

$X_i = \{X_{1,i} \dots X_{n,i}\}$ représente l'ensemble des variables explicatives $X_1 \dots X_n$ pour la i ème observation.

$\beta = \{ \beta_0, \dots, \beta_n \}$ représente l'ensemble des paramètres de la régression .

La répercussion des contraintes définies ci-dessus est représentée pour chaque observation de la manière suivante (A.Bardossy 1990) :

$$\text{Min}_{Y_i}(h) \geq \Omega_0 - \alpha_0 * l_0^{-1}(h) + \sum(\Omega_i - \alpha_i - l_j^{-1}(h))(x_{j,i} - \bar{x}_j) + \sum(\Omega_j + \beta_j * R_j^{-1}(h))(x_{j,i} - \bar{x}_j).$$

(II.19)

$$\text{Max}_{Y_i}(h) \leq \Omega_0 - \beta_0 * R_0^{-1}(h) + \sum(\Omega_i - \alpha_i - l_j^{-1}(h))(x_{j,i} - \bar{x}_j) + \sum(\Omega_j + \beta_j * R_j^{-1}(h))(x_{j,i} - \bar{x}_j).$$

(II.20)

Il existe donc dans la plupart des cas une infinité de solutions à ce système d'inéquations .

Conclusion sur la régression linéaire floue :

Les estimations de la régression linéaire floue dépendent donc :

- Du choix des fonctions L et R qui définissent la forme des nombres flous utilisés .
- Du choix du point de référence généralement décrit comme la moyenne de chaque variable explicative.
- Du choix du critère à minimiser.
- Du choix du niveau 'h' défini comme le degré de calibration choisi par l'utilisateur du modèle.

II.3.1. Problème d'optimisation :

L'optimisation est une discipline mathématique et un sujet ancien qui connaît un nouvel essor depuis l'apparition des ordinateurs dont les méthodes s'appliquent dans de très nombreux domaines : économie, gestion, planification, logistique, automatique, robotique, conception optimale, science de l'ingénierie, traitement du signal, etc.[19]

L'optimisation est aussi un sujet très vaste qui touche aussi bien au calcul de variations qu'à la recherche opérationnelle (domaine de l'optimisation des processus de gestion ou de décision)

Un problème d'optimisation est défini par :

- Un ensemble de variables $x = (x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n) \in \mathbb{R}^n$.
- Une fonction objectif (fonction de coût) $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
- Un ensemble $C \subset \mathbb{R}^n$ est défini par les contraintes du problème.

La formulation mathématique est :

$$\begin{cases} \min f(x) \\ x \in C \end{cases}$$

(II.21)

La fonction objectif définit le but à atteindre, on cherche à minimiser ou à maximiser celle-ci. L'ensemble des contraintes est en général un ensemble d'égalités ou d'inégalités que les variables de l'espace d'état doivent satisfaire. Ces contraintes limitent l'espace de recherche. Le but des méthodes d'optimisation est de rechercher un point ou un ensemble de points dans l'espace de recherche qui satisfont l'ensemble des contraintes, et qui maximisent ou minimisent la fonction objectif.

II.3.2 . Programmation linéaire et quadratique sans contraintes :

II.3.2.1. Programmation linéaire :

La programmation linéaire est certainement l'un des plus beaux succès de la recherche opérationnelle. Il provient d'une part de la puissance de modélisation qu'elle offre et ce malgré la limite inhérente qu'impose la linéarité des fonctions impliquées, et d'autre part, de la richesse de la théorie qu'elle a initiée et qui a permis le développement d'algorithmes extrêmement efficaces pour sa résolution.

D'une façon générale, on définit un programme linéaire primal (P) sous la forme standard par [19]:

$$(P) \begin{cases} \text{Min } c^t x \text{ ou Max} \\ \text{sc} \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (II.22)$$

Où : A est une matrice réelle de type (m; n) supposée de plein rang

(rang A = m ≤ n), $b \in \mathbb{R}^m$ et $c \in \mathbb{R}^n$. L'ensemble des solutions réalisables $D = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax=b; x \geq 0\}$ est un polyèdre convexe fermé.

A chaque programme linéaire est associé un autre programme linéaire appelé dual. Le dual (DU) correspond au primal standard (P) est :

$$(DU) \begin{cases} \text{Max } b^t y \\ A^t y \leq c \\ y \in \mathbb{R}^m \end{cases} \quad (II.23)$$

Et Les solutions des programmes primal et dual sont liées par les théorèmes de la dualité faible et forte.

II.3.2.1.1. Principes de base de la régression linéaire floue :

Cette section fournit une introduction à la régression linéaire floue [1]. Les thèmes abordés incluent la motivation pour FR, les composantes de FR, les coefficients flous, le h-certain facteur et sortie floue

II.3.2.1.1.1. Motivation

Les régressions linéaires statistiques classiques prennent la forme :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \dots + \beta_j x_{i,j} + \varepsilon_i \quad (\text{II.24})$$

où la variable dépendante (réponse) y_i , les variables indépendantes (explicatives) $x_{i,k}$, et les coefficients (paramètres) β_j , sont des valeurs nettes, et ε_i est un terme d'erreur aléatoire net avec $E(\varepsilon_i) = 0$, variance $\sigma^2(\varepsilon_i) = \sigma^2$, et covariance $\sigma(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \forall i, j, i \neq j$.

Bien que la régression statistique ait de nombreuses applications, des problèmes peuvent survenir situations suivantes :

- Le nombre d'observations est insuffisant (petit ensemble de données).
- Difficultés à vérifier les hypothèses de distribution.
- L'imprécision dans la relation entre les variables d'entrées et des sorties.
- Ambiguïté des événements ou degré auquel ils se produisent.
- Inexactitude et distorsion introduites par la linéarisation.

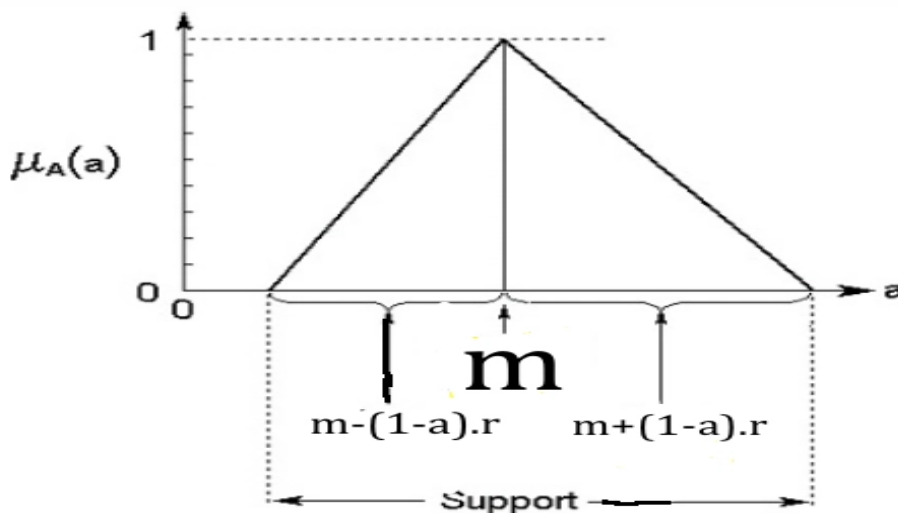
Ainsi, la régression statistique est problématique si l'ensemble de données est trop petit ou s'il y a des difficultés à vérifier que l'erreur est normalement distribuée, ou s'il y a un flou dans la relation entre les variables indépendantes et dépendantes, ou s'il existe une ambiguïté associée à l'événement ou si l'hypothèse de linéarité est inappropriée. Ce sont les situations mêmes la régression floue était censée remédier.

IV.3.2.1.2. Les fondements de la regression possibilistes :

Des articles récents; tels que McCauley-Bell et al (1999) et Sánchez et Go, ew (2003a, 2003b, 2004), ont utilisé la régression floue (FR) dans leur analyse, les premiers l'utilisent pour prédire la relation entre les facteurs de risque connus et l'apparition de la lésion professionnelle, alors que ces derniers l'utilisaient pour étudier la structure par terme des taux d'intérêt (TSIR) à la suite de Tanaka et al (1982) , leurs modèles ont pris le général de[1] :

$$\tilde{Y} = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 X_1 + \tilde{B}_2 X_2 + \dots + \tilde{B}_n X_n \tag{II.25}$$

où \tilde{Y} est la sortie floue, $\tilde{B}_{i,j}=1, 2, \dots, n$ est un coefficient flou et $X_n = (X_1 \dots X_n)$ est un vecteur d'entrée non flou lésionnel les composantes floues étaient supposées être des nombres flous triangulaires (TFN) par conséquent, les coefficients peuvent par exemple être caractérisés par une fonction d'appartenance (MF) $\mu_a(a)$ dont une représentation est représentée sur la figure II.12 comme indique ,les principales caractéristiques du TFN sont son mode , son étalement gauche et droit et son support lorsque les deux lances sont égales , le TFN est connu sous le nom de TFN symétrique l'idée de base de l'approche [20] Tanaka souvent considérée comme une regression possibiliste était de minimiser les flous du modèle en minimisant l'étalement total des coefficients flous sous réserve d'inclure toutes les données .



Figure

.II.13: les coefficient

flous.

On peut l'écrit aussi :

$$Y = \sum_{i=0}^k B_i X_i \tag{II.26}$$

Y : la sortie ou variable dépanadant.

X_i :sont les entrées ou variables indépendants.

B_i :sont les coefficients , nombre flou triangulaire symétrique de valeur modale m , et de dispersion r .

II.3.2.1.3. La méthode de Tanaka :

La méthode de Tanaka revient à chercher à minimiser la somme des dispersions des coefficients à identifier, alors que la contrainte retenue est celle du Min-problème, c'est-à-dire que les intervalles correspondant aux h-coups des sorties observées doivent être également inclus dans ceux obtenus h-couper des sorties estimées.

L'intervalle obtenue par h-coupe de la $j^{\text{ème}}$ sortie prédite, noté $[Y_j]_h$ est donnée, en fonction des coefficients B_i par :

$$[Y_i]_\beta = \sum_{i=0}^{k \oplus} [Y_j]_\beta x_{i,j} = \sum_{i=0}^{k \oplus} [B_i^+, B_i^-]_\beta x_{i,j} \quad (\text{II.27})$$

Où $\sum \oplus$ correspond à l'addition d'intervalles :

Si l'on considère un intervalle $B=[b^-, b^+]$ et un réel x , et que l'on définit le Midpoint $M(B)$ et le Radius $R(B)$ de cet intervalle par :

$$\begin{aligned} M(B) &= \frac{b^+ + b^-}{2} \\ R(B) &= \frac{b^+ - b^-}{2} \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

On rappelle aussi que pour deux intervalles b et d , la relation d'inclusion est donnée par :

$$\begin{aligned} b \text{ incluc } d \leftrightarrow & \begin{cases} d^- \leq b^+ \\ b^+ \leq d^+ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(d) - R(d) \leq M(b) - R(b) \\ M(b) + R(b) \leq M(d) + R(d) \end{cases} \\ & \rightarrow \begin{cases} M(d) - R(d) \leq M(b) - R(b) \\ M(b) - R(d) \leq M(d) - R(b) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Soit :

$$b \text{ incluc } d \rightarrow [M(b) - R(d)] \leq M(d) - R(b) \quad (\text{II.30})$$

On a :

$$\begin{aligned} [b^-, b^+]_x &= \begin{cases} [xb^-, xb^+] & \text{si } x \geq 0 \\ [xb^+, xb^-] & \text{si } x < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} [x(M(B) - R(B)), x(M(B) + R(B))] \\ [x(M(B) + R(B)), x(M(B) - R(B))] \end{cases} \\ &= [xM(B) - |x|R(B), xM(B) + |x|R(B)] \\ &= [xM(B) - |x|R(B), xM(B) + |x|R(B)] \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Or, on a :

$$[B_i^+, B_i^-]_\beta = [m_i - (1 - \beta)r_i, m_i + (1 - \beta)r_i] \quad (\text{II.32})$$

Avec : $M([B_i]_\beta) = m_i$ et $R([B_i]_\beta) = (1 - \beta)r_i$ et avec (II.27) et (II.28) insérées dans (II.25), on obtient :

$$[Y_j]_\beta = [\sum_{i=0}^k x_{i,j} m_i - |x_{M_i,j}| (1 - \beta)r_i, \sum_{i=0}^k x_{i,j} m_i + |x_{i,j}| (1 - \beta)r_i] \quad (\text{II.33})$$

Pour respecter les contraintes liées au Min-problème, on doit avoir $[\hat{Y}_j]_\beta \text{ incluc } [Y_j]_\beta$ ou $[\hat{Y}_j]_\beta$ est l'intervalle résultant de la h-coupe de la $j^{\text{ème}}$ sortie observée.

On obtient alors comme contraintes à notre programme linéaire :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^k x_{i,j} m_i + (1-h) \sum_{i=0}^k r_i |x_{i,j}| \geq y_j + (1-h) e_j \\ & \sum_{i=0}^k x_{i,j} m_i - (1-h) \sum_{i=0}^k r_i |x_{i,j}| \leq y_j - (1-h) e_j \end{aligned} \tag{II.34}$$

Le critère à minimiser étant alors :

$$\min_{m_i, r_i} \sum_{i=0}^k r_i \tag{II.35}$$

Tout d'abord , on remarque que plusieurs coefficients identifiées ont une dispersion nulle ce qui nuit à la qualité du modèle. Pour remédier à cela Tanaka propose un autre critère à optimiser en lieu et place de celui qui fourni par (III.18). Il est ainsi plus judicieux d'utiliser un critère prenant en considération non plus la dispersion des coefficients , mais celle des intervalle prédits . Ainsi , (II.35) devient :

$$\min_{m_i, r_i} \sum_{j=1}^M \sum_{i=0}^k r_i |x_{i,j}| \tag{II.36}$$

On remarquera à ce point que Wang et Tsaur précise que les X_0 doivent être fixes à 1 afin d'obtenir un terme constant dans le modèle. Ils ont également suggéré de observées , celle-ci ayant bien entendue une influence sur l'étendue des sorties estimées. Le nouveau critère est donc le suivant :

$$\min_{m_i, r_i} \sum_{i=0}^k (\sum_{j=1}^M r_i |x_{i,j}| - e_j) \tag{II.37}$$

II.3.2.2. Programmation quadratique :

La programmation quadratique est connue pour ses applications multiples dans plusieurs domaines. son importance provient du fait que plusieurs problèmes réels sont quadratiques c'est le cas des nombreux problèmes en particuliers ceux de la physique et de l'économie... et souvent, qui intervient comme procédures intermédiaires pour des programmes non linéaires, c'est le cas entre autre des méthodes de programmation quadratique successives (SQP). En ramenant des programmes non linéaires avec detransformation ou formulation adéquate aux problèmes de programmations quadratiques successives où la fonction objectif à minimiser est quadratique sous descontraintes linéaire.[19]

Le problème quadratique en général peut s'écrire comme suit :

$$PQ \begin{cases} \text{Min } f(x) = (\frac{1}{2} x^T Q x + c^T x) \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases} \tag{III.38}$$

Q : est une matrice symétrique d'ordre n ($Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$)

$B \in \mathbb{R}^m$; $c, x \in \mathbb{R}^n$; $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de plein rang ($rgA = m \leq n$)

II.3.2.2.1. Le modèle de Tanaka :

Ici, nous introduisons une formulation de base de QP dans l'intervalle analyse de régression correspondant à nos précédentes études sur LP-régression basée. Une approche QP est un problème d'optimisation, qui consiste à minimiser une fonction objectif quadratique soumis à des contraintes linéaires.[4]

Pour formuler une régression d'intervalle par QP, les éléments suivants doit être supposé.

- 1) Les données d'entrée-sortie sont données comme : $(X_i, Y_j) = (1, x_{i1}, \dots, x_{ik}, y_j)$, $j = 1 \dots M$
- 2) Les données peuvent être représentées par l'intervalle linéaire modèle (II.26).
- 3) La sortie donnée Y_j doit être incluse dans l'estimation production (x_j) ; c'est-à-dire satisfait :

$$Y_j \in Y(x_j), j=1 \dots M. \tag{II.39}$$

4) La fonction objectif est définie par :

$$J = \sum_{j=1}^M (r^T |x_j|)^2 = r^T (\sum_{j=1}^M (|x_j| |x_j|^t)) r \tag{II.40}$$

qui est la somme des écarts au carré de l'estimation sorties et $\sum_{j=1}^M |x_j| |x_j|^t$ est un matrice définie positive symétrique $(M+1) \times (M+1)$, définie positive .

L'hypothèse (III.39) peut être réécrit comme :

$$Y_j \in Y(x_j) \rightarrow \begin{cases} m^t x_j - r^t |x_j| \leq y_j \\ y_j \leq m^t x_j + r^t |x_j| \end{cases} \tag{II.41}$$

Sur la base des hypothèses ci-dessus, régression d'intervalle par QP consiste à déterminer les coefficients d'intervalle optimaux qui minimisent la fonction objectif dans (II.40) soumis aux contraintes linéaires (III.24). Ainsi, la formulation de base peut être exprimé comme le problème QP suivant:

$$\min_{m_i, r_i} r^t (\sum_{j=1}^M |x_i| |x_j|^t) r + \xi m^t m \tag{II.42}$$

ξ est un très petit nombre positif .

II.3.2.2.2. Le modèle de Diamond :

Toutefois ,malgré l'intérêt indéniable de la technique de résolution suggérée par Savic et al [21],c'est véritablement à Diamond que nous devons la premier vraie méthode de régression floue par les moindres carre dans laquelle nous retrouvons l'objectif de minimisation du carre des écarts entre valeurs observées et valeur estimes par le modale (Diamond) [2]. Or, renouer avec cette technique d'ajustement exigeait au préalable les déviation sont à considérer entre NFT. A cette fin ,Diamond a formulé une 'L₂-métrique' entre deux quantités floues (Idri [22]) qui n'est rien moins pas nécessairement symétrique .Elle s'écrit :

$$d((m_1, r_{L1}, r_{R1}), (m_2, r_{L2}, r_{R2}))^2 = (m_1 - m_2)^2 + ((m_2 - r_{L2}) - (m_1 + r_{L1}))^2 + ((m_1 + r_{R2}) - (m_2 + m_{R2}))^2 \tag{II.43}$$

Une fois munis d'une telle métrique, il devient désormais possible de recourir à une estimation des paramètres flous de l'équation de regression en minimisant le carré des déviation constatées entre observations et résultantes du modèle. C'est précisément ce que Diamond se propose de réaliser lorsqu'il présente un modèle visant à rendre minimale la somme des L₂ métriques entre NFT

expérimentaux et estimés (Idri [22]). Plus généralement , le problème d’optimisation, formulé par l’auteur , peut alors s’écrire par analogie avec la régression statistique classique.

La fonction objective :

$$\min \sum_{j=1}^M d(\widetilde{B}_0 + \widetilde{B}_1 X_{1j} + \widetilde{B}_2 X_{2j} \dots \dots \dots + \widetilde{B}_k X_{kj}, \widetilde{Y}_j)^2 \tag{II.44}$$

Ou $\widetilde{B}_i = (K_{Bi}, S_{Bi}), \forall i = 0 \dots \dots, k$

Au total , dans le modèle de Diamond , et à l’instar de l’évaluation du vecteur des centres des paramètres du modèle de regression ($m^* = (m_0^*, m_1^*, \dots \dots m_k^*)$), l’estimation du centres des amplitudes des paramètres ($r^* = (r_0^*, r_1^*, \dots \dots r_k^*)$), s’obtient , elle aussi , par les moindres carrés mais appliques , cette fois , aux écarts sur (ε_i) constatés sur les variables observées. En ce sens , ce modèle permet d’obtenir des paramètres dont la justification statistique est directe puisque , à notre avis, il est possible de considère que les amplitudes obtenues de la sorte constituent des estimateurs sans biais ayant les même qualités que les valeurs modales estimées par les MCO.

Ainsi, la résolution du problème en considérant l’inclusion revient à résoudre un problème quadratique avec des contraintes linéaire , la fonction objective (II.44) peut être réécrite sous forme matricielle comme suit :

$$j = \sum_{j=1}^M d(\widetilde{B}_0 + \widetilde{B}_1 X_{1j} + \widetilde{B}_2 X_{2j} \dots \dots \dots + \widetilde{B}_k X_{kj}, \widetilde{Y}_j)^2 = \frac{1}{2} (X^t H X) + f^t X \tag{II .45}$$

Sous les contraintes : $AX \leq b$ (II.46)

Avec $X^t = [m_0, r_0, m_1, r_1, \dots \dots m_i, r_i]$ (II.47)

Et H c’est la matrice Hassienne (est une matrice carrée symétrique) :

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 j}{\partial m_0 \partial m_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_0 \partial m_0} & \dots & \frac{\partial^2 j}{\partial m_k \partial m_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_k \partial m_0} \\ \frac{\partial^2 j}{\partial m_0 \partial r_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_0 \partial r_0} & \dots & \frac{\partial^2 j}{\partial m_k \partial r_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_k \partial r_0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 j}{\partial m_0 \partial m_k} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_0 \partial m_k} & \dots & \frac{\partial^2 j}{\partial m_k \partial m_k} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_k \partial m_k} \\ \frac{\partial^2 j}{\partial m_0 \partial m_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_0 \partial m_0} & \dots & \frac{\partial^2 j}{\partial m_k \partial m_0} & \frac{\partial^2 j}{\partial r_k \partial m_0} \end{pmatrix} \tag{II.48}$$

$$f^t = [\frac{\delta j}{\delta m_0}, \frac{\delta j}{\delta r_0}, \dots \dots \frac{\delta j}{\delta m_k}, \frac{\delta j}{\delta r_k}] \tag{II.49}$$

Toutes les matrices (II.45) , (II.46) , (II.47) sont dans le cas des nombres flous triangulaire symétrique .

Mais dans le cas général on a :

$$X^t = [M(S_{B0}), R(S_{B0}), \dots M(S_{Bk}), R(S_{Bk}), M(K_{B0}), R(K_{B0}) \dots M(K_{Bk}), R(K_{Bk})] \tag{II.50}$$

Les dimensions matricielles sont les suivants :

$$H : (4(k+1)*4(k+1))$$

$$f : (4(k+1)*1)$$

$$A : ((4M+4(k+1))*(4M+4(k+1)))$$

$$b : ((4M+4(k+1))*1)$$

Notons , à cet endroit , que la méthode de Diamond a été respécifiée dans les travaux de Diamond et Korner (1997) [3] , et qu'une approche très ressemblante peut être trouvée dans les travaux de Chauveau relatifs à l'estimation des couts dans le cadre de la gestion de projets (Chauveau ,1997 , [23]). Enfin, Bårdossy et al (1992) [24] ,ont ,pour leur part, suggéré une nouvelle classe de distance entre nombre flous qu'ils incorporent dans un modèle impliquant des variables explicatives et des paramètres flous.

Remarque :

Pour faire une comparaison entre les différentes méthodes d'identification des paramètres flous , il faut calculer l'aire (pour un intervalle flou triangulaire symétrique) et le volume (pour un intervalle flou trapézoïdal) des modèles identifiés.

- La formule de l'aire :

Sur un intervalle $[x_{min}, x_{max}]$ pour un modèle Y, on a :

$$aire = \int_{x_{min}}^{x_{max}} (Y^+(x) - Y^-(x)) dx \tag{II.51}$$

- La formule du volume :

On a aussi l'intervalle $D = [x_{min}, x_{max}]$. (modèle de premier ordre)

$$volume = R(K_{B0}) + R(S_{B0}) + (R(K_{B1}) + R(S_{B1})) \cdot |M(D)| \tag{II.52}$$

II.4. Exemple :

II.4.1. Exemple 1 :

Il existe deux façons générales (pas nécessairement exclusives l'une de l'autre) de développer une modèle de régression : (1) modèles où la relation des variables est floue; et (2) modèles où les variables elles-mêmes sont floues. Ces deux modèles sont explorés dans le reste de cet article, mais, pour cette conceptualisation , nous nous concentrons sur les modèles où les données est nette et la relation des variables sont floues [25].

Il est simple de conceptualiser la régression floue. Considérez ceci, et les exemples les données simples d'Ishizuchi (1992) suivante :

| | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|----|----|----|----|
| I | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| x_i | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |

| | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Y_i | 14 | 16 | 14 | 18 | 18 | 22 | 18 | 22 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|

Tableau II.1 :Paires de donnée

À partir de ces données, nous ajustons une ligne droite passant par deux ou plusieurs points des données dans un tel façon dont il délimite les points des données d'en haut. Ici, ces points sont déterminés méthode exploratoire et OLS est utilisé pour calculer les paramètres de la ligne étiquetée Y^h , qui prend les valeurs $\hat{y} = 13 + 7.5x$, comme le montre la figure III.2(a) suivant :

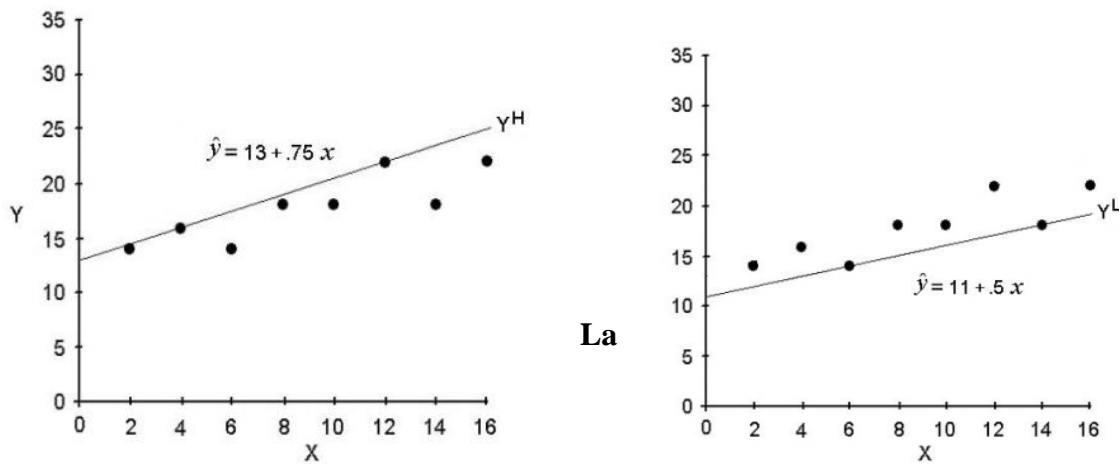
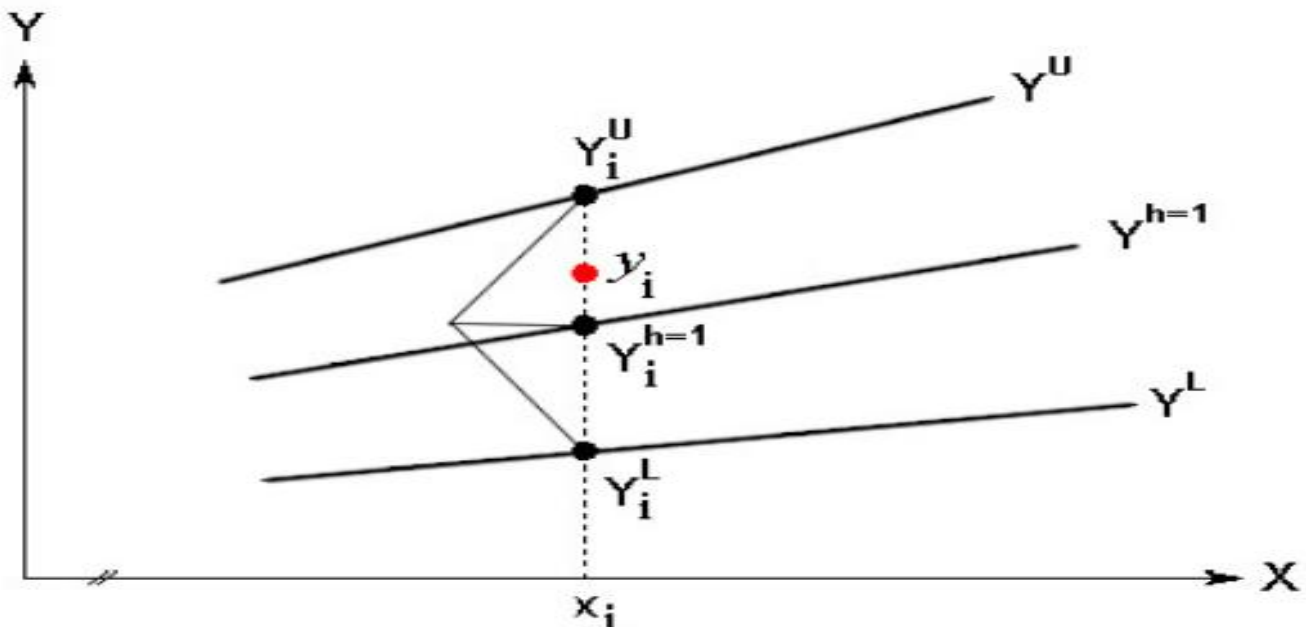


figure II.14 :Conceptualisation de la limite supérieure et inférieure[18]

De même, nous ajustons une deuxième ligne droite à travers deux ou plusieurs points des données de telle manière que il délimite les points des données par le bas. Comme le montre la figure III.2(b), la ligne ajustée ce cas est étiqueté Y^l et prend les valeurs $\hat{y} = 11 + 5x$. Pour toute paire des données donnée (x_i, y_i) , les conceptualisations précédentes peuvent être résumées par l'intervalle de régression floue $[Y_i^h, Y_i^l]$ illustré à la figure III.3.



La figure II.15 :Intervalle de régression floue[18]

II.4.2. Exemple 2 :

Dans un premier temps, les deux méthodes , celles liées à ma programmation linéaire , notée LP , et celles liées à la programmation quadratique , avec ou sans contraintes notées LQ

Les donnes sont composées d’une entrée précise , la sortie observée correspondante étant sous forme d’un nombre flou de forme triangulaire symétrique (noté (y_i, e_i))

| J | x_{0j} | x_{1j} | Y_j |
|---|----------|----------|----------------|
| 1 | 0.1 | 1 | (2.25; 0,75) |
| 2 | 0.2 | 2 | (2.875; 0,875) |
| 3 | 0.3 | 3 | (2.5; 1) |
| 4 | 0.4 | 4 | (4.25; 1,57) |
| 5 | 0.5 | 5 | (4; 1,5) |

Tableau II.2:Données de l’exemple 2.

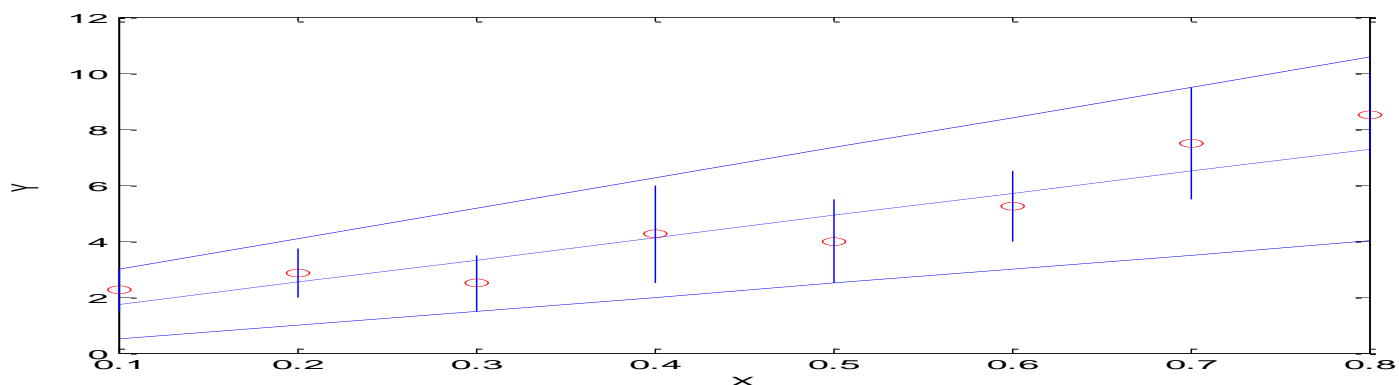
On remarquera que les x_{0j} tous unitaires permettent d’obtenir un coefficient constant dans le modèle identifie , qui sera donc de la forme :

$$Y = B_0 \oplus B_1x \tag{II.53}$$

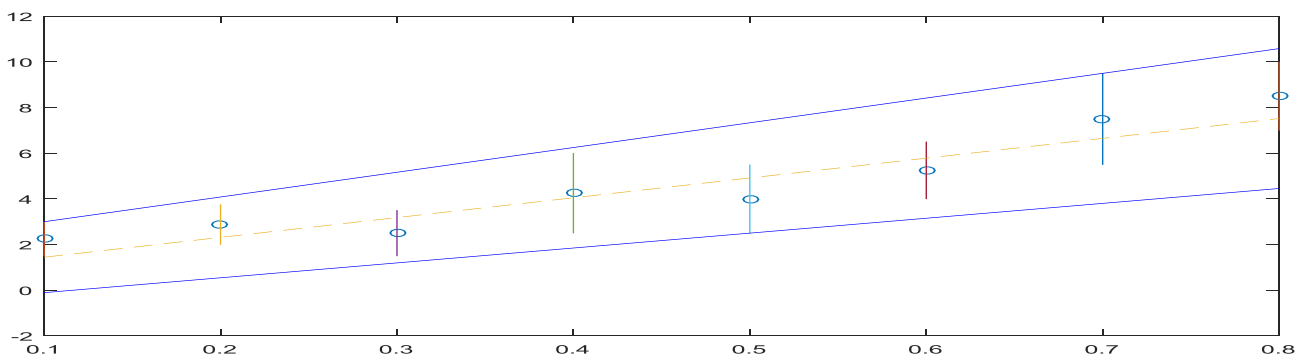
Nous avons maintenant appliqué la formule de base de la LP (II.31) à notre exemple (Tableau II.2) , et aussi la formule de la PQ (II.37).

- Identification avec les intervalles flous triangulaires symétriques :

Le modèle est un nombre flou triangulaire symétrique. Avec l’utilisation de la méthode linéaire et le modèle quadratique de Tanaka , on obtient le même modèle optimale du regression



La figure II.16 :modèle régressif floue obtenu par laméthode linéaire



La figure II.17 :modèle régressif floue obtenu par laméthode quadratique.

Dans le cas d’une régression floue quadratique avec contraintes , les résultats obtenus sont presque identique à ceux obtenus par régression floue linéaire avec contraintes , à la seule différence que les radius obtenus par la première méthode sont précis , ce qui donne moins de flexibilité au modèle estime .

Les modèles identifiés ont les paramètres suivant :

| | LP | QP |
|----------|-----------------|-----------------|
| A_0 | (0.95, 0,1.91) | (0.95, 0,1.91) |
| A_1 | (7.91, 5,10.83) | (7.91, 5,10.83) |
| distance | 18.4705 | 18.1667 |
| Aire | 3.1792 | 3.1792 |

Tableau II.3 :Paramètres du modèle régressif (premier ordre , exemple2)

Leur représentation est fournie en figure II.16 et II.17

On a les résultats dans le tableau II.3 , on voit que tous les paramètres sont les mêmes, juste la distance qui diffère, donc on conclut que LP est meilleur que QP dans le modèle 1^{er} ordre.

II.5. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présentés l'historique de la logique floue et les notions générales comme les ensembles et les nombres flous, et on fait une introduction sur la regression flou et définie le problème d'optimisation , LP, QP . D'après les résultats de simulation, on distingue que l'introduction de la logique floue dans les notions de régression simple assure l'inclusion de toutes les données d'apprentissage.

CHAPITRE 3 :
APPLICATION MULTI
VARIABLES .

III .1. Introduction

La régression floue est une approche couramment utilisée pour modéliser des processus de fabrication dans lesquels la disponibilité de les données expérimentales sont limitées. La régression floue peut résoudre le problème nature des données expérimentales dans lesquelles le flou n'est pas évitable tout en effectuant des expériences. Cependant, la régression floue ne peut aborder la linéarité dans les systèmes de processus de fabrication, mais la non-linéarité, qui est inévitable dans le processus, ne peut pas être adressé.

Le chapitre commence par problème d'optimisation propose , fonction objectif , algorithme et simulation . Avant le conclusion nous faisons un compression entre LP et LQ.

III.2. Problème d'optimisation propose :

Dans les processus de fabrication, les variables de processus à chacun des nombreuses étapes de traitement dans une ligne de fabrication doivent être contrôlé, et toutes les variables de processus liées au la sortie doit être optimisée pour maintenir un contrôle strict.

Développement d'un modèle de processus de fabrication, qui représente la relation entre les variables de processus et les sorties.

Alors que seule une petite quantité de données expérimentales est disponible, la régression floue [25, 26, 27, 28 ,29] a l'avantage de pouvoir générer des modèles en fabrication systèmes de processus, qui ont un degré élevé de flou. Pour exemples , Schaiable et Lee ont utilisé la régression linéaire floue

méthode pour modéliser le processus CVD vertical [30]. Lai et Chang a appliqué une régression floue pour modéliser le moulage sous pression processus [31]. Ip et coll. introduit la régression linéaire floue pour développer des modèles pour la distribution d'époxy [32]. Trois différents les approches de la régression linéaire floue ont été résumées dans Chang et Ayyub [31]. Cependant, la régression floue existante les approches ne peuvent pas être utilisées pour développer le processus de fabrication modèles de nature non linéaire. En fait, non linéaire les comportements du processus de fabrication existent couramment. Si les non-linéarités sont intégrées dans l'approche du flou régression, des modèles plus précis peuvent être développés.

En outre, il est largement reconnu que la qualité de développement du modèle diminue lorsque les valeurs aberrantes endes données existent, mais très peu d'études ont tenté de détectervaleurs aberrantes lors du développement de modèles de régression floue. Chen [33]a proposé une méthode pour détecter les valeurs aberrantes impliquant des entrées nettes etsorties floues. La méthode détecte la différence de largeurentre la diffusion de données floues et la diffusion de données floues

production. Cependant, les données expérimentales et les résultats des processus de fabrication impliquent des valeurs nettes de paramètres et valeurs nettes des réponses expérimentales. Par conséquent, cette méthode ne peut pas être appliquée au processus de fabrication la modélisation. Pour pallier ces carences, nous proposons une génétique régression floue, qui peut être utilisée pour générer la fabrication modèles de processus de nature non linéaire. Le flou génétique la régression utilise les résultats généraux de la programmation génétique pour construire des modèles basés sur une représentation arborescente dans dont l'interaction et les termes d'ordre supérieur peuvent être considéré de manière à traiter la non-linéarité. Ensuite, il utilise le mécanisme de régression floue pour détecter les valeurs aberrantes ensembles de données expérimentales basés sur un indicateur de valeurs aberrantes. la régression floue estime ensuite la contribution de chaque branche de l'arbre afin de déterminer le coefficient flou de chaque terme du modèle en utilisant les ensembles de données expérimentales excluant les valeurs aberrantes. Comme des termes non linéaires peuvent être générés et représentés dans les branches de l'arbre basé sur la régression génétique floue, des termes non linéaires peuvent être générés dans les modèles de processus de fabrication. De plus, comme le flou

la régression est utilisée pour déterminer les coefficients flous du modèle de processus de fabrication, seule une petite quantité de données est nécessaire, ce qui est pratique dans le processus de fabrication.

L'efficacité de la régression génétique floue proposée l'approche est évaluée en modélisant la distribution d'époxy processus pour les emballages électroniques, qui est utilisé dans divers les processus de conditionnement électronique tels que les circuits intégrés (IC) encapsulation et matricage [34]. La distribution d'époxy est un processus hautement non linéaire qui implique des interrelations entre les propriétés époxy, processus conditions et qualité globale d'encapsulation [35]. La génétique la régression floue est utilisée pour développer des modèles pour ce processus de fabrication. Modélisation des résultats basés sur la génétique la régression floue est comparée à celles basées sur les méthodes de régression linéaire de Tanaka [36] et Peters [37], qui ont été utilisés pour modéliser les processus de distribution d'époxy.

L'approche de la régression génétique floue génère le modèle de processus de fabrication qui relie les réponses de sortie et les variables de processus sous forme de régression floue. Lors de la définition, la régression génétique floue doit:

- 1) spécifier la forme du modèle de processus de fabrication dans forme de régression floue.
- 2) déterminer les coefficients flous qui caractérisent le maquette.

3) définir l'algorithme de régression génétique floue.

III.3. Fonction d'objective :

La forme générale des modèles de processus de fabrication, qui implique des termes non linéaires entre les variables de processus sont représenté comme une forme de régression floue comme suit:

$$\tilde{y} = \tilde{f}_0 + \sum_{i=1}^N \tilde{f}_1(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{f}_{1,j}(x_i, x_j) + \dots + \widetilde{f_{1,2,\dots,N}}(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

(III.1)

\tilde{y} : est la réponse de sortie .

x_i : est la i^{eme} variable de processus.

\tilde{f}_0 : est un terme de biais flouet $\tilde{f}_1(x_i), \tilde{f}_{1,j}(x_i, x_j), \dots$ Représentent composants flous uni variés et composants flous bi variés respectivement Un Kolmogorov de haute dimension d'ordre supérieur

Le polynôme de Gabor est l'une des formes de (III.1) , qui peut être écrit comme suit

$$\tilde{y} = \widetilde{f_{NR}}(x) = \widetilde{B}_0 + \sum_{i_1=1}^N \widetilde{B}_{11} x_{i_1} + \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N \widetilde{B}_{1,1,2} x_{i_1} x_{i_2} + \dots + \sum_{i_1=1}^N \dots \sum_{i_d=1}^N \widetilde{B}_{1,\dots,d} \prod_{j=1}^d x_j$$

(III.2)

Où

$$\widetilde{B}_0 = (b_0^c, b_0^s), \widetilde{B}_1 = (b_1^c, b_1^s), \dots \dots \dots \widetilde{B}_N = (b_N^c, b_N^s); \widetilde{B}_{11} = (b_{11}^c, b_{11}^s), \widetilde{B}_{12} = (b_{12}^c, b_{12}^s) \dots \dots \dots \widetilde{B}_{NN} = (b_{NN}^c, b_{NN}^s), \widetilde{B}_{N..N} = (b_{N..N}^c, b_{N..N}^s)$$

Le modèle de régression floue (III.2) peut être réécrit comme suit:

$$\tilde{y} = \widetilde{B}'_0 x'_0 + \widetilde{B}'_1 x'_1 + \widetilde{B}'_2 x'_2 + \dots + \widetilde{B}'_{N_{NR}} x'_{N_{NR}}$$

(III.3)

Or

$$\tilde{y} = (b_0^{c'}, b_0^{s'})x'_0 + (b_1^{c'}, b_1^{s'})x'_1 + (b_2^{c'}, b_2^{s'})x'_2 + \dots + (b_{N_{NR}}^{c'}, b_{N_{NR}}^{s'})x'_{N_{NR}}$$

(III.4)

où $1+N_{NR}$ est le nombre de terme des (III.1) , (III.2) et (III.3) :

\widetilde{B}_i et x'_i sont appelés les coefficients flous et les variables transformées respectivement,

où $i = 0, 1, 2, \dots, N_{NR}$

Les vecteurs des coefficients flous sont définis comme suit:

$$\widetilde{B}' = (\widetilde{B}'_0, \widetilde{B}'_1, \dots, \widetilde{B}'_{N_{NR}}) = ((b_0^{c'}, b_0^{s'}), (b_1^{c'}, b_1^{s'}) \dots \dots (b_{N_{NR}}^{c'}, b_{N_{NR}}^{s'}))$$

(III.5)

$$b^{c'} = (b_1^{c'}, b_2^{c'}, \dots, b_{N_{NR}}^{c'}),$$

(III.6)

$$b^{s'} = (b_1^{s'}, b_2^{s'}, \dots, b_{N_{NR}}^{s'}),$$

(III.7)

Le vecteur des variables transformées est défini comme suit:

$$x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_{N_{NR}})$$

(III.8)

Utilisation des vecteurs des coefficients flous et du vecteur des variables transformées, (III.3) peut être réécrit comme suit :

$$\tilde{y} = \tilde{B}' \cdot \tilde{x}'^T$$

(III.9)

III.3.1. Détermination des coefficients flous :

La régression floue est proposée pour déterminer le flou coefficients des modèles de processus de fabrication qui sont structurés sous la forme de (III.4). Basé sur la régression floue de Peters [38], les coefficients flous du processus de fabrication modèle sont déterminés en résolvant la programmation linéaire (LP) problème formulé comme (III.10a) à (III.10f):

$$\max \bar{\lambda} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \lambda_i$$

(III.10a)

$$(1 - \bar{\lambda})p_0 - \sum_{i=1}^M \sum_{j=0}^N b_j^{s'} |x_{i,j}| \geq -d_0$$

(III.10b)

$$(1 - \bar{\lambda}_i)p_i - \sum_{j=0}^N b_j^{c'} |x_{i,j}| - \sum_{j=0}^N b_j^{s'} |x_{i,j}| \leq y_i, i=1,2,\dots,M$$

(III.10c)

$$(1 - \bar{\lambda}_i)p_i + \sum_{j=0}^N b_j^{c'} |x_{i,j}| + \sum_{j=0}^N b_j^{s'} |x_{i,j}| \leq y_i, i=1,2,\dots,M$$

(III.10d)

$$\lambda_i \leq 1, i = 1,2, \dots, M$$

(III.10e)

$$b_j^{s'} \geq 0, j = 1,2, \dots, N_{NS}$$

(III.10f)

d_0 représente la valeur souhaitée de la fonction objectif,

p_0 est la tolérance de la borne inférieure souhaitée

p_i est la largeur de l'intervalle de tolérance y_i

$\bar{\lambda}$ est la moyenne arithmétique de tout λ_i

Les paramètres p_0 et p_i sont déterminés dans un de manière dépendante du contexte selon le décideur expérience et connaissances. Une très faible valeur de la spéciale λ_i dans un modèle de régression linéaire floue de Peters indique que l'ensemble de données correspondant y_i est très en dehors de l'intervalle et peut être traité comme une valeur aberrante. Par conséquent, λ_i ($i = 1, 2, \dots, M$) peut être utilisé pour déterminer si le i ème ensemble de données est une valeur aberrante [42]. Avec une valeur seuil de λ_0 , le y_i est défini comme une valeur aberrante si $\lambda_i \leq \lambda_0$ pour $i = 1, 2, \dots, M$, et les valeurs aberrantes sont supprimés un par un des ensembles de données d'entraînement au cours de la processus de développement de modèles de processus de fabrication. le pseudo code de la régression floue est illustré ci-dessous:

- Déterminez les valeurs de d_0 , p_0 et p_i ;
- Sélectionnez une valeur de seuil appropriée λ_0
- Résolvez le problème LP (III.10a) - (III.10f) en utilisant le 1-st au M - ème ensembles de données :

Alors que ($\min \lambda_i \leq \lambda_0$) faire

{Résolvez le problème LP (III.10a) - (III.10f) en utilisant le 1-st au M -ème ensembles de données à l'exclusion du k -ème ensemble de données

//où λ_k est le plus petit parmi tous les λ_i avec $i = 1, 2, \dots, M$;

Supprimer le k - ème ensemble de données des M ensembles de données

$M = M - 1$;}

Renvoie les coefficients flous finaux

Dans la régression floue, la première étape consiste à déterminer les valeurs de d_0 , p_0 et p_i [40], qui peuvent être utilisées pour contrôler le propagation de l'intervalle du modèle de régression floue. Une valeur seuil λ_0 est alors défini comme suit:

$$\lambda_0 = \frac{1}{2} (\max \lambda_i + \min \lambda_i)$$

(III.11)

sont calculés en utilisant toutes les données ensembles. Dans la boucle while de la régression floue, tout λ_i avec $i = 1, 2, \dots, M$, sont trouvés en résolvant la programmation linéaire problème (III.10a) - (III.10f). Si tous les λ_i sont plus grands que λ_0 , les floues coefficients sont renvoyés comme

solution finale, et le flou la régression est terminée. Sinon, le problème LP (III.10a)-(III.10f) est résolu en excluant le k -ème ensemble de données, où λ_k est le plus petit parmi tous les λ_i avec $i = 1, \dots, M$. Le k -ème ensemble de données est puis supprimé des ensembles de données M , et le nombre de données ensembles devient $M - 1$. Les opérations dans la boucle while se pour suivent jusqu'à ce que tous les λ_i avec $i = 1, \dots, M$ soient plus grands que λ_0 .

Dans la régression floue, les données dépendantes appartiennent à un certaine gamme basée sur le mécanisme du flou de Peters régression [40]. Les valeurs aberrantes sont compensées par des données mensongères dans l'intervalle, et l'intervalle estimé est déterminé par utiliser toutes les données plutôt que d'utiliser uniquement les «pires» données.

Par conséquent, une nouvelle variable est introduite pour représenter le degré auquel la solution appartient à l'ensemble des «bonnes solutions» (c'est-à-dire le degré d'adhésion).

Étant donné que certains termes de (III.1) peuvent être redondants, il est prudent la sélection de conditions ou d'ordres importants est souhaitable si une un modèle économique et adéquat est souhaité. Dans l'intelligent approche de régression floue, la programmation génétique est utilisée pour générer le modèle de régression floue qui consiste en termes importants.

III.4. Algorithme :

Dans cette section, l'évaluation de la performance dula régression floue évolutive proposée est illustrée parmodélisation d'un processus de distribution de fluide pour l'encapsulationde puces IC pour les emballages électroniques. Les résultats de la modélisation sontcomparé à ceux basés sur le flou de Tanaka et Watada régression (FR-Tanaka) . Tous les algorithmes, FR-Tanaka a été implémenté à l'aide de Matlab.

Le distributeur d'époxy se compose de trois parties essentielles, le seringue avec époxy, le distributeur de temps-pression et la tête de la buse. L'époxy a été injecté à partir de la seringue verticalement par le distributeur de temps-pression. la pâte époxy tombée a été collectée horizontalement sur le broyé bloc en plastique. Pour minimiser les écarts de expériences, la distance verticale entre la seringue et les lames de verre ont été maintenues de manière identique à 1,5 cm dans tous les expériences. La caractéristique de qualité, le poids d'encapsulation (mg), a été étudiée. Les poids des pâtes époxy étaient mesuré par un instrument de pesage électronique précis. Avec l'aide de l'entreprise qui soutient cette recherche, trois paramètres de processus, qui sont importants pour les poids d'encapsulation y , ont été identifiés comme suit:

- le temps de distribution (5s à 9s), x_1 , qui est le durée de la pression d'air contrôlée par le temps distributeur de pression;

• la pression d'air comprimé (0.4Mpa à 0.6Mpa), x_2 qui est la quantité d'air sous pression comprimé par la machine de distribution de temps-pression;

• les diamètres de la tête de buse (0,61 mm, 0,84 mmou 0,137 mm) x_3 .

Cinquante-quatre expériences ont été réalisées sur la base d'un plein de 3^k plan factoriel avec 2.

Dans le plan factoriel, 3 niveaux de temps de distribution (x_1), 3 niveaux de pression d'air comprimé (x_2)

et 3 niveaux de diamètres de tête de buse de (x_3) ont été adoptées.

Quarante-huit des cinquante-quatre ensembles de données expérimentales et les résultats ont été utilisés pour développer les modèles de processus de l'époxy processus de distribution tandis que les sept autres ont été utilisés pour tester les modèles développés. Les valeurs aberrantes ont été incluses dans tous les ensembles de données de formation. Les 1^{er}, 18^e, 28^e et 45^e ensembles de données ont été considéré comme des valeurs aberrantes dans la modélisation du poids d'encapsulation.

Les ensembles de données de formation et de test de la distribution d'époxy processus sont présentés dans le tableau (III.2).

le modèle de processus de fabrication pour le poids d'encapsulation tel que déterminé par FR-Tanaka est comme suit:

$$y = (-0.70, -0.00) + (0.24, -0.00) \cdot x_1 + (0.03, 0.16) \cdot x_2 + (0.63, 0) \cdot x_3$$

(III.12)

le modèle de processus de fabrication pour le poids d'encapsulation tel que déterminé par LP est comme suit:

$$y = (-0.6665, 0) + (0.0132, 0) \cdot x_1 + (0.2171, 4.5775 \cdot 10^{-3}) \cdot x_2 + (0.7385, 0.1269) \cdot x_3$$

(III.13)

| | Volume1 | Critère | Erreu-relmoy |
|-----------|---------|---------|--------------|
| LP | 0.1542 | 5.2113 | 147.8651 |
| FR-Tanaka | 1,54 | 6,90 | 553 |

Tableau III.2 : Validation tests de modelé

On remarque que la LP meilleure contre FR-Tanaka dans les résultats obtenue , et la sortie de LP flexibilité contre FR-Tanaka

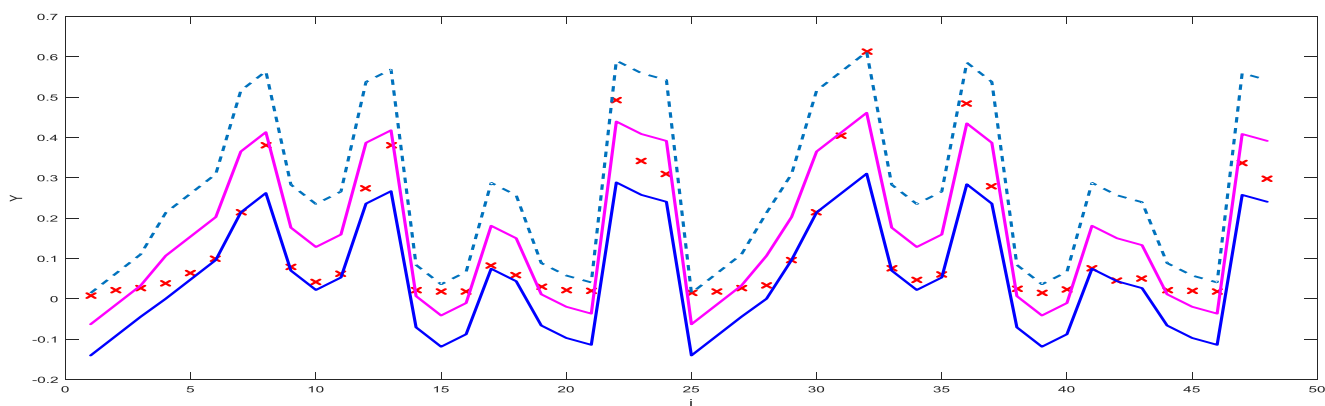


Figure III.1 :représentation des données par LP

| Expérimental Les données | Pression (Mpa) | Temps de distribution (seconde) | Diamètre de buse (mm) | Poids de l'époxy (g) |
|--------------------------|----------------|---------------------------------|-----------------------|----------------------|
| 1 | 0.5 | 5 | 1.19 | 0.278 |
| 2 | 0.4 | 9 | 1.19 | 0.383 |
| 3 | 0.6 | 7 | 0.61 | 0.025 |
| 4 | 0.5 | 5 | 0.61 | 0.015 |
| 5 | 0.4 | 9 | 0.61 | 0.023 |
| 6 | 0.5 | 9 | 0.84 | 0.075 |
| 7 | 0.6 | 5 | 0.84 | 0.045 |
| 8 | 0.4 | 7 | 0.84 | 0.05 |
| 9 | 0.5 | 9 | 0.61 | 0.022 |
| 10 | 0.6 | 5 | 0.61 | 0.019 |
| 11 | 0.4 | 5 | 0.84 | 0.033 |
| 12 | 0.5 | 7 | 0.84 | 0.066 |
| 13 | 0.6 | 9 | 0.84 | 0.096 |
| 14 | 0.4 | 5 | 1.19 | 0.215 |
| 15 | 0.5 | 7 | 1.19 | 0.405 |
| 16 | 0.6 | 9 | 1.19 | 0.612 |
| 17 | 0.6 | 7 | 0.84 | 0.075 |
| 18 | 0.5 | 5 | 0.84 | 0.046 |
| 19 | 0.4 | 9 | 0.84 | 0.06 |
| 20 | 0.6 | 7 | 1.19 | 0.4845 |
| 21 | 0.6 | 5 | 1.19 | 0.341 |
| 22 | 0.4 | 7 | 1.19 | 0.31 |
| 23 | 0.4 | 5 | 0.61 | 0.014 |

| | | | | |
|----|-----|---|------|--------|
| 24 | 0.5 | 7 | 0.61 | 0.018 |
| 25 | 0.6 | 9 | 0.61 | 0.027 |
| 26 | 0.4 | 7 | 0.84 | 0.051 |
| 27 | 0.5 | 9 | 0.61 | 0.029 |
| 28 | 0.6 | 5 | 0.61 | 0.021 |
| 29 | 0.4 | 7 | 0.61 | 0.02 |
| 30 | 0.5 | 9 | 1.19 | 0.492 |
| 31 | 0.5 | 5 | 0.84 | 0.042 |
| 32 | 0.4 | 9 | 0.84 | 0.062 |
| 33 | 0.6 | 7 | 1.19 | 0.466 |
| 34 | 0.5 | 5 | 1.19 | 0.274 |
| 35 | 0.4 | 9 | 1.19 | 0.381 |
| 36 | 0.6 | 7 | 0.61 | 0.022 |
| 37 | 0.5 | 5 | 0.61 | 0.017 |
| 38 | 0.4 | 9 | 0.61 | 0.017 |
| 39 | 0.5 | 9 | 0.84 | 0.083 |
| 40 | 0.6 | 5 | 0.84 | 0.059 |
| 41 | 0.4 | 5 | 0.61 | 0.0075 |
| 42 | 0.5 | 7 | 0.61 | 0.022 |
| 43 | 0.6 | 9 | 0.61 | 0.027 |
| 44 | 0.4 | 5 | 0.84 | 0.038 |
| 45 | 0.5 | 7 | 0.84 | 0.064 |
| 46 | 0.6 | 9 | 0.84 | 0.1 |
| 47 | 0.4 | 5 | 1.19 | 0.214 |
| 48 | 0.5 | 7 | 1.19 | 0.381 |
| 49 | 0.6 | 9 | 1.19 | 0.602 |
| 50 | 0.6 | 7 | 0.84 | 0.078 |
| 51 | 0.6 | 5 | 1.19 | 0.337 |
| 52 | 0.4 | 7 | 1.19 | 0.298 |
| 53 | 0.4 | 7 | 0.61 | 0.018 |
| 54 | 0.5 | 9 | 1.19 | 0.497 |

Tableau III.1 : Ensembles de données pour le système de distribution d'époxy

III.5. Conclusion :

une approche de régression floue évolutive qui intègre les mécanismes de programmation génétique et une régression floue est proposée pour la modélisation de la fabrication processus.

CONCLUSION GENERALE

Comme discuté précédemment, deux types des méthodes peuvent être considérés de l'identification d'un modèle régressif flou. L'une consiste à minimiser un critère linéaire ou quadratique dépendant des données observées ou/ et des sorties mesurées, tandis que l'autre revient à minimiser un critère complètement indépendant de ces dernières.

La régression floue La régression floue est une approche couramment utilisée pour modéliser des processus de fabrication dans lesquels la disponibilité de les données expérimentales sont limitées. La régression floue peut résoudre le problème nature des données expérimentales dans lesquelles le flou n'est pas évitable tout en effectuant des expériences.

Dans notre mémoire, nous avons abordé plusieurs concepts de cette méthode, nous avons introduit le concept de la régression puis le concept de la logique floue et comment l'idée de la régression floue est venue.

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté un exemple de la régression floue pour la modélisation de la fabrication, utilise l'approche de la pour détecter les valeurs aberrantes à partir d'ensembles de données afin qu'une capacité prédictive puisse être développée là où il existe des méthodes de régression floue LP et QP et on utilise et compare par les deux.

Cependant, si l'inclusion n'est plus indispensable, c'est – à dire l'on cherche un modèle de nécessité, il sera donc plus intéressant d'utiliser une méthode quadratique de minimisation de distance, puisque dans ce cas les contraintes peuvent être relaxées.

Biographie

- [1]Tanaka ,H,S.Uejima et K .Asia (1982),LineareregressionAnalysiswithfuzzy model ,IEEE Transactions on SMC, vol 12 pp 903-907.
- [2]Diamond ,p(1988) ,fuzzy least squares, information science,vol 46 ;3 ;141 -157
- [3]Diamond,P et R.Komer(1997), Exetendedfuzzylinearmodels and least squares Estimates , computers &Mathematicswith Application ,vol 33,9,p15-32.
- [4]Tanaka , H et Lee ,H (1998).Intervalregressionanalysis by Quadraticprogrammingapproach, IEEEEE.Transaction on fuzzy système vol 6 pp 473-481
- [5]Tanaka ,H et Lee,H (1997).Fuzzylineareregressioncombining central tendency and possibilisticproperties ,IEEEEE .Fuzzy sets and systems , 24 :063-068.
- [6]Garol.Larchapelle et B.S.PGéographie.UtilisationAbusiver des lethodes de regression et de corrélation :Exempples d’application en sciences de l’eau .p6,8.
- [7]Riadh.Djabri . Mémoire regression et identification floues .29mai2013 .
- [8]James.Gareth.Springertextst in statistic 2013p28
- [9]Sporat .Gillbert.Probabirite , analyse de donnees et statistique ,Paris,TECHNIP ,2011p407.
- [10] Sporat .Gillbert.Discrimination sur variables quantitative 2011 p461.
- [11]Arnaud .Guyader .Regressionlineaire.Universite rennes 2Mastre Année 2012/2013.
- [12]William.Grecne.Chapitre2 le modele de regressionlineaire.Pearson Education France-Econométrie - 7^eedition 2011.
- [13] Arnaud .Guyader .Regressionlineair
- [14] Novak .V.Prefilieva.Mathematicalprinciples of fuzzylogic 1999p 320
- [15] L.U.R.Informationmontepllier II stage à l’IRD session 1998-1999 La regression floue
- [16]AntaineConrneujols.Introduction de la logique floue .3annee
- [17]Benoit .Potvin ‘la logique floue’ ERICAE Universitelaval 12/2002
- [18]Pr.Soufiyousif .Cours2.La logique flou .Mastre2 .2020]
- [19]Mr.Arezki .Rafik.Memoire de Mastre2 Math ‘La programmation mathematique avec des points interieurs’8/7/2013
- [20]Arnold.F.Shapiro .Fuzzyregression ,Pem state university .
- [21]Savic ,D.A et W.Pdrycz ,(1991) ; Evaluation of fuzzylinearemodels,fuzzy sets and systemes vol 39,1,pp51-63 .
- [22]Idri, A, (2003), Un modele intelligent d’estimation des couts de developpment de logiciels,these de doctorat en information , Montréal ,Universite du Québec.
- [23]Chauveau ,J-M,(1997),La gestion des donnees imprécises (regression floue et analyse de risque)WorkingPaper,ESCP-CR n°97-134.

- [24] Badrossy, A., Hagaman R., Duckstien, L., Bogardi 1992. Fuzzy least square regression : theory and application .
- [25] Celikyilmaz A. and Turksen B., Fuzzy functions with support vector machines, Information Sciences, vol. 177, pp. 5163-5177, 2007.
- [26] Chen D.X., Modeling and off-line control of fluid dispensing for electronics packaging. PhD thesis, The University of Saskatchewan, 2002.
- [27] Ip C.K.W., Kwong C.K. and Wong Y.W., Fuzzy regression approach to modeling transfer moulding for microchip encapsulation, Journal of Materials Processing Technology, vol. 140, pp. 147-151, 2003.
- [28] Schaiable B. and Lee Y.C., Fuzzy logic based regression models for electronics manufacturing applications, Advances in Electronic Packaging, vol. 1, pp. 147-155, 1997.
- [29] Takagi T. and Sugeno M., Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 15, no. 1, pp. 116-132, 1985..
- [30] Centre IRD de Montpellier, Laboratoire d'Hydrologie Du 1^{er} octobre 1998 au 23 janvier 1999
- [31] El-Asli Neila, APPROCHE HYBRIDE BASÉE SUR LES MACHINES A VECTEURS DE SUPPORT ET LES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES POUR L'ESTIMATION DES COÛTS DE FABRICATION MONTREAL, LE 14 MAI 2008 .
- [32] Chang Y.H.O. and Ayyub B.M., Fuzzy regression methods – a comparative assessment, Fuzzy Sets and Systems, vol. 119, pp. 187-203, 2001
- [33] Chen Y.S. Outliers detection and confidence interval modification in fuzzy regression, Fuzzy sets and systems, vol. 119, pp. 259-272, 2001.
- [34] Chen X.B. and Ke H., Effect of fluid properties on dispensing processes for electronic packaging, IEEE Transactions on Electronic Packaging Manufacturing, vol. 29, no. 2, pp. 75-82, 2006.
- [35] Ip C.K.W, Kwong C.K., Bai H. and Tsim Y.C., The process modeling epoxy dispensing for microchip encapsulation using fuzzy linear regression with fuzzy intervals, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 22, pp. 417-423, 2003.
- [36] Hong Y.P. and Li H.X., Comparative study of fluid dispensing modeling. IEEE Transactions of Electronic Packaging Manufacturing, vol. 26, no. 4, pp. 273-280, 2003.
- [37] Li H.L., Chou T. and Chou C.P., Optimization of resistance spot welding

Biographie

processusing Taguchi method and a neural network, *Experimental Techniques*, vol. 31, no. 5, pp. 30-36, 2007.

[38] Kim H.K., Yoon J.H. and Li Y., Asymptotic properties of least squares estimation with fuzzy observations, *Information Sciences*, vol. 178, pp. 439-451, 2008..

[39] Li H.X., Tso S.K. and Deng H., A concept approach to integrate design and control for the epoxy dispensing process, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 17, pp. 677-682, 2001.

[40] Tanaka H. and Watada J., Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 272, pp. 275-289, 1988