



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE LARBI TEBESSI – TEBESSA



Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique

Mémoire en vue de l'obtention du Diplôme de
Master en Génie Mécanique
Option : Énergétique

Présenté par : Merabet Mohamed Islam

Thème :

**Convection naturelle
avec génération d'entropie**

Dirigé par : Dr. BELAZIZIA Abdennacer

Président : Dr. RAHMANE Tahar

Rapporteur : Dr. BELAZIZIA Abdennacer

Examineur : CHELLOUG F.Zohra

2019/2020

Dédicace

Grâce à Allah, le tout puissant, nous avons accompli ce travail.

Je dédie ce modeste travail :

À mes très chers parents qui ont pour moi le symbole d'amour, source de courage et de confiance.

À la mémoire de mon père qui est décidé « tu resteras toujours au milieu de mon cœur »

À la plus merveilleuse mère, que j'aime du fond du cœur qui m'a tout donnée depuis mon enfance, que Allah le tout-puissant la protège.

À mes très chers frères qui sont les plus proches de mon cœur.

À mes très chères sœurs.

Sans oublier ma grande famille.

À mon encadreur : BELAZIZIA ABDENNECER

Merabet Mohamed Islam

Remerciements

A mon père et ma mère qui m'ont soutenu et encouragé durant ces années d'études .qu'elle trouve ici le témoignage de ma profonde reconnaissance.

A mes frères, mes sœurs, mes amis et ceux qui ont partagé avec moi tous les émotions lors de la réalisation de ce travail et leurs soutien inconditionnel

Je voudrais remercier notre encadrant pour son effort, sa patience et sa disponibilité, cher membres de juré c'est un honneur de vous voir présent dans ce mémoire.



Sommaire

| | |
|-----------------------|------|
| Dédicace | I |
| Remerciements | II |
| Sommaire | III |
| Résumé | V |
| Liste des figures | VI |
| Liste des tableaux | VII |
| Nomenclatures | VIII |
| Introduction générale | 2 |

Chapitre I : Généralité et bibliographie

| | |
|---|----|
| I-Introduction..... | 4 |
| I-2 Généralité..... | 4 |
| I-3 Modes de transfert de chaleur..... | 7 |
| I-3-1 La conduction..... | 8 |
| I-3-2 Le rayonnement | 9 |
| I-3-3 la convection..... | 9 |
| I-3-4 Type de convection..... | 12 |
| I-3-4-1 la convection forcée..... | 12 |
| I-3-4-2 la convection naturelle..... | 14 |
| I-3-4-3 la convection mixte..... | 16 |
| I-4 Domaine d'application de la convection naturelle..... | 16 |
| I-5 Convection dans les enceintes..... | 16 |
| I-5-1 Enceinte avec gradient de température vertical..... | 17 |
| I-5-2 Enceinte avec gradient de température horizontal..... | 17 |
| I-6 Les nombres sans dimension | 18 |
| I-6-1 Nombre de Reynolds..... | 19 |
| I-6-2 Nombre de Prandtl..... | 20 |
| I-6-3 Nombre de Nusselt..... | 20 |
| I-6-4 Nombre de Grashof | 21 |
| I-6-5 Nombre de Rayleigh..... | 21 |

Chapitre II : Géométrie et modélisation mathématique

| | |
|--|----|
| II-1 introduction..... | 24 |
| II-2 Géométrie du problème..... | 24 |
| II-3 Formulation mathématique du problème..... | 25 |
| II-3-1 Equation de continuité..... | 25 |
| II-3-2 Equation de quantité de mouvement..... | 26 |
| II-3-3 Equation de conservation d'énergie..... | 26 |
| II-4 Hypothèses simplificatrices..... | 27 |
| II-5 Mise en Equations..... | 28 |
| II-5-1 Equation de continuité..... | 28 |
| II-5-2 Équations de Navier-Stokes..... | 28 |
| II-5-3 Equation d'énergie..... | 28 |
| II-5-4 Les variables adimensionnels..... | 29 |
| II-5-5 Conditions aux Limites..... | 31 |
| II-6 Transfert de Chaleur..... | 31 |
| II-7 Génération de l'Entropie..... | 32 |
| II-8 Conclusion..... | 34 |

Chapitre III: Présentation de la méthode des volumes finis

| | |
|--|----|
| III-1 Introduction..... | 36 |
| III-2- Principe de la méthode des volumes finis..... | 36 |
| III-2-1 Forme générale de l'équation de transport..... | 37 |
| III-3-2 Maillage | 38 |
| III.3.3 l'intégration de l'équation de transport sur un volume fini..... | 39 |
| III.3.3.1 les flux diffusifs sur les faces du volume de contrôle..... | 40 |
| III.3.3.2 les flux convectifs sur les faces du volume de contrôle..... | 40 |
| III.3.3.3 les nombres de peclét..... | 40 |
| III.3.4 Résolution de système..... | 41 |
| III.3.4.1 Algorithme SIMPLER..... | 41 |

| | |
|-----------------------|----|
| III-4 conclusion..... | 44 |
|-----------------------|----|

Chapitre IV: Résultats et discussions

| | |
|---|-----------|
| VI-1 Introduction..... | 46 |
| VI-2 Choix du maillage..... | 46 |
| VI-3 Validation du code de calcul..... | 47 |
| VI-4 Effet du nombre de Rayleigh..... | 47 |
| VI-4-1 Structure d'écoulement..... | 47 |
| VI-4-2 Profil de la composante vitesse horizontale..... | 48 |
| VI-4-3 Phénomène de transfert de chaleur..... | 48 |
| VI-5 Génération d'entropie..... | 49 |
| VI-5 CONCLUSION..... | 51 |
| Conclusion générale..... | 53 |
| Référence bibliographique..... | 54 |

Résumé

Dans ce travail, nous avons étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle dans une géométrie fermée remplie de l'air. La génération d'entropie due à l'effet thermique et visqueux est prise en considération. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations aux dérivées partielles obtenues. Le problème physique dépend des nombres adimensionnels suivants: le nombre de Rayleigh Ra ($500-10^6$), le nombre de Prandtl $Pr=0.71$ et le rapport d'aspect de l'enceinte $A=1$. Les résultats obtenus sont présentés sous forme: des lignes de courant, des lignes isothermes, des profils de vitesse et des nombres de Nusselt moyen. L'effet du paramètre Ra sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur est analysé et discuté.

Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur peut être amélioré en augmentant la valeur de Ra . La génération d'entropie est importante avec les plus grandes valeurs de Ra car la vitesse de l'écoulement et l'effet visqueux sont plus importants.

Mots clés : Convection naturelle – Génération d'entropie- Géométrie cartésienne - Régime laminaire.

المخلص

في هذا العمل ، قمنا بدراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في شكل هندسي مغلق مليء بالهواء. يتم استخدام طريقة الحجم المنتهية لحل المعادلات التفاضلية الجزئية التي تم الحصول عليها مع الاخذ بعين الاعتبار الضياع في الطاقة. تعتمد المشكلة الفيزيائية على الأعداد اللابعديّة التالية: عدد رايلي 10^3-500 ، $Ra=$ عدد برانت ($Pr=0.71$) وعدد شكل الوعاء $A=1$. يتم عرض النتائج التي تم الحصول عليها في شكل: خطوط التيار ، خطوط انتقال الحرارة و منحنيات كل من السرعة وعدد نوسالت. يتم تحليل ومناقشة تأثير المعامل Ra على الجريان وانتقال الحرارة داخل الوعاء. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أنه يمكن تحسين انتقال الحرارة عن طريق زيادة قيم Ra . يكون الضياع في الطاقة كبير مع اعداد رايلي الكبيرة.

الكلمات المفتاحية : الحمل الحراري الطبيعي – الضياع في الطاقة– الشكل الهندسي الكارتيبي - النظام المستقر.

Abstract

In this work, we have studied numerically the transfer of heat by natural convection in a closed geometry filled with air. Entropy generation is taken in consideration. Finite volume method is used to solve the obtained partial differential equations. The physical problem depends on the following dimensionless numbers: Rayleigh number Ra ($500-10^6$), Prandtl number $Pr = 0.71$, and the aspect ratio of the enclosure $A=1$. The obtained results are presented in the form of: stream lines, isothermal lines, velocity profiles and mean Nusselt numbers. The effect of the parameter Ra on flow structure and heat transfer is analyzed and discussed.

The obtained results show that heat transfer can be improved by increasing the values of Ra . Entropy generation is higher for high Rayleigh number.

Keywords: Natural convection – Entropy generation - Cartesian geometry – Laminar flow.

Listes des figures

| | |
|---|----|
| Figure (I-1) : Représentation Les trois modes de transfert de chaleur..... | 8 |
| Figure (I-2) : Représentation schématique du phénomène de conduction..... | 9 |
| Figure (I-3) : Représentation du phénomène du rayonnement..... | 10 |
| Figure(I-4): Schéma de la convection forcée..... | 13 |
| Figure(I-4): Écoulement de la convection naturelle dans une cavité carré..... | 15 |
| Figure(I-5): Schéma représentant la configuration de Rayleigh –B énard..... | 17 |
| Figure(I-6): Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal..... | 18 |
| Figure (II.1) : Géométrie du problème de la convection naturelle dans une géométrie avec gradient horizontal de température..... | 24 |
| Figure III-1 : volume de contrôle en coordonnées cartésiennes..... | 37 |
| Figure III.2 noeud 2D (le volume fini)..... | 39 |
| Figure IV.1 Evolution du transfert de chaleur moyen avec les différents Maillages..... | 46 |
| Figure.IV.2 : Lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh..... | 47 |
| Figure IV.3: Vitesse horizontale U à X=0.5 pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh..... | 48 |
| Figure IV.4 Lignes isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh..... | 49 |
| Figure IV.5 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh...50 | |
| Figure IV.7: Variation de S et Be avec le nombre de Rayleigh..... | 50 |

Liste des tableaux

| | |
|--|----|
| Tableau III.1 Expression de la variable ϕ , de coefficient de diffusion Γ et du terme source $S\phi$ pour les équation de notre problème..... | 38 |
| Tableau III.2: Variations de ($ P $) en fonction du schéma discrétisation dans cette étude nous choisissons le schéma numérique Hybride | 41 |
| Tableau IV.1 L'effet du Maillage sur le nombres moyen de Nusselt ; $Ra_t = 10^5$ | 46 |
| Tableau IV.2: Variation du nombre de Nusselt avec le nombre de Rayleigh..... | 47 |
| Tableau IV.3: Variation de la vitesse maximale du nanofluide avec le nombre de Rayleigh..... | 48 |

Nomenclature

Lettre latine

| | |
|-----------|--|
| C_p | La chaleur massique ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$) |
| g | Accélération de la pesanteur ($m.s^{-1}$) |
| h | Le coefficient d'échange par convection ($W.m^{-2}.K^{-1}$) |
| H | Hauteur de l'enceinte |
| λ | La conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$) |
| L | Longueur de la géométrie (m) |
| m | La masse (Kg) |
| Nu | Nombre de Nusselt |
| P | Pression adimensionnelle |
| Pr | Nombre de Prandtl |
| Ra | Nombre de Rayleigh |
| t | Temps (s) |
| T | La température (K) |
| T_f | Température de la paroi froide (K) |
| T_c | Température de la paroi chaude (K) |
| T_0 | La température de référence (K) |
| u,v | Composantes de la vitesse dans les directions x,y ($m.s^{-1}$) |
| U,V | Composantes de la vitesse adimensionnelle |
| V | Le volume (m^3) |
| x,y | Les coordonnées cartésiennes |
| X,Y | Les coordonnées adimensionnelles |
| A | Rapport de forme de l'enceinte |

Symbole Grecque

| | |
|------------|--|
| α | La diffusivité thermique ($m^2.s^{-2}$) |
| β | Coefficient d'expansion thermique (K^{-1}) |
| ΔT | La différence de température |
| μ | La viscosité dynamique ($N.s.m^{-2}$) |
| ρ | La masse volumique du fluide ($Kg.m^{-3}$) |
| ϕ | Le flux de chaleur |

Introduction générale

Introduction :

Les multiples procédés utilisés dans l'industrie sont très souvent le siège d'échanges de chaleur, soit parce que c'est le but recherché (fours, coulée, échangeurs, thermoformage, induction, lits fluidisés, trempe, refroidissement), soit parce que ceux-ci interviennent d'une manière inévitable (chocs thermiques, pertes de chaleurs, rayonnement). Des connaissances de base en ce domaine sont donc nécessaires à l'ingénieur de production ou de développement pour :

- Comprendre les phénomènes physiques qu'il observe.
- Maîtriser les procédés et donc la qualité des produits.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux, et pour se faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

Le deuxième principe de la thermodynamique admet que la chaleur (ou énergie thermique) ne peut passer que d'un corps chaud vers un corps froid, c'est-à-dire d'un corps à température donnée vers un autre à température plus basse, donc Un transfert de chaleur qu'il convient d'appeler transfert thermique ou transfert par chaleur est un transit d'énergie sous forme microscopie désordonnée. Deux corps ayant la même température sont dits en «équilibre thermique». Si leur température est différente, le corps le plus chaud cède de l'énergie au corps le plus froid : il y a transfert thermique, ou par chaleur. L'étude des transferts thermiques complète l'étude de la thermodynamique en décrivant la manière dont s'opère le transfert d'énergie. A la différence de la thermodynamique, la thermocinétique fournit des informations sur le mode de transfert en situation de non équilibre ainsi que sur les valeurs de flux de chaleur. La thermodynamique établit les conditions de cette transmission de chaleur et détermine les conséquences qui en résultent, mais elle ne se préoccupe pas de la vitesse de cette transmission. En thermodynamique classique, les transformations réversibles supposent essentiellement le voisinage de l'équilibre et par conséquent, les échanges ne peuvent s'effectuer qu'entre corps à températures très voisines.

La convection naturelle dans des enceintes fermées de différentes formes occupé une grande partie de la littérature des transferts de chaleur. Le carré, le rectangle, le triangle, la géométrie cylindrique, elliptique et sphérique ont été étudiées dans de nombreuses recherches, D'autre part, les études traitant les problèmes de convection naturelle à l'intérieur de géométries plus complexes ont été plutôt limitées.

Chapitre I

Généralités et étude Bibliographique

I-1 Introduction :

Dans ce premier chapitre, nous allons présenter des études bibliographiques sur les différents travaux effectués sur la convection naturelle, et nous allons présenter des notions sur les modes de transferts de chaleur, et les domaines de transferts de la chaleur par convection.

I-2 Généralité :

L'étude de la convection naturelle dans des enceintes fermées a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection naturelle dans des différentes formes des enceintes (soit expérimentales ou numériques) avec des différentes méthodes de calcul et avec des différentes données et des conditions aux limites.

Chu et Churchill [1] ont étudié également la convection naturelle au sein d'une enceinte rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

Ganzarolli et Milanez [2] qui ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au-dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 103 à 107 et le rapport de forme varié de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh, du nombre de Prandtl et du rapport de forme sur le mouvement de fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans leur étude.

Anderson et Lauriat [3] qui ont étudié l'écoulement dans une enceinte carrée avec chauffage localisé au dessous grâce à un flux uniforme ou par maintien d'une température constante tandis qu'un mur vertical était refroidi et isotherme. Les observations expérimentales ont confirmé l'absence de l'instabilité de type Rayleigh Bénard pour le flux, si les nombres de Rayleigh sont plus grands que 5×10^3 .

Novembre et Nansteel [4] qui ont étudié analytiquement et numériquement, la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage au dessous et refroidissement le long d'un

côté. Dans cette étude des expressions asymptotiques ont été trouvées pour les taux de transfert de chaleur. Une étude analytique et numérique de la convection au sein d'une cavité carrée, remplie d'un gaz binaire et soumise à des gradients combinés de température et de concentration.

Calcagni et autres [5] qui ont effectué une étude expérimentale et numérique de la convection naturelle laminaire de l'air dans une cavité bidimensionnelle et rectangulaire avec le chauffage localisé au-dessous et le refroidissement symétrique des côtés tandis que le mur supérieur était adiabatique, la gamme de nombre de Rayleigh de 103 à 106. La variation du nombre local de Nusselt dans la région chauffée ainsi que le nombre moyen de Nusselt ont été présentés. La technique d'interférométrie a été employée dans la méthode expérimentale pour obtenir la visualisation des oscillations possibles de la température à l'intérieur de l'enceinte.

Béghein et al [6] Ils ont étudié l'influence des forces de volume sur les transferts de chaleur et de masse, et du nombre de Lewis sur le mouvement.

Sévéléder et al [7] se sont intéressés à l'influence des conditions aux limites de la température et de la concentration sur la structure d'écoulement de la convection naturelle à double diffusion dans une cavité carrée avec les paramètres suivants : $Pr = 2.2$, $Sc = 130$, $Rat = 5.5 \times 10^5$, $Ras = 1.3 \times 10^5$, qui correspondent à un gaz liquéfié. Les résultats montrent l'apparition d'une seule cellule à cause de la condition de température et de concentration uniforme sur les parois verticales, mais la condition de la variation linéaire de température et de concentration fait apparaître quatre cellules. L'état stable de la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie par l'air, a été étudié numériquement par Béghein et al.

Eckert et Carlson [8] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur en convection naturelle au niveau des parois verticales isothermes d'une cavité rectangulaire remplie de l'air pour différent rapport de forme ($F = 2.5, 10$ et 20). Ils ont observé qu'à l'extérieur des couches limites, la température est uniforme suivant des plans horizontaux et croît suivant la direction verticale ascendante. Une corrélation a été proposée pour le nombre de Nusselt moyen pour les différents rapports de forme étudiés. Par contre, aucune mesure de vitesse n'a été réalisée dans cette étude.

M.Hasnaoui et E.Bilgen et P.Vassoour [9] qui ont étudié numériquement par la méthode de différences finies la convection naturelle laminaire dans une enceinte, avec le chauffage localisé sur la paroi inférieure et le refroidissement à travers la paroi supérieure de l'enceinte,

tandis que le reste du fond et les murs verticaux étaient adiabatiques. Les paramètres principaux du problème étaient le rapport de forme de l'enceinte, la position de la source de chaleur et le nombre de Rayleigh. L'existence des solutions multiples équilibrées et le comportement oscillant pour un ensemble donné des paramètres ont été démontrés.

De Vahl Davis [10] a mené une étude numérique sur la convection naturelle au sein d'une cavité carrée bidimensionnelle dont les parois horizontales sont thermiquement isolées et les parois verticales maintenues à des respectivement chaude et froide. Il a fourni un ensemble de solutions de références stables pour un nombre de Rayleigh allant de 103 à 106. Depuis, ses résultats sont utilisées comme référence.

I-3 Modes de transfert de chaleur :

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre. La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

Le deuxième principe de la thermodynamique admet que la chaleur (ou énergie thermique) ne peut passer que d'un corps chaud vers un corps froid, c'est-à-dire d'un corps à température donnée vers un autre à température plus basse

Le transfert de chaleur se produit suivant deux modes semblables:

- soit par contact : c'est la conduction thermique.
- soit à distance : c'est le rayonnement thermique.

On considère un troisième mode de transfert d'énergie calorifique qui est la Convection : (Échange de chaleur entre un fluide et un solide). Dans ce cas le phénomène thermique est compliqué par des déplacements de matière et au transfert de chaleur se superpose le transfert de masse [11].

Donc Deux corps à températures différentes échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à disparition complète de leur différence de température. Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux :

- La conduction.
- Le rayonnement.
- La convection.

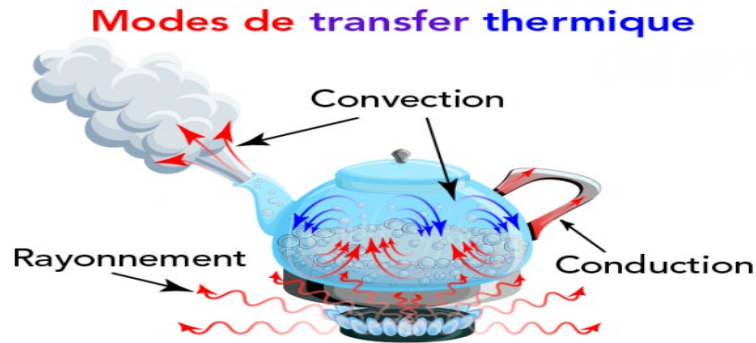


Figure (I-1) : Représentation Les trois modes de transfert de chaleur.

I-3-1 La conduction :

La conduction est un mode de transfert est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur (ou l'échange d'énergie interne) provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique, et se réalisant sans déplacement global de matière. L'énergie diffuse dans un milieu, la température augmente de proche en proche (par exemple, si une cuillère est dans un plat chaud et que sa queue dépasse dehors, la chaleur se transmet à la queue de la cuillère par conduction). Dans un gaz ou un liquide, l'énergie se propage par contact direct entre molécules sans déplacement notable de molécules. Dans un solide, la vibration des atomes autour de leur position se transmet de proche en proche. Dans le cas des cristaux, les vibrations du réseau présentent des hétérogénéités qui forment des « particules », les phonons. Ces phonons interagissent avec les électrons libres, ce qui explique que les conductivités thermique et électrique sont liées (par exemple, les métaux sont des bons conducteurs d'électricité et de chaleur) [12].

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité du flux est Proportionnelle au gradient de température.

La loi de Fourier :

$$\vec{\phi} = -\lambda \overrightarrow{grad} (T) \quad (I-1)$$

Avec :

ϕ = Densité du flux thermique (W.m-2)

λ = Conductivité thermique du milieu (W m⁻¹.C⁻¹)

T = température (0C)

Ou sous forme algébrique :

$$\phi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (I-2)$$

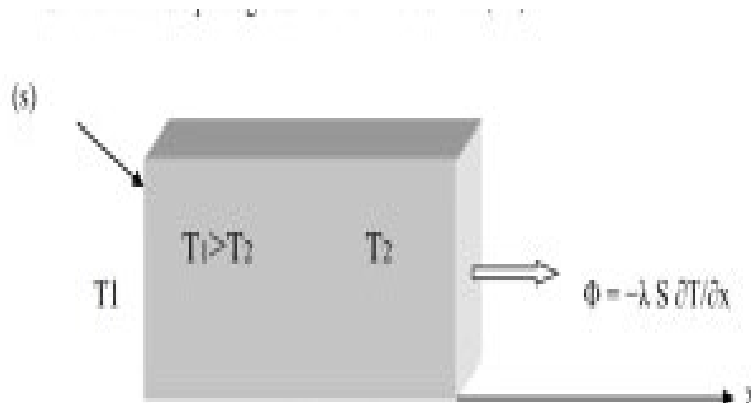


Figure (I-2) : Représentation schématique du phénomène de conduction

I-3-2 Le rayonnement :

Tout corps matériel émet et absorbe de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps séparés par du vide ou un milieu semi transparent se produit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, donc sans support matériel. Le phénomène d'émission d'un corps correspond à la conversion d'énergie matérielle (agitation des électrons constituant la matière dont l'intensité dépend de la température) en énergie radiative. Le phénomène d'absorption est la conversion inverse[13].

Le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre plus froid sans nécessité de support matériel. C'est donc le seul mode de transfert de chaleur qui peut se propager dans le vide.

Le rayonnement thermique ne diffère des autres ondes électromagnétiques, comme les ondes hertziennes par exemple, que par son origine : la température. En effet tout corps rayonne tant que sa température est différente de 0 0K.

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus simple est celui du rayonnement solaire.

Le flux de chaleur est transporté sans transport de matière, sous forme d'ondes électromagnétiques, (ex: rayonnement solaire)

Le rayonnement thermique est un phénomène de surface, La relation de base du rayonnement est celle de STEFAN- BOLTZMAN selon laquelle la puissance M_o du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un corps noir est directement proportionnelle à T^4 .

$$M_o = \sigma T^4 \quad [W. m^{-2}] \quad (I-3)$$

σ = constante de STEFAN-BOLTZMAN = $5.67 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$

Cette formule se déduit par intégration sur l'ensemble des longueurs d'onde de la relation fondamentale obtenue par PLANK dans sa théorie de quanta[14].

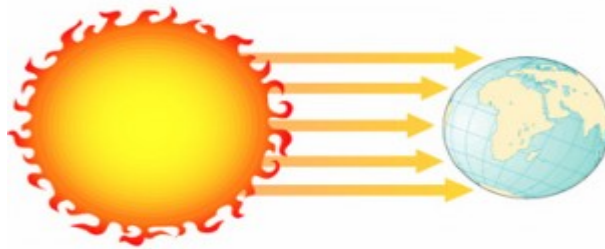


Figure (I-3) : Représentation du phénomène du rayonnement

I-3-3 la convection :

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz.

Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

Le flux de chaleur est transporté par la matière en déplacement. Ses mouvements sont dits de convection naturelle sous l'influence de variations de densité et de la pesanteur, ou de convection forcée si le fluide est mis en circulation par une pompe ou une différence de pression[15].

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. La quantité de chaleur échangée par unité de temps dépend de plusieurs paramètres:

- la différence de température entre la paroi et le fluide.
- la vitesse du fluide.
- la capacité thermique massique du fluide.
- la surface d'échange.
- l'état de surface du solide.
- sa dimension...etc.

Selon le mécanisme qui génère le mouvement du fluide, on distingue :

- la convection naturelle
- la convection forcée

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de NEWTON

$$\phi = hS(T_p - T_\infty) \dots\dots(W) \quad (I-4)$$

Avec :

Φ : Flux de chaleur transmis par convection (W)

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection (W m⁻² °C⁻¹)

T_p : Température de surface du solide ($^{\circ}\text{C}$)

T_{∞} : Température du fluide loin de la surface du solide ($^{\circ}\text{C}$)

S : Aire de la surface de contact solide/fluide (m^2).

I-3-4 Type de convection :

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu' il se produit au sein du fluide des courants dus simplement Aux différences de densité résultant des gradients de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

La différence entre ces deux modes de convection est essentielle dans la mesure où, dans le cas de la convection forcée, la température ou la concentration peuvent être des scalaires passifs, advectés par un écoulement imposé par ailleurs. Dans la convection naturelle au contraire, les gradients de masse volumique sont le terme moteur de l'écoulement du fluide, qui transfère par ailleurs chaleur ou soluté avec son environnement. Il y a donc fondamentalement couplage entre le champ de vitesse et les déferents champs scalaires.

I-3-4-1 la convection forcée :

Comme vu, le refroidissement par air peut être passif ou actif. Étant en convection naturelle c'est la méthode passive et la convection forcée est la méthode active.

Cette dernière méthode est la solution de refroidissement la plus répandue. Nous parlons de convection forcée quand l'écoulement est provoqué par des moyens externes, tels qu'un ventilateur, une pompe, ou les vents atmosphériques. Dans les conditions naturelles, la convection est due au vent qui est lui-même la résultante du gradient local de la pression atmosphérique.

Le fluide échange de la chaleur avec des parois, mais son mouvement est pratiquement peu influencé par les différences de températures [16].

Le transfert thermique à partir d'une surface à la température T_s d'un fluide à la température T_p par la convection est exprimé par la loi de Newton de refroidissement :

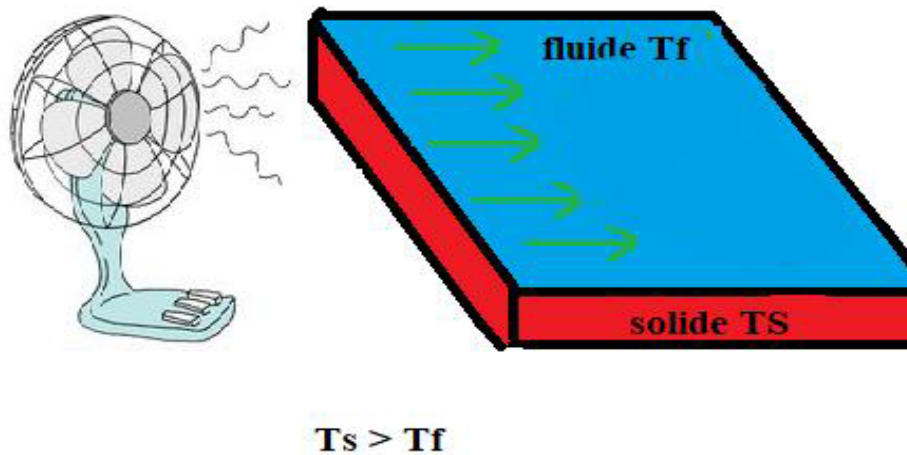
$$q = hA(T_s - T_\infty) \quad (I-5)$$

avec :

q : Flux de transfert de chaleur convectif (W)

h : Coefficient convectif de transfert de la chaleur ($W / m^2.k$)

A : Surface d'aire disponible pour la convection (m^2)



Figure(I-4): Schéma de la convection forcée

La relation générale pour la convection forcée est $Nu = f(Re.Pr)$. Le nombre du Nusselt obéit à la relation suivante :

$$Nu = c Re^n Pr^m \quad (I-6)$$

Avec :

c , n et m : sont des constantes dépendant des caractéristiques géométriques.

Pr : nombre de Prandtl

Re : nombre de Reynolds

I-3-4-2 la convection naturelle :

Lorsque deux corps (surface solide/fluide) de températures différentes, sont mis en contact prolongé dans un champ de pesanteur le gradient de température imposé entraîne une différence de densité au sein du fluide ce qui donne naissance à une force de flottabilité (poussée d'Archimède) qui à son tour ne fait que déclencher des mouvements de particules. Ceux-ci, dits mouvements de convection, s'accompagnent par un transport d'énergie (chaleur et quantité de mouvement) au sein du fluide dont les particules (molécules) agitées se déplacent, aléatoirement, entre des points du domaine considéré. Si aucun dispositif externe tel qu'une pompe ou un ventilateur n'intervient dans son déclenchement, ce phénomène physique se fait "naturellement" d'où vient le nom « convection naturelle » : seul l'effet de l'interaction entre le gradient de la densité et la gravité en est la cause. Le transfert de chaleur est plus actif lorsque les paramètres suivants à savoir: vitesse d'écoulement du fluide, sa masse volumique, sa conductivité thermique (ou sa diffusivité thermique), sa chaleur spécifique sont plus grandes. Cependant, il est d'autant plus actif que la viscosité cinématique est plus faible. Cela peut également dépendre des dimensions de la surface d'échange, de sa nature, de sa forme géométrique et de son orientation. Or la nature de l'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent) a beaucoup d'influence sur le transfert de chaleur[17].

La relation générale pour la convection naturelle est $Nu = f(Gr.Pr)$. Le transfert de Chaleur qui s'effectue suivant ce type de convection, obéit donc à la relation suivante (Écoulement laminaire ou turbulent):

$$Nu = c (Gr. Pr) = c (Ra) \quad (I-7)$$

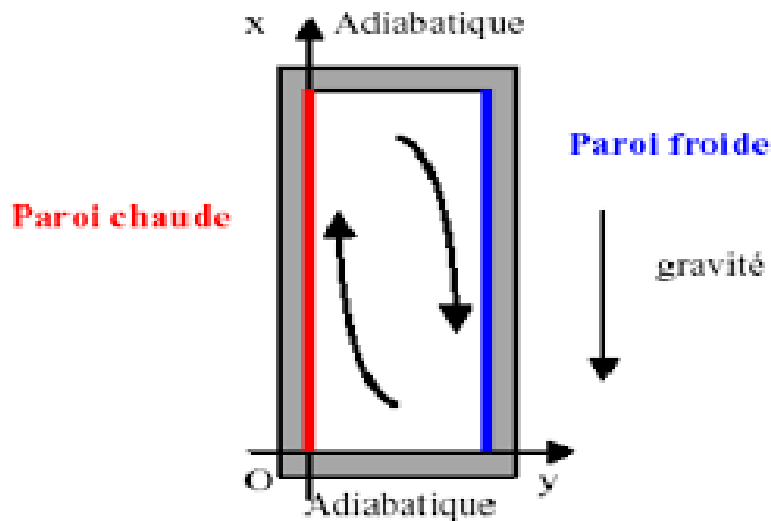
Avec :

c est n : sont des constantes dépendant des caractéristiques géométriques

Gr : nombre de Grashof

Pr : nombre de Prandtl

Ra : nombre de Rayleigh



Figure(I-4): Écoulement de la convection naturelle dans une cavité carré.

En ce qui concerne la mécanique des écoulements de la convection naturelle, on remarque que, puisque les gradients de masse volumique sont à l'origine du mouvement sont eux-mêmes dus à des gradients de température, il y a là un couplage structurel entre bilan de quantité de mouvement et bilan d'énergie, c'est-à-dire entre champ de vitesse et champ de température. En outre, l'écoulement de la convection naturelle peut passer d'un régime laminaire à la turbulence après une phase de transition (laminaire/turbulent). En général, on en peut distinguer :

- Les écoulements externes (sont le plus souvent de régime turbulent).
- Les écoulements internes : ceux sont les écoulements (généralement laminaire ou transitoire) qui se produisent dans des régions fermées tel est le cas des enceintes dont on trouve plusieurs configurations dans la littérature, le domaine physique d'écoulement peut être partiellement fermé (avec des ouvertures à travers lesquelles l'échange du fluide avec le milieu ambiant pourrait avoir lieu). ou complètement fermé par des frontières solides. Par ailleurs, ces frontières solides peuvent être : isothermes ou adiabatiques et peuvent également subir un flux de chaleur.

Dans ce travail on s'intéresse beaucoup plus aux écoulements internes de la convection naturelle laminaire.

I-3-4-3 la convection mixte :

La convection mixte correspond au couplage de deux phénomènes, à savoir la convection naturelle et forcée qu'on peut qualifier de cas général de la convection, quand le fluide est soumis simultanément à une augmentation de pression et à une différence de température, on peut citer les exemples de l'écoulement atmosphérique et les courants marins.

Même en convection forcée, les différences de densité créent un écoulement parasite, en général insignifiant par rapport à l'écoulement principal. On parle de convection mixte quand les 2 phénomènes coexistent [18].

I-4 Domaine d'application de la convection naturelle :

Les applications de transfert thermique sont variées, dans les quelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant, Le phénomène de la convection naturelle faire l'objet de maintes différentes applications à savoir : les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoir les équipements électriques et les réacteurs nucléaires, les capteurs solaires, le stockage des fluides, l'écoulement d'air dans les pièces d'habitation, les appareils ménagers, les réfrigérateurs et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science[19].

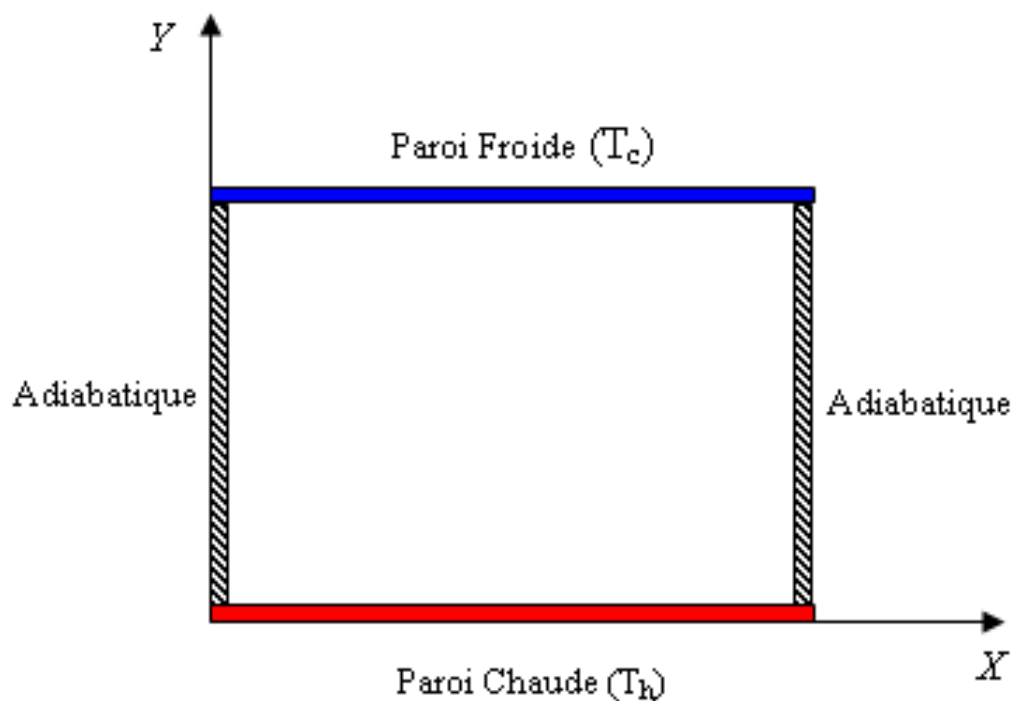
I-5 Convection dans les enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt.

Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal [20].

I-5-1 Enceinte avec gradient de température vertical :

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, qui traite la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes. La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [21].

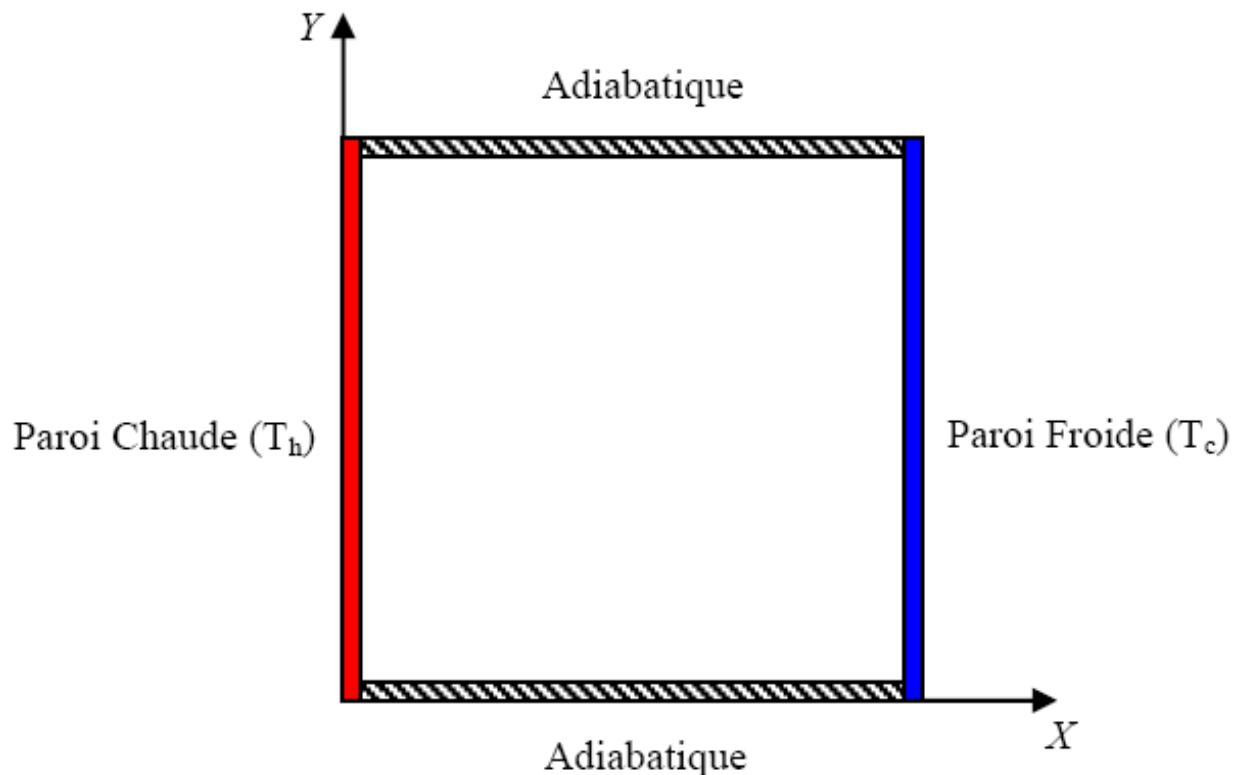


Figure(I-5): Schéma représentant la configuration de Rayleigh –Bénard

I-5-2 Enceinte avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée, tandis que l'autre est refroidie par exemple L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques. L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide.

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités, qui contiennent l'air comme fluide de convection [22].



Figure(I-6): Schéma représentant la convection dans une enceinte avec gradient de température horizontal

I-6 Les nombres sans dimension :

L'étude des problèmes de transfert de chaleur par convection implique la résolution d'équations différentielles qui décrivent la mécanique des fluides, les échanges d'énergie, les transferts de masse. Ces équations sont généralement liées et difficiles à résoudre théoriquement, ce qui conduit à associer à la théorie l'expérimentation permettant de trouver les valeurs des grandeurs recherchées.

L'expérimentation est souvent menée à une échelle différente de la réalité industrielle. La nécessité de définir des corrélations qui soient applicables à des appareils de tailles différentes

opérant dans des situations différentes conduit à l'utilisation de paramètres adimensionnels qui permettent de définir des similitudes.

On peut déterminer les nombres sans dimensions en considérant toutes les forces qui peuvent s'appliquer sur un fluide. Ainsi, on a défini les forces et leurs unités de mesure dans le système international [SI] par rapport aux variables fondamentales:

$$\Leftrightarrow \text{les forces d'inertie : } \quad [F_a] = \rho L^2 V^2$$

$$\Leftrightarrow \text{les forces de viscosité : } \quad [F_\mu] = \mu LV$$

$$\Leftrightarrow \text{les forces de gravité : } \quad [F_g] = \rho g L^3$$

La majorité des écoulements de convection naturelle peuvent être caractérisés par deux nombres sans dimension :

- le nombre de Prandtl (Pr).
- le nombre de Grashof (Gr).

De ces deux sans dimensions, nous pouvons en déduire le nombre de Rayleigh (Ra) [23]..

I-6-1 Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds est proportionnel au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force de viscosité}} \quad (\text{I-8})$$

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu LV} = \frac{\rho LV}{\mu} = \text{Re} \quad (\text{I-9})$$

Avec :

v : la vitesse moyenne (m /s)

L : La longueur caractéristique [m].

μ : la viscosité dynamique ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$).

ρ : la masse volumique (kg.m^{-3}).

Le nombre de Reynolds permet de quantifier les écoulements laminaires et turbulents. Les écoulements à nombre de Reynolds élevé sont générale turbulents, alors que les écoulements où les forces d'inertie sont faibles par rapport aux forces visqueuses sont plus souvent laminaires

forcée Laminaire si $Re < 2300$

De transition si $2300 > Re < 10\ 000$

Turbulent si $Re > 10\ 000$.

I-6-2 Nombre de Prandtl :

Le nombre de Prandtl est proportionnel au rapport entre le diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Il caractérise l'importance relative des effets thermiques et visqueux. Il peut être exprimé comme :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{K} \quad (\text{I-10})$$

I-6-3 Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est proportionnel au rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert par conduction. Il peut être exprimé comme :

Le nombre de Nusselt c'est le nombre adimensionnel fondamental de la convection :

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} \quad (\text{I-11})$$

Avec :

h : Le coefficient d'échange thermique : ($\text{w. m}^2. \text{k}^{-1}$)

D : diamètre hydraulique (m)

λ : conductivité thermique ($\text{w.m}^{-1}. \text{k}^{-1}$)

I-6-4 Nombre de Grashof :

Le nombre de Grashof est proportionnel au rapport entre les forces de gravité par les forces visqueuse.

Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_g}{F_u} = \frac{\text{force de gravité}}{\text{force de visqueusité}} \quad (\text{I-12})$$

$$\frac{F_g}{F_u} = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L_c^3 \cdot \rho^2}{\mu^2} = \text{Gr} \quad (\text{I-13})$$

Avec :

g : L'accélération de la pesanteur

β : le coefficient de dilatation (K-1)

ΔT : La différence de température [°C].

L : la dimension caractéristique du système étudié (m)

I-6-5 Nombre de Rayleigh :

Le nombre de Rayleigh est proportionnel entre l'importance relative de la poussée d'Archimède et le produit de la trainée visqueuse par le taux de diffusion thermique.

Le nombre de Rayleigh est une variante du nombre de **Grashof** noté **Ra**. Ce nombre correspond au rapport des phénomènes moteurs, comme la poussée d'Archimède, et des phénomènes résistants, comme la diffusion de la chaleur ou les frottements visqueux. La convection s'amorce lorsque Ra dépasse une valeur critique. Ce nombre porte le nom de Lord Rayleigh, physicien anglais.

Il peut être exprimé comme :

$$\text{Ra} = \frac{g\beta}{\nu\alpha} (T_s - T_\infty)L_c^3 = \text{Gr} \cdot \text{Pr} \quad (\text{I-14})$$

Avec :

T_s : La température de la paroi [$^{\circ}\text{C}$].

T^{∞} : La température du fluide loin de la paroi [$^{\circ}\text{C}$].

ν : La viscosité cinématique [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$].

α : La diffusivité thermique [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$].

Chapitre II

Géométrie et modélisation

mathématique

II-1 introduction :

Chaque phénomène physique est souvent formulé par des équations mathématiques (équations différentielles) qui représentent une modélisation de ce phénomène.

Dans ce chapitre, nous proposons la mise en équation du problème physique considéré, en nous basant sur les équations de :

- 1- Conservation de masse.
- 2- conservation quantité de mouvement.
- 3- Conservation d'énergie.

II-2 Géométrie du problème :

La géométrie considérée (représenté sur la Figure II.1) est une enceinte carrée différentiellement chauffée. Cette cavité est composée de deux parois verticales en vis-à-vis dites parois actives, maintenues à des températures différentiellement (T_c , T_f), la paroi verticale gauche est portée à une température constante chaude (T_c), la paroi verticale droite de la géométrie est maintenue isotherme à une température inférieure à celle de la paroi gauche (T_f), Les parois horizontales sont considérées adiabatiques (thermiquement isolées).

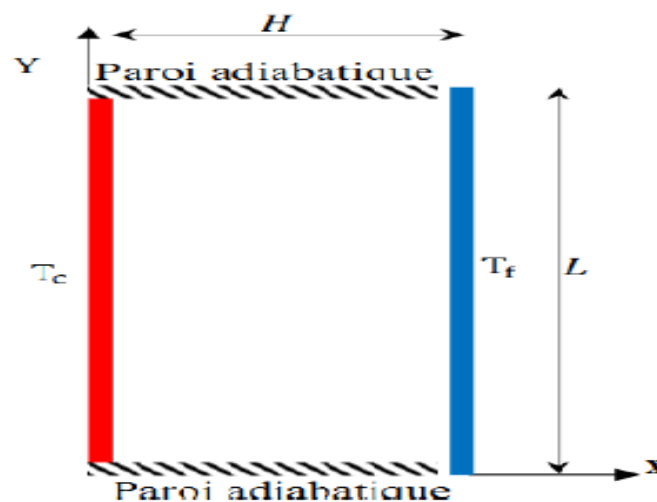


Figure (II.1) : Géométrie du problème de la convection naturelle dans une géométrie avec gradient horizontal de température.

II-3 Formulation mathématique du problème :

La convection naturelle engendrée par des transferts de chaleur au voisinage des surfaces chauffées a été largement étudiée tant au niveau théorique qu'expérimental. La formulation mathématique des phénomènes de la convection est basée sur des équations qui relient les différents paramètres: pression, température et vitesse.

En mécanique des fluides, en supposant que le fluide est un milieu continu, on peut utiliser les lois classiques de conservation suivantes :

Principe de conservation de la masse pour établir l'équation de continuité.

Deuxième loi de Newton (principe de conservation de la quantité de mouvement) pour établir les équations de quantité de mouvement.

La loi de conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique) pour établir l'équation de l'énergie.

Dans le cas laminaire, les problèmes d'écoulement de fluide peuvent être traités par la résolution des équations de quantité de mouvement, de continuité et d'énergie.

II-3-1 Equation de continuité :

L'équation de conservation de masse atteste que la masse totale est conservée, ou autrement dit, la masse totale d'un système de fluide est totalement prise en compte. Afin de découler une conservation générale de l'équation de masse, l'augmentation de la masse de fluide, contenue dans un volume donné pendant un certain temps, doit être égal à la somme des masses du fluide qui y entrent diminuée de celle qui sort. Le plus souvent il n'y a ni diminution, ni augmentation de masse de fluide au cours du mouvement.

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = \rho q_v \quad (\text{II-1})$$

q_v : Le débit des sources ou des puits par unité de volume.

Pour un fluide incompressible sans sources ni puits on a: $\operatorname{div} \vec{V} = 0$

II-3-2 Equation de quantité de mouvement :

L'équation de conservation de quantité de mouvement peut être obtenue d'une façon similaire à l'équation de conservation de masse. Ici, les équations de quantité de mouvement sont dérivées sur la base du principe de conservation de quantité de mouvement. A savoir, la force totale générée par le transfert de quantité de mouvement dans les deux directions est composé (égale) par le taux de variation de quantité de mouvement dans chaque direction.

L'équation de quantité de mouvement comporte des composantes dans chaque direction et est donc une équation vectorielle. En fin d'en tirer l'équation de conservation de quantité de mouvement, considérons le volume de contrôle.

L'application de la deuxième loi fondamentale de la mécanique à une particule fluide en mouvement mène aux équations de conservation de la quantité de mouvement.

Pour un écoulement incompressible ($\rho = \text{const}$) à viscosité constante ($\mu = \text{const}$), les équations de Navier-Stokes s'écrivent comme suit:

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho' \vec{F} - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

\vec{F} : Les forces massiques

ρ' : Variation de masse volumique due à la convection naturelle

$\mu \Delta \vec{V}$: Forces de viscosité (contraintes)

$\overrightarrow{\text{grad}} P$: Force de pression.

II-3-3 Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie peut être obtenue en suivant une procédure similaire à la dérivation de l'équation de quantité de mouvement. Cependant, la différence ici est que l'équation la température ou énergie, est une *équation scalaire*. Afin d'obtenir cette équation, considérons le volume contrôle.

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\frac{D}{Dt}(\rho C_p T) = \Delta(K \cdot T) + q + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi \quad (\text{II-3})$$

Avec :

$\frac{D}{Dt}(\rho C_p T)$: La variation totale d'énergie (par accumulation et convection).

q : Puissance volumique dissipée.

$\beta T \frac{Dp}{Dt}$: La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\mu \Phi$: La dissipation irréversible due au frottement visqueux.

II-4 Hypothèses simplificatrices :

Les hypothèses simplificatrices appliquées dans notre étude sont les suivantes :

- 1- L'écoulement est de type convection naturelle.
- 2- Fluide est incompressible.
- 3- Régime d'écoulement laminaire et permanent.
- 4- L'écoulement est considéré 2D en coordonnées cartésiennes.
- 5- Le transfert de chaleur par radiation est négligeable.
- 6- Absence de source interne de chaleur, de source de masse ou de réaction chimique.
- 7- Le travail, induit par les forces visqueuses, est négligeable.
- 8- L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume, varie linéairement avec la température, ce qui amène à la relation suivante:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (\text{II-4})$$

Avec :

T : Représente la température du fluide en un point donné du système.

T_0 : La température de référence.

ρ_0 : La masse volumique du fluide.

β : Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide, il est donné par :

$$\beta = - 1/\rho (\partial\rho/ \partial T)_P \quad (\text{II-5})$$

II-5 Mise en Equations :

II-5-1 Equation de continuité :

En considérant l'hypothèse d'un fluide incompressible, le principe de la conservation de la masse mène à l'équation de continuité. Pour un écoulement à deux-dimensions d'un fluide incompressible, l'équation de continuité se réduit à :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{II-6})$$

II-5-2 Équations de Navier-Stokes :

Suivant l'axe des x :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-7})$$

Suivant l'axe des y :

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_c) \quad (\text{II-8})$$

II-5-3 Equation d'énergie :

Le principe de conservation de l'énergie donne l'équation d'énergie suivante :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II-9})$$

II-5-4 Les variables adimensionnels :

Il est plus commode de présenter les équations régissant le problème sous une forme adimensionnelle. Des nombres sans dimensions caractéristiques vont apparaître et qui réduiront considérablement la complexité du problème.

Dans le présent travail, les équations régissant le phénomène de la convection naturelle dans une cavité ont été adimensionnées en utilisant des variables caractéristiques. A cet effet, la largeur L entre les deux parois isotherme de la cavité a été choisie comme longueur de référence. La vitesse est adimensionnée par rapport à la diffusivité thermique. Alors que la température est adimensionnée par rapport à l'écart de température ΔT entre les parois isothermes. Les variables adimensionnelles sont données par :

$$X = \frac{x}{L} \quad , \quad Y = \frac{y}{L}$$

$$U = \frac{uL}{\alpha} \quad , \quad V = \frac{vL}{\alpha}$$

$$\theta = \frac{T-T_f}{T_c-T_f} \quad , \quad P = \frac{L^2}{\rho\alpha^2}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_h-T_c)L^3}{\nu^2}$$

Dans le cas de l'approximation de Boussinesq, on introduit généralement un paramètre, le nombre de Rayleigh (Ra), qui incorpore les effets des propriétés du fluide, des conditions aux limites et la géométrie du domaine physique dans un seul paramètre :

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu K} \quad \text{(II-10)}$$

Avec :

g est l'accélération due à la pesanteur.

β le coefficient de dilatation thermique.

ΔT la différence de température entre les parois isothermes.

L la largeur de la cavité.

ν la viscosité cinématique.

K la diffusivité thermique.

Il est clair que le nombre de Rayleigh est un paramètre déterminant dans ce type de problème car il exprime la force d'entraînement (flottabilité) dans la cavité, sans laquelle il n'y aura aucune turbulence. Un nombre de Rayleigh plus élevé, engendre un effet de flottabilité plus grand et par conséquent plus de turbulence. Un nombre de Rayleigh moins élevé signifie qu'une faible flottabilité agisse sur l'écoulement, le rendant laminaire.

Plus le nombre de Rayleigh est élevé, plus la convection prend le pas sur la diffusion de chaleur ou de quantité de mouvement. Ce nombre, une fois le fluide choisi pour une enceinte fermée, ne dépend plus que de ΔT , qui est ainsi le paramètre de contrôle.

Pour prendre en compte la nature du fluide utilisé, un autre nombre sans dimension est introduit, le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{\nu}{K} \quad \text{(II-11)}$$

Il compare les importances relatives de la diffusion de quantité de mouvement (viscosité) et de la diffusion de chaleur (conduction).

Les différents cas à étudier peuvent être obtenus en variant la différence de température entre les parois chaude et froide (nombre de Rayleigh), la nature du fluide (nombre de Prandtl), ou la géométrie de la cavité (le facteur de forme, qui est le rapport de la hauteur de la cavité sur sa largeur).

Alors avec l'introduction de toutes ces variables adimensionnelles, le système d'équations définit antérieurement prends la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \text{(II-12)}$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad \text{(II-13)}$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + Pr \cdot Ra \cdot \theta \quad \text{(II-14)}$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad \text{(II-15)}$$

II-5-5 Conditions aux Limites :

Ce système d'équations différentielles est fermé à l'aide de conditions aux frontières appropriées. En plus du choix de la géométrie du confinement, il est nécessaire de fixer les conditions aux limites. Les conditions aux frontières représentatives du problème considéré dans cette étude sont les suivantes :

- **Frontières hydrodynamiques** : On impose sur les frontières de la cavité des conditions d'imperméabilité, ces dernières sont définies par :

$$u = v = 0 \quad x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1$$

- **Frontières thermiques** : La cavité est composée de deux parois horizontales, supposées adiabatiques, et deux parois isothermes, maintenues à des températures constantes mais différentes. Les conditions thermiques aux frontières sont exprimées par :

$$\theta = \theta_h \quad x = 1,$$

$$\theta = \theta_c \quad x = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \quad y = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1 \quad y = 1,$$

II-6 Transfert de Chaleur :

Le taux du transfert de la chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est le rapport entre la chaleur transférée par convection par rapport à la chaleur transférée par conduction.

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité de la convection. C'est le rapport adimensionné entre le flux de chaleur vertical en surface du fluide et le flux que l'on mesurerait s'il n'y avait pas de convection dans la couche de ce fluide.

$$Nu = \frac{q_{\text{mesuré}}}{q_{\text{conductif}}} \quad (\text{II-16})$$

Si $Nu=1$ pas de convection. Plus le nombre de Nusselt est grand, plus le refroidissement par convection est efficace. En d'autres termes, le nombre de Nusselt peut être calculé par la formule suivante :

$$Nu = \frac{h.L}{k} \quad (\text{II-17})$$

Avec :

h : est le coefficient de transfert de chaleur par convection.

L : est longueur de la cavité.

K : est la conductivité thermique du fluide.

Pour une cavité chauffée différentiellement, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi froide ou chaude. Le nombre de Nusselt local se calcule sur une paroi isotherme par l'expression suivante :

$$Nu_{Local} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=1} \quad (\text{II-18})$$

Le nombre de Nusselt moyen est alors donné par la relation suivante:

$$Nu_{moy} = \frac{\sum_{noeuds} Nu_{Local}}{n} \quad (\text{II-19})$$

II-7 Génération de l'Entropie :

La méthode de génération de l'entropie combine les principes de la thermodynamique, les lois fondamentales de transfert de chaleur et de mécanique de fluide. C'est l'influence combinée de la thermodynamique, le transfert de chaleur et la mécanique des fluides (Bejan, 1982).

La génération de l'entropie, qui est une mesure des imperfections d'un système, est définie comme une combinaison de l'entropie produite par les effets visqueux du fluide et celle produite par les effets thermiques, comme l'exprime la formule suivante:

$$S_t = S_{heat} + S_{friction} \quad (\text{II-20})$$

L'équation du bilan d'entropie en 2D en absence de transfert de masse et de réactions chimiques donne l'équation de la génération de l'entropie ; elle peut être exprimée en coordonnées cartésiennes, par :

$$S_t = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] + \phi \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \right\} \quad (\text{II-21})$$

Le premier terme de droite est l'entropie produite par la diffusion thermique et le second terme représente l'entropie produite par la dissipation visqueuse.

$$S_{heat} = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (\text{II-22})$$

$$S_{friction} = \theta \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (\text{II-23})$$

$$\phi = \frac{\mu T_0}{k} \left(\frac{\alpha}{L(T_h - T_c)} \right)^2 \quad (\text{II-24})$$

$$T_0 = \frac{T_h - T_c}{2} \quad (\text{II-25})$$

Pour montrer lequel des effets visqueux et thermiques dominant, on définit un nombre sans dimension appelé nombre de Bejan. Ce nombre permet de montrer la contribution des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie. Il est défini comme le rapport de la génération de l'entropie due aux effets thermiques sur la génération de l'entropie totale (Bejan, 1994) :

$$B_e = \frac{S_{heat}}{S_{heat} + S_{friction}} \quad (\text{II-26})$$

II-8 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté la géométrie du problème étudié et le modèle physique de notre problème en coordonnées cartésiennes, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites de notre problème physique.

Chapitre III

Présentation de la methode des volumes

finis

III-1 Introduction :

Les équations régissant le phénomène de la convection naturelle sont des équations aux dérivées partielles. Leur résolution analytique est pratiquement impossible du fait de la nonlinéarité enregistré sur leurs termes convectifs ainsi que le couplage vitesse-pression dans l'équation de la quantité de mouvement. Néanmoins, un recours aux méthodes de résolution numériques s'avère nécessaire pour les résoudre.

Il existe dans la littérature, plusieurs méthodes pour résoudre ce type d'équations, à savoir :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.

La résolution des équations régissant le phénomène de la convection naturelle a été faite à l'aide de la méthode des volumes finis, en raison de sa facilité et son efficacité à résoudre des équations différentielles à plusieurs variables aussi compliquées. Cette méthode est simple à comprendre et à interpréter physiquement compte tenu de son fondement. Elle est basée sur une approche de type volume de contrôle. Sa qualité principale est la réduction des instabilités numériques des schémas aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh.

III-2- Principe de la méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis est caractérisée par son avantage à satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans chaque volume de contrôle ainsi que dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation des termes non linéaires dans les équations de conservation telle que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entourant un nœud. On peut donc intégrer les termes de ces équations différentielles sur chaque volume de contrôle, en utilisant plusieurs schémas d'approximations où les valeurs et les quantités sont stockées aux nœuds de chaque volume de contrôle. Les équations algébriques produites expriment la conservation des quantités intégrées pour le volume de contrôle et pour tout le domaine de calcul.

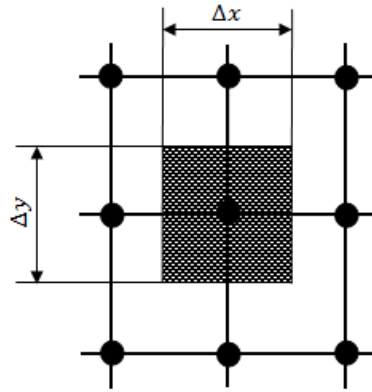


Figure III-1 : volume de contrôle en coordonnées cartésiennes.

III-2-1 Forme générale de l'équation de transport :

L'équation de transport générale d'une quantité quelconque ϕ dans un fluide en mouvement peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (U_i \phi)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

[1] [2] [3] [4]

[1] : Terme temporel.

[2] : Terme convectif.

[3] : Terme diffusif.

[4] : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

Pour trouver l'expression proposée à chacun des termes de l'équation (III.1), il suffit de remplacer ϕ , Γ , S_ϕ comme indiqué dans le tableau (III.1).

Tableau III.1 Expression de la variable ϕ , de coefficient de diffusion Γ et du terme source $S\phi$ pour les équation de notre problème.

| Equation | ϕ | Γ | $S\phi$ |
|------------|--------|----------|---|
| Continuité | 1 | 0 | 0 |
| QM/OX | U | Pr | $-\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$ |
| QM/OY | V | Pr | $-\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + Pr.Ra.\theta$ |
| Energie | 0 | 1 | 0 |

Pour déterminer le champ de la variable ϕ dans un domaine d'étude par la méthode des volumes finis, les étapes à suivre sont essentiellement :

- Définir le domaine d'étude (appelés volumes finis).
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini.
- Discrétiser les différents termes de l'équation de transport (transformer l'équation différentielle ponctuelle en un système des équations algébriques).
- Introduire les conditions initiales et aux limite appropriées.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution pour obtenir un champ approché de ϕ dans des points discrets du domaine considère.

III-3-2 Maillage :

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes fini. La variable dépendante considérée est calculée en ces points. Les équations algébriques définies en ces noeuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque noeud Fig 3.2.

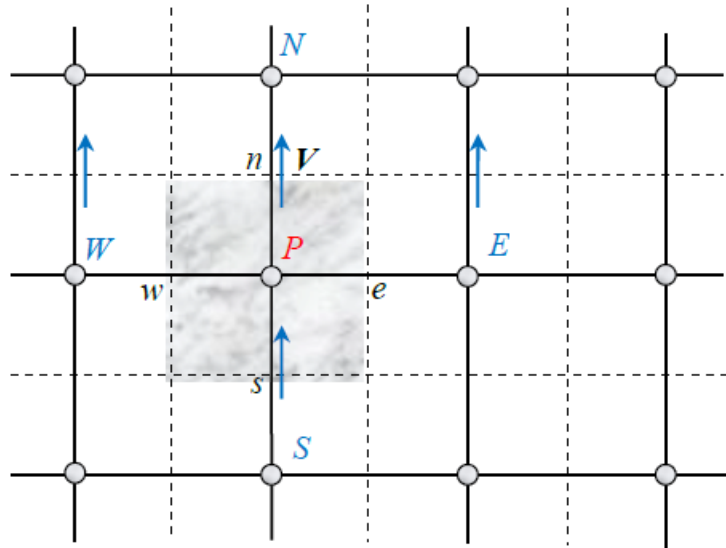


Figure III.2 nœud 2D (le volume fini)

III.3.3 l'intégration de l'équation de transport sur un volume fini :

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable ϕ on intègre l'équation (III.1) sur le volume de contrôle $\Delta X, \Delta Y$ associé au nœud P (i , j) et sur un temps Δt , on obtient l'équation algébrique suivant :

$$A_p \phi_p = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + S \quad (III.2)$$

où ϕ représente : U , V , P , θ

A_E, A_W, A_N, A_S et A_p sont les coefficients correspondants respectivement aux noeud : Est , Ouest, Nord, Sud et au centre du volume de contrôle . S est le terme source supposé être constant dans le volume de contrôle. les expression de ces coefficients sont expliquées rappelle ci-dessous :

$$A_E = D_E(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \quad (III.3.a)$$

$$A_W = D_w(|P_w|) + \max(-F_w, 0) \quad (III.3.b)$$

$$A_N = D_N(|P_N|) + \max(-F_N, 0) \quad (III.3.c)$$

$$A_S = D_S(|P_s|) + \max(-F_s, 0) \quad (III.3.d)$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_p^0 \quad (\text{III.3.e})$$

$$S = \left(\overline{S\varphi} + \frac{\varphi}{\Delta t} \right) \frac{\Delta X}{\Delta Y} \quad (\text{III.3.f})$$

$$A_p^0 = \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} \quad (\text{III.3.g})$$

$F_{e,n}, F_{set}$ D_e, D_w, D_n, D_s sont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud. $Pe_{,n}, Ps$ sont les nombres de Peclet aux différentes faces de volume de contrôle. ces nombre désignent le rapport des flux convectifs aux flux diffusif.

A_p^0 : est les coefficients de la variable φ calculé au point P à l'instant précédant.

III.3.3.1 les flux diffusifs sur les faces du volume de contrôle :

$$D_e = \Gamma \cdot \Delta Y / dx_e \quad (\text{III.4.a})$$

$$D_w = \Gamma \cdot \Delta Y / dx_w \quad (\text{III.4.b})$$

$$D_n = \Gamma \cdot \Delta Y / dx_n \quad (\text{III.4.c})$$

$$D_s = \Gamma \cdot \Delta Y / dx_s \quad (\text{III.4.d})$$

III.3.3.2 les flux convectifs sur les faces du volume de contrôle :

$$F_e = U_e \cdot \Delta Y \quad (\text{III.5.a})$$

$$F_w = U_w \cdot \Delta Y \quad (\text{III.5.b})$$

$$F_N = V_N \cdot \Delta X \quad (\text{III.5.c})$$

$$F_S = V_S \cdot \Delta X \quad (\text{III.5.d})$$

III.3.3.3 les nombres de Peclet :

$$Pe_e = F_e / D_e \quad (\text{III.6.a})$$

$$Pe_w = F_w / D_w \quad (\text{III.6.b})$$

$$P_n = F_n / D_n \quad (III.6.c)$$

$$P_s = F_s / D_s \quad (III.6.d)$$

La fonction à ($|P|$) dépend de schéma numérique comme le montre le tableau (III.2) suivant:

Tableau III.2: Variations de ($|P|$) en fonction du schéma discrétisation dans cette étude nous choisissons le schéma numérique **Hybride**

| Schéma | $A(P)$ |
|------------------|-----------------------------------|
| Centré | $1-0.5 P $ |
| Upwind | 1 |
| Hybride | $\text{Max}(0.1-0.5 P)$ |
| Loi de puissance | $\text{Max}[0.(1-0.5 P)^5]$ |
| Exponentielle | $\frac{ P }{\text{Exp}(P - 1)}$ |

III.3.4 Résolution de système :

L'équation de discrétisation de chaque variable dépendant représente un système d'équation ces derniers sont résolus par la méthode de double balayage pour le modelé bidimensionnelle (suivant X et Y). impliquant l'utilisation de l'algorithme de tomas .

l'algorithme SIMPLER et utilisé pour la résolution séquentielle des systèmes des équations de discréditation des variables dépendantes.

III.3.4.1 Algorithme SIMPLER :

Le mot **SIMPLER** est l'abréviation des premières lettre des mots : « Semi-implicite méthode for pressure linked équation revised » les terme de source dans les équations de quantité de mouvement tableau (III.3.1) dépendant des gradients de pression , ce pendant l'absence d'une équation régissant l'évolution du champ de pression rend la résolution direct de ces équation impossible .Pour remédie à ces problème , le champ de pression peut être déterminer indirectement à partir de l'équation de continuité lorsque un champ de pression

correcte est injecté dans les équations de quantité de mouvement , le champ de vitesse résultant satisfera l'équation de continuité. Cette information indirecte sur le champ de pression continu dans l'équation de continuité est transformée en une information directe par l'algorithme de résolution **SIMPLER**.

❖ Séquences de l'algorithme **SIMPLER** :

L'algorithme **SIMPLER** est utilisé pour la résolution séquentielle des systèmes des équations de discrétisation des variables dépendantes .Il consiste à résoudre l'équation de pression pour obtenir le champ correspondant, Et résoudre l'équation de pression corrigée seulement pour corrigée la vitesse.

1- Estimé un champ de vitesse

2- Calculer les coefficients des équations discrétisé de quantité de mouvement, et par conséquent le calcul des pseudos vitesse U, V par les équations en substituant les valeurs des vitesses adjacentes.

3- Calculer les coefficients de l'équation de pression et la résoudre pour obtenir le champ de pression.

4- Prendre le champ de pression dans l'étape 3 comme un champ estimé P^* , résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir : U^*, V^* .

5- Calculer du terme de source SP dans l'équation de correction de pression et résoudre cette dernier pour obtenir le champ de pression P' .

6- Corrigée le champ de vitesse sans corrigée la pression.

7- Résoudre les équations discrétisé correspondant aux autres variables dépendants (φ, θ).

8- Si il y a convergence arrêter le calcul , si non retourné a les étapes 2.

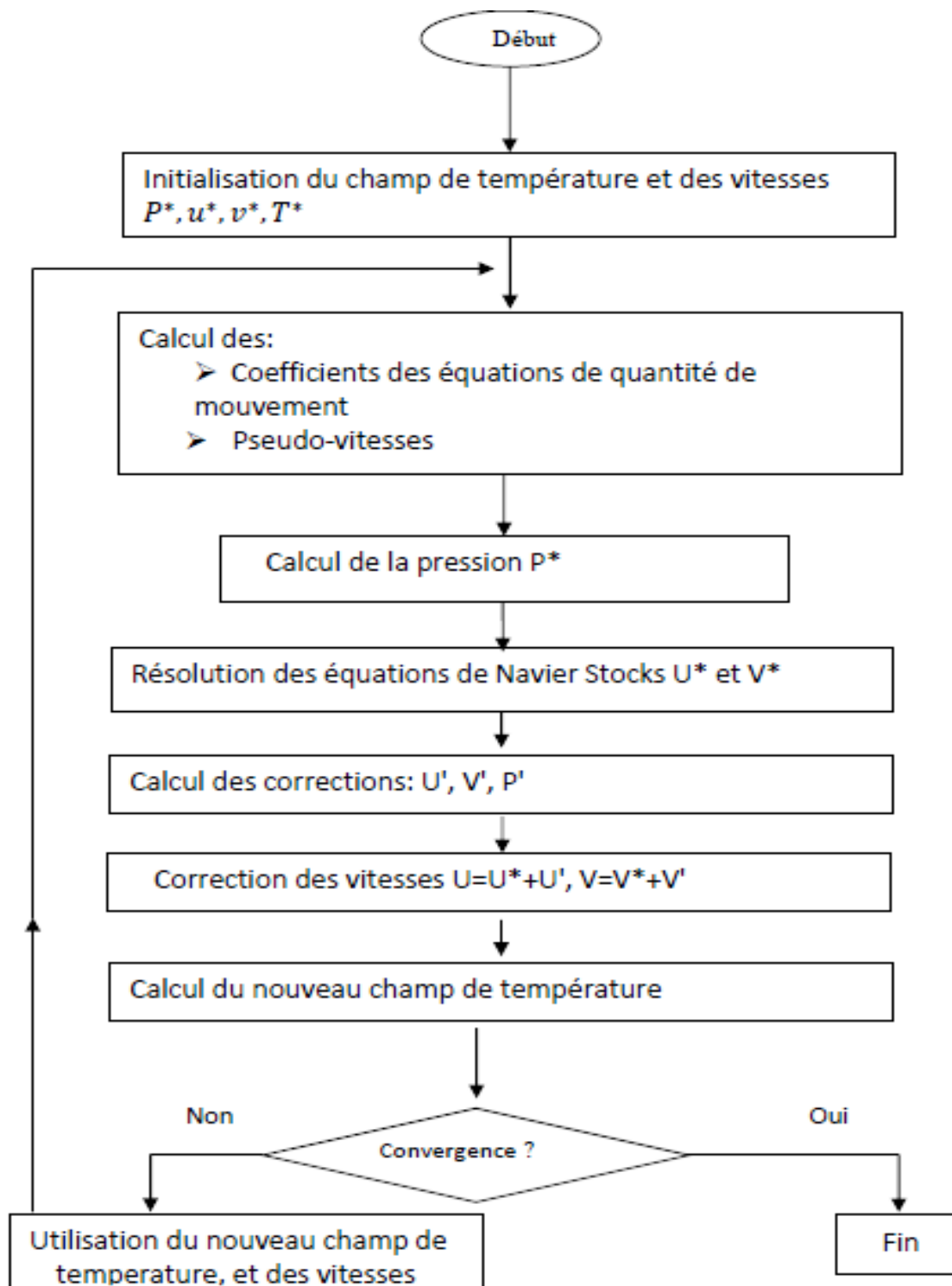


Figure III.3: Organigramme général de résolution (SIMPLER).

III-4 conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode de volume fini pour la résolution du modèle mathématique avec l'algorithme SIMPLER, les étapes de discrétisation de modèle mathématique et de la résolution des équations algébriques, et quelques schémas de discrétisation.

Dans le prochaine chapitre, nous présentons le choix du Maillage et la validation du programme de calcule sont également discuté, les résultats obtenus et leurs discussions.

Chapitre IV
Résultats et Discussions

VI-1 Introduction :

Après avoir préparé le programme de calcul en langage Fortran, le but de ce chapitre est de présenter les résultats obtenus concernant la convection naturelle avec génération d'entropie dans une géométrie cartésienne bidimensionnelle. L'enceinte est soumise à un gradient de température horizontale. L'effet du nombre de Rayleigh, sur l'écoulement du fluide, sur le transfert de chaleur et sur la génération d'entropie dans l'enceinte seront analysés et discutés.

Les paramètres utilisés sont pris dans la gamme des valeurs suivantes : $500 \leq Ra \leq 10^6$, $Pr = 0.7$.

VI-2 Choix du maillage :

Le tableau IV.1 et la figure IV.1 montre l'effet du maillage, sur le nombre de Nusselt moyen. Le nombre de Rayleigh thermique est pris égal à 10^5 . Le maillage (70x70) a été sélectionné et utilisé dans tous les calculs.

Tableau IV.1 L'effet du Maillage sur le nombres moyen de Nusselt ; $Ra_t = 10^5$.

| Maillage | 20*20 | 30*30 | 40*40 | 50*50 | 60*60 | 70*70 | 80*80 | 90*90 | 100*100 |
|------------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|---------|
| \bar{Nu} | 5.438 | 5.227 | 5.155 | 5.1225 | 5.105 | 5.094 | 5.088 | 5.083 | 5.080 |

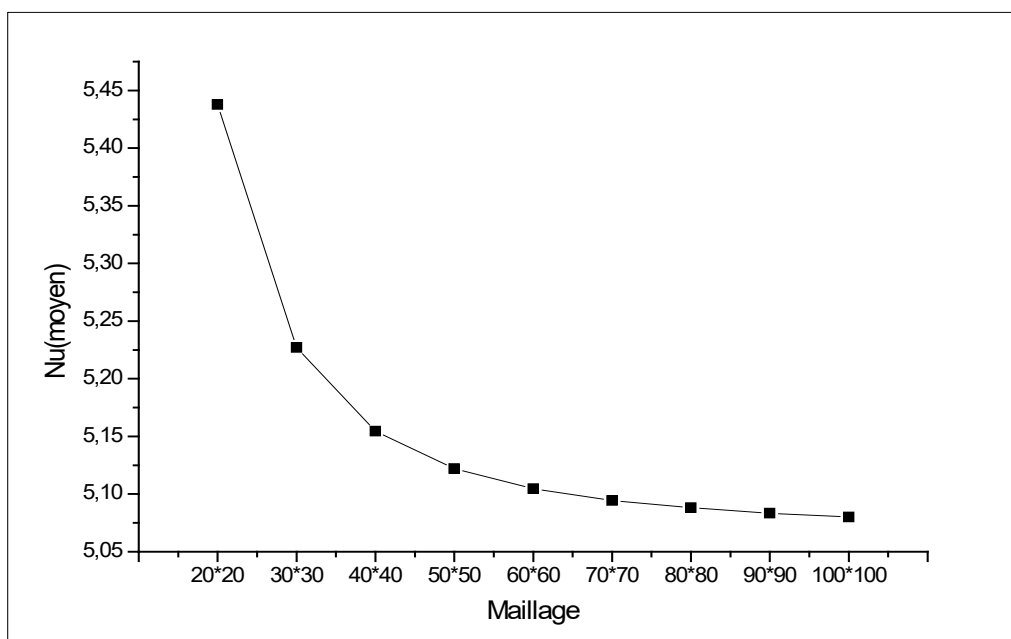


Figure IV.1 Evolution du transfert de chaleur moyen avec les différents Maillages

VI-3 Validation du code de calcul :

Dans le but de valider nos résultats numériques, une comparaison a été faite avec les résultats antérieurs disponibles dans la littérature. La comparaison concerne les résultats obtenus par la référence [xx] avec les paramètres ($Ra_r=10^5$, $Pr=0.71$, $\phi=0$ et $A=1$). On observe sur le tableau IV.2 un bon accord entre nos résultats et ceux de la référence [xx].

Tableau IV.2: Variation du nombre de Nusselt avec le nombre de Rayleigh.

| Ra | Nu | Nu[XX] |
|--------|-------|--------|
| 10^3 | 1.001 | 1.116 |
| 10^4 | 2.125 | 2.238 |
| 10^5 | 4.430 | 4.509 |

VI-4 Effet du nombre de Rayleigh :

VI-4-1 Structure d'écoulement :

La figure IV.2 et le tableau IV.3 montrent la variation des contours de la fonction de courant Ψ et les vitesses maximales en fonction du nombre de Rayleigh. Pour $Ra=10^3$ l'intensité de l'écoulement est très faible. Le fluide au voisinage de la paroi gauche du fait qu'il est chaud, il se déplace vers le haut de l'enceinte et il sera donc remplacé par le fluide froid. En contactant la paroi froide droite, le fluide cède la chaleur et sa température diminue.

En augmentant le nombre de Rayleigh, les lignes de courant se concentrent de plus en plus, la cellule s'élargit sur tout le domaine et la vitesse maximale dans l'enceinte augmente. Cela signifie que de la convection naturelle s'intensifie avec le nombre de Rayleigh.

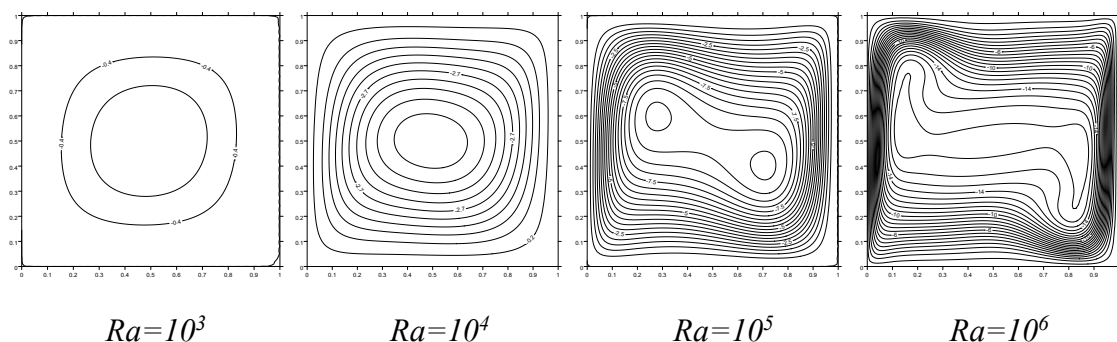


Figure.IV.2 : Lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

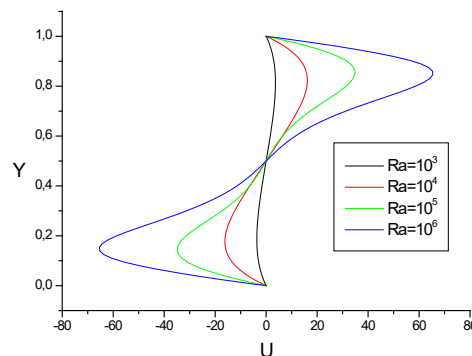
Tableau IV.3: Variation de la vitesse maximale du fluide avec le nombre de Rayleigh.

| Vitesse/ Ra | | 10^3 | 10^4 | 10^5 | 10^6 |
|---------------|-------------|--------|--------|--------|---------|
| V_{max} | $\varphi=0$ | 3.383 | 18.858 | 70.542 | 228.035 |

VI-4-2 Profil de la composante vitesse horizontale :

Le profil de la composante vitesse horizontale au milieu de l'enceinte pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh est présenté sur la figure IV.3. Pour $Ra=10^3$, la vitesse est presque nulle et l'échange convectif est très faible.

Pour $Ra=10^4$, 10^5 et 10^6 le profil est symétrique et les valeurs de la vitesse sont nulles au milieu de l'enceinte et sur ses limites supérieur et inférieur. Les vitesses maximales près des parois horizontales augmentent avec le nombre de Rayleigh et elles sont de signes opposés.

**Figure IV.3 :** Vitesse horizontale U à $X=0.5$ pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

VI-4-3 Phénomène de transfert de chaleur :

La figure IV.4 illustre la distribution de la température au sein du fluide pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh. Lorsque $Ra=10^3$, les lignes isothermes sont des lignes verticales parallèle à la paroi vertical. Le transfert de chaleur est donc purement conductif. La température varie progressivement de la paroi gauche jusqu'à la paroi droite froide. Lorsque $Ra=10^4$, les lignes isothermes se déforment dans le sens de l'écoulement du fluide. Cette déformation est de plus en plus importante avec l'augmentation de Ra indiquant la dominance

du régime convectif du transfert de chaleur. Les lignes de courant sont plus concentrées sur les parois verticales montrant un fort gradient de température dans ces régions. Le même comportement peut être observé sur la figure IV.5 qui illustre l'évolution du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh. Le taux de transfert de chaleur est donc une fonction croissante du nombre Ra.

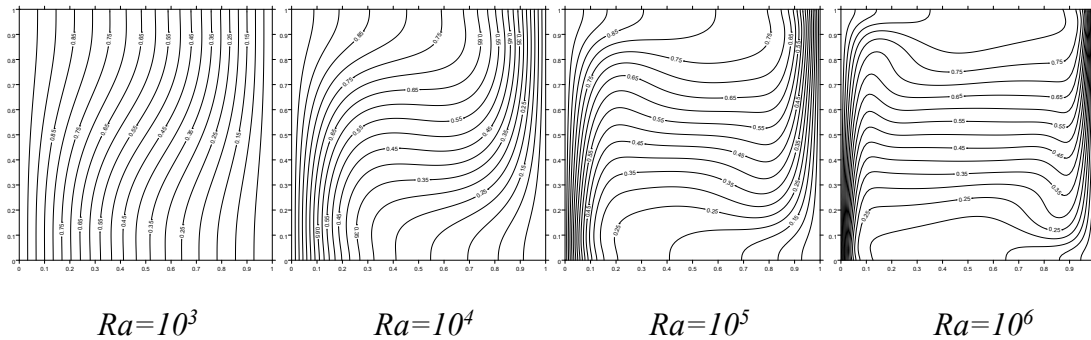


Figure IV.4 Lignes isothermes pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

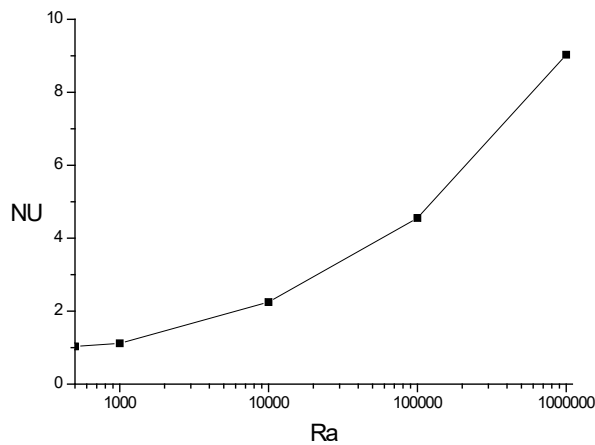


Figure IV.5 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh.

VI-5 Génération d'entropie :

La figure IV.6 montre pour deux valeurs de Ra (10^4 et 10^5) la génération d'entropie due au transfert thermique (Sh) et à l'effet de viscosité (Sf). Les lignes iso-Sh et iso-Sf sont plus intenses pour Ra= 10^5 . Les iso-Sh se concentrent au voisinage des parois vertical où les gradients de température sont très forts. Les contours de la génération d'entropie dus à l'effet de viscosité sont concentrés au milieu des parois verticales. L'effet de la couche limite et la perte d'énergie dans ces régions sont très remarquables.

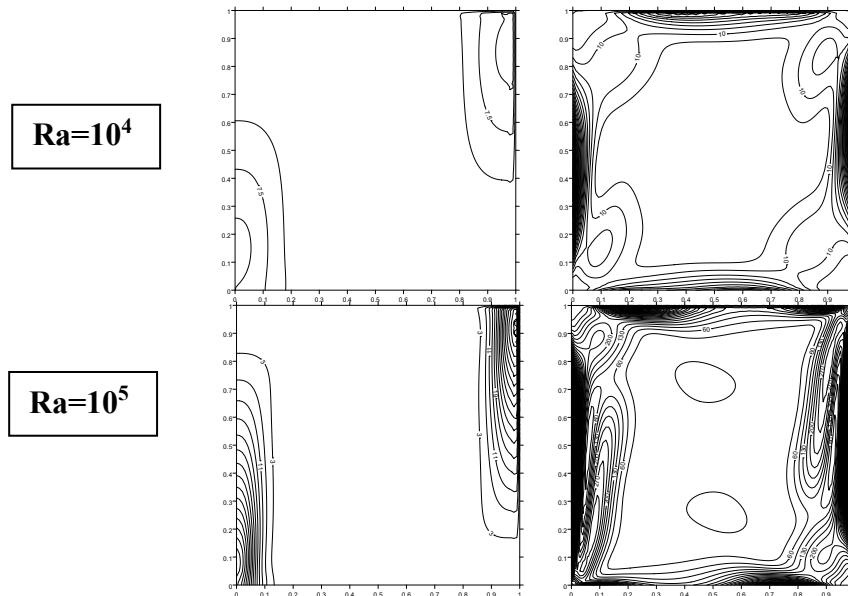


Figure IV.6: Génération d'entropie due au transfert thermique (gauche) et fluide viscosité (droite)

La figure IV.7 illustre la variation de la génération totale d'entropie (S) et le nombre de Bejan (Be) avec le nombre de Ra. La plus grande valeur du nombre Be (≈ 1) est obtenue pour la faible valeur de Ra. La vitesse d'écoulement dans ce cas est presque nulle, donc la génération d'entropie due à l'effet visqueux est nulle. La génération d'entropie totale reste la même pour $Ra \leq 10^3$ (car la vitesse est nulle), ensuite elle devient croissante quand $Ra > 10^3$.

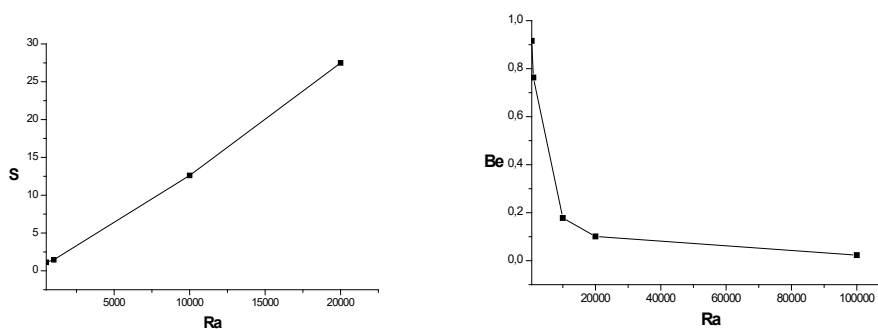


Figure IV.7: Variation de S et Be avec le nombre de Rayleigh.

VI-6 CONCLUSION :

Les résultats obtenus ont montré que la propagation de chaleur au sein du fluide peut être améliorée par : l'augmentation du nombre de Rayleigh. Lorsque $Ra \leq 10^3$ la vitesse de l'écoulement est faible et donc la génération d'entropie est minimale.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Dans ce mémoire nous avons présenté une étude numérique sur la convection naturelle. La géométrie considérée est une géométrie cartésienne bidimensionnelle dont les parois horizontales sont maintenues à deux températures constantes et différentes. Les parois horizontales sont considérées adiabatiques. Le but de l'étude est d'examiner la génération d'entropie dans l'enceinte. Les résultats obtenus sont résumés comme suit :

- 1- L'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh améliore le transfert de chaleur et l'intensité de l'écoulement.
- 2- La génération d'entropie est faible et le nombre de Bejan se rapproche de l'unité lorsque $Ra \leq 10^3$. Dans ce cas la vitesse de l'écoulement et l'effet visqueux sont négligeables.
- 3- Pour les grandes valeurs de Ra , la génération d'entropie est importante car la vitesse de l'écoulement et l'effet visqueux sont plus accentués.

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] **Chu H.H.-S., Churchill S.W. et Patterson C.V.S.** "The effects of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection channels". *J. Heat Transfer*, Vol. 98, pp. 1194-201. (1976).
- [2] **M.M. Ganzarolli, L.F. Milanez.** "Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides". *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, 1063–1073. (1995).
- [3] **R. Anderson, G. Lauriat.** "The horizontal natural convection boundary layer regime in a closed cavity".in: *Proceeding of 8th Int. Heat Transfer Conference, San Francisco,CA*, pp. 1453–1458. (1986).
- [4] **November M etNansteel M.W.** "Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30 No. 11, pp. 2433-40. (1987).
- [5] **B. Calcagni, F. Marsili, M. Paroncini.** "Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below". *Applied thermal engineering*, 25, 2522–2531. (2005).
- [6] **C. Béghein, F. Haghghat and F. Allard,** Numerical Study of Double Diffusive Natural Convection in a Square Cavity, "*Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35, pp. 833-846, 1992.
- [7] **V. Sévéléder and J.P. Petit,** Flow structures induced by opposing forces in double diffusion natural convection in a cavity,"*Numerical Heat and mass Transfer Part A*, vol. 15, pp. 431-444, 1989.
- [8] **Eckert. E. R. G., et Carlson. W. O.** « Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperature ». *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 2, pp.106-120 (2006).
- [9] **M. Hasnaoui, E. Bilgen, P. Vasseur.** "Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below". *J. Thermophys. Heat Transfer*, 6, 255– 264. (1992).
- [10] **G. de Vahl Davis,** « Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution », *Int. J. Numerical. Methods Fluids* Vol.3, pp. 249–264, (1983).
- [11] **G. Abd Alghani,** « convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée » Mémoire de Master. Univ-Badji Mokhtar Annaba 2014.
- [12] **José-Philippe Pérez et A. M. Romulus,** (1993) *Thermodynamique. Fondements et applications*, Paris, Masson.
- [13] **S. J. M. Linthorst, W. M. M. Schinkel, and C. J. Hoogendoorn,** Flow structure with natural convection in inclined air-filled enclosures, *ASME J. Heat Transfer*, Vol.103, pp. 535-539. (1981).
- [14] **S.Moukram, G.Ridha,** « Simulation de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse » Mémoire de Master. Univ-Larbi Tébéssi Tebessa 2017.

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE

- [15] **Ali**. "Thèse de Magister, Modélisation d'une installation à plasma inductif basse fréquence". Université de Biskra.
- [16] **SAIDIA L M**, «Simulation numérique de la convection forcée dans un conduit à rangées de plaques chauffées », Mémoire de Magister, Univ. Hassiba Benbouali–Chlef, 2009.
- [17] **A. Bejan et A. Krauss**, Heat transfer handbook, chapter 7 natural convection, (2003)525-556.
- [18] **J. H. Lee, W. H. Park and M. Daguinet**, Theoretical study of the natural convection flows in a partially filled vertical cylinder subjected to a constant wall temperature, 2nd ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference, Mars 22-27, Honolulu, Hawaii, pp. 1-6. (1984).
- [19 et 20 et 21 et 22] **T.Amel**, « Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs » Mémoire de Magister Univ-Ouargla, 2011.
- [23] **D.Mouhamed lamine** « Étude de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée » Mémoire de Master Univ-El-Oued 2016.