République Algérienne Démocratique Et Populaire Ministère De L'enseignement supérieur Et De La Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ CHEIKH EL-ARBI TÉBESSI -TÉBESSA-FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE L'ÉLECTRONIQUE

### MÉMOIRE

Présenté en vue de l'obtention de diplôme de Magister en éléctronique Option

CONTRÔLE ET AUTOMATIQUE

INTITULÉ

### Contrôle Non Destructif Par Ultrasons Analyse Et Diagnostic

SOUTENU PAR Soudani M<sup>ed</sup> Salah

LE 15/07/2009

Rapporteur: Mr N.Doghmane	Professeur	U.Annaba
---------------------------	------------	----------

Devant le jury

Mr N.GUERFI	Maître de conférence	U.TEBESSA
: Mr D.DIB		U.TEBESSA
Mr M.Maamri	Phd	U.TEBESSA
Mr A.Gattal	C.C	U.TEBESSA
	Mr N.GUERFI : Mr D.DIB Mr M.Maamri Mr A.Gattal	Mr N.GUERFIMaître de conférence: Mr D.DIBMr M.MaamriPhdMr A.GattalC.C



\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

Je dédis ce modeste travail à une personne qui m'est chère Une personne qui ne m'a jamais quitté depuis son départ Une personne qui a laissé un grand espace dans mon cœur Je dédis ce travail à mon grand père Mohamed Je t'aime grand père

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

-< -< -< -<ψ  $\downarrow$ ψ 奉  $\frac{1}{2}$ . 小 H mes chères parents  $\overset{}{\downarrow}$ 朴 . Ψ H mon frère 朴 ψ 朴 Ϋ́ 朴 H mes soeurs 朴 Υ Ψ 本本 H Quna  $\overset{}{\downarrow}$ . 小  $^{+}$ . 小 Et tous ceux qui m'aiment 本本 本本  $\overset{}{\downarrow}$ . 小  $\overset{}{\downarrow}$ 朴  $\overset{}{\downarrow}$ 青  $\overset{}{\downarrow}$ 朴  $\downarrow$ 朴 ψ 朩 朴 朴 朴 朴  $\downarrow$ 朴  $\overset{}{\downarrow}$ 青  $\overset{}{\downarrow}$ 本  $\downarrow$ . 小 ψ . 小  $^{\downarrow}$ 朴  $\overset{}{\downarrow}$ 朴  $\downarrow$ 朴  $^{\downarrow}$ 朴 朴 奉 朴 . 小 本本 · 本 本 本 

## Remerciements

Je remercie en premier lieu la poste graduation de l'universitaire Cheikh Laarbi Tebessi de nous avoir donné la chance du concours de magistère au niveau de notre Willaya, je les remercie encore pour la formation de l'année théorique et j'aimerai les citer par leurs noms: M.Maamri.M

M.Guerfí.N

M.Guebla.A

Mercí encore...

Je remercie par l'occasion les professeurs de l'université D'Annaba d'avoir eux aussi participé dans notre formation par des informations très riches et diverses j'aimerai les citer par leurs noms à leur tour:

M.Doghmane.N

M.Abassí

M.Beda

Mercí encore...

Je remercíe mon encadreur le professeur M.Doghmane.N par son encouragement et sa méthode de travail quí ma incité à travailler et à faire le maximum de recherche... Merci beaucoup... Un remerciement spécial pour l'unité TGT (Tube Gaz Tébessa) de m'avoir soutenu moralement, dans ce travail, du Directeur au dernier ouvrier... Un remerciement spécial à mon service d'Electronique dans l'unité TGT de m'avoir donné espoir, conseil et soutient moral, je tiens à les citer par leurs noms: A.Mostapha avec son Coeur chaleureux M.Belgacem et ses blagues G.Moussa et sa sagesse R.Amel avec ses conseils B.Kamel et ses encouragements **u**n remercíement spécial à mon Chef de service **M.Guettout Moussa** pour tout ce qu'il avait fait pour moi merci infiniment je ne serai lui rendre hommage... Merci infiniment...

Je remercíe le bureau technique de l'unité TGT et à leur tête M.Azouzi...

Je remercíe une personne quí habíte loin de ma ville mais la distance ne la pas empêché de me soutenir, il habite à Oran c'est M.Belalía Djílaly par ces conseils et ces documents qu'il m'a fournis...

Je remercie mes amis Ali, Ziad, Yacine.B, Adel.D, Kamel, Adel.L, Tarek, Yacine.S, Riadh, Majdi, Abdelghani, Ismaïl, Abdelaziz, Abdesalem, Mahdi, Kaïs,Karim,...et tous ceux que j'ai oublié de citer pardon et merci...

Je remercíe tous les gens quí m'ont aídé sans qu'ils me connaissent grâce à Internet et cela par les documentations disponibles...

Je cite et je remercie Nadia, Karima, Nouzha par leurs encouragements merci beaucoup...

### SOMMAIRE

Sommaire	.i
Liste de tableaux	.V
Table de figures	.vii
Nomenclature	.ix
Résumé	X
Introduction générale	.1
Chapitre I Base physiques sur l'acoustique	.5
I.1 l'acoustique	.6
I.1.1 Éléments de l'acoustique	.6
1. Nature de son	.6
2. Célérité	.6
2.1 Définition	.6
Exemples	.6
2.2 Représentation Des Vibrations	.6
2.3 Diverses Sources D'ondes	.6
I.1.2 Propriétés Élastiques Des Solides	.6
I.1.3 Déplacement Et Fonction Des Particules	.7
I.1.4 Types D'ondes Acoustiques	.8
I.1.5 Longueur D'onde Acoustique Et Détection De Défauts	.9
I.1.6 Atténuation Des Ondes Acoustiques	.10
I.1.7 Sensibilité Et Puissance Des Ondes En Fonction De La Fréquence	.11
Sensibilité	.11
Puissance	.11
I.1.8 Impédance Acoustique	.11
I.2.1 Coefficients De Réflexion Et De Transmission (Pression)	.12
I.2.2 La Loi Et Les Angles Critiques De Shell	.13
I.2.3 Réfraction Et Mode De Conversion	.14
I.3 Ultrasons	.15
I.3.1 Bases Physiques Du Contrôle Ultrasonore	.15
I.3.1.1 Nature Des Ultrasons	.15
a. Fréquences	.15
b. Différents Types D'ondes	.16
c. Phénomènes De Propagation	.17
d. Vitesse, Directivité, Atténuation	.17
I.3.1.2 Changement De Milieu : Réflexion, Transmission	.20
I.3.1.3 Réfraction. Transformation De Mode. Focalisation	.21
I.4 Production Et Détection Des Ultrasons	.23
I.5 Effet Piézoélectrique	.24
CHAPITRE II CND (LE CONTRÔLE NON DESTRUCTIF.)	.25
II.1 INTRODUCTION	.26
II.2 Contrôle non destructif (Applications et Tendances)	.27
II.2.1 Champ D'application Actuel	.27
Le contrôle en cours de fabrication	.27
Le contrôle en recette	.27
Le contrôle en service	.28
II.2.2 Tendances Et Evolution	.28
II.3 Principes De Détection Des Défauts	.28

II.3.1 Hétérogénéités Et Défauts	
Les défauts de surface	29
Les défauts internes	29
II.3.2 Procédure De CND.	29
II.3.3 Principe De La Détection D'un Défaut	30
II.3.4 Classement Et Performances Des Procédés De CND	
II.3.5 Limite De Détection	34
Le rapport signal/bruit	
Le pouvoir séparateur	34
II.3.6 Étalonnage. Aptitude Au Dimensionnement Des Défauts	34
II.4 CND par ultrasons	
II 4 1 Palpeurs piézoélectriques	35
II 4 1 1 Palneurs FMA	36
II 4 1 2 Palneurs lasers	36
II 4 3 Mise en oeuvre Annareillage de contrôle Étalonnage	38
II 4 3 1 Couplage acoustique	38
II 4 4 Palneur	30
II.4.4.1 Appendiale d'émission récention	30
II.4.4.1 Apparentage d'enfission-reception	ور
II.4.4.2 Etalolillage	40
II.4.5 Champ d'application et evolution du controle utrasonore	40
II.4.5.2 L'accliantion des défauts en profondeur	<del>4</del> 0 41
II.4.5.2 Localisation des defauts en protondeul	
II.4.5.5 Dimensionnement des defauts	41
II.4.0 EVOlution	43
II.4.7 Utilisation des procedes de CND	43
II.4.8 Le personnel de controle	43
II.4.9 Les procedures d'empioi	
11.4.10 Les etudes prealables.	44
	45
Chapitre III Analyse spectrale et methodes d'identifications	40
III.1 La Transformation De Fourier	4/
III.I.I Introduction	4/
A. Rappel sur le developpement en serie de Fourier	47
B. Première approche de la transformée de Fourier	
III.1.2 Définitions.	
III.2 La Décomposition Aux Valeurs Singulières (SVD)	
III.2.1 Définition.	
III.2.2 Interprétations Géométriques De La SVD	
III.2.2.1 Structure Géométrique D'une Matrice	
III.2.2.2 Rotation Dans L'espace Des Phases	52
III.2.2.3 Liens Entre SVD Et Problèmes Aux Valeurs Propres	53
III.2.2.4 Approximation De Rang Minimum De A	54
III.2.3 État de L'art Des Méthodes A Haute Résolution	54
III.2.3.1 Introduction	54
III.2.3.2 Méthodes Sous-Espace	
III.2.3.2.1 Structure Singulière De La Matrice De Données	
III.2.3.2.2 Structure Singulière De La Matrice De Corrélation	
III.2.3.2.3 Modèle Basé Sur Évaluation Spectrale Pour Les Signaux A Bande Étroite	
III.2.3.2.3.1 Model Sinusoidal / model Harmonique	
III.2.3.2.3.2 Multiple Signal Classification (MUSIC)	

♦ Sous espace signal et sous espace bruit	
Set in the set of t	
Stimation de l'énergie des harmoniques	
Algorithme MUSIC	60
III.2.3.2.3.3 La Méthode ESPRIT (Estimation of Signal Parameters Via Rotational	
Invariance Techniques).	61
♦ Une Approche Alternative Du Calcul De F: LS-ESPRIT	63
Set in the set of t	
Les amplitudes et les puissances.	63
Les phases d'initiale	64
Algorithme ESPRIT	64
III.2.3.3 Performances Des Méthodes HR	
III.3 Réseaux De Neurones.	
III.3.1 Définition.	
III.3.2 Le Modèle Neurophysiologique.	
III.3.3 Les Modèles Mathématiques	
III.3.4 Composant (le neurone artificiel)	
III.3.4.1 Structure.	
III.3.4.2 Comportement.	67
III.3.4.3 Variables Descriptives	67
III.3.5 Structures Neuronales	67
a. Structure d'interconnexion.	67
b. Réseau à connexions locales	
c. Réseau à connexions récurrentes	
d. Réseau à connexion complète	
III.3.6 Fonctionnement	
III.3.6.1 Perceptron.	
III.3.6.2 Le Perceptron Multicouche [25]	
III 3 6 3 L'Apprentissage	70
III 3 6 3 1 Apprentissage Supervisé	70
III.3.6.3.2 Apprentissage Non Supervisé	
III 3 6 4 Rétropropagation Des Erreurs	71
III 3 6 5 Mise en oeuvre des réseaux neuronaux	71
Étape 1	71
Étape 2	71
Étape 3	72
Étape 4	72
Conclusion	72
Chapitre IV Étude pratique	73
IV I Introduction	74
IV I 1 Plan du travail	74
1 Étude spectrale	74
Étane 1 Alignement des données	74
Étane 2 Prise des hornes mini et maxi des impulsions transmises ainsi que reflétées	74
Étape 3 Exploitation des données isolées	74
IV II Étude spectrale	,/4 79
IV II 1 Introduction	<i>., )</i> 79
IV II 2 La Comparaison	70 70
IV II.2 La Comparation	79
1 MUSIC	<i>י</i> י 70
1. 1/10.010	· · · · · · / /

2. Alg	orithme MUSIC			
Étude	et résultats 80			
1.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg 8			
2.	Changement de la longueur du vecteur fréquence F : F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub> , 81			
3.	Changement de la précision du vecteur fréquence F : F/10, F/100, F/1000,			
4.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la précision duvecteur fréquence F83			
5.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la longueur du			
,	vecteur fréquence et sa précision			
IV.II.2	84.2 Esprit			
	1. Esprit			
	2. Algorithme ESPRIT			
Étude	et résultats			
1.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg : Lg <sub>1</sub> , Lg <sub>2</sub> , Lg <sub>3</sub>			
2.	Changement de la longueur du vecteur fréquence $F : F_1, F_2$			
3.	Changement de la précision du vecteur fréquence F : F/10, F/100, F/1000			
4.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la précision			
(	lu vecteur fréquence F			
5.	Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la longueur			
(	du vecteur fréquence et sa précision			
6.	Discussion des résultats			
IV.II.3	88 Méthodes d'identification			
IV.II.3	8.1 Réseaux de neurones			
1. Déf	inition			
Exen	1ple			
Conc	usion			
Concl	usion générale			
Biblio	graphie			
Annex	es			
Annex	e A Défauts métallurgiques			

Annexe B Algèbre linéaire

## Liste des tableaux

Tableau I.1    Différents types d'ondes ultrasonores4
Tableau I.2Vitesses et impédance acoustique (valeur moyennes arrondies)14
Tableau II.3    Les procédés de contrôle non destructif : caractéristiques
Tableau II.3    Les procédés de contrôle non destructif : caractéristiques (suite)
Tableau IV.4 Résultats du Changement de la longueur du vecteur signal Lg (méthode music)
Tableau IV.5 résultats du Changement de la longueur du vecteur fréquence F (méthode music)      78
Tableau IV.6 Changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode music)
Tableau IV.7 résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode music)
Tableau IV.8 résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement de la précision du vecteur fréquence F et sa précision (méthode MUSIC)         80
Tableau IV.9 Résultats du Changement de la longueur du vecteur signal Lg (méthode ESPRIT)
Tableau IV.10 Résultats du Changement de la longueur du vecteur fréquence F (méthode ESPRIT)
Tableau IV.11 Changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode ESPRIT)
Tableau IV.12 Résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode ESPRIT)82

## TABLE DES FIGURES

Figure I.1– Amplitude, Longueur d'onde	5
Figure I.2– Connexions entre atomes	7
Figure I.3– Propagation longitudinale	3
Figure I.4– Propagation transversale	3
Figure I.5 – Influence de la longueur d'onde	1
Figure I.6– Exemple sur l'impédance acoustique1	2
Figure I.7– Exemple calcul des Coefficients de réflexion et transmission1	3
Figure I.8– Illustrations de l'onde d'incidence14	4
Figure I.9– Exemple sur les angles: longitudinal, cisaillement et surface1	5
Figure I.10 – Type d'ondes et modes de propagation des ultrasons dans un solide10	б
Figure I.11 – Divergence du faisceau d'ultrasons	)
Figure I.12 – Intensité acoustique sur l'axe du faisceau1	9
Figure I.13 – Distribution de l'amplitude perpendiculairement à l'axe du faisceau ultrasonore en différents points de l'axe	, 9
Eigune I.14. Déflexion et réfraction des ondes ultresoneres en insidence chlique	<b>`</b>
Figure I. 14 – Reflexion et feffaction des ondes ultrasonores en incidence oblique	۲ 1
Figure II.15 – Principe du controle non destructif	ן ב
Figure II.16 – Structure d'un palpeur ultrasonore	с -
Figure II.17 – Différents types de palpeurs piézo-électriques	/
Figure II.18 – Contrôle des soudures par la méthode tandem (ondes transversales)	8
Figure II.19 – Différents modes de présentation d'un sondage à ultrasons	9
Figure II.20 – Schéma de principe d'un appareil classique de contrôle par ultrasons Champ	
d'application42	2
Figure III.21– spectre de fréquence d'un signal périodique44	4
Figure III.22– Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice A: image par A de la	
sphère unité4	8

Figure III.23–	Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice: Rotation de l'espace des
	phases
Figure III.24–	Mise en correspondance neurone biologique / neurone artificiel
Figure III.25–	Structure d'un neurone artificiel. Pour le neurone d'indice i, les entrées sur
	celui-ci sont de poids wij alors que les connexions avals sont de poids wki62
Figure III.26–	Différents types de fonctions de transfert pour le neurone artificiel, a: fonction
	à seuil (S, la valeur du seuil), b: linéaire par morceaux, c: sigmoïde63
Figure III.27–	Définition des couches d'un réseau multicouche64
Figure III.28–	Réseau à connexions locales
Figure III.29–	Réseau à connexions récurrentes64
Figure III.30–	Réseau à connexions complète65
Figure III.31–	Le Perceptron : structure et comportement
Figure IV.32–	Signal ultrasonore dans un test par CND d'une poutre défectueuse
	((a) Diagramme d'un test transversal par ultrasons, (b) Signal réel du test
	transversal par ultrasons)71
Figure IV.33–	FFT du signal brut73
Figure IV.34–	Signal transmis isolé
Figure IV.35–	Transformée de Fourier du signal transmis73
Figure IV.36–	Isolation du signal reflété74
Figure IV.37–	Transformé du signal reflété74
Figure IV.38–	Réseaux de neurone à une couche cachée
Figure IV.39 -	- Neurone
Figure IV.40–	Afin de réduire au minimum E2 la règle de delta donne la direction du
	changement de poids exigée85

#### NOMENCLATURES

Voici les nomenclatures les plus utilisées dans notre mémoire :

- C = célérité du son
- l =longueur d'onde
- T = période
- f = fréquence
- V=vitesse acoustique
- *Z*= L'impédance acoustique
- r= La densité
- *D*= le diamètre de la source.
- $\alpha$ = coefficient d'atténuation,
- *x*= épaisseur traversée.
- *f*= distance focale
- $\varphi_n$ =la phase
- $A_n = 1$ 'amplitude
- $c_n$ = coefficient de Fourier complexe
- *w*=la pulsation
- $C_{ss}(t)$ =auto-corrélation
- s=énergie

E(.) = l'espérance

**INTRODUCTION GÉNÉRALE** 

#### INTRODUCTION GÉNÉRALE

#### **HISTOIRE DES ULTRASONS**

Avant la deuxième guerre mondiale, les premiers investigateurs inspirés de la technique du *sonar*, exploite ultrasons de différentes manières afin d'appliquer ce concept aux diagnostics médicaux. En 1929 et 1935, Sokolov a étudié l'utilisation des ondes ultrasoniques en détectant des objets en métal. Mulhauser, en 1931, a obtenu un brevet pour l'usage des ondes ultrasoniques, en utilisant deux *capteurs* pour détecter des défauts de solides. Firestone (1940) et Simons (1945) ont développé l'essai ultrasonique pulsé en utilisant une technique d'impulsion-écho.

Après la fin de la deuxième guerre mondiale, des chercheurs au Japon ont commencé à utiliser les propriétés physiques des ultrasons et les appliquer aux diagnostics médicaux. Les premiers instruments ultrasoniques ont employé une présentation A-mode avec des spots sur écran d'oscilloscope. Cela a été suivi d'une présentation de B-mode avec une formation d'image bidimensionnelle et grise de balance.

Le Japon était également le premier pays à appliquer les ultrasons par effet Doppler .A leur tours les pionniers d'ultrasons travaillant aux États-Unis ont contribué à beaucoup d'innovations et de découvertes importantes au champ pendant les décennies suivantes. Les chercheurs ont appris à employer les ultrasons pour détecter le cancer potentiel et pour visualiser des tumeurs dans les sujets vivants et dans les tissus excisés.

#### COMMENCEMENTS DE L'ÉVALUATION NON DESTRUCTIVE (CND)

L'essai non destructif a été pratiqué pendant beaucoup de décennies, avec des développements rapides initiaux dans l'instrumentation stimulée par les progrès technologiques qui se sont produits pendant la deuxième guerre mondiale et l'effort suivant de la défense. Au début, le but primaire était seulement la détection des défauts.

Au début des années 70, deux événements se sont produits causant un changement important. L'amélioration continue de la technologie, en particulier sa capacité de détecter les petits défauts, menée à la situation insuffisante que de plus en plus de pièces ont dû être rejetées, quoique la probabilité de l'échec n'ait pas changé. Cependant, la discipline de la mécanique de rupture a émergé, qui a permis de prévoir si une fente d'une taille donnée échouerait sous une charge particulière si une propriété matérielle, la dureté contre la rupture par exemple, ont été connues. D'autres lois ont été développées pour prévoir le taux de croissance des fissures sous le chargement cyclique (fatigue). Avec l'arrivée de ces outils, il est devenu possible d'accepter des structures contenant des défauts si les tailles de ces défauts étaient connues.

#### ÉTAT ACTUEL DES ULTRASONS

Dans les années suivantes, il y a eu beaucoup d'avancements importants. Des théories quantitatives ont été développées pour décrire l'interaction des champs d'interrogation avec les défauts. Des modèles incorporant les résultats ont été intégrés avec des descriptions de modèle plein des géométries de vraie partie pour simuler des inspections pratiques. Des outils relatifs permettent au CND d'être considéré pendant la conception du processus sur un pied d'égalité avec les autres disciplines. Les descriptions quantitatives de l'exécution de CND, telles que la probabilité de la détection (POD: Probability Of Detection), sont devenues une partie intégrale de l'évaluation des risques statistique. Les procédures de la mesure initialement développées pour les métaux ont été étendues aux matériels construits, tels que des composites, où l'anisotropie et inhomogénéité qui sont devenues des questions importantes. L'avance rapide dans les possibilités de digitalisation et de calcul a totalement changé les figures de beaucoup d'instruments et le type d'algorithmes de traitements. L'intérêt augmente non seulement dans des défauts détectés, caractérisés et classés, mais en caractérisant les matériaux en lesquels ils se produisent. Les buts s'étendent de la détermination des caractéristiques microstructurales fondamentales telles que la taille de grain, la *porosité* et la texture (orientation préférée de grain) aux propriétés matérielles se sont reliées à des mécanismes d'échec tels que la fatigue, le fluage, et la dureté de rupture les déterminations qui sont parfois tout à fait provocantes pour rendre en raison du problème des effets de concurrence.

#### FUTURE DES ULTRASONS

Regardant le futur, ceux dans le domaine des QCND voient un nouvel ensemble passionnant d'occasions. Tandis que la défense et l'énergie nucléaire -- les industries qui ont joué un rôle important dans l'apparition de QCND -- ont été sur le biseau, la concurrence globale croissante a mené aux changements dramatiques du développement de produit et des cycles économiques. En même temps, le vieillissement de l'infrastructure, des routes aux bâtiments à l'avion, présente un nouvel ensemble de mesure et des défis de surveillance.

Parmi les nouvelles applications des QCND engendrés par ces changements est l'emphase accrue sur l'utilisation des QCND d'améliorer la productivité des processus de fabrication. L'évaluation non destructive quantitative:

- (a) augmente la quantité d'informations sur des modes de défaillance et la vitesse avec laquelle l'information peut être obtenue et
- (b) facilite le développement des mesures intégrées pour le contrôle du processus de cycle.

L'expression, "tu ne peux pas inspecter la qualité, tu dois l'établir dedans," exemplifie le foyer de l'industrie pour éviter la formation des défauts. Néanmoins, les défauts et la nécessité de les identifier, pendant la fabrication et en service, ne disparaîtront jamais et le développement continuel des techniques de détection et de caractérisation de défaut est nécessaire. Les outils avancés de simulation à concevoir pour l'inspection et leur intégration dans des stratégies quantitatives pour la gestion de la vie contribueront au nombre et aux types croissants d'applications de technologie de CND dans tous les cycles de vie du produit. Les problèmes liés à l'infrastructure de vieillissement sont un exemple important de pourquoi il y aura toujours un besoin de QCND.

Car la globalisation continue, les compagnies chercheront à développer, avec la fréquence toujours croissante, des pratiques internationales uniformes. Dans la région de QCND, cette tendance conduira les emphases sur des normes, des offres éducatives augmentées, et des simulations qui peuvent être communiquées électroniquement.

Les prochaines années seront passionnantes; CND continuera à émerger comme véritable discipline de technologie.

Dans ce travail modeste on essaie d'étudier le CND par ultrasons dans le but de reconnaître au moins quelque type de défauts et pour cela on a divisé ce mémoire en quatre chapitres :

<u>Chapitre I</u> Bases physiques sur l'acoustique

Dans ce chapitre on va voir les ondes acoustiques ces caractéristiques, leurs types ..., et cela, pour mieux comprendre les ondes ultrasonores et leurs fonctionnements.

<u>Chapitre II</u> CND (le Contrôle Non Destructif) Le deuxième chapitre nous fait connaître le contrôle non destructif, quelques types de ces procédés, domaines d'utilisation, leurs avantages...

<u>Chapitre III</u> Analyse spectrale et méthodes d'identifications

Pour le troisième chapitre on va voir la théorie de la décomposition aux valeurs singulières (SVD), la FFT, deux méthodes à hautes résolutions *Multiple Signal Classification* (MUSIC) et *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques* (ESPRIT) ainsi que les réseaux de neurones.

#### *<u>Chapitre IV</u>* Étude pratique

Dans ce chapitre on va voir la partie pratique réalisée et discuter les résultats obtenus.

## CHAPITRE I

# BASES PHYSIQUES SUR L'ACOUSTIQUE

#### I.1 L'ACOUSTIQUE

I.1.1 Eléments de l'acoustique 1. Nature de son

Le son est un phénomène physique perceptible par l'oreille humaine. Il est produit par les vibrations des solides, des liquides ou des gaz. Il se transmet sous forme d'ondes, qui sont des oscillations régulières du milieu transporteur.

#### 2. Célerité

#### 2.1 DÉFINITION

Le son se déplace dans les solides, les liquides et les gaz à différentes vitesses. Cette vitesse est appelée vitesse de propagation ou célérité (C). Elle est constante dans un milieu donné.

#### **Exemples:**

Vitesse du son dans l'air:	340 m/s
Vitesse du son dans l'eau:	1480 m/s
Vitesse du son dans l'acier:	5850 m/s
Vitesse du son dans le pétrole:	1330 m/s

#### 2.2 REPRÉSENTATION DES VIBRATIONS

Amplitude,	longueur	d'onde	représenté	dans	la
figure 1.					



On a la relation:

$$\lambda = C \cdot T = C/f$$

Avec  $C = célérité du son (m/s), \lambda = longueur d'onde (m), T = période (s), f = fréquence (Hz).$ 

#### 2.3 Diverses Sources D'ondes

Les sons se propagent en ligne droite suivant la source qui émet le son, celui ci peut être canalisé dans un espace très étroit, ou au contraire se propage dans toutes les directions.

(1)

#### I.1.2 PROPRIÉTÉS ELASTIQUES DES SOLIDES

Dans un milieu librement vibrant, tous les deux *inertie* et *élasticité* permettent la reproduction des forces au niveau de chaque particule. L'effet de ces forces qui produit *mouvement oscillant* en quelque sorte analogues, à la vibration libre d'un système macroscopique des masses et des ressorts. Ainsi, les forces de reconstitution élastiques dans un milieu peuvent être décrites en tant que forces microscopiques de "ressort".

Ce concept suit la loi de Hooke qui déclare que "dans la limite d'élasticité de n'importe quel corps le rapport de l'effort à la contrainte produite est constant."

Les "ressorts" modèles dans le diagramme suivant obéissent la deuxième loi de newton,  $F=m \cdot a$ . Récrite en tant que  $F = k \cdot X$  une formule qui suit également la loi de Hooke; le modèle de ressort fait des prévisions précises pour la propagation du bruit. [1]



Figure I.2 connexions entre atomes

La vitesse de propagation d'onde sonore est déterminée par les propriétés matérielles: *constantes élastique*, de  $C_{ij}$ , et densité matérielle  $\rho$ . La vitesse d'une onde longitudinale est décrite par l'équation suivante:

$$V_l = \left(\frac{C_{11}}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

Là où  $C_{11}$  est la constante élastique régissant le mouvement oscillant dans la direction de la propagation de l'onde. La vitesse (transversale) de l'onde de cisaillement peut être écrite comme suit :

$$V_s = \left(\frac{C_{44}}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

Là où C<sub>44</sub> est la constante élastique régissant l'oscillation au sens transversale. [3]

#### I.1.3 DÉPLACEMENT ET FONCTION DES PARTICULES

L'acoustique est l'étude des déformations ou des vibrations temps-variables en matériaux. Toutes les substances matérielles se composent d'atomes, qui peuvent être obligatoires dans le mouvement vibratoire autour de leurs positions d'équilibre. Beaucoup de différents modèles du *mouvement vibratoire* existent au niveau atomique. Quand les particules d'un milieu sont déplacées de leurs positions d'équilibre, les forces (électrostatiques) internes surgissent. C'est ces forces de reconstitution élastiques entre les particules, combinées avec l'inertie des particules, par lesquelles on mène aux *mouvements oscillants* du milieu.

En solides, les particules peuvent (a) osciller le long de la direction de propagation comme *ondes longitudinales*, ou (b) les oscillations peuvent être perpendiculaires à la direction de propagation et cela comme *ondes transversales*. Sur des surfaces et des interfaces, les divers types de vibrations elliptiques ou complexes des particules se produisent. [1] [2] [3]





#### I.1.4 Types D'ondes Acoustiques

En air, le son se propage par compression et raréfaction des molécules d'air dans la direction de propagation. Cependant, en solides, les molécules peuvent soutenir des vibrations dans d'autres directions, par conséquent, un certain nombre de différents types (modes) d'ondes est possibles. La table ci-dessous montre certains modes d'onde en solides [3]:

Tableau I.1 Différents types d'ondes		
Types d'ondes dans les solides	Vibration de particule	
Longitudinal	Parallèle au sens de propagation	
Transversal (cisaillement)	Perpendiculaire au sens de propagation	
Surface (Rayleigh)	Orbite elliptique - mode symétrique	
Surface	Bleustein-Gulyaev	
Onde de surface - Lamb	composante Perpendiculaire sur la surface (onde d'extension)	
Onde de surface - Love	Parallèle to plane layer, perpendiculaire au sens de propagation	
Stoneley (Leaky Rayleigh Waves) onde guidée le long de l'interface		
Sezawa	Mode antisymétrique	

Parmi les propriétés de la propagation d'ondes les quantités suivantes, longueur d'onde, fréquence, et vitesse sont reliés par l'équation[2]:

$$v(m/s) = \lambda(m) \cdot f(Hz)$$

#### I.1.5 LONGUEUR D'ONDE ACOUSTIQUE ET DÉTECTION DE DÉFAUTS

Il faut savoir qu'on peut utiliser les ondes acoustiques comme outil de détection de défaut ou de surveillance... etc. (ultrason par exemple), en ce basant en premier lieu sur le rapport longueur d'onde dimension de défauts.

Le rapport entre la détection de défaut et la longueur d'onde ultrasons (notre cas) n'est pas aussi simple comme on pourrait l'imaginer. La convention indique que si la longueur d'onde des ultrasons est trop grande, et la taille du défaut est beaucoup plus petite alors la longueur d'onde ultrasonique ne sera pas détectée.

Le signal est reflété lors de présence d'un défaut si son impédance acoustique (qu'on va voir plus tard) diffère du matériel environnant.

Une bonne mesure de détectabilité d'un défaut est son rapport signal/bruit (S/N), celui-ci est le signal du défaut eu par réflexion du fond (classées par catégorie en tant que "bruit"). Le niveau absolu du bruit et la force absolue de l'écho d'un "petit" défaut dépendent d'un certain nombre de facteurs :

- Taille de la sonde et ses propriétés focales
- Fréquence, largeur de bande et efficacité de la sonde
- Chemin et distance d'inspection (l'eau et/ou solide)
- Interface (courbure et rugosité extérieure).
- Endroit de défaut en ce qui concerne le rayon incident.
- Caractère bruyant inhérent de la microstructure en métal ou de l'agrégat concret.
- Réflectivité inhérente du défaut qui dépend de son impédance, taille, forme, et orientation acoustique. Les fissures et les défauts volumétriques peuvent refléter les ondes ultrasoniques tout à fait différemment. Beaucoup de fissures sont "invisibles" d'une seule direction et de réflecteur à un autre.
- Etc...

$$\frac{S}{N} = \sqrt{\frac{16}{\rho \cdot v_{m\acute{e}tal} \cdot w_x \cdot w_y \cdot \Delta t}} \cdot \frac{A_{d\acute{e}faut}(f_0)}{FOM(f_0)}$$
(4)

La formule suivante relie certaines des variables effectuant le rapport (signal/bruit) (S/N) d'un défaut [3] :

 $v_{m \acute{e}tal}$ : Vitesse du son en métal.

 $W_x$ : Largeur de la poutre latérale à profondeur du défaut

 $W_{y}$ : Largeur de la poutre latérale à profondeur du défaut

 $\Delta t$ : Durée de la pulsation

 $FOM(f_0)$ : Bruit FOM à la fréquence centrale.

 $A_{défaut}(f_0)$ : Amplitude du défaut à la fréquence centrale.

Plutôt qu'entrer dans les détails de cette formulation, quelques rapports fondamentaux peut être précisés. Le rapport signal/bruit (S/N), et donc la détectabilité d'un défaut:

- Augmentations avec l'augmentation de la taille du défaut (dispersant l'amplitude). La détectabilité d'un défaut est directement proportionnelle à sa taille.
- Augmentations avec un faisceau plus focalisé. En d'autres termes, la détectabilité du défaut est inversement proportionnelle à la largeur du faisceau du capteur.
- Augmentation avec la largeur décroissante d'impulsion (Dt). En d'autres termes, la détectabilité du défaut est inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion produite par un capteur ultrasonique. Plus l'impulsion (une fréquence souvent plus élevée) est courte, plus la détection du défaut est meilleure. Des impulsions plus courtes correspondent à une plus large réponse en fréquence de largeur de bande. Voir la figure 10 ci-dessous qui montre la forme d'onde d'un capteur et son spectre correspondant de fréquences.
- Diminutions en matériaux avec une forte densité et/ou une vitesse ultrasonique élevée.
   Le rapport signal/bruit (S/N) est inversement proportionnel à la densité matérielle et à la vitesse acoustique.
- Augmentations avec la fréquence. Cependant, en quelques matériaux, tels que les alliages titaniques, de A<sub>défaut</sub> et la figure du mérite (FOM Figure Of Merit) toutes les deux changent à peu près par la même valeur en fréquence, ainsi dans ces cas le rapport signal/bruit (S/N) est en quelque sorte indépendant de la fréquence, f<sub>o</sub>. [3]

#### I.1.6 ATTÉNUATION DES ONDES ACOUSTIQUES

Il est bien connu que l'énergie acoustique diminue avec la distance parcourue. L'*atténuation* est la diminution de l'intensité du son en fonction de la distance. En matériaux idéalisés, la pression acoustique (amplitude du signal) est seulement réduite par la propagation de l'onde. Les matériaux normaux, cependant, tous produisent un effet qui affaiblit le son plus loin. Cet autre affaiblissement résulte de deux causes de base : *dispersion* et *absorption* l'effet combiné de la dispersion et l'absorption donne *l'atténuation*. L'atténuation du son est généralement proportionnelle au carré de la fréquence du son. [1] [3]

Le niveau de dégradation de l'onde est exprimé comme :  

$$A = A_0 \exp(-az) \exp[i(wt - kz)]$$
(5)

Avec a: étant l'atténuation de l'onde voyageant dans la direction z

- $k = 2 \pi \lambda$ : la constante de propagation
- $\lambda$  : longueur d'onde
- West la fréquence d'onde angulaire définie par  $2\pi f$ , où f est en Hertz (1 cycle par seconde).

I.1.7 SENSIBILITÉ ET PUISSANCE DES ONDES EN FONCTION DE LA FRÉQUENCE

#### <u>Sensibilité</u>

C'est la facilité de l'onde à subir l'influence des variations du milieu. La sensibilité augmente avec la fréquence c'est-à-dire quand la longueur d'onde diminue.

#### **PUISSANCE**

Dans un même milieu, à une même fréquence, une onde puissante se propagera plus loin qu'une onde faible, parce qu'elle dispose d'une plus grande énergie par unité de surface qu'une onde faible. Par contre à puissance égale au départ (et même milieu bien sûr) une onde à fréquence élevée sera plus vite amortie et éliminée qu'une onde à basse fréquence.



#### I.1.8 IMPÉDANCE ACOUSTIQUE

Le son voyage à travers les matériaux sous l'influence de la pression acoustique. À cause des molécules ou les atomes du solide qui sont liés élastiquement l'un à l'autre, la surpression a comme conséquence une onde se propageant par le solide.

*L'impédance acoustique*, *Z*, d'un matériel est définie comme produit de *densité*,  $\rho$  et vitesse acoustique, *V*, de ce matériel. [3]

$$Z = \rho V \tag{6}$$

L'impédance acoustique est importante pour:

1) La détermination de la transmission et de la réflexion acoustique à la frontière de deux matériaux ayant l'impédances acoustiques différente,

2) La conception des capteurs ultrasoniques,

**3)** L'évaluant de l'absorption du son dans un milieu.

La figure suivante (figure 6) présente un calcul de l'impédance acoustique à titre d'exemple (eau/ acier), à condition qu'on sache sa densité ( $\rho$ ) et sa vitesse acoustique (v). La flèche rouge représente l'énergie du son reflété, alors que la flèche bleue représente l'énergie du son transmis. L'énergie reflétée est à angle droit de la différence divisée par la somme des impédances acoustiques des deux matériaux [3]:

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2 \tag{7}$$

Noter que l'énergie sonore transmise + l'énergie sonore reflété = 1

Z1 (0.148)= ρ1 (1.000)·V1(0.148) Matériel 1 Eau	Énergie de réflexion= 0.877
Z2 (4.516)= $\rho$ 2 (7.800)·V2(0.579) Matériel 2 Acier inoxydable	Énergie de transmission=0.123

Figure I.6 Exemple sur l'impédance acoustique

#### I.2.1 COEFFICIENTS DE RÉFLEXION ET DE TRANSMISSION (PRESSION)

Les ondes ultrasoniques sont reflétées aux frontières où il y a des discontinuités dans l'impédance acoustique (**Z**). Ceci est généralement désigné sous le nom de la *disparité d'impédance*. La fraction de l'incident-intensité ondulante dans les ondes reflétées peut être dérivée parce que la vitesse des particules et les pressions locales des particules sont exigées d'être continues à travers la frontière entre les matériaux.

Formulation pour la réflexion acoustique et les coefficients de transmission (pression) sont montrés dans la figure ci-dessous (à titre d'exemple). La flèche rouge représente le son reflété, tandis que la flèche bleue représente le son transmis. [3]

Z1 (0.148)= ρ1 (1.000)·V1(0.148) Matériel 1 Eau	$Rcoef(0.937) = \frac{Z1(4.516) - Z2(0.148)}{Z1(4.516) + Z2(0.148)}$ $= -0.569  dB$
Z2 (4.516)= ρ2 (7.800)·V2(0.579) Matériel 2 Acier inoxydable	$Tcoef (1.937) = \frac{2 \cdot Z2 (0.148)}{Z1(4.516) + Z2 (0.148)}$ $= 5.740  dB$

Figure I.7 Exemple calcul des Coefficients de réflexion et transmission

**N.B** Noter que les coefficients de réflexion et de transmission sont souvent exprimés en décibels (dB), (où les décibels sont définis comme 20 fois la notation du coefficient de réflexion ou de transmission).

#### I.2.2 LA LOI ET LES ANGLES CRITIQUES DE SNELL

La lumière et le son tous les deux réfractés en passant d'un milieu à un autre avec différents indices de réfraction. Puisque la lumière réfractée aux interfaces, des objets qu'on voit à travers une interface semblent être décalés relativement par rapport où ils devront être vraiment. La vitesse du son en chaque matériel est déterminée par les propriétés de ces matérielles (dans le cas du son: le modèle élastique et la densité) pour ce matériel. Quand les ondes sonores passent entre les matériaux ayant différentes vitesses acoustiques la réfraction aura lieu à l'interface. [4] [5]

La loi de Snell égalise le rapport des vitesses matérielles  $V_1$  et  $V_2$  au rapport des sinus de l'incident (q<sub>1</sub>) et des angles de réfraction (q<sub>2</sub>). Dans la figure ci-dessous l'onde réfractée est montrée en bleu.

L'angle critique peut être trouvé par la loi de Snell, en mettant l'angle du rayon réfracté 90°. Pour n'importe quel angle d'incidence plus grand que l'angle critique, la loi de Snell ne pourra pas être résolue pour l'angle de réfraction. Pour l'angle d'incidence critique, une grande partie de l'énergie acoustique est convertie en onde de Rayleigh (de surface).

Pour trouver l'angle d'incidence requis pour produire une onde de cisaillement pour un angle donné il faudrait :

- 1. Changer la valeur de  $V_1$  en vitesse longitudinale de l'onde pour la cale ou le liquide d'immersion.
- Changer la valeur de V<sub>2</sub> en vitesse de l'onde de cisaillement pour que le matériel soit inspecté.
- 3. Changer la valeur de  $q_2$  en l'angle désiré de l'onde de cisaillement.
- 4. Trouver enfin la valeur de q<sub>1</sub>, l'angle d'incidence correcte.



Figure I.8 Illustrations de l'onde d'incidence

#### I.2.3 RÉFRACTION ET MODE DE CONVERSION

Contrairement au système optique, avec le son, un nouveau phénomène peut se produire où un genre d'onde peut être transformé en d'autres, par exemple les ondes longitudinales vers les ondes transversales et vice versa. La conversion de mode, la conversion du mode de la propagation d'onde sonore, se produit aux interfaces entre les matériaux de différentes impédances acoustiques. Dans la figure ci-dessous, le chemin de rayon transversal (de cisaillement) a été ajouté.

Précédemment on a précisé que la vitesse du son en chaque matériel est déterminée par propriétés matérielles (module élastique et **densité**) pour ce matériel.

Quand les ondes sonores passent entre les matériaux ayant différentes vitesses acoustiques, la réfraction aura lieu juste à l'interface.

La loi de Snell égalise le rapport des vitesses matérielles  $V_1$  et  $V_2$  au rapport des sinus de l'incident ( $q_1$ ) et des angles de réfraction ( $q_2$ ) comme déjà cité plus haut. [5]

L'angle critique peut être trouvé par la loi de Snell, en mettant la valeur 90° pour l'angle du rayon réfracté. Pour n'importe quel angle d'incidence plus grand que l'angle critique, la loi de Snell ne pourra pas être résolue pour l'angle de réfraction.

Pour l'angle d'incidence critique, une grande partie de l'énergie acoustique est transformée en onde de Rayleigh (de surface). Le deuxième angle critique se produit quand les extensions transversales (ou cisaillement) des rayons réfractés sont de 90 °.

Dans l'exemple suivant, les lignes **noires** et bleues représentent l'axe longitudinal de l'onde. La ligne rouge représente l'onde de cisaillement convertie par mode.



### I.3 Ultrasons

#### I.3.1 BASES PHYSIQUES DU CONTRÔLE ULTRASONORE

#### I.3.1.1 NATURE DES ULTRASONS

#### a. Fréquences

Les ultrasons sont des vibrations mécaniques prenant naissance et se propageant dans tout support matériel (solide, liquide ou gaz) présentant une certaine élasticité. En continuation de la gamme sonore, les ultrasons correspondent à des fréquences oscillatoires supérieures à la limite d'audibilité humaine et s'étendant dans une large gamme allant de 15 kilohertz (nettoyage) à plus de 100 MHz (microscopie acoustique, application électronique).

La gamme 1 à 10 MHz couvre la grande majorité des applications des ultrasons en contrôle non destructif industriel. Cela n'est pas un hasard car ces fréquences correspondent, pour les matériaux courants, à des longueurs d'onde ultrasonore de l'ordre du millimètre, valeur réalisant un bon compromis entre directivité, absorption, détectabilité des petits défauts, facilité de réalisation d'appareillages électroniques et de transducteurs fiables et économiques.

#### b. DIFFÉRENTS TYPES D'ONDES

Les ondes ultrasonores, vibrations élastiques de la matière, ont des propriétés liées aux caractéristiques élastiques du support matériel. Ainsi, dans les liquides et les gaz, qui sont des milieux n'offrant aucune résistance au cisaillement, les ondes ultrasonores sont essentiellement des vibrations longitudinales, les particules matérielles se déplaçant, par rapport à leur position d'équilibre, parallèlement à la direction de propagation de l'onde, engendrant des fronts de compression-décompression, eux-mêmes perpendiculaires à cette direction. Ce type d'onde se retrouve dans les solides et d'ailleurs le plus utilisé en pratique.

Toutefois, un autre mode, utilisant le cisaillement, peut exister : mode d'onde transversale pour lequel les vibrations des particules s'exercent perpendiculairement à la direction de propagation.



Ces deux types d'ondes, les plus couramment rencontrés en contrôle non destructif, sont des ondes de volume ; il est possible aussi de générer d'autres types d'ondes dont l'existence dépend en particulier de la configuration du support de propagation. Il y a tout d'abord les ondes de surface, ondes composites constituées à la fois par des déplacements longitudinaux et transversaux, et dont les plus connues et utilisées sont les ondes de Rayleigh ; d'autres modes sont possibles et connus: ondes rampantes de Love, ondes de Bleustein – Gulyaev. Lorsque le support a des dimensions du même ordre de grandeur que la longueur d'onde, cela génère des modes vibratoires particuliers: ondes de Lamb dans les tôles, il s'agit d'ondes dispersives avec mode de vibration symétrique ou antisymétrique ; ondes guidées dans les tiges et barres. Les ondes de Lamb sont utilisées industriellement pour le contrôle des tôles minces métalliques et de certains composites. [5]

#### c. PHÉNOMÈNES DE PROPAGATION

On applique les lois physiques rappelées ici au cas simple d'une onde monochromatique (de fréquence unique). En réalité le contrôle ultrasonore est plus complexe, parce que les transducteurs génèrent des trains d'ondes correspondant à un spectre de fréquence d'une certaine forme et d'une étendue plus ou moins bien connues.

C'est une remarque qu'il ne faut pas perdre de vue, lorsque l'on veut mettre en pratique ces bases physiques par ailleurs indispensables à la bonne compréhension des mécanismes mis en jeu dans tout contrôle ultrasonore.

#### d. VITESSE, DIRECTIVITÉ, ATTÉNUATION

On démontre par la théorie des milieux élastiques que les vitesses de propagation des ondes ultrasonores longitudinales (VL) transversales (VT) et de Rayleigh (VR), en m/s, sont liées aux caractéristiques du matériau par les relations suivantes :

$$V_{L} = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}$$
(8)

$$V_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}} \tag{9}$$

$$V_R \approx 0.9 V_T \tag{10}$$

Avec E(Pa) : module de Young,

 $\sigma$  (sans dimension) coefficient de poisson,

 $\rho$  (kg/m3) masse volumique

Le tableau 2 donne quelques exemples de vitesses moyennes  $V_L$  et  $V_T$  pour les matériaux couramment utilisés en CND.

La longueur d'onde  $\lambda$  d'un train d'onde ultrasonore se déduit de la vitesse de propagation par la relation simple suivante :

$$\lambda = \frac{V}{f} \tag{11}$$

Où f est la fréquence de la vibration.

Tableau I.2 –Vitesses et impédance acoustique (valeur moyennes arrondies)				
MATÉRIAU	MASSE	VITESSE DES ONDES	VITESSE DES ONDES	IMPÉDANCE ACOUSTIQUE
	VOLUMIQUE	LONGITUDINALES	TRANSVERSALES	$(10^{6} \text{ KG·M}^{-2} \cdot \text{S}^{-1})$
	$(10^3  \mathrm{KG/M^3})$	(M/S)	(M/S)	
Aciers	7.8	5900	3250	46
Fonte	7,2	4600	2150	33
Aluminium	2,7	6300	3100	17
Cuivre	8,9	4700	2250	42
Laiton	8,5	4500	2100	38
Béton	2,5	4500		11
Muscle	1,0	1600		1,6
Araldite	1,2	2500	1050	3
Plexiglas	1,2	2700	1100	3,2
Verre	2,5	5650	3400	14
Huile	0,8	1500		1,2
Glycérine	1,3	1900		2,5
Eau	1,0	1480		1,5
Mercure	13,6	1450		20
Quartz	2,7	5750		15
Titanate de Baryum	5,7	4400		35
Air	1,3.10-3	330		4.10-4

Cette longueur d'onde  $\lambda$  est à prendre en considération dans la propagation des ondes, en particulier vis-à-vis de l'étalement du faisceau ultrasonore (directivité) et de l'atténuation de l'onde par le milieu. Nous avons vu que les ultrasons utilisés en CND se situent dans la gamme des fréquences 1 à 10 MHz, ce qui correspond, dans l'acier par exemple, à des longueurs d'onde de 0,6 à 6 mm en mode longitudinal.

À ces courtes longueurs d'onde, les ultrasons se propagent essentiellement en ligne droite selon un faisceau plus ou moins étalé, constitué d'un lobe principal dans lequel la plus grande partie de l'énergie est concentrée (figure 11). C'est cette propriété qui les rend utiles pour localiser les défauts. Près de la source ultrasonore, on peut démontrer que le faisceau est l'objet d'interactions vibratoires assez complexes donnant lieu à des maximums et des minimums d'énergie sur l'axe de propagation (figures 12 et 13) ; il s'agit du champ proche ou zone de Fresnel dont la longueur l est donnée par la relation:

$$l = \frac{D^2}{4\lambda} \tag{12}$$

D étant le diamètre de la source.

Ensuite, l'énergie devient monotone et le faisceau diverge selon un angle d'étalement 20 tel que :





 $\theta = 1,22\lambda / D \tag{13}$ 

Il s'agit du champ éloigné ou zone de Fraunhofer, situé en pratique à quelques centimètres du transducteur et donnant lieu à un étalement en général inférieur à quelques dizaines de degrés d'angle.

L'énergie dans l'axe décroît régulièrement à cause de l'étalement du faisceau, mais aussi à cause de l'atténuation de l'onde par le milieu.

• L'atténuation ultrasonore suit assez bien la loi exponentielle de la forme :

$$I = I_0 \exp(-\alpha x) \tag{14}$$

Avec  $\alpha$ : coefficient d'atténuation,

x: épaisseur traversée.

On peut considérer cette atténuation, en particulier dans les métaux, comme faible eu égard aux puissances et aux sensibilités de détection utilisables; cela explique les grandes possibilités pratiques du contrôle par ultrasons.  $\alpha$  varie de 1 dB/m pour l'eau à 5 à 200 pour les métaux et 500 pour le plexiglas (à 2 MHz).

L'atténuation résulte de plusieurs effets :

— L'ABSORPTION ULTRASONORE par le milieu, proportionnelle à la fréquence et qui correspond à la dissipation thermique par frottement ;

— LA DIFFUSION ULTRASONORE par le milieu, liée à sa structure, à son anisotropie, à son caractère parfois diphasique ; la longueur d'onde, donc la fréquence, est à prendre en compte pour définir les domaines et les lois d'atténuation par diffusion ; on montre ainsi que l'atténuation dans un solide polycristallin simple, de diamètre de grain homogène *d*, est de la forme :

$$\alpha = \alpha_1 f + \alpha_2 d^3 f^4 \tag{15}$$

si  $\lambda >>$ d (diffusion de Rayleigh).

On voit ici l'importance que jouent, à la fois, la fréquence des ultrasons et la nature du matériau sur l'atténuation et donc sur la possibilité de mettre en oeuvre le contrôle ultrasonore d'une pièce.

I.3.1.2 CHANGEMENT DE MILIEU : RÉFLEXION, TRANSMISSION

Lorsqu'un faisceau acoustique arrive en incidence normale sur l'interface entre deux milieux de natures différentes, tout comme en optique, une partie de l'onde incidente est transmise dans le second milieu, alors que l'autre partie est réfléchie en sens inverse dans le premier milieu. Ces phénomènes de réflexion/transmission sont régis par un concept d'impédance acoustique  $Z = \rho V$ , produit de la masse volumique  $\rho$  du matériau par la vitesse V des ultrasons dans ce milieu considéré (noter que l'impédance acoustique utilisée dans le domaine sonore est définie différemment). Les intensités acoustiques réfléchies (I<sub>r</sub>) et transmises (I<sub>t</sub>), relativement à l'intensité initiale I<sub>0</sub>, sont données par les relations suivantes: 20

$$\frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$
(16)  
$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$
(17)

Avec  $Z_1$  et  $Z_2$  impédances acoustiques des milieux 1 et 2, l'onde se propageant du milieu 1 vers le milieu 2. Il est facile d'en déduire qu'une onde sera transmise intégralement si  $Z_1 = Z_2$  c'est-à-dire si l'on a réalisé une parfaite adaptation d'impédance, condition bien connue en électronique des circuits. En fait, les couplages acoustiques en CND par ultrasons mettent souvent en jeu des matériaux à impédances acoustiques éloignées comme l'eau, l'acier, le plexiglas (voir tableau 2) ; on doit donc tolérer en pratique une perte importante d'énergie aux interfaces, perte qui devra être compensée par une grande sensibilité à la réception de l'onde en retour. Dans des cas particuliers, comme la microscopie acoustique, on devra choisir un couplant liquide mieux adapté, à forte impédance, comme le mercure par exemple.

Ces relations montrent, par ailleurs, et cette fois-ci de façon favorable, que la sensibilité de la détection ultrasonore par échos sur un défaut est très grande, puisqu'en général le rapport  $Z_1/Z_2$  de l'impédance du matériau solide testé (métal par exemple, avec  $Z_1 > 15 \times 10^6$  kg · m<sup>-2</sup> · s<sup>-1</sup>) à celle du défaut (porosité ou fissure remplies d'air avec  $Z_2 = 10^{-3} \times 10^6$  kg · m<sup>-2</sup> · s<sup>-1</sup>) sera très grand correspondant à une réflexion totale de l'énergie ultrasonore. De plus, l'expérience montre que cette réflexion reste totale même lorsque l'épaisseur de la fissure est infime et bien inférieure à la longueur d'onde  $\lambda$ . [5] [3]

#### I.3.1.3 RÉFRACTION. TRANSFORMATION DE MODE. FOCALISATION

Lorsqu'un faisceau acoustique arrive avec une incidence non nulle  $\alpha_1$  sur une interface plane (sur la largeur utile du faisceau) entre deux milieux, on retrouve, comme ci-dessus, une décomposition de l'énergie en énergie réfléchie et énergie réfractée. Cependant, un second phénomène peut prendre naissance, c'est la création de plusieurs ondes réfractées (ou réfléchies) de modes différents (figure 14).

Les orientations des faisceaux d'ondes réfléchies et réfractées sont définies par les lois de Descartes (ou de Snell), bien connues en optique, et où l'indice optique est ici remplacé par la vitesse V des ondes acoustiques considérées. On a les relations entre angles de réfraction et vitesse de l'onde :

$$\frac{\sin \alpha_1}{V_1} = \frac{\sin \alpha_{2L}}{V_{2L}} = \frac{\sin \alpha_{2T}}{V_{2T}}$$
(18)

21

On en déduit qu'il est possible, à partir d'une onde longitudinale dans le milieu 1, de créer dans le milieu 2 à la fois des ondes longitudinales et des ondes transversales ayant des directions de propagation différenciées. Le calcul de la condition sur les sinus montre qu'il peut exister des angles d'incidence critiques au-delà desquels les ondes réfractées ne peuvent exister.



Par exemple, pour l'incidence d'une onde longitudinale entre eau et acier, selon la valeur de l'angle  $\alpha$ , on a:

• Production de 2 modes L et T si :

$$\sin \alpha < \frac{V_1}{V_{21}} = \frac{1500}{5850}$$
 soit  $\alpha < 15^{\circ}$ 

- Disparition de l'onde longitudinale pour  $\alpha \approx 15^{\circ}$ ;
- Présence de l'onde transversale seule de 15° à:

$$\arcsin\frac{V_1}{V_2} = \frac{1500}{3250} = 27^0 30'$$

• Réflexion totale du faisceau dans l'eau pour  $\alpha > 27^{\circ}30'$  sauf pour l'angle:

$$\alpha = \arcsin \frac{V_1}{V2R} = 31^\circ$$
correspondant à la création des ondes de Rayleigh en surface.

Ces considérations sur les angles et les modes sont très importantes en pratique, à la fois pour générer des ondes transversales, maîtriser l'interprétation des échos de sondage, concevoir la géométrie des faisceaux utilisés pour le contrôle des pièces et des défauts particuliers. Il faudrait, en toute logique, les compléter par les considérations sur la répartition de l'énergie entre les faisceaux.

On peut mettre à profit les lois de réfraction acoustique pour réaliser des faisceaux d'ondes focalisés permettant de combattre la divergence ou l'étalement naturel du faisceau (palpeurs focalisants) et, plus encore, de concentrer l'énergie ultrasonore dans une zone focale de taille inférieure au diamètre du transducteur, accroissant ainsi la sensibilité de la détection ultrasonore des petits défauts. On peut utiliser pour cela une lentille acoustique de rayon R; si n est son indice (rapport relatif des vitesses entre la lentille et le milieu de couplage), les lois précédentes nous permettront de calculer la distance focale f du faisceau selon :

$$f = \frac{R}{(1-n)} \tag{19}$$

Les dimensions de la tache focale, assimilables au diamètre d et à la longueur l d'un cylindre dans lequel l'énergie acoustique est maximale et constante à 3 dB près, sont données par les relations suivantes :

$$d = \lambda \frac{f}{D} \tag{20}$$

$$l = 4\lambda \left(\frac{f}{D}\right)^2 \tag{21}$$

Avec D diamètre du transducteur et de sa lentille.

### I.4 PRODUCTION ET DÉTECTION DES ULTRASONS

Il y a deux voies pour générer des ultrasons dans la pièce à contrôler :

- Soit utiliser un oscillateur mécanique (transducteur électroacoustique), générateur de vibrations ultrasonores qui seront transmises à la pièce par couplage acoustique;
- Soit générer les ultrasons à la surface de la pièce elle-même par tout moyen susceptible d'activer les particules du milieu (forces électromagnétiques, impulsions thermiques, ablation laser).

La mise en évidence de l'onde de retour peut se faire selon les mêmes voies :

- Détection des vibrations à la surface de la pièce (interférométrie laser);
- Couplage vers un transducteur spécifique (palpeur récepteur).

Sachant qu'en pratique, la solution du transducteur ultrasonore (souvent appelé palpeur) est de très loin la plus utilisée.

I.5 EFFET PIÉZOÉLECTRIQUE

La grande majorité des palpeurs ultrasonores utilisés en CND sont des *transducteurs piézoélectriques*. C'est en 1880 que l'effet piézoélectrique fut découvert par P. et J. Curie: production d'un potentiel électrique sous l'effet d'une compression appliquée à une lame de tourmaline taillée selon l'un des axes cristallographiques du monocristal. La réciprocité du phénomène (production d'une vibration mécanique à partir d'une impulsion de tension électrique) fut mise en évidence à la même époque, ouvrant la voie à la réalisation d'un transducteur ultrasonore. Cet effet piézoélectrique, caractérisé par les paramètres g (constante de pression) et K (facteur de couplage) est minime pour les cristaux naturels comme le quartz. On l'a amélioré tout d'abord en développant des céramiques piézoélectriques de synthèse, dont la plus utilisée est le titanate de baryum, bien que deux autres variétés offrent des performances plus grandes : le PZT, titanatezirconate de plomb et le métaniobate de plomb. [6] [5]

De plus, on accroît notablement l'effet piézoélectrique vibratoire en excitant le cristal ou le polycristal sur son mode de résonance mécanique ; en pratique, cela revient à utiliser une lame piézoélectrique d'épaisseur a telle que :

$$f_0 = \frac{V}{2a} \tag{22}$$

Avec  $f_0$  fréquence fondamentale de vibration du transducteur,

V vitesse du son dans le matériau.

Les films polymères piézoélectriques, en particulier les membranes de PVDF (polyfluorure de vinylidène), constituent une nouvelle famille de matériaux piézoélectriques aptes à avoir des applications pratiques dans le domaine des ultrasons. Le fait que ces films soient déformables et éventuellement très minces en fait un constituant de choix pour la réalisation de sondes à barrettes de transducteurs pour l'échographie médicale ou celle de sondes à très hautes fréquences pour la microscopie ultrasonore.

# CHAPITRE II

# CONTRÔLE NON DESTRUCTIF

### **II.1 INTRODUCTION**

Le vocable Essais Non Destructifs (END : évoquant les examens en laboratoire) ou encore Contrôles Non Destructifs (CND : évoquant mieux l'aspect qualité industrielle) regroupe l'ensemble des techniques et procédés pouvant fournir des informations sur la santé et l'état d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte des altérations préjudiciables à leur utilisation ultérieure, garantissant ainsi : la sécurité d'emploi, la conformité du produit à l'usage auquel il est destiné.

Le contrôle non destructif (CND) apparaît comme un élément majeur du contrôle de la qualité des produits, puisque le but c'est détecter des anomalies et des hétérogénéités plutôt que de mesurer des paramètres physiques (poids, côtés d'une pièce...), c'est dont il se différencie de l'instrumentation de laboratoire et industrielle.

Le domaine des contrôles non destructifs constitue un secteur spécifique d'activité scientifique et industrielle possédant ses propres structures professionnelles qui regroupent des industriels fabricants ou distributeurs spécialisés, des organismes d'étude et de formation, des sociétés de services, ainsi que les départements spécialisés d'un certain nombre de grosses entreprises industrielles fortement utilisatrices de ces techniques. Participant ainsi dans les domaines métallurgiques, instrumentation industrielle, commerciale, scientifique et même médicale....

PROBLÉMATIQUE C'est quoi le CND ? Pourquoi on utilise le CND ? C'est quoi l'ultrason ? C'est quoi le CND par ultrasons ? Comment utiliser l'ultrason dans le CND ?

## **II.2** CONTRÔLE NON DESTRUCTIF (APPLICATIONS ET TENDANCES)

### **II.2.1** CHAMP D'APPLICATION ACTUEL

L'objectif du contrôle non destructif est essentiel pour la bonne marche des industries qui fabriquent, mettent en oeuvre ou utilisent les matériaux, les produits, les structures de toutes natures. Et dans ce sens, la qualité est un impératif difficilement contournable, le champ d'application des CND ne cesse de s'étendre au-delà de son domaine d'emploi traditionnel constitué par les industries métallurgiques et les activités où la sécurité est primordiale, telles que le nucléaire et l'aéronautique.

Les types et la nature des défauts que l'on veut détecter se diversifient ; on recherche les défauts technologiques ponctuels graves, et ceux inhérents à la fabrication et à l'utilisation des métaux (fissure de fatigue), les défauts d'aspect (surface propre entachée) en plus des corps étrangers nuisibles (éclats de verre dans un emballage alimentaire).

Le contrôle non destructif d'un produit ou d'un objet peut être effectué à trois stades différents de sa vie, menant ainsi à trois types d'application se différenciant à la fois par le contexte industriel et par la nature du contrôle lui-même.

LE CONTRÔLE EN COURS DE FABRICATION procède d'instrumentation industrielle en tant qu'outil de contrôle, souvent automatisé et impliquant un appareillage installé en ligne de fabrication présentant :

Une grande robustesse,

Une réaction rapide,

Un coût d'exploitation faible,

Une bonne fiabilité (malgré tout,).

Les défauts recherchés sont ici généralement bien identifiés, quand le détecteur de défauts ne peut pas être installé en ligne de fabrication, on utilise dans l'industrie des bancs de contrôle correspondant bien souvent à des équipements importants en taille et en coût d'investissement.

LE CONTRÔLE EN RECETTE (lot de pièces, installation, ouvrage au moment de la livraison) c'est le procédé de respect de conformité à des spécifications de qualité définies auparavant :

1. Choix des paramètres de réglage,

2. L'étalonnage, de la présentation et de l'archivage des résultats obtenus.

Il s'agit bien de détecter des défauts et aussi définir leur nature et ces dimensions.

### **CHAPITRE II**

LE CONTRÔLE EN SERVICE s'effectue sur pièces ou structures lors d'opérations de maintenance ou à la suite de détection d'anomalies de comportement du matériel. On en attend de ce contrôle :

- Une très grande fiabilité, eu égard à l'importance des risques encourus par la 1. non-détection d'un défaut grave.
- 2. Pouvoir estimer le mieux possible la nature et les dimensions des défauts pour pouvoir en apprécier la nocivité;
- 3. disposer aussi d'une grande reproductibilité de l'examen non destructif, de façon à pouvoir suivre l'évolution du dommage au cours du temps.

### **II.2.2** TENDANCES ET EVOLUTION

L'outil majeur du contrôle qualité d'une entreprise, les techniques de CND continueront à s'élargir leur champ d'application tend vers de nouveaux secteurs d'activité économique. On remarque aussi que l'objectif du contrôle non destructif évolue en rapprochant ce domaine de celui de l'instrumentation ; il ne suffit plus aujourd'hui de détecter un défaut, il faut aussi le caractériser et le dimensionner ; il faut aussi imaginer des techniques et procédés non destructifs aptes à mettre en évidence des hétérogénéités physiques complexes ou des irrégularités de propriétés telles que, par exemple, des variations de microstructure dans un métal, des variations de texture ou de rugosité sur une surface, des variations de propriétés électromagnétiques sur une bande. Ces objectifs sont souvent difficiles à atteindre, car les lois de la physique sont ce qu'elles sont et ainsi, dans ce domaine, les progrès sont lents.

Il n'en va pas de même pour l'automatisation des CND qui bénéficie pleinement des progrès de l'informatique ; il en résulte l'arrivée sur le marché, d'année en année, d'appareillages plus performants, plus fiables et surtout plus faciles à utiliser dans le cadre du respect de procédures de contrôles très strictes. L'évolution des CND doit prendre toutefois en compte l'aspect coût, ce dernier pouvant freiner l'essor de nouvelles techniques très performantes, comme c'est le cas actuellement pour la tomographie X.

### II.3 PRINCIPES DE DÉTECTION DES DÉFAUTS

### II.3.1 HÉTÉROGÉNÉITÉS ET DÉFAUTS

Le terme *défaut* est ambigu, relatif et peu précis, mais sa connotation négative évoque bien le rôle que joue le contrôle non destructif dans la recherche de la qualité. En fait, détecter un défaut dans une pièce, c'est physiquement, mettre en évidence une hétérogénéité de matière, une variation locale de propriété physique ou chimique préjudiciable au bon emploi de celle-ci. Cela dit, on a l'habitude de classer les défauts en deux grandes catégories liées à leur emplacement : les défauts de surface, les défauts internes. 28

### **CHAPITRE II**

LES DÉFAUTS DE SURFACE, accessibles à l'observation directe mais par toujours visibles à l'oeil nu, peuvent se classer en deux catégories distinctes : les défauts ponctuels et les défauts d'aspect.

La première catégorie (défauts ponctuels) correspond aux défauts les plus nocifs sur le plan technologique, puisqu'il s'agit des criques, piqûres, fissures, craquelures, généralement aptes à provoquer à terme la rupture de la pièce, en initiant par exemple des fissures de fatigue. Dans les pièces métalliques, l'épaisseur de ces fissures est souvent infime (quelques µm) et elles peuvent être nocives dès que leur profondeur dépasse quelques dixièmes de millimètre, ce qui implique l'emploi pour leur détection de méthodes non destructives sensibles, telles que le ressuage, la magnétoscopie, les courants de Foucault, les ultrasons.

La seconde catégorie correspond aux défauts d'aspect, c'est-à-dire à des plages dans lesquelles une variation de paramètres géométriques ou physiques (rugosité, surépaisseur, taches diverses) attire le regard et rend le produit inutilisable. Ici, le contrôle visuel est possible, mais on cherche à le remplacer par des contrôles optiques automatiques. [8] [9]

LES DÉFAUTS INTERNES sont des hétérogénéités de natures, de formes, de dimensions extrêmement variées, localisées dans le volume du corps à contrôler. Leur nomenclature est très étoffée et spécifique à chaque branche d'activité technologique et industrielle.

Dans les industries des métaux, il s'agira de criques internes, de porosités, de soufflures, d'inclusions diverses susceptibles d'affecter la santé des pièces moulées, forgées, laminées, soudées. Dans d'autres cas, il s'agira simplement de la présence d'un corps étranger au sein d'une enceinte ou d'un produit emballé. Ici le contrôle visuel est généralement exclu d'office et l'on utilisera donc l'un ou l'autre des grands procédés du CND que sont la radiographie, le sondage ultrasonore, ou encore des techniques mieux adaptées à certains cas comme l'émission acoustique, l'holographie, l'imagerie infrarouge, la neutronographie. [8] [9]

### II.3.2 PROCÉDURE DE CND

L'opération de contrôle non destructif d'un objet ne se borne généralement pas à la détection d'éventuels défauts. En effet, même si le choix du procédé, de la méthode et du matériel a été effectué au préalable, il faut envisager toute une procédure ayant les objectifs suivants : fiabilité de l'examen, reproductibilité, localisation des défauts, identification, caractérisation de ceux-ci, en particulier par leur taille, classement, présentation visuelle, décision concernant l'affectation de l'objet, enfin archivage des résultats et des conditions d'examen.

Ce sont des opérations d'étalonnage, de calibrage, de balayage de la sonde, de traitement des données qui permettent d'atteindre ces objectifs désormais dans de bonnes conditions, grâce à l'apport intensif de l'informatique en temps réel. [9] [7]

## II.3.3 PRINCIPE DE LA DÉTECTION D'UN DÉFAUT

Le principe de la détection d'un défaut consiste à exciter celui-ci et à recueillir sa réponse. Schématiquement, on peut généralement distinguer les étapes suivantes, quelle que soit la méthode employée :

- Mise en oeuvre d'un processus physique énergétique ;
- Modulation ou altération de ce processus par les défauts ;
- Détection de ces modifications par un capteur approprié ;
- Traitement des signaux et interprétation de l'information délivrée.

Différents types d'énergie sont employés en pratique: énergie mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (radioscopie, observation dans le visible, flux magnétique...). On peut schématiquement distinguer deux groupes de méthodes de détection :

Les méthodes de flux, avec une excitation et une détection de même nature et pour lesquelles le défaut introduit une perturbation de flux qui peut être relevée soit directement dans le flux transmis (radiographie) ou le flux rediffusé (ultrasons), soit par un effet de proximité (bobine de sonde à courants de Foucault, flux de fuite magnétique) (figure 15); la grande majorité des procédés du contrôle non destructif se réfère à ce groupe de méthodes; les méthodes pour lesquelles l'excitation et la détection sont de natures différentes, chacune mettant en jeu un processus original et spécifique; l'excitation la plus employée est la sollicitation mécanique;

### II.3.4 CLASSEMENT ET PERFORMANCES DES PROCÉDÉS DE CND

Les procédés de contrôle non destructif résultent de la mise en oeuvre des principes et techniques physiques précédents. Ils sont assez nombreux. Certains sont anciens, d'autres récents; certains sont simples, d'autres complexes; certains sont très employés, d'autres peu. On les classe habituellement en deux familles selon qu'ils favorisent la détection des défauts de surface ou des défauts internes.

Le tableau 1 dresse la liste des procédés actuellement utilisés en contrôle industriel et résume leurs principes et leurs champs d'application spécifiques.

Les performances des procédés de contrôle non destructif résultent à la fois de considérations théoriques et pratiques.



		Tableau II.3 – Les procédés	de contrôle non destructif : d	caractéristique		
Types de procédés	Méthodes de contrôle	Méthodes de contrôle	Types de défauts détectés	Domaines d'application	Points forts	Points faibles
	Examen visuel directe ou assisté	an in the second s	Défauts débouchant, fissures,	Contrôle manuel de tous produits à surface accessible	Souplesse	Productivité, fiabilité
	Contrôle laser	VISION FERMIDARION & UNE LEREXION	criques, trous	Contrôles automatiques de bandes et tôles	Productivité	Taux de fausses alarmes
Optiques	Contrôle TV	Formation d'une image	Défauts d'aspect, taches	Contrôle automatique en fabrication des produits divers	Productivité	Défauts fins
	Interférométrie holographique	Détection de microdéformations provoquées	Délaminations, décollements	Contrôle en atelier de parois non métalliques	Contrôle des composites	Interprétation, productivité
	Thermographie infrarouge	Cartographie de perturbations thermiques	Délaminations, hétérogénéités diverses	ldem Contrôle sur site	Cartographie	Caractérisation des défauts
Ressuage	Ressuage	Effet de capillarité	Défauts fins débouchant	Contrôle manuel de tous produits à surface accessible	Simplicité Faible coût	Productivité, peu quantitatif
Flux de fuite	Magnétoscopie	Accumulation de poudre	Défauts fins débouchant et sous-cutanés	Produits ferromagnétiques	Sensibilité	Réservé aux aciers Peu quantitatif
Magnétique	Détection de flux de fuite	Distorsion d'un flux magnétique	Défauts fins débouchant	(aciers)	Sensibilité Automatisation	Fragilité des sondes
	Courants de Foucault	Perturbations d'un courant	Défauts fins débouchant	Contrôle en ligne et sur chantier de tous produits métalliques	Sensibilité Automatisation	Matériaux non conducteurs Interprétation
Électromagné tiques	Potentiel électrique	Perturbations d'un courant	Mesure de profondeur de défauts	Tous produits conducteurs	Simplicité Faible coût	Contrôle manuel Lent
	Hyperfréquence	Transmission ou réflexion radar	Hétérogénéités diverses	Matériaux peu conducteurs	Contrôle sans contact	Interprétation du signal

	Table	eau II.3 – Les procédé	s de contrôle non	destructif : caractéristi	ques (suite)	
Types de procédés	Méthodes de contrôle	Méthodes de contrôle	Types de défauts détectés	Domaines d'application	Points forts	Points faibles
	Radiographie X			Contrôle en atelier et sur site de tous matériaux	Cartographie Souplesse de réglage	Protection Détection des fissures
	Radiographie $\gamma$			:[][	Fortes épaisseurs	Profondeur des défauts
	Radioscopie en temps réel	Atténuation d'un flux	Défauts internes		Productivité	Résolution limitée
kayonnements ionisants	Tomographie X			Contrôle de structures non métalliques	Imagerie en coupe	Coût Productivité
	Neutronographie			Corps hydrogénés	Complète	Équipement
	Diffusion Compton	Rétrodiffusion	Délaminations	Contrôle d'emploi des composites	la radiographie	Condition d empioi
Vibrations	Ultrasons	Perturbation d'une onde Échographie	Défauts internes Défauts débouchant	Contrôle manuel ou automatique de la majorité des matériaux	Grande sensibilité Nombreuses méthodes d'auscultation	Conditions d'essai Interprétation des échos Couplage
mécaniques	Émission acoustique	Émission provoquée par sollicitation mécanique	Criques Fissures	Parois de gros récipients Structures diverses	Contrôle global avec localisation des défauts	Interprétation Bruits parasites
	Essais dynamiques	Perturbations d'un amortissement Mesure de vitesse	Criques Fissures	Contrôle de pièces moulées	Productivité	Qualitatif
	Essais hydrostatiques	Détection de bulles	Défauts			
Tests ď'étanchéité	Tests avec gaz traceurs (halogènes, hélium)	Détection chimique	débouchant dans joints ou parois,	Tubes et enceintes en tous matériaux	Grande étendue de flux de fuite selon la méthode	Contingences diverses selon la méthode
	Détection sonore	Bruit acoustique	zone perméable			

### **II.3.5** LIMITE DE DÉTECTION

La limite de détection est liée à deux facteurs de nature différente: le rapport signal/bruit, le pouvoir séparateur.

• LE RAPPORT SIGNAL/BRUIT en sortie d'appareil doit être suffisamment supérieur à 1 pour qu'une conclusion claire soit prise quant à l'absence ou la présence d'un défaut. Ce facteur dépend d'abord de la façon dont le défaut lui-même « émerge » de son environnement que l'on doit chercher à améliorer (nettoyage et meulage des surfaces très rugueuses, affinage des microstructures trop grossières des métaux) à chaque fois que cela est possible (impératifs techniques et de coût). Ensuite, les conditions d'examens (choix d'un éclairage approprié, d'un angle de tir, d'une fréquence d'excitation, etc.), la qualité de l'appareillage (bruit électronique) et la nature du traitement de l'information (imagerie, renforcement des contrastes) devront concourir à accroître le rapport signal/bruit. [8] [9]

• LE POUVOIR SÉPARATEUR correspond à la limite physique de détection ; son fondement théorique est bien établi dans le cas des techniques utilisant une onde vibratoire telles que l'optique ou le contrôle ultrasonore. Les lois de la diffraction impliquent en effet que cette limite soit proportionnelle au rapport  $\lambda/D$ ,  $\lambda$  étant la longueur de l'onde dans le milieu considéré et D l'ouverture de l'appareil, en fait généralement le diamètre de la sonde. Le paramètre  $1/\lambda$  étant proportionnel à la fréquence de la vibration, on comprend ainsi pourquoi, en contrôle ultrasonore par exemple, l'utilisation de fréquences élevées est favorable à la détection des défauts les plus fins (microscopie ultrasonore). On comprend d'autre part l'intérêt théorique d'accroître fortement le paramètre D (technique d'ouverture synthétique en hyperfréquence et ultrasons, holographie). [7]

## II.3.6 ÉTALONNAGE. APTITUDE AU DIMENSIONNEMENT DES DÉFAUTS

L'aptitude au dimensionnement des défauts peut s'établir en partie sur la base de considérations théoriques, mais c'est pratiquement toujours la procédure d'étalonnage qui permettra en fait de quantifier cet aspect très important du contrôle. La théorie permet de comprendre les limites des méthodes empiriques de calibrage des défauts basées sur la seule prise en compte de l'amplitude du signal (calibrage AVG en contrôle ultrasonore). [8]

L'étalonnage permet de définir et de maintenir une relation quantitative entre signal et défaut, le problème étant bien entendu de connaître par ailleurs de façon précise les caractéristiques de ce défaut. L'utilisation pour l'étalonnage de défauts naturels oblige à détruire la pièce d'essai tandis que l'utilisation de défauts artificiels éloigne des conditions réelles de contrôle. Un compromis consiste à utiliser des défauts naturels provoqués (fissures de fatigue). 34

# II.4 CND PAR ULTRASONS

### II.4.1 PALPEURS PIÉZOÉLECTRIQUES

De façon générale, un palpeur ultrasonore comporte, outre la pastille céramique dont les faces sont métallisées et raccordées à un connecteur électrique, une face avant de protection et de couplage et un bloc amortisseur arrière pour, à la fois, dissiper l'énergie rayonnant vers l'arrière et moduler le spectre ultrasonore par amortissement de la résonance mécanique de la pastille transductrice.

Une bobine électrique d'accord ou un transformateur adaptateur d'impédance peut être inclus dans le boîtier, constituant l'ensemble du palpeur qui est généralement utilisé en émetteur-récepteur (figure 16). [9]



Il existe plusieurs familles de palpeurs piézoélectriques adaptées aux différents modes d'utilisation: contrôle par contact ou en immersion, nature du produit à sonder, des défauts, etc. Les 4 types de palpeurs les plus utilisés dans l'industrie sont les suivants (figure 17) palpeur droit cylindrique, palpeur d'angle à sabot, palpeur droit focalisé, palpeur droit double avec émission et réception séparées (palpeurs SE). Certaines applications particulières font appel à des palpeurs spéciaux tels que les palpeurs droits rectangulaires, les palpeurs à focalisation cylindrique et les barrettes multi-palpeurs, nées dans le domaine médical et dont l'emploi se développe dans l'industrie.

### **CHAPITRE II**

On caractérise un palpeur ultrasonore par les 2 paramètres à la base des lois de propagation rappelées précédemment : sa fréquence d'oscillation et son diamètre. On ajoutera la distance focale (dans l'eau) pour un palpeur focalisé, et l'angle de réfraction (dans l'acier) pour les palpeurs d'angle. Les caractéristiques électriques devront être connues pour adapter le matériel électronique et le câble de liaison. On se contente souvent de caractériser le spectre de fréquence par un classement qualitatif : large bande (palpeur amorti), bande étroite. La tendance est toutefois de mieux caractériser le matériel en relevant le spectre réel et surtout la cartographie du faisceau ultrasonore (dans l'eau) en régime impulsionnel.

### II.4.1.1 PALPEURS EMA

Ce nouveau type de transducteur met en oeuvre les interactions champ magnétique-courants de Foucault induits dans un métal pour créer des forces donnant naissance à des vibrations ultrasonores, d'où son appellation de palpeur électro-magnéto-acoustique (EMA).

L'effet étant réversible, on peut concevoir ainsi un palpeur émetteur-récepteur utilisable sans contact avec le produit sondé et avant des possibilités très larges de réglage en fréquence et en largeur de bande ; cependant, sa faible sensibilité oblige à le maintenir à une très faible distance de la surface du produit à contrôler (quelques millimètres) et à utiliser une électronique particulière. Ces handicaps font que son développement commercial est aujourd'hui très limité bien que des applications intéressantes existent en laboratoire et dans certaines industries comme la sidérurgie. [9] [10]

### II.4.1.2 PALPEURS LASERS

L'impact d'un faisceau laser impulsionnel de puissance sur la surface d'un matériau, et en particulier d'un métal, constitue une source ultrasonore généralement omnidirectionnelle et pouvant comporter un large spectre de fréquences vibratoires. On peut, par certains artifices, favoriser un mode de propagation et donner une certaine directivité au faisceau, obtenant ainsi un émetteur d'ultrasons sans contact. [8]

La réception optique, sans contact, peut être réalisée par un interféromètre optique de haute sensibilité, détectant les infimes variations géométriques de la surface où émergent les ultrasons.

En pratique, il est difficile de réaliser un tel interféromètre apte à fonctionner hors du laboratoire, aussi pour l'instant ce type de transducteur, au demeurant beaucoup plus coûteux qu'un simple palpeur piézoélectrique ne connaît pas d'application industrielle notable.



Figure II.17 – Différents types de palpeurs piézo-électriques

# II.4.3 MISE EN OEUVRE. APPAREILLAGE DE CONTRÔLE, ÉTALONNAGE

# II.4.3.1 COUPLAGE ACOUSTIQUE

Plusieurs méthodes sont utilisées selon la nature du contrôle. Le contrôle en cuve d'immersion, remplie en général d'eau additionnée d'un agent mouillant, permet d'assurer un couplage satisfaisant entre le ou les palpeurs et la pièce à contrôler, tout en assurant une mobilité 3D à ces palpeurs, d'où des possibilités d'examen de pièces complexes grâce à un bras manipulateur programmé et aussi la facilité d'utiliser des palpeurs focalisés.





Le contrôle au défilé de produits plats ou longs fait appel soit à l'EMA qui supprime la notion de couplage elle-même, soit à couplage par film ou jet d'eau ou d'huile, ou encore à une immersion partielle dans une boîte à eau abritant les transducteurs à ultrasons.

En contrôle manuel, le contact direct à sec du palpeur sur la pièce n'est pas suffisant pour transmettre les ultrasons; il faut utiliser un agent de couplage généralement plus visqueux que l'eau, tel que graisse, colle, etc.

# II.4.4 PALPEUR

Le palpeur doit être adapté à la nature du contrôle et aux conditions de couplage: en contrôle par immersion, on surveillera son étanchéité ; en contrôle par contact, on s'assurera des performances anti-usure de la face avant. Le câble de liaison avec l'équipement électronique doit absolument être adapté à son emploi car, en cas contraire, des pertes de sensibilité et des distorsions spectrales peuvent rendre le sondage aléatoire.

# II.4.4.1 APPAREILLAGE D'ÉMISSION-RÉCEPTION

Dans un appareil à ultrasons classique, on peut distinguer quatre modules principaux :

- un émetteur d'impulsions électriques brèves, aptes à exciter le palpeur piézoélectrique avec une énergie notable ; les tensions appliquées sont ainsi de plusieurs centaines de volts sous 50Ω avec des temps de montée souvent inférieurs à 30 ns ; la fréquence de répétition des impulsions est de quelques centaines de hertz;
- un système d'amplification des signaux piézoélectriques dus aux échos de retour du sondage ; ces signaux sont faibles (quelques millivolts), aussi doit-on disposer d'un amplificateur performant : faible bruit, large bande (réglable), bonne linéarité sur au moins 100 dB;
- un démodulateur et un écran de visualisation qui permet de présenter l'échogramme en fonction du parcours des ultrasons dans la pièce sondée ; l'oscilloscope comportera donc une base de temps synchronisée par l'émetteur et réglable et programmable par affichage de la vitesse des ultrasons selon la matière auscultée et le mode de propagation choisi;
- un moniteur, fenêtre électronique de sélection d'une zone particulière dans l'échogramme, dans laquelle il est possible de placer un seuil d'alarme au-delà duquel les échos (de défauts) déclenchent un signal lumineux ou sonore.

# II.4.4.2 ÉTALONNAGE

L'étalonnage de l'ensemble appareillage et palpeur ultrasonore présente une grande importance, dans la mesure où l'on cherche à fournir des résultats de contrôle pertinents. On pourra, dans un premier temps, déterminer les caractéristiques de l'électronique et du palpeur : cela ne dispensera pas toutefois d'effectuer un tarage de l'ensemble, selon les procédures normalisées adaptées aux types de contrôles et d'industries concernés.

Soit on utilisera un bloc étalon comme la cale AFNOR NF A 09.310 qui permet, en particulier, de vérifier aisément les caractéristiques des palpeurs d'angle, soit on fera appel à des pièces de référence du type de celles à contrôler et possédant des défauts connus, naturels ou artificiellement créés. Signalons qu'un large débat reste ouvert entre spécialistes quant aux mérites respectifs de ces deux catégories de défauts étalons. [11]

# II.4.5 CHAMP D'APPLICATION ET ÉVOLUTION DU CONTRÔLE ULTRASONORE

### II.4.5.1 DÉTECTION DES DÉFAUTS INTERNES

La détection de défauts internes par ultrasons est très pratiquée en contrôle de fabrication et de recette, surveillance de structure en service et maintenance. La remarquable sensibilité de l'échographie ultrasonore à la moindre discontinuité ou hétérogénéité interne dans les matériaux, en fait une méthode concurrente ou parfois complémentaire de la radiographie. Toutefois, en échographie ultrasonore, le choix des paramètres de sondage et l'interprétation des signaux recueillis ne sont pas toujours aisés et requièrent l'intervention d'un personnel qualifié.

### **CHAPITRE II**

Une certification existe en vue de valider ces compétences ; en France, il s'agit de la certification COFREND établie selon 3 niveaux de qualification des opérateurs.

### II.4.5.2 LOCALISATION DES DÉFAUTS EN PROFONDEUR

Elle aisée lorsqu'on travaille en échographie. Il existe toutefois une zone sous la surface de couplage pour laquelle l'écho de défaut peut être noyé dans l'écho d'émission ou d'interface, ce qui peut rendre à la fois la détection et la localisation aléatoires. La localisation en plan se fera en relation avec le relevé manuel de la position du palpeur. Des équipements d'aide au sondage manuel par recopie du déplacement du palpeur permettent désormais l'utilisation des présentations B, C et favorise le dépouillement et la présentation des résultats.

### II.4.5.3 DIMENSIONNEMENT DES DÉFAUTS

C'est une préoccupation légitime du contrôleur en vue de les relier à des critères de nocivité technologique faisant en général l'objet d'une procédure normalisée ou spécifique. C'est un problème délicat auquel on peut toutefois donner des solutions pratiques simples. Deux cas se présentent en théorie, selon que le champ du palpeur est censé être supérieur ou inférieur à la dimension moyenne du défaut.

Le premier cas, tout le défaut est éclairé par le faisceau et l'on peut relier l'amplitude de l'écho de retour à la dimension du défaut à l'aide de diagrammes qui prennent en compte l'ensemble des paramètres ultrasonores du sondage. Cette méthode, souvent appelée méthode AVG, est intéressante, mais délicate d'emploi, surtout lorsque le défaut à dimensionner présente une orientation et une morphologie très éloignées des cas théoriques (généralement matérialisés par des réflecteurs constitués par des trous à fond plats forés dans les blocs d'étalonnage).

Lorsque le défaut est plus grand que le faisceau, ce que l'on peut parfois volontairement obtenir en utilisant l'étroit champ d'un palpeur focalisé, on trace son contour apparent, soit en repérant et en quantifiant le basculement entre écho de fond et écho de défaut (normes de contrôle de tôles fortes par exemple), soit en utilisant la règle «des - 6 dB» qui prend en compte un rapport 1/2 entre l'amplitude maximale de l'écho de défaut et celle obtenue lorsque les bords du défaut occultent environ à moitié la section du faisceau ultrasonore. [8]

Le champ d'application du contrôle ultrasonore concerne principalement, outre bien entendu le domaine médical, l'examen des pièces métalliques et de leurs assemblages en fabrication et en service, donc l'ensemble des industries métallurgiques, mécaniques, nucléaires et aéronautiques. Ce champ s'élargit de plus en plus au contrôle des matériaux, assemblages non métalliques, céramiques, polymères, matériaux composites, béton; cela s'effectue lentement, par difficultés pratiques rencontrées et dues à la nature de ces produits à structure peu homogène et anisotrop**e**l



# CHAPITRE II

# II.4.6 ÉVOLUTION

L'évolution du contrôle ultrasonore va vers un plus grand recours à l'automatisation des opérations, avec l'objectif de simplifier, de fiabiliser les procédures, d'accroître la reproductibilité et la productivité des essais. Cela est rendu possible grâce aux progrès du matériel et des moyens de traitement de l'information. Il n'en reste pas moins que la qualification du contrôleur reste primordiale pour les raisons exprimées plus haut. Notons enfin le développement de l'utilisation en laboratoire d'un nouvel outil d'investigation et d'étude de la microstructure des matériaux : le microscope acoustique utilisant de très hautes fréquences ultrasonores, ce qui conduit à un fort pouvoir de résolution (quelques micromètres) accompagné malheureusement d'une faible pénétration des ondes dans la matière (quelques dixièmes de millimètre).

# II.4.7 UTILISATION DES PROCÉDÉS DE CND

Au-delà de la mise en oeuvre propre à chacun des procédés de contrôle décrits plus haut, un projet ou une réelle opération de contrôle implique un certain nombre de considérations et de facteurs dont l'ignorance pourra conduire à des échecs tels qu'une mauvaise fiabilité de la méthode, du matériel utilisé ou des résultats annoncés, ou encore une rentabilité économique insuffisante de l'opération de contrôle, ces deux aspects allant d'ailleurs souvent de paire. C'est ainsi qu'il s'agit en fait de prendre en compte, non seulement les paramètres physiques et techniques, mais aussi l'importance du facteur humain et des procédures d'emploi, et la nécessité éventuelle d'avoir à financer des travaux préalables de mise au point ou de faisabilité du procédé retenu.

# II.4.8 LE PERSONNEL DE CONTRÔLE

Des compétences adaptées, de la méticulosité et si possible une bonne expérience constituent des conditions indispensables pour concevoir, organiser, préparer, réaliser et conclure une opération de contrôle non destructif avec succès. Les compétences nécessaires s'appuient sur une bonne connaissance des techniques et procédés de contrôle, mais aussi sur une connaissance approfondie du matériau contrôlé quant à sa structure, son mode de fabrication, la nature des défauts susceptibles d'être décelés, leur localisation probable.

# II.4.9 LES PROCÉDURES D'EMPLOI

Des procédures précises et bien suivies doivent guider l'utilisation des procédés dans une opération de contrôle. Elles permettent de garantir l'objectivité, la reproductibilité, les performances limites, sinon la fiabilité totale d'un contrôle. Les procédures doivent être établies tant pour le matériel utilisé que pour les paramètres et conditions de son utilisation.

Elles résultent généralement d'un accord commun entre les diverses parties concernées par le contrôle ; elles sont nombreuses, mais on cherche en fait à éviter la confusion en édictant des normes et spécifications à caractère plus général. Il en est ainsi, par exemple, pour les procédures de qualification des palpeurs ultrasonores, pour les étalons de certains défauts artificiels, pour le réglage des paramètres des appareillages de contrôle à ultrasons, à courants de Foucault (choix de la fréquence, du seuil de détection significatif, etc.). Les spécifications peuvent de même concerner le choix du procédé, de la méthode, de la préparation de la pièce à contrôler, de la façon d'effectuer les sondages lorsqu'il s'agit d'un contrôle purement manuel, enfin de la façon d'interpréter et de consigner les résultats obtenus. Le contrôle automatique n'exclut pas totalement la notion de procédure qui, dans ce cas, doit concerner plus spécialement les étalonnages et le réglage du matériel.

# II.4.10 LES ÉTUDES PRÉALABLES

Des mises au point sont souvent indispensables lorsqu'on se trouve en présence d'un nouveau type de contrôle à effectuer. L'expérience aidant, si le choix du procédé est évident, on pourra se contenter d'un essai de faisabilité réalisé éventuellement avec le concours d'un fabriquant ou d'un distributeur de matériel. S'il s'agit d'un problème difficile dont on estime qu'il est peu probable de trouver une solution avec le matériel et les méthodes couramment disponibles, il faudra recourir à une étude préalable et même éventuellement à des recherches devant aboutir à la mise au point de nouveaux procédés. Cette dernière démarche est, par exemple, couramment pratiquée dans les laboratoires des industries pour lesquelles les opérations de contrôle non destructif constituent des défis quant à la sécurité (industrie nucléaire) ou à la productivité (sidérurgie....).

### CONCLUSION

Les perspectives d'extension du champ d'application des procédés de contrôle non destructif sont très grandes, en particulier en direction des secteurs industriels plus proches de la consommation courante que de la haute technologie. Le marché de la « visionique » atteint un taux de croissance annuel de plus de 20 % pour ces années 90 et pour des équipements dont le coût moyen se situe dans la gamme des 200 à 500 kF. Ce développement ne se fera cependant que si on arrive rapidement à améliorer le rapport entre les performances et le coût du contrôle, et aussi à intégrer correctement celui-ci en ligne de fabrication. D'une façon générale, si des progrès restent souhaitables et possibles dans le domaine de la sensibilité et de la fiabilité de détection des défauts (abaissement du taux de fausses alarmes en contrôle automatique à grande cadence), c'est dans le domaine de la caractérisation de ceux-ci (localisation, identification et surtout dimensionnement) qu'un réel besoin de progrès existe. Le traitement informatique des signaux est présentement l'outil majeur de progrès à ce propos ; il conduit cependant à des images si magnifiques et à des procès-verbaux si détaillés qu'on aurait tendance à oublier que c'est aussi à l'amont, au niveau de la sonde et des principes physiques de détection, que des progrès grâce à de nouveaux développements doivent être réalisés. Cette ultime remarque explique ainsi pourquoi il nous a paru plus fécond de présenter les bases physiques et les grands principes de mise en oeuvre et de réalisation des principaux procédés de contrôle non destructif plutôt que de décrire de façon nécessairement incomplète des architectures de logiciel, des appareillages ou des procédures de contrôle relatives à telle ou telle application spécifique.

# CHAPITRE III

# ANALYSE SPECTRALE ET MÉTHODES D'IDENTIFICATIONS

### **III.I LA TRANSFORMATION DE FOURIER**

### **III.I.1** INTRODUCTION

### A. RAPPEL SUR LE DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DE FOURIER

Soit f une fonction (ou signal) périodique de période T.

Joseph FOURIER, mathématicien français, affirma, dans un mémoire daté de 1807, qu'il était possible, dans certaines conditions, de décomposer une fonction périodique f sous la forme d'une somme infinie de signaux sinusoïdaux:

Ainsi on a, dans certaines conditions (par exemple si f est de classe  $C^{I}$  par morceaux):

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos n \, \varpi t + b_n \sin n \, \varpi t$$
(23)

Avec

$$T = \frac{2\pi}{\sigma}$$

On peut donc considérer f comme la somme

- d'un terme constant  $a_0$ 

- d'un nombre infini de termes sinusoïdaux appelés harmoniques.

L'harmonique de rang *n* est

$$u_n(t) = a_n \cos n \, \varpi t + a_n \sin n \, \varpi t \tag{24}$$

Il peut s'écrire sous la forme

$$u_n(t) = A_n \cos(n \, \varpi t - \varphi_n)$$
 (25)

Avec

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \text{et} \quad \tan(\varphi_n) = \frac{b_n}{a_n} \quad (\text{si } a_n \neq 0) \tag{26}$$

 $A_n$  représente l'amplitude,  $\frac{2\pi}{n\varpi}$  la période,  $\varphi_n$  la phase et  $\frac{n\varpi}{2\pi}$  la fréquence.

**REMARQUE**: si on utilise les coefficients de Fourier complexes, on obtient alors une décomposition:

$$f(t) = \sum_{n = -\infty}^{+\infty} c_n e^{in\, \omega t} \tag{27}$$

avec  $c_n$  coefficient de Fourier complexe de f(t). En fait, on démontre que

$$c_n = \frac{|A_n|}{2}$$
 arg $(c_n) = -\varphi_n$  [2 $\pi$ ] (si  $n \in N$ )

47

Si on représente l'amplitude  $A_n$  des différentes harmoniques en fonction de leurs fréquences  $\frac{nw}{2\pi} = nf_0$ (*n* pouvant varier théoriquement de  $-\infty à +\infty$ ),  $f_0 = \frac{w}{2\pi} = \frac{1}{T}$  on obtient un diagramme en bâtons appelé spectre de fréquence du signal.



Figure III.21 spectre de fréquence d'un signal périodique

Il est souvent intéressant de caractériser un signal par son spectre de fréquence. En effet, celui-ci met en évidence l'importance du fondamental ainsi que la décroissance plus ou moins rapide des amplitudes des harmoniques de rang élevé. Il peut aussi servir à déterminer le nombre d'harmoniques nécessaires pour transmettre la quasi-totalité de l'énergie du signal (notion de bande passante...).

B. PREMIÈRE APPROCHE DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER

Pour une fonction périodique f, on obtient une relation de la forme:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\,\overline{\omega}t}$$
(28)

qui peut être interprétée comme la décomposition du signal *f* sur la famille de fonctions  $(e^{in\alpha t})_{n\in\mathbb{Z}}$  jouant un rôle analogue à celui d'une base. [11]

On peut écrire, pour marquer le fait que les coefficients de Fourier dépendent de la fonction f:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(f) e^{in\frac{2\pi}{T}t}$$
(29)

On remarquera  $\frac{n}{T}$  que a une dimension de fréquence. Lorsque n décrit l'ensemble  $\frac{n}{T}$  des

entiers relatifs, écrit un ensemble de fréquences qui dépend de T.

Pour une fonction f qui n'est pas périodique, il est évidemment exclu d'utiliser la relation (28).

On peut cependant considérer qu'une fonction qui n'est pas périodique est une fonction dont la période est infinie.

Or si T est "très grand", l'ensemble des fréquences  $\frac{n}{T}$  (que l'on notera s) est un ensemble qui couvre presque toutes les fréquences possibles.

On est passé d'une succession de fréquences à un ensemble continu de fréquences; aussi quand il s'agit de faire la somme, il faut passer d'une somme discrète, au sens des séries, à une somme continue, c'est-à-dire au sens du calcul intégral:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} c_s(f) e^{2i\pi st} T ds$$
(30)

On peut remarquer la présence de T. On est en fait passé de la variable n à la variable s. On a :

$$s = \frac{n}{T}$$
 d'où  $ds = \frac{dn}{T}$ 

En reprenant la définition des coefficients de Fourier,

$$c_{n}(f) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(u) e^{-2i\pi \frac{n}{T}u} du$$
(31)

et en faisant tendre T vers  $+\infty$ , la relation (31) s'écrit:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) e^{-2i\pi u} du \right) e^{2i\pi t} ds$$
(32)

La fonction:

$$s \to TF[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)e^{-2i\pi su} du$$
 (33)

représentant la transformation de Fourier et aussi "un passage à l'espace des fréquences". La relation (31) s'écrit alors:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} TF[f(t)]e^{2i\pi st} ds \qquad (34)$$

Ces considérations vont motiver les définitions données dans ce qui suit.

**III.I.2** DÉFINITIONS

On note  $L^{1}(\mathcal{R})$  l'ensemble des fonctions *f* définies de  $\mathcal{R}$  dans  $\mathcal{R}$ , continues par morceaux et telles que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt \tag{35}$$

### Exemples

1. La fonction f définie de  $\mathcal{R}$  dans  $\mathcal{R}$  par:

$$f(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

appartient à  $L^1(\mathcal{R})$  car

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+t^2} dt = 2 \lim_{x \to \infty} \arctan(x) = \pi$$

2. Par contre, la fonction *g* définie de  $\Re$  dans  $\Re$  par g(t) = t n'appartient pas à  $L^{1}(R)$ . De façon plus générale, sauf dans le cas de la fonction nulle, les fonctions polynômes n'appartiennent pas à  $L^{1}(R)$ . Définition Soit  $f \in L^{1}(R)$ , on appelle transformée de Fourier de *f*; la fonction  $F(f): \Re \to C$  telle que:

$$TF[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi st} f(t) dt$$
(36)

### \* Remarques

- 1. L'application  $TF: f \rightarrow TF(f)$  est appelée transformation de Fourier:
- *TF[f(t)]* est définie par une intégrale dépendant du paramètre réel s, contrairement à la transformation de Laplace où le paramètre p est complexe. [11]
   On a

$$\forall s \in \Re \left| e^{-2i\pi st} f(t) \right| = \left| f(t) \right|$$

donc la fonction F(f) est définie et bornée sur  $\mathcal{R}$ . On admettra que F(f) est continue sur  $\mathfrak{R}$ .

**3.** La courbe d'équation y = |TF[f(t)]| est appelée spectre de *f*.

On démontre que  $\lim_{|s|\to\infty} |TF[f(t)]| = 0$ 

### \* Cas particuliers

**1.** Si f est paire. On sait que  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ . Donc l'intégrale de Fourier s'écrit :

$$TF[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) (\cos 2\pi s t - i \sin 2\pi s t) dt$$

Or les fonctions  $t \rightarrow f(t)\cos 2\pi st$  et  $t \rightarrow f(t)\sin 2\pi st$  sont respectivement paire et impaire

 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \sin 2\pi s t dt = 0$ 

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos 2\pi s t dt = 2 \int_{0}^{+\infty} f(t) \cos 2\pi s t dt$$

Donc

Donc

si f est paire, TF[f(t)] est un nombre réel et:

et

$$TF[f(t)] = 2\int_0^{+\infty} f(t)\cos 2\pi st dt$$

2. Si *f* est impaire alors on a de la même façon :

$$TF[f(t)] = -2i \int_0^{+\infty} f(t) \sin 2\pi s t dt$$

50

# III.2 LA DÉCOMPOSITION AUX VALEURS SINGULIÈRES (SVD) III.2.1 DÉFINITION

Soit *A* une matrice réelle de dimension  $M \times N_t$  alors la Décomposition aux Valeurs Singulières de *A* est la factorisation [13]:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^{\mathrm{T}} \tag{37}$$

où U et V sont des matrices orthogonales, respectivement de dimension  $M \times M$  et  $N_t \times N_t$  et où  $\Sigma$  est une matrice diagonale contenant les éléments  $\sigma_1, \dots, \sigma_r$ , appelées valeurs singulières de A (et de  $A^T$ ), telles que  $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \dots \ge \sigma_r \ge 0$  où  $r = min(M, N_t)$ . Le rang de la matrice A est égal au nombre de valeurs singulières non nulles que possède la matrice A. Par ailleurs, les r premières colonnes respectivement de  $V = (v_1, v_2, \dots, v_{Nt})$  et de  $U = (u_1, u_2, \dots, u_M)$  sont dénommées vecteurs singuliers droit et gauche de A.

Enfin, puisque les valeurs singulières de *A* sont rangées en ordre décroissant, l'index i correspondant est appelé numéro d'ordre de valeurs singulières.

Le calcul direct des valeurs singulières  $\sigma_i$  et vecteurs singuliers U et V associés est souvent fastidieux, et il est préférable de les déterminer par la résolution de problèmes aux valeurs propres équivalents (§III.2.2.3).

### **III.2.2** INTERPRÉTATIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA SVD

# III.2.2.1 STRUCTURE GÉOMÉTRIQUE D'UNE MATRICE

A toute matrice A de dimension  $M \times N_t$ , il est possible d'associer une application linéaire qui envoie tout vecteur de  $\varepsilon_{Nt}$ , espace vectoriel de dimension  $N_t$ , dans  $\varepsilon_N$ , espace vectoriel de dimension M. Soit la sphère unité dans  $\varepsilon_{Nt}$  i.e. l'ensemble des vecteurs de longueur unité, multiplier ces vecteurs par la matrice A donne de nouveaux vecteurs qui définissent une ellipsoïde de dimension r dans l'espace  $\varepsilon_{M}$ , où r est le nombre de valeurs non singulières de A. Les valeurs singulières  $\sigma_{I_s}\sigma_2$ .  $\cdot \cdot ;\sigma_r$ correspondent aux longueurs respectives des axes principaux de cet ellipsoïde (figure 22). Intuitivement donc, les valeurs singulières caractérisent le facteur de déformation que va subir chacun des vecteurs initiaux par action de A. Par ailleurs, puisque la matrice V est orthogonale, l'équation (37) s'écrit encore  $AV = U\Sigma$ . Les directions de ces axes principaux sont donc données par les colonnes de U et les antécédents de ces mêmes axes par les colonnes de V. Une seconde interprétation géométrique est donnée à la section suivante. [13] [16]

En raison de l'interprétation de la matrice A en terme d'algèbre linéaire, il est maintenant évident que la *norme 2* de la matrice A est égale à  $\sigma_1$ :

$$\|A\|_{2} = \max_{\|x\|=1} \|Ax\|_{2} = \sigma_{1}$$
(38)



Figure III.22 Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice *A*: image par *A* de la sphère unité.



Figure III.23- Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice: Rotation de l'espace des phases

### **III.2.2.2** ROTATION DANS L'ESPACE DES PHASES

Une seconde interprétation géométrique peut être donnée à la SVD. Pour cela, nous considérons la matrice A de dimension  $M \times N_t$  comme la liste des coordonnées de M points notés  $P_1, P_2, \dots, P_M$  dans un espace vectoriel de dimension  $N_t$ . Chaque point P est représenté sur la figure 22 à l'aide d'un petit losange. Quel que soit  $k \le N_t$ , nous cherchons un sous- espace de dimension k tel que la distance quadratique moyenne de l'ensemble de ces points à ce sous-espace soit minimisée, en d'autres termes nous cherchons le vecteur  $\Phi_I$  tel que  $P_{M i=1}/H_iP_if^2$  soit minimisée où les points  $H_i$  correspondent aux projections orthogonales des points  $P_i$  sur la droite de vecteur directeur  $\Phi_I$ . Cette procédure mathématique peut être géométriquement interprétée comme une rotation de l'espace des phases, du système de coordonnées initiales à un nouveau système de coordonnées dont les axes orthogonaux coincident avec les axes d'inertie des données.

Cette formulation de la SVD correspond précisément à la manière utilisée généralement dans la littérature pour introduire l'Analyse en Composantes Principales. [16]

Quand la Décomposition aux Valeurs Singulières est utilisée pour l'analyse de données, l'algorithme SVD est généralement appliquée à une matrice, obtenue à partir de la matrice A, par soustraction à chacune des colonnes de sa moyenne. Cette translation de moyenne assure ainsi que le nuage des M points est centré autour de l'origine du système de coordonnées (voir figure 22).

III.2.2.3 LIENS ENTRE SVD ET PROBLÈMES AUX VALEURS PROPRES

Dans cette section, nous allons proposer une méthode de calcul des valeurs singulières et des vecteurs singuliers gauche et droit d'une matrice rectangulaire A quelconque. Cette méthode est basée sur la résolution de problèmes aux valeurs propres associés à des matrices carrées  $A^TA$  et  $AA^T$ . Ces matrices peuvent s'interpréter comme une représentation discrète du tenseur des corrélations spatio-temporelles en deux points.

Soit *A*, une matrice rectangulaire de dimension  $M \times N_t$ , sa décomposition aux valeurs singulières s'écrit (§III.2.1):

$$A = U\Sigma V^T.$$

Par conséquent, en multipliant les deux membres de cette équation par  $A^T$  à gauche, on obtient une matrice de dimension  $N_t \times N_t$  donnée par :

$$A^{T}A = V\Sigma U^{T}U\Sigma V^{T}.$$

$$A = V\Sigma^{2}V^{T}.$$
(39)

Or, puisque  $A^T A$  est une matrice hermitienne, elle est diagonalisable dans une base orthonormale de vecteurs propres et, par conséquent, sa décomposition sur la base propre s'écrit:

$$A^T A = W \Lambda W^{-1} = W \Lambda W^T.$$
 (40)

où W est une matrice orthogonale de dimension  $N_t \times N_t$ . Par comparaison des deux expressions (39) et (40) de  $A^T A$ , on trouve que  $\Sigma^2 = \Lambda$  et W = V. En d'autres termes,  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$  et  $(V, \Lambda)$  représente la décomposition aux valeurs propres de la matrice  $A^T A$ .

En appliquant une démarche similaire à la matrice  $AA^T$ , on trouve successivement  $AAT = U\Sigma V^T V\Sigma$  $U^T = U\Sigma^2 U^T = WAW^T$  ce qui nous permet de conclure que (U,A) représente la décomposition aux valeurs propres de la matrice  $AA^T$ .

*A* ce stade, on constate que lorsque  $N_t \ll M$ , la résolution du problème aux valeurs propres lié à la matrice  $A^T A$  est bien moins coûteux numériquement que la résolution du problème équivalent pour la matrice  $AA^T$ . [16] [20] 53

## **III.2.2.4** APPROXIMATION DE RANG MINIMUM DE A

Soit  $A \le R^{M \times Nt}$  une matrice, déterminer une matrice X de même taille que A mais de rang k inférieur et qui soit telle qu'une certaine norme de l'erreur A - X soit minimale, est un problème classique. Ce problème peut être résolu explicitement pour toute norme unitaire invariante. Pour la norme de Frobenius par exemple, la solution de ce problème est donnée par le théorème d'Eckart-Young [16], soit:

$$\min_{ang(X) \le k} \|A - X\|_F = \|A - A_k\|_F = \left(\sum_{j=k+1}^r \sigma_j^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
(41)

Où

$$A_k = U \begin{pmatrix} \sum_k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^T = \sigma_1 u_1 v_1^T + \dots + \sigma_k u_k v_k^T$$

avec  $\Sigma_k$ , matrice obtenue à partir de  $\Sigma$ , en considérant que  $\sigma_{k+1} = \dots = \sigma_{k+2} = \sigma_r = 0$ .

Ce théorème établit une relation entre le rang k de l'approximation X de A et la valeur singulière de numéro d'ordre (k+1) de A. Par conséquent, si les valeurs singulières décroissent suffisamment rapidement alors nous pouvons espérer déterminer une approximation de A possédant un rang très faible.

# III.2.3 ÉTAT DE L'ART DES MÉTHODES A HAUTE RÉSOLUTION

#### **III.2.3.1** INTRODUCTION

L'origine des méthodes HR remonte aux travaux de Prony publiés en 1795, qui visent à estimer une somme d'exponentielles par des techniques de prédiction linéaire [Riche de Prony, 1795]. Plus récemment, cette approche a été approfondie par Pisarenko pour estimer des sinusoïdes [Pisarenko, 1973]. En comparaison, les méthodes HR modernes reposent sur les propriétés particulières de la matrice de covariance du signal. Ainsi, l'étude de son rang permet de séparer l'espace des données en deux sous-espaces, l'espace signal engendré par les sinusoïdes, et l'espace bruit qui est son complémentaire orthogonal. Les méthodes HR issues de cette décomposition en sous-espaces sont connues pour être plus robustes que les techniques de prédiction linéaire.

C'est le cas des méthodes MUSIC [Schmidt, 1986] et root-MUSIC [Barabell, 1983] (qui reposent sur l'espace bruit), de l'algorithme Toeplitz Approximation Method (TAM) [Kung et al., 1983], ainsi que de l'algorithme ESPRIT [Roy et al., 1986] et de ses variantes TLS-ESPRIT [Roy et Kailath, 1987] et PRO-ESPRIT [Zoltawski et Stavrinides, 1989] (qui reposent sur l'espace signal). En fait, toutes ces méthodes d'estimation peuvent être appliquées à un modèle de signal plus général, le modèle ESM, qui représente le signal comme une somme de sinusoïdes modulées exponentiellement. Ce modèle est également baptisé Exponentially Damped Sinusoids (EDS) quand la modulation est décroissante [Nieuwenhuijse et al., 1998]. D'autres techniques d'estimation ont été spécifiquement développées pour le modèle ESM, telles que l'algorithme de Kumaresan et Tufts(KT), encore appelé méthode Min- Norm [Kumaresan et Tufts, 1982], et sa version modifiée Modified KT (MKT) [Li et al., 1997] (de type prédiction linéaire), et la méthode Matrix Pencil [Hua et Sarkar, 1990] (de type sous-espace). Une liste plus complète de ces méthodes peut être consultée dans [Van derVeen et al., 1993].

Ce chapitre n'a pas vocation à présenter les méthodes HR de façon exhaustive, mais plutôt à familiariser le lecteur avec les concepts sur lesquels elles reposent, sachant qu'on ne va aborder que MUSIC et ESPRIT ici. [14] [15] [16]

III.2.3.2 MÉTHODES SOUS-ESPACE

### III.2.3.2.1 STRUCTURE SINGULIÈRE DE LA MATRICE DE DONNÉES

Supposons désormais que  $n \ge K+1$  et  $l \ge K+1$ , et construisons la matrice de données du signal non bruité s(t) sur le même modèle que la matrice X(t) dans l'équation (42), selon une structure de Hankel

$$S(t) = \begin{bmatrix} s(t-l+1) & \cdots & s(t-1) & s(t) \\ s(t-l+2) & \cdots & s(1) & s(t+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s(t-l+n) & \cdots & s(t+n-2) & s(t+n-1) \end{bmatrix}$$
(42)

La proposition suivante, démontrée dans [Hua et Sarkar, 1990], caractérise le modèle de signal. [16] **Proposition** (Factorisation de la matrice de données). Les assertions suivantes sont équivalentes:

Le signal s(t) satisfait le modèle discret (défini pour tout t∈Z) défini dans l'équation (43) sur l'intervalle {t-l+1, ..., t+n-1}; (où K ∈ N\*, □k∈{0...K-1}, α<sub>k</sub>∈ C\*, et tous les pôles z<sub>k</sub>∈ C\* sont distincts)

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K-1} \alpha_k z_k^t \tag{43}$$

2. La matrice S(t) définie dans l'équation (42) peut être factorisée sous la forme

$$s(t) = V^n D(t) V^{T}$$
(44)

où la matrice diagonale est  $D(t) = diag(z_0^{t-l+1}\alpha_0, ..., z_{(K-1)}^{t-l+1}\alpha_{K-1})$  de dimension  $K \times K$ ,  $V^n$  est de dimensions  $n \times K$ , et  $V^t$  est de dimensions  $l \times K$ . Cette proposition montre que la matrice S(t) est de rang inférieur ou égal à K. Plus précisément, elle est de rang K si et seulement si  $n \ge K$ ,  $l \ge K$ , tous les pôles  $z_K$  sont distincts et non nuls, et toutes les amplitudes  $\alpha_k$  sont non nulles. Dans ce cas, son espace image est engendré par la matrice  $V^n$ . La structure singulière de la matrice de données induit une structure équivalente pour la matrice de corrélation, définie ci-dessous.

### III.2.3.2.2 STRUCTURE SINGULIÈRE DE LA MATRICE DE CORRÉLATION

Les méthodes sous-espace reposent sur la structure particulière de la matrice de corrélation du signal  $C_{ss}(t)=S(t)S(t)^{H}$ , et en particulier sur ses sous-espaces propres, que nous allons maintenant étudier.

Définissons: . L'équation (44) montre que

$$R_{ss}\left(t\right) = V^{n} P\left(t\right) V^{nH}$$
(45)

où 
$$P(t) = \frac{1}{l} D(t) V^{lT} V^{l\bullet} D(t)^{H}$$
(46)

est une matrice symétrique définie positive. Ainsi, l'équation (45) montre que sous les mêmes hypothèses que pour S(t), la matrice  $R_{ss}(t)$  est de rang K. Son espace image, appelé espace signal dans la littérature, est engendré par la matrice  $V_n$ . En particulier, les K valeurs propres de  $R_{ss}(t)$ associées à cet espace sont strictement positives, alors que les (n-K) autres sont nulles. [13] On définit ensuite la matrice X(t) à partir des échantillons du signal bruité x(t), de la même manière que la matrice S(t) dans l'équation (42), et on considère la matrice de corrélation

$$C_{\rm rrr}(t) = X(t)X(t)^{\rm H} \tag{47}$$

Posons alors  $R_{ss}(t) = \frac{1}{l}C_{ss}(t)$  Puisque le bruit additif w(t) est blanc et centré, de variance  $\sigma^2$ , la matrice  $R_{xx}(t) = E[\hat{R}_{xx}(t)]$  vérifie  $R_{xx}(t) = R_{ss}(t) + \sigma^2 I_n$ . Cette dernière équation montre que tous les vecteurs propres de la matrice  $R_{ss}(t)$  sont également vecteurs propres de  $R_{xx}(t)$ , et que les valeurs propres correspondantes de  $R_{xx}(t)$  sont égales à celles de  $R_{ss}(t)$  plus  $\sigma^2$ . Par conséquent, l'espace signal est également l'espace principal de dimension K de la matrice  $R_{xx}(t)$ , c'est-à-dire l'espace propre de  $R_{xx}$  (*t*) associé aux K plus grandes valeurs propres, toutes strictement supérieures à  $\sigma^2$ . Les *n*-K valeurs propres associées au complémentaire orthogonal de l'espace signal, appelé espace bruit, sont toutes égales à  $\sigma^2$ . Il est possible d'estimer l'espace signal et l'espace bruit en calculant l'*EVD* de la matrice  $R_{xx}(t)$ , ou encore la *SVD* de *X*(*t*). En juxtaposant les *K* principaux vecteurs propres ou singuliers de l'une de ces matrices, on obtient ainsi une matrice W(t) de dimensions  $n \times K$  engendrant l'espace signal, et en juxtaposant les *n*-K autres vecteurs, on obtient une matrice  $W_{\perp}(t)$  de dimensions  $n \times (n-K)$  engendrant l'espace bruit. L'idée qui consiste à décomposer l'espace des données en deux sous-espaces (signal et bruit) est à l'origine de plusieurs méthodes à haute résolution, parmi lesquelles la méthode MUSIC, présentée dans la (section 3.2), et la méthode ESPRIT, présentée dans la (section 3.3).[13]

# III.2.3.2.3 MODÈLE BASÉ SUR EVALUATION SPECTRALE POUR LES SIGNAUX A BANDE ETROITE

### III.2.3.2.3.1 MODEL SINUSOÏDAL / MODEL HARMONIQUE

Pour les signaux à base étroite dans le bruit, l'estimation spectrale peut être performé par l'utilisation de modèle de signal par exemple le modèle harmonique, pour rapporter une résolution spectrale plus élevée par rapport aux méthodes basées sur les fenêtres.

Dans ces cas, les données d'observation [13][14][20]

$$y(n) = s(n) + w(n) \tag{48}$$

Pour une longueur finie L peut être décrit un modèle sinusoïdal avec K sinusoïdes noyées dans le bruit w(n)

$$y(n) = \sum_{k=1}^{K} a_k \cos(nw_k + \phi_k) + w(n)$$
 (49)

où  $a_k$  est l'amplitude,  $\phi_k$  est la phase initiale,  $w_k = 2\pi f_k$  est la fréquence (ou, harmonique) *en radian*, *K est* le nombre total de sinusoïdes. Pour empêcher l'ambiguïté sur le modèle  $a_k = 0$  est assumé. Dans ce modèle,  $a_k$  *et*  $w_k = 2\pi f_k$  est assume être déterministe et inconnu,  $\phi_k$  est inconnue supposée être random et uniformément distribué sur l'intervalle [ $-\pi, \pi$ ]. Alternativement, le modèle dans (49) peut être exprimé en un modèle équivalent de forme exponentielle complexe bruité (ce qui désigné fréquemment sous le nom du *modèle harmonique*), [20]

$$y(n) = \sum_{k=1}^{K} \underline{A}_{k} e^{jnw_{k}} + w(n)$$
 (50)

Où  $\underline{A}_{k} = |\underline{A}_{k}| e^{j\phi_{k}}$  est l'amplitude complexe de la  $k^{jeme}$  composante harmonique de signal.

$$s_k(n) = \left|\underline{A}_k\right| e^{jnw_k} \qquad k = 1, \dots, K \tag{51}$$

Les amplitudes dans le modèle exponentiel complexe (51) et dans le modèle sinusoïdal est donné par :

$$a_k = 2|\underline{A}_k| \tag{52}$$

## III.2.3.2.3.2 MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION (MUSIC)

La méthode MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) emploie un modèle harmonique puis estime les fréquences de ce dernier plus l'énergie des harmoniques dans le signal. L'algorithme MUSIC est une méthode basée sur le sous espace bruit. Pour une séquence de donnée y(n) de longueur L=(N+M-1) dans l'équation (51), son matrice d'auto-correlation  $R_v$  de dimension  $M \times M$ , (ou M est la dimension de l'espace couvert pas y(n), et K est la dimension du sous-espace signal, M>K), peut être estimé à partir des échantillons donnée en utilisant [16][18]:

$$y(n) = \sum_{k=1}^{K} A_k e^{jnw_k} + w_n$$
 (53)

où  $\underline{A_k} = |\underline{A_k}| e^{j\phi_k}$  est la grandeur complexe de la  $k^{j eme}$  composante harmonique du signal,

$$\hat{R}_{y} = \frac{1}{N} Y^{H} Y \tag{54}$$

La matrice donnée V est de dimension (N×M) est définie par

$$Y = \begin{bmatrix} y^{T}(0) \\ y^{T}(1) \\ \vdots \\ y^{T}(N-1) \end{bmatrix}^{T} = \begin{bmatrix} y^{T}(0) & \cdots & y^{T}(1) & y^{T}(M-1) \\ y^{T}(1) & \cdots & y^{T}(2) & y^{T}(M) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y^{T}(N-1) & \cdots & y^{T}(N) & y^{T}(N+M-2) \end{bmatrix}$$
(55)

Dans (31), M est la longueur de la fenêtre temps du (ligne) vecteur donnée, et l'écriture  $(.)^{H}$  est l'opérateur Hermitien (pour une matrice complexe: conjuguée et transposée). Substitution de l'équation (51) dans l'équation (53) :

$$\hat{R}_{y} = R_{s} + R_{w} = EPE^{H} + \sigma_{w}^{2}I|\underline{A}_{k}|e^{jmw_{k}}$$
(56)

où les matrices E et P son définies par

$$E = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & \cdots & e_k \end{bmatrix}, \quad P = diag \left( \left| \underline{A}_1 \right|^2 & \left| \underline{A}_2 \right|^2 & \cdots & \left| \underline{A}_K \right|^2 \right)$$
(57)

et

$$e_l = [1 \quad e^{jw_l} \quad e^{j2w_l} \quad \cdots \quad e^{j(M-1)w_l}], \quad l=1,2,\dots,K$$
 (58)

Son les vecteurs propres de  $R_s$ .

## ♦ SOUS ESPACE SIGNAL ET SOUS ESPACE BRUIT

Acceptant  $\hat{R}_y$  de rang M, les valeurs propres de la matrice d'auto-correlation  $\hat{R}_y$  sont arrangées dans un ordre décroissant (i.e.,  $l_1 \ge l_2 \ge ... \ge l_M$ ), et les vecteurs propres correspondant sont  $s_1, s_2, ..., s_M$ , ce qui donne

$$\hat{R}_{v}s_{i} = \lambda s, i \qquad i = 1, 2, \dots, K$$
(59)

Ces vecteurs propres peut être divisé en deux groupes, *K* vecteurs propres correspondent à *K* valeur propres dans le sous espace signal (la plus grande), et *(M-K)* vecteurs propres appartiennent au sous
espace bruit.[16]

Dans la méthode MUSIC, le sous-espace bruit est utilisé pour l'estimation des fréquences harmoniques inconnues  $w_k$ . Au début en calcul le *pseudo-spectre* suivant:

$$P_{music}(e^{jw}) = \frac{1}{\sum_{i=K+1}^{M} |e^{H}s_{i}|^{2}}$$
(60)

Où  $s_i$ , i=K+1,...,M, sont les vecteurs propres associés au sous-espace bruit orthogonaux au vecteurs propres du signal  $e_i = \begin{bmatrix} 1 & e^{jw_i} & e^{j2w_i} & \cdots & e^{j(M-1)w_i} \end{bmatrix}$  et  $e^H$  dénote le vecteur conjugué transposé. Cela implique que le dénominateur a zéro valeur de fréquences associées aux vecteurs propres du signal. Il faut signaler que l'introduction de  $P_{music}(e^{jw})$  dans (60) ne relate à aucun spectre réel, plutôt la seule raison de ce pseudo-spectre est produire des crêtes dont les fréquences correspondent à ceux des composantes dominantes de fréquence. [16]

Le domaine Z équivalent de (60) est

$$P_{music}(z) = \frac{1}{\sum_{i=K+1}^{M} S_i(z) S^*(1/z^*)}$$
(61)

Où ,  $S_i(z) = \sum_{m=0}^{M-1} s_i(m) z^{-m} s_i(m)$  dénote le même élément dans le  $i^{eme}$  vecteur propres. Sachant que le sous espace signal et le sous espace bruit sont orthogonaux le dénominateur de l'équation (61) doit être égal à zéro aux valeurs des fréquences harmoniques.

**ESTIMATION DES FRÉQUENCES HARMONIQUES** 

Les fréquences des exponentiels complexes  $w_k = 2\pi f_k$ , k = 1, 2, ..., K, dans (49) peut être obtenus soit par les locations des fréquences correspondant au plus haut pic K dans pseudo-spectre  $P_{music}(e^{iw})$ , ou à partir de l'équation (61) comme étant l'angle des K racines de  $P_{music}(z)$  proche du cercle unité dans le domaine Z.[18]

## **ESTIMATION DE L'ÉNERGIE DES HARMONIQUES**

Une fois  $w_k$  est estimé,  $P_k = |\underline{A}_1|^2$  peut être estimé par la résolution de l'équation suivante:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_k |e_k^H|^2 = \lambda_i = \hat{\sigma}_w^2 , \qquad i = 1, 2, ..., K$$
(62)

Où l'énergie du bruit est estimé par

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{M - K} \sum_{i=K+1}^M \lambda_i \tag{63}$$

Noté que:  $e_k^H s_i = S_i(e^{jw_k}) = \sum_{m=0}^{M-1} s_i(m) e^{-jmw_k}$ ,(62) est équivalent à:

$$\begin{bmatrix} \left| S_{1}(e^{jw_{1}}) \right|^{2} & \left| S_{1}(e^{jw_{2}}) \right|^{2} & \dots & \left| S_{1}(e^{jw_{K}}) \right|^{2} \\ \left| S_{2}(e^{jw_{1}}) \right|^{2} & \left| S_{2}(e^{jw_{2}}) \right|^{2} & \dots & \left| S_{2}(e^{jw_{K}}) \right|^{2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left| S_{K}(e^{jw_{1}}) \right|^{2} & \left| S_{K}(e^{jw_{2}}) \right|^{2} & \dots & \left| S_{K}(e^{jw_{K}}) \right|^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1} \\ P_{2} \\ \vdots \\ P_{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{1} - \hat{\sigma}_{w}^{2} \\ \lambda_{2} - \hat{\sigma}_{w}^{2} \\ \vdots \\ \lambda_{K} - \hat{\sigma}_{w}^{2} \end{bmatrix}$$
(64)

La solution de l'équation (64) donne l'énergie harmonique  $P_k$ , k = 1, 2, ..., K.

# **ALGORITHME MUSIC**

On considère un signal complexe x(n) qui est le mélange de P exponentielles complexes. L'algorithme MUSIC peut se résumer de la façon suivante:

- 1. Choisir M > 2P.
- 2. Calculer

$$\hat{R}_{N} = \frac{1}{N - M + 1} \sum_{n=0}^{N - M} x(n) x^{H}(n)$$

Avec

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n) - \hat{\mu}_N & \cdots & x(n+M-1) - \hat{\mu}_N \end{bmatrix}^{\mathrm{H}}$$

et

$$\hat{\mu}_N = N^{-1} \sum_{n=0}^N x(n).$$

- 3. Calculer la décomposition propre de  $\hat{R}_N$ . Déduire G de dimension  $(M \times (M-p))$ , construire à partir des (M-P) vecteurs propres associés aux (M-P) plus petites valeurs propres. Calculer la matrice GG<sup>H</sup> de dimension  $(M \times M)$ .
- 4. Déterminer les coefficients du polynôme :

$$\hat{\mathbf{Q}}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^{\mathrm{M}-1} & \cdots & z & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{H}} \mathbf{G} \mathbf{G}^{\mathrm{H}} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & z & \cdots & \mathbf{z}^{\mathrm{M}-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

# III.2.3.2.3.3 LA MÉTHODE ESPRIT (ESTIMATION OF SIGNAL PARAMETERS VIA ROTATIONAL INVARIANCE TECHNIQUES)

ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) est une autre méthode d'estimation des paramètres des modèles harmoniques. Toutefois la différence entre la méthode MUSIC et la méthode ESPRIT est que cette dernière est basée sur le sous-espace signal, ainsi ESPRIT résolve le problème des valeurs propres dans le sous-espace signale est exploite les propriétés rationnelles du signal.[16][18]

Pour une séquence de données déterminées y(n) de longueur L modélisée par l'équation(48),

$$y(n) = s(n) + w(n) = \sum_{k=1}^{K} a_n \cos(nw_k + \phi_k) + w(n)$$
(65)

Nous utilisons sa forme exponentielle complexe citée dans l'équation (49). Considérons le vecteur de données (fenêtre temporelle) de taille M.

$$\begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \vdots \\ y(n+M-1) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{K} \begin{bmatrix} s_k(n) \\ s_k(n+1) \\ \vdots \\ s_k(n+M-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(n) \\ w(n+1) \\ \vdots \\ w(n+M-1) \end{bmatrix}$$
(66)

Noté que le signal dans l'équation (49) est constitué de *K* composantes harmoniques  $s(n) = \sum_{k=1}^{K} s_i(n) = \sum_{k=1}^{K} \underline{A}_k e^{jnw_k}$  et le  $k^{e^{jnw_k}}$  vecteur de composant du signal peut être écrit:

$$s_{k}(n) = \begin{bmatrix} s_{k}(n) \\ s_{k}(n+1) \\ \vdots \\ s_{k}(n+M-1) \end{bmatrix} = \underline{A}_{k}e^{jmw_{k}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jw_{k}} \\ \vdots \\ e^{j(M-1)w_{k}} \end{bmatrix}$$
(67)

Substituant (67) dans (66), donne:

$$y(n) = E\Phi^n \underline{A} + w(n) \tag{68}$$

Où  $\Phi = diag \{ e^{jw_1} e^{jw_2} \dots e^{jw_K} \}$ ,  $\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_2 & \dots & \underline{A}_K \end{bmatrix}^T$  et E est défini comme:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ e^{jw_1} & e^{jw_2} & \cdots & e^{jw_K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(M-1)w_1} & e^{j(M-1)w_2} & \cdots & e^{j(M-1)w_K} \end{bmatrix}$$
(69)

61

Utilisant le modèle harmonique dans l'équation (49), résulte que le décalage temps dans les échantillons du signal égale au décalage des phases qui est décrite par la rotation dans le cercle unité: (70)

$$s(n+1) = \sum_{k=1}^{K} \underline{A}_{k} e^{jw_{k}(n+1)} = \sum_{k=1}^{K} s_{k}(n) e^{jw_{k}}$$

Considérons le vecteur de données décalées dans le temps suivant: (71)

$$\widetilde{y}(n) = E\Phi^{n+1}\underline{A} + w(n+1)$$
(72)

$$\widetilde{y}(n) = y(n+1) = [y(n+1) \quad y(n+2) \quad \dots \quad y(n+M)]^T$$
  
Et notons l'équation (1), ce qui donne:

(73)

Utilisant la définition de la matrice de l'auto-corrélation et la matrice de corrélation croisée aussi bien que les relations en (48) et (72), ce qui donne: (74)

$$R_{y} = E\left\{y(n)y^{H}(n)\right\}, \quad R_{y\tilde{y}} = E\left\{y(n)\tilde{y}^{H}(n)\right\}$$
(75)

où E(.) dénote l'espérance. Cette expression peut être écrite comme suit:

$$R_{y} = E \underline{A}\underline{A}^{H}E^{H} + \sigma_{w}^{2}I = R_{s} + \sigma_{w}^{2}I$$

$$R_{y\overline{y}} = E \underline{A}\underline{A}^{H}\Phi^{H}E^{H} + \sigma_{w}^{2}Q = R_{s\overline{s}} + \sigma_{w}^{2}Q$$
(76)

où (n) = s(n + 1), et Q est définie

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (R_s, R_{s\tilde{s}})$$

$$i = 1, \dots, K \qquad (78)$$

Maintenant, on considère le problème des valeurs propres dans le sous-espace signal,

$$R_s u_i = \lambda_i R_{ss} u_i,$$

62

$$E\underline{AA}^{H}(I - \lambda_{i}\Phi^{H})E^{H}u_{i} = 0 \qquad i=1,2,...,K$$
(79)

de (52), les fréquences des harmoniques  $f_i$  peut être trouvé de

$$\lambda_i = e^{jw_i} , \quad i=1,2,...,K$$
  
où  $w_i=2\pi f_i , \quad i=1,2,...,K$ 

#### $\diamond$ Une Approche Alternative Du Calcul De $\Phi$ : LS-ESPRIT

Trouver la matrice rotation  $\Phi$  s'avère équivalent à trouver les valeurs propres de  $\Phi$ , peut être estimé à partir de :

$$U_2 = U_1 \psi \tag{80}$$

Ceci peut être réalisé comme suit. D'abord, les vecteurs propres de K dans le sous-espace signal sont trouvés des vecteurs propres de  $R_v$  (ceci peut être obtenu en appliquant la décomposition en valeur singulière sur la matrice de données  $V=L\Sigma U$ , où U forme les bases orthogonales du vecteur fondamental de l'espace de dimension M. la matrice U peut être écrite comme  $U=[U_s/U_n]$  où  $U_s$  est la sous matrice de dimension  $M \times K$  formée de l'extraction des K colonnes vecteurs (valeurs propres) dans U qui correspond au K plus grandes valeurs propres dans  $\Sigma$ . De  $U_s$ , on peut former deux matrices de tailles  $(M-1) \times K$  comme suit: la matrice  $U_1$  contient les premiers (M-1) rangées de  $U_s$ , et la matrice  $U_2$  contient les dernières (M-1) rangées de  $U_s$ . l'esprit moindre carrée (LS) ESPRIT peut être implémenté par le calcul des LS estimé de  $\Psi$ ,

$$\widetilde{\psi}_{LS} = (U_1^H U_1)^{-1} U_1^H U_2 \tag{81}$$

Après, notant de la relation cette les éléments diagonaux de  $\Phi$ ,  $e^{jw_l}$  l=1,2,...,K sont les valeurs propres de  $\Psi$ , nous pouvons obtenir les fréquences harmoniques en calculant les valeurs propres de.  $\Psi$ .

#### ♦ ESTIMATION DES PARAMÈTRES INCONNUS RESTANTS

#### LES AMPLITUDES ET LES PUISSANCES

Une fois les fréquences des harmoniques sont estimées, les amplitudes et les puissances des harmoniques peuvent être estimées en utilisant la même méthode décrite dans la méthode MUSIC (section III.2.3.2.3.2). On devrait noter que les  $A_k$  dans ESPRIT sont associés au modèle exponentiel complexe. *L'amplitude a<sub>k</sub>* dans le modèle sinusoïdal peut être obtenue en utilisant la relation  $a_k=2/A_k/(\text{voyez} (52))$ . [16] [17][18]

Le facteur d'atténuation : Au lieu des modèles sinusoïdaux, souvent le signal se compose de

sinusoïdes noyées dans le bruit, c-à-d :

$$y(n) = \sum_{k=1}^{K} a_n e^{-\beta_k n} \cos(2\pi f_k + \phi_k) + w(n)$$
(82)

là où le  $f_k$  est une fréquence normalisée, dans ce cas,  $\Phi$  dans (44) devient

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{-\beta_1 + jw_1} & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & e^{-\beta_2 + jw_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-\beta_K + jw_K} \end{bmatrix}$$
(83)

et (30) devient:

$$\lambda_i = e^{-\beta_i + jw_i} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, K$$

Par conséquent, le facteur d'atténuation et la fréquence peuvent être obtenus par:

$$\beta_i = -\operatorname{Re}(\ln(\lambda_i))$$
,  $f_i = \operatorname{Im}(\ln(\lambda_i))/(2\pi)$   $i=1,2,...,K$ 

où Re(.) et Im(.) dénote la partie réelle et imaginaire, respectivement.

LES PHASES D'INITIALE

Les phases initiales sont incluses dans,  $A = \begin{bmatrix} A_1 | e^{j\phi_1} \\ A_2 | e^{j\phi_2} \\ \dots \\ A_K | e^{j\phi_K} \end{bmatrix}^T$  et peut être calculé de la façon suivante.

D'abord, utilisant l'équation (44) l'estimation de LS ( $\Phi^n \underline{A}$ ) peut être calculée (en utilisant E\y(n) dans le Matlab). Puisque les fréquences et les facteurs d'atténuation dans (68) sont déjà estimés, ces paramètres peuvent être traités en tant que paramètres connus. Par conséquent, les angles dans le vecteur  $\underline{A}$  peuvent être calculés du LS estimé ( $\Phi^n \underline{A}$ ) et les phases initiales  $\Phi_i$ , *i=1,2,...,K*, peuvent être ainsi obtenues.

#### ALGORITHME ESPRIT

Finalement, l'algorithme ESPRIT se  $\hat{R}_{rr}(t)$  décompose en cinq étapes :

- calculer et diagonaliser la matrice ;
- en déduire une base de l'espace signal W(t) ;
- extraire de W(t) les matrices  $W(t)_{\downarrow}$  et  $W(t)_{\uparrow}$ ;
- estimer la matrice spectrale (t) en utilisant la méthode des moindres carrés (Least Squares (LS))<sup>1</sup> ou des moindres carrés totaux (Total Least Squares (TLS))<sup>2</sup>.
- diagonaliser  $\Phi(t)$  et en déduire les pôles estimés.

#### III.2.3.3 PERFORMANCES DES MÉTHODES HR

Les performances d'un estimateur sont généralement exprimées en termes de biais et de variance. Il est également possible de mesurer son efficacité, définie comme le rapport de sa variance sur la borne de Cramér-Rao. En particulier, un estimateur est dit efficace si son efficacité est égale à 1. Dans le cas des méthodes HR, il s'avère malheureusement impossible de calculer analytiquement biais et variance, car l'extraction des racines d'un polynôme, ou des valeurs propres d'une matrice, induit une relation complexe entre les statistiques du signal et celles des estimateurs. Cependant, des résultats asymptotiques ont pu être obtenus grâce à la théorie des perturbations. Ces résultats reposent soit sur l'hypothèse  $N \rightarrow +\infty$  (dans le cas où tous les pôles sont sur le cercle unité), soit sur l'hypothèse d'un fort Rapport Signal à Bruit (RSB) ( $RSB \rightarrow +\infty$ ). Sous chacune de ces deux hypothèses, il a été démontré que les méthodes HR présentées dans ce chapitre sont non biaisées. Les méthodes MUSIC et ESPRIT ont une efficacité asymptotique proche de 1. Plus précisément, il a été démontré (dans le cadre de sinusoïdes non modulées) que ces deux méthodes atteignent des performances presque identiques, mais que ESPRIT est légèrement meilleur que MUSIC [Stoica et Söderström, 1991,Eriksson et al., 1993]. L'étude menée dans [Hua et Sarkar, 1991] (dans le cas

plus général de sinusoïdes modulées exponentiellement) va dans le même sens : ESPRIT s'avère moins sensible au bruit que MUSIC ce que nous allons voir dans le chapitre quatre dans la comparaison des deux méthodes.[17]

#### **III.3 RÉSEAUX DE NEURONES**

#### **III.3.1 DÉFINITION**

Les réseaux de neurones artificiels sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique sur la base des informations qu'il reçoit. Toute structure hiérarchique de réseaux est évidemment un réseau.

### III.3.2 LE MODÈLE NEUROPHYSIOLOGIQUE

Le cerveau se compose d'environ 10<sup>12</sup> neurones (mille milliards), avec 1000 à 10000 synapses (connexions) par neurone. Nous allons dans ce chapitre décrire succinctement l'élément de base du système nerveux central : le neurone. L'étape suivante nous conduit à l'étude de petits réseaux de neurones, tels ceux impliqués dans les arcs réflexes. Ceci nous amène à exposer les propriétés d'habituation, de sensibilisation et surtout à concevoir l'idée d'une modification physique des connexions entre neurones pour supporter ces phénomènes.

# III.3.3 Les Modèles Mathématiques

Les réseaux de neurones biologiques réalisent facilement un certain nombre d'applications telles que la reconnaissance de formes, le traitement du signal, l'apprentissage par l'exemple, la mémorisation, la généralisation. Ces applications sont pourtant, malgré tous les efforts déployés en algorithmique et en intelligence artificielle, à la limite des possibilités actuelles. C'est à partir de l'hypothèse que le comportement intelligent émerge de la structure et du comportement des éléments de base du cerveau que les réseaux de neurones artificiels se sont développés. Les réseaux de neurones artificiels sont des modèles, à ce titre ils peuvent être décrits par leurs composants, leurs variables descriptives et les interactions des composants.

# III.3.4 COMPOSANT (LE NEURONE ARTIFICIEL)

#### III.3.4.1 STRUCTURE

La figure 24 montre la structure d'un neurone artificiel. Chaque neurone artificiel est un processeur élémentaire. Il reçoit un nombre variable d'entrées en provenance de neurones amonts. A chacune de ces entrées est associée un poids w abréviation de weight (poids en anglais) représentatif de la force de la connexion. Chaque processeur élémentaire est doté d'une sortie unique, qui se ramifie ensuite pour alimenter un nombre variable de neurones avals. A chaque connexion est associée un poids.[21]



Figure III.24. Mise en correspondance neurone biologique / neurone artificiel



Figure III.25. Structure d'un neurone artificiel. Pour le neurone d'indice i, les entrées sur celui-ci sont de poids wij alors que les connexions avals sont de poids wki. 66

#### III.3.4.2 COMPORTEMENT

On distingue deux phases. La première est habituellement le calcul de la somme pondérée des entrées (a) selon l'expression suivante :  $a = \sum (wi, ei)$ 

À partir de cette valeur, une fonction de transfert calcule la valeur de l'état du neurone. C'est cette valeur qui sera transmise aux neurones avals. Il existe de nombreuses formes possibles pour la fonction de transfert. Les plus courantes sont présentées sur la figure 24. On remarquera qu'à la différence des neurones biologiques dont l'état est binaire, la plupart des fonctions de transfert sont continues, offrant une infinité de valeurs possibles comprises dans l'intervalle [0, +1] (ou [-1, +1]). [21][22]



Figure III.26. Différents types de fonctions de transfert pour le neurone artificiel, a: fonction à seuil (S, la valeur du seuil), b: linéaire par morceaux, c: sigmoïde.

Nous constatons que les équations décrivant le comportement des neurones artificiels n'introduisent pas la notion de temps. En effet, et c'est le cas pour la plupart des modèles actuels de réseaux de neurones, nous avons affaire à des modèles à temps discret, synchrone, dont le comportement des composants ne varie pas dans le temps.

Nous constatons que les équations décrivant le comportement des neurones artificiels n'introduisent pas la notion de temps. En effet, et c'est le cas pour la plupart des modèles actuels de réseaux de neurones, nous avons affaire à des modèles à temps discret, synchrone, dont le comportement des composants ne varie pas dans le temps.

# **III.3.4.3 VARIABLES DESCRIPTIVES**

Ces variables décrivent l'état du système. Dans le cas des réseaux de neurones qui sont des systèmes non autonomes, un sous-ensemble des variables descriptives est constitué par les variables d'entrée, variables dont la valeur est déterminée extérieurement au modèle.

#### **III.3.5 STRUCTURES NEURONALES**

#### a. STRUCTURE D'INTERCONNEXION

Les connexions entre les neurones qui composent le réseau décrivent la topologie du modèle. Elle peut être quelconque, mais le plus souvent il est possible de distinguer une certaine régularité.

Réseau multicouche (au singulier) : les neurones sont arrangés par couche. Il n'y a pas de connexion entre neurones d'une même couche et les connexions ne se font qu'avec les neurones 24 des couches avales (figure 27). Habituellement, chaque neurone d'une couche est connecté à tous les neurones de la couche suivante et celle-ci seulement. Ceci nous permet d'introduire la notion de sens de parcours de l'information (de l'activation) au sein d'un réseau et donc définir les



concepts de neurone d'entrée, neurone de sortie. Par extension, on appelle couche d'entrée l'ensemble des neurones d'entrée, couche de sortie l'ensemble des neurones de sortie. Les couches intermédiaires n'ayant aucun contact avec l'extérieur sont appelées couches cachées.[23]

#### b. RÉSEAU À CONNEXIONS LOCALES

Il s'agit d'une structure multicouche, mais qui à l'image de la rétine, conserve une certaine topologie. Chaque neurone entretien des relations avec un nombre réduit et localisé de neurones de la couche avale (figure 28). Les connexions sont donc moins nombreuses que dans le cas d'un réseau multicouche classique.[21]



c. RÉSEAU À CONNEXIONS RÉCURRENTES Les connexions récurrentes ramènent l'information en arrière par rapport au sens de propagation défini dans un réseau multicouche. Ces connexions sont le plus souvent locales (figure 29). [21]



d. RÉSEAU À CONNEXION COMPLÈTE

c'est la structure d'interconnexion la plus générale (figure 30). Chaque neurone est connecté à tous les neurones du réseau (et à lui-même).



## **III.3.6** FONCTIONNEMENT

## III.3.6.1 PERCEPTRON

Avant d'aborder le comportement collectif d'un ensemble de neurones, nous allons présenter le Perceptron (un seul neurone) en phase d'utilisation. L'apprentissage ayant été réalisé, les poids sont fixes. Le neurone de la figure 31 réalise une simple somme pondérée de ses entrées, compare une valeur de seuil, et fourni une réponse binaire en sortie. Par exemple, on peut interpréter sa décision comme classe 1 si la valeur de x est +1 et classe 2 si la valeur de x est -1.





Figure III.31. Le Perceptron : structure et comportement.

Les connexions des deux entrées e1 et e2 au neurone sont pondérées par les poids w1 et w2. La valeur de sortie du neurone est notée x. Elle est obtenue après somme pondérée des entrées (a) et comparaison à une valeur de seuil S. [22]

# III.3.6.2 LE PERCEPTRON MULTICOUCHE [24]

Le perceptron multicouche est un réseau comportant L couches, chaque neurone d'une couche étant totalement connecté aux neurones de la couche suivante.

Chaque neurone k est un automate linéaire généralisé dont la fonction de transfert f est k supposée sigmoïdale. [ROB 92]

L'algorithme d'apprentissage par rétro-propagation du gradient de l'erreur est un algorithme itératif qui a pour objectif de trouver le poids des connexions minimisant l'erreur quadratique moyenne commise par le réseau sur l'ensemble d'apprentissages. Cette minimisation par une méthode du gradient conduit à l'algorithme d'apprentissage de rétro-propagation (Lippmann, 1987).

Cet algorithme, qui présente l'avantage d'exister, reste discutable dans la mesure où sa convergence n'est pas prouvée. Son utilisation peut conduire à des blocages dans un minimum local de la surface d'erreur. Son efficacité dépend, en effet, d'un grand nombre de paramètres que doit fixer l'utilisateur : le pas du gradient, les paramètres des fonctions sigmoïdes des automates, l'architecture du réseau ; nombre de couches, nombre de neurones par couche..., l'initialisation des poids...

#### III.3.6.3 L'APPRENTISSAGE

L'apprentissage est vraisemblablement la propriété la plus intéressante des réseaux neuronaux.

Elle ne concerne cependant pas tous les modèles, mais les plus utilisés. L'apprentissage est une phase du développement d'un réseau de neurones durant laquelle le comportement du réseau est modifié jusqu'à l'obtention du comportement désiré. L'apprentissage neuronal fait appel à des exemples de comportement. Durant cette phase de fonctionnement, le réseau adapte sa structure (le plus souvent, les poids des connexions) afin de fournir sur ses neurones de sortie les valeurs désirées. Cet apprentissage nécessite des exemples désignés aussi sous l'appellation d'échantillon d'apprentissage ainsi qu'un algorithme d'apprentissage.

Après initialisation des poids du réseau (en général des valeurs aléatoires), il y a présentation des exemples au réseau et calcul des sorties correspondantes. Une valeur d'erreur ou de correction est calculée et une correction des poids est appliquée.

Au niveau des algorithmes d'apprentissage, il a été défini deux grandes classes selon que l'apprentissage est dit supervisé ou non supervisé. Cette distinction repose sur la forme des exemples d'apprentissages. Dans le cas de l'apprentissage supervisé, les exemples sont des couples (Entrée, Sortie associée) alors que l'on ne dispose que des valeurs (Entrée) pour l'apprentissage non supervisé. Remarquons cependant que les modèles à apprentissage non supervisé nécessitent avant la phase d'utilisation une étape de labélisation effectuée par l'opérateur, qui n'est pas autre chose qu'une part de supervision.[25]

#### III.3.6.3.1 APPRENTISSAGE SUPERVISÉ

L'apprentissage est dit supervisé lorsque les exemples sont constitués de couples de valeurs du type : (valeur d'entrée, valeur de sortie désirée). Tout le problème de l'apprentissage supervisé consiste, étant donné un ensemble d'apprentissages *E* de *N* couples (entrée - sortie désirée)  $(x_i, y_i)$  *i* =1,2,. ,*n*, à déterminer le vecteur des poids w d'un réseau  $F_w$  capable de mettre ces informations en correspondance, c'est à dire un réseau tel que :

$$F_w(x_i) = y_i \text{ avec } i=1,2,...,n.$$
 70

#### III.3.6.3.2 APPRENTISSAGE NON SUPERVISÉ

L'apprentissage est qualifié de non supervisé lorsque seules les valeurs d'entrée sont disponibles. Dans ce cas, les exemples présentés à l'entrée provoquent une auto-adaptation du réseau afin de produire des valeurs de sortie qui soient proches en réponse à des valeurs d'entrée similaires (de même nature).

#### **III.3.6.4** RÉTROPROPAGATION DES ERREURS

L'algorithme de rétro-propagation a été développé en particulier par Rumelhart et Parkenet le Cun en 1985. Cet algorithme repose sur la minimisation de l'erreur quadratique entre les sorties calculées et celles souhaitées.

Le terme rétro-propagation du gradient provient du fait que l'erreur calculée en sortie est transmise en sens inverse vers l'entrée.

#### III.3.6.5 MISE EN OEUVRE DES RÉSEAUX NEURONAUX

Nous allons suivre une démarche reprise par Wierenga et Kluytmans (1994) qui est composée de quatre étapes principales :

#### Étape 1 fixer le nombre de couches cachées

Mis à part les couches d'entrée et de sortie, l'analyste doit décider du nombre de couches intermédiaires ou cachées. Sans couche cachée, le réseau n'offre que de faibles possibilités d'adaptation ; avec une couche cachée, il est capable, avec un nombre suffisant de neurones, d'approximer toute fonction continue. Une seconde couche cachée prend en compte les discontinuités éventuelles.

#### Étape 2 déterminer le nombre de neurones par couches cachées

Chaque neurone supplémentaire permet de prendre en compte des profils spécifiques des neurones d'entrée. Un nombre plus important permet donc de mieux coller aux données présentées, mais diminue la capacité de généralisation du réseau. Ici non plus il n'existe pas de règle générale, mais des règles empiriques. La taille de la couche cachée doit être : Soit égale à celle de la couche d'entrée. Soit égale à 75% de celle-ci. Soit égale à la racine carrée du produit des nombres dans la couche d'entrée et de sortie.

Notons que le dernier choix réduit le nombre de degrés de liberté laissés au réseau, et donc la capacité d'adaptation sur l'échantillon d'apprentissage, au profit d'une plus grande stabilité.

Une voie de recherche ultérieure consisterait soit à procéder à l'estimation d'un réseau comportant de nombreux neurones puis à le simplifier par l'analyse des multicolinéarités ou par une règle d'apprentissage éliminant les neurones inutiles; soit à définir une architecture tenant compte de la structure des variables identifiées au préalable par une analyse en composantes principales. 71

Étape 3 choisir la fonction d'activation

Nous considérerons la fonction logistique pour le passage de la couche d'entrée à la couche cachée. Le passage de cette dernière à la couche de sortie sera soit linéaire, soit sigmoïde (logistique) selon nos types de variables. (les fonctions sont décrites plus haut).

Étape 4 choisir l'apprentissage

L'apprentissage par rétro-propagation nécessite la détermination du paramètre d'ajustement des poids synaptiques à chaque itération.

La détermination du critère d'arrêt est aussi cruciale dans la mesure où la convergence peut passer par des minima locaux.

# **IV. CONCLUSION**

L'utilisation des méthodes d'estimation nous permet de bien analyser les signaux collectés. D'après les définitions précédentes en pourrai peut être pouvoir reconnaître les défauts des pièces mécaniques et même pouvoir savoir dans quelle étape d'usinage. Dans chapitre qui va suivre on va pouvoir choisir quelle méthode d'estimation qu'on va utiliser pour l'analyse de nos signaux et cela à travers une analyse comparative entre les méthodes déjà citées dans ce chapitre.

# CHAPITRE IV

# ETUDE PRATIQUE

# VI.I INTRODUCTION

Le but de ce travail et de pouvoir reconnaître au moins quelques défauts à partir du CND par ultrason, l'opération se passe comme c'est expliqué au diagramme ci-dessous.

Dans ce chapitre on va essayer de choisir la méthode la plus convenable dans l'étude spectrale.

Le but de l'étude c'est bien l'estimation des fréquences et cela exige des méthodes sophistiquées, dites à haute résolution déjà rencontrée au chapitre III, ces méthodes s'affranchissent des limites de l'analyse de Fourier en terme de résolution spectrale.

## VI.I.1 PLAN DU TRAVAIL

Au début on doit se poser la question: quelle est la méthode la plus efficace pour notre estimation fréquentielle ? Les méthodes qu'on va étudier sont les mêmes citées dans le chapitre III (FFT, Esprit et Music).

#### 1. ETUDE SPECTRALE

Notre Étude comparative se résume dans les lignes suivantes:

En observant la figure 32b on peut distinguer les impulsions émises des impulsions reflétées. Notre analyse se basera sur le signal utile (signal émis+réfléchi où échos) cela dépend de l'analyse en elle-même, dans notre cas on va garder seulement l'émission et la réflexion.

#### ETAPE 1. ALIGNEMENT DES DONNÉES

Les donnés collectées du palpeur sont stockées dans un fichier dit fichier data. L'ensemble de données contenu dans ce fichier est représenté en deux colonnes: la première colonne est le temps tandis que la deuxième est l'amplitude du signal. Comme les données brutes ne sont pas toujours alignées le long de l'axe des ordonnées (sur zéro), la première partie du programme MATLAB aligne ces dernières sur zéro.

Ensuite le programme plot le signal brut (temps, amplitude). Démontré dans la figure 32b si dessous.

ETAPE 2. PRISE DES BORNES MINI ET MAXI DES IMPULSIONS TRANSMISES AINSI QUE REFLÉTÉES

Toujours restons sur la figure 32b, on extrait le signal transmis entre le point 650 et le point 1200 tandis que le signal reflété serai extrait ente le point 1950 et le point 2450 (le signal de la figure 32b n'est qu'un exemple d'illustration). Sachant que cette distinction est à œil nu.

ETAPE 3. EXPLOITATION DES DONNÉES ISOLÉES

Les points isolés du signal transmis et reflété sont utilisés comme données d'entrée dans l'étape qui suit.

L'exécution du programme affiche :

>> Donner le point minimum de l'impulsion incidente...650

Donner le point maximum de l'impulsion incidente...1950

Donner le point minimum de l impulsion réfléchie...2045

Après l'alignement des données sont sur zéro, après le chargement des bornes min et max par l'utilisateur le programme affiche 6 figures, 3 de ces figures représentent le signal original illustrons:

1- Le signal brut2- Le signal émis extrait3-Le signal reflété extrait.Les trois figures restantes représentent l'estimation des fréquences contenues dans le signal du

3- Signal brut

4-Signal émis isolé,

6-Signal reflété isolé.



Figure IV.32- Signal ultrasonore dans un test par CND d'une poutre défectueuse (a) Diagramme d'un test transversal par ultrasons, (b) Signal réel du test transversal par ultrasons



Diagramme du programme



Les figures suivantes démontrent la forme du signal après son traitement :

Figure IV.34- Signal transmis isolé



Figure IV.35- Transformée de Fourier du signal transmis



Figure IV.37-Transformé du signal reflété

<u>Rem</u>: l'utilisateur doit s'assurer que le programme et le fichier data sont dans le même répertoire, ainsi de changer le nom du fichier données si nécessaire.

# IV.II ETUDE SPECTRALE

## IV.II.1 INTRODUCTION

Le but de ce travail est d'estimer les fréquences de notre signal transmis ainsi que celles du signal reflété et pour cela on a choisi trois méthodes déjà vu dans la partie théorique FFT, MUSIC et ESPRIT, notre travail ne consiste pas à utiliser les trois méthodes, mais seulement en choisir une; c'est pour cela qu'on a fait la comparaison entre elles pour en tirer celle qui donne les résultats les plus concluants.

# **IV.II.2 LA COMPARAISON**

On prend le signal test suivant:

 $s=Am^*cos(2*pi^*F'^*(0:Lg-1)) + w;$  où

- Am : l'amplitude du signal,
- Lg : la longueur du signal,
- F : le vecteur fréquence,
- w : bruit blanc additif.

On va jouer sur les deux paramètres suivants Lg et F.

Le traitement sera comme suit :

- 1. Changement de la longueur du vecteur signal Lg : Lg<sub>1</sub>, Lg<sub>2</sub>, Lg<sub>3</sub>,
- 2. Changement de la longueur du vecteur fréquence F : F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>,
- 3. Changement de la précision du vecteur fréquence F : F/10, F/100, F/1000,
- 4. Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la longueur du vecteur fréquence,
- 5. Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la précision du vecteur fréquence F,
- 6. Changement de la longueur du vecteur fréquence F + Changement de la précision du vecteur fréquence F.

Les résultats seront discutés au cours du traitement de chaque méthode.

# IV.II.2.1 ETUDE DE LA METHODE MUSIC

# 1. MUSIC

La première méthode de haute résolution qu'on va étudier est bien MUSIC (Multiple Signal Classification), pour mieux comprendre le fonctionnement de celle-ci voici un rappel de son algorithme:

# 2. ALGORITHME MUSIC

On considère un signal complexe x(n) qui est le mélange de P exponentielles complexes. L'algorithme MUSIC peut se résumer de la façon suivante:

a. Choisir M > 2P.

b.Calculer

$$\hat{R}_{N} = \frac{1}{N - M + 1} \sum_{n=0}^{N - M} x(n) x^{H}(n)$$
$$x(n) = [x(n) - \hat{\mu}_{N} \quad \cdots \quad x(n + M - 1) - \hat{\mu}_{N}]^{H}$$

Avec

et

$$\hat{\mu}_N = N^{-1} \sum_{n=0}^N x(n)$$

c. Calculer la décomposition propre de  $\hat{R}_N$ . Déduire G de dimension (M×(M-p)), construire à partir des (M-P) vecteurs propres associés aux (M-P) plus petites valeurs propres. Calculer la matrice GGH de dimension (M×M).

d. Déterminer les coefficients du polynôme:

$$\hat{\mathbf{Q}}(z) = \begin{bmatrix} z^{M-1} & \cdots & z & 1 \end{bmatrix}^{H} \mathbf{G} \mathbf{G}^{H} \begin{bmatrix} 1 & z & \cdots & z^{M-1} \end{bmatrix}^{T}$$

#### ETUDE ET RÉSULTATS

1. Changement de la longueur du vecteur signal Lg

Dans cette étape nous allons essayé de varier la longueur du vecteur de donnée et on a choisi pour cela trois longueurs  $Lg_1$ = 100,  $Lg_2$ =500,  $Lg_3$ =1000, on vois ici qu'on a choisi trois valeurs: minimum, moyenne et maximum, le but de ce choix est de voir le comportement de la méthode MUSIC dans:

Rapidité du calcul

Restitution des fréquences.

Le tableau C.1 dans l'annexe C (résultats pratiques) représente les calculs effectués par le programme MATLAB divisé en sept colonnes

$1 \text{ input}$ $1 \text{ DS}_1$ $1 \text{ output}(1)$ $1 \text{ DS}_2$ $1 \text{ output}(2)$ $1 \text{ DS}_3$ $1 \text{ output}(3)$	$F_{input}$ $Lg_1$ $F_{output(1)}$ $Lg_2$ $F_{output(2)}$ $Lg_3$ $F_{output(2)}$
--	--

Le tableau donne les fréquences obtenues pour chaque longueur  $Lg_1$ ,  $Lg_2$ ,  $Lg_3$ ,  $F_{output(1)}$ ,  $F_{output(2)}$ ,  $F_{output(3)}$  respectivement en comparant le résultat d'estimation pour chaque calcul au vecteur d'entrée  $F_{input}$  nous remarquons que le calcul a été rapide en plus le nombre de fréquences estimées est le même qu'au fichier d'entrée, le calcul de la valeur moyenne :

$$Err_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{inputi} - \sum_{i=1}^{n} F_{outputi}}{n}$$

Tel que *n*: nombre de fréquences estimées.

Sachant que pour Lg<sub>1</sub>, Lg<sub>2</sub> ainsi que Lg<sub>3</sub> les résultats sont représentés dans le tableau suivant:

Longueur vecteur signal Lg	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
100	0.0384
500	0.0080
1000	2.2426e-006

Tableau IV.4 résultats du Changement de la longueur du vecteur signal Lg (méthode music)

# 2. Changement de la longueur du vecteur fréquence F : F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>,

Dans le 2<sup>ème</sup> cas au lieu de changer la longueur du vecteur d'entrée on le fixe et varie le nombre de fréquences noyées dans ce dernier, où on a choisi deux longueurs  $F_1$  et  $F_2$ , on remarque que  $F_1=20$  c'est une valeur min,  $F_2=30$  et une valeur max le but ici est surtout l'estimation de tout le vecteur fréquence.

Le tableau C.2 toujours dans l'annexe C représente les calculs obtenus par MATLAB divisé en cinq colonnes



Pour une longueur Lg=500 on a  $F_{input (1)}$ ,  $F_{output (1)}$  et  $F_{input (2)}$ ,  $F_{output (2)}$  on remarque que MUSIC a pu détecter le même nombre de fréquence noyé dans le signal dans les deux cas pour  $F_1 = 20$  on a eu nos 20 valeurs ainsi pour  $F_2=30$  on a eu aussi nos 30 fréquences pour les valeurs on remarque que le calcul de la valeur moyenne donne :

Longueur vecteur fréquence F <sub>i</sub>	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
10	6.081e-006
20	0.0288
30	0.1394

Tableau IV.5 résultats du Changement de la longueur du vecteur fréquence F (méthode music)

On remarque qu'a chaque fois qu'on augmente la longueur du vecteur fréquence de pas de 10 l'erreur augment.

#### 3. Changement de la précision du vecteur fréquence F : F/10, F/100, F/1000,

Ici dans ce 3<sup>ème</sup> cas on fait varier la précision du vecteur fréquence c'est-à-dire on garde le vecteur F fixe en longueur même en valeur quoiqu'on varie seulement la précision et cela en divisons ce dernier sur dix puis sur cent et enfin sur mille.

Le tableau C.3 annexe C représente le travail effectué avec les résultats de MATLAB divisé en 4 colonnes principales Lg longueur du vecteur signal reste fixe puis la deuxième colonne qui représente Précision  $F_{input(1)}/10$  à son tour divisé en deux sous-colonnes  $F_{input(1)}$  et  $F_{output(1)}$  vecteur fréquence entré et estimé ainsi pour Précision  $F_{input(2)}/100$  on a  $F_{input(2)}$  et Précision  $F_{input(3)}/1000$  on a  $F_{input(3)}$  et  $F_{output(3)}$ 

	Précision F <sub>input(1)</sub> /10		Précision F <sub>input(2)</sub> /100		Précision F <sub>input(3)</sub> /1000	
Lg	F <sub>input(1)</sub>	Foutput(1)	Finput(2)	Foutput(2)	Finput(3)	F <sub>output(3)</sub>

Le but de varier la précision et de savoir à quel point la méthode music est précise et peut extraire les fréquences trop proches,

Pour une longueur optimal Lg=500 et une longueur F=10 Le test à donner les valeurs suivantes:

Longueur vecteur donnée Lg	Longueur vecteur fréquence L	Précision du vecteur fréquence F	Erreur moyenne
		/10	0.0076
500	10	/100	0.1765
	-	/1000	0.2565

Tableau IV.6 Changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode music)

On remarque d'après les résultats obtenus, pour F/100 et F/1000 l'erreur est trop proche.

# 4. <u>Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la précision du</u> <u>vecteur fréquence F</u>,

Pour le 4<sup>ème</sup> cas on va agir sur la longueur Lg on la variant entre trois valeur Lg<sub>1</sub>, Lg<sub>2</sub>, Lg<sub>3</sub>, ainsi que la fréquence  $F_{input(1)}/10$ , Précision  $F_{input(2)}/100$ , Précision  $F_{input(3)}/1000$  comme l'indique le tableau C.4.a pour la longueur Lg<sub>1</sub>, C.4.b pour la longueur Lg<sub>2</sub> et enfin C.4.c pour la longueur Lg<sub>3</sub> dans l'annexe C.

Les résultats obtenus

	Précision F <sub>input(1)</sub> /10		Précision l	F <sub>input(2)</sub> /100	Précision F <sub>input(3)</sub> /1000	
Lg <sub>1,2,3</sub>	$F_{input(1)}$	F <sub>output(1)</sub>	Finput(2)	F <sub>output(2)</sub>	F <sub>input(3)</sub>	F <sub>output(3)</sub>

Le calcul de l'erreur moyenne a donné:

	Précision du vecteur	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
Longueur vecteur donnée <i>Lg</i>	fréquence F	
100	/10	0.1914
100	/100	0.2183
100	/1000	0.2601
500	/10	0.0433
500	/100	0.1963
500	/1000	0.2314
1000	/10	1.4985e-005
1000	/100	0.1796
1000	/1000	0.2691

Tableau IV.7 résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode music)

# 5. <u>Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la longueur du vecteur</u> <u>fréquence et sa précision</u>.

Dans cette étape on va exagérer un peu et cela pour rendre la tache plus difficile pour la méthode MUSIC, on change en même temps la longueur du vecteur donnée  $Lg_1=500$  et  $Lg_2=1000$  plus la longueur du vecteur fréquence L=20, L=30, et la précision du vecteur fréquence, les tableaux C.5.a, C.5.b et C.5.c représentent les résultats obtenus. Les tableaux sont représentés ainsi:

	Précision	$F_{input(1)}/10$	Précision I	$F_{input(2)}/100$	Précisio	n F <sub>input(3)</sub> /1000
Lg <sub>1,2,3</sub>	Finput(1)	F <sub>output(1)</sub>	Finput(1)	F <sub>output(1)</sub>	$F_{input(1)}$	$F_{output(1)}$
						05

Longueur vecteur	Longueur vecteur	Précision du vecteur	Erreur
donnée Lg	fréquence L	fréquence F	moyenne Err <sub>moy</sub>
500	20	/10	0.1097
500	20	/100	0.2205
500	20	/1000	0.2247
500	30	/10	0.2195
500	30	/100	0.1288
500	30	/1000	0.2387
1000	20	/10	0.0333
1000	20	/100	0.1995
1000	20	/1000	0.2535
1000	30	/10	0.2478
1000	30	/100	0.0702
1000	30	/1000	0.2186

Après le calcul sous MATLAB on a:

Tableau IV.8 résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement de la précision du vecteur fréquence F et sa précision (méthode MUSIC)

## IV.II.2.2 ESPRIT

#### 1. ESPRIT

La deuxième méthode de haute résolution bien sûr qu'on va étudier est bien ESPRIT (ESTIMATION OF SIGNAL PARAMÈTRES VIA ROTATIONAL INVARIANCE TECHNIQUES), et pour mieux comprendre le fonctionnement de celle-ci voici un rappel de son algorithme:

#### 2. ALGORITHME ESPRIT

#### L'algorithme ESPRIT se décompose en cinq étapes :

calculer et diagonaliser la matrice  $\hat{R}_{xx}(t)$ en déduire une base de l'espace signal W(t) ; extraire de W(t) les matrices W(t)↓ et W(t)↑ ; estimer la matrice spectrale (t) en utilisant la méthode des moindres carrés (Least Squares (LS)) ou des moindres carrés totaux (Total Least Squares (TLS)). diagonaliser  $\Phi(t)$  et en déduire les pôles estimés.

REM [Des études théoriques et expérimentales ont montré que la méthode ESPRIT est la plus performante des méthodes HR présentées ci-dessus] [14].

# ETUDE ET RÉSULTATS

L'étude de la méthode ESPRIT est pareille à celle qu'on a faite pour la méthode MUSIC puisque l'étude est comparative bien sûr.

1. Changement de la longueur du vecteur signal Lg : Lg<sub>1</sub>, Lg<sub>2</sub>, Lg<sub>3</sub>,

Cette étape on varie la longueur du vecteur de donnée les mêmes utilisées pour MUSIC  $Lg_1=100$ ,  $Lg_2=500$ ,  $Lg_3=1000$ ,

Le tableau C.6 dans l'annexe C (résultats pratiques) représente les calculs effectués par le programme MATLAB, en comparant le résultat d'estimation pour chaque calcul au vecteur d'entrée  $F_{input}$  nous remarquons que le calcul a été effectué rapidement plus rapidement que celui effectué par MSIC même que le nombre de fréquences estimées était au complet, en ce

qui concerne les valeurs estimées l'erreur moyenne entre vecteur d'entrée et sortie donne respectivement :

<b>Longueur</b> <i>Lg</i>	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
100	0.0221
500	5.5511e-017
1000	0

Tableau IV.9 Résultats du Changement de la longueur du vecteur signal Lg (méthode ESPRIT)

# 2. Changement de la longueur du vecteur fréquence F : F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>,

Dans le 2<sup>ème</sup> cas on fixe la longueur du vecteur d'entrée et on varis le nombre de fréquences, on choisit trois longueurs  $F_1=10$  une valeur min, valeur moyenne  $F_2=20$  et  $F_3=30$  une valeur max.

Le tableau C.7 annexe C représente les calculs obtenus par MATLAB. On remarque qu'ESPRIT aussi a pu détecter le même nombre de fréquence dans les trois cas, le calcul de l'erreur moyenne a donné:

Longueur vecteur fréquence $F_i$	Erreur moyenne <i>Err<sub>moy</sub></i>
10	6.081e-006
20	0.0289
30	0.1394

Tableau IV.10 Résultats du Changement de la longueur du vecteur fréquence F

#### (méthode ESPRIT)

La différence entre MUSIC et ESPRIT est la vitesse ESPRIT est plus rapide en plus de son erreur qui est inférieur.

# 3. Changement de la précision du vecteur fréquence F : F/10, F/100, F/1000,

Le 3<sup>ème</sup> cas on varie la précision du vecteur fréquence, on garde le vecteur F fixe (longueur) et on varie seulement la précision. Le tableau C.8 annexe C représente le travail effectué avec les résultats de MATLAB.

On rappel que le but de varier la précision et de savoir le taux de précision de la méthode elle-même ici c'est ESPRIT le calcul à donner respectivement:

Longueur vecteur donnée <i>Lg</i>	Longueur vecteur fréquence L	Précision du vecteur fréquence F	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
		10	3.1954e-015
500	10	<b>100</b> 0.1859	0.1859
		1000	0.2252

 Tableau IV.11 Changement de la précision du vecteur fréquence F (méthode ESPRIT)

# 4. <u>Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la précision du</u> <u>vecteur fréquence F</u>

Le 4<sup>ème</sup> cas on va agir sur la longueur Lg entre trois valeur Lg<sub>1</sub>, Lg<sub>2</sub>, Lg<sub>3</sub>, ainsi que la précision de la fréquence  $F_{input(1)}/10$ ,  $F_{input(2)}/100$ ,  $F_{input(3)}/1000$  comme l'indique le tableau C.9.a pour la longueur Lg<sub>1</sub>, C.9.b pour la longueur Lg<sub>2</sub> et C.9.c pour la longueur Lg<sub>3</sub> dans l'annexe C.

Longueur vecteur donnée <i>Lg</i>	Précision du vecteur fréquence	Erreur moyenne Err <sub>moy</sub>
	F	
100	/10	0.0948
100	/100	0.2096
100	/1000	0.2505
500	/10	3.1954 <sup>e</sup> -0153
500	/100	0.1859
500	/1000	0.2252
1000	/10	6.9389e-0186
1000	/100	0.2252
1000	/1000	0.2543

Les résultats obtenus représenté dans le tableau:

Tableau IV.12 Résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement dela précision du vecteur fréquence F (méthode ESPRIT)

# 5. <u>Changement de la longueur du vecteur signal Lg + Changement de la longueur du vecteur</u> <u>fréquence et sa précision</u>.

La dernière étape est la plus difficile c'est où on va varier tous, longueur du vecteur signal  $Lg_1=500$  et  $Lg_2=1000$ , longueur du vecteur fréquence L=20, L=30, et la précision du vecteur fréquence, le travail effectué est donné dans les tableaux C.10.a, C.10.b et C.10.c annexe C illustré comme suit: Le calcul sous MATLAB a donné les résultats suivants:

Longueur vecteur	Longueur vecteur	Précision du	Erreur moyenne
donnée Lg	fréquence L	vecteur fréquence F	Err <sub>moy</sub>
500	20	/10	0.0289
500	20	/100	0.2266
500	20	/1000	0.2780
500	30	/10	0.0868
500	30	/100	0.2005
500	30	/1000	0.2585
1000	20	/10	0.0203
1000	20	/100	0.2136
1000	20	/1000	0.2438
1000	30	/10	0.0237
1000	30	/100	0.1824
1000	30	/1000	0.2456

Tableau IV.13 Résultats du changement de la longueur du vecteur signal Lg plus le changement dela précision du vecteur fréquence F et sa précision (méthode ESPRIT)

#### 6. Discussion des résultats

Comme conclusion et après ce qu'on a vu ci-dessus, malgré que les deux méthodes ont pu restituer toutes les fréquences noyées dans le vecteur signal et donnant des résultats concluants, on remarque que la méthode ESPRIT a pu prendre de l'avance sur MUSIC par sa rapidité de calcul, son erreur moyenne minimum par rapport au résultat obtenu par la méthode MUSIC. C'est pour ces deux raisons qu'on va opter pour ESPRIT pour l'analyse fréquentielle.

#### **IV.II.3 MÉTHODES D'IDENTIFICATION**

IV.II.3.1 RÉSEAUX DE NEURONES

#### 1. DÉFINITION



Figure IV.38 réseaux de neurone à une couche cachée

Considérons le réseau illustré dans la figure 38, avec une seule couche cachée et un seul neurone de sortie. Quand un vecteur et propagé au travers du réseau, pour les poids déclarés au début on aura une sortie nommée *pred*. L'objectif d'un apprentissage supervisé est d'ajusté les poids pour que la différence entre la sortie du réseau prédite *pred* et la sortie désirée *des* soit la plus petite possible. Cela demande un algorithme qui réduit l'erreur absolue, ce qui est identique en réduisant l'erreur quadratique, où:

$$E = pred - des \tag{1}$$

Notre algorithme doit ajuster les poids de façon à ce que l'erreur quadratique  $E^2$  soit minimisée. La retropropagation d'erreur est un algorithme qui performe le critère descente de gradient minimisation de  $E^2$ .

Les notations des descriptions qui vont suivre de la loi de retropropagation d'erreur sont basées sur le diagramme qui suit.



La ligne discontinue représente un neurone *B*, qui peut être caché ou bien dans la sortie. La sortie de *n* neurones  $(O_1...,O_n)$  dans la couche qui précède fournie l'entrée vers le neurone *B*. Si le neurone *B* est dans la couche cachée alors  $(O_1...,O_n)$  est simplement le vecteur d'entrée.

Ces sorties sont multipliées par respectivement les poids  $(W_{IB}...W_{nB})$ , où  $W_{nB}$  est le poids connectant le neurone *n* au neurone *B*. La fonction somme ajoute tous ces produits pour fournir l'entrée  $I_B$ , cela est traité par la fonction *d*'activation f(.) du neurone *B*.  $f(I_B)$  est la sortie,  $O_B$ , du neurone *B*.

Pour le but de cette illustration, appelant le premier neurone A et considérant le poids  $W_{AB}$  connectant les deux neurones. L'approximation utilisée pour le changement de poids est donnée par la règle de delta:

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta \frac{\partial E^2}{\partial W_{AB}}$$
(2)

où η est le paramètre du taux d'apprentissage, qui détermine le taux d'apprentissage, et

$$\frac{\partial E^2}{\partial W_{AB}}$$

Est la sensibilité d'erreur  $E^2$ , par rapport au poids  $W_{AB}$  est détermine la direction de la recherche dans l'espace des poids pour la nouvelle valeur du poids  $W_{AB(new)}$  comme illustré dans la figure ci-dessous.

#### Figure IV.40

Afin de réduire au minimum E<sup>2</sup> la règle de delta donne la direction du changement de poids exigée



De la règle de chaîne

$$\frac{\partial E^{2}}{\partial W_{AB}} = \frac{\partial E^{2}}{\partial I_{B}} \frac{\partial I_{B}}{\partial W_{AB}}$$
(3)  
$$\frac{\partial I_{B}}{\partial W_{AB}} = \frac{\partial \sum_{x=n}^{x=1} O_{x} W_{xB}}{\partial W_{AB}}$$
$$= \frac{\partial (O_{A} W_{AB})}{\partial W_{AB}} + \frac{\partial \sum_{x=n}^{x=2} O_{x} W_{xB}}{\partial W_{AB}}$$
$$= O_{4}$$
(4)

Et

puisque le reste des entrées au neurone *B* n'ont aucune dépendance sur le poids  $W_{AB}$ . Ainsi des équations. (3) et (4), l'équation. (2) devient,

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta \frac{\partial E^2}{\partial I_B} O_A$$
(5)

et le changement de poids de  $W_{AB}$  dépend de la sensibilité de l'erreur quadratique  $E^2$ , par rapport à l'entrée  $I_B$ , de l'unité *B* et le signal d'entrée  $O_A$ .

Il y a deux cas possibles :

- 1. *B* est le neurone de sortie;
- 2. *B* est un neurone caché.

#### Considérant le premier cas:

Puisque *B* est le neurone de sortie, le changement de l'erreur quadratique est due à un ajustement de  $W_{AB}$  est simplement le changement de l'erreur quadratique de la sortie de *B*:

$$\partial E^{2} = \partial (pred - req)^{2}$$

$$\partial E^{2} = 2(pred - req) \frac{\partial pred}{\partial I_{B}}$$

$$= 2E \frac{\partial f(I_{B})}{\partial I_{B}}$$

$$= 2Ef'(I_B) \tag{6}$$

En combinant (5) et (6) nous aurons:

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta O_A 2 E f'(I_B)$$
(7)

la règle pour modifier les poids quand le neurone B est un neurone de sortie.

90

Si la fonction d'activation de sortie f(.) est la fonction sigmoïde alors:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = (1 + e^{-x})^{-1}$$
(8)

différencier (8) par son argument x;

$$f'(x) = -1(1+e^{-x})^{-2} - 1(e^{-x}) = \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})^2}$$
(9)

mais

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$\Rightarrow \qquad e^{-x} = \frac{(1 - f(x))}{f(x)} \qquad (10)$$

Insertion de l'équation (11) dans (9) on aura:

$$f'(x) = \frac{(1 - f(x))}{f(x)} / \frac{1}{(f(x))^2}$$
$$= f(x) \times (1 - f(x))$$
(11)

similaire pour la fonction tanh

$$f'(x) = (1 - f(x)^2)$$

ou pour la fonction linéaire (identité),

$$f'(x) = 1$$

Cela donne

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta O_A 2EO_B(1 - O_B)$$
 (sigmoïd)

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta O_A 2EO_B(1 - O_B^2) \quad \text{(tanh)}$$

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta O_A 2E$$
 (linéaire)

Considérant le deuxième cas:

*B* est un neurone caché :

$$\frac{\partial E^2}{\partial I_B} = \frac{\partial E^2}{\partial I_O} \frac{\partial I_O}{\partial O_B} \frac{\partial O_B}{\partial I_B}$$
(12)

là où l'indice o représente le neurone de sortie.

$$\frac{\partial O_B}{\partial I_B} = \frac{\partial f(I_B)}{\partial I_B} = f'(I_B)$$

91

$$\frac{\partial I_O}{\partial O_B} = \frac{\partial \sum_p O_p W_{pO}}{\partial O_B}$$
(13)

là où p est un index qui s'étend au-dessus de tous neurones ainsi que le neurone B qui fournissent des signaux d'entrée au neurones de sortie. Augmentant la partie droite de l'équation (13),

$$\frac{\partial \sum_{p} O_{p} W_{pO}}{\partial O_{B}} = \frac{\partial O_{B} W_{BO}}{\partial O_{B}} + \frac{\partial \sum_{p} O_{p} W_{pO}}{\partial O_{B}} = W_{BO}$$
(14)

Les poids des autres neurones est  $W_{pO}(p!=B)$  n'a aucune dépendance avec  $O_B$ . L'équation (14) et (16) dans (13),

$$\frac{\partial E^2}{\partial I_B} = \frac{\partial E^2}{\partial I_O} = W_{BO} f'(I_B)$$
(15)

Donc  $\delta E^2/\delta I_B$  est exprimé comme  $\delta E^2/\delta I_0$ , calculé comme dans l'équation (6). La loi finale pour modifier les poids  $W_{AB}$  entre un neurone A qui envois un signal vers un neurone B est

$$W_{AB(nouveau)} = W_{AB(ancien)} - \eta \frac{\partial E^2}{\partial I_B} O_A$$
(16)

où

$$\frac{\partial E^2}{\partial I_B} = 2Ef'_O(I_B)$$

$$I_B \text{ est le neurone de sortie}$$

$$\frac{\partial E^2}{\partial I_B} = \frac{\partial E^2}{\partial I_O} W_{BO} f'_h(I_B)$$

$$I_B \text{ est un neurone caché}$$

où  $f_o(.)$  et  $f_h(.)$  est les fonctions de sortie et de l'entrée d'activation respectivement.



Sortie du réseau =  $[tanh(I^T .WI)]$ . WO let HID =  $[tanh(I^T.WI)]^T$  – la sortie des neurones cachés ERREUR = (Sortie du réseau - Sortie du réseau prédite) LR = fréquence d'apprentissage Mise à jour des poids, sortie linéaire des neurones

$$WO = WO - (LR ' ERREUR ' HID)$$
(19)

Sortie cachée tanh

$$WI = WI - \{LR x [ERROR x WO x (1 - HID2)], IT\}^{T}$$
(20)

L'équation 19 et 20 montre que les changements de poids sont un signal d'entrée par un gradient local. Cela donne une direction qui a une amplitude qui dépend de l'amplitude de l'erreur.

Si la direction est prise sans amplitude puis tous les changements auraient une taille égale qui dépend de la fréquence d'apprentissage.

L'algorithme présenté plus haut est une version simplifiée où on a seulement un seul neurone en sortie. Dans l'algorithme original il y a plus qu'un neurone en sortie la descente de gradient minimise l'erreur quadratique totale de toutes les sorties. Avec seulement une sortie cela est réduit pour minimiser l'erreur.

Il y a plusieurs algorithmes qui on évolué à partir de l'algorithme original dans le but d'augmenter la vitesse d'apprentissage. Qu'on peut trouvé dans [26].

# V. CONCLUSION

Les travaux effectués dans la partie pratique sont la programmation de:

- 1. Programmation d'un programme sous MATLAB qui traite les signaux collectés du palpeur,
- 2. Programmation de la méthode FFT sous MATLAB,
- 3. Programmation de la méthode ESPRIT sous MATLAB,
- 4. Programmation de la méthode MUSIC sous MATLAB.

Les programmes cités ont été testé par des signaux tests ainsi que des signaux réelles et ils ont donné des résultats satisfaisants.

# CONCLUSION GÉNÉRALE
## CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail était la réalisation et l'utilisation d'une technique de contrôle non destructif capable de distinguer les principaux types de défauts se produisant dans un matériau.

La méthodologie utilisée consistait en l'analyse des signaux de palpeur reçus lors d'essais CND par ultrasons. L'étude consistait à extraire les caractéristiques spectrales du signal (dans notre cas les fréquences émises et reçues), puis passer à la phase de reconnaissance et cela à travers la base de données acquise dans les tests des données de base dont on reconnaît le défaut.

Le problème qu'on a eu est la base de données des défauts sur laquelle on va se baser pour la reconnaissance, puisqu'elle est spécifique, les signaux qu'on doit avoir doivent être des signaux de défauts connus à l'avance.

Les programmes réalisés dans ce mémoire sont testés et validés par des signaux sinusoïdaux, leurs comportements sont acceptables puisqu'on est arrivé à une estimation importante des fréquences noyées dans le signal test plus le bruit.

La reconnaissance de défauts est très importante dans le domaine industriel, parce que cette option nous permet de reconnaître la cause des défauts et en remédier une fois pour toutes, dans le cas contraire on ne peut pas trouver la cause du défaut facilement ce qui nous cause une perte de temps et d'argent.

Cette option une fois ajoutée dans les machines ajoute à son tour un nouvel acquis pour l'industrie.

La reconnaissance de défaut par ultrasons n'est pas valable que pour l'industrie, nous avons pris les CND par ultrasons comme application dans notre mémoire, l'idée de reconnaissance de défaut peut être appliquée comme dans le domaine médical (tumeur, fracture,...), comme dans L'archéologie (détection de défaut dans les antiquités,...), et encore dans le Génie civil (défauts dans les structures soit fabriqué en béton soit en charpente...).

Il convient d'emblée d'en mesurer les limites, si l'on veut comprendre pourquoi le contrôle non destructif fait appel à de nombreuses règles et données empiriques qu'il est indispensable de prendre en compte pour définir ou exécuter un examen satisfaisant.

Ainsi, l'aspect spectral est à considérer : les bases théoriques prennent le cas simple du rayonnement monochromatique alors qu'en pratique le rayonnement possède un spectre plus ou moins complexe (rayonnements ionisants) et de largeur de bande importante (ultrasons). L'aspect homogénéité et isotropie du matériau engendre les mêmes difficultés de passage de la théorie à la pratique, d'autant que l'on a de plus en plus souvent affaire à des matériaux de structure complexe

(composites, bétons). Toutefois, on assiste présentement à une forte activité de modélisation des phénomènes physiques mis en oeuvre dans les examens non destructifs, ce qui constitue un apport favorable à une meilleure maîtrise de ces techniques somme toute complexes.

**BIBLIOGRAPHIE** 

#### **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] B.A. Auld; Acoustic Fields and Waves in Solids, Vol I & II. 2nd edition; Krieger Publishing Company; (February 1990).
- [2] http://www.sv.vt.edu/classes/ESM4714/Student\_Proj/class94/stevens/stevens.html;
   Visualization of Stress Waves in Elastic Solids ; consulté le 20-10-2006.
- [3] http://www.ndt.net/article/az/ut/append\_a/append\_a.htm; UT Formulae consulté le 01-07-2007.
- [4] D. Clorennec ; Contrôle Non Destructif par Ultrasons; Laboratoire Ondes et Acoustique Université Paris 7 – CNRS- ESPCI-
- [5] Refraction, Snell's law, and total internal reflection from Boston University
- [6] J. Krautkramer & H. Krautkramer; Ultrasonic Testing of Materials; Springer Verlag; 4th/revised edition; November 1990.
- [7] www.mesures.com/archives/642FICHE%2043.pdf; Le contrôle non destructif, TECHNIQUES DE BASE (fiche 43) consulté le 05-04-2006
- [8] Orland.guedes.free.fr/docs/ultrasons.pdf ; Génération et propagation ultrasonore ; consulté le 30 septembre 2005
- [9] http://www.seas.smu.edu/~cd/EE5340/lect5/sld002.htm; consulté le 30 septembre 2005
- [10] http://www.cnde.iastate.edu/qnde/Vol.14B/p2253-2260.html; consulté le 03-06-2006
- [11] ndt.nrcan.gc.ca/guides/4-9-Utemc-fre.pdf ; Guide du candidate à l'examen de CANMET, certification initiale Contrôle par ultrasons, Laboratoire de la technologie des matériaux de Ressources naturelles Canada ; consulté le 28-08-2006
- [12] www.biochimie.univ-montp2.fr\maitrise\t&i\tf\tf.html; consulté le 14-12-2006
- [13] www.tsi.enst.fr/~rbadeau/unrestricted/Soutenance.pdf; R.BADEAU; Méthodes à haute résolution pour l'estimation et le suivi de sinusoïdes modulées ; consulté le 18 avril 2005.
- [14] www.tsi.enst.fr/~rbadeau/unrestricted/Soutenance.pdf; R.BADEAU; Méthodes à haute résolution; (Telecom Paris); consulté le 31-09-2005
- [15] http://www.lis.inpg.fr/stages\_dea\_theses/theses\_db/manuscript/miron.pdf; S.MIRON;

Haute Résolution; consulté le 25 octobre 2005

- [16] www.math.u-bordeaux.fr/~bergmann/PDF/These/chap3.pdf; Cordier et Bergmann; Chapitre 3 ; Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres ; Institut Von Kármán ; 2002.
- [17] das.ensica.fr/IMG/pdf/obesson\_asp.pdf; O.Besson ; Analyse Spectrale Paramétrique ; consulté le 15-01-2006
- [18] Irene Y.H. Gu; Spectral Estimation Statistical Digital Signal Processing (ESS150);
- [19] Themarvinproject.free.fr\final\node1.html; consulté le 20-06-2006
- [20] Irene Y.H. Gu; Spectral Estimation 'Statistical Digital Signal Processing; consulté le 30-10-2005
- [21] www.univ-setif.dz/cip2007/Theme\_A/Artcles\_A/A37\_ykourd1.pdf; M.Parizeau; Réseaux de neurones; Automne 2004
- [22] www.univ-setif.dz/cip2007/Theme\_A/Artcles\_A/A37\_ykourd1.pdf; C.TOUZET ; Les Réseaux De Neurones Artificiels (INTRODUCTION AU CONNEXIONNISME COURS, EXERCICES ET TRAVAUX PRATIQUES); Juillet 1992.
- [23] www.ensmp.fr/CC/Cours/ES\_MachineLearning/slides\_nn\_mines.pdf; F.MOUTARDE ; Introduction Aux Réseaux De Neurones Et A Leurs Applications En Automatique; Ecole des Mines de Paris Décembre 2003.
- [24] wcours.gel.ulaval.ca/2008/h/19968/default/5notes/RetroPerceptron.pdf; M.Parizeau; Le perceptron multicouche et son algorithme de retropropagation des erreurs; 10 septembre 2004.
- [25] www.ryounes.net/publications/Liban\_cmsm2005.pdf; Dr. Rafic Younès ; Réseaux des neurones; consulté le 15-11-2006
- [26] www.comp.mq.edu.au/research; Technical report C/TR96-05, Department of Computing, Macquarie University, NSW, Australia; consulté le 02-10-2006

## **ANNEXES**

# ANNEXE A

# DÉFAUTS MÉTALLURGIQUES

## QUELQUES DÉFAUTS MÉTALLURGIQUES

## 1/DÉFAUTS D'ÉLABORATION

#### Retrait de lingot ou retassure

Creux subsistant en tête de lingot par suite des différences de volume entre état liquide et état solide et gradient thermique au cours du refroidissement entre le cœur et la périphérie.

#### **Tapures thermiques**

Fines déchirures internes liées aux contraintes de dilatation (ou de contraction) entre les différentes couches de métal au cours du refroidissement.

#### **Inclusions et crasses**

Matières étrangères introduites lors de la coulée dans la masse liquide (oxydes, sulfures, silicates).

#### **Gouttes froides**

Gouttes de métal en fusion projetées sur les faces internes du moule se solidifiant plus rapidement et qui ne se ressoudent pas au lingot.

#### Rides de peau

Irrégularités de surface liées à la montée par saccades du métal dans le moule.

#### Ségrégations

Volumes de métal plus ou moins importants dont la concentration diffère de celle du métal de base: localisation dans les zones se solidifiant en dernier lieu (retassure centrale).

## 2/ DÉFAUTS DE TRANSFORMATION

## Criques

Ruptures longitudinales ou transversales dues à une température trop basse ou trop élevée ou des défauts existants dans le lingot initial.

## Repliures

Replis oxydés en peau survenus lors du forgeage ou du laminage.

## Tapures

Criques de surface dues à des échauffements ou refroidissements trop brutaux lors du laminage et du forgeage.

#### **Oxydation superficielle**

Combinaison chimique du métal ou de ses constituants avec l'oxygène de l'air.

#### Contamination

Même phénomène que l'oxydation avec d'autres gaz.

#### Incrustations

Morceaux de calamine (oxyde) ou oxydes adhérant au métal.

## Brûlures

Chauffage trop élevé conduisant à des zones de plus faibles caractéristiques mécaniques (oxydation des joints de grain).

## 3/ IMAGES DE QUELQUES DÉFAUTS 3-1 DÉFAUTS DE FABRICATION



Figure (A.1) Défauts de forme (a)



Figure (A.2) Inclusions et porosités (b)



Figure (A.3) Manque de fusion ou de pénétration (c)



Figure (A.4) Fissuration (d)

## 3-2 DÉFAUTS DE SERVICE OU DE SERVICE



Figure (A.5) Érosion (a)



Figure (A.6) Fissuration par fatigue (b), (Mécanique ou thermique)



Figure (A.7) Corrosion ponctuelle (c), ou fissurante (d)

## ANNEXE B

# ALGÈBRE LINÉAIRE

## ANNEXE B ALGÈBRE LINÉAIRE

Nous faisons plusieurs rappels essentiels en algèbre linéaire. Au chapitre réseaux de neurones, nous avons vu que les entrées et les sorties d'un réseau de neurones, ainsi que les rangées de ses matrices de poids forment des vecteurs. Il est donc important de bien comprendre ce qu'est un espace vectoriel en étudiant ses principales propriétés. Ensuite, nous aborderons des outils algébriques de base tels les transformations linéaires, les changements de base ainsi que les valeurs et vecteurs propres. Ces outils seront très utiles et serviront à comprendre plusieurs méthodes étudiées dans ce mémoire.

#### 1. DÉFINITION D'UN ESPACE VECTORIEL

Lorsque nous définissons un vecteur  $x = [x_1 x_2 \cdots x_n]^T$ , nous faisons habituellement référence à un espace euclidien de n dimensions, que nous notons  $\mathcal{R}^n$ . Cependant, la notion d'espace vecto-riel est beaucoup plus vaste que ce dernier qui ne représente qu'un cas particulier.

#### 1.1 DÉFINITION

Un espace vectoriel linéaire X est un ensemble d'éléments (de vecteurs) défini sur un champ scalaire F, et respectant les propriétés suivantes :

1. possède un opérateur d'addition tel que :

a. 
$$x, y \in X$$
 implique  $x + y \in X$ ;

- b. x + y = y + x; (commutativité)
- c. (x + y) + z = x + (y + z); (associativité)
- d.  $\exists \ 0 \in X \text{ tel que } x + 0 = x, \quad \forall x \in X;$  (élément neutre)
- e.  $\forall x \in X, \exists x \text{ tel que } x + (-x) = 0;$  (élément inverse)
- 2. possède un opérateur de multiplication tel que :
  - a.  $a \in Fet x \in X$  implique  $ax \in X$ ;
  - *b.*  $\forall x \in X \text{ et le scalaire 1, } 1x = x; (élément neutre)$



FIG. B.1 – Différents sous-ensembles de  $\Re^2$ :(a) région rectangulaire; (b) droite; (c) plan.

c.	$a, b \in F et \ \forall x \in X, a(bx) = (ab)x;$	(associativité)
d.	$\forall (a+b)x = ax + bx;$	(distributivité)
e.	a(x+y)=ax+ay;	(distributivité)

Il est facile de démontrer que ces propriétés sont respectées pour  $\mathcal{R}^n$  et, par conséquent,  $\mathcal{R}^2$ . On peut cependant se poser la question à propos de certains sous-ensembles de  $\mathcal{R}^2$ . Par exemple, considérons la région rectangulaire illustrée à la figure B.1a. Ce sous-ensemble de  $\mathcal{R}^2$  n'est pas un espace vectoriel car, entre autres, la propriété 1a n'est pas respectée. En effet, si l'on prend deux vecteurs à l'intérieur du rectangle et qu'on les additionne, il se peut que le résultat sorte du rectangle. Par contre, on peut montrer (et ceci est laissé en exercice) que la droite infinie illustrée à la figure B.1b respecte toutes les propriétés énumérées ci-dessus et, par conséquent, défini un espace vectoriel. Notez bien, cependant, que cette droite se doit de passer par l'origine, sinon la propriété 1 d ne serait pas respectée.

Un autre exemple d'un espace vectoriel est l'ensemble  $P^2$  des polynômes de degré 2 ou moins. Par exemple, deux éléments de cet espace sont :

$$x = 3 + 2t + t^{2}$$
, (B.1)  
 $y=5-t$  (B.2)

Cet ensemble respecte les 10 propriétés d'un espace vectoriel. En effet, si l'on additionne deux polynômes de degré 2 ou moins, on obtient un autre polynôme de degré 2 ou moins. On peut aussi multiplier un polynôme par un scalaire sans changer l'ordre de celui-ci, etc. En notation vectorielle, on peut donc représenter les deux polynômes de l'exemple par  $x = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$  et  $y = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$ .

Mentionnons qu'on peut aussi former des espaces vectoriels avec des ensembles de fonctions plus générales que des polynômes. Il importe seulement de respecter les 10 propriétés fondamen-tales d'un espace vectoriel ! Si nous prenons la peine de préciser cette définition formelle, c'est parce que la résolution d'un problème avec un réseau de neurones requiert toujours de pouvoir représenter ce problème à l'aide d'un espace vectoriel. C'est donc une notion tout à fait fondamen-tale à ce sujet d'étude.

1.2 DÉPENDANCE LINÉAIRE

Soit les n vecteurs  $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ . Alors, ces vecteurs sont linéairement dépendants s'il existe n scalaires  $a_1, a_2, ..., a_n$  tels qu'au moins un d'eux est non nul et que :

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = 0.$$
 (B.3)

Et réciproquement, si  $a_1x_1 + a_1x_1 + \cdots + a_lx_l = 0$  implique que  $\forall i, a_i = 0$ , alors les vecteurs sont (linéairement) indépendants.

Par exemple, les vecteurs suivants :

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1\\ -1\\ -1 \end{bmatrix} \cdot x_2 = \begin{bmatrix} 1\\ 1\\ -1 \end{bmatrix}$$
(B.4)

sont linéairement indépendants car si  $a_1x_1 + a_2x_2 = 0$ , alors :

$$\begin{bmatrix} a_1 + a_2 \\ -a_1 + a_2 \\ -a_1 - a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(B.5)

et  $a_1 + a_2 = 0$  implique que  $a_1 = -a_2$ , et  $-a_1 + a_2 = 0$  implique  $a_1 = a_2$ . Ainsi, il faut que  $a_1 = a_2 = 0$ . Par contre, les polynômes  $p_1 = 1 + t + t^2$ ,  $p_2 = 2 + 2t + t^2$  et  $p_3 = 1 + t$  sont linéairement dépendants puisque  $a_1p_1 + a_2p_2 + a_3p_3 = 0$  pour  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$  et  $a_3 = 1$ .

**1.3 BASES ET DIMENSIONS** 

La dimension d'un espace vectoriel est déterminée par le nombre minimum de vecteurs de base requis pour couvrir l'espace vectoriel en entier. On dit d'un ensemble de vecteurs  $\{u_1, u_2, ..., u_n\}$ qu'il couvre un espace vectoriel X si et seulement si tous les  $x \in X$  de cet espace peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire des vecteurs de base :

$$x = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \cdots + a_n u_n.$$
 (B.6)

Par exemple, dans  $\Re^2$ , nous avons l'habitude de travailler avec les vecteurs de base  $u_1 = [1 \ 0]$  et  $u_2 = [0 \ 1]$ , mais ce n'est pas la seule possibilité. Un autre choix serait  $[0.5 \ 0.5]$  et  $[-0.5 \ 0.5]$  ou encore  $[2 \ 0]$  et  $[0 \ 2]$ . La seule chose qui importe est que les vecteurs de base soient linéairement indépendants.

Pour notre espace  $P^2$  des polynômes de degré 2 ou moins, on peut choisir autant  $\{1, t, t^2\}$  que  $\{1, 1 + t, 1 + t + t^2\}$ , par exemple.

#### **1.4 PRODUIT SCALAIRE**

Le produit scalaire entre deux vecteurs x et y, que nous noterons  $\langle x, y \rangle$ , est une opération très importante pour les réseaux de neurones. N'importe quelle fonction scalaire prenant deux vecteurs comme argument et respectant les trois propriétés suivantes peut servir à définir un produit scalaire :

La première propriété spécifie qu'un produit scalaire doit être symétrique. La deuxième précise que le produit d'un vecteur par une combinaison linéaire de deux vecteurs est égal à la combinaison linéaire des produits scalaires. Finalement, la troisième propriété restreint le produit scalaire d'un vecteur avec lui-même aux valeurs positives, sauf pour le vecteur nul qui doit donner zéro.

Le produit scalaire habituellement utilisé sur  $\mathcal{R}^n$  est défini par :

$$\langle x, y \rangle = x^{T}y = x_{1}y_{1} + x_{2}y_{2} + \dots + x_{n}y_{n}.$$
 (B.7)

#### 1.5 NORME

La norme d'un vecteur est une mesure de longueur. La fonction scalaire //x// s'appelle une norme si elle satisfait aux quatre propriétés suivantes :

1. 
$$||x|| \ge 0$$
;  
2.  $||x|| = 0$  si, et seulement si,  $x = 0$ ;  
3.  $||ax|| = |a| ||x||$ ;  
4.  $||x + y|| \le ||x|| + ||y||$ ;

La première propriété spécifie qu'une norme est toujours positive ou nulle. La deuxième précise qu'elle n'est nulle que pour le vecteur nul. La troisième impose que la norme d'un vecteur multiplié par un scalaire soit (linéairement) proportionnelle à ce scalaire. Finalement, la dernière propriété impose que la norme d'une somme de deux vecteurs soit inférieure ou égale à la somme des normes.

La norme la plus souvent utilisée, nommée  $l_2$ , est définie par  $||x|| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$  ce qui dans un espace euclidien  $\Re^n$  correspond à la norme euclidienne habituelle :

$$\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$$
(B.8)

Beaucoup d'autres normes sont possibles telle que, par exemple,  $||\mathbf{x}|| = |\mathbf{x}_1| + |\mathbf{x}_2| + \cdots + |\mathbf{x}_n|$ . Cette dernière s'appelle norme  $l_1$  (on dit aussi «city block» ou encore «Manhattan»). Dans le cas général, il existe les normes dites  $l_p$  telles que :

$$\|x\| = \sqrt[p]{|x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p}$$
(B.9)

où  $p \ge l$ . Dans le cas o`u p  $\rightarrow 1$ , on obtient la norme  $l_{\infty}$  suivante :

$$\|\boldsymbol{x}\| = \max_{i} |\boldsymbol{x}_{i}| \tag{B.10}$$

Ceci nous indique que plus p devient grand, plus on attache de l'importance aux grandes compo-santes de x. A la limite, on ne tient compte que de la plus grande composante du vecteur. Finalement, mentionnons qu'il importe parfois de «normaliser» nos vecteurs en les divisant par leur norme :

$$\left|\frac{x}{\|x\|}\right| = 1 \tag{B.11}$$

On obtient alors un vecteur qui pointe dans la même direction qu'auparavant, mais dont la norme est unitaire.

Les concepts de produit scalaire et de norme permettent aussi d'introduire la notion d'angle  $\theta$  entre deux vecteurs x et y via la fameuse loi des cosinus :

$$= ||x|| ||y|| \cos \theta.$$
 (B.12)

#### 1.6 Orthogonalité

Deux vecteurs x et y sont dits orthogonaux si leur produit scalaire  $\langle x, y \rangle$  est nul ( $\theta = 90^{\circ}$ ). Un vecteur  $x \in X$  est aussi dit orthogonal à un sous-espace  $X \subset X$  lorsqu'il est orthogonal avec tous les vecteurs x' de ce sous-espace. Par exemple, un plan dans  $\mathcal{R}^3$  définit un sous-espace de dimension 2 pour lequel il existe un vecteur perpendiculaire (orthogonal) à ce plan (voir figure B.1c). Parfois, il importe de convertir un ensemble de n vecteurs indépendants  $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$  en n vecteurs orthogonaux  $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$ . On peut effectuer cette opération avec la méthode de Gram-Schmidt. Le premier vecteur orthogonal peut être quelconque, nous choisissons donc le premier vecteur indépendant :

$$v_1 = x_1.$$
 (B.13)

Pour le second vecteur orthogonal, on utilise  $x_2$ , mais après avoir soustrait de  $x_2$ , la portion du vecteur qui est dans la direction de  $v_1$ . On obtient :

$$v_2 = x_2 - av_l, \tag{B.14}$$

où a est choisi de manière à ce que  $v_2$  soit orthogonal à  $v_1$ . Ceci implique que :

$$\langle v_l, v_2 \rangle = \langle v_l, (x_2 - av_l) \rangle = \langle v_l, x_2 \rangle - a \langle v_l, v_l \rangle = 0$$
 (B.15)  
$$a = \frac{\langle v_l, x_2 \rangle}{\langle v_l, v_l \rangle}$$
(B.16)

et :

Ainsi, pour trouver la composante de  $x_2$  dans la direction de  $v_1$ , c'est-à-dire  $av_1$ , il s'agit de calculer le produit scalaire entre les deux vecteurs. Ceci s'appelle le *projecteur* de  $x_2$  sur  $v_1$  (voir figure B.2). Si l'on continue ce processus, le  $k^{eme}$  vecteur orthogonal est obtenu par l'expression:



FIG. B.2 – Illustration de la méthode de transformation orthogonale Gram-Schmidt.

$$v_k = x_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\langle v_i, v_k \rangle}{\langle v_i, v_i \rangle} v_i$$
(3,17)

#### **1.7 TRANSFORMATIONS LINÉAIRES**

Une transformation linéaire A est une application d'un espace vectoriel X vers un espace vectoriel Y telle que :

1. 
$$\forall x_1, x_2 \in X$$
,  $A(x_1 + x_2) = A(x_1) + A(x_2)$ ;  
2.  $\forall x_2 \in X, a \in \mathcal{R} <$ ,  $A(ax) = aA(x)$ .

La première propriété spécifie que la transformée d'une somme de vecteurs doit être égale à la somme des transformées, pour qu'elle soit linéaire. La deuxième propriété précise que la transformée d'un vecteur auquel on a appliqué un facteur d'échelle doit aussi être égale à ce facteur appliqué sur la transformée du vecteur original. Si l'une ou l'autre de ces deux propriétés n'est pas respectée, la transformation n'est pas linéaire.

**1.8 REPRÉSENTATIONS MATRICIELLES** 

Nous allons maintenant montrer que toute transformation linéaire peut être représentée par une matrice. Soient  $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$  les vecteurs de base pour X et  $\{u_1, u_2, ..., u_m\}$  ceux de Y. Avec ces bases, nous pouvons représenter n'importe quels vecteurs  $x_2 \in X$  et  $y_2 \in Y$  avec les combinaisons linéaires suivantes :

$$x = \sum_{j=1}^{n} x_j v_j$$
 et  $y = \sum_{i=1}^{m} y_i u_i$  (B.18)

Soit la transformation linéaire A qui applique X sur Y ( $A : X \rightarrow Y$ ). Donc :

$$A(x) = y \tag{B.19}$$

Que l'on peut réécrire de la façon suivante

$$A\left(\sum_{i=1}^{m} x_{j} v_{j}\right) = \sum_{i=1}^{m} y_{i} u_{i}$$
(B.20)

Mais puisque A est un opérateur linéaire, on peut aussi écrire :

$$\sum_{j=1}^{n} x_j A(v_j) = \sum_{i=1}^{m} y_i u_i$$
(B.21)

En considérant maintenant que les vecteurs  $A(v_j)$  sont des éléments de Y, on peut les réécrire en tant qu'une combinaison linéaire de ses vecteurs de base :

$$A(v_{j}) = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} u_{i}$$
 (B.22)

et en substituant l'équation B.22 dans l'équation B.21, on obtient :

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j} \sum_{i=1}^{m} a_{ij} u_{i} = \sum_{i=1}^{m} y_{i} u_{i}$$
(B.23)

En inversant l'ordre des sommations, on peut écrire :

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = \sum_{i=1}^{m} y_i u_i$$
(B.24)

et en réarrangeant cette dernière équation, on produit le résultat :

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \left( \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - y_i \right) = 0$$
 (B.25)

Finalement, en se rappelant que les vecteurs de base  $u_i$  doivent être indépendants, on peut conclure que leurs coefficients doivent forcément être nuls, donc :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = y_i \tag{B.26}$$

Ce qui correspond au produit de matrice :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$
(B.27)

que l'on peut noter Ax = y.

Autrement dit, toute transformation linéaire peut être décrite par une matrice *A* qu'il s'agit de multiplier avec le vecteur que l'on veut transformer, pour obtenir le vecteur résultant de la transformation.



Figure B.3 transformation de rotation (a) rotation du vecteur x ; (b) rotation des vecteurs de base v<sub>1</sub> et v<sub>2</sub>

Comme exemple de transformation linéaire, considérons la rotation qui consiste à faire tourner un vecteur autour de l'origine. Pour simplifier, utilisons  $X=Y=\Re^2$  et travaillons avec les vecteurs de base habituels, c'est-à-dire ceux du plan cartésien illustrés a' la figure B.3a. La clef ici est de transformer chaque vecteur de base comme à la figure B.3b. Ceci s'accomplit grâce à l'équation B.20:

$$A(v_1) = \cos(\theta)v_1 + \sin(\theta)v_2 = a_{11}v_1 + a_{21}v_2$$
(B.28)  

$$A(v_2) = -\sin(\theta)v_1 + \cos(\theta)v_2 = a_{12}v_1 + a_{22}v_2$$
(B.29)

Ce qui nous donne les deux colonnes d'une matrice de rotation A dans  $\mathcal{R}^2$ :

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(B.30)

#### 1.9 CHANGEMENT DE BASE

Il est important de noter que la représentation matricielle d'une transformation linéaire n'est pas unique car elle dépend des vecteurs de base. Dans cette sous-section, nous allons examiner ce qu'il advient d'une transformation lorsqu'on effectue un changement de base.

Soit la transformation linéaire  $A : X \to Y$  et l'ensemble  $\{v_1, v_2, ..., v_n\}$  des vecteurs de base de X, et  $\{u_1, u_2, ..., u_m\}$  ceux de Y. Par conséquent :

$$Ax = y, \ \forall x \in X \tag{B.31}$$

Supposons maintenant que l'on veuille changer de base pour X et Y. Soient  $\{t_1, t_2, ..., t_n\}$  et  $\{w_1, w_2, ..., w_m\}$  les nouveaux ensembles de vecteurs de base. Avec ces bases, nous aurons  $A'x' = y', \forall x' \in X$ , où  $x = B_t x', y = B_w y', B_t = [t_1 t_2 \cdots t_n]$  et  $B_w = [w_1 w_2 \cdots w_m]$ . En substituant ces résultats dans l'équation 3.31, on obtient l'expression suivante:

$$AB_t x' = B_w y' \tag{B.32}$$

Puis en multipliant de part et d'autre par  $B_w^{-1}$ :

$$(B_{w}^{-1}AB_{t})x' = y'$$
(B.33)

#### Ce qui implique que $A' = B_w^{-1}AB_t$

On doit retenir qu'en changeant de base pour représenter nos vecteurs, nous changerons aussi la représentation matricielle de nos transformations. Le résultat sera le même, car les deux transfor-mations sont similaires. Seule la représentation change (les colonnes de nombres). L'intérêt d'un changement de base est que certaines représentations sont plus faciles à interpréter que d'autres, comme nous le verrons plus loin.

#### 2. Valeurs et vecteurs propres

Nous terminons ce chapitre en abordant une autre notion fondamentale pour l'analyse des transformations linéaires en général, et des réseaux de neurones en particulier : les valeurs et vecteurs propres.

Soit la transformation linéaire  $A: X \to X$  (ici le domaine et l'image de la transformation sont les mêmes). Alors, les vecteurs  $z \in X$  et les scalaires  $\lambda$  satisfaisant à la relation :

$$A(z) = \lambda z \tag{B.34}$$

sont dits «vecteurs propres» (z) et «valeurs propres» ( $\lambda$ ), respectivement. Cette définition spécifie qu'un vecteur propre d'une transformation donnée représente une direction dans laquelle tous les vecteurs pointant dans cette direction continueront à pointer dans la même direction après la trans-formation, mais avec un facteur d'échelle  $\lambda$  correspondant à la valeur propre associée. Notez bien que cette interprétation n'est valide que lorsque les valeurs propres sont réelles et que les vecteurs propres existent ce qui n'est pas toujours le cas.

En posant un certain ensemble de vecteurs de base, on peut reformuler l'équation B.34 sous sa forme matricielle:

$$Az = \lambda z \tag{B.35}$$

ou d'une manière équivalente:

$$(A - \lambda I)z = 0 \tag{B.36}$$

où *I* représente la matrice identité. Cette dernière équation implique que les colonnes de A- $\lambda I$  sont dépendantes et, par conséquent, que son déterminant est nul:

$$|A - \lambda I| = 0 \tag{B.37}$$

Ce déterminant est un polynôme de degré n possédant exactement n racines, dont certaines peuvent être complexes et d'autres répétées.

Si l'on reprend notre exemple de la transformation de rotation:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(B.38)

On peut réécrire l'équation 3.36 de la façon suivante :

$$\begin{vmatrix} \cos\theta - \lambda & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta - \lambda \end{vmatrix} = 0$$
(B.39)

Ce qui donne le polynôme suivant :

$$\lambda^2 - 2\lambda\cos\theta + (\cos^2\theta + \sin^2\theta) = \lambda^2 - 2\lambda\cos\theta + 1 = 0 \quad (B.40)$$

#### dont les racines

 $(\lambda_1 = \cos\theta + j\sin\theta)$  et  $(\lambda_2 = \cos\theta - j\sin\theta)$  sont complexes. Ainsi, puisqu'il n'y a pas de valeur propre réelle (sauf pour  $\theta = 0^\circ$  ou encore  $\theta = 180^\circ$ ), cela implique que tout vecteur réel transformé pointera dans une nouvelle direction (ce qui est l'effet recherché pour une rotation !).

Lorsqu'une matrice *A* de dimension  $n \times n$  engendre n valeurs propres distinctes, alors il est possible d'engendrer n vecteurs propres indépendants qui correspondent à un ensemble de vecteurs de base pour la transformation que *A* représente. Dans ce cas, on peut diagonaliser la matrice de la transformation en effectuant un changement de base. Plus formellement, si  $B = [z_1 z_2 \cdots z_n]$ , la matrice des n vecteurs propres, alors:

$$B^{-1}AB = \begin{bmatrix} \lambda_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n} \end{bmatrix}$$
(B.41)

où  $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}$  sont les valeurs propres de *A*. Ce résultat découle directement de la définition des vecteurs et valeurs propres de l'équation B.35 :

Il nous sera très utile dans les chapitres à venir, lorsque nous analyserons la performance de divers algorithmes d'apprentissage pour les réseaux de neurones.

## Résumé

Le contrôle non destructif entre dans plusieurs domaines par l'intermédiaire de différents moyens. L'un des plus répondus de ces moyens est les ultrasons qui ont plusieurs champs d'application comme par exemple: la métallurgie, le domaine de mesure, l'industrie sidérurgique. Entre autres, les ultrasons sont souvent utilisés pour pouvoir détecter et localiser les défauts et lacunes pouvant se trouver dans les échantillons et les analyses. Pour se faire, il est nécessaire de se munir d'une méthodologie permettant à partir des données acquises, de réaliser un diagnostic fin et pur dont il est l'objectif de ce travail.

The non destructive testing enters several field and while using various means, among these means the ultrasounds; in metallurgy, in the domain of measurement, in iron and steel industry, among other things the ultrasounds are often used to be able to detect and to locate defects and other gaps being able to be in the samples and analyzes, so it is necessary to be provided with a methodology allowing starting from the gathered data, to carry out a diagnostic fine and pure.

إن الاختبار الغير متلف يدخل في مجالات متعددة وباستعمال طرق مختلفة، من بينها الموجات فوق الصوتية، في التعدين، في مجال القياسات، في الصناعة و التلحيم...، أيضا نستطيع استعمال الموجات فوق الصوتية لإيجاد الشوائب وتحديد مكانها بالإضافة إلى الفجوات الموجودة في العينات و التحاليل، لذلك من الضروري امتلاك منهجية متينة تسمح من خلال معطيات ملتقطة بالقيام بتشخيص دقيق وسليم.