



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
Republique Algerienne Democratique Et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

Université Larbi Tébessi – Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

En : Génie Mécanique

Spécialité : construction Mécanique

Par : Irguedi Rofaida
Boumagouda Hadjer

Sujet

ETUDE ET CONCEPTION D'UN TURBOCOMPRESSEUR POUR UN MOTEUR DIESEL

Présenté et soutenu publiquement, le 13/06 /2022, devant le jury composé de :

M/Hadjab A/Hakim

M.A.A

Président

M/Malim Madani

M.A.A

Rapporteur

M/Zaidi Latifa

M.A.A

Examineur 1

Promotion : 2021/2022

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail
À ma très chère mère et cher père qui m'ont soutenue et
encouragé depuis toujours
À mes frères Mohamed, Massoud, Idrisse et ma sœur Chaima qui ont été toujours
présent pour me
Soutenir
À tout mes amis
À mes camarades de la promotion construction mécanique
À tous mes enseignants et ceux qui travaillent au
Département de génie mécanique
À tout personnes qui m'ont aidé de proche ou de loin

Kadjer

Je dédie cette remise de diplôme, le fruit de mes efforts, l'apogée de mes études, mon
assiduité, et la joie que j'ai attendue toute ma vie, à celui qui m'a enseigné les valeurs, les
principes et la morale à mon cher père, que Dieu lui fasse miséricorde

À Ma mère ; celle qui est la plus chère au monde, la joie de ma vie
À ma frères Souhaib et mes sœur Rahma, Aida, Zoubaida, Soulaïf qui ont été
toujours présent pour me Soutenir

À tout mes amis
À mes camarades de la promotion construction mécanique
À tous mes enseignants et ceux qui travaillent au
Département de génie mécanique
À tout personnes qui m'ont aidé de proche ou de loin

Rafaida

Remerciement

Avant tout, nous remercions **ALLAH** le tout puissant qui nous a donné le courage ; la volonté et la patience pour faire ce travail.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma gratitude à mon encadreur de ce mémoire, Mr : **Malim.M**, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué ma réflexion.

Je désire aussi remercier les professeurs **Hadjeb.A, Daghbouj.S, ZAIDI .L, Belghalem.H , Bouaffane.A, Agoune.R**, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.

Un grande merci A **ZRAWLIA.H**, pour les conseils qui ont facilité mon travail.

Liste des symboles

L, b, e : Dimensions et épaisseur d'une plaque

x, y, z : Coordonnées du repère global

w : Déplacement transversale

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$: Déformation directes suivant x, y et z respectivement

$T (M, n)$: Vecteur de contrainte

$[\varepsilon]$ ε_{ij} : Tenseurs de déformation

ν : Coefficient de poisson

A : Surface de triangle

E : Module de Young

F : Forces appliquée

K : Coefficient de correction de cisaillement

P : Pression

θ_x, θ_y : Déformation directes suivant x, y respectivement

M_x, M_y : Les efforts de cisaillement

σ : Contrainte normale

$\{\delta\}$: Vecteur de déplacement

$[k^e]$: La matrice de rigidité élémentaire

$\{F^e\}$: Vecteur de force élémentaire

$\{\delta^e\}$: Vecteur de déplacement élémentaire

D_x, D_y : Les rigidités de flexion dans les directions x, y

D_{xy} : Rigidité de torsion

D_1 : Rigidité de couplage

E : Module de Young

$[k]$: Matrice de rigidité globale

Liste des tableaux

Tableau.2.1. Information sur le logiciel utiliser pour la conception

Tableau.3.1. les éléments et les nœuds de la plaque à étudiée

Liste des figures

Chapitre 1

Figure 1 .1. Bloc moteur à cylindres usinées	3
Figure 1.2. Culasse	3
Figure 1.3. Carter	4
Figure 1.4. Collecteur	4
Figure 1.5. Attelage mobile	4
Figure 1.6 . Piston	5
Figure 1.7. Bielle	6
Figure 1.8. Vilebrequin	6
Figure 1.9. Volant moteur	7
Figure 1.10. Soupapes	7
Figure 1.11. Arbre à came	8
Figure1.12. Cycle à quatre temps pour un moteur diesel	9
Figure1.13. Turbocomprseur	10
Figure.1.14. Single-Turbo	11
Figure.1.15. Twin-Turbo	12
Figure1.16. Twin-Scroll Turbo	13
Figure 1.17. Turbo à géométrie variable	14
Figure 1.18. Turbocomprsseur électrique	15
Figure1.19. Schéma Principe de turbocomprsseur	16
Figure1.20. les composants de turbo	17

Chapiter 2

Figure.2.1. Logo SOLID WORKS	20
Figure .2.2. Présentation en 3D d'une turbine	22
Figure .2 .3. présentation en 3D d'un compresseur	23
Figure 2.4. carter	23
Figure. 2.5. plaque arrière	24
Figure 2.6. Volute de compresseur	24
Figure. 2.7. volute turbine	24
Figure. 2.8. Présentation en 3D d'un axe	25
Figure .2.9. l'interface de l'assemblage	26
Figure. 2.10. Parcourir le dossier des composants	26

Figure .2.11. les composants avant l'assemblage.	27
Figure .2.12. Vue en 3D de l'assemblage turbocompresseur (A):vue de face, (B) : vue droite	28
Figure. 2.13. Propriété d'AISI 1020	29
Figure .2.14. Fixer la turbine	30
Figure 2.15. la valeur de la pression appliquée	30
Figure 2.16. Applique la pression	31
Figure .2.17. Maillage de turbine	31
Figure.2.18. Résultat de simulation de la distribution de la contrainte de Von Misse sur Turbine	32
Figure .2.19. Résultat de simulation des déplacements de Turbine	32
Figure.2.20. Résultat de simulation des déplacements de Turbine	33
Chapiter 3	
Figure 3.1. les coordonnées et les déplacements nodaux	36
Figur.3.2. les forces nodules	37
Figur.3.3. un ailette	43
Figur.3.4. Une plaque subdivisée en 4 elements	43

Résumé

Ce travail est concentré sur l'étude du comportement statique des ailettes de la turbine d'un turbocompresseur considéré comme des plaques minces rectangulaire.

L'étude des ailettes de la turbine en flexion repose principalement sur la recherche des contraintes, des déformations et des déplacements.

En se basant sur la méthode des éléments finis Nous les avons calculés et déterminés analytiquement, puis numériquement par l'analyse et simulation en utilisant le logiciel Solid Works.

Les résultats obtenus ont montré une très bonne concordance entre l'approche analytique et la simulation numérique.

ملخص

يرتكز هذا العمل على دراسة السلوك السكوني لجنيح التوربينات لشاحن توربيني باعتبارها صفائح رفيعة مستطيلة الشكل.

تعتمد دراسة جنيح التوربين في الانحناء بشكل أساسي على البحث عن الاجهادات والتشوهات و الانزياحات.

بناءً على طريقة العناصر المحدودة قمنا بحساب هذه العناصر عددياً ثم بالتحليل والمحاكاة باستخدام برنامج solid works

أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها وجود اتفاق جيد جداً بين المنهج التحليلي والمحاكاة العددية.

Abstract

This work is focused on the study of the static behavior of the turbine blades of a turbocharger considered as rectangular thin plates.

The study of the blades of the turbine has based on the search for stresses, deformations and displacements.

Based on the finite element method We calculated and determined them analytically, then numerically by analysis and simulation using the CosmosWorks software

The results obtained showed a very good agreement between the analytical approach and the numerical simulation.

SOMMAIRE

Dédicaces

Remerciement

Liste des symboles

Liste des tableaux

Liste des figures

Résumé

ملخص

Abstract

Table des matières

Introduction general

Chapitre I : Généralité sur le moteur diesel

1. Définition	2
2. Description du moteur diesel	2
2.1 Organes fixes	2
2.1.1 Bloc cylindre	2
2.1.2 Culasse	3
2.1.3 Carter	3
2.1.4 Collecteurs	4
2.2 Organes mobiles	4
2.2.1 Piston	5
2.2.2 Bielle	5
2.2.3 Vilebrequin	6
2.2.4 Volant moteur	6
2.2.5 Soupapes	7
2.2.6 Arbre à came	8
3.Principe de fonctionnement du moteur diesel	8
3.1 Cycle à quatre temps	8

• 1 er temps: Admission	8
• 2 em temps: Compression	8
• 3 em temps: Injection, Combustion, Détente	9
• 4 em temps: Echappement	9
4. Turbocompresseur	10
4.1 Historique	10
4.2 Définition	10
4.3 Le rôle du turbocompresseur	11
4.4 Les types de turbocompresseur	11
4.4.1 Single-Turbo	11
Avantages	12
Inconvénients	12
4.4.2 Twin-Turbo	12
Avantages	12
Inconvénient	13
4.4.3 Twin-Scroll Turbo	13
Avantages	13
Inconvénients	13
4.4.4 Turbo à géométrie variable	14
Avantages	14
Inconvénients	14
4.4.5 Turbocompresseur électrique	14
Avantages	15
Inconvénients	15
5. Principe de fonctionnement	15
6. Les composants de turbo	16

7. Lubrification du turbo	17
7.1. conséquences	17
7.2. Remede/Prévention	17
8. La technologie de turbo avec les moteurs diesel	18
Chapiter 2 : Conception et analyse de turbocompresseur par solidworks	
1. Introduction	20
2.2. Définition	20
2.3. Logiciel utilisé Solid Works	20
2.3.1. Historique	21
2.3.2. Définition du Solid Works	21
2.3.3. Fonctionnement	21
2.4. Conception de turbocompresseur par solidworks	22
2.4.1. Turbine	22
2.4.2. Compresseur	22
2.5. Assemblage	25
2.6. Simulation numérique de turbine avec Le logiciel SolidWorks	29
2.6.1. Les résulta	32
A : contrainte de Von Mises :	32
B : Les déplacements	32
C : Les déformations	33
Chapitre 3:Validation des Résultats Numérique par élément finis	
3.1. Introduction	35
3.2. Définition de la méthode des éléments finis	35
3.3. Les étapes de la méthode des éléments finis	35
3.4. Calcul d'une plaque mince soumis à la flexion	35
3.4.1. Etape1	35
3.4.2. Etape 2	38

3.4.3. Etape 3	39
3.4.4. Etape4	39
3.4.5. Etape 5	40
3.4.6. Etape 6	41
3.6. La détermination de la matrice de rigidité pour la plaque	42
3.6.1. La matrice de rigidité globale	49
3.6.2.calculs des déplacements	50
3.6.3.Les conditions aux limites	50
Conclusion générale	54
Les référence	55
Annexe	56

Introduction générale

Le rendement réel des moteurs thermiques à cycle diesel sans turbocompresseur compris entre 35 et 40 % entraînant un rendement médiocre.

Le moteur diesel à turbocompresseur (TURBO) a une grande importance dans l'industrie automobile, car ce dernier contribue à enrichir le mélange carburant/air ce qui donne une grande puissance et vitesse au moteur.

La puissance spécifique des moteurs passe de ~ 55cv/l à des valeurs dépassant les 100cv/l grâce au turbocompresseur.

La puissance et le couple fourni par un moteur ont pour origine la pression résultant de la combustion du mélange air / carburant introduit dans les cylindres.

Pour améliorer les performances, il faut augmenter la masse de mélange aspirée par le moteur.

À cette fin on peut augmenter: la cylindrée, le régime de rotation ou le remplissage qui atteint 100% grâce au TURBO

L'amélioration du rendement, la diminution de la pollution passe par l'augmentation du remplissage des cylindres ; pour cela on peut utiliser une prise d'air dynamique (turbo)

La turbine est une pièce maîtresse dans un tel système comme turbocompresseur; ses ailettes sont sollicitées à la flexion sous l'effet des gaz d'échappement circulant entre eux.

Notre travail va se baser sur les axes suivants:

- Définition et composition du moteur diesel
- Définition et types de turbocompresseur
- Conception du turbocompresseur à l'aide de solidWorks
- Analyse et simulation des ailettes de la turbine par le logiciel CosmosWorks pour obtenir les contraintes, les déformations et les déplacements

- Etude d'une ailette de la turbine par éléments finis MEF considéré comme plaque mince pour obtenir les contraintes, les déformations et les déplacements
- Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes précédentes.

Chapiter 1

Généralité sur le moteur diesel

Chapitre 1

Généralité sur le moteur diesel

1. Définition

Les moteurs diesel sont également appelés moteurs à allumage par compression. Le moteur diesel est un type de moteur à combustion interne qui utilise le cycle thermodynamique diesel.

Le rendement réel des moteurs thermiques à cycle diesel est compris entre 35 et 40 % et il est largement utilisé pour alimenter les véhicules [1].

Contrairement au moteur à essence, un moteur diesel ne nécessite pas de système d'allumage. En effet, dans un moteur diesel, le carburant est injecté dans le cylindre lorsque le piston arrive au maximum de sa course de compression.

2. Description du moteur diesel

Le moteur Diesel est constitué de plusieurs pièces qu'on peut classer selon leur mouvement en:

2.1. Organes fixes

Les organes fixes sont les organes qui portent les organes mobiles du moteur, le moteur alternatif à combustion interne contient trois principaux organes fixes qui sont:

2.1.1. Bloc cylindre

Le bloc-cylindres, aussi appelé bloc-moteur, constitue le bâti d'un moteur à piston dont la partie intérieure est usinée pour former les cylindres ou les logements de chemises (chemises démontables), s'il s'agit d'un moteur à chemises rapportées. L'eau de refroidissement circule librement à l'intérieur du bloc-moteur.

La partie supérieure du bloc est dressée pour former le plan de joint pour la culasse, qui vient coiffer les cylindres. Le matériau constituant le bloc moteur est soit fonte spéciale (graphite sphéroïdale) ou alliage d'aluminium.



Figure.1.1. Bloc moteur à cylindres usinés

2.1.3. Culasse

La culasse assure la fermeture des cylindres dans leur partie supérieure, constituant ainsi la chambre de combustion. Elle permet:

- L'arrivée et l'évacuation des gaz.
- La mise en position des éléments de la distribution.
- L'évacuation rapide des calories, le point le plus chaud du moteur étant précisément la chambre de combustion.



Figure.1.2.Culasse

2.1.4. Carter

Le carter est une enveloppe métallique placée à la partie inférieure du moteur, le carter se compose de :

- Le demi-carter supérieur fixé par les boulons à la partie inférieure de bloc-cylindres.

Il est coulé avec l'ensemble du bloc-cylindres, il forme le carter cylindre

- Le demi-carter inférieur ferme complètement la partie inférieure de bloc-moteur.



Figure.1.3.Carter

2.1.5. Collecteurs

Le collecteur d'admission regroupe les conduits qui amènent les gaz frais aux soupapes d'admission et le collecteur d'échappement contient ceux qui emmènent les gaz brules depuis les soupapes d'échappement.

Ce sont des pièces moulées, en alliage léger pour l'admission et en fonte pour l'échappement. [3]



Figure.1.4. Collecteur

2.2. Organes mobiles

La transmission du couple moteur est assurée par un système dynamique comportant trois éléments principaux: le piston, la bielle et le vilebrequin. L'ensemble constitue l'attelage mobile.



Figure.1.5. Attelage mobile.

2.2.1. Piston

Le piston est une pièce rigide, de forme généralement circulaire, coulissant dans un cylindre de forme complémentaire. Les pistons sont généralement moulés dans un alliage d'aluminium afin d'être légers et de pouvoir agir en tant que conducteur thermique pendant les séquences de fonctionnement du moteur. En effet, il permet de comprimer le mélange de carburant et de gaz extérieur en vue d'une explosion, puis il transforme le tout en énergie thermique, et ensuite en énergie mécanique. [4]



Figure.1.6.Piston

2.2.2. Bielle

La bielle est l'organe de liaison entre le piston et le vilebrequin. Il s'agit d'une tige forgée qui doit être aussi légère mais en même temps aussi solide que possible.

La bielle comporte trois parties :

Les pieds

C'est la liaison entre la bielle et le piston.

- Il est percé et alésé en cas d'axe serré dans la bielle.
- Il est percé et alésé avec un bague en bronze en cas d'axe libre dans la bielle; la bague est alors percé pour assurer la lubrification de l'axe

La tête

- C'est la liaison avec le vilebrequin (manetons).

Le corps

- Il assure la rigidité de la pièce
- Il est généralement de section en forme de I, croissant du pied vers la tête.



Figure.1.7.Bielle

2.2.3. Vilebrequin

Un vilebrequin est un axe excentrique qui convertit un mouvement rectiligne en un mouvement rotatif. Il constitue un élément essentiel des moteurs à essence, moteurs Diesel et autres moteurs à combustion. Il en existe de nombreuses formes et tailles selon le constructeur et le nombre de cylindres.



Figure1.8. Vilebrequin

2.2.4. Volant moteur

Le volant moteur est une masse d'inertie servant à régulariser la rotation du vilebrequin. Le volant a également d'autres fonctions secondaires.

- il porte la couronne de lancement du démarreur.
- il porte le système d'embrayage et possède une surface d'appui pour le disque.
- il porte parfois le repère de calage d'allumage ou le déclenchement du repère P.M.H

Description

- Afin d'augmenter le moment d'inertie, on éloigne les masses le plus possible de l'axe. Disposition qui conduit à un voile mince et une jante massive.
- La forme du vilebrequin dépend du nombre de cylindres, sachant que l'on cherche toujours à répartir régulièrement les explosions sur la durée d'un cycle, plus le nombre de cylindre est élevé, meilleure est la régularité cyclique.

**Figure.1.9.** Volant moteur**2.2.5. Soupapes**

Une soupape est un organe mécanique de la distribution des moteurs thermiques à quatre temps, permettant l'admission des gaz frais et l'évacuation des gaz brûlés. De manière générale, une Soupape d'admission sépare le Conduit d'admission de la chambre de combustion, et une soupape D'échappement sépare celle-ci du conduit d'échappement. [2]

**Figure.1.10.** Soupapes

2.2.6 Arbre à came

L'arbre à came (ou AAC) est une partie mécanique très importante du moteur d'une voiture. Il permet de réguler l'ouverture et la fermeture des soupapes d'admissions et d'échappements.



Figure.1.11. Arbre à came

3. Principe de fonctionnement du moteur diesel

Le moteur diesel fonctionne selon les quatre phases fondamentales décrites par l'ingénieur français Alphonse Beau de Rochas (admission, compression, combustion, détente et échappement). Suivant que les phases du cycle se répartissent sur un tour ou sur deux tours de vilebrequin; le moteur diesel fonctionne selon les cycles à deux temps (un tour de vilebrequin) ou à quatre temps (deux tours de vilebrequin).

3.1 Cycle a quatre temps

C'est l'ensemble des évolutions que subisse une même masse de mélange depuis son entrée dans le cylindre jusqu'à son rejet dans l'atmosphère, avec variation de volume, de pression et de température

Les quatre temps correspondent à une rotation du vilebrequin égale à 720° , soit deux

➤ 1 er temps Admission

La soupape d'admission étant ouverte, la course descendante du piston (PMH vers PMB) crée une aspiration (dépression), de l'air pénètre dans le cylindre.

➤ 2 Emme temps: Compression

La soupape d'admission se referme. Dans sa course ascendante (de PMB vers PMH) le piston comprime l'air à une pression de l'ordre de 30. À 40.bar. Cette compression brutale de l'air engendre une augmentation de température, environ 500 à 600 °C.

➤ 3 Emme temps: Injection, Combustion, Détente

Lorsque le piston arrive au voisinage du PMH enfin de compression, on injecte le combustible pulvérisé dans la chambre de combustion. La pression d'injection doit naturellement être supérieure à la pression régnant alors dans le cylindre pour permettre l'introduction du combustible. Elle varie suivant le type de moteur entre 80 et 250 bar. Au contact de l'air comprimé à température élevée, le combustible s'enflamme de lui-même la température d'inflammation du gas-oil étant voisine de 300° C, donc bien inférieure à celle de l'air contenu dans le cylindre.

Il s'enflamme spontanément à mesure qu'il est injecté. Néanmoins, un certain temps mesurable s'écoule entre le début de l'injection et le début de la combustion. Cet intervalle, est connu sous le nom de "délai d'allumage".

Les gaz augmentent très rapidement de volume, leur détente chasse le piston vers le bas, ou PMB.

Le vilebrequin reçoit de l'énergie durant toute cette course : c'est le temps moteur.

Au moment de la combustion la pression atteint 50 à 1000 bar la température est alors de l'ordre de 1800° à 2000° C.

➤ 4 Emme temps: Echappement

La soupape d'échappement s'ouvre, les gaz brûlés sont chassés par le piston qui remonte. [5]

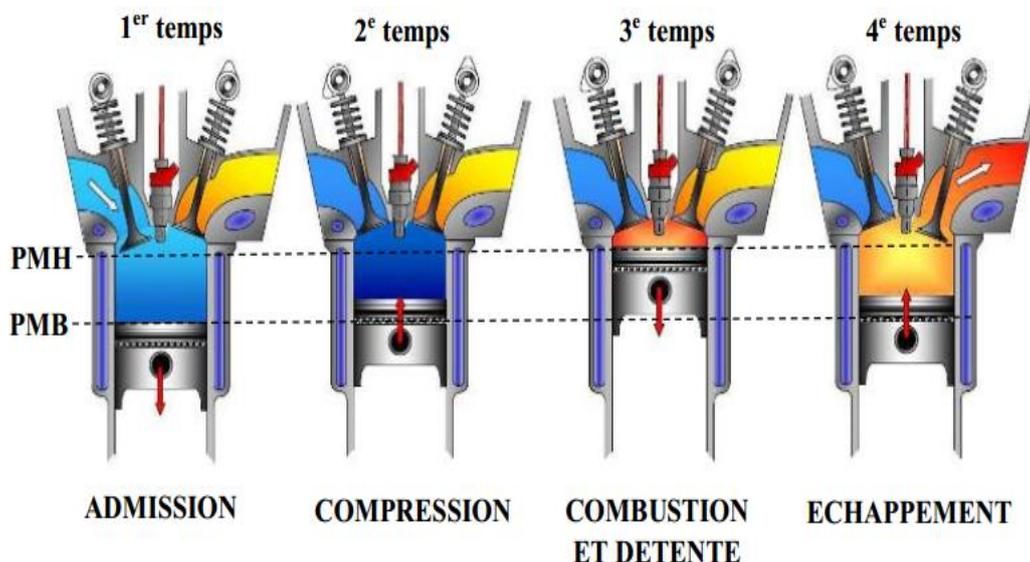


Figure.1.12. Cycle à quatre temps pour un moteur diesel [8]

4 .Turbocompresseur

4.1Historique

Principe de fonctionnement n'est pas récent. Alfred Büchi (1925) fut le premier à démontrer l'efficacité du système en obtenant une augmentation de puissance de l'ordre de 40%. Jusque dans les années 1960, lors de l'apparition des premiers véhicules de tourisme turbocompressés sur le marché américain (Chevrolet Corvaire Monza, Oldsmobile Jetfire), le turbocompresseur était réservé à des applications dotées de moteurs de grande capacité (camions, bateaux, avions...). Le manque de fiabilité des premiers modèles automobiles en a marginalisé l'utilisation jusqu'à la conjonction du premier choc pétrolier, et de l'utilisation du système en sport automobile. Le turbocompresseur profite alors d'un effet de mode couplé à de réelles aptitudes à réduire la consommation pour aboutir, à la fin des années 1970, à l'avènement du moteur diesel turbocompressé (Mercedes-Benz 300 SD, en 1978 et VW Golf Turbo diesel en 1981) qui n'a depuis cessé de progresser en performances et en part de marché. Les interactions entre le moteur et le turbocompresseur sont fortes. Si la suralimentation renforce le moteur dans son rôle, c'est ce dernier qui, par son régime, impose le fonctionnement général. En qualité de « source d'énergie », l'étage turbine pilote le système de suralimentation. C'est cette partie de la machine que nous allons à présent étudier. Nous allons maintenant la décrire brièvement. [6]

4.2 Définition

Un turbocompresseur (parfois appelé "turbo") est l'une des trois principales technologies de suralimentation connues utilisées sur les moteurs à combustion et à explosion (essence ou diesel) pour augmenter la densité de puissance. Les deux autres sont le compresseur mécanique et l'injection de gaz. Le principe est d'augmenter la pression des gaz admis, permettant un meilleur remplissage des cylindres avec un mélange air/carburant, permettant au moteur d'améliorer soit la puissance volumique, soit la cylindrée



Figure.1.13.Turbocomprseur

Ce type de compresseur est alimenté par la vitesse des gaz sortant du bloc moteur, qui abandonnent une partie de leur énergie cinétique pour faire tourner la turbine sans absorber la puissance de l'arbre moteur.

4.3 Le rôle du turbocompresseur

Le turbocompresseur améliore les performances de combustion interne du moteur. Cela est dû au fait que la puissance du moteur est générée par la combustion d'un mélange d'air et de carburant. Plus cette combinaison est pompée dans le moteur, plus elle produit de puissance. Le volume des cylindres est fréquemment agrandi ou un nouveau cylindre est ajouté pour augmenter la capacité volumétrique du moteur. Plus d'air est injecté dans les cylindres pour obtenir le même résultat. [7]

4.4 Les types de turbocompresseur:

Il existe de nombreux types de turbocompresseurs et leurs variations, dont chacun à ses avantages et ses inconvénients .il peut être utile de savoir de quoi s'agit-il plus précisément :

4.4.1 Single-Turbo

Cette type, qui est la plus commune, présente de nombreuses variantes. Les propriétés des différentes tailles de turbine et de compresseur sont fondamentalement différentes. Les turbos plus gros, par exemple, créent une plus grande puissance, tandis que les turbos plus petits sont plus rapides à démarrer. En anglais, les turbos à roulement à billes et à roulement à billes sont les deux types. Ce dernier est plus rapide, mais il est également plus coûteux.



Figure.1.14. Single-Turbo

Avantages

- un moyen coût-efficace d'augmenter la puissance et l'efficacité de moteur;
- la construction de turbo la plus simple et la plus facile à installer;
- le single-turbo permet d'atteindre le même niveau de puissance avec des moteurs plus petits.

Inconvénients:

- très sensible à la vitesse de rotation: ce type de turbos est parfaitement efficace uniquement si on respecte un certain niveau de tours par minute.
- sa réactivité est inférieure aux alternatives

4.4.2 Twin-Turbo

Ce type connaît presque autant de variations et modifications que le single-turbo. Ça peut être une combinaison de deux single-turbos identiques pour les deux bancs de cylindres du moteur, ou, par exemple, deux turbos fonctionnant un avec des rotations beaucoup plus rapides que l'autre.



Figure.1.15. Twin-Turbo

Avantages

- pour des turbos en parallèle dans les moteurs en "V", les avantages sont pareils que pour des single-turbos.

- pour des turbos avec la vitesse différente, ça donne beaucoup plus de flexibilité et la distribution de puissance plus équitable.

Inconvénients:

- le prix et la complexité constructive.
- l'existence des alternatives plus coût-efficaces.

4.4.3 Twin-Scroll Turbo

Ce type est clairement supérieur par ses caractéristiques techniques à deux précédents. Ces deux parties séparées permettent d'équilibrer la pression de gazes dans les cylindres.

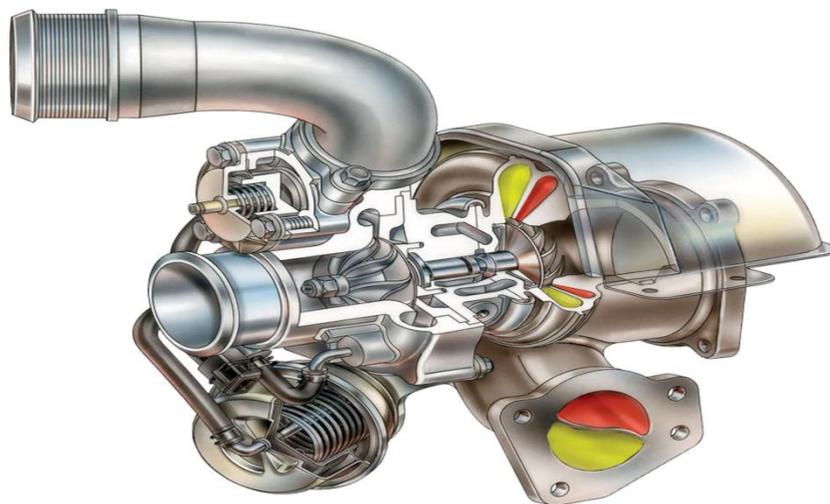


Figure.1.16. Twin-Scroll Turbo

Avantages

- plus d'énergie envoyée à la turbine, donc, plus de puissance.
- plus de variation possible de vitesse de rotations.
- plus de flexibilité de réglage.

Inconvénients:

- exige une configuration de moteur assez particulière.
- le coût et la complexité relativement élevés.

4.4.4 Turbo à géométrie variable

La forme de turbo la plus exceptionnelle, ce qui est lié à son coût élevé et de matériaux utilisés souvent assez rares et exotiques. Ici le ratio surface/radius de vanes internes varie pour mieux correspondre aux tours par minute optimaux.

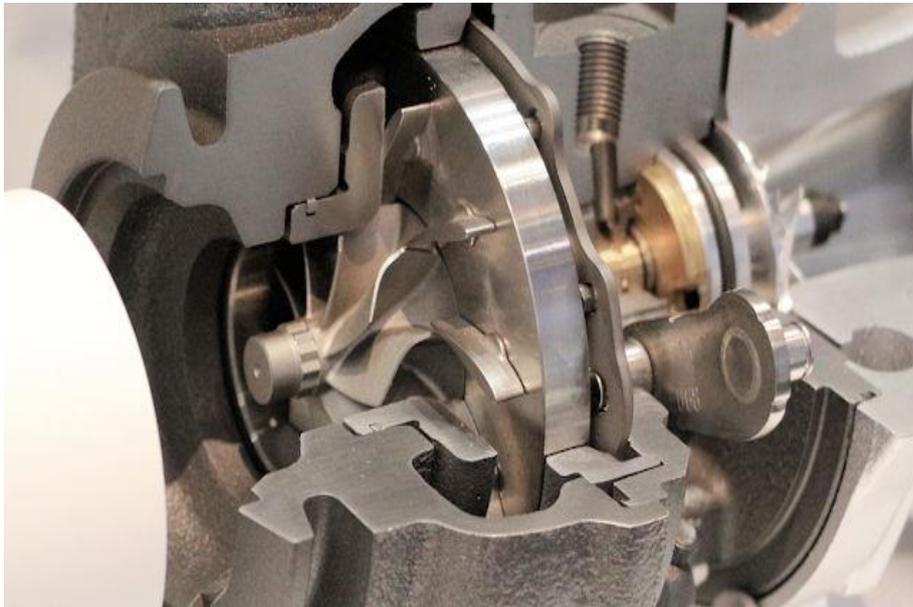


Figure.1.17. Turbo à géométrie variable

Avantages

- une très grande variabilité de tours par minute
- nécessite un seul turbo.

Inconvénients:

- ne peut être utilisé que dans les constructions de moteurs où des gazes d'échappement ne sont pas trop chaudes.
- la chaleur excessive exige souvent l'utilisation de métaux rares et coûteux.

4.4.5 Turbocompresseur électrique

En effet, l'introduction d'un moteur électrique élimine quasiment tous les inconvénients de types de turbo précédents. Plusieurs spécialistes trouvent que ce seront des moteurs turbo "hybrides" qui deviendront les plus efficaces et les plus populaires prochainement.



Figure.1.18.Turbocomprsseur électrique

Avantages

- la connexion directe d'un moteur électrique au compresseur permet d'éviter la pression de gaz insuffisante ou encore le décalage de turbo; permet de récupérer l'énergie d'échappement encore une fois;

Inconvénients:

- le coût élevé et la construction compliquée;
- des soucis de fiabilité et durabilité d'un moteur électrique dans les conditions défavorables;
- la batterie qui s'y ajoute est relativement lourde;
- à l'étape actuelle du développement technologique, d'autres types de turbo montrent des fois un niveau comparable de coût-efficacité. [8]

5. Principe de fonctionnement

Le turbocompresseur est en effet un compresseur d'air entraîné par les gaz d'échappement. Les gaz d'échappement sortant du moteur par le collecteur d'échappement sont dirigés vers la chambre de turbine dans laquelle se trouve le rotor. À travers d'un arbre commun, il entraîne le rotor du compresseur, situé de l'autre côté du dispositif (souvent appelé « froid»), qui comprime l'air alimentant le moteur. Puisque l'air comprimé contient plus d'oxygène dans une unité de volume, il devient possible de créer de meilleures conditions du processus de combustion. Une plus grande

quantité d'air combiné à une quantité supplémentaire de carburant peut être utilisé pour augmenter la puissance de moteur ou, comme dans le cas des moteurs diesel, permet une meilleure combustion, en réduisant considérablement la quantité de polluants émis et en augmentant l'efficacité du moteur. En augmentant la compression de l'air, et donc la quantité de gaz dans la même unité de volume, on élève en même temps sa température. Plus la température est élevée, plus la densité est faible, ce qui signifie que les cylindres reçoivent moins d'oxygène que si la température de l'air était plus basse. C'est pourquoi on utilise un refroidisseur d'air de suralimentation (intercooler). Généralement, il s'agit d'un échangeur de chaleur de type air-air ou (moins souvent) air-eau. [6]

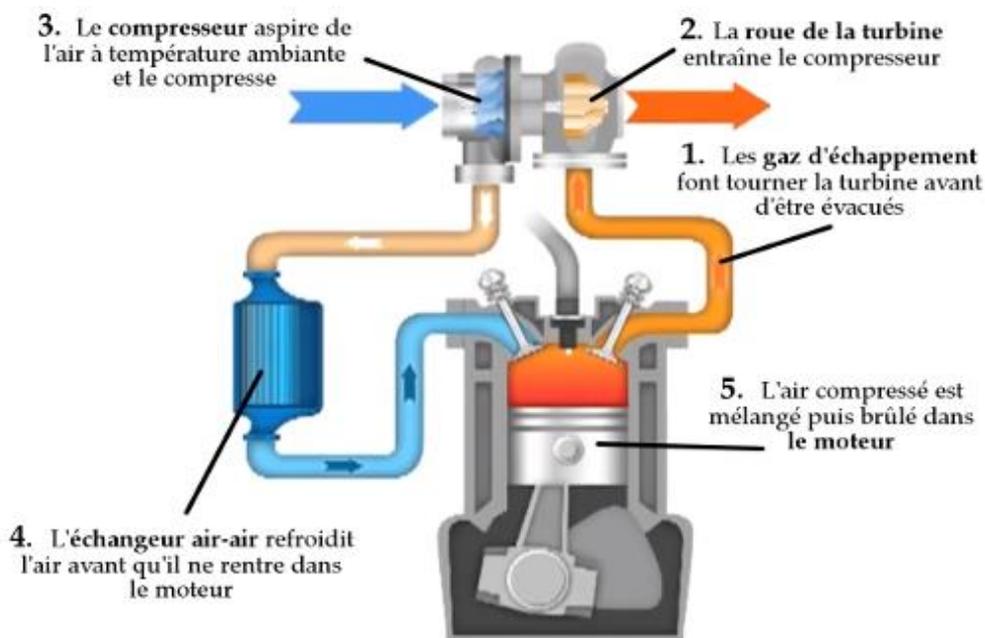


Figure.1.19. Schéma Principe de turbocompresseur

6. Les composants

Le turbo compresseur est composé:

- d'une roue compresseur (côté admission).
- d'une roue turbine (côté échappement).
- d'un carter compresseur fait d'un alliage d'aluminium.
- d'un carter turbine.
- d'une volute compresseur.
- d'une volute turbine

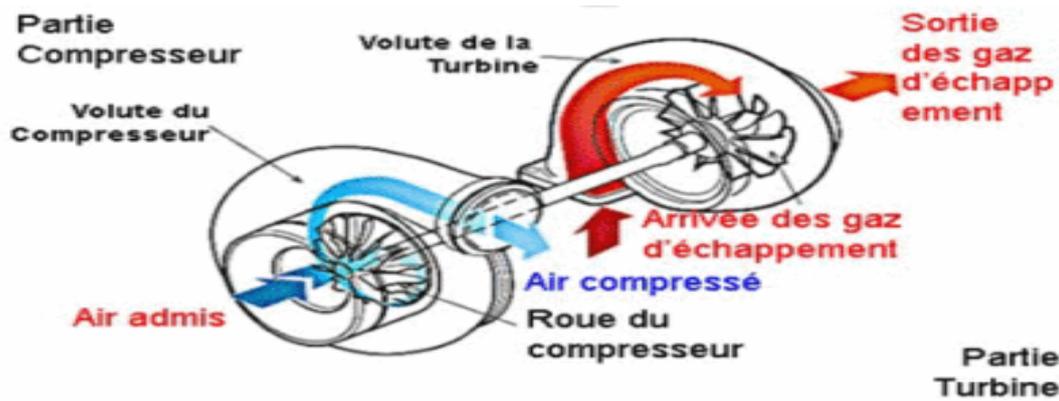


Figure.1.20. les composant de turbo

7. Lubrification du turbo

Le turbo doit être lubrifié sur son axe central. Et comme un roulement à billes ne suffit pas pour supporter de telles vitesses (plus de 100 000 tr / min), il est nécessaire d'utiliser un roulement. Un roulement doit être continuellement alimenté en huile pour qu'il fonctionne, l'une des causes de défaillance les plus courantes est le manque de lubrification. En raison de sa vitesse de rotation rapide, lorsqu'un turbocompresseur n'est pas suffisamment alimenté en huile, les dommages sont presque immédiats.

7.1. Conséquences

La roue de turbine et la roue de compresseur risquent de heurter le carter central du turbocompresseur suite à la détérioration des paliers

- Le manque d'huile sur une longue période de fonctionnement du turbocompresseur entraîne la rupture de la tige de l'arbre Le matériau de l'arbre est susceptible de se carboniser et de rompre
- La distorsion des paliers peut provoquer une forte oscillation de
- l'arbre, ce qui risque d'endommager l'alésage des paliers.

7.2. Remède /Prévention

- Laisser chauffer et refroidir le moteur.
- Assurer une lubrification suffisante du moteur.
- Utiliser uniquement des huiles motrices agréées par le motoriste ou le constructeur automobile.
- Eviter d'effectuer exclusivement des trajets courts.
- Respecter impérativement les intervalles d'entretien préconisés par le fabricant.
- Utiliser uniquement des filtres à huile de qualité et de type équivalents à l'origine.

8. La technologie de turbo avec les moteur diesel

Les turbos sont beaucoup utilisées dans les moteurs diesel contrairement aux moteurs à essence.

Un moteur diesel fonctionne avec un mélange léger (carburant léger et riche en air), nécessite un rapport air / carburant contrôlé, sinon le niveau d'émission dégrade très rapidement l'atmosphère (fumée noire des vieux moteurs diesel).

Le Turbo est une solution idéale pour augmenter la puissance nécessaire à ces moteurs.

Respect de seuils d'émission très stricts. De plus, les moteurs diesel fonctionnent dans des plages de rotation relativement étroites-principalement entre 1000 et 4000 tr / min et conviennent bien à un moteur turbo.

Chapitre 2

Conception et analyse de turbocompresseur par SOLIDWORKS

1. Introduction

La conception assistée par ordinateur (CAO) est devenue un outil technologique puissant dans l'ingénierie moderne complexe. Les travaux présentés dans ce chapitre visent à la conception et à la modélisation technique détaillée d'un turbocompresseur (diagramme de tous les composants et de l'assemblage), car cette conception a été mise en œuvre par SOLIDWORKS software.

2.2. Définition

La conception assistée par ordinateur ou CAO (en anglais, computer aide design ou CAD) comprend l'ensemble des logiciels et des techniques de modélisation géométrique permettant de concevoir, de tester virtuellement à l'aide d'un ordinateur et des techniques de simulation numérique et de réaliser des produits manufacturés et les outils pour les fabriquer.

On confond souvent CAO et DAO (dessin assisté par ordinateur) : la CAO n'a pas pour fonction première l'édition du dessin. Il s'agit d'un outil informatique souvent lié à un métier, fonctionnant en langage dit objet, et permettant l'organisation virtuelle de fonctions techniques. Cela permet ensuite la simulation de comportement de l'objet conçu, l'édition éventuelle d'un plan ou d'un schéma étant automatique et accessoire. En DAO, un trait est aité et le logiciel ne permet pas l'interprétation technique de l'ensemble. [9]

2.3. Logiciel utilisé SOLIDWORKS



Figure.2.1. Logo SOLIDWORKS

2.3.1. Historique

Créé en 1993 par l'éditeur américain ,SOLIDWORKS est racheté le 24 juin 1997 par la Société Dassault Systèmes Parmi les plus grandes organisations utilisant SOLIDWORKS, on peut citer Franckie, Équipement d'emballage MMC, AREVA, Patek Philippe, Méga Bloks, Axiome, ME2C, SACMO, Le Boulch, Robert Renaud, Lorenz Baumer.[10]

2.3.2. Définition du SOLIDWORKS

Le logiciel de CAO SOLIDWORKS est une application de conception mécanique 3D paramétrique qui permet aux concepteurs d'esquisser rapidement des idées d'expérimenter des fonctions et des cotes afin de produire des modèles et des mises en plan précises.

2.3.3. Fonctionnement

SOLIDWORKS est un modéleur 3D utilisant la conception paramétrique. Il génère 3 types de fichiers relatifs à trois concepts de base : la pièce, l'assemblage et la mise en plan. Ces fichiers sont en relation. Toute modification à quelque niveau que ce soit est répercutée vers tous les fichiers concernés.

Un dossier complet contenant l'ensemble des relatifs à un même système constitue une maquette numérique. De nombreux logiciels viennent compléter l'éditeur SOLIDWORKS. Des utilitaires orientés métiers (tôlerie, bois, BTP...), mais aussi des applications de simulation mécanique ou d'image de synthèse travaillent à partir des éléments de la maquette virtuelle. [11]

Tableau.2.1. Information sur le logiciel utiliser pour la conception

Développe par	Dassault système SE
Première version	21mars 1995
version utilise pour ma conception	Solid Works 2016×64 Edition
Écrite en	Visual Basic
Système d'exploitation	Microsoft Windows
Langues	Multilingue
type	Logiciel de conception assistée par ordinateur
licence	Licence de logiciel
Site Web	WWW. SOLIDWORKS.com

2.4. Conception de turbocompresseur par SOLIDWORKS

2.4.1. Turbine

Commençons par la turbine. Un turbocompresseur obtient son énergie sous forme de chaleur et de pression à partir de l'échappement du moteur. Toute turbine a un ensemble de paramètres conçus qui dictent le débit d'échappement avec lequel elle est compatible. Une turbine correctement appliquée soulèvera en fait la contre-pression dans le système d'échappement d'un moteur, ce qui, à son tour, augmentera la pression pour entraîner la tourelle et augmentera la chaleur dans le système d'échappement.

La turbine comporte deux composants principaux : la roue de la turbine et le carter de la turbine. L'échappement F du moteur est acheminé vers le collecteur d'échappement.

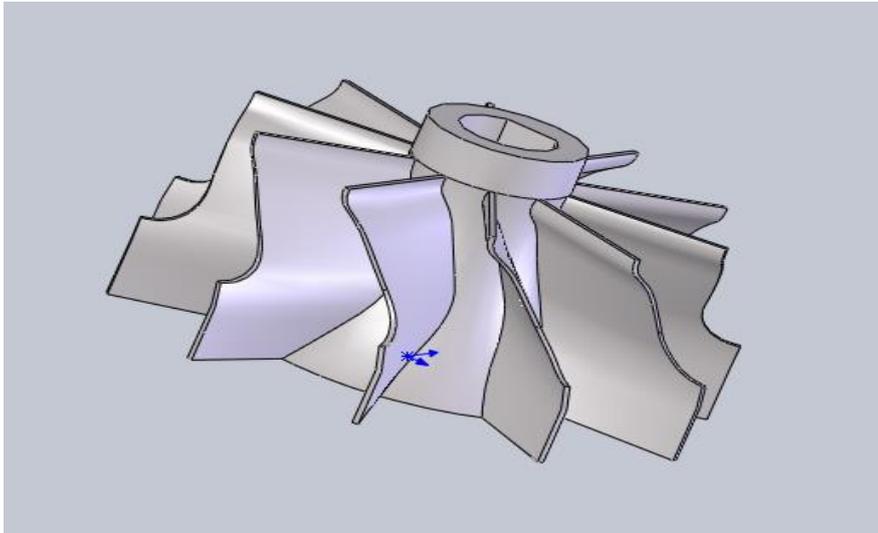


Figure .2.2. Présentation en 3D d'une turbine

2.4.2. Compresseur

Au fur et à mesure que la roue de turbine tourne à partir des gaz d'échappement à haute pression chauds qui la traversent, elle est reliée à un arbre muni d'un pressoir isolé à l'extrémité opposée. Le compresseur effectue un travail qui est exactement le contraire de la turbine. Le travail du compresseur est de recueillir de l'air frais et d'augmenter sa pression avant qu'il n'entre dans le moteur.

Le compresseur comporte également deux composants principaux : la roue du compresseur et le capot du compresseur. La roue du compresseur est un compresseur de type radial, ce qui signifie que lorsque l'air pénètre dans le bord d'attaque de la roue appelée inducteur, il est accéléré et tourne à 90 degrés et sort. la roue du compresseur perpendiculairement à l'arbre de la turbine qui entraîne la roue du

compresseur. L'énergie O extraite de la turbine est utilisée pour faire tourner la roue du compresseur qui aspire l'air dans la roue et la comprime.

Lorsque l'air quitte la roue du compresseur, il pénètre dans la partie du compresseur appelée diffuseur. Le diffuseur convertit l'air en pression statique et remplit le capot du compresseur. L'air comprimé quitte le capot du compresseur et est acheminé au moyen d'un tube d'appoint directement dans le moteur ou dans un refroidisseur secondaire, puis entre dans le moteur. [12]

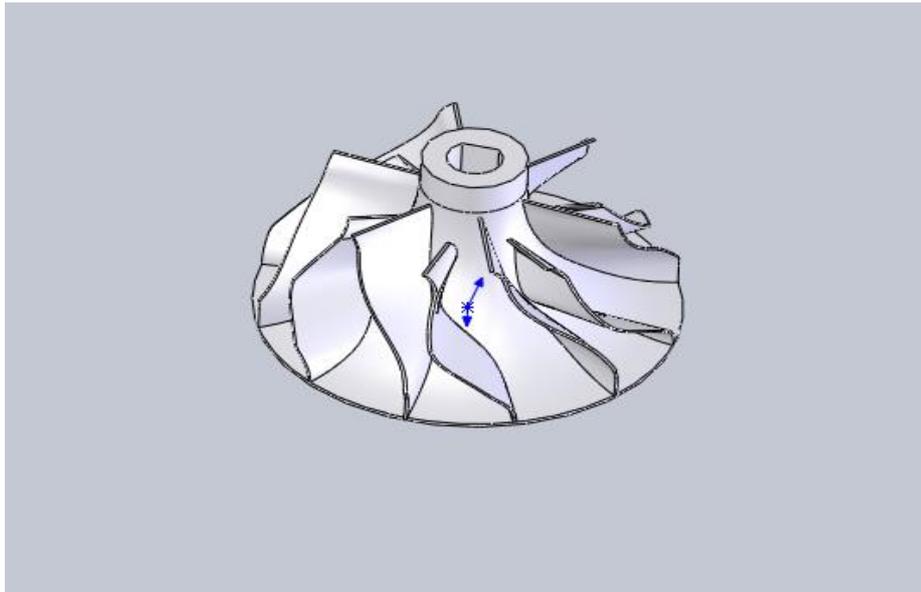


Figure .2.3. Présentation en 3D d'un compresseur



Figure.2.4. carter

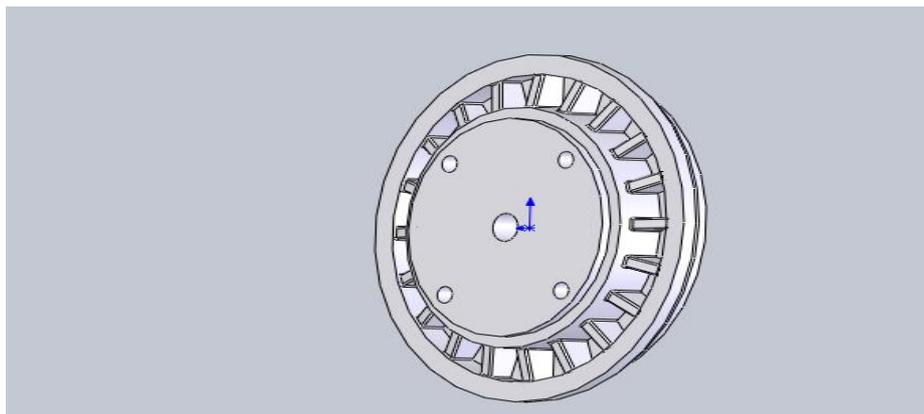


Figure.2.5. Plaquette arrière

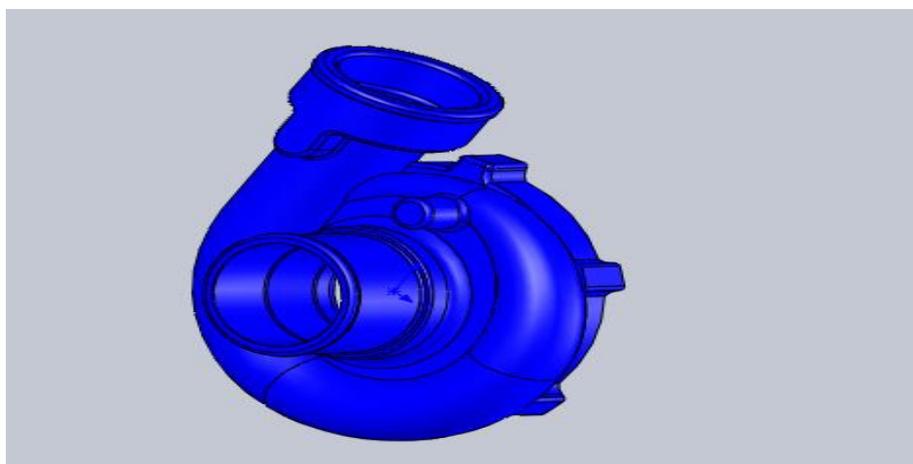


Figure.2.6. Volute de compresseur

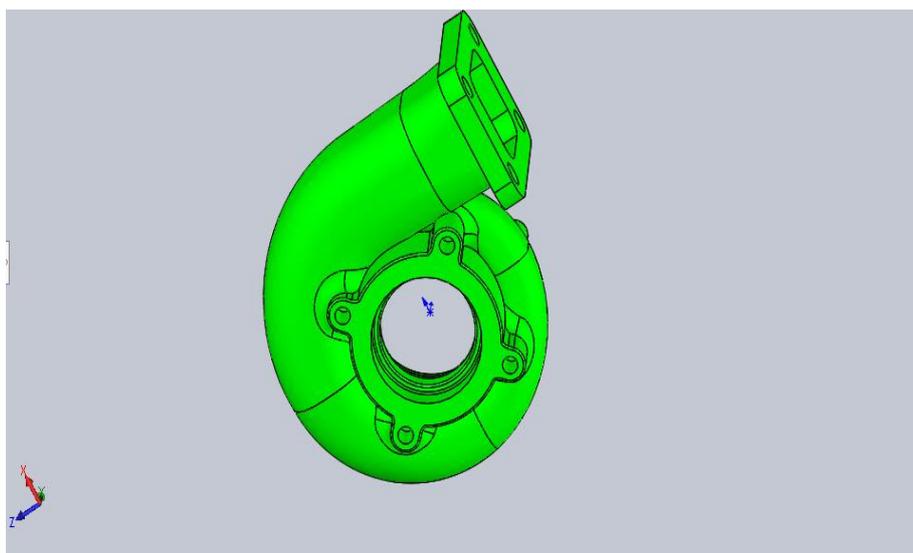


Figure.2.7. Volute turbine

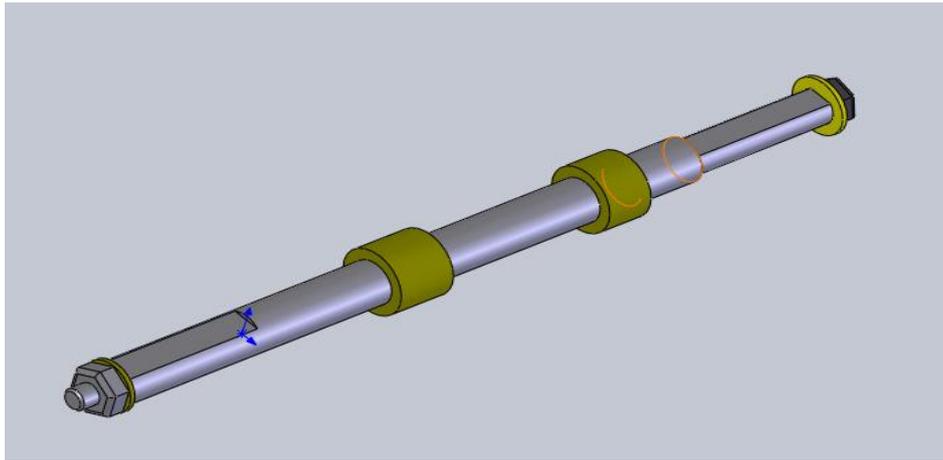


Figure.2.8. Présentation en 3D d'un axe

2.5. Assemblage

Les étapes d'assemblage sont présentées comme suite :

Ils sont obtenus par la juxtaposition de pièces. La mise en position de pièces est définie par un ensemble de contraintes d'assemblage associant, deux entités respectives par une relation géométrique (coïncidence, tangence, coaxial ite...).

Dans une certaine mesure, ces associations de contraintes s'apparentent aux liaisons mécaniques entre les pièces. Le mécanisme monté, s'il possède encore des mobilités, peut être manipulé virtuellement. On peut alors aisément procéder à des réglages à l'aide des différents outils disponibles (déplacement composants, détection de collision, mesure des jeux, etc.).

Comme pour les pièces, la gestion de l'ensemble est portée par un arbre de création qui donne accès à l'arbre de création de chaque pièce. Il est d'ailleurs possible d'assembler des assemblages, donc de former des sous-groupes de pièces. Cette opération étant préalable ou en cours d'édition. L'intérêt de cet outil, c'est qu'il rend possible la création d'une pièce dans l'assemblage, c'est qu'il propose la même méthode au concepteur que celle qu'il appliquait sur la table à dessin:

tout concevoir en même temps. En effet, à part sur les petits ensembles simples (ou déjà définis), il n'est pas raisonnable de concevoir chaque pièce dans son coin pour corriger ensuite, lors de l'assemblage, les problèmes éventuels d'interférence, ou de coïncidence. La conception intégrée lie automatiquement les géométries des pièces entre elles, si bien qu'une Modification sur une, est automatiquement répercutée sur les autres. alors l'édition de pièce est la conséquence de l'édition de l'ensemble.

- Ouvrir l'interface d'assemblage du logiciel SOLIDWORKS

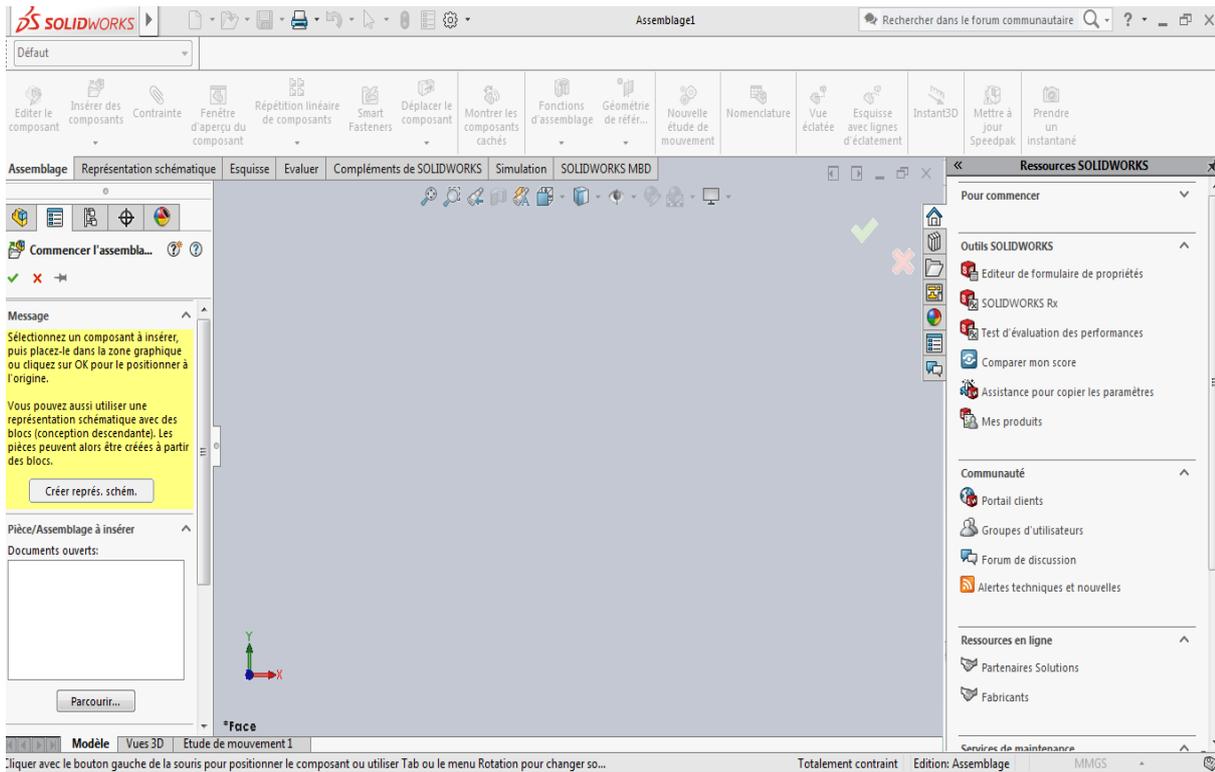


Figure.2.9. l'interface de l'assemblage.

- Ouvrir le dossier à assembler les différentes pièces :

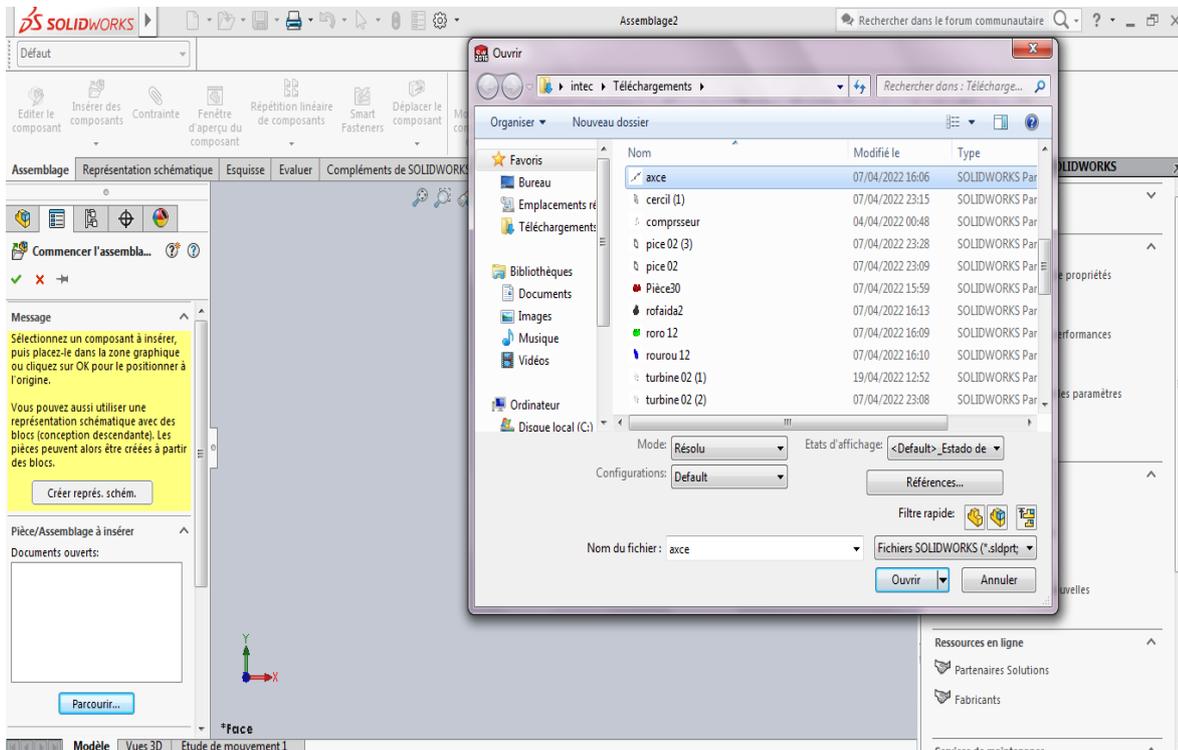


Figure.2.10. Parcourir le dossier des composants

➤ Parcourir et insérer tous les composants :

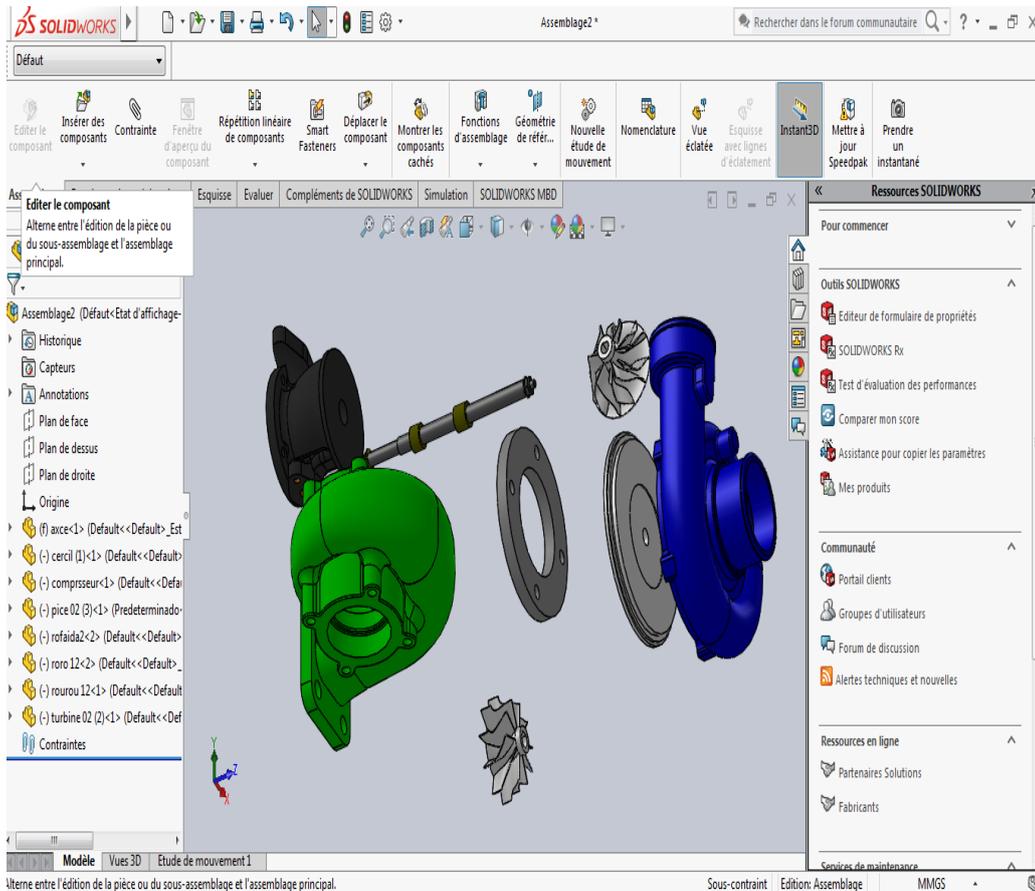
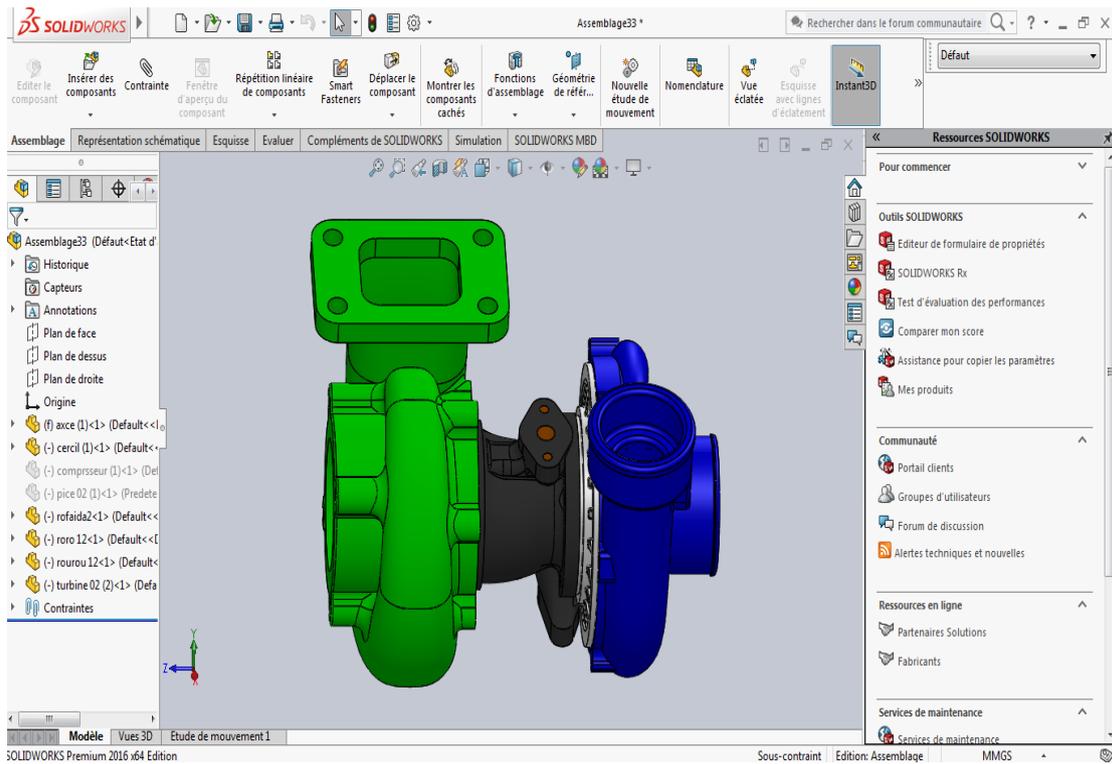


Figure.2.11. Les composants avant l'assemblage.

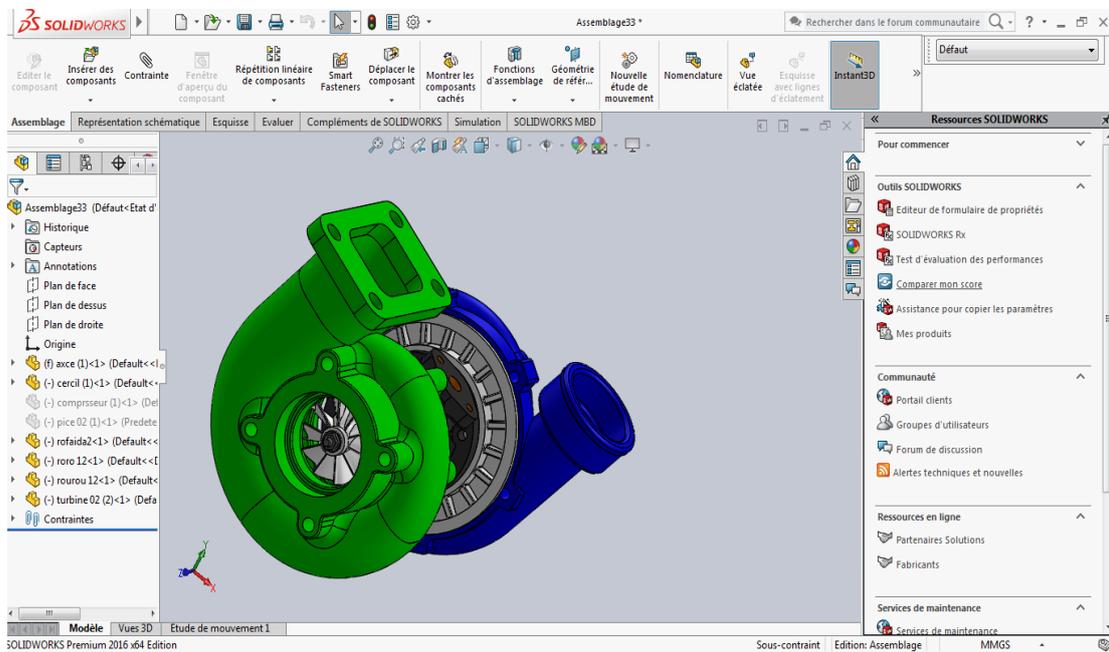
➤ Pour compléter l'assemblage du système IL faut:

- Choisir les surfaces ou bien les arrêtes en contact dans les éléments.
- Sélectionner les deux surfaces ou surface et arrête.
- Choisir les Contraintes.
- Valider et faire rapprocher.
- Valider

➤ En fin assembler, et valider l'ensemble monté, puis enregistrer sous un nom spécial.



(A)



(B)

Figure.2.12. Vue en 3D de l'assemblage turbocompresseur (A):vue de face, (B) : vue droite

2.6. Simulation numérique de turbine avec Le logiciel SOLIDWORKS

Description de simulation utilisée Le logiciel utilisé pour les simulations numériques (Statiques & Dynamique) en modèle est SOLIDWORKS /Simulation (version 2016).

(solidworks/Simulation) est un système d'analyse de conception totalement intégré à SOLIDWORKS. solidworks/Simulation permet d'obtenir, à partir d'un seul écran, des solutions d'analyse fréquentielles, thermiques, de contraintes, de flambement et d'optimisation. Grâce à ses solveurs rapides, solidworks/Simulation permet de résoudre rapidement des problèmes de grande ampleur, sur notre ordinateur personnel. SOLIDWORKS /Simulation est proposé en plusieurs configurations pour répondre à nos besoins d'analyse. SOLIDWORKS/Simulation raccourcit le délai de mise sur le marché en réduisant le temps et le travail nécessaires pour définir solution optimale.

Pour faire la simulation sur la turbine :

- On fait le Choix des métaux AISI 1020

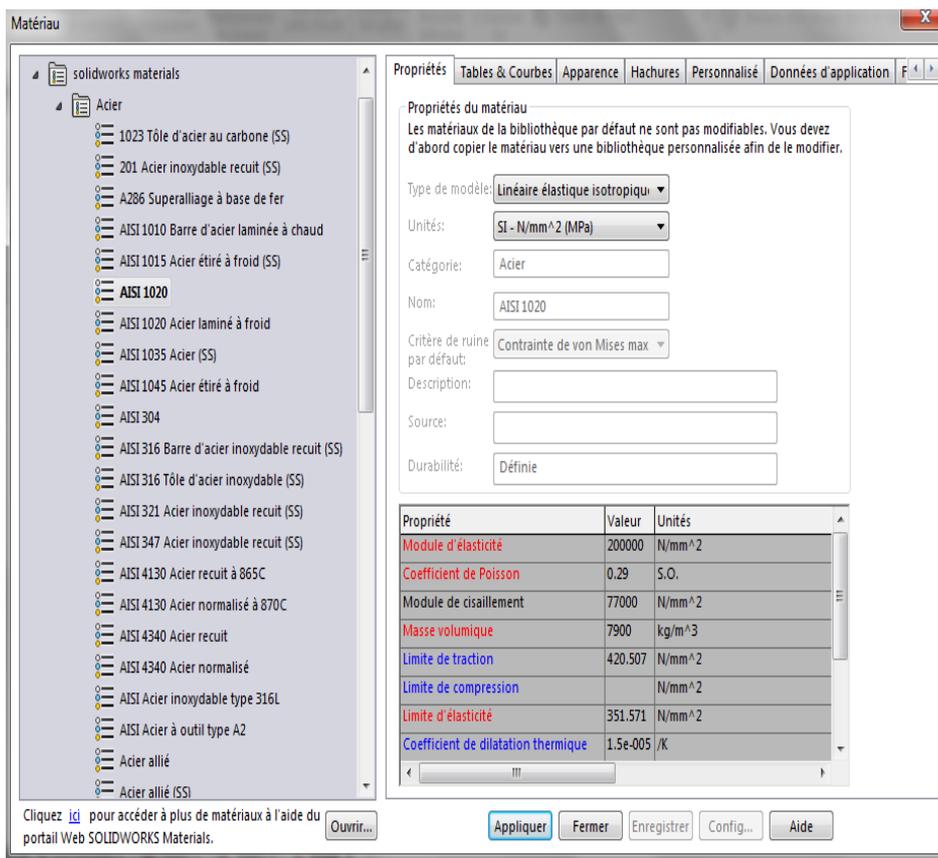


Figure.2.13. Propriété d'AISI 1020

- Fixer la pièce

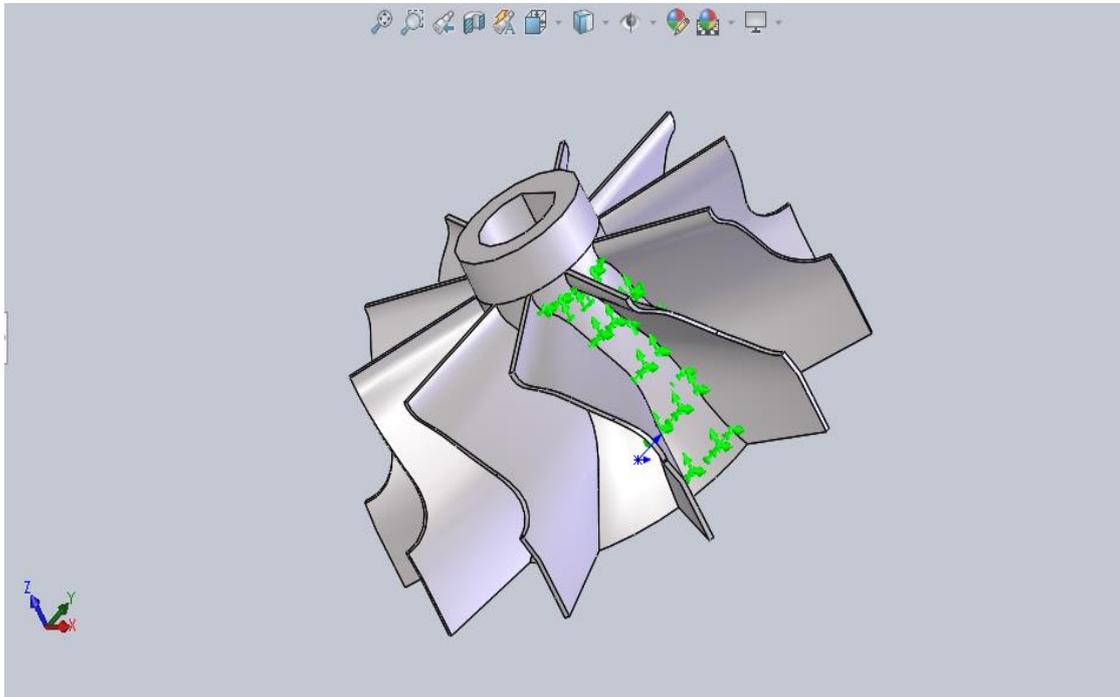


Figure.2.14. Fixer la turbine

- Appliquer la pression
Nous avons appliqué une pression de 2 bars sur l'ailette comme le montre la figure

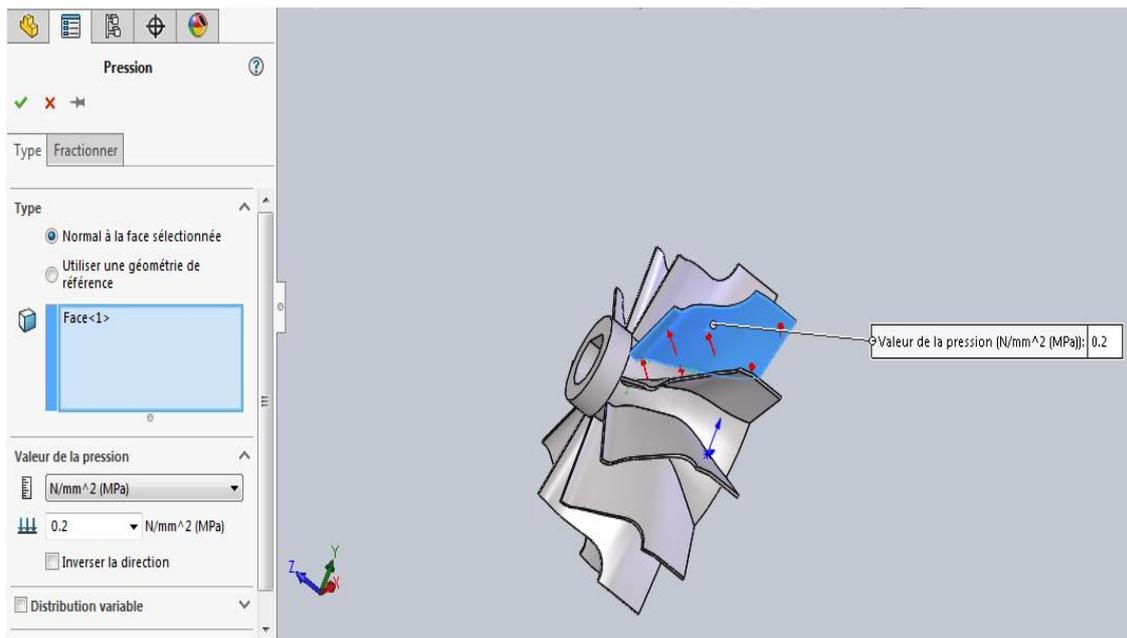


Figure 2.15. la valeur de la pression appliquée

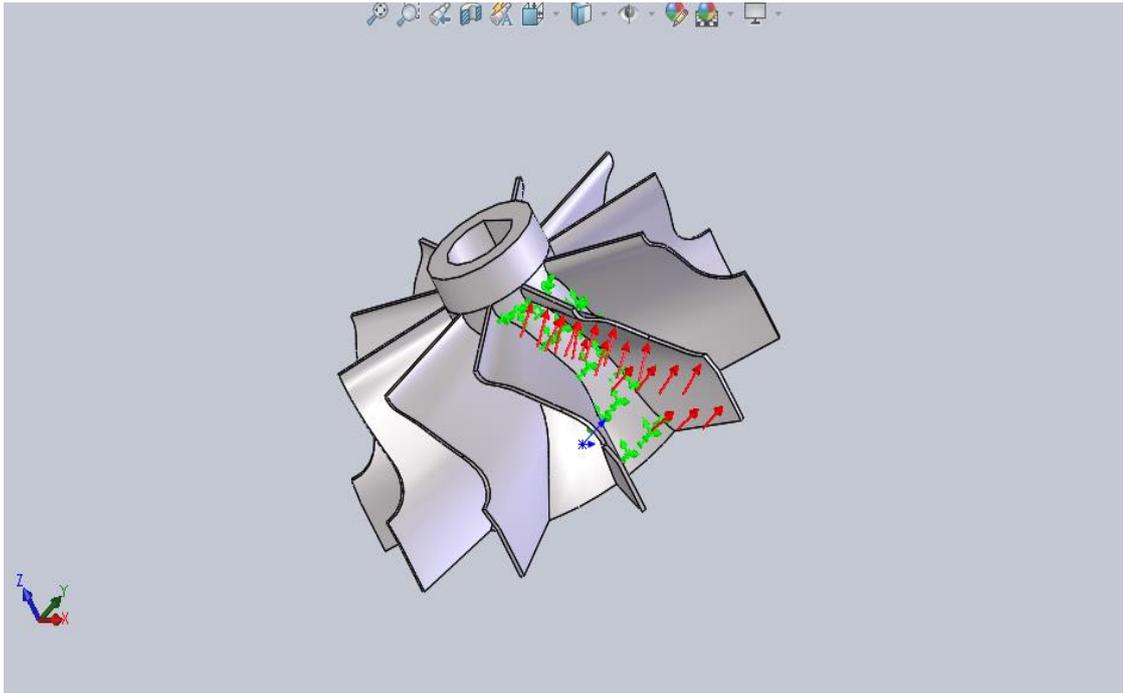


Figure.2.16. la pression Applique

- Créés le Maillage

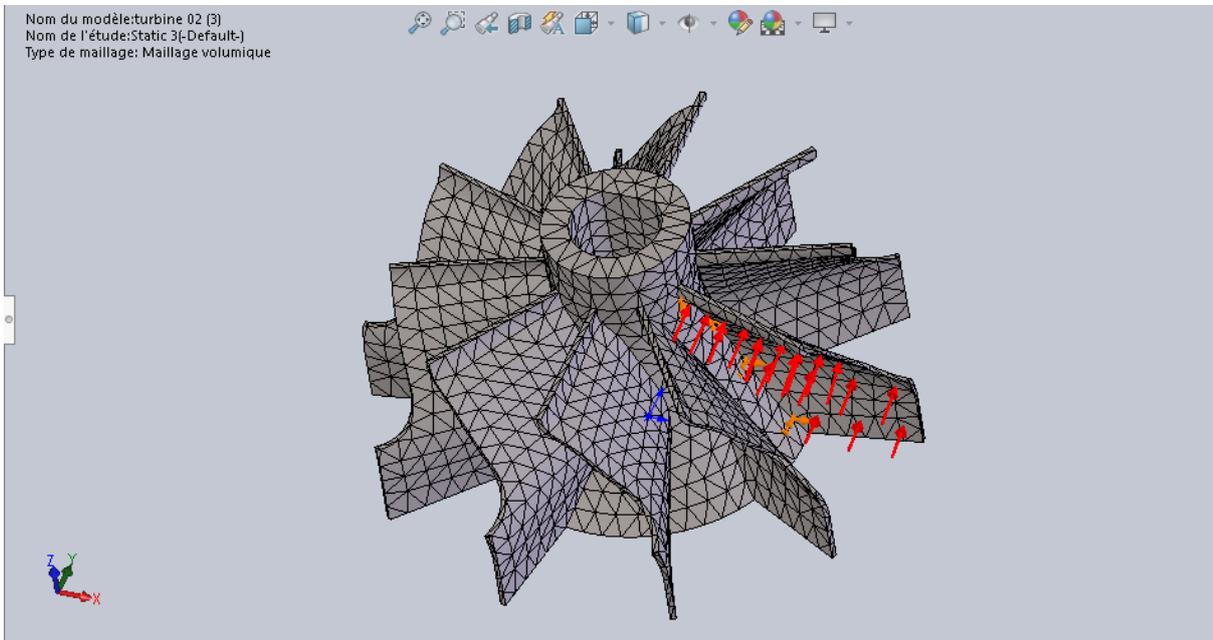


Figure.2.17. Maillage de turbine

2.6.1. Les résultats

A : contrainte de Von Mises :

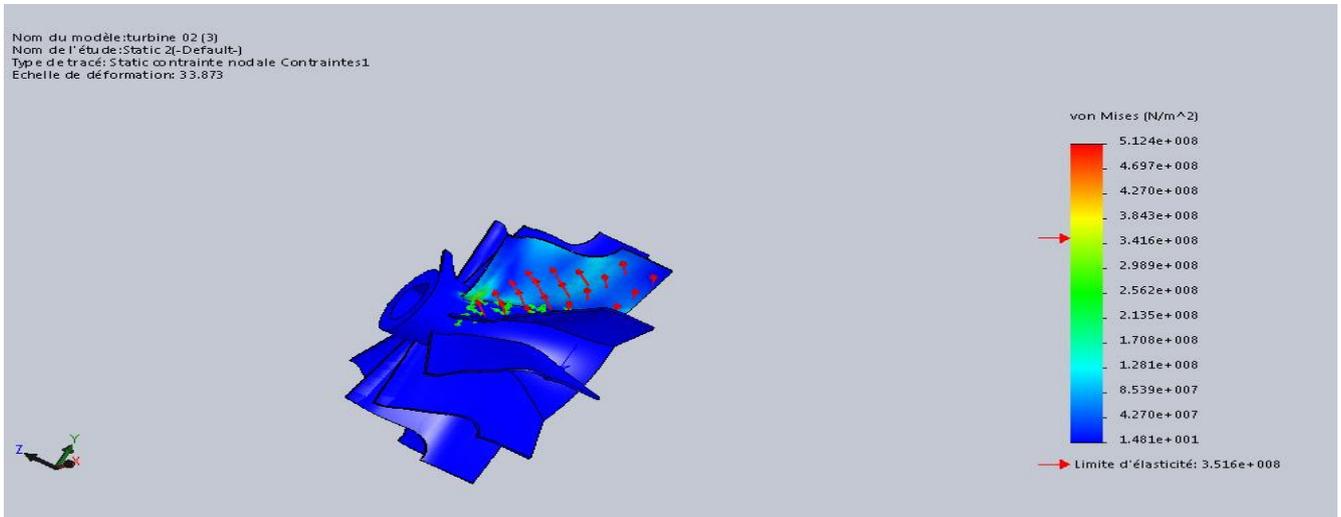


Figure.2.18. Résultat de simulation de la distribution de la contrainte de Von Mises sur Turbine

Les contours des résultats obtenus montrent que la valeur maximale d'élasticité est de $5.124 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$ représentée par les contours rouges et la valeur de sécurité a été de $2.989 \times 10^8 \frac{N}{m^2}$ en vert et la valeur minimale $8.539 \times 10^7 \frac{N}{m^2}$ en bleu. La valeur maximale de Von Mises est supérieure à la valeur limite d'élasticité.

B : Les déplacements

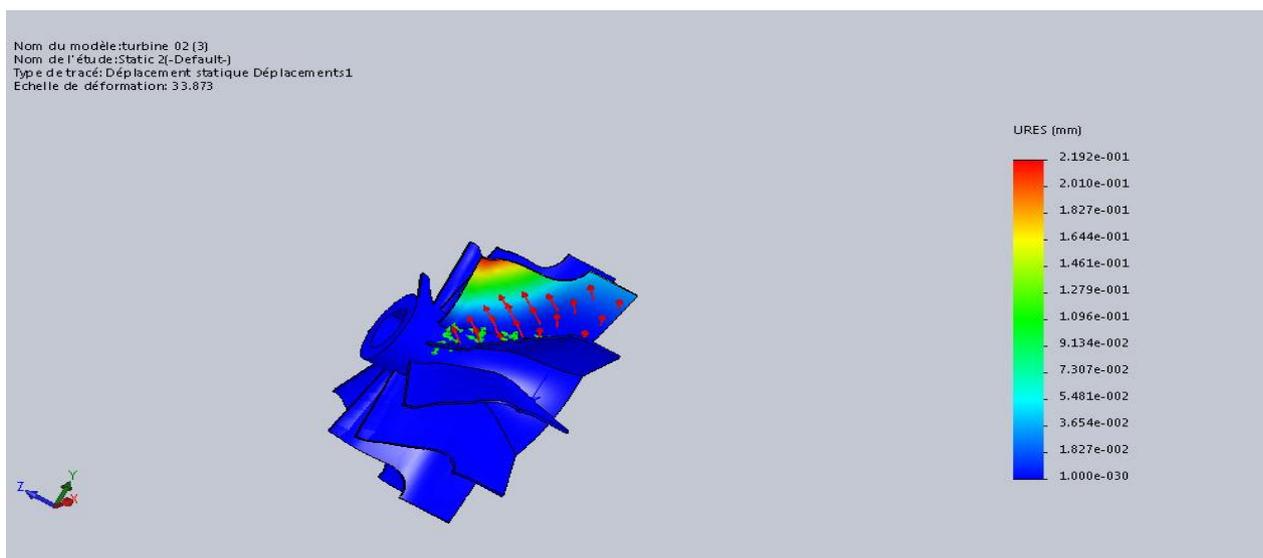


Figure.2.19. Résultat de simulation des déplacements de Turbine

Les contours des résultats obtenus montrent que la valeur maximale de déplacements est de 2.192×10^{-1} mm représentée par les contours rouges et la valeur de sécurité a été de 1.461×10^{-1} mm en vert et la valeur 3.654×10^{-1} mm minimal en bleu

La valeur maximale de déplacement :

2.192×10^{-1} mm
2.010×10^{-1} mm
1.827×10^{-1} mm

C : Les déformations

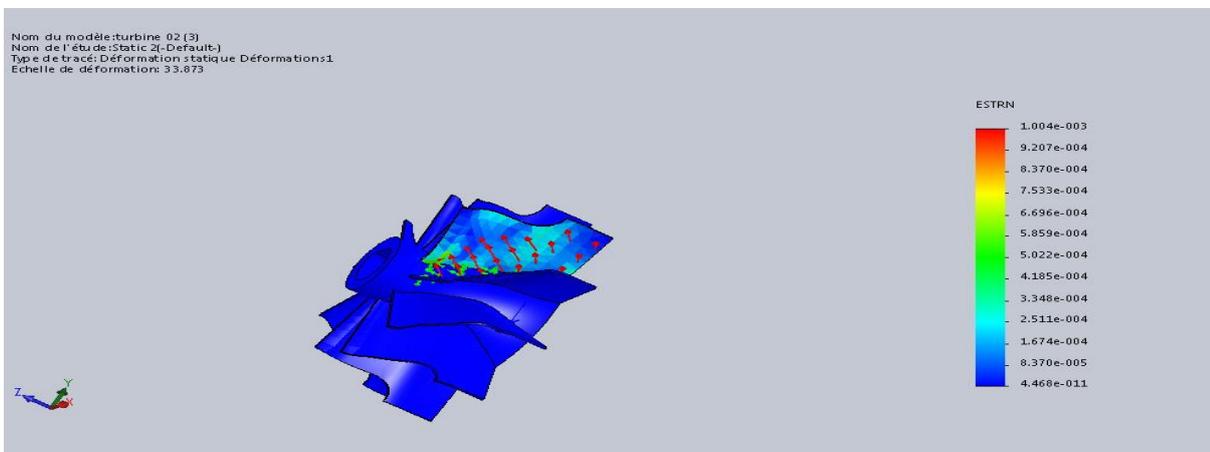


Figure.2.20.Résultat de simulation des déformations de Turbine

Les contours de déformation montrent que la plupart de l'aube est sous une déformation minimale (bleu) de la valeur de 4.460×10^{-11} à 2.511×10^{-04} certaines zones sont en vert qui correspondent à la valeur moyenne de 6.696×10^{-11}

La valeur maximale de déformation est :

1.004×10^{-3}
9.207×10^{-3}
8.370×10^{-3}

Chapitre 3

Validation des Résultats

Numérique par élément finis

3.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode des éléments finis à un ailette de turbine en forme de plaque pour étudier la flexion où nous avons expliqué les étapes de la méthode des éléments finis et calculé La matrice de rigidité globale et les déplacements.

3.2. Définition de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (MEF) est une méthode numérique utilisée pour résoudre certains des Problèmes de la physique. C'est une méthode qui permet de déterminer une solution approchée sur un domaine spatial, c'est-à-dire qui permet de calculer un champ (de scalaires, de vecteurs, de tenseurs) qui correspond à certaines équations et à certaines conditions imposées.

La méthode consiste à découper le domaine spatial en petits éléments, également appelés mailles, et à rechercher une formulation simplifiée du problème sur chaque élément, c'est-à-dire à transformer le système d'équations quelconque en un système d'équations linéaires.[13]

3.3. Les étapes de la méthode des éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis, sont les suivantes :

1. discrétisation du milieu continu en sous domaines
2. construction de l'approximation nodale par sous domaine
3. calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème
4. assemblage des matrices élémentaires
5. prise en compte des conditions aux limites
6. résolution du système d'équations.[14]

3.4. Calcul d'une plaque mince soumis à la flexion

Le calcul de la matrice de rigidité de l'élément triangulaire suit une fois de plus les six étapes résumées ci-après : [15][16][17]

3.4.1. Etape1

Choisir un système de coordonnées convenable et numéroter les nœuds.

Les systèmes de coordonnées et la numérotation des nœuds; de l'élément rectangulaire utilisé pour la flexion des plaques est représenté sur la la figure(3,1), l'élément à 3 DDL deux rotations :

- θ_x : rotation suivant l'axe (ox)
- θ_y : rotation suivant l'axe (oy)
- w : une flèche suivant (oz)

Donc au total on a 9 DDL.

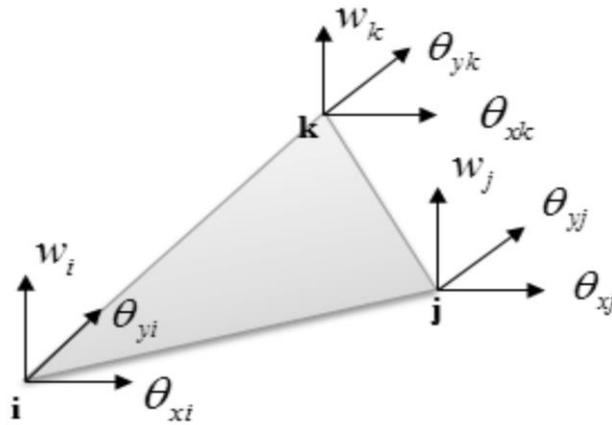


Figure 3.1: les coordonnées et les déplacements nodaux

Les déplacements aux nœuds i peuvent être écrits de la façon suivante :

$$\{\delta_i\} = \begin{pmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

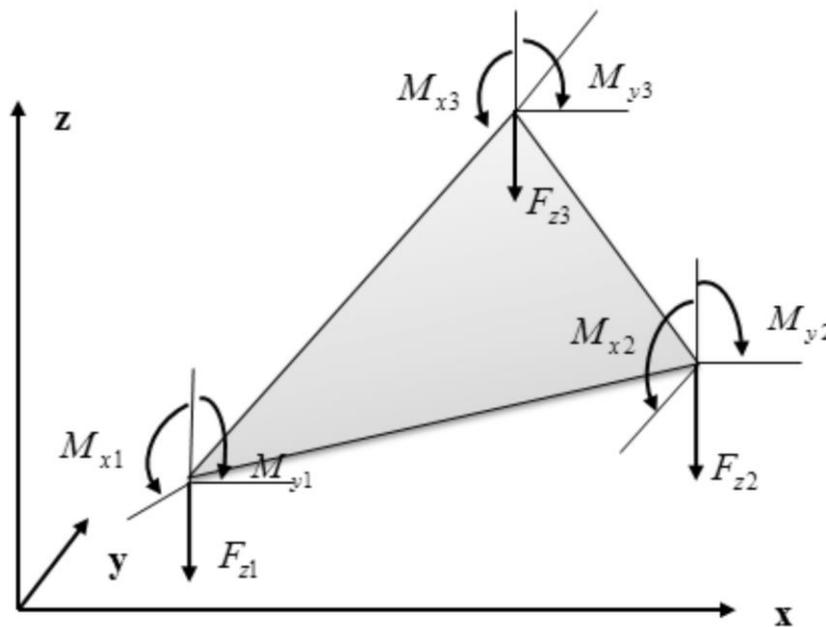
Et de même pour les forces et les moments correspondants au nœud i :

$$\{F_i\} = \begin{pmatrix} F_{zi} \\ M_{xi} \\ M_{yi} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Telle sorte que les vecteurs complets des forces et des déplacements pour l'élément s'écrivent

$$\{\delta^e\} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ w_3 \\ \theta_{x3} \\ \theta_{y3} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

La même chose pour le vecteur de force :



Figur.3.2. les forces nodales

$$\{F^e\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{z1} \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ F_{z2} \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ F_{z3} \\ M_{x3} \\ M_{y3} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Donc la matrice de rigidité élémentaire :

$$\{F^e\} = [K^e]\{\delta^e\} \quad (3.5)$$

3.4.2. Etape 2

D'après Torcher le polynôme

$$w(x, y) = c_1 + c_2x + c_3y + c_4x^2 + c_5xy + c_6y^2 + c_7x^3 + c_8(x^2y + xy^2) + c_9y^3 \quad (3.6)$$

Dans le cas de la flexion l'Etat de déplacement pour la flexion des plaques ou la flèche est petite,

Peut être représenté par trois composantes :

$$\delta(x, y) = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Ou a vu au paravent que les pentes θ_x et θ_y sont reliées aux déplacements comme suit :

$$\begin{cases} \theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} = 0 + 0 + c_3 + 0 + c_5x + 2c_6y + 0 + c_8(x^2 + 2xy) + 3c_9y^2 \\ \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} = -0 - c_2 - 0 - 2c_4x - c_5y - 0 - 3c_7x^2 - c_8(2xy + y^2) - 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Donc, pour tous les nœuds de l'élément :

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & (x^2y + xy^2) & y^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 + 2xy & 3y^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & 2xy + y^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

3.4.3. Etape 3

On remplace les coordonnées de chaque nœud pour obtenir la matrice [A] :

Nœud 1 : $x_1 = 0, y_1=0$

Nœud 2: $x_2=0, y_2 = y_2$

Nœud 3 : $x_3 = x_3, y_3 = y_3$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y_2 & 0 & 0 & y_2^2 & 0 & 0 & y_2^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2y_2 & 0 & 0 & 3y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & -y_2^2 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & x_3 y_3 & y_3^2 & x_3^3 & (x_3^2 y_3 + x_3 y_3^2) & y_3^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x_3 & 2y_3 & 0 & (x_3^2 + 2x_3 y_3) & 3y_3^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & 3x_3^2 & -(2x_3 y_3 + y_3^2) & 0 \end{bmatrix}$$

Avec

$$\delta^e(x, y) = [A] \{c\} \tag{3.10}$$

Donc

$$\{c\} = [A]^{-1} \delta^e(x, y) \tag{3.11}$$

3.4.4. Etape4

L'état des déformations dans l'élément peut ainsi être représenté par :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(2c_4 + 6c_7x + 2c_8y) \\ -(2c_6 + 2c_8x + 6c_9y) \\ 2(2c_5 + 4c_8(x + y)) \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Et qui peut être écrite :

$$\{\varepsilon(x, y)\} = [T]\{c\} \quad (3.13)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -2x & -6y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4(x+y) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \end{Bmatrix}$$

Avec :

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & -2x & -6x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4(x+y) & 0 \end{bmatrix}$$

3.4.5. Etape 5

Relier les contraintes aux déformations et aux déplacements nodaux

$$\{\sigma(x, y)\} = \begin{Bmatrix} M_x = -\left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\ M_y = -\left(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\ M_{xy} = 2D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

M_x et M_y Sont les moments de flexion internes par unité de longueur et M_{xy} est le moment de torsion interne par unité de longueur

$$\{\sigma(x, y)\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2\partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

C'est-à-dire :

$$\{\sigma(x, y)\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (3.16)$$

$$\text{Avec : } [D] = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix}$$

D_x Et D_y : Les rigidités de flexion dans les directions x et y

D_{xy} : Rigidité de torsion

D_1 : Rigidité de couplage a un effet de type coefficient de poisson

Pour une plaque isotrope :

$$\begin{aligned} D_x = D_y = D &= \frac{Ee^3}{12(1-\nu^2)} \\ D_1 &= \nu D \\ D_{xy} &= \frac{1}{2} (1-\nu) D \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.4.6. Etape 6

La matrice $[K^e]$ appelée matrice de rigidité de l'élément dépend de la fonction d'interpolation

Choisie et des propriétés élastique du matériau.

$$[k^e] = [[A]^{-1}]^T \left\{ \iint_{\text{aire}} dA \left(\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} [T]^T [D][T] dz \right) \right\} [A]^{-1}$$

$$\iint_{\text{aire}} dA \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} [T]^T [D][T] dz = \frac{Ee^3}{(12(1-\nu^2))} \iint_{\text{aire}} dx dy$$

$$\times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1-\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4\nu & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12x & 0 & 12\nu x & 36x^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4(\nu x + y) & 4(1-\nu)(x + y) & 4(x + \nu y) & 12x(\nu x + y) & \{(12-8\nu)(x + y)^2 - 8(1-\nu)xy\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12\nu y & 0 & 12y & 36\nu xy & 12(x + \nu y)y & 36y^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\iint_{\text{aire}} dx dy = \frac{1}{2} x_3 y_2 \quad (3.18)$$

$$\iint_{\text{aire}} x dx dy = \frac{1}{6} x_3^2 y_2 \quad (3.19)$$

$$\iint_{\text{aire}} y dx dy = \frac{1}{6} x_3 y_2 (y_2 + y_3) \quad (3.20)$$

$$\iint_{\text{aire}} x^2 dx dy = \frac{1}{12} x_3^3 y_2 \quad (3.21)$$

$$\iint_{\text{aire}} xy dx dy = \frac{1}{24} x_3^2 y_2 (y_2 + 2y_3) \quad (3.22)$$

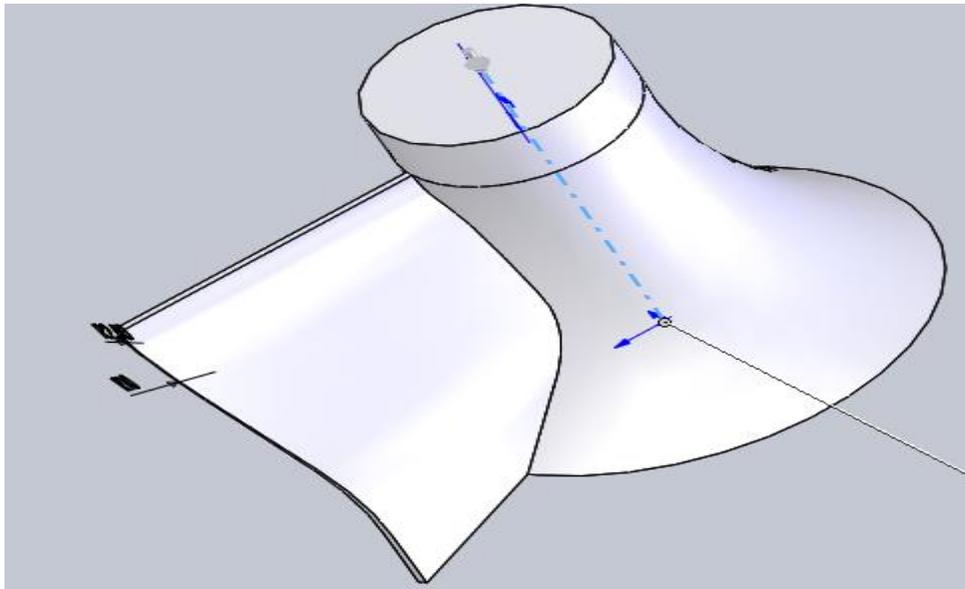
$$\iint_{\text{aire}} y^2 dx dy = \frac{1}{12} x_3 y_2 (y_2^2 + y_2 y_3 + y_3^2) \quad (3.23)$$

3.6. La détermination de la matrice de rigidité pour la plaque

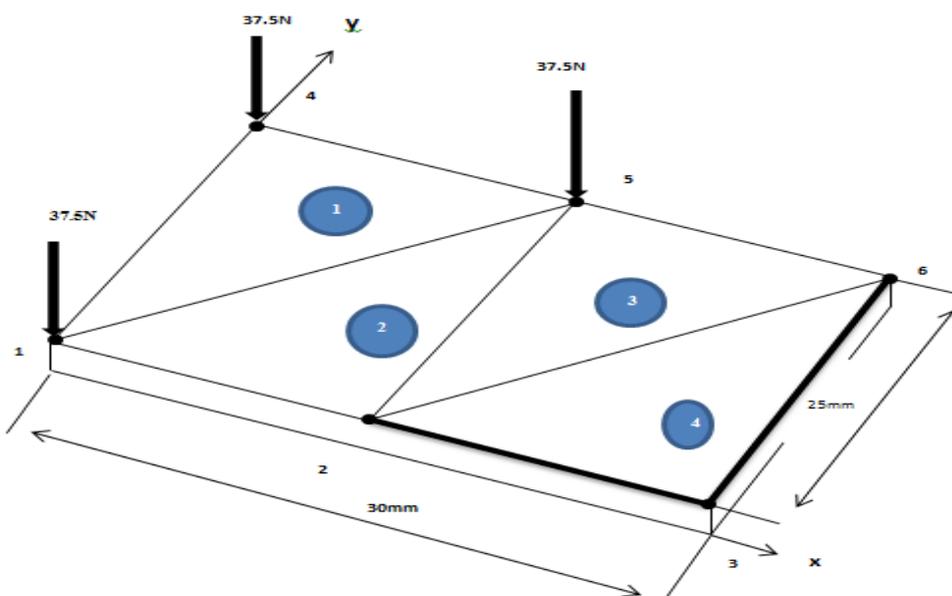
Le problème a considéré est celui de la plaque rectangulaire soumise à une charge concentrée à l'extrémité libre. La figure montre la géométrie de la plaque (dimensions, nœuds) et la sollicitation.

Voilà un exemple illustratif pour la détermination de la matrice de rigidité. Une plaque subdivisée en 4 éléments et 6 nœuds

On donne : $E = 200000 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0.29$, $e = 0.6\text{mm}$, $P=2 \text{ bar}$ [18]



Figur.3.3.un ailette



Figur.3.4. Une plaque subdivisée en 4 éléments

Tableau.3.1. les éléments et les nœuds de la plaque à étudiée

Elément (1)			Elément (2)			Elément (3)			Elément (4)		
Nœuds	X	Y									
1	0	0	1	0	0	2	15	0	2	15	0
4	0	25	5	15	25	5	15	25	6	30	25
5	15	25	2	15	0	6	30	25	3	30	0

Les numéros de 1 à 18 sont les déplacements aux nœuds

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y_2 & 0 & y_2^2 & 0 & 0 & 0 & y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_2 & 0 & 0 & 0 & 3y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & -0 & -y_2^2 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^3 & (x_3^2 y_3 + x_3 y_3^2) & y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_3 & 0 & 0 & (x_3^2 + 2x_3 y_3) & 3y_3 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & -3x_3^2 & (2x_3 y_3 + y_3^2) & 0 \end{pmatrix}$$

$x_3=15, y_2=25, y_3=25$

$$[A]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{200} & -\frac{1}{375} & \frac{1}{120} & \frac{29}{600} & \frac{1}{375} & -\frac{1}{120} & -\frac{1}{75} \\ 0 & 0 & \frac{13}{200} & 0 & \frac{1}{24} & -\frac{13}{200} & 0 & -\frac{1}{24} & 0 \\ -\frac{3}{625} & -\frac{2}{25} & 0 & \frac{3}{625} & -\frac{1}{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{750} & -\frac{2}{16875} & \frac{1}{450} & -\frac{1}{2250} & \frac{2}{16875} & -\frac{1}{450} & \frac{1}{1125} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{1000} & 0 & -\frac{1}{600} & \frac{1}{1000} & 0 & \frac{1}{600} & 0 \\ \frac{2}{15625} & \frac{1}{625} & 0 & -\frac{2}{15625} & \frac{1}{625} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[[A]^{-1}]^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{625} & 0 & 0 & \frac{2}{15625} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{25} & 0 & 0 & \frac{1}{625} \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{200} & \frac{13}{200} & 0 & \frac{1}{750} & -\frac{1}{1000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{375} & 0 & \frac{3}{625} & -\frac{2}{16875} & 0 & -\frac{2}{15625} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{120} & \frac{1}{24} & -\frac{1}{25} & \frac{1}{450} & -\frac{1}{600} & \frac{1}{625} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{29}{600} & -\frac{13}{200} & 0 & -\frac{1}{2250} & \frac{1}{1000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{375} & 0 & 0 & \frac{2}{16875} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{120} & -\frac{1}{24} & 0 & -\frac{1}{450} & \frac{1}{600} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{75} & 0 & 0 & \frac{1}{1125} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[k^e] = [[A]^{-1}]^T \left\{ \iint_{\text{aire}} dA \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} [T]^T [D][T] dz \right\} [A]^{-1}$$

Calculons les différents termes de l'équation (4.40)

$$\iint_{\text{aire}} dA \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} [T]^T [D][T] dz = \frac{Ee^3}{(12(1-\nu^2))} \iint_{\text{aire}} dx dy \times (D_1 D_2)$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2x_3y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\nu)x_3y_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\nu x_3y_2 & 0 & 2x_3y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 2x_3^2y_2 & 0 & 2\nu x_3^2y_2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{2}\nu x_3^2y_2 + \frac{2}{3}x_3y_2(y_2+y_3) & d_1 & \frac{2}{3}x_3^2y_2 + \frac{2}{3}\nu x_3y_2(y_2+y_3) \\ 0 & 0 & 0 & 2\nu x_3y_2(y_2+y_3) & 0 & 2x_3y_2(y_2+y_3) \end{array} \end{pmatrix}$$

Et

$$d_1 = \frac{2}{3}(1-\nu)x_3^2y_2 + \frac{2}{3}(1-\nu)x_3y_2(y_2+y_3)$$

$$D_2 = \begin{pmatrix} \begin{array}{ccc|ccc} 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 0 & & & 0 & & 0 \\ 3x_3^3y_2 & & & 0 & & 0 \\ \nu x_3^3y_2 + \frac{1}{2}\nu x_3^2y_2(y_2+2y_3) & & & d_1 & & 0 \\ \frac{3}{2}x_3^2y_2(y_2+2y_3) & & & \frac{1}{2}x_3^2y_2(y_2+2y_3) + \nu x_3y_2(y_2^2+y_2y_3+y_3^2) & & 3x_3y_2(y_2^2+y_2y_3+y_3^2) \end{array} \end{pmatrix}$$

Et

$$d_2 = (12 - 8\nu) \frac{1}{12} x^3 y_2 + 2(12 - 8\nu) \frac{1}{24} x^3 y_2 (y_2 + 2y_3) + (12 - 8\nu) \frac{1}{12} x_3 y_2 (y_2^2 + y_2 y_3 + y_3^2) - 8(1 - \nu) \frac{1}{24} x^2 y_2 (y_2 + 2y_3)$$

$$[k^1] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{625} & 0 & 0 & \frac{2}{15625} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{25} & 0 & 0 & \frac{1}{625} \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{200} & \frac{13}{200} & 0 & \frac{1}{750} & -\frac{1}{1000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{375} & 0 & \frac{3}{625} & -\frac{2}{16875} & 0 & -\frac{2}{15625} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{120} & \frac{1}{24} & -\frac{1}{25} & \frac{1}{450} & -\frac{1}{600} & \frac{1}{625} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{29}{600} & -\frac{13}{200} & 0 & -\frac{1}{2250} & \frac{1}{1000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{375} & 0 & 0 & \frac{2}{16875} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{120} & -\frac{1}{24} & 0 & -\frac{1}{450} & \frac{1}{600} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{75} & 0 & 0 & \frac{1}{1125} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 750 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 266 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 218 & 0 & 750 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11250 & 0 & 3263 & 253125 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 14946 & 11536 & 7374 & 85641 & 4.9003 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10875 & 0 & 37500 & 6.3281 \times 10^5 & 4.1484 \times 10^5 & 2109375 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{200} & -\frac{1}{375} & \frac{1}{120} & \frac{29}{600} & \frac{1}{375} & -\frac{1}{120} & -\frac{1}{75} \\ 0 & 0 & \frac{13}{200} & 0 & \frac{1}{24} & -\frac{13}{200} & 0 & -\frac{1}{24} & 0 \\ -\frac{3}{625} & -\frac{2}{25} & 0 & \frac{3}{625} & -\frac{1}{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{750} & -\frac{2}{16875} & \frac{1}{450} & -\frac{1}{2250} & \frac{2}{16875} & -\frac{1}{450} & \frac{1}{1125} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{1000} & 0 & -\frac{1}{600} & \frac{1}{1000} & 0 & \frac{1}{600} & 0 \\ \frac{2}{15625} & \frac{1}{625} & 0 & -\frac{2}{15625} & \frac{1}{625} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[k^{-1}] = \begin{pmatrix} \frac{18}{625} & \frac{42}{125} & 5.6628 \times 10^{-2} & -3.9322 \times 10^{-2} & 0.47838 & 3.3804 \times 10^{-2} & 1.0522 \times 10^{-2} & -0.09438 & 6.7392 \times 10^{-2} \\ \frac{54}{125} & \frac{27}{5} & 0.68605 & -0.55189 & 6.5434 & 0.21181 & 0.11989 & -1.1434 & 0.90053 \\ \frac{907}{62500} & \frac{907}{3750} & 1.2189 & -\frac{76649}{1406250} & 1.7688 & -0.79212 & \frac{112483}{2812500} & -1.6479 & \frac{64933}{375000} \\ -\frac{94724}{3515625} & -\frac{128698}{421875} & -0.11329 & 4.9910 \times 10^{-2} & -0.55736 & -0.18158 & -2.2966 \times 10^{-2} & 0.18882 & -4.9614 \times 10^{-2} \\ \frac{11707}{37500} & \frac{7657}{2250} & 1.6084 & -0.52199 & 7.6252 & 0.46575 & 0.2098 & -3.2236 & 1.0729 \\ -\frac{26657}{937500} & -\frac{26657}{56250} & -0.66887 & -\frac{128773}{1406250} & -0.96814 & 3.1088 & \frac{337517}{2812500} & 0.73119 & -\frac{239933}{375000} \\ -\frac{6526}{3515625} & -\frac{13052}{421875} & \frac{17}{300} & -\frac{4136}{390625} & \frac{133271}{1687500} & \frac{133}{900} & \frac{14}{1125} & -\frac{17}{180} & -\frac{4}{225} \\ -\frac{907}{37500} & -\frac{907}{2250} & -0.87879 & \frac{76649}{843750} & -2.2091 & 0.16753 & -\frac{112483}{1687500} & 2.0075 & -\frac{64933}{225000} \\ -\frac{3263}{234375} & -\frac{6526}{28125} & \frac{3}{10} & -\frac{2987}{234375} & \frac{21599}{56250} & -\frac{1}{10} & \frac{2}{75} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Donc la matrice de rigidité globale est :

$$[k]=[k_1]+[k_2]+[k_3]+[k_4]$$

$$[k] = \begin{pmatrix} 4864.1 & 10314. & -10387. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -657.67 & 3353.5 & 5667.5 & -275.71 & 7015.3 & -4172.3 & 0 & 0 & 0 \\ 17435. & 2.6983 \times 10^6 & 2.8028 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12602. & 67889. & -2.8972 \times 10^6 & -4833.5 & -2.381 \times 10^6 & -61663. & 0 & 0 & 0 \\ 1450.4 & 3.0177 \times 10^6 & 3.7206 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2776.3 & 1.3013 \times 10^5 & -3.7097 \times 10^6 & 1325.8 & -3.1171 \times 10^6 & 26485. & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -781.76 & -8703.9 & 7256.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 675.47 & -4607.1 & -5315.4 & 106.26 & -4956.9 & 2442.9 & 0 & 0 & 0 \\ 6837.7 & 63318. & 20735. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6560.2 & 1.2813 \times 10^5 & -29610.0 & -277.42 & -30333. & -11815. & 0 & 0 & 0 \\ -4802.4 & -3.0478 \times 10^6 & -3.6562 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2879.2 & -1.1079 \times 10^5 & 3.7024 \times 10^6 & 1923.5 & 3.0808 \times 10^6 & 4436.1 & 0 & 0 & 0 \\ -162.58 & -1610.0 & 3342.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -17.826 & 1253.6 & -352.17 & 180.40 & -2058.6 & 1680.5 & 0 & 0 & 0 \\ -2120.1 & -2.4968 \times 10^6 & -3.0601 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2264.1 & -1.0838 \times 10^5 & 3.0687 \times 10^6 & -144.04 & 2.5874 \times 10^6 & -8990.1 & 0 & 0 & 0 \\ -1420.0 & -12750. & 32445. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.9545 & 13460. & -12006. & 1415.0 & -19832. & 20439. & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.6.2.calculs des déplacements

$$\begin{pmatrix} 4864.1 & 10314. & -10387. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -657.67 & 3353.5 & 5667.5 & -275.71 & 7015.3 & -4172.3 & 0 & 0 & 0 \\ 17435. & 2.6983 \times 10^6 & 2.8028 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12602. & 67889. & -2.8972 \times 10^6 & -4833.5 & -2.381 \times 10^6 & -61663. & 0 & 0 & 0 \\ 1450.4 & 3.0177 \times 10^6 & 3.7206 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2776.3 & 1.3013 \times 10^5 & -3.7097 \times 10^6 & 1325.8 & -3.1171 \times 10^6 & 26485. & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -781.76 & -8703.9 & 7256.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 675.47 & -4607.1 & -5315.4 & 106.26 & -4956.9 & 2442.9 & 0 & 0 & 0 \\ 6837.7 & 63318. & 20735. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6560.2 & 1.2813 \times 10^5 & -29610.0 & -277.42 & -30333. & -11815. & 0 & 0 & 0 \\ -4802.4 & -3.0478 \times 10^6 & -3.6562 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2879.2 & -1.1079 \times 10^5 & 3.7024 \times 10^6 & 1923.5 & 3.0808 \times 10^6 & 4436.1 & 0 & 0 & 0 \\ -162.58 & -1610.0 & 3342.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -17.826 & 1253.6 & -352.17 & 180.40 & -2058.6 & 1680.5 & 0 & 0 & 0 \\ -2120.1 & -2.4968 \times 10^6 & -3.0601 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2264.1 & -1.0838 \times 10^5 & 3.0687 \times 10^6 & -144.04 & 2.5874 \times 10^6 & -8990.1 & 0 & 0 & 0 \\ -1420.0 & -12750. & 32445. & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.9545 & 13460. & -12006. & 1415.0 & -19832. & 20439. & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{x2} \\ \theta_{y2} \\ w_3 \\ \theta_{x3} \\ \theta_{y3} \\ w_4 \\ \theta_{x4} \\ \theta_{y4} \\ w_5 \\ \theta_{x5} \\ \theta_{y5} \\ w_6 \\ \theta_{x6} \\ \theta_{y6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ M_{x1} \\ M_{y1} \\ F_2 \\ M_{x2} \\ M_{y2} \\ F_3 \\ M_{x3} \\ M_{y3} \\ F_4 \\ M_{x4} \\ M_{y4} \\ F_5 \\ M_{x5} \\ M_{y5} \\ F_6 \\ M_{x6} \\ M_{y6} \end{pmatrix}$$

3.6.3.Les conditions aux limites

- les déplacement du noeud 2 et les déplacements du noeud 3 et les déplacements du noeud 6 sont nuls (encastements)

➤ Les charges appliquées dans les noeuds 1et 4et 5 d'une valeur 37.5 N

$$P=(F/A)\Rightarrow F=P\times A$$

4864.1	10314.	-10387.	-657.67	3353.5	5667.5	-275.71	7015.3	-4172.3	w_1	F_1
17435.	2.6983×10^6	2.8028×10^6	-12602.	67889.	-2.8972×10^6	-4833.5	-2.381×10^6	-61663.	θ_{x1}	M_{x1}
1450.4	3.0177×10^6	3.7206×10^6	-2776.3	1.3013×10^5	-3.7097×10^6	1325.8	-3.1171×10^6	26485.	θ_{y1}	M_{y1}
-781.76	-8703.9	7256.7	675.47	-4607.1	-5315.4	106.26	-4956.9	2442.9	w_4	F_4
6837.7	63318.	20735.	-6560.2	1.2813×10^5	-29610.0	-277.42	-30333.	-11815.	θ_{x4}	M_{x4}
-4802.4	-3.0478×10^6	-3.6562×10^6	2879.2	-1.1079×10^5	3.7024×10^6	1923.5	3.0808×10^6	4436.1	θ_{y4}	M_{y4}
-162.58	-1610.0	3342.9	-17.826	1253.6	-352.17	180.40	-2058.6	1680.5	w_5	F_5
-2120.1	-2.4968×10^6	-3.0601×10^6	2264.1	-1.0838×10^5	3.0687×10^6	-144.04	2.5874×10^6	-8990.1	θ_{x5}	M_{x5}
-1420.0	-12750.	32445.	4.9545	13460.	-12006.	1415.0	-19832.	20439.	θ_{y5}	M_{y5}

w_1	2.5441×10^{-3}	-2.3665×10^{-6}	2.1403×10^{-6}	1.8386×10^{-3}	-3.0601×10^{-6}	2.9630×10^{-6}	1.005×10^{-3}	-3.3602×10^{-6}	7.8923×10^{-6}	F_1
θ_{x1}	8.1588×10^{-9}	5.7983×10^{-5}	5.4348×10^{-5}	1.4144×10^{-3}	5.9034×10^{-5}	1.1492×10^{-4}	-9.5438×10^{-4}	-1.5236×10^{-5}	1.6406×10^{-5}	M_{x1}
θ_{y1}	-4.7518×10^{-8}	-1.1206×10^{-4}	2.3814×10^{-4}	-3.0221×10^{-3}	-1.1986×10^{-4}	1.4924×10^{-4}	-4.7835×10^{-3}	-4.9084×10^{-6}	3.9835×10^{-6}	M_{y1}
w_4	2.5470×10^{-3}	1.5982×10^{-3}	0.00108	4.2466×10^{-3}	1.7709×10^{-3}	2.6557×10^{-3}	-1.5438×10^{-3}	-3.0125×10^{-4}	-1.7477×10^{-5}	F_4
θ_{x4}	9.3852×10^{-9}	5.8491×10^{-5}	5.4757×10^{-5}	1.5675×10^{-3}	7.3818×10^{-5}	1.1163×10^{-4}	-8.7774×10^{-4}	-9.9152×10^{-6}	4.4152×10^{-6}	M_{x4}
θ_{y4}	-4.9635×10^{-8}	-7.2524×10^{-5}	2.9484×10^{-4}	-2.1804×10^{-3}	-8.7395×10^{-5}	2.9839×10^{-4}	-6.6595×10^{-3}	-7.6885×10^{-5}	5.8186×10^{-5}	M_{y4}
w_5	2.5561×10^{-3}	2.7975×10^{-3}	-4.8673×10^{-3}	1.7196×10^{-3}	3.1159×10^{-3}	-3.4485×10^{-3}	0.12999×10^{-3}	1.0879×10^{-3}	-2.0869×10^{-3}	F_5
θ_{x5}	1.0658×10^{-8}	1.0456×10^{-5}	-1.4115×10^{-5}	4.0408×10^{-4}	2.0327×10^{-5}	-6.3939×10^{-5}	1.2899×10^{-3}	7.0808×10^{-5}	-4.7741×10^{-5}	M_{x5}
θ_{y5}	-2.7408×10^{-8}	-5.1138×10^{-5}	1.1617×10^{-4}	-1.5832×10^{-3}	-6.9480×10^{-5}	1.1281×10^{-4}	-4.0726×10^{-3}	-4.712×10^{-5}	1.8281×10^{-4}	M_{y5}

Après la résolution,

2.5441×10^{-3}	-2.3665×10^{-6}	2.1403×10^{-6}	1.8386×10^{-3}	-3.0601×10^{-6}	2.9630×10^{-6}	1.005×10^{-3}	-3.3602×10^{-6}	7.8923×10^{-6}	37.5	0.20204
8.1588×10^{-9}	5.7983×10^{-5}	5.4348×10^{-5}	1.4144×10^{-3}	5.9034×10^{-5}	1.1492×10^{-4}	-9.5438×10^{-4}	-1.5236×10^{-5}	1.6406×10^{-5}	0	1.7251×10^{-2}
-4.7518×10^{-8}	-1.1206×10^{-4}	2.3814×10^{-4}	-3.0221×10^{-3}	-1.1986×10^{-4}	1.4924×10^{-4}	-4.7835×10^{-3}	-4.9084×10^{-6}	3.9835×10^{-6}	0	-0.29271
2.5470×10^{-3}	1.5982×10^{-3}	0.00108	4.2466×10^{-3}	1.7709×10^{-3}	2.6557×10^{-3}	-1.5438×10^{-3}	-3.0125×10^{-4}	-1.7477×10^{-5}	37.5	0.19687
9.3852×10^{-9}	5.8491×10^{-5}	5.4757×10^{-5}	1.5675×10^{-3}	7.3818×10^{-5}	1.1163×10^{-4}	-8.7774×10^{-4}	-9.9152×10^{-6}	4.4152×10^{-6}	0	2.5866×10^{-2}
-4.9635×10^{-8}	-7.2524×10^{-5}	2.9484×10^{-4}	-2.1804×10^{-3}	-8.7395×10^{-5}	2.9839×10^{-4}	-6.6595×10^{-3}	-7.6885×10^{-5}	5.8186×10^{-5}	0	-0.33150
2.5561×10^{-3}	2.7975×10^{-3}	-4.8673×10^{-3}	1.7196×10^{-3}	3.1159×10^{-3}	-3.4485×10^{-3}	0.12999×10^{-3}	1.0879×10^{-3}	-2.0869×10^{-3}	37.5	0.16521
1.0658×10^{-8}	1.0456×10^{-5}	-1.4115×10^{-5}	4.0408×10^{-4}	2.0327×10^{-5}	-6.3939×10^{-5}	1.2899×10^{-3}	7.0808×10^{-5}	-4.7741×10^{-5}	0	6.3525×10^{-2}
-2.7408×10^{-8}	-5.1138×10^{-5}	1.1617×10^{-4}	-1.5832×10^{-3}	-6.9480×10^{-5}	1.1281×10^{-4}	-4.0726×10^{-3}	-4.712×10^{-5}	1.8281×10^{-4}	0	-0.21209

w_1	0.20204
θ_{x1}	1.7251×10^{-2}
θ_{y1}	-0.29271
w_4	0.19687
θ_{x4}	2.5866×10^{-2}
θ_{y4}	-0.33150
w_5	0.16521
θ_{x5}	6.3525×10^{-2}
θ_{y5}	-0.21209

les déplacements max sont :

$$w_1 = 0.20204 \text{ mm}$$

$$w_4 = 0.19687 \text{ mm}$$

$$w_5 = 0.16521 \text{ mm}$$

les déplacements par simulation sont :

$$2.192 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

$$2.010 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

$$1.827 \times 10^{-1} \text{ mm}$$

Conclusion :

Les résultats de déplacement par calcul numérique identiques avec les résultats de simulation .

Conclusion Générale

La conception du turbocompresseur par le Logiciel solidworks nous a permis d'étudier une simulation numérique de la turbine de turbocompresseur ou on a obtenu les contraintes, les déformations et les déplacements.

La modélisation par éléments finis de cette étude a été appliquée ou nous avons considérée l'ailette comme une plaque mince exposée à la flexion aux deux extrémités de la plaque

Le polynôme de TOCHER a été pris en considération comme une fonction d'interpolation ; l'approche de déplacement a été utilisée en permettant la détermination de la matrice de rigidité des éléments, ainsi la matrice globale K en assemblant les matrices élémentaires pour exprimer l'énergie potentielle du système.

Le logiciel Scientific Work Place a été utilisé pour résoudre le problème en statique linéaire pour calculer les différentes matrices de rigidité ainsi les déplacements pour chaque nœud du modèle représentant la plaque en flexion discrétisée par quatre éléments et 6 nœuds.

Les résultats obtenus par la simulation numérique sont bien adéquates aux résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

Les références

Les références

[1] https://fr.demotor.net/moteurs-thermiques/moteur-diesel
[2] bibliographique Les organes de moteur, Technologie automobile, Académie de Nancy-Metz, 2008.
[3] PLLALS Jean-Luc. 1992 « Guide pratique d'entretien de réparation des moteurs diesel éditions »
[4] https://www.ornikar.com/code/cours/mecanique-vehicule/moteur/pistons
[5] bibliographique Didier Jolivet, le moteur Diesel CHOTARD et ASSOCIES
[6] http://www.turbo-tec.eu/fr/principe-de-fonctionnement-du-turbocompresseur
[7] https://turboplus.fr/content/10-types-turbocompresseurs
[8] https://www.autobutler.fr/wiki/turbo-compresseur-comment-ca-marche
[9] https://fr.wikipedia.org/wiki/Conception_assist%C3%A9e_par_ordinateur#M%C3%A9canique
[10] https://fr.wikipedia.org/wiki/SolidWorks
[11] REBBAH Abd eraouf (2019) Etude, Conception et Simulation Sous-SOLIDWORKS d'un Système de freinage « frein-disque type ABS et EBD »
[12] Jay k.Miller-Turbo Real-World High-performance Turbocharger Systèmes
[13] Daniel Choi LMNO, Méthode des éléments finis par l'exemple, Université de Caen France, Janvier 2016
[14] Hervé Oudin, Méthode des éléments finis, Ecole Centrale de Nantes, 2008.
[15] S.S Rao, The Finite Element Methode in Engineering, First Edition, 1986
[16] T.Y. Yang "Finite Element Structural Analysis" 1989
[17] Kenneth H.Huebner, Earl A Thornton "The Finite Element Method For Engineers" Second Edition, 1982
[18] https://slideplayer.fr/amp/119441741/

Annexe

Annexe

Le calcul des matrices de rigidités des éléments (2,3,4)

Elément 2

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y_2 & 0 & y_2^2 & 0 & 0 & 0 & y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_2 & 0 & 0 & 0 & 3y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & -0 & -y_2^2 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^3 & (x_3^2 y_3 + x_3 y_3^2) & y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_3 & 0 & 0 & (x_3^2 + 2x_3 y_3) & 3y_3 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & -3x_3^2 & (2x_3 y_3 + y_3^2) & 0 \end{pmatrix} \quad x_3=15, y_2=25, y_3=0$$

$$[A^2] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 25 & 0 & 0 & 625 & 0 & 0 & 15625 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 1875 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -25 & 0 & 0 & -625 & 0 \\ 1 & 15 & 0 & 225 & 0 & 0 & 3375 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 15 & 0 & 0 & 225 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -30 & 0 & 0 & 675 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Annexe

Elément 3

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y_2 & 0 & y_2^2 & 0 & 0 & 0 & y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_2 & 0 & 0 & 0 & 3y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & -0 & -y_2^2 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^3 & (x_3^2 y_3 + x_3 y_3^2) & y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_3 & 0 & 0 & (x_3^2 + 2x_3 y_3) & 3y_3 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & -3x_3^2 & (2x_3 y_3 + y_3^2) & 0 \end{pmatrix}$$

$x_3=30, y_2=25, y_3=25$

$$[A^3] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 25 & 0 & 0 & 625 & 0 & 0 & 15625 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 1875 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -25 & 0 & 0 & -625 & 0 \\ 1 & 30 & 25 & 900 & 750 & 225 & 27000 & 41250 & 15625 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 50 & 0 & 2400 & 1875 \\ 0 & -1 & 0 & -60 & -25 & 0 & -2700 & 875 & 0 \end{pmatrix}$$

Annexe

1	0	0	$-\frac{1}{300}$	0	$-\frac{3}{625}$	$\frac{1}{13500}$	0	$\frac{2}{15625}$										
0	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{25}$	0	$-\frac{1}{150}$	$\frac{1}{625}$										
0	-1	0	$\frac{1}{15}$	$\frac{6}{25}$	0	$-\frac{1}{900}$	$-\frac{1}{125}$	0										
0	0	0	0	0	$\frac{3}{625}$	0	0	$-\frac{2}{15625}$										
0	0	0	0	0	$-\frac{1}{25}$	0	0	$\frac{1}{625}$										
0	0	0	0	$-\frac{6}{25}$	0	0	$\frac{1}{125}$	0										
0	0	0	$\frac{1}{300}$	0	0	$-\frac{1}{13500}$	0	0										
0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{150}$	0										
0	0	0	$\frac{1}{30}$	0	0	$-\frac{1}{900}$	0	0										

0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	0	1500	0	0	0	0	0										
0	0	0	0	532.5	0	0	0	0										
0	0	0	435.0	0	1500	0	0	0										
0	0	0	45000	0	13050.0	2025000	0	0										
0	0	0	22286.	19523.	18623.	2.7731×10^5	1.438×10^7	0										
0	0	0	10875.	0	37500	8.4375×10^5	4.1719×10^5	1406250										

1	0	0	0	0	0	0	0	0										
0	0	-1	0	0	0	0	0	0										
0	1	0	0	0	0	0	0	0										
$-\frac{1}{300}$	0	$\frac{1}{15}$	0	0	0	$\frac{1}{300}$	0	$\frac{1}{30}$										
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{25}$	0	0	$-\frac{6}{25}$	0	$-\frac{1}{6}$	0										
$-\frac{3}{625}$	$-\frac{2}{25}$	0	$\frac{3}{625}$	$-\frac{1}{25}$	0	0	0	0										
$\frac{1}{13500}$	0	$-\frac{1}{900}$	0	0	0	$-\frac{1}{13500}$	0	$-\frac{1}{900}$										
0	$-\frac{1}{150}$	$-\frac{1}{125}$	0	0	$\frac{1}{125}$	0	$\frac{1}{150}$	0										
$\frac{2}{15625}$	$\frac{1}{625}$	0	$-\frac{2}{15625}$	$\frac{1}{625}$	0	0	0	0										

$[k_3] = 3930.6 \times$

0.15176	2.2413	-1.8278	0	0	0	0	0	-9.8077×10^{-2}	0.02948	0.98086	-0.05368	1.5232	-0.76347	0	0	0
2.3155	34.992	-27.76	0	0	0	0	0	-1.4822	-0.23693	14.371	-0.83334	23.133	-11.611	0	0	0
-0.52686	-8.7809	35.442	0	0	0	0	0	0.13291	24.8	-29.499	0.39395	-29.19	5.8763	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.1244	-1.7853	1.3126	0	0	0	0	0	8.7384×10^{-2}	-0.23077	-0.74349	3.7014×10^{-2}	-1.0939	0.54125	0	0	0
1.0394	13.723	10.567	0	0	0	0	0	-0.85898	21.372	-13.399	-0.18038	-9.1102	-2.5787	0	0	0
-4.3545×10^{-2}	-0.72575	-25.442	0	0	0	0	0	0.10416	-21.22	25.333	-6.0612×10^{-2}	20.857	-1.7096	0	0	0
-0.02736	-0.456	$\frac{17}{33}$	0	0	0	0	0	1.0693×10^{-2}	0.20129	$-\frac{47}{198}$	$\frac{1}{60}$	$-\frac{85}{198}$	$\frac{2}{9}$	0	0	0
0.43905	7.3174	-28.502	0	0	0	0	0	-0.11076	-20.398	23.55	-0.32829	24.056	-4.8969	0	0	0
-0.2504	-4.1733	$\frac{60}{11}$	0	0	0	0	0	8.3733×10^{-2}	2.4588	$-\frac{65}{22}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{50}{11}$	$\frac{5}{2}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Annexe

Elément 4

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & y_2 & 0 & y_2^2 & 0 & 0 & 0 & y_2^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_2 & 0 & 0 & 0 & 3y_2^2 \\ 0 & -1 & 0 & -y_2 & 0 & 0 & -0 & -y_2^2 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3^2 & y_3^2 & x_3^3 & x_3^3 & (x_3^2 y_3 + x_3 y_3^2) & y_3^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2y_3 & 0 & 0 & (x_3^2 + 2x_3 y_3) & 3y_3 \\ 0 & -1 & 0 & -2x_3 & -y_3 & 0 & -3x_3^2 & (2x_3 y_3 + y_3^2) & 0 \end{pmatrix}$$

$x_3=30, y_2=25, y_3=0$

$$[A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 25 & 0 & 0 & 625 & 0 & 0 & 15625 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 1875 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -25 & 0 & 0 & -625 & 0 \\ 1 & 30 & 0 & 900 & 0 & 0 & 27000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 0 & 0 & 900 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -60 & 0 & 0 & -2700 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Annexe

1	0	0	$-\frac{1}{300}$	0	$-\frac{3}{625}$	$\frac{1}{13500}$	0	$\frac{2}{15625}$
0	0	1	0	$\frac{1}{6}$	$-\frac{2}{25}$	0	$-\frac{1}{150}$	$\frac{1}{625}$
0	-1	0	$\frac{1}{15}$	$\frac{6}{25}$	0	$-\frac{1}{900}$	$-\frac{1}{125}$	0
0	0	0	0	0	$\frac{3}{625}$	0	0	$-\frac{2}{15625}$
0	0	0	0	0	$-\frac{1}{25}$	0	0	$\frac{1}{625}$
0	0	0	0	$-\frac{6}{25}$	0	0	$\frac{1}{125}$	0
0	0	0	$\frac{1}{300}$	0	0	$-\frac{1}{13500}$	0	0
0	0	0	0	$-\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{150}$	0
0	0	0	$\frac{1}{30}$	0	0	$-\frac{1}{900}$	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1500	0	0	0	0	0
0	0	0	0	532.5	0	0	0	0
0	0	0	435.0	0	1500	0	0	0
0	0	0	45000	0	13050.0	2025000	0	0
0	0	0	22286.	19523.	18623.	2.7731×10^5	1.438×10^7	0
0	0	0	10875.	0	37500	8.4375×10^5	4.1719×10^5	1406250

1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
$-\frac{1}{300}$	0	$\frac{1}{15}$	0	0	0	$\frac{1}{300}$	0	$\frac{1}{30}$
0	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{25}$	0	0	$-\frac{6}{25}$	0	$-\frac{1}{6}$	0
$-\frac{3}{625}$	$-\frac{2}{25}$	0	$\frac{3}{625}$	$-\frac{1}{25}$	0	0	0	0
$\frac{1}{13500}$	0	$-\frac{1}{900}$	0	0	0	$-\frac{1}{13500}$	0	$-\frac{1}{900}$
0	$-\frac{1}{150}$	$-\frac{1}{125}$	0	0	$\frac{1}{125}$	0	$\frac{1}{150}$	0
$\frac{2}{15625}$	$\frac{1}{625}$	0	$-\frac{2}{15625}$	$\frac{1}{625}$	0	0	0	0

$[k^4] = 3930.6$

5.6907×10^{-2}	4.6665×10^{-2}	-0.87138	-0.02992	0.34533	0.4272	-2.6987×10^{-2}	0.356	-0.36542
1.6882	646.09	741.15	-1.1719	10.966	-751.66	-0.5163	-627.76	-4.9783
0.88135	775.28	909.92	-0.78472	6.5394	-913.51	-9.6628×10^{-2}	-762.2	0.68871
-0.04488	-0.12400	0.5936	$\frac{108}{3125}$	$-\frac{48}{125}$	-0.4272	0.01032	-0.356	0.1432
0.388	-0.85003	-6.84	$-\frac{36}{125}$	$\frac{18}{5}$	5.34	-0.1	4.45	-1.5
-1.1451	-774.12	-904.09	0.71512	-5.9594	913.51	0.42996	762.2	3.4780
-1.2027×10^{-2}	7.7333×10^{-2}	$\frac{5}{18}$	-0.00464	3.8667×10^{-2}	0	$\frac{1}{60}$	0	$\frac{2}{9}$
-0.95424	-642.14	-749.15	0.59594	-4.9661	757.00	0.3583	632.21	2.8983
-9.7067×10^{-2}	1.16	$\frac{5}{2}$	-0.0696	0.58	0	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{5}{2}$