الجمهورية الجزائرية الدمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العربي التبسي – تبسة

كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم: الرياضيات والإعلام الآلي

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر

الميدان: الرياضيات والإعلام الآلي

الشعبة: الرياضيات

التخصص: معادلات تفاضلية جزئية وتطبيقاتها

مفهوم المشتق في التعليم الثانوي الجزائري
دراسة مقارنة

من اعداد الطالبين:

- **زكريا ضيف**
- **بوزيان حركات**

نوقشت يوم: 2021/06/20 أمام اللجنة المكونة من:

السيد: خليفة بوعزيز أستاذ محاضر – أ – رئيس اللجنة

السيد: عبد الحكيم لعمايرية أستاذ محاضر – ب – مناقش

السيد: محمود شنتي أستاذ مساعد – أ – مؤطر

الفهرس:

الفصل الأول: المنظور النظري للبحث

الفصل الثاني: منهجية الدراسة

الفصل الثالث: الجانب التطبيقي

كلمة شكر:

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ سبحان الله والحمد لله على فضله ونعمه التي لا تعدّ ولا تحصى. نسأله أن يجعلنا ممن يطلبون العلم على الوجه الذي يرضيه.﴾

﴿نحمد الله عز وجل الذي وفقنا في إتمام هذا البحث العلمي، والذي ألهمنا الصحة والعافية و العزيمة. الحمد لله الذي هدانا لهاذا ولم نكن لنصل إليه لو لا فضل الله علينا.﴾

نتقدم بجزيل الشكر والامتنان إلى الدكتور المشرف " محمود شنتي" على كل ما قدمه لنا من توجيهات وإرشادات ومعلومات قيمة ساهمت في إثراء موضوع دراستنا.

كما نتقدم بجزيل الشكر إلى أعضاء لجنة المناقشة الموقرة " عبد الحكيم لعمايرية " و"خليفة بوعزيز" على قبولهم مناقشة هذا العمل.

كما نتقدم بشكر لكل الأساتذة، على مرافقتهم ومساعدتهم طوال المشوار الدراسي.

الإهداء:

إليك أنت يا صاحب السيرة العطرة وصاحب الفكر المستنير، فأنت وحدك من كان له الفضل الأول عليا لأبلغ التعليم العالي، لك أنت والدي **" بلخير "** الذي أتمنى من الله أن يطيل عمره.

إليك أنتِ يا من وضعتني على طريق الحياة، فأنتِ من أعطتني العزيمة، ويا من راعيتيني حتى صرت رجل، يا من وضعة الجنة تحت قدميك، لك أنتي يا أمي الغالية **" العطرة "** طيب الله ثراك.

إلى جميع إخوتي **"يحيى، خيري، سليمان، محمد خليل، رضوان، موسى"**، الذين كان لهم الفضل في إزالة الكثير من العقبات والصعوبات من طريقي، إليكم زملائي الكرام، **"نجيب، بزيان، سارة"** فكنتم دائمًا السند الذي لا يسقط. إلى جميع أساتذتي الكرام، الذين لم يبخلوا على يومًا ما.

أهدي لكم جميعا هذا العمل المتواضع.

زكريا ضيف

إليك أنت يا صاحب السيرة العطرة وصاحب الفكر المستنير، فأنت وحدك من كان له الفضل الأول عليا لأبلغ التعليم العالي، لك أنت والدي **" عزالدين "** الذي أتمنى من الله أن يطيل عمره.

إليك أنتِ يا من وضعتني على طريق الحياة، فأنتِ من أعطتني العزيمة، ويا من راعيتيني حتى صرت رجل، يا من وضعة الجنة تحت قدميك، لك أنتي يا أمي الغالية **" زبيدة "** طيب الله ثراك.

إلى أخي **"عبد الرحيم"** وأخواتي **"دنيا، هالة"**، الذين كان لهم الفضل في إزالة الكثير من العقبات والصعوبات من طريقي، إليكم زملائي الكرام، **"زكريا، أسامة"** فكنتم دائمًا السند الذي لا يسقط. إلى جميع أساتذتي الكرام، الذين لم يبخلوا على يومًا ما.

أهدي لكم جميعا هذا العمل المتواضع.

بوزيان حركات

ملخص:

تتناول المذكرة الحاضرة مفهوم المشتق، من حيث تعليمه وتعلمه. وتبرز الصعوبات التعليمية والمشاكل والحواجز التعلمية التي قد تواجه وتعيق كلا من المعلم، في الدرجة الأولى والمتعلم من الدرجة الثانية، أثناء التعرض لمفهوم المشتق.

ومن اجل ابراز هذه المشاكل والصعوبات تدرس هذه المذكرة دراسة تحليلية مقارنة لمناهج وللكتب المعتمدة في تدريس مفهوم المشتق في الجزائر والمغرب واستخراج نقاط التشابه ونقاط الاختلاف في تدريس هذه المعرفة "الاشتقاق". توصلنا ان هناك تشابه كبير بين المناهج في الدولتين. تبين اختلاف جوهري هو ترتيب محكم للعناصر التي تتبع مفهوم المشتق و الفصل فيما بينها ولكن في الجزائر دمج للعناصر فيما بينها.

وفي الأخير نقدم بعض الحلول التي نرجوها ان تساهم في تحسين التعديلات القادمة للمناهج في الجزائر من أجل النهوض بمستوى تعلم وتعليم الرياضيات.

Résumé:

La présente note traite du concept de dérivé, en termes d'éducation et d'apprentissage. Les difficultés scolaires, les problèmes et les obstacles à l'apprentissage auxquels l'enseignant de première classe et l'apprenant de deuxième classe peuvent faire face et qui les entravent sont mis en évidence lors de l'exposition au concept de dérivé. Afin de mettre en évidence ces problèmes et difficultés, cette note examine une analyse comparative des programmes d'études et des livres utilisés pour enseigner le concept de produits dérivés en Algérie et au Maroc et pour extraire des similitudes et des différences dans l'enseignement de ces connaissances. Nous avons constaté qu'il y a beaucoup de similitudes entre les deux pays. Une différence fondamentale s'est avérée être un arrangement serré des éléments qui suivent le concept de dérivé et de séparation, mais en Algérie les éléments ont été fusionnés, sapant ainsi la séquence des concepts. Enfin, nous proposons quelques solutions qui, nous l'espérons, contribueront à améliorer les prochains changements de programmes en Algérie afin d'améliorer le niveau de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

Abstract:

The present note deals with the concept of derivative, in terms of education and learning. The educational difficulties, problems and learning barriers that may face and hinder both the first-class teacher and the second-class learner are highlighted during exposure to the concept of derivative. In order to highlight these problems and difficulties, this note examines a comparative analysis of the curricula and books used to teach the concept of derivatives in Algeria and Morocco and to extract similarities and differences in the teaching of this knowledge. We found out there's a lot of similarity between the two countries. A fundamental difference has been shown to be a tight arrangement of the elements that follow the concept of derivative and separation, but in Algeria the elements have been merged, thus undermining the sequence of concepts. Finally, we offer some solutions that we hope will contribute to improving the next curriculum adjustments in Algeria in order to improve the level of mathematics education and learning.

مقدمة:

الرياضيات هي من أبرز العلوم منذ العصور القديمة، تحتاج المشكلات الرياضياتية إلى تعامل وأفكار ومهارات خاصة من أجل حلها. من أجل تعليم وتعلم الرياضيات على الأستاذ أن يكون متمكن من المفاهيم الرياضياتية بشكل جيد وأن يتقن التعامل مع المشكلات الرياضياتية. اما بنسبة للمتعلم فالطريق مليء بالمصاعب، على المتعلم ان يعطي للمفاهيم الرياضياتية اهتماما فكريا خاصا، وكذلك تنمية عقل. تحتاج المفاهيم الرياضياتية من المتعلم القدرة على تفكير الاستدلالي، التأمل الواسع والقدرة على حل المشكلات الرياضياتية. انشاء مفاهيم رياضياتية جديدة و توظيفها من أهم الركائز في انشاء الرياضيات وتطويرها. على غرار الكثير من المفاهيم الرياضياتية، يأتي مفهوم المشتق من أبرز المفاهيم التي تتجلى فيه هذه المواصفات، يتميز المشتق بتواجده في الكثير من الميادين العلمية، النظرية منها والتطبيقية. فلا يكاد تقريبا اي علم من العلوم يخلوا من حاجته للمشتق. مفهوم المشتق اساس التحليل، ومفهوم حاسم في الربط بين الجبر والتحليل. وذلك لأن مفهوم المشتق أحد أسس التحليل، مع ذلك يتضمن مهارات وكفاءات ومكتسبات قبلية التي تقع ضمن المجالات الجبرية، وينطوي اكتسابها على عمل جبري على الدوال وخصائصها والنهايات والأشكال الهندسية كخط المماس.

مفهوم المشتق موضوع اساسي في المنهاج التعليمي الجزائري. يتطرق إليه في الفصول الأولى من السنة الثاني الثانوية، ويتم توظيفه وإعادة التعامل معه في السنة ثالثة ثانوي ويتم استثماره طوال ما تبقى من المرحلة الدراسية وعلى مدى الدراسات الجامعية بكل أصنافها وفروعها العلمية.

إن تعلق مفهوم المشتق بالعديد من الميادين جعله محط اهتمام كبير، إضافة إلى التطور الكبير للعلوم الرياضياتية ووسائل الحصول على المعلومات في التربية الحديثة، والانفجار المعرفي وسرعة التغير الذي يعرفه العالم حاليا، أدى بالعديد من البلدان إلى تغيير وإصلاح منظوماتها التربوية، من اجل تنمية التلميذ من جميع الجوانب: المعرفية، والجسمية والوجدانية. وضعت لذلك طرقا جديدة لتقديم المفاهيم الرياضياتية "أنشطة متنوعة، التعرض للجانب التاريخي للمفاهيم، المسائل الإدماجية،..."، بدل من عملية تلقينها وتحفيظها. لقد اعتمدت في ذلك على نماذج ونظريات في تعليمية الرياضيات تعطي أفضل قيمة لدور كل من المعلم والمتعلم؛ يجب تنظيم تعليم الرياضيات لتسهيل الممارسة التعليمية.

في هذا الصدد قمنا بدراسة المناهج والكتب المعتمد في كل من الجزائر والمغرب. دراسة مقارنة بين البلدين في كيفية تدريس مفهوم المشتق.

تضم هذه المذكرة ثلاث فصول مقدمة كالتالي:

- يعرض الفصل الأول: إشكالية وتساؤلات، فرضيات، اسباب واهمية اختيار الموضوع، حدود الدراسة، مفاهيم ونظريات متعلقة بالموضوع.

- يعرض الفصل الثاني: تاريخ الاشتقاق، الجانب البيداغوجي التعليمي، مفهوم الاستمرار، مفهوم النهاية ومفهوم الاشتقاق، منهجية الدراسة.

- يعرض الفصل الثالث: دراسة المناهج والكتب المدرسية، مقارنة، مشاكل متعلقة بتعليم وتعلم مفهوم المشتق، حلول مقترحة في عملية تدريس مفهوم المشتق.

I- الفصل الأول:

المنظور النظري للبحث

نتطرق في الفصل الأول إلى:

- **اشكالية وتساؤلات الدراسة.**
- **فرضيات الدراسة.**
- **أسباب اختيار الموضوع.**
- **أهمية الدراسة.**
- **حدود الدراسة.**
- **مفاهيم ونظريات متعلقة بموضوع الدراسة.**

I-1). اشكالية وتساؤلات الدراسة :

للقيام بهذه الدراسة قمنا بطرح بعض الأسئلة:

- كيف يتم تقديم المعرفة المتعلقة بموضوع الاشتقاق في كل من المنهاجين الجزائري والمغربي؟
- ما هي الصعوبات التي يواجهها الأساتذة خلال القيام بعملية التدريس، والتلاميذ في فترة التعلم المتعلقة بمفهوم الاشتقاق؟

I-2). فرضيات الدراسة :

- في مفهوم الاشتقاق يقدم كل من المنهاج الجزائري والمغربي نفس المحتوى المعرفي.
- اختلاف طريقة تقديم المعرفة المتعلقة بمفهوم المشتق بين المنهاجين الجزائري والمغربي.

I-3). أسباب اختيار الموضوع :

الدافع الأول وراء اختيار هذه الدراسة هي المخاوف التي أُعرب عنها حول عزوف وتراجع من قبل التلاميذ والطلاب عن دراسة الرياضيات (2020) وهاذا ما أكده الوزير في آخر تصريحاته، حيث "كشف وزير التعليم العالي والبحث العلمي، عبد الباقي بن زيان، أن الجزائر تنظم إلى قائمة البلدان التي تعلن أن الرياضيات بالفعل في أزمة". وجاء تصريح الوزير خلال كلمة له بمناسبة اليوم العالمي للرياضيات تحت شعار" الرياضيات في علوم الهندسة " وأوضح في ذات السياق، أن الأزمة تتجلى عموما في ضعف إقبال الطلبة على الرياضيات، ما يشكل تحديا حقيقيا يضع مستقبل هذا العلم في موضع تساؤل علمي جدي. وكشف الوزير، أن 4.5% من حاملي شهادات البكالوريا يقبلون على التسجيل في شعب الرياضيات وأوضح الوزير "بن زيان"، أن هذه التهديدات تقتضي اعتماد إستراتيجية متعددة المراحل والأبعاد من أجل إعادة الرياضيات إلى مكانتها. حيث يجب الشروع في التفكير حول مراجعة كيفيات التوجيه إلى ميدان الرياضيات لحاملي شهادة البكالوريا ولحاملي شهادة البكالوريا في الرياضيات خصوصا. بالإضافة إلى مراجعة شروط وكيفيات التوجيه الجامعي بدءا من السنة الجامعية 2021/2022. كما سيتم اقتراح إحداث منحة تمييز، ويستفيد منها بصفة أولوية الطلبة الذين سيتم توجيههم إلى التكوين في الرياضيات.وأعلن الوزير عن إحداث مدرسة عليا في الذكاء الاصطناعي ومدرسة عليا في الرياضيات يعتزم فتحها أمام طلبة الموسم الجامعي المقبل بسيدي عبد الله[1]. واكدت الدراسات الوطنية والدولية على غرار الدراسات التقييمية التي تجرى على مستوى مصالح التفتيش والتكوين ومكاتب التقويم والتوجيه على مستوى الأكاديميات عبر التراب الوطني، تراجع مستوى التلاميذ خاصتا في مادة الرياضيات وايضا نتائج البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (Pisa) الذي شاركت فيه الجزائر و المغرب في عدة مواد منها الرياضيات،

[1] الموقع الرسمي لقناة النهار /https://www.ennaharonline.com بتاريخ 08/04/2012

والمخصص لتلاميذ في عمر 15 سنة. أول مشاركة للجزائر كانت سنة 2015 تحصلت على المرتبة 70 من أصل 71 دولة مشاركة برصيد 360 نقطة هي قيمة بعيدة عن متوسط المعدل، والمقدر ب:493 نقطة. وغابت عن البرنامج الدولي (Pisa) في سنوات الأخرى. كما هو مبين في الجدول (1)، يعود هذا الإخفاق إلى عدة اسباب قد تتعلق بالمنهاج أو المدرسين، إضافة الى محدودية ثقافة الاختبارات الدولية لدى الأسرة التعلمية. أول مشاركة للمغرب كانت في النسخة الأخيرة من البرنامج الدولي (Pisa) سنة 2018. تحصلت على المرتبة 73 من أصل 78 دولة مشاركة برصيد 368 نقطة، من متوسط المعدل المقدر ب:389 نقطة.

I-3.a).البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (Pisa)[2] :

دراسة دولية تشرف عليها منظمة التعاون والتنمية الاقتصادية "OECD"، تعقد الدراسة كل 3 سنوات وتقيس مدى تمكن الطلبة من تطبيق المهارات المعرفية في الرياضيات والقراءة والعلوم. تستهدف الدراسة الطلبة في عمر 15 سنة عقدت الدورة الأولى لدراسة (Pisa) سنة 2000.

الدولة	سنة 2000	سنة 2003	سنة 2006	سنة 2009	سنة 2012	سنة 2015[3]	سنة 2018[4]
الجزائر						70/71(المركز) 360/490(النقاط)	
المغرب							73/78(المركز) 368/489(النقاط)

الجدول (1): نتائج البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (Pisa) في الرياضيات لدولتي الجزائر والمغرب.

I-4). أهمية الدراسة :

ندرس في هذه المذكرة مفهوم الاشتقاق وذلك بدراسة مقارنة بين المنهاج الجزائري والمنهاج المغربي، وذلك بكشف نقاط التشابه ونقاط الاختلاف في تعليم وتعلم مفهوم المشتق بين المنهاجين، فمن خلال هذه المقارنة نحاول إظهار مواطن القوة للتأكيد عليها وأخذها بعين الاعتبار، ومواطن الضعف لتجنبها ومحاولة تغيرها، نوجه هذه الدراسة إلى مصممي المناهج، نأمل من خلال هذه الدراسة تحديد المشاكل والمصاعب في المنهاج وذلك لتجنبها خلال إجراء التعديلات وتطوير المنهاج في المستقبل.

[2] https://www.moe.gov.ae/Ar/ImportantLinks/InternationalAssessments/Documents/PISA-Brochure-Ar.pdf
[3] https://www.moe.gov.ae/Arabic/Docs/Assessment2014/PISA/PISA2015%20Media%20Report.pdf
[4] https://www.oecd.org/pisa/PISA2018%20_Resum%C3%A9s_I-II-III.pdf

I-5). حدود الدراسة :

تقتصر دراستنا على الحدود التالية :

- تحليل مناهج الرياضيات المعتمدة من طرف وزارة التربية والتعليم في كل من الجزائر و المغرب (السنة الثانية والثالثة من التعليم الثانوي في الجزائر، والسنة أولى بكالوريا والثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي في المغرب) للسنة الدراسية 2021/2020.
- تحليل كتاب الرياضيات للسنة الثانية والثالثة من التعليم الثانوي في الجزائر والسنة الأولى وثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي في المغرب للسنة الدراسية 2021/2020.

I-6). مفاهيم ونظريات متعلقة بموضوع الدراسة:

نعرض المفاهيم و النظريات الأساسية والتي لها علاقة بموضوع الدراسة

I-6.a). الديداكتيك أو التعلمية:

ظهر مصطلح الديداكتيك (La Didactique) في النصف الثاني من القرن العشرين الديداكتيك لفظ قديم، أصله من الكلمة اليونانية "Didaktikos" ، وتعني كل ما يختص بالتدريس، أو التعليم. ومعناه فن التدريس. (أحمد أوزي/.2006. ص140) ولقد عرفها آدم سميث (Adam smith,1962)
على أنها : " فرع من فروع التربية، موضوعها خلاصة العلاقات بين الوضعيات التربوية، وموضوعاتها ووسائلها وكل ذلك في إطار وضعية بيداغوجية، وعرفها ميلاري (Mialaret, 1962) بأنها : "مجموعة الطرق وأساليب وتقنيات التعلم". أما بروسو(Brousseau, 1983) فيقول : "إن الموضوع الأساسي للتعليمية هو دراسة الشروط اللازم توفرها في الوضعيات أو المشكلات التي تقترح للتلميذ قصد السماح له بإظهار الكيفية التي يشغل بها تصوراته المثالية او رفضها" ."وقال ايضا:" التعليمية هي الدراسة العلمية لتنظيم وضعيات التعلم التي يندرج فيها الطالب لبلوغ اهداف معرفية ". نعلم ان للتعليمية علاقة بالمعرفة، بينما المعرفة تتفرع إلى عدة مواد، وهذا ما يجعل من تعريف التعليمية مختلفا من مادة إلى اخرى حيث تختص كل مادة بمفاهيمها ونظرياتها، وتطورها مستقل عن باقي المواد بسبب بحثها عن حلول لمشاكلها الخاصة التي لا تتفق بالضرورة مع التعليميات الأخرى. الديداكتيك إذن حسب هذه التعاريف استراتيجية تعليمية، بمعنى خطة، ترمي إلى تحقيق أهداف تعليمية. وتواجه هذه الاستراتيجية مشكلات المتعلم، لهدف تسهيل عملية تعلمه.

b.6-I). النظرية الأنثروبولوجية للشأن التعليمي (TAD):

يعتبر التحويل التعليمي عملية اساسية للنظرية الأنثروبولوجية للتعليمات كما يشرح شوفلارد (Chevallard, 1998) وأكدته بعده عدة ابحاث متتالية فإن التحول التعليمي ليس مجرد نقل أو تكييف أو تبسيط على العكس فهي عملية تفكيك وإعادة بناء لعناصر مختلفة من المعرفة بهدف جعلها قابلة للتعليم مع الحفاظ على قوتها وطابعها الوظيفي، بالمعنى الذي يجعل العلاقة المؤسّساتيّة بالرياضيات تختلف ولها أشكال خاصة. ليس مستبعدا أن تنتج مشاكل مرتبطة بهذا الانتقال تفسر بعض السلوكيات في طريقة تعليم الرياضيات في الثانوي.

تمكننا نظرية (TAD) الأخذ بعين الاعتبار أن المعارف وتطبيقاتها تختلف من مؤسسة إلى أخرى، وهذا يظهر جليا في تنظيم المعارف داخل المؤسسات، هذا التنظيم مرتبط بالتطبيق من جهة والخطاب حول المحتوى من جهة أخرى تم اختيار تنظيم المحتوى من أجل تعيين الاتحاد بين الكتلتين كتلة التطبيق التقني المكونة من أنواع من المهام والتقنيات لإنجازها، وكتلة "التكنولوجية - النظريةً" المكونة من خطابات تكنولوجية ونظريات تفسر وتبرر التقنيات المستعملة لإنجاز مهام في إطار مؤسّساتي. إن كلمة تنظيم المحتوى لا تعني دراسة الممارسة الإنسانية بقدر ما تعني المزاوجة بين علم الممارسة الحقيقية على مستوى المؤسسة أو الشخص. حسب شوفلارد (1997) فإنّ دور الأستاذ في الميدان، يمكن التعبير عنه بنوع من المهام مصحوبًا بطريقة عمل أو تقنية. الكتلة المكونة من مهمة - تقنية تحدد المهارة ولا يمكنها العيش في حالة منعزلة بل في محيط تكنولوجي - نظري. كل تنظيم للمحتوى له نظام للمهام يطور وينظم التقنيات والتكنولوجيات والنظريات، هذا النظام مركب من التنظيم الرياضياتي والتنظيم التعليمي. يتم إسقاط كل نشاط إنساني ومؤسساتي على أربعة مراحل أساسية (المهمة T؛ التقنية τ؛ التكنولوجيا θ؛ النظرية Θ).

- **(T) المهمة أو نوع المهمة:** يمكن تجزئة أي نشاط إنساني إلى مهمة أو أنواع من المهمات، والتي يمكن تحديدها من خلال تجزئة الممارسة. وتعتبر المهمة الوحدة الجزئية المكونة لكل نشاط تعليمي.
- **(τ) التقنية أو التقنيات المستخدمة لتحقيق المهمة:** هي طريقة عمل يتم من خلالها إنجاز المهمة. تتكون الحياة التعليمية من مجموعة موسعة من المهمات تنجز عبر تقنيات مختلفة.
- **(θ) التكنولوجيا**: هي الخطاب العقلاني الذي يفسر التقنية ويجعلها مفهومة، ويبررها لاستعمالها في تحقيق المهمة. هذا الخطاب العقلاني هو الذي يؤمن للتقنية استمرار استعمالها داخل إطار تعليمي.
- **(Θ) النظرية**: يجب على الخطاب التكنولوجي لتقنية ما أن يكون مفهوما وأن يعتمد على نظرية ليستند عليها من أجل تبرير الأدلة التي يحملها ويستخدمها في تفسّير التقنية. تعتبر النظرية خطابًا عقلانيًا يدعم الخطاب التكنولوجي ويزوده بالأسس النظرية التي يجب اعتمادها في شرح وتبرير التقنية.

مثال:

المهمة:

حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد من الشكل

$$t_1 = 2x + 5 = 1 \quad ; t_2 = 5(x-3) = 2x + 1$$

t_1 , t_2 هما مهمتان مأخوذتان من نفس نوع المهام $\boldsymbol{T}$ حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

التقنيات :

- نشر المعدلة.
- نقل المعاليم الى طرف و المجاهيل الى طرف.
- تبسيط المعادلة.
- حل المعادلة من الشكل $ax = b$.

التكنلوجيا:

- بالنسبة الى "نقل المجاهيل الى طرف و المعاليم الى طرف" تعطى التكنولوجيا بالقاعدة التالية:

$a + b = b + c$ اذا وفقط اذا كان $a = b$

النظرية:

- $(\mathbb{R}, +, *)$ هي حلقة تجميعية.

I-6.c). نظرية أداة – موضوع:

أ- **الأداة:** نقصد بالأداة وظيفتها العملية في مختلف المشاكل أين يتدخل المفهوم في حلها. في كل مرة تلعب الأداة دورا في حفظ العلاقات بين المفهوم والمفاهيم الأخرى اللازمة لحل مشكل. بمعنى أننا لا نهتم بمفهوم واحد بل بشبكة من المفاهيم.

ب- **الموضوع:** يعتبر الموضوع الرياضياتي كمفهوم ثقافي مندمج في بناء ثقافي متسع. فالمعارف العلمية كانت في وقت ما معارف مرجعية ونقصد بها معرفة العالم.

تقترح جدلية أداة ـ موضوع الأخذ في الحسبان النظام الأساسي الذي يتمتّع به كائن رياضياتي في نشاط ما معطى، وكذا التغييرات على هذا النظام. تكون المعرفة «أداة» لما يستخدم في حل مشكلة و«موضوع» لما يدرس لذاته وخصائصه الرياضياتية. إذ أن المفاهيم الضمنية لدرس معين، لا تظهر إلا من خلال تحضير الدرس الذي يلقى للطلبة أو التلاميذ، وبالتالي نسقط في فخ عدم إمكانية استعمال مفهوم لم يعرف بعد كأداة لبناء مفهوم جديد، مما يؤدي بنا إلى أحد التصرفين: إما أن نتركه ضمنياّ وإما أن نجعله موضوعا يعرف أوليا ويؤخذ منه ما يناسب المقام.

إذن نحن أمام الواقعية التالية:

- لا يمكن استعمال نظرية ما لم تبرهن.
- لا يمكن استعمال مفهوم ما لم يعرّف من قبل.

إن التمييز بين خاصية الأداة وخاصية الموضوع هي مناسبة لمفهوم رياضياتي، فيكون للمفهوم معنى من خلال خاصية الموضوع. في هذا الخصوص، هناك جانب أخر مهم، كون المفهوم لا يشارك بنهج منعزل في مشكل، مثلا: علاقة قياس الأطوال، والمساحات والأحجام هي مشتركة في التمثيل الفضائي. يأخذ المفهوم أيضا معناه من خلال العلاقات التي تختلط مع المفاهيم الأخرى المشاركة في نفس المشكل. تتناسب الأداة مع المشكل، وهي التي تكون ضرورية أو فعالة من أجل الحل. يمكن أن تكون مناسبة في أكثر من مشكل. مثلا، الأعداد العشرية تخدم التقريب من أجل العدد الحقيقي، الذي يكون مهمًا في أي مشكل للتقريبات العددية. كثيرة هي الأدوات التي يمكن أن تكون مناسبة في العديد من المجالات (فيزيائية، هندسية، عددية، بيانية،...)، كل مجال له أهداف ويحتوي على علاقات وصياغات.

*** مثال:**

المشتق لديه مفهوم سنطرق له لاحقا يجعل منه موضوع دراسة، وفي المقابل نستعمل المشتق في دراسة تغيرات الدوال العددية وهذا يجعله يأخذ خاصية أداة.

بالنسبة للتلميذ، خاصية الأداة يمكن أن تكون ضمنية أو واضحة، نتكلم على أداة ضمنية لما التلميذ يوظف مفهوما أو تقنية في حل مشكل، من دون تمكنه من شرح ما يقوم به، أو عدم تعرفه بالضرورة على شروط العمل. مثلا، لما يقول التلميذ: " بما أن أضلاع المربع تتغير من 3cm إلى 4cm، المساحة تتغير من $9cm^2$ إلى $16cm^2$، وعليه توجد لحظة تكون فيها المساحة بقيمةً $12cm^2$" يستخدم ضمنيا استمرار الدالة على مجال (الاستمرار هو أداة ضمنية) والأولوية لنظرية القيم المتوسطة. وذلك كالتالي:

f دالة معرفة و مستمرة على مجال $[a;b]$ *من اجل كل عدد حقيقي* k *حيث:* $f(a) < k < f(b)$

فإنه يوجد على الأقل العدد الحقيقي c *حيث:* $a < c < b$ *يحقق :* $f(c) = k$

d.6-I). حقل المفاهيم:

يركز على أن المفهوم لا يكون عنصرا من العلم ولا يمتلك هيكلة معرفية إلا إذا انتظم في شبكة من العلاقات مع المفاهيم الاخرى، يرمي إلى فهم التقاطعات بين المفاهيم والمعارف.

مثال:

موضوع دراستنا هو الاشتقاق مرتبط بمفاهيم رياضياتية اخرى كالدوال والنهايات والاستمرار ...

II- الفصل الثانى:

منهجية الدراسة

نتطرق في الفصل الثاني إلى:

- **تاريخ الاشتقاق.**
- **الجانب البيداغوجي التعليمي.**
- **مفهوم الاستمرار.**
- **مفهوم النهاية.**
- **مفهوم الاشتقاق.**
- **منهجية الدراسة.**

I-1). تاريخ الاشتقاق:

تاريخ مفهوم "الاشتقاق" معقد جدا، لذلك حاولنا أن نعطي فكرة مبسطة عن تاريخه. كان للمشتق وجود في العصور القديمة لكن بصفة ثانوية ومخفية. كان الإغريق مهتمين بالمساحة بين الرسم البياني لدالة وقاطع له وتحديد خط المماس عند نقطة، وبحلول القرن السابع عشر، شهد الميدان الرياضياتي للتحليل العددي نقلة نوعية من خلال عمل لايبنتز (1646-1716) ونيوتن (1643-1727) في حساب التفاضل والتكامل. وقد أرادوا حساب السرعة اللحظية لجسم حيث انهم كانوا قادرين على حساب السرعة المتوسطة فقط. التي تمثل نسبة تغير المسافة بنسبة لزمن، تمّ التعامل بصفة خاصة مع فكرة اللامتناه في الصغر وعلاقته بالتكامل، فظهر مفهوم الاشتقاق في كتابات لايبنتز ونيوتن الخاصة بالتفاضل. يسجل أن باسكال (1623-1662) كان أول شخص قام بدراسات حول مفهوم المماس للمنحنى وسماها بالمؤثرات. لكن فيرما (1601-1665) اقترح طريقة أكثر عمومية تتعلق برسم مماس لمنحنى عند نقطة. كما اقترح أيضا طريقة للبحث عن القيم العظمى والصغرى. كذلك عمل روبرفال (G.P. Roberval) على المماس في سياق حركي، سماه هو الآخر بالمؤثر فيكون المماس لمنحنى في نقطة هو اتجاه حركة هذه النقطة.وضع لايبنتز نظرية الأعداد اللامتناهية في الصغر حيث استخدم عدة ترميزات من أجل تطبيقها في الرياضيات والفيزياء. لكن كارنو (1753-1823) حسنها مما سمح بإعطاء التعاريف الأساسية لحساب التفاضل والتكامل، مستخدما اللامتناه في الصغر في الحساب حيث وضع له مبادئ دقيقة، كما عرف التفاضل بالاختلاف بين قيمتين متعاقبتين لنفس المتغير. شارك لوبيطال (1696)، في نهاية القرن السابع عشر في توسيع نظرية الأعداد اللامتناهية في الصغر خصوصا عند استخدامه المشتق من أجل حساب النهاية في حالة الأشكال الغير محدودة الشاذة. قدم دالامبير (1717-1783) تعريفا دقيقا للعدد المشتقّ كنهاية لنسبة التزايد (مثل ما هو مستعمل في التعليم الحالي)، لكن الإشكال كان في مفهوم النهاية حيث لم يتم إنشاء $\mathbb{R}$ شكليا.

رفض لاغرانج (1736-1813) افتراضات اللامتناه في الصغر للايبنتز نظرا لصعوباتها . كما أعطى في نظرية الدوال التحليلية تقريبا للمشتق مستعملا الترميز الشائع $f'(x)$.

انتقد كوشي (Cauchy) (1789-1857) في سنة (1823) استخدام سلاسل تايلور (Taylor) من طرف لاغرانج، وأدرج اللامتناه في الصغر كنهاية، أدت أعمال فيرشستراس، في منتصف القرن التاسع عشر، إلى صيغة نهائية لمفهوم الاشتقاق معتمدا على النهايات.

I-2). الجانب البيداغوجي التعليمي:

مفهوم الاشتقاق معقد، فإن معالجته بصفة واضحة تتطلب مقارنته ببرامج التعليم الثانوي (في مختلف الأنظمة التربوية). فالاشتقاق عند عدد حقيقي، معرفة انطلاقا من مفهوم النهاية. إنها مفهوم محلي (لا يتبع إلا شروط الدالة في مجال العدد الحقيقي المفروض). عند وجود العدد المشتق، فإنه يفسر بعدة أشكال: فهو

مرتبط بالتقريب التآلفي من الوجهة العددية، وبالمماس من الوجهة الهندسية، وبالسرعة اللحظية من وجهة علم الحركة، وبالكلفة الهامشية في الجانب الاقتصادي. لكن في مرحلة ثانية، يتم الانتقال من المنظور النقطي إلى الإجمالي ليتم تعريف الاشتقاق في مجال. نهتم هنا بتغيرات الدوال ومشاكل الأمثلة، حيث يتم تطوير الحساب الاشتقاقي باستعمال خوارزميات تساعد على إنجاح برمجيات الحساب الشكلي.

I-3). مفهوم الاستمرار:

من خلال مفهوم "الاستمرار" يتم دراسة توزيع قيم الدالة على كل نقطة من مجال التعريف، ويمكننا القول إن الدالة مستمر إذا كان الخط الواصل بين جميع النقاط المستقر غير منقطع، بالطبع قد تكون الدالة غير مستمر على المجال كله، ولكن تكون مستمرة على مجالات جزئية منه.

I-3.a). مفهوم الاستمرار في التعليم الثانوي:

لتكن الدالة f *معرفة على مجال* I من $\mathbb{R}$ و a عدد حقيقي ينتمي إلى I .

نقول أن الدالة f *مستمرة عند* a إذا كانت نهاية الدالة f *عند* a هي $f(a)$. ونكتب:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

" تكون الدالة f *مستمرة على مجال* I *اذا كانت* الدالة f *مستمرة مهما كان* a عدد حقيقي ينتمي إلى I ".

ونفسر هذا هندسيا: يتم رسم بيان الدالة f *على المجال* I دون رفع القلم.

ملاحظة: اذا كانت

$$\lim_{\substack{x \to a \\ >}} f(x) = l$$

$$\lim_{\substack{x \to a \\ <}} f(x) = l'$$

حيث $l' \neq l$ نقول الدالة f غير مستمرة عند a . من جهة اخرى

- اذا كانت $f(a) = l$ فإن الدالة f مستمرة على يمين a .
- اذا كانت $f(a) = l'$ فإن الدالة f مستمرة على يسار a .

مثال: الدوال المثلثية $(\cos x \,;\, \sin x)$ مستمرة علة مجال تعريفها.

I-3.b). مفهوم الاستمرار في التعليم العالي (الجامعة):

هنالك أكثر من تعريف للاستمرارية دالة، وبالإمكان إثبات تكافئ هذه التعاريف، أي أنه إذا فرضنا أن الدالة مستمرة وفق أحد التعريفات فيمكن برهنة استمرارها وفق التعريفات الأخرى.

أ- تعريف الاستمرار بحسب كوشي (إبسيلون - دلتا):

لتكن الدالة f *معرفة على مجال* I *من* $\mathbb{R}$ و a عدد حقيقي ينتمي إلى I .

تكون الدالة f مستمرة عند a ، اذا تحقق : لكل $0 < \varepsilon$ ، مهما كان صغيرا، يوجد عدد $0 < \delta$ ،

حيث: مهما كان x ينتمي إلى I *والذي يحقق:*

$$a - \delta < x < a + \delta$$

والذي يحقق التالي بالنسبة لـ $f(x)$

$$f(a) - \varepsilon < f(x) < f(a) + \varepsilon$$

وايضا اذا كانت المجموعات I وD ، هي مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

ولتكن الدالة f *حيث:*

$$f: I \to D$$

اذا كانت الدالة f *مستمرة عند النقطة* a من المجال I *ذلك يعني انه لكل* $\varepsilon > 0$ ،
يوجد *العدد* $\delta > 0$ ، يحقق من أجل كل x *من* I .

$$|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| \leq \varepsilon$$

إن أول من برهن استمرارية دالة بهذه الطريقة كان الرياضي " وغستين كوشي". ولتفسير هذا التعريف بصورة بديهية: إذا اخترنا أي جوار لـ ε، مهما كان صغيرا لـ $f(a)$، فبي الإمكان إيجاد جوار δ لـ a بحيث تكون قيم الدالة f في الجوار δ موجودة كلها في الجوار ε .

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

$$\Leftrightarrow \ \forall \varepsilon > 0 \ \ \exists \delta(\varepsilon) > 0 \ \ , \forall x \in I : \ |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| \leq \varepsilon$$

مثال: $f(x) = x$ دالة معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

الدالة $f(x)$ مستمرة عند كل a من $\mathbb{R}$، ذلك لأن:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta = \varepsilon > 0 \quad , \forall x \in I : \quad |x - a| < \delta \Rightarrow |x - a| < \varepsilon$$

ب- تعريف الاستمرار بحسب النهاية:

أول من وضع هذا التعريف كان الرياضي الألماني "إدوارد هاينه ". ويقضي التعريف بأن الدالة f الحقيقية تكون مستمرة إذا كانت كل متتالية (x_n) تحقق:

$$\lim_{n \to \infty} x_n = L \qquad , L \in \mathbb{R}$$

ملاحظة: نفرض أن كل حدود المتتالية، ونهايتها كذلك، محتوات في مجال تعريف الدالة.

والذي يحقق كذلك:

$$\lim_{n \to \infty} f(x_n) = f(L) \qquad , L \in \mathbb{R}$$

والمقصود بهذا أن نهاية الدالة f عند اقترابها من نهاية المتتالية (x_n) تساوي قيمة الدالة عند نهاية المتتالية (x_n) أي $f(L)$.

أمثلة:

- جميع الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية ودوال الجذر التربيعي والدوال المثلثية ودوال القيمة المطلقة جميعها دوال مستمرة إما على مجال تعريفها او على مجال جزئي من مجال تعريفها.
- هنالك بعض الدوال غير مستمرة في أية نقطة في مجال تعريفها. أشهرها تسمى دالة ديريخليه، على اسم العالم الألماني يوهان ديريخليه، وتعريفها كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & if \ \ x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ 1 & if \ \ x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

ت- استمرارية أحادية الجهة:

تكون بعض الدوال مستمرة من جهة واحدة فقط، أي مستمرة من جهة اليسار أو من جهة اليمين. وتعرف الدالة المستمرة من اليمين بهذا الشكل: لكل نقطة a من مجال تعريف الدالة f، إذا اقتربنا إلى

النقطة a من جهة اليمين فقط، نقول أن الدالة f مستمرة على يمين النقطة a. من ناحية تعريف كوشي، فإنه يشبه التعريف الأصلي مع تعديلات بسيطة

- تكون الدالة f مستمرة على يمين النقطة a (a محتوات في مجال تعريف الدالة f) إذا تحقق ما يلي: لكل $\varepsilon > 0$ ، *يوجد العدد* $\delta > 0$ بحيث:

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

- تكون الدالة f مستمرة على يسار النقطة a (a محتوات في مجال تعريف الدالة f) إذا تحقق ما يلي: لكل $\varepsilon > 0$ ، *يوجد العدد* $\delta > 0$ بحيث:

$$-\delta < |x - a| < 0 \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

ث- الاستمرار المنتظم:

لتكن الدالة f معرفة على I نقول أن f مستمرة بانتظام على I إذا وفقط إذا:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta(\varepsilon) > 0 \quad , \forall x, x' \in I : \quad |x - x'| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x')| < \varepsilon$$

مثال: الدالة $\sin x$ مستمرة بانتظام على مجال تعريفها ذلك لأن:

$$|f(x) - f(x')| = |\sin x - \sin x'| = \left|2 \sin \frac{x-x'}{2} \cos \frac{x+x'}{2}\right|$$

$$\leq 2\left|\sin \frac{x-x'}{2}\right| \leq |x - x'| \leq \varepsilon$$

يكفي أخذ $\delta = \varepsilon$

I-4). مفهوم النهاية:

تتم دراسة الدوال العددية على مجالات محددة بقيم معينة، أو يمكن ان تكون على مجالات غير محددة، كأن ندرس على مجال يمتد بين اللانهاية السالبة واللانهاية الموجبة مهما كانت حدود المجال فيجب علينا أن نعلم أين تنتهي قيم الدالة عند أطراف المجال المدروس، سواء أكانت قيمة محددة أو قيمة غير محددة (لانهاية).

I-4.a).مفهوم النهاية في تعليم الثانوي:

أ- نهاية منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$:

لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل $]\,;+\infty[$، و I عدد حقيقي . نقول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي l. يعني أن كل مجال مفتوح يشمل العدد l يشمل كل القيم $f(x)$ *من أجل* x *كبير بالقدر الكافي. ونكتب:*

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$$

مثال: $f(x) = \frac{1}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$$

ب- نهاية غير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$:

- لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل $[a\,;+\infty[$، نقول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي $+\infty$ *يعني* أن كل مجال من الشكل $[A\,;+\infty[$ $(A \in \mathbb{R})$، يشمل كل القيم $f(x)$ *من أجل* x *كبير بالقدر الكافي. ونكتب :*

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

- لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل $[a;+\infty[$، نقول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي $-\infty$ *يعني* أن كل مجال من الشكل $]-\infty\,;B]$ $(B \in \mathbb{R})$، يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x كبير بالقدر الكافي. ونكتب :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$

ملاحظة: نفس تعريفين لما x يؤول إلى $-\infty$.

مثال: $f(x) = x^2$ معرفة على $\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to-\infty} x^2 = +\infty \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$$

ت- نهاية منتهية عند عدد حقيقي:

لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل $]a\,;x_0[\,\cup\,]x_0;b[$ و l عدد حقيقي. نقول أن نهاية الدالة f عند x_0 هي l. يعني أن كل مجال مفتوح يشمل العدد l يشمل كل القيم $f(x)$ *من أجل* x *قريب بالقدر الكافي* من x_0. ونكتب :

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = l$$

مثال: $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ث- نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي:

لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل $]a\,;x_0[\,\cup\,]x_0;b[$. نقول أن نهاية الدالة f عند x_0 هي $+\infty$ يعني أن كل مجال *من الشكل* $]A\,;+\infty[$ $(A \in \mathbb{R})$، يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x قريب بالقدر الكافي من x_0. ونكتب :

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = +\infty$$

مثال: $f(x) = \frac{1}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$

$$\lim_{\substack{x\to \mathbf{0} \\ >}} \frac{1}{x} = +\infty \qquad ; \qquad \lim_{\substack{x\to \mathbf{0} \\ <}} \frac{1}{x} = -\infty$$

b.4-II). مفهوم النهاية في تعليم العالي (الجامعة):

لتكن الدالة f معرفة كالتالي: $\quad D \subset \mathbb{R}\,, \quad f: D \to \mathbb{R}$

نقول أن $f(x)$ تقترب من L بشكل كبير(L ينتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$)، يعني أنه يوجد $\varepsilon > 0$ ، صغير بالشكل الكافي ،يحقق:

$$|f(x) - L| \leq \varepsilon$$

من جهة اخرى نقوا أن x يقترب من a ، بشكل كبير(a ينتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$)،
يعني أنه يوجد $\delta > 0$ ، اذا نهاية الدالة $f(x)$ لما يقترب x من a هي L . *ونكتب:*

$$x \in D, \qquad |x-a| \le \delta \Rightarrow |f(x) - L| \le \varepsilon$$

ملاحظة: اذا اخذنا $\delta_1 > 0$, $\varepsilon_1 > 0$ قيم لتقريب تكون العبارة كالتلى:

$$x \in D, \qquad |x-a| \le \delta_1 \Rightarrow |f(x) - L| \le \varepsilon_1$$

نقصد بهذا يستلزم ان نجد قيمة $\delta > 0$ ، كلما اخترنا $\varepsilon > 0$ ، صغير بالشكل الكافي ، بحيث يكون:

$$x \in D, \qquad |x-a| \le \delta \Rightarrow |f(x) - L| \le \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow \ \forall\varepsilon > 0 \ \ \exists\delta(\varepsilon) > 0 \ ,\forall x \in I : \ |x-a| \le \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| \le \varepsilon$$

تنبيه: لا يمكن التكلم عن نهاية عند نقطة لا تكون الدالة f معرفة بجوارها.

مثال: نأخذ الدالة ثابت $f \equiv k$ على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ تقبل k نهاية لها عند اي نقطة a من $\mathbb{R}$. من أجل كل $\varepsilon > 0$ لدينا:

$$|x-a| \le \delta \Rightarrow |f(k) - k| = 0 \le \varepsilon$$

يكفي أخذ $\delta = \varepsilon$

II-5). مفهوم الاشتقاق:

يمكن تعريف المشتق عند نقطة ما ببساطة على أنه المماس للرسم البياني الذي يمثل الدالة أو هو معدل تغير الدالة خلال لحظة في غاية الصغر وبصيغة أخرى :هو أصغر تغير يطرأ على الدالة خلال أصغر مدة ممكنة.

II-5.a). مفهوم الاشتقاق في تعليم الثانوي:

أ- قابلية الاشتقاق في نقطة:

لتكن الدالة f معرفة على مجال مفتوح I ، *ولتكن* ($x_0 \in I$)،

نقول أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة x_0 إذا وفقط إذا وجد العدد الحقيقي l الذي يحقق:

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l$$

l هو العدد المشقق للدالة f عند النقطة x_0 ونكتب:

$$f'(x_0) = l$$

بوضع $x = x_0 + h$ *نجد:*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$$

ب- قابلية الاشتقاق في مجال:

- تكون الدالة f قابلة للاشتقاق على مجال I إذا كانت قابلة للاشتقاق على جميع القيم x_0 من المجال I ($x_0 \in I$).
- لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل$]x_0 ; \ x_0 + a[$، حيث $a > 0$. نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق على يمين x_0 إذا وجد l عدد حقيقي منتهي ويحقق:

$$\lim_{\substack{x \to x_0 \\ >}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l$$

- لتكن الدالة f معرفة على مجال من الشكل$]x_0 - a ; \ x_0[$، حيث $a > 0$. نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق على يسار x_0 إذا وجد l' عدد حقيقي منتهي ويحقق:

$$\lim_{\substack{x \to a \\ <}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l'$$

- اذا قمنا باشتقاق الدالة المشتقة $f'(x)$ نتحصل على الدالة المشتقة الثانية $(x)''f$.

b.5-II). مفهوم الاشتقاق في التعليم العالي (الجامعة):

زيادة على تواجد مفهوم المشتق في التعليم الثانوي، فإن كتب التعليم الجامعي هي الأخرى تحوي نفس المفهوم الذي يدرس في الثانوية ولكن في تعليم الثانوي يستعمل المشتق كأداة في دراسة تغير الدوال البسيطة وتحديد جدول تغيراتها. في المقابل تهتم الكتب الجامعية كثيرا بدراسة مفهوم واستخدامات المشتق. تحتوي هذه الكتب على عدة ميادين، نختص بذكر الميادين ذات الصلة بمفهوم المشتق:

- الدوال الحقيقية لمتغير حقيقي (عموميات، نهاية دالة، نظريات حول النهايات، عمليات على النهايات، النهاية العليا والدنيا، مقارنة الدوال بجوار نقطة...).
- الدوال المستمرة (تعاريف، عمليات، نظريات، التمديد بالاستمرار، خواص الدوال الرتيبة على مجال، نظريات النقطة الثابتة...).
- الدوال القابلة للاشتقاق (تعاريف وخواص، نظرية رول، نظرية التزايدات المنتهية، تطبيقات، نظرية التزايدات المنتهية المعممة، دساتير تايلور، البحث عن القيم القصوى، الدوال المحدبة، قابلية الدوال المحدبة للاشتقاق...).
- النشر المحدود (النشر المحدود من الرتبة n بجوار 0، النشور المحدودة لماك لوران، عمليات النشر المحدود بجوار نقطة x_0، النشر المحدود المعمم...).

بتعدد استخدامات المشتق ظهرت عدة رموز للمشتق نذكر منها:

صيغة لايبنتز : $\frac{df}{dx}$، التي تكافئ الصيغة $\frac{d(f(x))}{dx}$.

صيغة لاغرانج : $f'(x)$ أو y' وهي الصيغة الأكثر استعمالا في الرياضيات المعاصرة .

صيغة إسحاق نيوتن : $\dot{f}(x)$ أو $\dot{y}$ ، تستعمل خاصة في الفيزياء .

صيغة ليونهارد أويلر : $\mathcal{D}_x f(x)$

II-6). منهجية الدارسة:

نستخدم في هذه الدراسة أداة للتحليل و المتمثلة في نظرية التطبيق العلمي للرياضيات (praxéologie mathématique)[5] لـ (*Chevallard, 1998*) التي هيا اساس النظرية الأنثروبولوجية لشأن التعليمي تكلمنا عنها في الفصل الأول، التي تنص على ان كل نشاط رياضي يملك تنظيما للمحتوى من أربع عناصر (المهمة T؛ التقنية τ؛ التكنلوجيا θ؛ النظرية Θ).

وكذلك استعمال منهج المقارنة وذلك بدراسة الوصف التحليلي، لمجموعة من الوثائق التي تحوي البيانات الضرورية (المناهج والكتب المدرسية) لكل من الجزائر والمغرب. ثم مقارنتها باستخدام منهج المقارنة.

---

[5] CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique, Actes de l'U.E. de la Rochelle.

III- الفصل الثالث:

الجانب التطبيقي

نتطرق في الفصل الثالث إلى:

- **دراسة المنـاهج.**
- **المقارنـة بين المنـاهج.**
- **دراسة الكتب المدرسية.**
- **المقارنـة بين الكتب المدرسية.**
- **مشاكل متعلقة بتعليم وتعلم المشتق.**
- **حلول مقترحة.**

نتطرق في هذا الفصل لتحليل المقارن بين الصفوف: الثانية ثانوي من التعليم الجزائري وأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي المغربي ؛ السنة الثالثة ثانوي من التعليم الجزائري والثانية بكالوريا من التعليم الثانوي المغربي حول موضوع "الاشتقاق" من خلال دراسة المناهج المعتمدة والكتب المدرسية لكل من السياقين، من خلا هذا التحليل نضع أسئلة تبين أوجه التشابه و الاختلاف في العلاقة المؤسسية مع مفهوم الاشتقاق في كل من البلدين (الجزائر والمغرب).

- ما أنواع المهام الموجودة ؟
- ما هي تقنيات الحساب المستعملة ؟
- ما هي تطبيقات الاشتقاق الموجودة ؟

للإجابة على هذه الأسئلة نقوم بدراسة الكتاب المدرسي والمنهاج لكل من المؤسستين.

III-1). دراسة المناهج:

1 /- الجزائر:

الأهداف العامة لتدريس الرياضيات في الطور الثانوي:

تحتل الرياضيات في التعليم الثانوي مكانة مميزة، تستمدها من مساهمتها الفعالة في تحقيق الأغراض المحددة لهذا التعليم. الأمر الذي يتعين معه تحديد وظيفة تعليم الرياضيات في تكوين التلميذ عقليا ووجدانيا. هذا التعليم ينبغي ان يكون ملائما لواقع التلميذ، منسجما مع المعطيات الثقافية والاجتماعية، متفتحا على التطورات يندرج ذلك في استعمال الإعلام الآلي والآلة الحاسبة العلمية، ويمكن إجمال هذه الأهداف في التالي:

- اكتساب التلميذ قيما واتجاهات ايجابية تجاه الرياضيات، وإعطائه الثقة في النفس لممارسة الرياضيات.
- تنمية قدرة التلميذ على حل المسائل.
- تنمية قدرة التلميذ على التواصل رياضيا.
- تنمية قدرة التلميذ على استعمال الاستدلال الرياضياتي.
- تزويد التلميذ بأساس متين في الرياضيات يؤهله لدراسات مستقبلية.

الاشتقاق في المنهاج الجزائري للتعليم الثانوي:

يتم تدريس الاشتقاق في السنة الثانية والثالثة من التعليم الثانوي في إطار المنظور العام لإصلاح المنظومة التربوية في الجزائر(2004)، سواء من حيث المنطلقات أو من حيث المبررات. ويسعى هذا الإصلاح إلى استمرار التعلّمات التي شرع فيها منذ المرحلة الابتدائية، ضمن مسلك يراعي بناء المعرفة وفق متطلبات المقاربة بالكفاءات والتعليم المتسلسل. كما يجعل من حل المشكلات مسرحا لكثير من عمليات الفعل (التعليمي/التعلمي) خاصة تلك المشكلات المستمدة من الواقع أو التي لها علاقة به. لذلك فحل المشكلات يساعد التلميذ على تكوين نظرة إيجابية لرياضيات على أساس أنها تستمد مواضيعها من الواقع الذي يعيشه، زيادة على المساهمة في بناء الفكر، وبذلك اعطاء أولوية لدور التلميذ في بناء المعرفة و توظيفها أكثر من إعطاءه أولوية للمعرفة بحد ذاتها.

أ- منهاج السنة الثانية ثانوي:

تم تطبيق المنهاج الجزائري الجديد للسنة الثانية ثانوي انطلاقا من السنة الدراسية 2007-2008 ومر على عدة تعديلات واصلاحات متتالية، يعتمد المنهج على نهج "المقاربة بالكفاءات" التي تعطي أهمية لدور التلميذ في بناء المعرفة وتوظيفها. يتم تقديم برنامج السنة الثانية ثانوي في الشعب (رياضيات، علوم تجريبية، تقني رياضي) لمادة الراضيات خلال السنة الدراسية وفق التوزيع الزمني المبين في الجدول(02) (وزارة التربية الوطنية 2020):

المادة: رياضيات	المستوى: السنة الثانية ثانوي	شعبة رياضيات		شعبة تقني رياضي		شعبة العلوم تجريبية	
الفصل الأول	الدوال	3 أسابيع	21 ساعة	3 أسابيع	21 ساعة	3 أسابيع	15 ساعة
	الاشتقاقية	أسبوعان ونصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	12 ساعة
	الإحصاء والاحتمالات	3 أسابيع	21 ساعة	3 أسابيع	21 ساعة	3 أسابيع	15 ساعة
	المرجح	أسبوع ونصف	10ساعات	أسبوع ونصف	10ساعات	أسبوع ونصف	08 ساعة
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	10ساعات
الفصل الثاني	النهايات	أسبوعان ونصف	17 ساعة	أسبوعان ونصف	17 ساعة	أسبوع ونصف	12 ساعة
	الزوايا الموجهة	أسبوع ونصف	11 ساعة	أسبوع ونصف	11 ساعة	أسبوع ونصف	08ساعات
	التحويلات النقطية	أسبوع ونصف	10ساعات	أسبوع ونصف	10ساعات	أسبوع ونصف	07ساعات
	الجداء السلمي	أسبوعان ونصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	13 ساعة
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	10ساعات
الفصل الثالث	المتتاليات	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	10ساعات
	الهندسة في الفضاء	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	10ساعات
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	10ساعات

الجدول(02): جدول التقسيم الساعي لمادة الرياضيات سنة ثانية ثانوي.

أ-1- تحليل منهاج السنة الثانية ثانوي:

يتم تدريس موضوع الاشتقاق في بداية الفصل الأول لمدة 18 ساعة لشعبة رياضيات والتقني رياضي، و 12 ساعة لشعبة العلوم التجريبية. ويتم تدرس النهايات[6] في بداية الفصل الثاني لمدة 17 ساعة لشعبة رياضيات والتقني رياضي، ولمدة 12 ساعة لشعبة العلوم تجريبية.

أ-2- الكفاءات المستهدفة في منهاج السنة الثانية ثانوي:

تعتبر السنة الثانية من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي حلقة الوصل بين بداية المرحلة الثانوية ونهايتها. يفترض أن التلميذ قد أكتسب، في السنة الأولى ثانوي، زادا معرفيا يؤهله لمواصلة بلورة ميله نحو الاهتمام بالمواد العلمية و وتنمية قدراته. ولتجسيد ذلك ، فإن الكفاءات الرياضياتية المستهدفة في نهاية السنة الثانية في مجال الاشتقاق والنهايات مبينة في الجدول (03)التالي:

المحتوى المعرفي	الكفاءات المستهدفة
الاشتقاقية	- التعرف على اشتقاقية دالة عند قيمة حقيقية . - التفسير الهندسي للعدد المشتق وتعيين معادلة المماس . - حساب مشتقات الدوال المألوفة. - دراسة اتجاه تغير دالة وتحديد القيم الحدية.
النهايات	- حساب نهايات دالّة عددية ودراسة سلوكها التقاربي. - التعرف على طبيعة متتالية عددية ودراسة اتجاه تغيرها.

الجدول(03): الكفاءات المستهدفة حسب منهاج السنة ثانية ثانوي.

[6] ينظم مفهوم الاشتقاق في شبكة من المفاهيم الاخرى كالنهايات والاستمرار.

ب- دراسة منهاج السنة الثالثة ثانوي:

تم تطبيق المنهاج الجزائري الجديد للسنة الثالثة ثانوي انطلاقا من السنة الدراسية 2007-2008 ومر على عدة تعديلات واصلاحات متتالية، يعتمد المنهج على نهج "المقاربة بالكفاءات" التي تعطي اهمية لدور التلميذ في بناء المعرفة وتوظيفها. يتم تقديم برنامج السنة الثانية ثانوي في الشعب (رياضيات، علوم تجريبية، تقني رياضي) لمادة الراضيات خلال السنة الدراسية وفق التوزيع الزمني المبين في الجدول(04) (وزارة التربية الوطنية 2020):

<table>
<tr><th>المادة: رياضيات</th><th>المستوى: السنة الثالثة ثانوي</th><th colspan="2">شعبة رياضيات</th><th colspan="2">شعبة تقني رياضي</th><th colspan="2">شعبة العلوم تجريبية</th></tr>
<tr><td rowspan="7">الفصل الأول</td><td>الدوال العدية (الاشتقاقية و الاستمرار)</td><td>أسبوعان وساعتان</td><td>16 ساعة</td><td>أسبوعان ونصف</td><td>14 ساعة</td><td>4 أسابيع</td><td>13 ساعة</td></tr>
<tr><td>الدالتان الأسية واللوغاريتمية</td><td>أسبوعان</td><td>14 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td></tr>
<tr><td>الدوال العددية (النهايات)</td><td>أسبوع</td><td>07 ساعة</td><td>أسبوع</td><td>06 ساعة</td><td rowspan="2">3 أسابيع</td><td>07 ساعة</td></tr>
<tr><td>التزايد المقارن ودراسة الدوال</td><td>أسبوع و 05ساعات</td><td>12ساعة</td><td>أسبوع ونصف</td><td>10ساعات</td><td>07 ساعة</td></tr>
<tr><td>المتتاليات العددية</td><td>أسبوعان</td><td>14 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>11 ساعة</td></tr>
<tr><td>الأعداد والحساب</td><td>أسبوع</td><td>7 ساعات</td><td>أسبوع</td><td>6 ساعات</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>تقويم ومعالجة</td><td>أسبوعان</td><td>14 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>10ساعات</td></tr>
<tr><td rowspan="4">الفصل الثاني</td><td>الأعداد والحساب</td><td>أسبوعان</td><td>14 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>الاحصاء و الاحتمالات</td><td>أسبوعان</td><td>15 ساعة</td><td>أسبوعان</td><td>12 ساعة</td><td>أسبوع ونصف</td><td>13 ساعة</td></tr>
<tr><td>الأعداد المركبة وتحويلات نقطية</td><td>3 أسابع</td><td>21 ساعة</td><td>3 أسابع ونصف</td><td>21 ساعة</td><td>4 أسابع ونصف</td><td>22 ساعة</td></tr>
<tr><td>الدوال الأصلية</td><td>أسبوع</td><td>6 ساعات</td><td>نصف</td><td>3 ساعات</td><td>أسبوع</td><td>5 ساعات</td></tr>
</table>

				أسبوع			
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوعان	12 ساعة	أسبوعان	10ساعات
	الدوال الأصلية (تابع)			نصف أسبوع	3 ساعة		
	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	10ساعات	أسبوع ونصف	9 ساعات	أسبوع ونصف	8 ساعات
الفصل الثالث	الهندسة في الفضاء	أسبوعان ونصف	18 ساعة	أسبوعان ونصف	15 ساعة	3 أسابيع	17 ساعة
	التقويم والمعالجة	أسبوعان	14 ساعة	أسبوع ونصف	9 ساعات	أسبوع	5 ساعات

الجدول(04): جدول التقسيم الساعي لمادة الرياضيات سنة ثالثة ثانوي.

ب-1- تحليل منهاج السنة الثالثة ثانوي:

يتم التطرق لمفهوم الاشتقاق في السنة الثالثة ثانوي "كأداة" وذلك من خلال عدة مواضيع: الدوال، التكامل، المعادلات التفاضلية، حيث نتعرض لهذا الموضوع "الاشتقاق" في بداية الفصل الأول لمدة 16 ساعة لشعبة رياضيات و14 ساعة لتقني رياضي، و13 ساعة لشعبة العلوم التجريبية وتدرس النهايات في نهاية الفصل الأول لمدة 19 ساعة لشعبة رياضيات و 16 ساعة لتقني رياضي، ولمدة 14 ساعة لشعبة العلوم تجريبية.

ب-2- الكفاءات المستهدفة في منهاج السنة الثالثة ثانوي:

تعتبر السنة الثالثة من التعليم الثانوي تتويجا لهذه المرحلة (شهادة البكالوريا)، وقاعدة الانطلاق للتعليم الجامعي، أو مباشرة الحياة المهنية. بعد تخرج التلميذ من هذه المرحلة يجب أن يتميز خصوصًا، بالقدرة على حل المشكلات، والتكوين الذاتي المستمر والبحث المنهجي والابتكار. ولتجسيد ذلك ، فإن الكفاءات الرياضياتية المستهدفة في نهاية السنة الثالثة في مجال الاشتقاق والنهايات مبينة في الجدول (05)التالي:

المحتوى المعرفي	الكفاءات المستهدفة
الدوال العددية (الاشتقاق و استمرار)	- توظيف المشتق لحل مشكلات. - قابلية الاشتقاق. - استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة (دراسة تغيرا ت الدالة ، التقريب الخطي (التآلفي)، نقطة انعطاف، تمثيل البياني ...). - حساب مشتق دلة مركبة. - حل المعادلات التفاضلية من الشكل: $y' = f(x), y'' = f(x)$ حيث f دالة مألوفة
الدوال العددية (النهايات)	- حساب نهايات منتهية أو غير منتهية لدالّة عند الحدود " المنتهية أو غير المنتهية" لمجالات مجموعة التعرف. - عمليات على النهايات ونهاية مركب دالتين. - دراسة السلوك التقاربي لدالة.

الجدول(05): الكفاءات المستهدفة حسب منهاج السنة الثالثة ثانوي.

2 /- المغرب:

المنهاج المغربي:

يدرس الاشتقاق في المغرب في الأولى بكالوريا و ثانية بكالوريا من تعليم الثانوي التأهيلي، يهدف التعليم الثانوي التأهيلي في المغرب إلى دعم مكتسبات التعليم الإعدادي[7]، وتنويع مجالات التعليم بكيفية تسمح بفتح سبل جديدة للنجاح والاندماج في الحياة المهنية والاجتماعية وكذلك لمتابعة الدراسة العليا بشكل جيد. مدة الدراسة في التعليم الثانوي التأهيلي المغربي ثلاث سنوات مقسمة كالتالي: ".

- العام الأول "جذع مشترك".
- العام الثاني "أولى بكالوريا".

[7] التعليم الإعدادي في المغرب يقابله التعليم المتوسط في الجزائر

- العام الثالث "ثانية بكالوريا"[8].

أ- دراسة منهاج السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

تتميز هذه السنة بتعدد الشعبة العلمية وهي 5 جذوع (العلوم تجريبية، العوم رياضية، العلوم التكنولوجية الميكانيكية، العلوم التكنولوجية الكهربائية، العلوم الاقتصادية). نهتم في هذا العمل بشعبة العلوم تجريبية وشعبة العلوم الرياضية .

- يخصص ما يعادل 60% من الحصص الأسبوعية لتدريس المواد الأساسية و40% للمواد الأخرى .
- تحديد غلاف زمني يقدر في "29 إلى34 " ساعة، وذلك لتمكين التلاميذ من الاستفادة من التعلم الذاتي ومن القيام بأنشطة تربوية وتثقيفية ورياضياتية موازية. يتم تحديد دراسة الاشتقاق و النهايات حسب الجدول (06)التالي:

المستوى: السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي	شعبة العلوم تجريبية		شعبة العلوم الرياضية	
الاشتقاق وتطبيقاته	تدرس في الدورة الثانية[9] الدرس الثالث	10 ساعة	تدرس في الدورة الثانية الدرس الأول	12 ساعة
نهاية دالة عددية	تدرس في الدورة الثانية الدرس الأول	10 ساعة	تدرس في الدورة الثانية الدرس الأول	10 ساعات

الجدول(06): جدول التقسيم الساعي لدرس الاشتقاق والنهايات لسنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي.

أ-1- تحليل منهاج السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

يتم تدريس مفهوم الاشتقاق في هذا المنهاج في بداية الدورة الثانية (الدرس الأول) لمدة 12 ساعات لجذع العلوم الرياضياتية، وفي جذع العلوم التجريبية يدرس الاشتقاق في الدرس الثالث من الدورة الثانية لمدة 10 ساعات، وتدرس النهايات في بداية الدورة الثانية لمدة 10 ساعات لجذع رياضيات، ولمدة 10 ساعات لجذع العلوم تجريبية.

[8] الجذع المشترك في المغرب يقابل السنة اولى ثانوي في الجزائر و تقابل السنة أولى بكالوريا، السنة ثانية ثانوي و تقابل السنة الثانية بكالوريا، السنة الثالثة ثانوي(السنة النهائية)

[9] في المغرب تم تقسيم منهاج الدراسية إلى دورة أولى و دورة ثانية فقط، على عكس الجزائر تم تقسيم منهاج الدراسية إلى ثلاث فصول.

أ-2- الكفاءات المستهدفة في منهاج السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

تعتبر السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي حلقة الوصل بين بداية المرحلة الثانوية ونهايتها. يفترض أن التلميذ قد أكتسب، في الجذع المشترك، زادا معرفيا يؤهله لمواصلة التعلم وتطوير المهارات، وقدرة على استدلال الرياضي. الأولى بكالوريا تعتبر قاعدة هامة من جل التفوق في السنة ثانية بكالوريا(شهادة البكالوريا) ولتجسيد ذلك، فإن الكفاءات الرياضياتية المستهدفة في نهاية الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي في مجال الاشتقاق والنهايات مبينة في الجدول (07) التالي:

المحتوى المعرفي	الكفاءات المستهدفة
الاشتقاق وتطبيقاته	- تقريب دالة بجوار نقطة بدالة تآلفية. - التعرف على ان العدد المشتق عند نقطة يمثل معامل توجيه المماس لمنحنى الدالة عند تلك النقطة. - التعرف على المشتقة الأولى لدوال المرجعية . - التمكن من تقنيات حساب مشتقة دالة. - تحديد معادلة المماس لمنحنى دالة في نقطة وانشاؤه . - تحديد رتابة دالة انطلاقا من دراسة مشتقتها. - تحديد إشارة دالة . - تحديد القيم الحدية. - تطبيق الاشتقاق في حساب بعض النهايات .
نهاية دالة عددية	- حساب نهايات الدوال الحدودية والدوال الجذرية والدوال اللاجذرية. - حساب نهايات الدوال المثلثية البسيطة باستعمال النهايات الاعتيادية.

الجدول(07): الكفاءات المستهدفة حسب منهاج السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي.

ب- دراسة منهاج السنة الثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

السنة الثانية بكالوريا هي ختام المرحلة الثانوية وتعتبر بوابة لدخول الدراسة الجامعية في هذه السنة تتفرع الشعب العلمية كالتالي:

شعبة العلوم الرياضية تتفرع إلى:

1. شعبة العلوم الرياضية " أ ".
2. شعبة العلوم الرياضية " ب ".

شعبة العلوم تجريبية تتفرع إلى:

1. شعبة العلوم الزراعية.
2. شعبة علوم الحياة والأرض.
3. شعبة العلوم الفيزيائية.

- يخصص ما يعادل 60% من الحصص الأسبوعية لتدريس المواد الأساسية و40% للمواد الأخرى. يتم فها تناول مواد بشكل مختلف وبنسب متفاوتة حسب اهمية المادة في كل شعبة.
- تحديد غلاف زمني يقدر في "29 إلى34 " ساعة، وذلك لتمكين التلاميذ من الاستفادة من التعلم الذاتي ومن القيام بأنشطة تربوية و تجهيز زاد معرفي مناسب لدراسة في الجامعة وكذلك القدرة على البحث العلمي. يتم تحديد دراسة الاشتقاق و النهايات حسب الجدول (08)التالي:

المستوى: السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي	شعبة العلوم الزراعية شعبة علوم الحياة والأرض شعبة العلوم الفزيائية		شعبة العلوم الرياضية " أ " شعبة العلوم الرياضية " ب "	
النهايات والاستمرار[10]	تدرس في الدورة الأولى[11] الدرس الأول	10 ساعة	تدرس في الدورة الأولى الدرس الأول	9 ساعة
الاشتقاق	تدرس في الدورة الأولى الدرس الثاني	15 ساعة	تدرس في الدورة الأولى الدرس الأول	15 ساعات

الجدول(08): جدول التقسيم الساعي لدرس الاشتقاق، النهايات والاستمرار لسنة الثانية بكالوريا.

[10] في المنهاج المغربي يتم الاصطلاح على "الاستمرار" بـ "الاتصال".

[11] في المغرب تم تقسيم منهاج الدراسية إلى دورة أولى و دورة ثانية فقط على عكس الجزائر تم تقسيم منهاج الدراسية إلى ثلاث فصول.

ب-1- تحليل منهاج السنة الأولى بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

تدرس النهايات والاستمرار في بداية الدورة الأولى لمدة 09 ساعات لشعب العوم رياضية "أ" و"ب"، ولمدة 10 ساعات لشعب (العلوم الزراعية، علوم الحياة والأرض، العلوم الفزيائية). يتم تدريس مفهوم الاشتقاق في هذا المنهاج في بداية الدورة الأولى لمدة 15 ساعات لكل الشعب السابق ذكرها (العوم رياضية "أ" و"ب"، العلوم الزراعية، علوم الحياة والأرض، العلوم الفزيائية).

ب-2- الكفاءات المستهدفة في منهاج السنة الثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي:

تعتبر السنة الثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي حلقة الوصل بين بداية المرحلة الجامعية ونهاية المرحلة الثانوية(شهادة البكالوريا). يفترض أن التلميذ قد أكتسب، في السنة الثانية، زادا معرفيا جديدا موسعا يؤهله لمواصلة التعلم وتطوير المهارات وكذلك البحث العلمي . الثانية بكالوريا تعتبر قاعدة هامة من جل التفوق في الدراسة الجامعية، ولتجسيد ذلك، فإن الكفاءات الرياضياتية المستهدفة في نهاية الثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي في مجال الاشتقاق و الاتصال والنهايات مبينة في الجدول (09) التالي:

المحتوى المعرفي	الكفاءات المستهدفة
النهايات والاستمرار	- التمكن من دراسة قابلية اشتقاق دالة عددية في نقطة . - التمكن من دراسة قابلية اشتقاق دالة عددية على مجال . - العمليات على الدوال المشتقة و تمكن من اشتقاق مركب دالتين. - تحديد رتابة دالة. - تحدد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها - تحديد إشارة دالة انطلاقا من تمثيلها البياني - توظيف الدالة المشتقة الأولى والدالة المشتقة الثانية في دراسة دوال عددية (استخراج المماسات، نقاط الانعطاف ...). - تحديد مشتقة دالة عكسية لدالة متصلة ورتيبة تماما. - تحديد الدوال الأصلية لدوال عددية معروفة انطلاقا من مشتقتها. - حل المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ $y'' + ay' + by = 0$
الاشتقاق	- توظيف النهايات عل الدوال اللوغاريتمية والدوال الأسية.

- توظيف مبرهنة رول و مبرهنة التزايدات المنتهية. - دراسة استمرار دالة باستعمال النهايات. - تحديد نهاية متتالية و تحديد نهاية متتالية متقاربة من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$	

الجدول(09): الكفاءات المستهدفة حسب منهاج السنة الثانية بكالوريا من التعليم الثانوي التأهيلي.

III-2). المقارنة بين المناهج:

لتسليط الضوء للأهمية المعطاة للمعرفة المتعلقة بـ "الاشتقاق" في كل من الجزائر والمغرب نقوم بالمقارنة بين منهاج البلدين، نلخص ذلك في الجدولين (10)، (11) التاليين:

	الجزائر	المغرب
الكفاءات المستهدفة	- التعرف على اشتقاقية دالة عند قيمة حقيقية . - التفسير الهندسي للعدد المشتق وتعيين معادلة المماس . - حساب مشتقات الدوال المألوفة. - دراسة اتجاه تغير دالة وتحديد القيم الحدية. - حساب نهايات دالّة عددية ودراسة سلوكها التقاربي. - التعرف على طبيعة متتالية عددية ودراسة اتجاه تغيرها.	- تقريب دالة بجوار نقطة بدالة تآلفية. - التعرف على ان العدد المشتق عند نقطة يمثل معامل توجيه المماس لمنحنى الدالة عند تلك النقطة. - التعرف على المشتقة الأولى لدوال المرجعية . - التمكن من تقنيات حساب مشتقة دالة. - تحديد معادلة المماس لمنحنى دالة في نقطة وانشاؤه . - رتابة دالة انطلاقا من مشتقتها - تحديد إشارة دالة . - تحديد القيم الحدية. - تطبيق الاشتقاق في حساب بعض النهايات . - حساب نهايات الدوال الحدودية والدوال الجذرية والدوال اللاجذرية. - حساب نهايات الدوال المثلثية البسيطة باستعمال النهايات الاعتيادية.
المدة الزمنية	24 بنسبة للعلوم تجريبية. 35 بنسبة لشعبة الرياضيات .	20 بنسبة للعلوم تجريبية. 22 بنسبة للعلوم رياضية.
الموقع داخل المنهاج	بدية الفصل الأول وبداية الفصل الثاني	الدورة الثانية

الجدول(10): المقارنة بين الكفاءات المستهدفة والتقسيم الساعي لكل من السنة الثانية ثانوي والسنة أولى بكالوريا.

	الجزائر	المغرب
الكفاءات المستهدفة	- توظيف المشتق لحل مشكلات. - قابلية الاشتقاق. - استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة (دراسة تغيرا ت الدالة ، التقريب الخطي (التآلفي)، نقطة انعطاف، تمثيل البياني ...) - حساب مشتق دلة مركبة. - حل المعادلات التفاضلية من الشكل: $y' = f(x), y'' = f(x)$ حيث f دالة مألوفة - حساب نهايات منتهية أوغيرمنتهية لدالّة عند الحدود " المنتهية أو غير المنتهية" لمجالات مجموعة التعرف. - عمليات على النهايات ونهاية مركب دالتين . - دراسة السلوك التقاربي لدالة.	- التمكن من دراسة قابلية اشتقاق دالة عددية في نقطة . - التمكن من دراسة قابلية اشتقاق دالة عددية على مجال . - العمليات على الدوال المشتقة و تمكن من اشتقاق مركب دالتين . - تحديد رتابة دالة. - تحدد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها - تحديد إشارة دالة انطلاقا من تمثيلها البياني - توظيف الدالة المشتقة الأولى والدالة المشتقة الثانية في دراسة دوال عددية (استخراج المماسات، نقاط الانعطاف ...). - تحديد مشتقة دالة عكسية لدالة متصلة ورتيبة تماما. - تحديد الدوال الأصلية لدوال عددية معروفة انطلاقا من مشتقتها. - حل المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ $y'' + ay' + by = 0$ - توظيف النهايات على الدوال اللوغاريتمية والدوال الأسية. - توظيف مبرهنة رول و مبرهنة التزايدات المنتهية. - دراسة استمرار دالة باستعمال النهايات. - تحديد نهاية متتالية و تحديد نهاية متتالية

		متقاربة من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$
المدة الزمنية	27 بنسبة للعلوم تجريبية. 37 بنسبة لشعبة رياضيات.	25 بنسبة لشعب العلمية 24 بنسبة لشعب الرياضية.
الموقع داخل المنهاج	الفصل الأول	الدورة الأولى وبداية الدورة الثانية

الجدول(11): المقارنة بين الكفاءات المستهدفة والتقسيم الساعي لكل من السنة الثالثة ثانوي والسنة ثانية بكالوريا.

من خلال تحليل الجدولين (10) و(11) نلخص الملاحظات التالية:

1) يتم التطرق لمفهوم الاشتقاق في بداية السنة دراسية في كل السنوات.
2) تقديم درس النهايات على درس الاشتقاق في السنة ثانية ثانوي في الجزائر والسنة أولى بكالوريا في المغرب. وغياب مفهوم الاستمرار رغم اهميته لدراسة مفهوم الاشتقاق.
3) تقديم درس النهايات والاستمرار على درس الاشتقاق في السنة الثانية بكالوريا في المغرب.
4) الحجم الزمني في الجزائر أكبر من الحجم الزمني في المغرب.
5) يتم تفسير العدد المشتق هندسيا في الجزائر "معامل توجيه المماس"، في المغرب يتم اثبات أن العدد المشتق يمثل ميل المماس.
6) في الجزائر يتم دراسة المشتق كموضوع في السنة ثانية ثانوي من وكأداة في السنة ثالثة ثانوي
7) في المغرب يتم دراسة المشتق كموضوع وأداة في السنة أولى بكالوريا و كأداة في السنة الثانية بكالوريا.
8) المنهاج المغربي يملك تنظيم محكم وتسلسل في تقديم الدروس.

III-3). دراسة الكتب المدرسية:

أ/- في الجزائر:

يتم وضع وتوزيع الدروس وانشطة وتمرينات بنفس الطريقة في جميع الشعب، كتاب واحد لكل الشعب العلمية .

أ-1/-الكتاب المدرسي لسنة ثانية ثانوي شعبة الرياضيات:

يحتوي الكتاب على العديد من الحاور يحتل مفهوم الاشتقاق المحور الثالث، تم تقسيم جميع المحاور بنفس الترتيب التالي:

- أنشطة.
- الدرس.
- اعمال موجهة.
- أعمال تطبيقية.
- طرائق.
- مسائل محلولة.
- تمرينات.

درس الاشتقاق:

1- **مجموعة من أنشطة.**
2- **تعاريف:**

أ- نهاية دالة عند الصفر: توظيف العبارة

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

ب- دالة قابلة للاشتقاق عند عدد.

ت- الدالة مشتقة.

ث- تمرينات محلولة.

3- **التفسير الهندسي للعدد المشتق:**

أ- مماس لمنحن عند نقطة.

ب- التقريب التآلفي لدالة.

ت- تمرينات محلولة.

4- **مشتقات دوال مألوفة:**

أ- مبرهنات.

ب- تمرينات محلولة.

5- **عمليات على الدول المشتقة:**

أ- مبرهنات.

ب- تمرينات محلولة.

6- عمليات على الدوال المشتقة (تابع):

أ- مبرهنات.

ب- تمرينات محلولة .

7- عدد من التمرينات بدون حل تستهدف كل العناوين السابقة.

التقنيات المستهدفة في الدرس:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية .

τ_3/ تقنية حساب النهاية عند الصفر.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

أ-2/- الكتاب المدرسي لسنة ثالثة ثانوي شعبة الرياضيات:

يحتوي الكتاب على (06) أبواب يحتل مفهوم الاشتقاق الباب الأول، تم تقسيم جميع المحاور بنفس الترتيب التالي:

- أنشطة تمهيدية.
- الدرس.
- طرائق وتمرينات محلولة.
- أعمال موجهة.
- استعد للبكالوريا.
- تمرينات ومسائل.
- اختبر معلوماتك.

درس الاشتقاق:

1. **مجموعة من أنشطة.**
2. **تعاريف:**

أ- العدد المشتق – الدالة مشتقة.

ب- مماس منحنى دالة.

ت- المشتقات المتتابعة.

ث- الاشتقاق و الاستمرار.

3. **مشتقات دوال معروفة:** ملخصة في الجدول

$f(x)$	$f'(x)$	مجموعة التعريف f'
a	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$n \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$n \in \mathbb{Z}^{-*}$ x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}_+^*$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$

4. **عمليات على المشتق (جمع، ضرب، قسمة):**

$\frac{u}{v}$ الدالة v لا تنعدم	$\frac{1}{v}$	ku	Uv	$u+v$	الدالة
$\frac{u'v-v'u}{v^2}$	$\frac{-1}{v^2}$	ku'	$u'v+v'u$	$u'+v'$	مشتقتها

5. اتجاه تغير دالة:

أ- مشتقة وتحديد اتجاه تغير دالة.

ب- القيم الحدية.

ت- اشتقاق دالة مركبة.

ث- تطبيقات على مشتقة تركيب دالتين.

6. التقريب تآلفي - طريقة أولر.

7. تذكير بالدوال المثلثية.

8. عدد من التمرينات بدون حل تستهدف كل العناوين السابقة.

التقنيات المستهدفة:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية.

τ_3/ تقنية دراسة اشارة دالة.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

τ_5/ تقنية الاشتقاق المتتابع.

τ_6/ تقنية حساب تركيب دالتين.

ب/- في المغرب:

رغم المحاولات الكثيرة والبحث في مواقع المتوفرة، لم نتحصل على كتاب المعتمد في المغرب لكن تحصلنا على تسلسل درس الاشتقاق نعرضه في الصفحات التالية.

ب-1/-الكتاب المدرسي لسنة أولى بكالوريا:

درس الاشتقاق:

يتم توزيع درس الاشتقاق بالترتيب التالي:

1- الاشتقاق في نقطة:

أ- نشاط.

ب- تعريف: توظيف العبارة

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l=f'(x_0)$$

- ملاحظة:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l=f'(x_0)$$

- مثال: توظيف العبارة المذكورة في التعريف في حل المثال

ت- الدالة التآلفية لمماس الدالة عند نقطة .

تعريف: f قابلة لاشتقاق عند x_0

من العبارة:

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

نستنتج ان:

$$(*)\ldots\ldots\ldots\ldots \quad f(x)\cong f'(x_0)(\,x-x_0)+f(x_0)$$

تمثل العبارة (*) الدالة التآلفية المماسة لدالة f *في النقطة* x_0

ث- تمرين أو أكثر مع الحل: يشمل كل تمرين توظيف المدروس سابقا.

2- الاشتقاق على اليمين – الاشتقاق على اليسار:

أ- تعريف: توظيف العبارة التالية بقيم أكبر وقيم أقل .

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

ب- ملاحظة.

ت- خاصية: تتكلم على الاشتقاق على اليمين – الاشتقاق على اليسار

ث- تمرين أو أكثر مع الحل.

3- معادلة المماس لمنحنى دالة:

أ- تعريف

ب- تمرين أو أكثر مع الحل.

ت- خاصية: تتكلم على المماس.

ث- خاصية: تتكلم على نصف المماس.

ج- رسومات بيانية للمماس و نصف المماس.

ح- تمرين أو أكثر مع الحل.

4- **الدالة المشتقة:**

أ- تعاريف: تتكلم على قابلية الاشتقاق على مجال.

ب- مثال: الدالة x^2 قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها.

5- المشتقة الثانية – المشتقات المتتابعة.

6- عمليات على الدوال المشتقة.

7- الدوال المشتقة لبعض الدوال المألوفة:

اشتقاق عدد حقيقي k ،اشتقاق الدالة x، اشتقاق الدوال المثلثية $(\cos x , \sin x)$، اشتقاق الدالة مقلوب$\left(\frac{1}{x}\right)$ والدالة جذرية $\left(\sqrt{x}\right)$ ودوال من الشكل $(ax+b)$.

8- **مشتقة من الشكل** $\boldsymbol{f(ax+b)}$ و $\sqrt{f}$.

أ- تعاريف.

ب- خصائص.

9- **جدول يبين مشتقات بعض الدوال:**

مجموعة التعريف f'	$f'(x)$	$f(x)$
$\mathbb{R}$	0	a
$\mathbb{R}$	1	x
$\mathbb{R}^*$	$\frac{-1}{x^2}$	$\frac{1}{x}$
$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ x^n
$\mathbb{R}^*$	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{Z}^{-*}$ x^n

$\mathbb{R}_+^*$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}$
$\mathbb{R}$	$-\sin x$	$\cos x$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$\sin x$
$\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\right\}$	$1+\tan^2 x$	$\tan x$
$\mathbb{R}$	$-a\sin(ax+b)$	$\cos(ax+b)$
$\mathbb{R}$	$a\cos(ax+b)$	$\sin(ax+b)$

10- تطبيقات الدالة المشتقة:

أ- تحديد رتابة دالة.

ب- تغيرات دالة عددية مألوفة.

ت- دراسة اشارة مشتق وتحديد جدول تغيرات.

ث- حل المعادلة التفاضلية من الشكل

$$y''+a^2y'=0$$

مثال : $y''+4y'=0$ حلها هو $y=2$ ويمكن اخذ $y=-2$

معادلة خاصة $y''=0$ حلها من الشكل $ax+b$ حيث a وb اعداد حقيقية.

11- عدد من التمرينات بدون حل تستهدف كل العناوين السابقة.

التقنيات المستهدفة:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية .

τ_3/ تقنية دراسة اشارة دالة.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

τ_5/ تقنية الاشتقاق المتتابع.

τ_6/ تقنية رسم المماس عند نقطة.

τ_7/ تقنيات حل المعادلات التفاضلية .

ب-2/- الكتاب المدرسي لسنة ثانية بكالوريا شعبة العلوم رياضية:

1. **تذكير:**
   - أ- الاشتقاق في نقطة
   - **ب-** الاشتقاق على يمين –الاشتقاق على يسار
   - **ت-** الدالة التآلفية
2. **قابلية الاشتقاق على مجال**
3. **عمليات على الدوال (خصائص اشتقاق جمع، ضرب، وقسمة دالتين عدديتين)**
4. **جدول يبين خصائص العميات على الدوال:**

f و g قابلتان للاشتقاق على مجال I

الدالة	مشتقتها	شرط
$f+g$	$(f+g)' = f' + g'$	
$f \times g$	$(f \times g)' = f' \times g + g' \times f$	
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - g' \times f}{g^2}$	g لا تنعدم على I
$\frac{1}{g}$	$\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$	g لا تنعدم على I
αf	$(\alpha f)' = \alpha f'$	$\alpha \in \mathbb{R}$
f^n	$(f^n)' = nf^{n-1} \times f'$	$n \in \mathbb{R}^*$

5. **المشتقات المتتابعة.**
6. **مشتقة تركيب دالتين والدالة العكسية:**

تعريف: يتكلم عن تركيب دالتين

خاصية: كيفية اشتقاق تركيب دالتين وتطبق العبارة التالية:

$$(f \circ g)'(x) = g'\big(f(x)\big) \times f'(x)$$

7. جدول يبن اشتقاق تركيب بعض الدوال:

الدالة $f(x)$	مجال تعريف $f(x)$	مشتقتها $f'(x)$	مجال تعريف $f'(x)$
$\sqrt{g(x)}$	$x \in D_g$ $g(x) \geq 0$	$\frac{g'(x)}{2 \times \sqrt{g(x)}}$	$x \in D_{g'}$ $g(x) > 0$
$\sin(ax+b)$	$D_f = \mathbb{R}$	$ax\cos(ax+b)$	$D_{f'} = \mathbb{R}$
$\cos(ax+b)$	$D_f = \mathbb{R}$	$-ax\sin(ax+b)$	$D_{f'} = \mathbb{R}$
$\tan(ax+b)$	$ax+b \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$	$ax\left(1+tan^2(ax+b)\right)$	$ax+b \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$

8. مشتقة الدالة العكسية$(f^{-1}(x))(\sin^{-1} x , \cos^{-1} x)$.

9. مبرهنة رول – مبرهنة التزايدات المنتهية:

أ- نشاط

ب- مبرهنة

ت- تطبيقات مبرهنة رول.

10. عدد من التمرينات بدون حل تستهدف كل العناوين السابقة.

التقنيات المستهدفة:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية .

τ_3/ تقنية دراسة اشارة دالة.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

τ_5/ تقنية الاشتقاق المتتابع.

τ_6/ تقنية حساب تركيب دالتين.

τ_7/ تقنية رسم المماس عند نقطة.

τ_8/ تقنيات حل المعادلات التفاضلية .

τ_9/ تقنية تطبيق مبرهنة رول .

4-III). المقارنة بين الكتب المدرسية:

مقارنة بين كتاب الثانية ثانوي و كتاب اولى بكالوريا:

أ- أوجه التشابه:

- نفس الترتيب (نشاط، درس، تمرينات مع الحل، تمرينات بدون حل).
- استعمال نفس العبارات ونفس العناوين في تدريس المشتق باستثناء الاستمرار في المغرب يطلق عليه مصطلح الاتصال.
- استعمال نفس الترميزات.
- دراسة نفس الدوال المرجعية في الكتابين (دوال مثلثية، كثيرات الحدود،...).
- يمس الدرس في الكتابين نفس التقنيات التالية:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية .

τ_3/ تقنية دراسة اشارة دالة.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

ب- أوجه الاختلاف:

- في الجزائر تجميع للعناصر تحت عنوان واحد على عكس المغرب كل عنصر مدروس معنون بعنوان خاص
- يمس الكتاب المغربي التقنيات التالية التي غابة في الكتاب الجزائري:

τ_5/ تقنية الاشتقاق المتتابع.

τ_6/ تقنية رسم المماس عند نقطة.

τ_7/ تقنيات حل المعادلات التفاضلية .

- تركيز الكتاب المغربي على الجانب الهندسي اكثر من الكتاب الجزائري.
- بعض العناوين موجودة في الكتاب المغربي وغيابها من الكتاب الجزائري (*مشتقة الدوال العكسية، حل المعادلات التفاضلية*)
- يركز الكتاب المغربي على العبارة $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ اكثر من الكتاب الجزائري.

مقارنة بين كتاب الثالثة ثانوي و كتاب ثانية بكالوريا:

أ- أوجه التشابه:

- نفس الترتيب (نشاط، درس، تمرينات مع الحل، تمرينات بدون حل).
- استعمال نفس العبارات ونفس العناوين في تدريس المشتق باستثناء الاستمرار في المغرب يطلق عليه مصطلح الاتصال.
- استعمال نفس الترميزات.
- دراسة نفس الدوال المرجعية في الكتابين (دوال مثلثية، كثيرات الحدود،...)
- تطرق الكتابين إلى مشتقة تركيب دالتين.
- استعمال طريقة الجداول في عرض مشتقات دوال المألوفة.
- دراسة مبرهنة رول – التزايدات المنتهية.
- يمس الدرس في الكتابين نفس التقنيات التالية:

τ_1/ تقنيات اشتقاق دوال عددية.

τ_2/ تقنية تعويض المتغير داخل دالة عددية .

τ_3/ تقنية دراسة اشارة دالة.

τ_4/ تقنيات اشتقاق "جمع، طرح، ضرب وقسمة دالتين".

τ_5/ تقنية الاشتقاق المتتابع.

τ_6/ تقنية حساب تركيب دالتين.

ب- أوجه الاختلاف:

- في الجزائر تجميع للعناصر تحت عنوان واحد على عكس المغرب كل عنصر مدروس معنون بعنوان خاص

- يمس الكتاب المغربي التقنيات التالية التي غابة في الكتاب الجزائري:

τ_7/ تقنية رسم المماس عند نقطة.

τ_8/ تقنيات حل المعادلات التفاضلية .

τ_9/ تقنية تطبيق مبرهنة رول .

- تركيز الكتاب المغربي على الجانب الهندسي اكثر من الكتاب الجزائري.
- بعض العناوين موجودة في الكتاب المغربي وغيابها من الكتاب الجزائري (*مشتقة الدوال العكسية، حل المعادلات التفاضلية*)
- يركز الكتاب المغربي على العبارة $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ اكثر من الكتاب الجزائري.

III-5). مشاكل متعلقة بتعليم وتعلم مفهوم المشتق:

- ☒ الكتب المدرسية لا توضح الأساس المنطقي لتقنية استبدال "x_0" ب" x " (انتقال من مشتق دالة في نقطة (العدد المشتق) إلى مشتق دالة على مجال).
- ☒ مفهوم المشتق على علاقة بعدة مفاهيم رياضياتيه مختلفة (الاستمرار، النهايات، الدول، المماس،...) هذه المفاهيم تشكل حواجز في تدريس مفهوم المشتق.
- ☒ صعوبات ناتجة عن التجاوزات اللغوية

مثل: قول "المماس عند نقطة" وقول "العدد المشتق عند نقطة" في الظاهر اننا نشير في كلا العبارتين إلى نقطة محددة. لكن في العبارة الأولى نقصد نقطة من مستوي وفي العبارة الثانية نشير إلى عدد.

- ☒ المماس يقطع في نقطة الانعطاف، تشكل تناقض في فكر التلميذ.
- ☒ المناهج المدرسية تقدم درس الاشتقاق قبل درس النهاية. رغم ان النهاية لها تأثير كبير على استيعاب التلاميذ لمفهوم المشتق.

III-6). حلول مقترحة:

- ✓ على الأستاذ تركيز على المفاهيم المتعلقة بالمشتق (الاستمرار، النهايات، الدول، المماس،...) وتأكد من تمكن التلاميذ منهم بشكل جيد. وتنمية مكتسباتهم القبلية المتعلقة بهذه المفاهيم.
- ✓ اختيار خطاب شفوي وكتابي بسيط ومفهوم لتلاميذ. وتدعيمه برسومات وصورمن أجل تقريب المفهوم.

- ✓ التعرض لنقطة الانعطاف بعد تمكن التلاميذ من مفهوم المشتق بشكل جيد.
- ✓ تقديم درس النهايات على درس الاشتقاق في المناهج الدراسية.
- ✓ إتاحة الوقت الكافي للتلاميذ لفهم العدد المشتق، ثم اختيار الصيغ والطرق المثلى لتنقل من اشتقاق في نقطة الى اشتقاق على مجال.
- ✓ اقتراح العديد من التطبيقات اثناء عرض مفهوم الاشتقاق، وتنويع في انماط التمرينات.
- ✓ يجب على التلاميذ فهم ان المشتق ليس جامدا، بل له عدة استعمالات و تطبيقات مثل دراسة تغير الدوال

خاتمة:

اهتممنا في هذا العمل في دراسة مقارنة تحليلية لكل من المناهج والكتب المعتمد عليها في الجزائر والمغرب، لتقديم مفهوم المشتق في التعليم الثانوي. قد توصلنا في الأخير إلى أن المنهاج المغربي منسق ويعتمد على شرح مفصل ومنفصل للعناصر مما يسهل ويساعد على عملية استيعاب التلاميذ. و التطرق لجل المفاهيم التي لها علاقة بالمشتق. وهوا الجانب الذي لم يتم التركيز عليه في المنهاج الجزائري. نجد بعض الطلبة في الجامعة يعانون مع مفهوم الاشتقاق و سبب ذلك الفهم السطحي والغير موضح لمفهوم المشتق في التعليم الثانوي. على الأساتذة مراعات هذه الأمور جيدا وتقديم الدروس بشكل سلس ومحاولة تبسيط والتركيز على المفاهيم الأساسية." الاشتقاق، التكامل، الدوال،...".

قائمة المصادر والمراجع:

❖ المصادر والمراجع بالعربية:

- وزارة التربية الوطنية الرياضيات الجزء الأول (السنة الثالثة من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي الشعب: رياضيات، تقني رياضي، علوم تجريبية)، الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية،(دط)، الجزائر،2008.
- وزارة التربية الوطنية الرياضيات (السنة الثانية من التعليم الثانوي العام والتكنولوجي الشعب: رياضيات، تقني رياضي، علوم تجريبية)، الديوان الوطني للمطبوعات المدرسية،(دط)، الجزائر،2008.
- موقع البستان المغربي(ملاذ الأستاذ والمتعلم والمدير بالمغرب).
- السنة الثانية ثانوي/ موقع الدراسة الجزائري.
- السنة الثالثة ثانوي/ موقع الدراسة الجزائري.
- محمد حازي من دفاتر التحليل "القابلية للاشتقاق و النشور المحدودة لدى الدوال الحقيقية ذات متغير حقيقي: تقعيد نظري وتطبيقات؛ نهايتها واستمرارها ".

❖ المصادر والمراجع بالفرنسية:

- OECD (2016),PISA 2015 Results (Volume I):Excellence and Equity in Education, PISA, OECD Publishing, Paris.
- OECD (2019),PISA 2018 Results (Volume I):What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris.
- https://www.albostane.com
- https://www.ency-education.com/secondaire.html