



DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE

DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN

Filière :

Automatique

Spécialité :

Automatique et systèmes

THEME

**Commande des systèmes non linéaire multivariables par
mode glissant**

Présenté par le binôme :

- SADI kais
- LAIACHI ikram

Devant le jury :

- | | | |
|------------------|-----|------------------|
| - Djabri Riadh | MCB | Président |
| - Amieur Toufik | MCA | Encadreur |
| - Lemita Abdalah | MCB | Examineur |

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Avant tout nous remercions Dieu Le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a peut-être réalisé.

*Nous tenons à remercier vivement **Mr. Lemita Abdallah** et **Mr. Amieur Toufik**,*

Nous tenons à remercier l'ingénieur Amrane Naceur et au Dr. Haouam Amine Zine Eddine. J'adresse mes sincères remerciements à tous les professeurs de génie électrique et à tous ceux qui ont participé à la réalisation de ce travail universitaire.

Dédicace:

Je dédie ce travail à ma mère, Saadi Saliha, Qurrat Aini, mon père Hacén Sadi, mes grands-mères, Ladmia et Naoua, mes frères Ihab, Ziad et Isra, Et mes tantes

Et à mes amis, Sadi Rami, Salem djabali, Amrane Naceur, Khadraoui rafik, Geurdi Elhaouari, Sadoun Houssam, Aimene Mohamed, Sadi Hatem, Ghoul Mounir, Sadi Zakaria, Hama Soltani, Imad Aimene, Jouini Anis, Djadoune Zakaria, Aid Abdallah, Sadi Djalel, Sadi yazid, Chaanbi Hatem, Geurdi Dhia , Kafi radouane, Salami Nacerddine, Sadi Haithem, Sadi Salim, Sadi houssam edine, Sadi anouer, Djadoune nabil, Hafi aymen, Zaghoudi aymen, Zaghoudi slimen, Fasekhi Dhikra, Djaleb Aziza

Khadraoui adnen, Hamdi saif, Amrane seddik

*Et à mon binôme Laiachi Ikram, à mes collègues "Automatique 2023"
Et tous les collègues de mon cursus, et À tous mes professeurs dans ma carrière Sadi Ghania, Maafa mariem , abid necib, et Mes professeurs d'université*

Bouaziz khelifa, Lemita abdalalah, Yousfi Laatra, Bkadoum Aziz , Thlaidja Toufik

Sadi Kais

Dédicace

Je dédie ce travail :

A ma chère mère,

A mon cher père,

Qui n'ont jamais cessé, de formuler des prières à mon égard, de me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes objectifs.

A mon frère wail

A mes belles sœurs zaineb et rahma

Pour ses soutiens moraux et leurs conseils précieux tout au long de mes études.

A mes chères amies, malak, intissar et baraa

Pour leurs indéfectibles soutiens et leurs patiences infinies et Pour leurs aides et supports dans les moments difficiles.

A toute ma famille,

A tous mes autres ami(e)s,

Sans oublier mon binôme sadi kais pour son soutien moral, son patience et son compréhension tout au long de ce projet

A tous ceux que j'aime et ceux qui m'aiment.

Laiachi ikram

Table des matières

Remerciements

Dédicace

Table des matières

Liste des figure

Liste des tableau

Notations et Abréviations

INTRODUCTION GENERAL..... 1

Chapitre 1 : Généralités sur la commande des systèmes non linéaires

1.1. Introduction.....	4
1.2. Les systèmes non linéaires.....	4
1.2.1. Représentation des systèmes non linéaire.....	4
1.2.2. Système autonome	5
1.2.3. Systèmes à structure variables.....	5
a. Définition 1	5
b. Définition 2	5
1.2.4. Points d'équilibre.....	6
1.3. Stabilité des systèmes non linéaires.....	6
1.3.1. Fonction de Lyapunov	6
1.3.2. Théorème de stabilité.....	6
1.3.3. Stabilité locale asymptotique:	7
1.3.4. Stabilité globale asymptotique	7
1.3.5. Stabilité d'une trajectoire.....	8
1.3.6. La stabilité entrée/sortie.....	8
1.3.7. Plan de phase	8
1.4. Représentation d'état d'un système non linéaire affine en la commande.....	9
1.4.1. Cas mono entrée /mono sortie	9
1.4.2. Cas multi entrée/multi sortie.....	9

1.5. Commande des procédés non linéaires.....	9
1.5.1. Technique de la commande par backstepping.....	9
1.5.2. La commande Adaptative	12
1.5.3 La commande prédictive.....	12
1.5.4 La commande robuste.....	13
1.5.5 La Commande par mode glissant.....	13
1.5.6 Commande par modes glissants d'ordre supérieur	13
1.5.7 Commande floue.....	14
1.5.8 Commande par linéarisation entrée sortie.....	14
1.6 Exemple illustratif.....	15
1.7 Conclusion	16

Chapitre 2 : La commande par mode glissant

2.1. Introduction.....	17
2.2. Système à structure variable	17
2.2.1. Objectif de la commande par mode glissant.....	17
2.2.2. Principes de la commande à structure variable en mode glissant.....	18
2.2.3. Fonction de commutation	18
2.2.4. Hyperplan de commutation	18
2.2.5. Régime glissant.....	19
2.2.6. Surface de glissement	19
a) Le mode de convergence (MC)	19
b) Le mode de glissement (MG)	19
c) Le mode du régime permanent (MRP).....	20
2.3. Différentes structures de contrôle par mode glissant.....	20
2.3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande.....	20
2.3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état	21
2.3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente.....	22

2.4. Description du mode glissant.....	22
2.4.1. Définition du mode glissant.....	23
2.4.2. Explication du phénomène du glissement.....	23
2.5. Conception de la commande par mode glissant.....	24
2.5.1. Choix de la surface de glissement	24
2.5.2. Condition d'existence de convergence	25
2.5.2.1. Fonction directe de commutation	25
2.5.2.2. Fonction de Lyapunov.....	25
2.5.3. Calcul de la commande.....	26
2.5.3.1. Commande équivalente	26
2.5.3.2. La commande commutante.....	27
2.5.3.2.1. La commande discontinue a base.....	28
2.5.3.2.2. Commande signe	28
2.5.3.2.3. Commande SAT	29
2.5.3.2.4. Commande adoucie.....	30
2.6. Mode glissant pour les systèmes non linéaires	31
2.6.1. Dynamique glissante.....	31
2.6.2. Approche de la commande équivalente.....	31
2.6.3. Domaine de glissement.....	32
2.6.4. Invariance des régimes glissants vis-à-vis des perturbations.....	33
2.6.5. Robustesse par rapport aux perturbations.....	34
2.7. Exemple : commande d'un pendule inversé (poursuite)	34
a) Commande discontinue	35
b) Command continue	41
2.8. Conclusion	45

Chapitre 3 : Commande des systèmes non linéaires multivariabes par mode glissant

3.1. Introduction	46
-------------------------	----

3.2. Commande d'un système multi-variable (Une entrée deux sortie) d'ordre quatre.....	46
3.3. Analyse de la stabilité.....	48
3.4. 3.4. Exemple d'application (Système : Pendule Inversé)	49
3.5. 3.2. Commande d'un système multi-variable (Une entrée trois sortie)	57
3.6. 3.4. Exemple d'application (Système: Double Pendule Inversé)	59
3.7. Conclusion	68
CONCLUSION GENERALE	69

Bibliographie

Résumé

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure.1.1 : Portrait de phase de système (masse-ressort-amortisseur)	15
Figure 1.2 : Evolution de x_1 et x_2	16
Figure 2.1 : Différents modes pour la trajectoire dans le plant de Phase.....	20
Figure 2.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.....	21
Figure 2.3 : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.....	22
Figure 2.4: Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.....	22
Figure 2.5 : Démonstration de mode de glissement.....	23
Figure 2.6 : Commande équivalente U_{eq}	27
Figure 2.7 : Représentation de la fonction "signe"	29
Figure 2.8 : Définition de la fonction SAT	30
Figure 2.9: Fonction signe de la commande adoucie.....	30
Figure 2.10 : Schéma de principe de pendule inversé.....	35
Figure 2.11 : Variation erreur angle du pendule.....	37
Figure 2.12: Variation de la position et la position désirée du chariot.....	37
Figure 2.13: la variation erreur de la vitesse angulaire.....	38
Figure 2.14 : variation de la position et la position désirée du chariot.....	38
Figure 2.15: Variation de la surface.....	39
Figure 2.16 : Variation de la commande.....	39
Figure 2.17 : Plan de phase et droite de glissement.....	40
Figure 2.18: Variation de la sortie et la référence.....	40
Figure 2.19: Variation erreur angle du pendule.....	41
Figure 2.20 : Variation de la position et la position désirée du chariot	42
Figure 2.21 : Variation erreur de la vitesse angulaire	42

Figure 2.22 : Variation de la position et la position désirée du chariot.....	43
Figure 2.23: Variation de la surface.....	43
Figure 2.24: Variation de la commande.....	44
Figure 2.25 : Plan de phase et droite de glissement.....	44
Figure 2.26 : Variation de la sortie et la référence.....	45
Figure 3.1 : Schéma de principe de la commande par mode glissant.....	48
Figure 3.2. Schéma de principe du simple pendule inversé.....	50
Figure 3.3: Variation erreur angle du pendule.....	51
Figure 3.4: Variation erreur de la vitesse angulaire.....	51
Figure 3.5: Variation erreur de la position du chariot.....	52
Figure 3.6: Variation erreur de vitesse du chariot.....	52
Figure 3.7: Variation de la surface $S1(t)$	53
Figure 3.8: Variation de la surface $S2(t)$	53
Figure 3.9: Variation de la variable intermédiaire z	54
Figure 3.10: Variation de la commande.....	54
Figure 3.11: Plan de phase et droite de glissement $S2$	55
Figure 3.12: Plan de phase et droite de glissement $S1$	55
Figure 3.13 : Variation d'angle du pendule et la variable z	56
Figure 3.14 : Variation de la position et la position désiré du chariot.....	56
Figure 3.15: Variation de la vitesse et la vitesse désirée du chariot.....	57
Figure 3.16 : Schéma du double pendule inversé.....	59
Figure 3.17. Variation angle du pendule θ_1	61
Figure 3.18. Variation de la vitesse angulaire θ_1	61
Figure 3.19. Variation angle du pendule θ_2	62
Figure 3.20. Variation de la vitesse angulaire θ_2	62
Figure 3.21 : Variation de la position du chariot x	63
Figure 3.22 : Variation de la vitesse du chariot \dot{x}	63
Figure 3.23. La variation de la surface $S1$	64

Figure 3.24 : Variation de la surface S2.....	64
Figure 3.25 : Variation de la surface S3.....	65
Figure 3.26 : Variation de la commande $u(t)$	65
Figure 3.27 : Variation de la variable z	66
Figure 3.28 : Variation de la variable Z_p	66
Figure 3.29 : Plan de phase et droite de glissement S3.....	67
Figure 3.30 : Plan de phase et droite de glissement S2.....	67
Figure 3.31 : Plan de phase et droite de glissement S1.....	68

Liste des tableau

Tableau 2.1.....	35
Tableau 3.1.....	52

Notations et Abréviations

Notations :

R	Corps des nombres réels.
$x(t)$	Vecteur d'état de système.
$f(x), g(x), h(x)$	Fonctions non linéaire.
$e(x)$	L'écart entre la variable d'état à régler x et la référence x_d .
λ	constante positif.
$X_d(t)$	Vecteur d'état désiré.
$u(t)$	Vecteur de commande.
\forall	Quel que soit.
x_e	Point d'équilibre du système.
$\ \cdot \ $	Norme euclidienne.
V	Fonction de Lyapunov.
\dot{V}	Dérivé de la fonction de Lyapunov.
S	Surface de glissement.
$S(x)$	La dérivée de surface.
u_i	Vecteur de commande.
u_{eq}	La commande équivalente.
K	Gain de glissement.
$d(x, t)$	Perturbations extérieures,
∇S	Vecteur gradient de la fonction S .
p^1	Borne connue dans une bande de la surface.
θ	L'angle du pendule.

m_p	La masse du pendule.
m_c	La masse du chariot.
$m_t = m_c + m_p$	La masse totale du chariot-pendule.
L	Demi longueur du pendule.
g	La pesanteur.

Abréviations :

CSV	Commande à Structure Variable.
MC	Mode de Convergence.
MG	Mode Glissant.
MRP	Mode du Régime Permanant.
CMG	Contrôleur par Mode Glissant.
SMC	Sliding mode control

Introduction générale

En Automatique, la modélisation mathématique d'un système consiste à représenter le comportement dynamique du système par des équations mathématiques avec la précision souhaitée. Les modèles mathématiques obtenus sont généralement sous formes des équations différentielles linéaires (des systèmes linéaires) ou non linéaires (des systèmes non linéaires).

Les techniques de commande et d'analyse des systèmes linéaires sont très puissantes, parce qu'elles s'appuient sur des modèles linéaires (algèbre linéaire, équations différentielles linéaires à coefficients constants, fonctions de transfert...etc). Cependant, ces techniques de commande et d'analyse linéaires présentent plusieurs limitations :

- La plupart des systèmes sont des systèmes non linéaires.
- Certains phénomènes ne peuvent pas être décrits par des modèles linéaires.
- Certains systèmes sont difficiles ou impossibles à modéliser.
- Certains systèmes présentent des incertitudes dans leurs structures ou leurs paramètres ou bien dans les deux.

Cette définition explique la complexité et la diversité des systèmes non linéaires et des méthodes de commande et d'analyse qui s'y appliquent. Donc, Il n'y a pas une théorie générale pour les systèmes non linéaires, mais plusieurs méthodes adaptées à certaines classes des systèmes non linéaires.

Au cours des deux dernières décennies, un grand nombre de recherches a été dédié au problème de commande des systèmes non linéaires. Parmi ces techniques, on peut citer : la technique de commande basée sur la logique floue, les réseaux de neurones artificiels, le neuro-flou, la commande adaptative, la commande prédictive, la commande par mode glissant, etc. Dans ce mémoire, on ne s'intéresse qu'à la technique de commande par mode glissant.

La technique de commande par mode glissant fait partie des contrôleurs à structure variable (CSV) qui se caractérisent par leur loi de commande discontinue.

La technique de commande par mode glissant se divise en deux modes ou phases : mode de convergence et mode de glissement. Durant le mode de convergence, la trajectoire d'état du système est attirée vers une région prédéfinie qui s'appelle "surface de glissement", et durant le mode de glissement, la trajectoire du système est commutée autour de la surface de glissement jusqu'à atteindre un état désiré. Durant le mode de glissement, la dynamique du

système est alors insensible aux perturbations extérieures et aux variations paramétriques du système.

Parmi les propriétés principales de la commande par mode glissant, on peut citer :

- Commande simple à mettre en œuvre.
- La réponse dynamique rapide et la convergence en temps fini.
- La stabilité asymptotique du système commandé.
- La robustesse vis-à-vis aux variations paramétriques du système et aux perturbations externes.
- La théorie de la commande par mode glissant s'adapte bien pour les systèmes dont la commande est discontinue, tels que les convertisseurs électriques, les moteurs à courant continu, etc., qui ne fonctionnent qu'en mode discontinue.

Cependant, la commande par mode glissant présente un inconvénient majeur connu sous le nom de broutement ou chattering (commutations de hautes fréquences de signal de commandes provoquées par la partie discontinue de la commande). Donc, le système contrôlé par la commande par mode glissant est soumis à ces commutations de hautes fréquences, et ceci peut déstabiliser la précision de la commande, voire même détruire le système à contrôlé.

Il existe certaines méthodes permettant de réduire et éliminer le problème de chattering telles que :

- Solution de couche limite : qui consiste à remplacer la partie discontinue dans la commande par des fonctions plus adéquates qui filtrent les hautes fréquences telles que : la fonction saturation, sigmoïde, tangente hyperbolique, etc.
- Solution par mode glissant d'ordre supérieur : qui est basé sur le déplacement du problème de discontinuité qui est dû à l'élément de commutation de la loi en régime glissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement, au lieu d'agir sur la première dérivée.

L'organisation de ce mémoire se fait en trois chapitres :

Le premier chapitre sera consacré à quelques rappels sur les systèmes non linéaires, la théorie de stabilité des systèmes non linéaires ainsi que les différentes méthodes de commande linéaires et non linéaires.

Dans le deuxième chapitre, on présentera des notions fondamentales de la commande à structure variable et quelques concepts de base sur la théorie des modes glissants avec un exemple démonstratif traité par cette commande.

Le dernier chapitre, sera une application de la technique de commande par mode glissant sur deux systèmes non linéaires multi-variables. Ces deux systèmes non linéaires sont le pendule inversé simple et double. L'objectif de la commande est de maintenir en équilibre vertical l'angle θ_i du pendule inversé (simple et double). La stabilité et la robustesse de la commande doivent être vérifiées.

Chapitre 1

Généralités sur la commande des systèmes non linéaires

1.1. Introduction

Les systèmes non linéaires peuvent poser un défi lorsqu'il s'agit de les contrôler à l'aide de lois de commande linéaires, en particulier lorsque des exigences strictes en matière de précision, de vitesse et d'autres caractéristiques dynamiques des systèmes doivent être respectées. En effet, les lois de commande linéaires ne sont pas suffisamment robustes pour gérer les variations des paramètres, la dynamique négligée, les perturbations et les non-linéarités intrinsèques du système.

Pour résoudre ce problème, divers outils ont été proposés dans la littérature pour développer des lois de commande insensibles à ces facteurs. Ces outils incluent l'utilisation de la géométrie différentielle pour la linéarisation du système, le contrôle basé sur la théorie de la stabilité de Lyapunov, la commande de la structure variable, la commande adaptative, la commande par mode glissant, etc.

Il est important de noter que les outils mentionnés ci-dessus ne sont pas exhaustifs et que de nombreuses autres approches existent. Cependant, ils soulignent l'importance de la stabilité et la nécessité de tenir compte des non-linéarités du système lors de la conception des lois de commande. Ce faisant, nous pouvons nous assurer que le système reste stable et atteint les performances souhaitées malgré les non-linéarités présentes.

1.2. Les systèmes non linéaires

Ils se présentent comme un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commandes, d'où simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs. Les entrées peuvent être choisies en boucle ouverte c'est-à-dire ne dépendent que du temps, ou en boucle fermée, c'est-à-dire comme des fonctions des variables mesurées, appelées observations. Les systèmes linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibre, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul. En effet un système non linéaire peut être défini simplement par le fait que c'est là où le théorème de superposition cesse d'être appliqué. Les non linéarités d'un système peuvent être naturelles telle la saturation dans une machine électrique ou artificielle introduite par le concepteur des structures de commande [1].

1.2.1. Représentation des systèmes non linéaire

Un phénomène est dit non linéaire lorsque ses grandeurs caractéristiques reliées entre elles ne varient pas proportionnellement l'une par rapport à l'autre. Son comportement peut alors être

décrit par une expression, un modèle ou des équations faisant intervenir les variables autrement qu'au premier degré.

La représentation générale d'un système non linéaire est de forme (1.1) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où y est la sortie du système, x est le vecteur d'état et u est le vecteur de commande $f(x), g(x)$ et $h(x)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état décrivant le système [2].

1.2.2. Système autonome

L'évolution d'un système peut être définie par une équation différentielle de la forme:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (1.2)$$

$x(t)$: vecteur d'état.

$u(t)$: vecteur de commande.

Dans ce chapitre nous nous limiterons à considérer des systèmes non commandés (entrée nulle ; $u(t) = 0$) Donnés par:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (1.3)$$

Un système est dit autonome si $f(t)$ ne dépend pas explicitement du temps t :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (1.4)$$

Sinon, le système est dit non autonome [3].

1.2.3. Systèmes à structure variables

Lorsque la structure du système utilisé prend d'une façon discontinue deux ou plusieurs expressions, la notion de système à structures variables intervient. Il en découle les définitions suivantes :

a. Définition 1

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement, il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à l'autre à tout instant. De plus un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure [4].

b. Définition 2

Un système est dit à structure variable s'il admet une représentation par des équations différentielles du type :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(X) & \text{si la condition 1 est vérifiée} \\ f_n(X) & \text{si la condition } n \text{ est vérifiée} \end{cases} \quad (1.5)$$

Où f_i les fonctions appartiennent à un ensemble de sous-systèmes de classe C^k . Par

conséquence, les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation [4].

1.2.4. Points d'équilibre

x_e est un point d'équilibre si: $x(t_0) = x_e \Leftrightarrow x(t) = x_e$ avec $t \geq t_0$.

Pour une représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (1.6)$$

Les points d'équilibre sont les solutions de l'équation algébrique [5]:

$$f(x(t), 0) = 0 \quad (1.7)$$

1.3. Stabilité des systèmes non linéaires

L'étude de la stabilité d'un système non linéaire est l'analyse du comportement des systèmes non linéaires, en particulier au voisinage des points d'équilibre. Ils existent deux méthodes dans le contexte de l'étude de la stabilité locale ou globale à savoir [6]:

- Plan de phase.
- Théorie de Lyapunov.

1.3.1. Fonction de Lyapunov

C'est une fonction scalaire positive utilisée pour garantir la stabilité des systèmes. Nous devons choisir la loi de commutation qui fera décroître cette fonction. Nous prenons la fonction de Lyapunov comme suite :

$$V(S) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (1.8)$$

Sa dérivée devient :

$$\dot{V}(S) = S(x)\dot{S}(x) \quad (1.9)$$

Pour que V décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative, ceci dit $S(x)\dot{S}(x) < 0$ cette équation montre que le carré de la distance vers la surface [7], mesuré par $S^2(x)$, diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface des deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal [8].

1.3.2. Théorème de stabilité

Soit $x^* = 0$ un point d'équilibre et $D \in R$ contenant $x^* = 0$ s'il existe une fonction V de classe C_1 telle que :

$$V(0) = 0 \text{ et } V(x) > 0 \text{ dans } D \setminus \{0\} \quad (1.10)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ dans } D \quad (1.11)$$

De plus, si :

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ dans } D \setminus \{0\} \quad (1.12)$$

Alors $x^* = 0$ est asymptotiquement stable [3].

1.3.3. Stabilité locale asymptotique:

L'état d'équilibre $x_e = 0$ est stable si il existe une fonction continûment dérivable $V(x)$ telle que :

- 1) $V(x_e) = 0$.
- 2) $V(x_e) > 0$ définie positive $\forall x \in B_r, x \neq x_e$.
- 3) $\dot{V}(x) \leq 0$ semi-définie négative $\forall x \in B_r, x \neq x_e$.

Alors, x_e est un point d'équilibre localement stable dans B_r .

Où \dot{V} est la dérivée de V par rapport au temps et B_r est une région autour de 0.

Quand $\dot{V}(x) < 0$ alors l'état d'équilibre est asymptotiquement stable.

La fonction $V(x)$ est appelée fonction de Lyapunov.

Ce théorème est une condition suffisante de stabilité, mais ne permet pas de guider l'utilisateur dans le choix de la fonction de Lyapunov et ne permet pas de conclure si on ne trouve pas une telle fonction. Une fonction de Lyapunov candidate est une fonction définie positive dont on teste la décroissance autour du point d'équilibre. L'étude des méthodes qui permettent de construire une fonction de Lyapunov candidate pour un système donné a motivé une littérature très abondante ces dernières décennies dont la revue dépasse le cadre de document. Les formes quadratiques sont les plus utilisées notamment les fonctions définies positives qui sont des intégrales premières (c'est-à-dire dont la dérivée temporelle est nulle) du système idéalisé (par exemple l'énergie totale d'un système mécanique idéalement conservatif) [3].

1.3.4. Stabilité globale asymptotique

L'état d'équilibre $x_e = 0$ est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une fonction continûment dérivable $V(x)$ telle que [3]:

- 1) $V(x_e) = 0$.
- 2) $V(x_e) > 0$ définie positive $\forall x \in D, x \neq x_e$.
- 3) $V(x_e) < 0$ définie négative $\forall x \in D, x \neq x_e$.

$\dot{V}(x) \rightarrow -\infty$ quand $\|X\| \rightarrow \infty$.

1.3.5. Stabilité d'une trajectoire

Dans certains cas, les systèmes n'admettent pas de points d'équilibre, ou alors le point d'équilibre n'est pas stable. Pour autant, les trajectoires ne divergent pas. Divers cas peuvent se produire :

- Le système admet un domaine stable : il existe un domaine de conditions initiales (bassin d'attraction) tel que toutes les trajectoires restent comprises à l'intérieur du domaine stable.
- Le système admet un domaine attractif : il existe un domaine de conditions initiales tel que toutes les trajectoires sont comprises dans le domaine attractif au bout d'un certain temps.
- Le système admet une trajectoire stable. La stabilité d'une trajectoire peut être démontrée par l'application du deuxième théorème de Lyapunov [9].

1.3.6. La stabilité entrée/sortie

La stabilité entrée/sortie est une forme particulière de stabilité des systèmes dynamiques étudiés en automatique. Un système est stable si à une entrée bornée correspond une sortie bornée ou la réponse libre du système tend vers zéro à l'infini [10]. Par simplification, si la sortie reste d'énergie finie tant que l'entrée est d'énergie finie. Une condition nécessaire et suffisante est que tous les pôles de fonction de transfert sont à parties réelles strictement négatives.

1.3.7. Plan de phase

Plan de phase est un outil graphique qui permet une analyse du comportement des systèmes du second ordre en régime libre ($u = 0$). Cet outil est basé sur la représentation dans l'espace d'état du système du second ordre, les trajectoires obtenues pour différentes conditions initiales et analyser d'un point de vue qualitatif les caractéristiques de ces trajectoires. La méthode de construction du plan ne nécessite pas nécessairement la résolution analytique des équations différentielles d'état. En revanche, il n'existe pas toujours de solutions analytiques aux trajectoires calculées dans l'espace des phases. Cette méthode, connue depuis longtemps, connaît un regain d'intérêt lié aux performances des calculateurs actuels qui rendent possible le calcul des trajectoires solutions par intégration numérique. Dans le cadre des systèmes asservis non linéaires, cette méthode est exacte et ne suppose pas de condition particulière [6].

1.4. Représentation d'Etat d'un système non linéaire affine en la commande

1.4.1. Cas mono entrée /mono sortie

Elle est caractérisée par une seule entrée et une seule sortie:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{1.20}$$

$$y = h(x) \tag{1.21}$$

Avec: $x \in R^n, u \in R^1, y \in R^1$.

1.4.2. Cas multi entrée/multi sortie

Elle est caractérisée par plusieurs entrées et plusieurs sorties:

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \quad (1.22)$$

$$y = h(x) \quad (1.23)$$

Avec: $x \in R^n, u \in R^m, y \in R^p$ [11].

1.5. Commande des procédés non linéaires

Parmi les nombreuses techniques de commande non linéaires, certaines ont fait l'objet de théories poussées. Dans ce paragraphe, nous rappelons les fondements et les aspects théoriques de la commande linéarisant, la commande par mode glissant et la commande backstepping.

Dans les deux dernières décennies, la théorie de la commande par le retour d'état a connu des développements significatifs. Cette méthode est basée sur la théorie de la géométrie différentielle pour la commande des systèmes non linéaires. Parmi les techniques développées, on peut citer tout particulièrement la méthode de linéarisation par retour d'état avec découplage entrée – sortie (input output linearization control) [11].

1.5.1. Technique de la commande par backstepping

La technique de commande par backstepping a été développée en 1991 par Kanellakopoulos. [13], elle est inspirée par les travaux de [14-15-16]. Cette technique offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir pour une certaine fonction (Lyapunov) définie positive que sa dérivée soit toujours négative. L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantit la stabilité globale du système. Pour faciliter la compréhension, on considère le cas des systèmes non linéaires de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f_n + g_n u \end{cases} \quad (1.24)$$

Où, f_i et g_i sont des fonctions non-linéaires connues tel que $f(0) = 0$ et $f_i(x) \neq 0$, On désire faire suivre à la sortie $y = x_1$ le signal de référence y_r . Le système étant d'ordre n , le design s'effectue en n étapes.

Étape 1 :

On considère d'abord le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (1.25)$$

Définissons la première variable $z_1 = x_1$ et la deuxième variable $z_2 = x_2 - \alpha_1$, avec α_1 défini comme une loi de commande virtuelle.

La dérivée par rapport au temps de z_1 est exprimée par :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = f_1 + g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 \quad (1.26)$$

Pour trouver la loi de commande virtuelle α_1 , nous construisons la fonction de Lyapunov suivante :

$$L_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (1.27)$$

Sa dérivée est exprimée par:

$$\dot{L}_1(z_1) = z_1 \dot{z}_1 = z_1 g_1 z_2 + z_1 (f_1 + g_1 \alpha_1) \quad (1.28)$$

Un choix judicieux de α_1 rendrait \dot{L}_1 négative et assurerait la stabilité du sous-système décrit par l'équation (1.25). Donc α_1 est choisi comme suit:

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1} (-f_1 - c_1 z_1) \quad (1.29)$$

Où $c_1 > 0$ est un paramètre de design.

On substitue α_1 dans (1.28) et dans z_1 , on trouve :

$$\dot{L}_1 = -c_1 z_1^2 + g_1 z_1 z_2 \quad (1.30)$$

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + g_1 z_2 \quad (1.31)$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme $g_1 z_1 z_2$ dans \dot{L}_1 sera éliminé dans la prochaine étape.

Étape 2 :

On considère, dans ce cas, les deux premiers sous-systèmes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1 + g_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 x_3 \end{cases} \quad (1.32)$$

Dans cette étape nous utilisons une nouvelle variable $z_3 = x_3 - \alpha_2$.

La dérivée par rapport au temps de z_2 est exprimée par :

$$\dot{z}_2 = f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1 \quad (1.33)$$

La fonction de Lyapunov pour le second sous système est choisie comme suit :

$$L_2(z_1, z_2) = L_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (1.34)$$

Sa dérivée par rapport au temps est exprimée par:

$$\begin{aligned} \dot{L}_2(z_1, z_2) &= \dot{L}_1 + z_2 \dot{z}_2 = \dot{L}_1 + z_2 (f_2 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + z_2 (f_2 + g_1 z_1 + g_2 x_3 - \dot{\alpha}_1) \\ &= -c_1 z_1^2 + g_2 z_2 z_3 + z_2 (f_2 + g_1 z_1 + g_2 \alpha_2 - \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (1.35)$$

Pour rendre \dot{L}_2 négative, la loi de commande virtuelle α_2 peut être choisie comme suit :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2}(-f_2 - c_2 z_2 - g_1 z_1 - \dot{\alpha}_1) \quad (1.36)$$

Où $c_2 > 0$ est un paramètre de design.

On substitue α_2 dans (1.35) et dans z_2 , on trouve :

$$\dot{L}_2(z_1, z_2) = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + g_2 z_2 z_3 \quad (1.37)$$

$$\dot{z}_2 = -c_2 z_2 - g_1 z_1 + g_2 z_3 \quad (1.38)$$

Pour une stabilité globale, le dernier terme $g_2 z_2 z_3$ dans \dot{L}_2 sera éliminé dans la prochaine étape.

Étape 3 :

Le système (1.24) est maintenant considéré dans sa globalité. La nouvelle variable d'erreur est $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$.

La dérivée par rapport au temps de z_n est exprimée par :

$$\dot{z}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = f_n + g_n u - \dot{\alpha}_{n-1} \quad (1.39)$$

La fonction de Lyapunov globale est exprimée par :

$$L_n(z_1, z_2, \dots, z_n) = L_{n-1}(z_1, z_2, \dots, z_{n-1}) + \frac{1}{2} z_n^2 \quad (1.40)$$

Sa dérivée par rapport au temps est exprimée par :

$$\dot{L}_n = \dot{L}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \quad (1.41)$$

Ce qui conduit à :

$$\dot{L}_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-c_i z_i^2) + z_n (f_n + g_{n-1} z_{n-1} + g_n u - \dot{\alpha}_{n-1}) \quad (1.42)$$

Pour rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov globale négative, la loi de commande u est choisie comme suit :

$$u = \frac{1}{g_n} (f_n + -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - \dot{\alpha}_{n-1}) \quad (1.43)$$

où $c_n > 0$ est un paramètre de design.

On substituant u dans (1.42) et dans z_n , on trouve :

$$\dot{L}_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-c_i z_i^2) \leq 0 \quad (1.44)$$

$$\dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \quad (1.45)$$

D'où la stabilité globale du système original (1.24) en boucle fermée est alors assurée.

1.5.2. La commande Adaptative

La commande adaptative est une technique de commande automatique qui permet d'ajuster le contrôleur en fonction des changements survenant dans le processus ou son environnement.

Bien que la commande robuste puisse également résoudre ce type de problème [14], la commande adaptative est particulièrement adaptée lorsque les perturbations sont importantes, que le modèle est incertain ou que les paramètres varient fortement dans le temps. Ce domaine de recherche a vu le jour dans les années 50 et connaît depuis trois décennies un essor important, représentant toujours un domaine de recherche très actif.

Un contrôleur adaptatif est composé d'un module d'estimation en ligne de certains paramètres inconnus et d'un contrôleur qui utilise ces paramètres. Cette combinaison permet de concevoir et de commander deux approches différentes : la commande adaptative indirecte et la commande adaptative directe.

1.5.3 La commande prédictive

La commande prédictive est fondée sur le principe de considérer, à chaque instant, le comportement futur du système en utilisant un modèle numérique du système afin de prédire sa sortie sur un horizon fini. Cette technique offre plusieurs avantages, notamment la possibilité de prendre en compte des trajectoires prédéfinies dans le futur pour une consigne pré-calculée sur un certain horizon. L'objectif est de faire correspondre la sortie du système avec cette consigne sur un horizon fini en exploitant les informations de trajectoire pré-calculées [17].

De manière générale, la loi de commande prédictive est obtenue à partir de la méthodologie suivante:

- Prédire les sorties futures du processus sur l'horizon de prédiction défini, en utilisant le modèle de prédiction. On dénote $y(t + k/t)$ les sorties prédites, $k = 0 \dots N$ (N l'horizon de prédiction). Ces sorties sont dépendantes des valeurs de sorties et d'entrées du processus à commander connues jusqu'au temps t .
- Calculer la séquence de signaux de commande, dénote par $u(t + k/t)$, $k = 0 \dots N - 1$ en minimisant un critère de performance afin de mener la sortie du processus vers une sortie de référence. On dénote par $w(t + k/t)$, $k = 0 \dots N$, d'habitude le critère de performance à minimiser est un compromis entre une fonction quadratique des erreurs entre $y(t + k/t)$ et $w(t + k/t)$ et un coût de l'effort de commande. Par ailleurs, la minimisation d'une telle fonction peut être soumise à des contraintes sur l'état et plus généralement à des contraintes sur la commande.
- Le signal de commande $u(t)$ est envoyé au processus tandis que les autres signaux de commande sont oubliés. Au temps $t + 1$ on acquiert la sortie réelle $y(t + 1)$ et on recommence au premier [18-19].

1.5.4 La commande robuste

A pour objectif de concevoir des correcteurs à paramètres fixes qui sont capables de maintenir leurs propriétés même en présence de perturbations et d'incertitudes paramétriques du modèle qui s'appliquent dans une plage de fonctionnement donnée [12].

1.5.5 La Commande par mode glissant

La technique de commande des systèmes à structure variable appelée "commande par mode glissant" est largement étudiée dans la littérature en raison de sa robustesse face aux variations paramétriques et aux perturbations externes. Son principe consiste à amener la trajectoire d'état du système sur une surface de glissement soigneusement choisie, puis à la faire glisser jusqu'au point d'équilibre [20-21].

Pour concevoir cette commande, trois étapes sont nécessaires. La première étape est la sélection de la surface de glissement, qui représente la dynamique souhaitée. La deuxième étape établit la condition d'existence du mode de glissement (attractivité), et la dernière étape consiste à déterminer la loi de commande qui maintiendra et fera glisser les trajectoires du système sur cette surface. Pour faciliter la compréhension, cette section considère une classe de systèmes SISO (Single Input Single Output) affines en la commande. Ainsi, le système non linéaire SISO affines en la commande est pris en compte, donné par (1.46) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1.46)$$

Supposition 1.1 : la fonction $g(x)$ est supposée non nulle ($g(x) \neq 0$).

1.5.6 Commande par modes glissants d'ordre supérieur

Emel'yanov et Levantovsky ont introduit les modes glissants d'ordre supérieur [22], qui étendent les modes glissants d'ordre 1 à un degré supérieur tout en conservant leur robustesse principale. Cette généralisation permet également de réduire leur principal inconvénient, qui est l'effet de "chattering" à proximité de la surface de glissement [23].

L'extension des modes glissants d'ordre 1 aux modes glissants d'ordre supérieur consiste à choisir une commande discontinue qui agit non pas sur la surface de glissement, mais sur ses dérivées supérieures.

Cependant, l'inconvénient majeur de la commande en mode glissant d'ordre supérieur réside dans le besoin de connaître les variables d'état et leurs dérivées. En conséquence, la synthèse d'un contrôleur en modes glissants d'ordre r nécessite l'utilisation des fonctions $(\sigma, \sigma', \sigma'', \dots, \sigma^{(r-1)})$.

1.5.7 Commande floue

Cette technique est adaptée pour formaliser les connaissances heuristiques exprimées par des règles, ainsi que pour intégrer ces connaissances dans le comportement des procédés en utilisant des informations numériques. Dans notre travail, nous nous concentrerons sur l'intégration de ces connaissances avec les informations numériques [13].

1.5.8 Commande par linéarisation entrée sortie

La commande par linéarisation entrée-sortie est une méthode qui généralise les commandes de type vectoriel en assurant le découplage et la linéarisation des relations entre les entrées et les sorties d'un système. Cette approche suppose que l'ensemble du vecteur d'état du système est mesurable, ce qui permet de concevoir un retour d'état non linéaire assurant la stabilité du système en boucle fermée. De quelques travaux dont le travail [68], ont démontré que cette technique de commande non linéaire présente des propriétés intéressantes, notamment en ce qui concerne le découplage entre le couple et le flux, la vitesse et le flux, le temps de réponse en couple, ainsi que la robustesse face aux variations paramétrique.

Grâce à la commande par linéarisation entrée-sortie, il est possible d'obtenir des performances améliorées en termes de contrôle des systèmes non linéaires. Cette approche permet de traiter de manière spécifique chaque variable d'entrée et de sortie, en assurant leur indépendance et leur linéarité. Ainsi, elle offre une plus grande flexibilité dans la conception des lois de commande et permet d'optimiser les performances du système dans différentes situations.

Il convient de souligner que la commande par linéarisation entrée-sortie nécessite la mesure de l'ensemble du vecteur d'état, ce qui peut poser des défis en pratique en raison de contraintes physiques ou de coûts élevés des capteurs. Toutefois, cette méthode reste une approche prometteuse pour la commande de systèmes non linéaires, et des travaux de recherche supplémentaires sont nécessaires pour développer des techniques d'observation permettant d'estimer les états non mesurables avec précision.

La commande par linéarisation entrée-sortie offre une approche intéressante pour la commande des systèmes non linéaires en assurant le découplage et la linéarisation des relations entre les entrées et les sorties. Elle présente des avantages en termes de découplage, de temps de réponse et de robustesse paramétrique. Cependant, la mesure complète du vecteur.

1.6 Exemple illustratif

Soit le système masse-ressort-amortisseur suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{m}(k_1x_1 + k_2x_1^3 + k_vx_2) \end{cases} \quad (1.47)$$

Le plan de phase de système est donné par la figure ci-dessous :

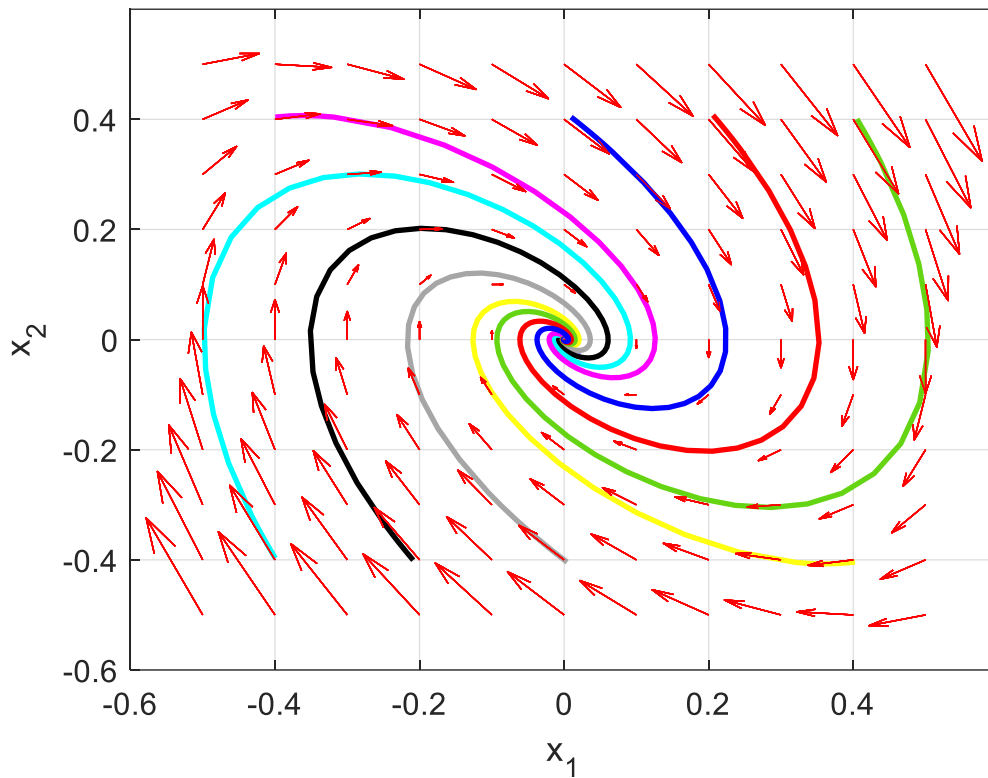


Figure.1.1: Portrait de phase de système (masse-ressort-amortisseur)

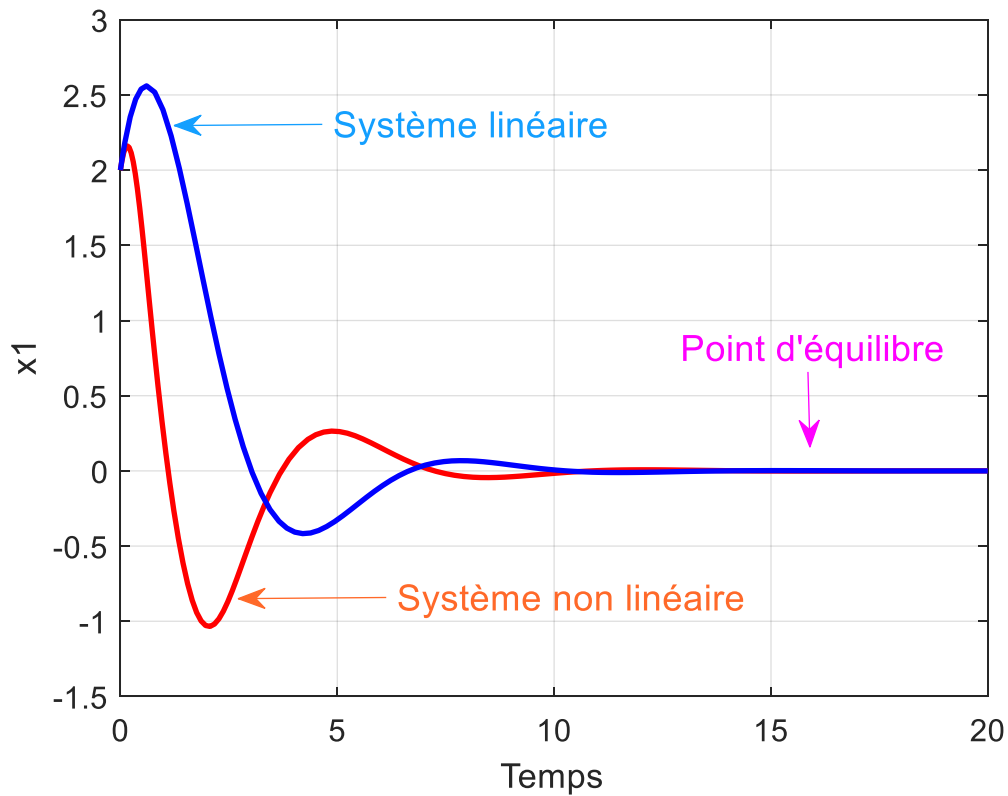


Figure 1.2 : Evolution de x_1 et x_2

1.7 Conclusion

Ce chapitre était un aperçu général sur les propriétés des systèmes non linéaires, y compris, les méthodes les plus utilisées pour analyser et assurer leurs stabilités. Nous avons également cité plusieurs méthodes qui peuvent être utilisées pour commander les systèmes non linéaires, en particulier la commande par mode glissant. Cette méthode est un moyen efficace d'atteindre la stabilité et la robustesse dans les systèmes non linéaires. Dans le chapitre suivant, nous approfondirons sur la commande par mode glissant et explorerons ses applications en détail. Dans l'ensemble, notre objectif est de fournir une compréhension globale des systèmes non linéaires et des différentes stratégies qui peuvent être utilisées pour les commandes.

Chapitre 2

La commande par mode glissant

2.1. Introduction

La commande des systèmes non linéaires utilisant des lois de commande linéaires peut être insuffisante, en particulier lorsque les exigences de précision, de vitesse et d'autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. C'est là que les techniques de commande non linéaire, telles que la commande à structure variable (CSV), entrent en jeu.

La commande à structure variable (CSV) est une approche de commande non linéaire qui se caractérise par sa loi de commande discontinue. Les commutateurs de commande sont basés sur des variables d'états, qui sont utilisées pour créer un "glissement" ou une "hypersurface" qui force la dynamique du système à correspondre à l'équation de l'hypersurface. Une fois que le système est sur cette hypersurface, on dit qu'il est en mode glissant. Tant que les conditions de glissement sont satisfaites, la dynamique du système reste insensible aux variations des paramètres, aux erreurs de modélisation (dans un domaine plus large que celui des approches de commande classiques) et à certaines perturbations. Cette propriété unique fait du CSV un outil attrayant pour commander les systèmes non linéaires avec une dynamique incertaine, des variations de paramètres et des perturbations. De plus, CSV offre une robustesse contre les erreurs de modélisation et le bruit. Cependant, la conception du CSV peut être difficile en raison de la nécessité de s'assurer que le mode de glissement est atteint rapidement et que le mouvement de glissement est maintenu avec précision.

2.2. Système à structure variable

La commande à structure variable par régime glissant, apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien A.F. Philipov, est une commande non linéaire basée sur l'utilisation d'un terme discontinu. Après les travaux développés par l'équipe du professeur Emelyanov en union Soviétique et à cause des problèmes de broutements et de réalisation, la commande à structure variable a attendu la fin des années soixante-dix pour connaître sa réapparition et son épopée avec l'avancée de l'électronique et l'informatique. En effet, cette commande est basée sur une commutation à haute fréquence pour un meilleur régime glissant [25].

2.2.1. Objectif de la commande par mode glissant

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels :

- Synthétiser une surface $S(x, t)$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent un comportement désiré de poursuite, de régulation et de stabilité.
- Déterminer une loi de commande (commutation) $U(x, t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface [26].

2.2.2. Principes de la commande à structure variable en mode glissant

Le régime glissant intervient de manière prépondérante dans la définition et les propriétés d'une classe de systèmes de commandes très importante. Un système à structure variable est un système dont la structure change son fonctionnement. Il est caractérisé par un choix de fonction et une logique de commutation. Ce choix permet de commuter d'une structure à une autre à tout instant de plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure. Dans la commande des systèmes à structure variable par le mode de glissement, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface, cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit système de commande à structure variable est définie pour chacune des composantes du vecteur de commande, $u_i : (i = 1, \dots, m)$.

La forme d'une commande à structure variable :

$$\begin{cases} u_i = u_{max} & \text{si } S_i(x) > 0 \\ u_i = u_{min} & \text{si } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Telle que la condition d'accès soit vérifiée, c'est à dire telle que la trajectoire d'état atteigne la surface de commutation $S(x) = 0$ en un temps fini [27].

2.2.3. Fonction de commutation

La structure de commande se distingue par le signe d'une fonction vectorielle appelée $S(x)$, connue sous le nom de fonction de commutation. Dans les modèles linéaires, la fonction de commutation est définie comme une fonction linéaire de l'état :

$$S(x) = [S_1(x), S_2(x), \dots, S_m(x)] = Cx \text{ avec } C = [c_1, c_2, \dots, c_m].$$

Chaque fonction scalaire de commutation $S_j(x)$ décrit une surface linéaire $S_j(x) = 0$ avec : $j = 1, \dots, m$ [26].

2.2.4. Hyperplan de commutation

La surface de commutation associée au système de commande à structure variable défini précédemment $S_j = \{x \in R^n : S_j(x) = 0, j = 1, \dots, m\}$ est appelée hyper surface de glissement [26].

2.2.5. Régime glissant

Si pour tout vecteur d'état initial $X(t_0) \in S$ la trajectoire d'état reste dans l'hyper surface S_j , $X(t) \in S, \forall t > t_0$ alors $x(t)$ est un mode glissant pour le système [26].

2.2.6. Surface de glissement

Si tout point de S tel qu'il existe des trajectoires d'état hors de S le contenant alors la surface de commutation S est appelée surface de glissement. Le but de système de commande à structure variable est d'amener asymptotiquement l'état du système à partir d'une condition initiale quelconque $x(0) = x_0$ vers l'origine de l'espace d'état.

Ce mode de glissement est souvent qualifié d'idéal du fait qu'il requiert pour exister, une fréquence de commutation infiniment grande. De fait, tout système de Commande comprendre l'hypersurface rend des imperfections telles que retards, hystérésis, qui imposent une fréquence de commutation finie [26]. La trajectoire d'état oscille alors dans un voisinage de la surface de glissement, phénomène appelé "chattering" ou broutement. La trajectoire dans le plan de phase est consistée de trois parties distinctes :

a) Le mode de convergence (MC)

Le mode de convergence est un état de fonctionnement des systèmes dynamiques contrôlés par la technique des modes glissants. Dans ce mode, la variable à régler commence à partir de n'importe quel point du plan de phase et converge vers la surface de commutation $S(x) = 0$. Cet état est atteint lorsque la fonction de commutation atteint son état d'équilibre, stabilisant ainsi le système. [28].

b) Le mode de glissement (MG)

Le mode de glissement est un état de fonctionnement des systèmes dynamiques contrôlés par la technique des modes glissants. Dans ce mode, la variable d'état du système atteint la surface de glissement prédéfinie et converge vers l'origine du plan de phase. Cet état est atteint lorsque la fonction de commutation est nulle, stabilisant ainsi le système autour du point de glissement [28].

c) Le mode du régime permanent (MRP)

Ce mode est un état de fonctionnement supplémentaire des systèmes dynamiques contrôlés par la technique des modes glissants. Ce mode est utilisé pour étudier la réponse du système autour

de son point d'équilibre et pour évaluer sa stabilité à long terme. En général, le MRP est atteint après la convergence du système vers le mode glissant ou de convergence [28].

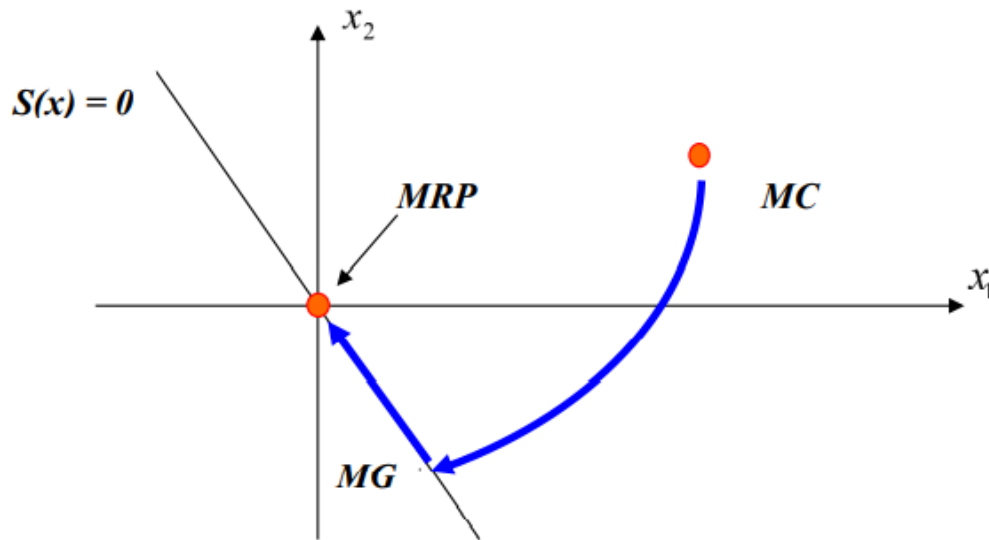


Figure 2.1 : Différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase

2.3. Différentes structures de contrôle par mode glissant

Dans la littérature, on trouve trois configurations de base pour la synthèse de différentes commandes de commande à l'aide de la commande par mode glissant. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation se produit au niveau de l'élément de commande lui-même. On l'appelle la structure de commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure implique la commutation au niveau d'une boucle de rétroaction d'état, tandis que la dernière est une structure de régulation avec l'ajout de la commande de contrôle équivalente. Ces différentes structures ont des niveaux de complexité et de performance variables et sont souvent utilisées dans différentes applications en fonction des exigences spécifiques du système de commande [29].

2.3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné sur la figure 2.2. Cette structure de commande est la plus classique et la plus usitée. Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande de moteurs pas à pas [26].

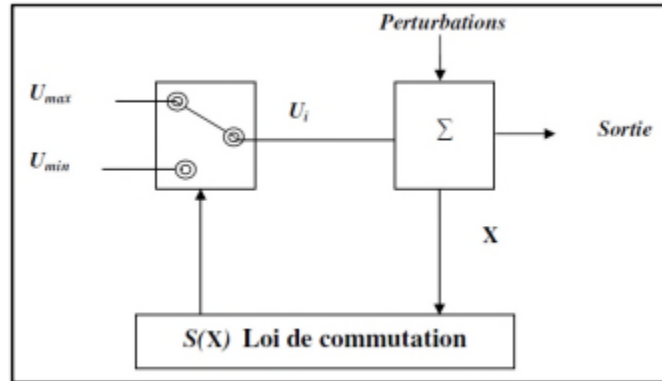


Figure 2.2 : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande [30]

2.3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état

Nous pouvons consulter le schéma d'une telle structure sur la figure (2.3). D'après les études menées dans [31], c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle a été mise en œuvre dans la commande de moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande des machines à induction [32]. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. Le non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc on a créé une commutation au niveau de la dynamique du système.

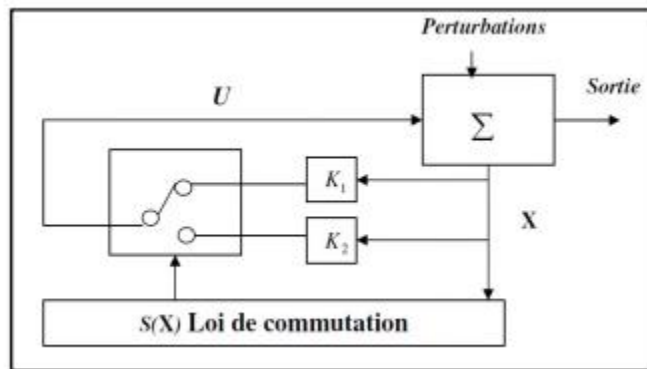


Figure 2.3 : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état [30]

2.3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente

Une telle structure dont le principe est montré sur la figure (2.4), présente un réel avantage. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup

moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait de l'expression de cette commande équivalente [26].

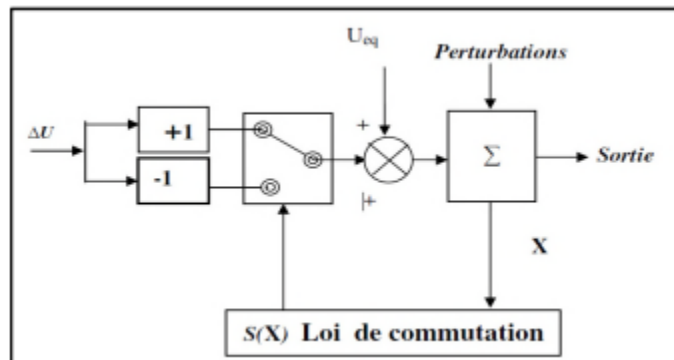


Figure 2.4: Structure de régulation par ajout de la commande équivalente [30]

Avec:

U_{eq} : Vecteur de commande équivalente.

ΔU : Vecteur de commande discontinue.

X : Vecteur de variables d'état.

$S(X)$: Fonction de commutation.

2.4. Description du mode glissant

2.4.1. Définition du mode glissant

L'approche des modes glissants est une technique de commande de systèmes dynamiques non linéaires qui vise à amener la trajectoire d'état du système vers une surface de glissement prédéfinie. Cette surface de glissement est caractérisée par des propriétés mathématiques spécifiques qui permettent de concevoir une logique de commutation appropriée. Cette logique de commutation est ensuite utilisée pour faire commuter la trajectoire du système autour de la surface de glissement jusqu'à atteindre un état d'équilibre appelé point de glissement. Cette technique de commande est largement utilisée dans les domaines de l'ingénierie et de la robotique pour contrôler des systèmes complexes [26].

2.4.2. Explication du phénomène du glissement

Le phénomène de glissement se produit lorsque des commutations continues se produisent entre les valeurs " U_{max} " et " U_{min} ". Cette observation est démontrée à l'aide de la figure II.5 pour un système à régler du deuxième ordre avec les deux états " x_{s1} " et " x_{s1} ".

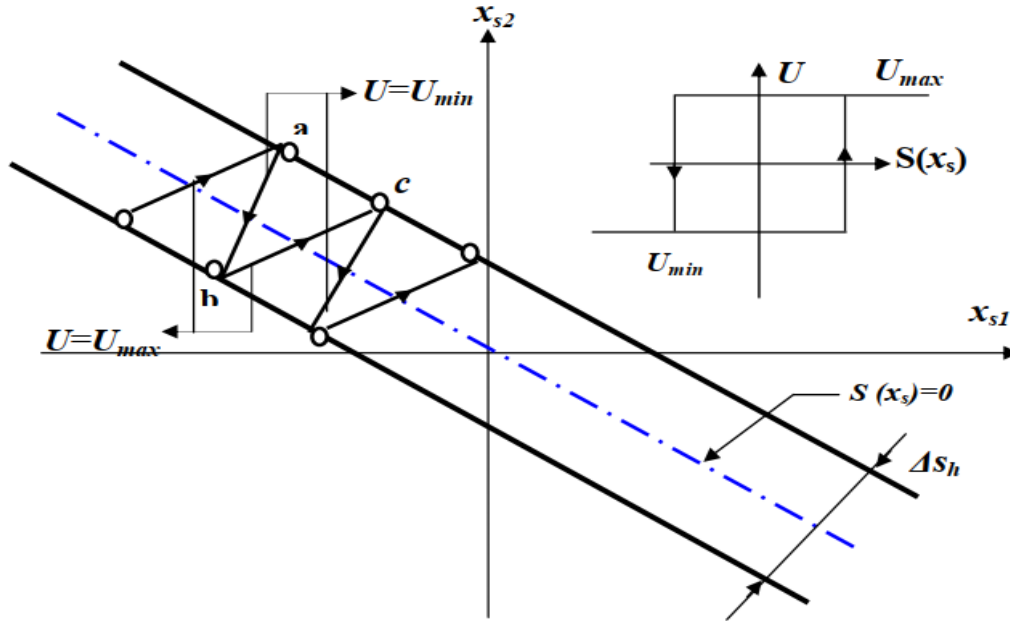


Figure 2.5 : Démonstration de mode de glissement[54]

Initialement, une hystérésis est introduite dans la loi de commutation $S(x_s) = 0$ (la droite entrant mixte), ce qui entraîne des commutations le long des droites parallèles décalées de $\pm \Delta s_h$. Lorsqu'une trajectoire $U = U_{max}$ atteint le seuil inférieur de basculement avec $U = U_{min}$ au point a , elle est dirigée vers l'intérieur de la zone d'hystérésis et atteint le seuil supérieur de basculement au point b où une commutation se produit avec $U = U_{max}$. Si la trajectoire continue vers l'intérieur, elle atteindra le seuil inférieur de basculement au point c , et ainsi de suite. Il y a donc un mouvement continu à l'intérieur de la zone d'hystérésis. Ce mouvement tend vers un régime stationnaire dans une certaine région où des commutations continues existent et où la fréquence de commutation est finie [54].

Le réglage par mode glissant est une méthode spécifique de fonctionnement des systèmes à structure variable. La théorie des systèmes à structure variable et les modes glissants associés constituent une technique de commande non linéaire caractérisée par une discontinuité de la commande lors du passage par une surface de communication appelée surface de glissement.

2.5. Conception de la commande par mode glissant

Dans le développement d'un régulateur de mode glissant, le problème de la stabilité et les performances désirées sont systématiquement pris en compte. Cette commande est particulièrement utile pour les systèmes non linéaires et incertains, car elle permet de compenser

les perturbations et d'assurer une réponse rapide et précise. Les étapes nécessaires à la mise en œuvre de cette commande nécessitent les étapes suivantes :

- Le choix des surfaces de glissement.
- L'établissement des conditions d'existence et de convergence.
- La détermination de la loi de commande.

Dans cette partie, nous considérons une classe de systèmes non linéaires donnée par son modèle d'état suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (2.2)$$

Où :

$x = [x_1, x_2 \dots x_n]^T$ est le vecteur d'état du système, u est la sortie du système, u est l'entrée de commande, et $f(x)$ et $g(x)$ sont deux fonctions continues non linéaires [49].

2.5.1. Choix de la surface de glissement

La forme générale de la surface de glissement, qui permet généralement de garantir la convergence d'une variable de sortie vers sa valeur désirée, est celle proposée par « J.J.Slotin » et qui donnée par suit [21].

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (2.3)$$

Avec :

$e(x)$: est l'écart de la variable à réguler.

λ_x : est une constante positive choisie.

r : est le degré relatif.

2.5.2. Condition d'existence de convergence

On réalise la condition de glissement afin de contraindre les points représentatifs de la trajectoire à rester sur la surface de glissement. Nous retenons dans la littérature deux conditions, celle-ci correspondent au mode de convergence de l'état du système [50] :

2.5.2.1. Fonction directe de commutation

C'est la première condition de convergence, elle a été par Emtlianov et Utkn. Elle est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

A partir de ces deux inégalités on peut formuler la condition suivante :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (2.5)$$

2.5.2.2. Fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est un outil utilisé dans la théorie de contrôle afin d'assurer la stabilité des systèmes linéaires et non linéaires. Son principe consiste à définir une fonction scalaire positive $U(x) > 0$ pour les variables d'état du système, et à choisir une loi de commutation qui fera décroître cette fonction ($\dot{U}(x) < 0$). En plus de garantir la stabilité, la fonction de Lyapunov est également utilisée pour évaluer les performances de la commande et étudier la robustesse du système. Elle joue un rôle essentiel dans la théorie de commande par mode glissant en assurant la convergence rapide et précise du système [34].

En définissant la fonction de Lyapunov par :

$$U(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (2.6)$$

Et sa dérivée par :

$$\dot{U}(x) = S(x)\dot{S}(x) \quad (2.7)$$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. Ceci est vérifié si :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) exprime que le carré de la distance vers la surface, mesurée par $S^2(X)$, diminue en permanence, obligeant ainsi la trajectoire du système à se rapprocher de la surface des deux côtés. Cette condition suppose un régime glissant idéal dans lequel la fréquence de commutation est infinie [34].

2.5.3. Calcul de la commande

Une fois que la surface de glissement et le critère de convergence sont définis, la prochaine étape consiste à déterminer la commande nécessaire pour amener la variable à régler vers la surface, puis vers son point d'équilibre, tout en maintenant la condition de présence du mode glissant. La commande doit alterner entre les valeurs U_{max} et U_{min} en fonction du signe de la surface de glissement. Cependant, cette alternance peut entraîner des oscillations de très haute fréquence connues sous le nom de "chattering" dans le mode de glissement. Afin de prévenir ce phénomène, différentes techniques de lissage peuvent être utilisées, telles que la saturation et la régularisation, visant à réduire l'amplitude des alternances et à atténuer les oscillations [35].

Nous posons donc :

$$U = U_{eq} + U_d \quad (2.9)$$

U_{eq} : Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. Elle est calculée en reconnaissant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par: $\dot{S}(x) = 0$.

Alors pour la valeur de la commande discontinue U_d :

$$U_d = K \text{sign}(S(x)) \quad (2.10)$$

Avec : K est un gain positif.

- Si K est très petit donc le temps de réponse sera très long.
- Si K est très grand donc il existe des fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de "Chattering").

2.5.3.1. Commande équivalente

La commande équivalente, représentée par le vecteur U_{eq} , est définie comme les équations du régime glissant idéal. Notre intérêt se porte sur le calcul de cette commande équivalente, suivie du calcul de la commande attractive du système défini dans l'espace d'état par l'équation (2.2) [36]. Le vecteur u est constitué de deux éléments, U_{eq} et U_d soit :

$$U = U_{eq} + U_d \quad (2.11)$$

L'utilisation des équations (2.2) et (2.11) permet d'obtenir la commande équivalente U_{eq} :

Nous avons :

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} [f(x, t) + g(x, t)U_{eq}] + \frac{\partial S}{\partial x} [g(x, t)U_d] \quad (2.12)$$

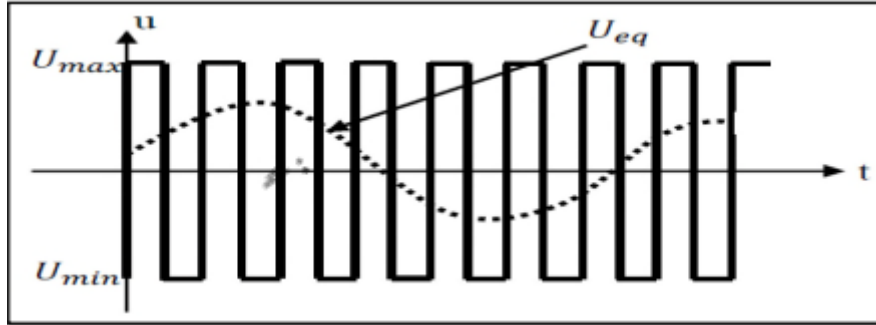
En mode de glissement et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle (parce que : $\dot{x} = 0$). Ainsi nous obtenons [27] :

$$U_{eq} = -\left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)\right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial x} f(x, t)\right]; U_d = 0 \quad (2.13)$$

En portant U_{eq} dans l'équation (2.11), on obtient l'équation du régime glissant idéal :

$$\dot{X} = f(x, t) - g(x, t) \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)\right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) \quad (2.14)$$

Cette équation représente la dynamique du système équivalent dans la surface de glissement. La commande U_{eq} peut être interprétée comme étant la valeur moyenne que prend la commande U lors des commutations rapides entre $U^+(max)$ et $U^-(min)$ (voir figure II.6).

Figure 2.6 : Commande équivalente U_{eq}

Tant que le régime glissant est assuré [condition (2.5) vérifiée], le système décrit par l'équation (2.2) est robuste et indépendant des variations des paramètres de la partie commandée. Il admet en outre des erreurs de modélisation, tant que ces variations et erreurs maintiennent les conditions du régime glissant qui s'effectue alors au voisinage de la surface de glissement $S_j(x) = 0$ [37] [51].

2.5.3.2. La commande commutant

Il y a plusieurs formes de la commande commutant :

2.5.3.2.1. La commande discontinue a base

L'addition du terme u_d à la loi de commande permet d'assurer l'attractivité de la surface de glissement S . Celle-ci est attractive si seulement si $S(x)\dot{S}(x) < 0$ [52]. Cette condition permet de définir la région dans laquelle le mode de glissement existe.

Durant le mode de convergence, on remplace le terme u_{eq} par sa valeur donnée par l'équation (2.13) dans l'équation (2.12). Nous obtenons donc une nouvelle expression de la dérivée de la surface, soit :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t) \cdot u_d\} \quad (2.15)$$

Le problème revient à trouver u_d tel que :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = S(x) \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t) \cdot U_d\} < 0 \quad (2.16)$$

La solution la plus simple est de choisir u_d sous la forme de relais. Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit [53]:

$$U_d = K \text{sign}(S(x)) \quad (2.17)$$

En remplaçant l'expression (2.17) dans (2.16) on obtient :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \cdot K \cdot |S(x)| < 0 \quad (2.18)$$

Où le facteur $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$ est toujours négatif pour la classe de systèmes que nous considérons. Le gain K doit être positif afin de vérifier les conditions d'attractivité et de stabilité.

2.5.3.2.2. Commande signe

Plusieurs choix pour la commande discontinue U_d peuvent être faits, parmi lesquelles la commande signe (Figure 2.7) qui est la plus fréquente, et la plus simple pour exprimer la commande discontinue $U_d = [U_1, U_2, \dots, U_m]$ par cette fonction par rapport à $S = [S_1, S_2, \dots, S_m]$, tel que :

$$\begin{cases} \text{sign}(S) = +1, & \text{si } S > 0 \\ \text{sign}(S) = -1, & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Alors, la commande s'écrit comme suit :

$$U_d = K \text{sign}(S(x)) \quad (2.20)$$

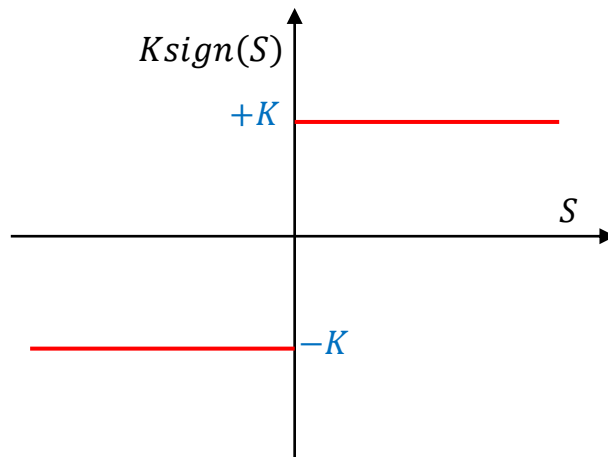


Figure 2.7 : Représentation de la fonction "signe"

En remplaçant l'expression (2.17) dans (2.16), on obtient :

$$S(x)\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) K |S(x)| < 0 \quad (2.21)$$

Où le facteur $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$ est toujours négatif pour la classe de système que nous considérons. Le gain K est choisi positif pour satisfaire la condition (2.21). Le choix de ce gain est très influent car, s'il est très petit, le temps de réponse sera très long, et s'il est très grand, nous aurons des fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de "Chattering"), ou même détériorer l'organe de commande [38].

2.5.3.2.3. Commande SAT

Cette fonction représentée dans la figure II.8, est définie par [39]:

$$sat(S) = \begin{cases} \frac{S}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{S}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign} \left(\frac{S}{\varepsilon} \right) & \text{si } \left| \frac{S}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (2.22)$$

U_d : S'exprime donc comme : $U_d = k sat(S)$.

ε : Représente la bande de transition de la surface de glissement.

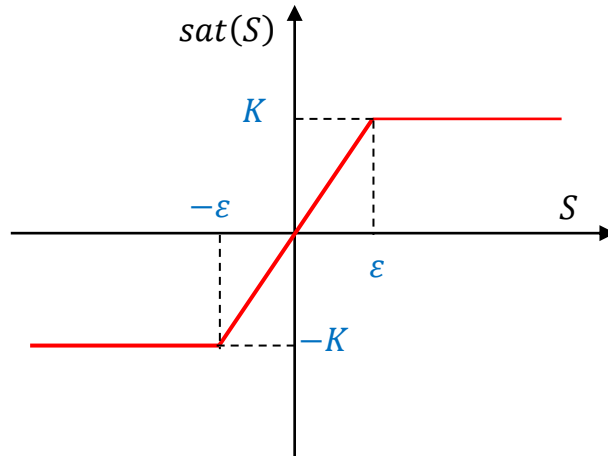


Figure 2.8 : Définition de la fonction SAT

2.5.3.2.4. Commande adoucie

Afin de réduire progressivement la valeur de la commande u_d en fonction de la distance entre la trajectoire de la variable à régler et la surface de glissement, il est nécessaire de définir une bande qui encadre la surface avec un ou deux seuils [40].

Trois zones distinctes peuvent être identifiées en fonction de la distance entre le point et la surface de glissement. Si la distance est supérieure au seuil e_2 , alors la fonction signe est activée. Si la distance est inférieure au seuil e_2 , alors u_d est nulle (zone morte). Si le point se situe dans la bande délimitée par les seuils (e_1, e_2) , alors u_d est une fonction linéaire de la distance, avec une pente égale $\frac{k}{e_2 - e_1}$ (représentée par une droite sur la figure II.9:

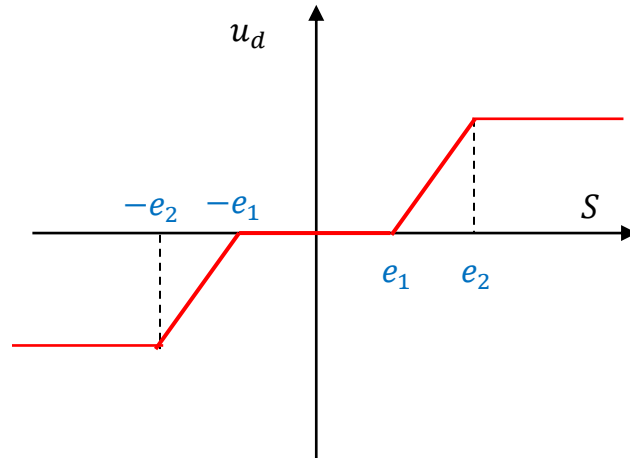


Figure 2.9: Fonction signe de la commande adoucie

Dans cette méthode d'adoucissement utilisée pour limiter les oscillations, plus le seuil est grand, moins il y a des commutations. Néanmoins s'il est trop important, il y a problème de précision. En effet le système va évoluer dans la bande et risque donc de ne jamais atteindre le point désiré.

2.6. Mode glissant pour les systèmes non linéaires

2.6.1. Dynamique glissante

Le régime glissant idéal, assuré grâce au vecteur commande équivalente \mathbf{u}_{eq} s'effectue en satisfaisant la condition (2.8). Cette dernière devient en utilisant (2.2) :

$$S_x f(x) + S_x g(x) u_{eq} = 0 \quad (2.23)$$

Où S_x est une matrice $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$, dont les lignes correspondent aux vecteurs gradients de $S_i(\mathbf{x})$:

$$S_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial S_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial S_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial S_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

On définit alors la commande équivalente:

$$u_{eq} = -(S_x g(x))^{-1} S_x f(x) \quad (2.25)$$

Avec la condition que la matrice $S_x g(x)$ soit inversible.

En remplaçant u par u_{eq} (2.25) dans (2.2), il vient pour la dynamique glissante:

$$\dot{x} = f(x) - g(x)(S_x g(x))^{-1} S_x f(x) \quad (2.26)$$

Remarques :

- Dans le cas des systèmes linéaires en entées, la dynamique glissante est la même selon l'approche de Filippov ou celle de [41], ce qui permet de conclure que celle-ci n'est rien d'autre que la dynamique annulatrice du système relativement à la sortie $y = S(x)$.
- La dynamique glissante est définie d'une façon intrinsèque à la surface S et ne dépend pas des $u_i^+(x)$ et $u_i^-(x)$, ($i = 1, \dots, m$).

2.6.2. Approche de la commande équivalente

La dynamique glissante résulte de l'action du champ équivalent, donné par la commande, appelée commande équivalente, qui rend la surface de glissement invariante [41]. Cette condition d'invariance a été reprise en utilisant les concepts de la géométrie différentielle [42-43-44].

On considère des systèmes du type :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (2.27)$$

Avec : $g = [g^1 \dots \dots \dots g^n^T]$ un champ de vecteurs définissant les gains de commande $u \in \mathcal{R}$ un loi de commande vérifiant :

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } S(x) > 0 \\ u^- & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Selon cette loi, le système présente un régime glissant caractérisé par la dynamique équivalente dans laquelle u_{eq} est la commande équivalente qui rend la surface de glissement S invariante et vérifie, pour $x \in S$, l'inégalité :

$$f_{eq} = f(x) + g(x)u_{eq} \quad (2.29)$$

$$\min(u^-(x), u^+(x)) < u_{eq}(x) < \max(u^-(x), u^+(x)) \quad (2.29)$$

En notant :

$$u_{eq} = \min(u^-(x), u^+(x)) \quad (2.30)$$

$$u_{eq} = \max(u^-(x), u^+(x)) \quad (2.31)$$

On peut interpréter u_{eq} comme étant la valeur moyenne de $u(t)$ lors de la commutation rapide entre u_{max} et u_{min} [41].

La commande équivalente correspond au régime glissant idéal (ni seuil, ni retard, ni hystérésis), c'est-à-dire pour lequel le glissement est décrit (2.33) en utilisant la condition d'invariance:

$$S(x) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{S}(x) = 0 \quad (2.32)$$

Il vient en développant les calculs :

$$\dot{S} = \langle \nabla S, f + gu_{eq} \rangle = 0 \quad (2.33)$$

D'où:

$$u_{eq} = -\frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, g \rangle} \quad (2.34)$$

Avec la condition d'existence:

$$u_{eq} \neq \langle \nabla S, g \rangle \quad (2.35)$$

En portant l'expression de u_{eq} dans (2.27), on obtient l'équation du régime glissant idéal (solution des équations ((2.26), (2.27)) sur la surface $S = 0$.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq} = [I - g(x)(\langle \nabla S, g(x) \rangle)^{-1} \nabla S] f(x) \quad (2.36)$$

2.6.3. Domaine de glissement

La technique du réglage par mode glissement a connu des développements importants dans tous les domaines de la commande, tel que la commande des systèmes hydrauliques ou pneumatiques et la robotique [45]. Il existe des valves fonctionnant par tout ou rien qui ne possèdent que deux états stables : complètement ouvertes ou complètement fermées. Ces valves admettent des fréquences de commutation de quelques 10Hz.

Les entraînements électriques pour des machines-outils ou des robots qui nécessitent soit un réglage de la vitesse de rotation, soit un réglage de position, dans ce cas le comportement dynamique à haute performance à la possibilité de limiter facilement certaines grandeurs (comme le courant et la vitesse de rotation), sont des avantages incontestables en faveur du réglage par mode glissant [46].

Il faut mentionner que dans certains domaines tels que: les processus chimiques et métallurgies, où il y a des réglages qui font appel à des régulateurs à deux positions, le procédé par mode glissant peut apporter plusieurs avantages.

2.6.4. Invariance des régimes glissants vis-à-vis des perturbations

Considérons le système perturbé décrit par l'équation suivante:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + p(x) \quad (2.37)$$

Dans cette équation p représente les perturbations paramétriques du champ de vecteurs nominal $f(x)$.

L'invariance du régime glissant vis-à-vis de la perturbation p peut être définie de la manière suivante [42]:

Définition :

Le régime glissant idéal présente une forte invariance vis-à-vis de la perturbation p si la dynamique du système en mode de glissement idéal est indépendante du signal de perturbation p [42].

Une condition suffisante pour l'invariance est énoncée dans le théorème suivant. Cette condition a été étendue aux systèmes multivariables non linéaires [42], ce qui correspond à la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes [47].

Théorème :

Le régime glissant sur la variété S du système perturbé (2.37), satisfait les propriétés d'invariance vis-à-vis de p , si et seulement si le vecteur perturbation p appartient à l'espace engendré par la base $g(x)$ [42] :

$$p \in Vect\{g(x)\} \quad (2.38)$$

Avec : $Vect$ l'espace engendré par la base $g(x)$.

2.6.5. Robustesse par rapport aux perturbations

Considérons le système dynamique défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \dots, (n-1) \\ \dot{x}_n = f(x, t) + g(x, t)u + p(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.39)$$

Où $p(x, t)$ représente les perturbations extérieures, les variations paramétriques et l'effet de certaines non-linéarités. Nous supposons que l'hypothèse suivante est vérifiée :

$$|p(x, t)| \leq p^1 \quad (2.40)$$

Est satisfaite.

L'expression de S est donnée par l'équation (2.41), soit :

$$S = \sum_{i=1}^n c_i x_i, c_n = 1 \quad (2.41)$$

On désire assurer la condition d'attractivité $S\dot{S} \leq 0$ de la surface $S(x) = 0$. En utilisant (2.39), le calcul de $S\dot{S}$ donne :

$$S\dot{S} = S \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(x, t) + g(x, t) + p(x, t) \right) \quad (2.42)$$

Alors le bouclage à structure variable défini par :

$$u = \frac{1}{g(x, t)} \left(- \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - f(x, t) - p(x, t) \right) \quad (2.43)$$

Nous garantissons l'attractivité de la surface $S(x) = 0$ et maintenons l'évolution sur cette surface une fois qu'elle est atteinte, à condition que le gain de glissement K soit supérieur à la borne maximale de la perturbation $p(x, t)$. Cette condition peut être exprimée comme suit, en utilisant l'équation (2.44) :

$$K > p^1(2.44)$$

Où p^1 est une borne connu dans une bande de la surface [48].

Exemple : commande d'un pendule inversé (poursuite)

a) Commande discontinue

Considérons le pendule inversé représenté par la figure II.10. En prenant comme vecteur d'état $X = [\theta, \dot{\theta}]^T$ la dynamique du système peut être décrite par le système d'équations différentielles suivant [55] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(X) + b(X)u + d(t) = \frac{g \sin x_1 - \frac{m_p L x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.45)$$

Avec :

$x_1 = \theta$ est l'angle du pendule et $x_2 = \dot{\theta}$ la vitesse angulaire.

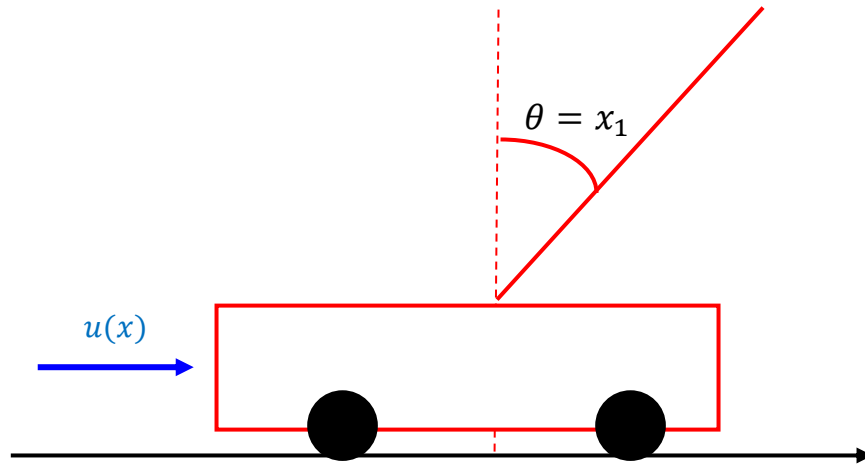


Figure2.10 : Schéma de principe de pendule inversé

Pour toute la démonstration, on définit les paramètres suivants [49]:

Paramètre	Valeur	Description
m_c	2.3 kg	La masse du chariot
m_p	0.2 kg	La masse du pendule
L	0.3 m	Demi longueur du pendule
g	9.81 m/s²	La pesanteur

Tableau 2.1 : Paramètres de l'ensemble chariot et pendule

On souhaite que la sortie ait une réponse du type deuxième ordre de constante de temps équivalente égale à 1/3 de seconde. Comme ce n'est pas possible ici, on choisit un comportement du type premier ordre avec la même constante de temps. Il en résulte pour l'expression :

$$S = \lambda_x e + \dot{e} \tag{2.46}$$

Avec: $e = x_{1d} - x_1$.

En utilisant l'équation (2.4), la condition de glissement devient

$$S\dot{S} = S(\lambda_x \dot{e} + \ddot{x}_{1d} - f(X) - b(X)u - d(t)) < 0 \tag{2.47}$$

La résolution de cette inégalité, par rapport à la commande u , fournit des solutions assurant l'évolution du système en régime glissant. Le bouclage

$$u = \frac{1}{b(X)} (\lambda_x \dot{e} + \ddot{x}_{1d} - f(X) + K \text{sign}(S)) \tag{2.48}$$

Assure l'attractivité de la surface S .

La simulation a été réalisée pour :

$$d(t) = \sin(t) \quad (2.49)$$

Ensuite, pour satisfaire la condition d'attractivité de la surface et de robustesse de la commande on choisit un gain de glissement $K > 2$.

L'évolution de la sortie et de la référence, la commande et de la surface de glissement sont représentées sur les figures 2.15-2.16 et le plan de phase est représenté sur la figure 2.17 pour un gain de glissement $K = 5$ et avec une condition initiale $x(0) = [0.5, 0]^T$.

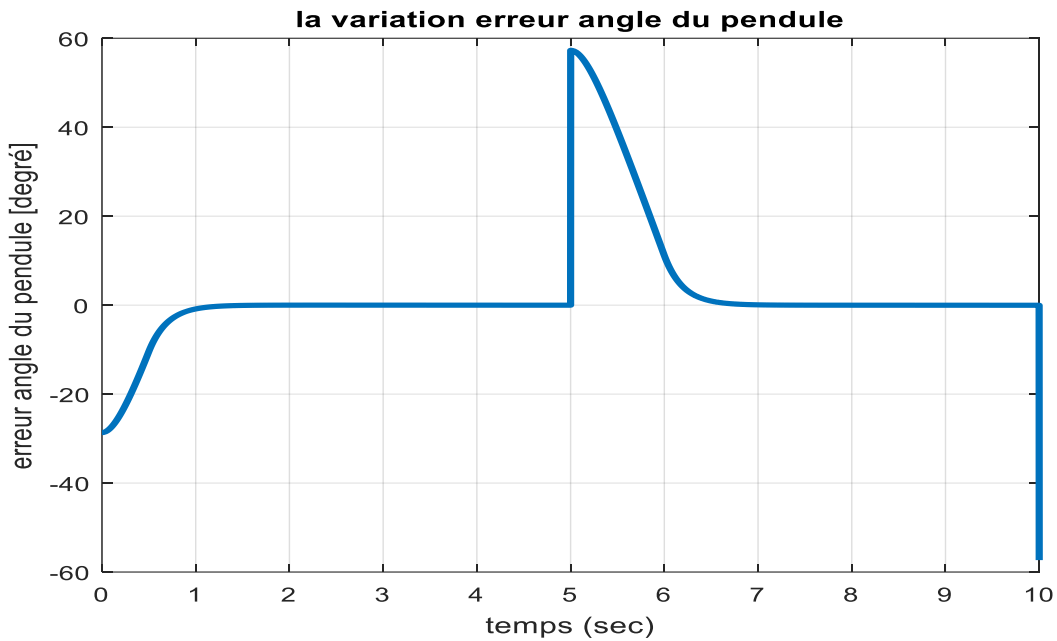


Figure 2.11 : Variation erreur angle du pendule

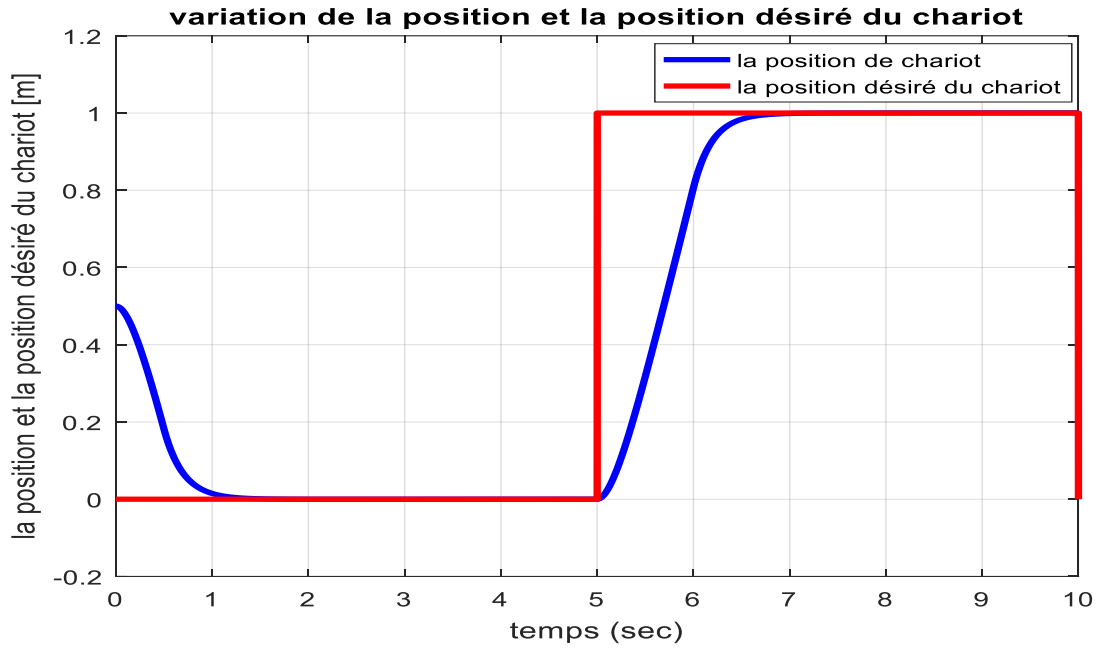


Figure 2.12: Variation de la position et la position désirée du char

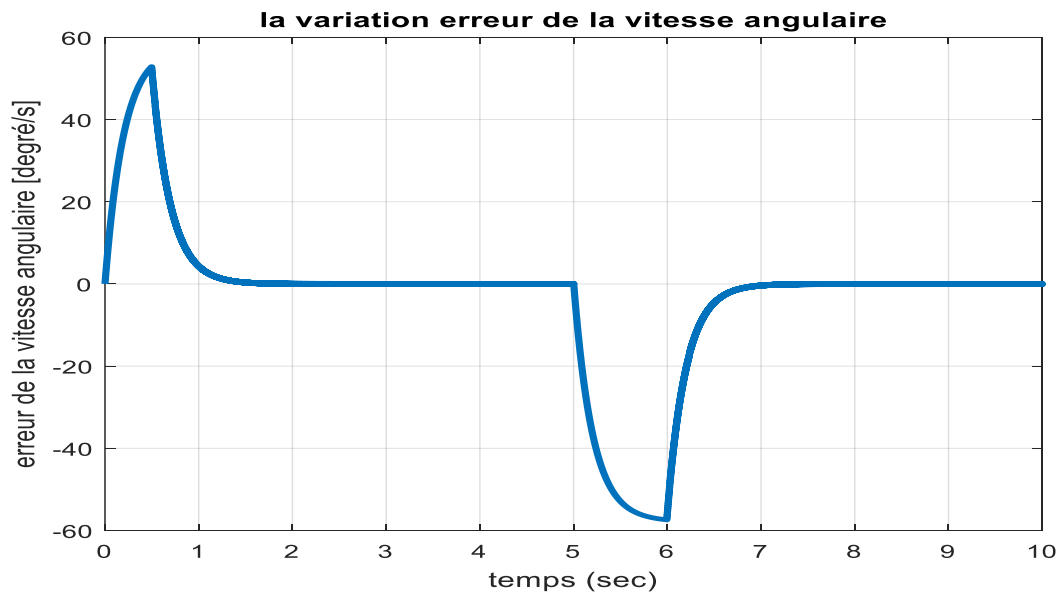


Figure 2.13: la variation erreur de la vitesse angulaire

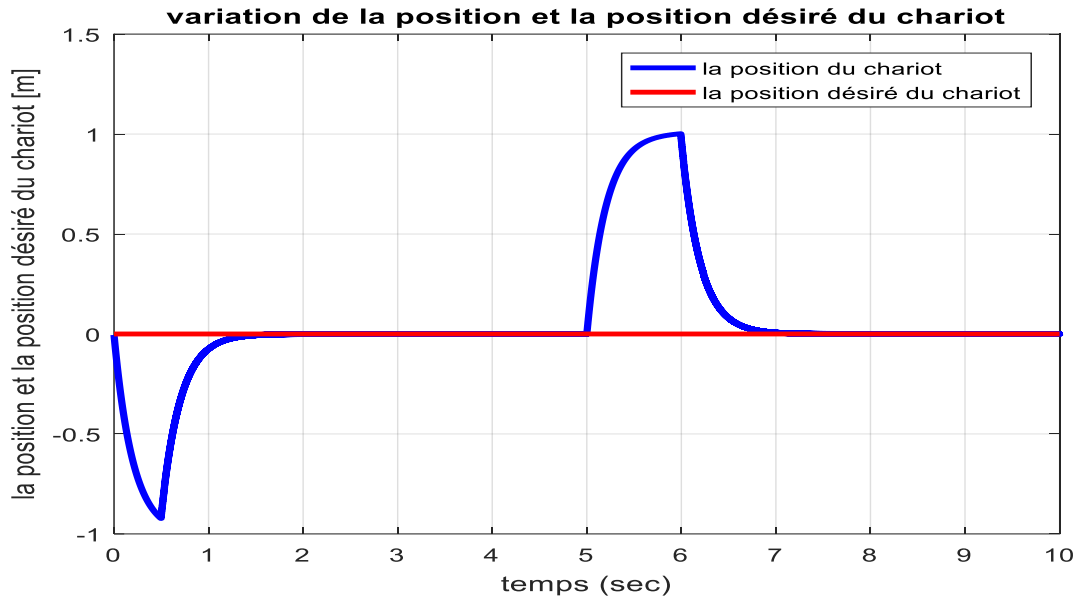


Figure 2.14 : variation de la position et la position désirée du chariot

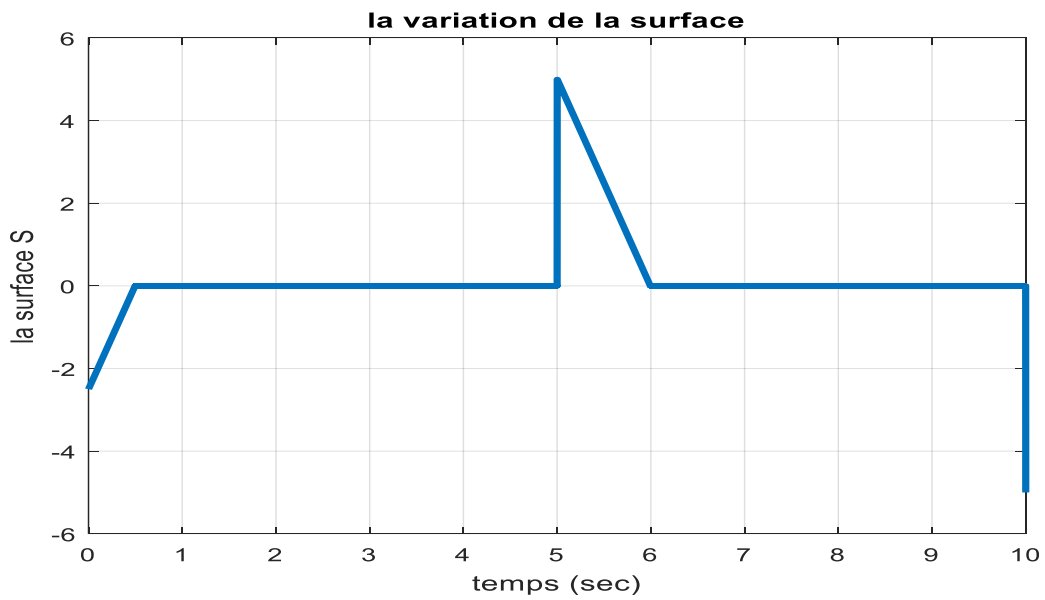


Figure 2.15: Variation de la surface

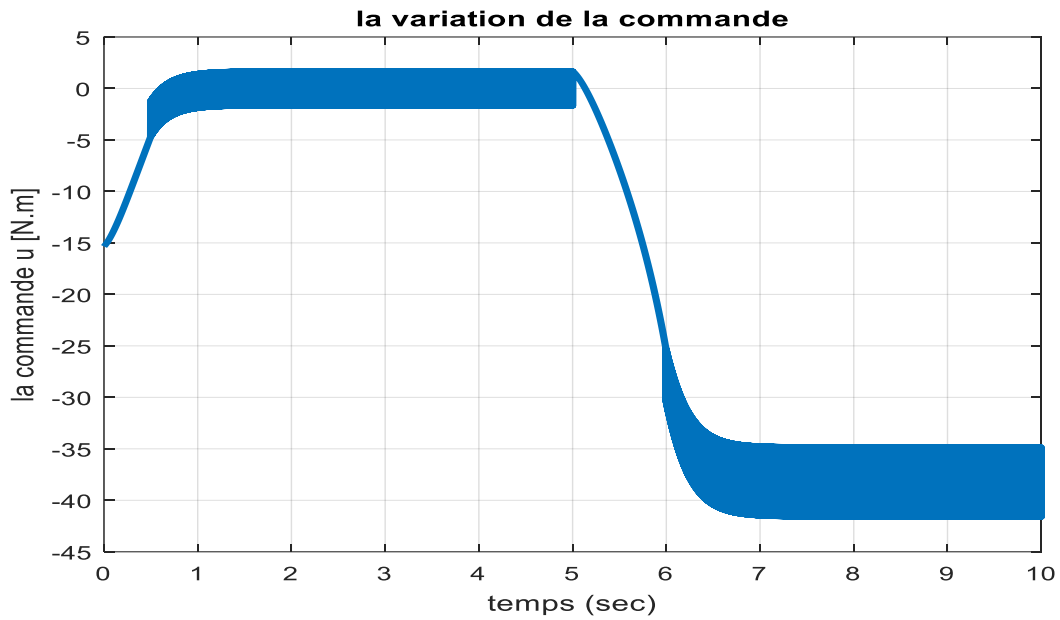


Figure 2.16 : Variation de la commande

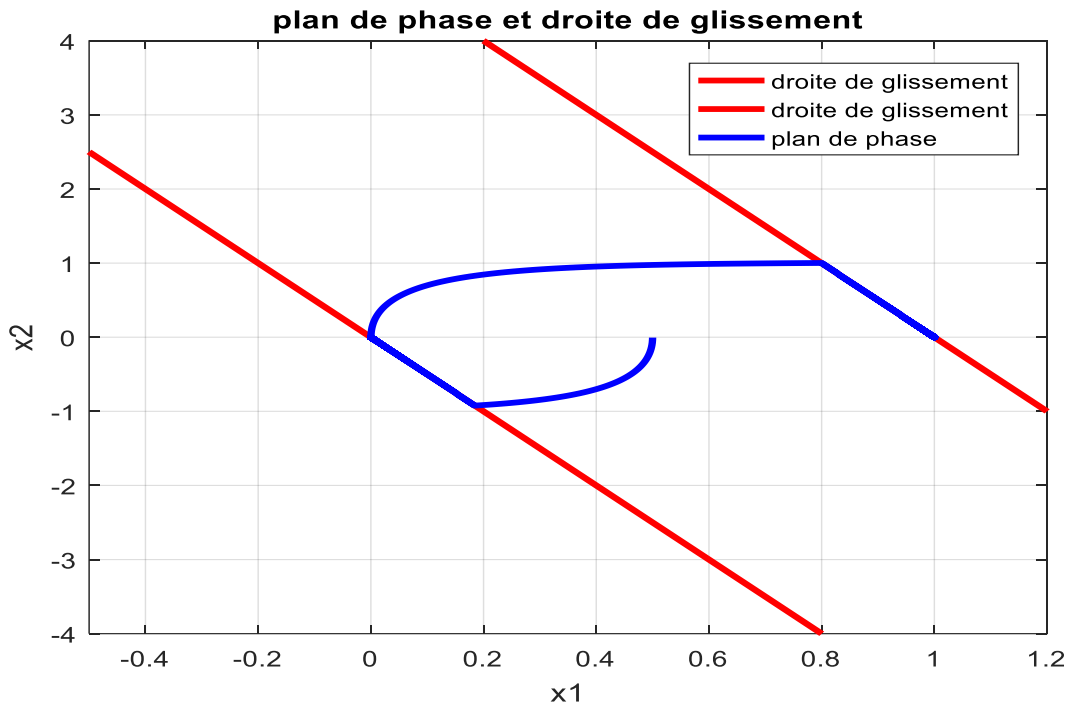


Figure 2.17 : Plan de phase et droite de glissement

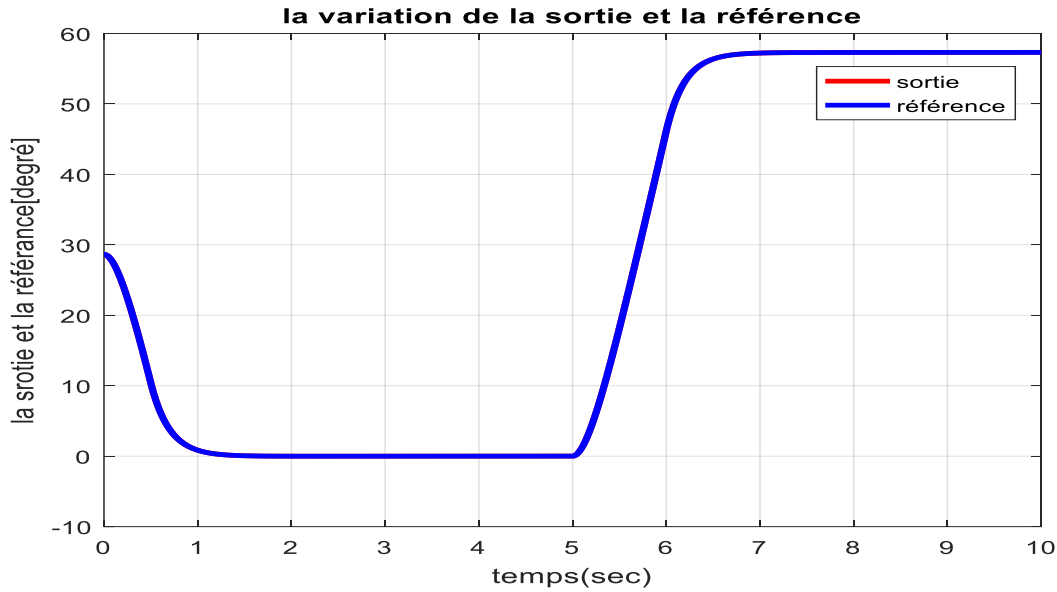


Figure 2.18: Variation de la sortie et la référence

La figure 2.11 montre que la variation erreur angle du pendule. La figure 2.12. et la figure 2.14. Montre que la variation de la position et la position désirée du chariot. La figure 2.13. Montre que la variation erreur de la vitesse angulaire. La surface de glissement tendre vers zéro mais engendre un phénomène de "chattering" ou broutement comme présenté sur la figure 2.15. La figure 2.16 montre que le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré. La figure 2.17 montre que le plan de phase à l'origine dans le régime permanent mais engendre un phénomène de "chattering" ou broutement dans le mode de glissement. La figure 2.18 montre que la variation la sortie $y(t)$ et la référence $y_d(t)$. Cette approche de commande (commande discontinue) permet d'atteindre l'objectif désiré, mais peut entraîner des oscillations qui se traduisent par un phénomène de broutement indésirable dans certaines grandeurs en pratique.

b) Commande continue

En remplaçant la fonction $Sign(S)$ par la fonction $Sat\left(\frac{S}{\varepsilon}\right)$, il en résulte pour l'expression de la loi de commande.

L'évolution de la sortie et de la référence, la commande et de la surface de glissement sont représentées sur les figures 2.23-2.24 et le plan de phase est représenté sur la figure 2.25 pour un gain de glissement $K = 8$.

$$u = \frac{1}{b(X)} \left(\lambda_x \dot{e} + \ddot{x}_{1d} - f(X) + K \operatorname{sat}\left(\frac{S}{\varepsilon}\right) \right) \quad (2.50)$$

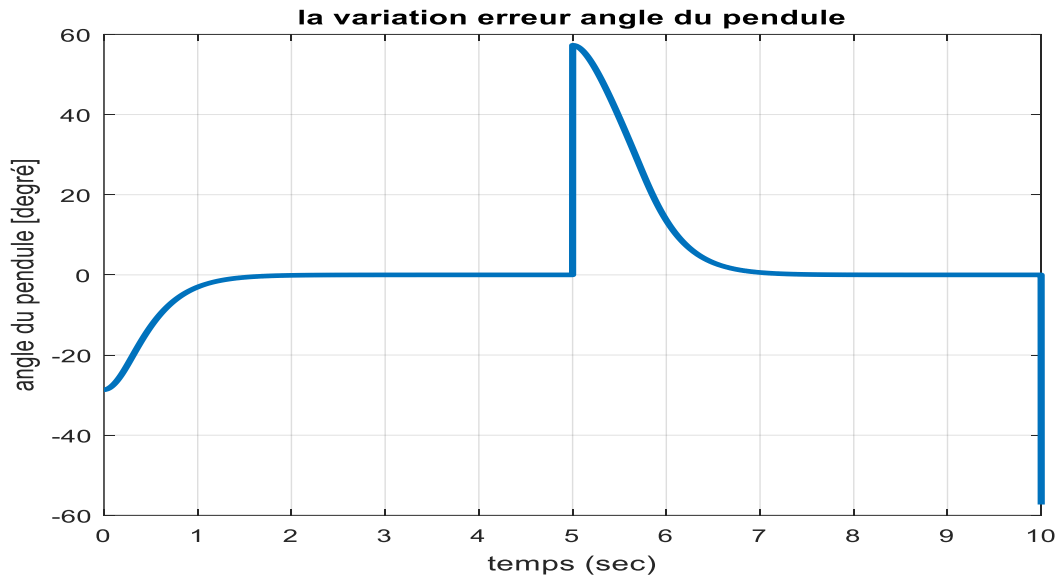


Figure 2.19: Variation erreur angle du pendule

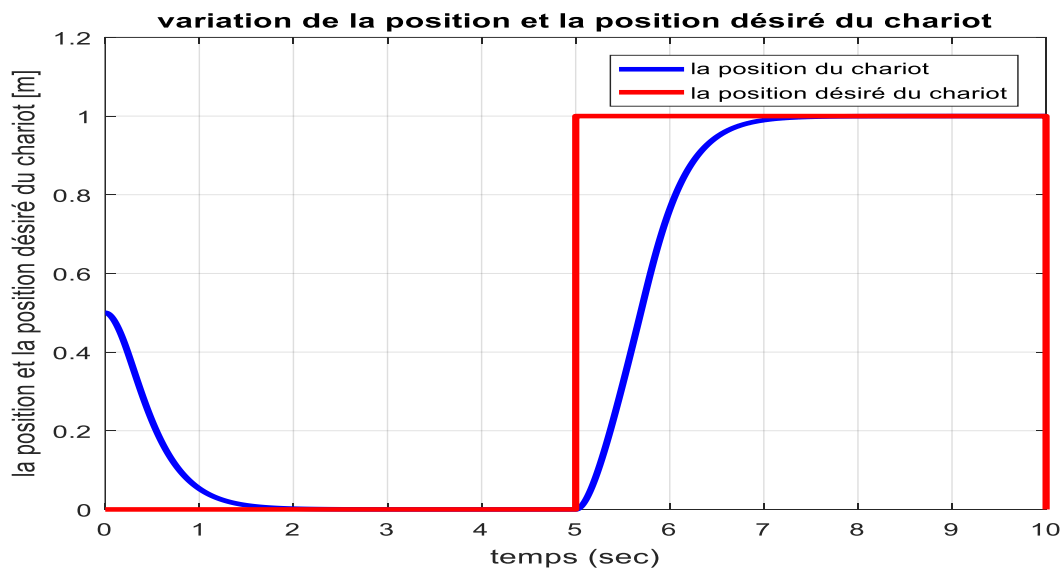


Figure 2.20 : Variation de la position et la position désirée du chariot

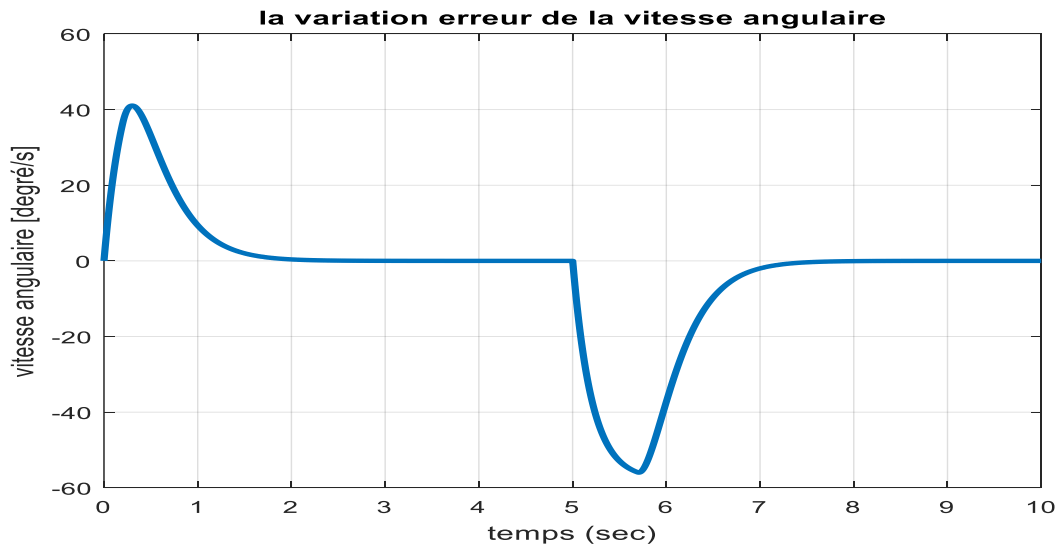


Figure 2.21 : Variation erreur de la vitesse angulaire

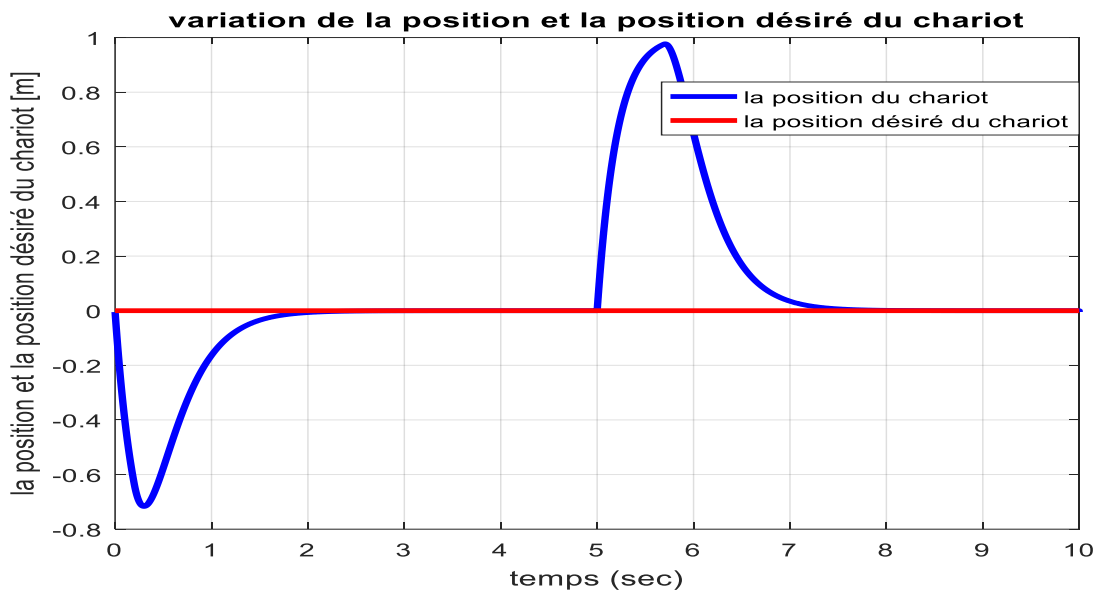


Figure2.22 : Variation de la position et la position désirée du chariot

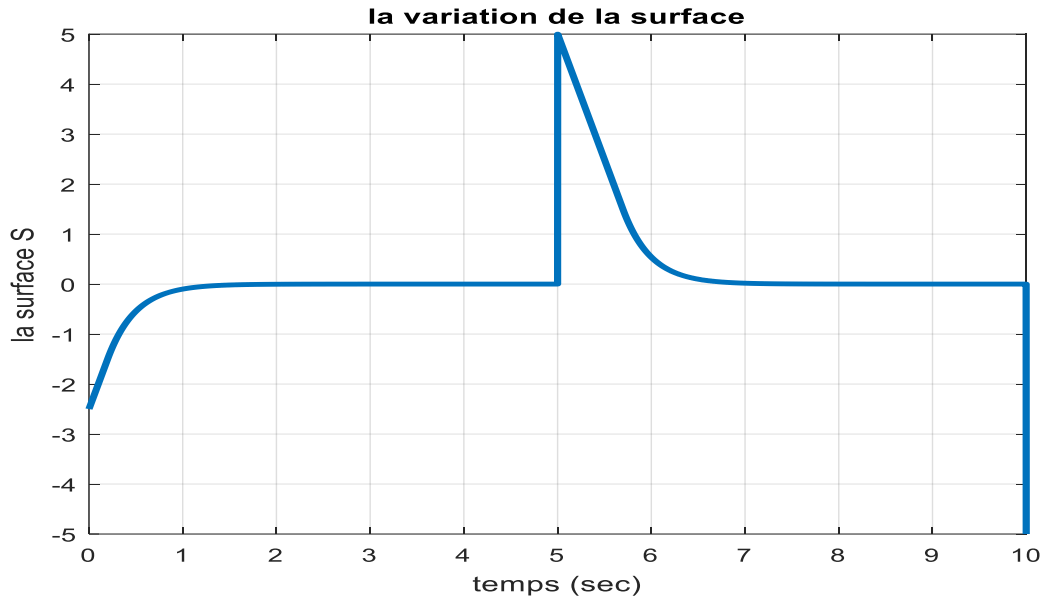


Figure 2.23: Variation de la surface

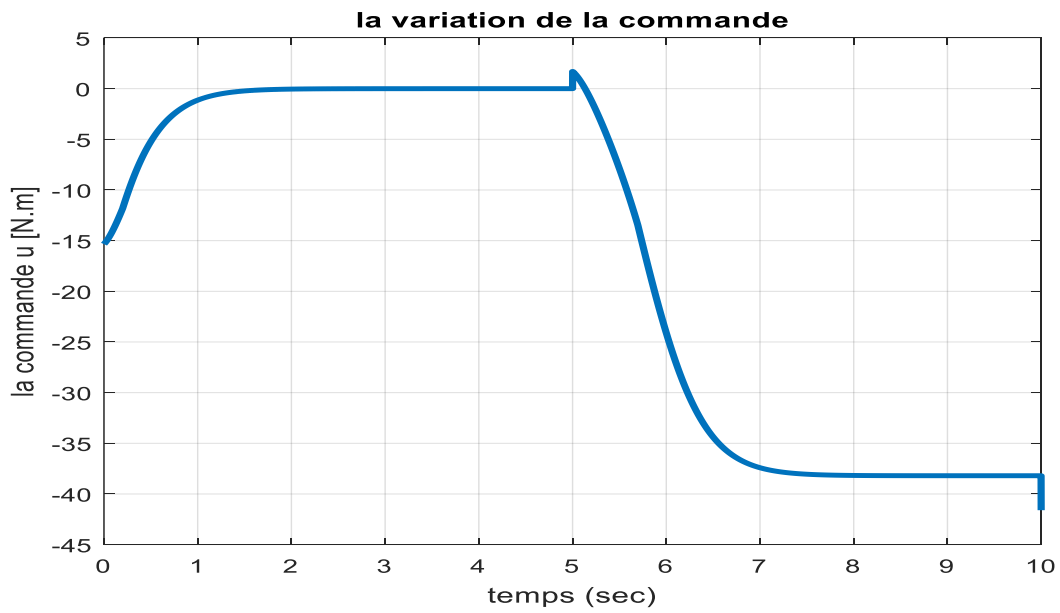


Figure 2.24: Variation de la commande

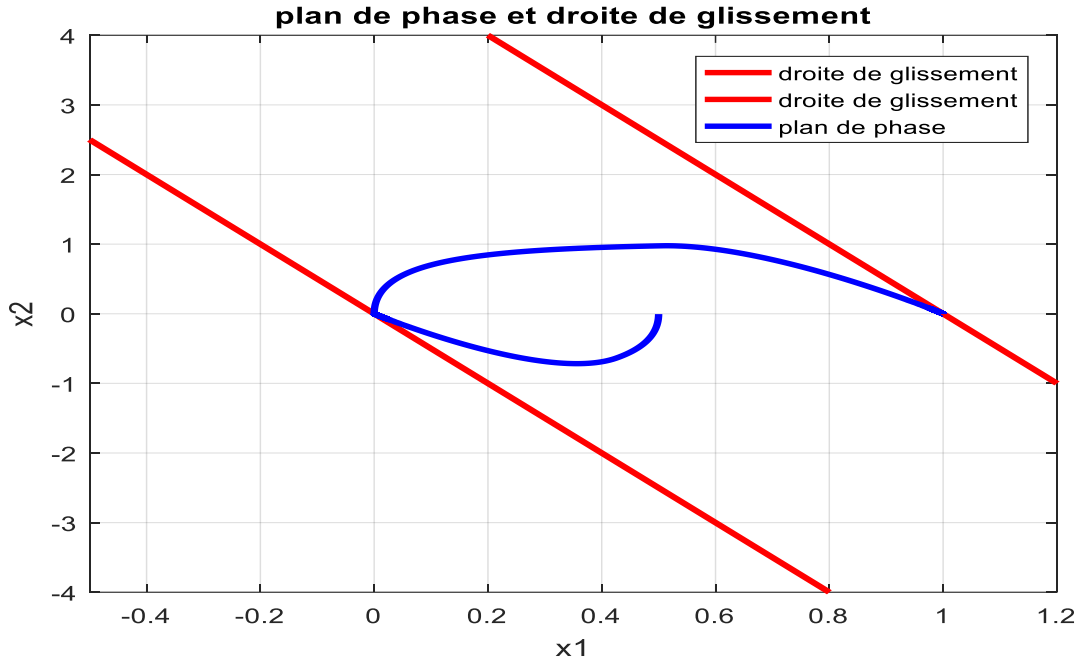


Figure 2.25 : Plan de phase et droite de glissement

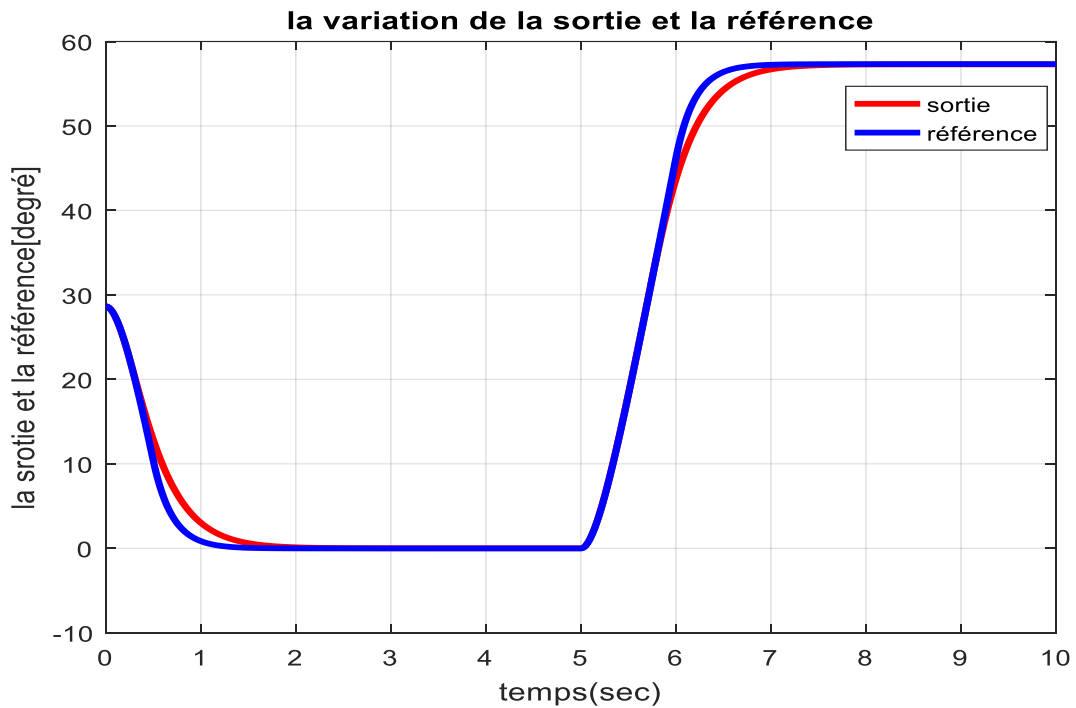


Figure 2.26 : Variation de la sortie et la référence

La Figure 2.19 montre que la variation erreur angle de pendule. La Figure 2.20 Montre comment le système suit la référence (la variation de la position et la position désiré du chariot). La

Figure 2.21 montre que la variation erreur de la vitesse angulaire lorsque tendre vers zéro. La Figure 2.22 montre que la variation entre la position et la position désirée du chariot.

La Figure 2.23 montre que La variation de la surface Presque les mêmes résultats étaient là, mais voici des résultats plus proches du côté de "chattering ". La Figure 2.24 montre que la variation de la commande a lorsque remarquer l'absence de phénomène de "chattering" dans la commande. La Figure 2.25 montre que plan de phase et droite de glissement a lorsque Nous l'avons dessiné deux fois dans un point de repère, en utilisant une seule surface de glissement, où nous avons remarqué que convergé vers la surface de glissement et tendre vers zéro. La figure 2.26 montre que la variation de la sortie $y(t)$ et la référence $y_d(t)$.

Les résultats des simulations après l'application de la commande continue démontrent que l'utilisation d'une commande continue permet de réduire les effets des perturbations externes et des incertitudes, tout en éliminant le phénomène de "chattering" généré par l'utilisation d'une commande discontinue.

2.7. Conclusion

La commande à structure variable, telle que la commande par mode glissant, est une technique robuste adaptée pour garantir la fiabilité des systèmes de commande, même en présence de perturbations extérieures. Bien que la mise en œuvre pratique de la commande en mode glissant ait longtemps été entravée par des défis tels que le phénomène de broutement dû à la discontinuité de la commande, il a été possible de résoudre ce problème indésirable en introduisant une composante continue dans une bande fine de la surface de glissement.

La commande en mode glissant offre ainsi une solution simple et efficace pour imposer un comportement dynamique souhaité dans les systèmes de commande. Elle se compose généralement d'une composante de basse fréquence et d'une autre de haute fréquence, ce qui permet de traiter différents types de perturbations de manière robuste.

Malgré son apparition dans les années 60, la commande en mode glissant reste une approche prometteuse pour la réalisation d'une commande robuste et fiable dans diverses applications. Les avantages de cette technique résident dans sa capacité à maintenir une invariance lors du glissement, ce qui la rend appropriée pour les environnements avec des perturbations externes imprévisibles.

Chapitre 3

Commande des systèmes non
linéaires multivariables par mode
glissant

3.1. Introduction

La commande par mode de glissant (CMG) est une commande non linéaire robuste développée en utilisant un schéma systématique. Cette approche est basée sur une surface de glissement ou plusieurs surfaces de glissements et le théorème de stabilité de Lyapunov. Le principal avantage de la commande par mode de glissant SMC est la possibilité de traiter les incertitudes du système sous les caractéristiques d'invariance de l'état de glissement du système, tout en garantissant la stabilité du système. Cependant, l'inconvénient de cette méthode est la discontinuité du signal de commande. Pour éviter cela, une approche consiste à remplacer la fonction de signe par une fonction de saturation, fonction tangente hyperbolique et la fonction signe de la commande adoucie...etc.

Dans ce chapitre, nous étudierons une commande par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires multivariables. Pour ce faire, les systèmes de couplage sont divisés en plusieurs sous-systèmes, et plusieurs surfaces de glissement sont construites à travers les variables d'état du système découplé. Ensuite, une variable intermédiaire est introduite pour incorporer ces plusieurs surfaces de glissement. L'objectif est de concevoir un contrôleur par mode glissant pour commander un système multivariable et assurer sa stabilité et sa robustesse.

3.2. Commande d'un système multi-variable (Une entrée deux sortie) d'ordre quatre

Considérons la représentation d'état du système non linéaire d'ordre quatre peut être divisée en deux sous-systèmes commedécrite par le système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{cases} (A): \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(X, t) + b_1(X, t)u(t) + d_1(t) \end{cases} \\ (B): \begin{cases} \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X, t) + b_2(X, t)u(t) + d_2(t) \end{cases} \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec:

$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état.

$f_1(X, t), f_2(X, t), b_1(X, t)$ et $b_2(X, t)$ sont des fonctions non linéaires avec $b_1(X, t) \geq b_1 \geq 0$ et $b_2(X, t) \geq b_2 \geq 0, \forall X$.

$u(t)$ est la commande.

$d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des perturbations supposées comme étant bornées : $|d_i(t)| \leq D_i, d_i = 1, 2$.

On définit deux surface de glissement, S_1 à savoir pour le sous-système A et S_2 pour le sous-système B, sont définies:

$$S_1 = c_1 e_1 + e_2 \quad (3.2)$$

$$S_2 = c_2 e_3 + e_4 \quad (3.3)$$

Où c_1 et c_2 sont des constantes positives.

Avec: $e_n = x_{nd} - x_n$.

A partir de la théorie des modes glissants présentée dans la section précédente, deux lois de commande peuvent être choisies : u_1 pour le sous-système A et u_2 pour le sous-système B, sous la forme suivante [57]:

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat} \left(\frac{S_1 b_1(X, t)}{\Phi_1} \right), \text{ avec } K_1 > \frac{D_1}{b_1(X, t)}, \quad \frac{S_1 b_1(X, t)}{\Phi_1} < 1 \quad (3.4)$$

Avec:

$$u_{1eq} = \frac{c_1(\dot{x}_{1d} - x_2) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) - d_1(t)}{b_1(X, t)} \quad (3.5)$$

Où K_1 est le gain de commande pour u_1 et Φ_1 est la couche limite de $S_1 b_1(X, t)$.

Et:

$$u_2 = u_{2eq} - K_2 \text{Sat} \left(\frac{S_2 b_2(X, t)}{\Phi_2} \right), \text{ avec } K_2 > \frac{D_2}{b_2(X, t)}, \quad \frac{S_2 b_2(X, t)}{\Phi_2} < 1 \quad (3.6)$$

Avec:

$$u_{2eq} = \frac{c_2(\dot{x}_{3d} - x_4) + \ddot{x}_{3d} - f_2(X, t) - d_2(t)}{b_2(X, t)} \quad (3.7)$$

Où K_2 est le gain de commande pour u_2 et Φ_2 est la couche limite de $S_2 b_2(X, t)$.

Si l'on pose $u_1 = u_2$, il devient évident que cette commande permet de ramener rapidement les états x_1 et x_2 à la surface S_1 , puis de les y faire glisser jusqu'au point d'équilibre. De même, les états x_3 et x_4 peuvent être amenés à la surface S_2 en utilisant $u = u_2$, ce qui signifie essentiellement que ce régulateur ne peut commander qu'un seul des deux sous-systèmes à la fois.

Pour le système décrit par l'équation (3.1) l'objectif est de trouver une loi de commande $u = u(x)$ de sorte que garantit la stabilité globale du système en boucle fermée, en assurant que toutes les variables d'état soient uniformément bornées et convergent asymptotiquement vers leur point d'équilibre.

L'idée fondamentale de ce régulateur découplé consiste à diviser le système en deux sous-systèmes distincts, A et B. Le sous-système A est composé de x_1 et x_2 , avec sa surface de glissement correspondante S_1 , tandis que le sous-système B est composé de x_3 et x_4 , avec sa surface de glissement correspondante S_2 . En se posant que la stabilisation du sous-système A est l'objectif principal, il est raisonnable de considérer les informations provenant du sous-système B comme secondaires. Cependant, ces informations secondaires doivent être prises en compte par le sous-système A, ce qui nécessite l'introduction d'une variable intermédiaire z

pour représenter ces informations secondaires. Cette variable est incorporée dans la surface S_1 , qui prend la forme $c_1(e_1 - z) + e_2$. Ainsi, l'objectif principal est modifié pour que $e_1 = z$, $e_2 = 0$, ou z est une fonction de S_2 [58].

On peut choisir les expressions S_1 et S_2 comme étant:

$$S_1 = c_1(e_1 - z) + e_2 \quad (3.8)$$

$$S_2 = c_2 e_3 + e_4 \quad (3.9)$$

Donc la loi de commande devient:

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat} \left(\frac{S_1 b_1(X, t)}{\Phi_1} \right) \quad (3.10)$$

Avec:

$$u_{1eq} = \frac{c_1(\dot{x}_{1d} - x_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) - d_1(t)}{b_1(X, t)}, K_1 > \frac{D_1}{b_1(X, t)} \quad (3.11)$$

La valeur de l'état z peut être limitée en posant:

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (3.12)$$

où z_U est la valeur maximale de $|z|$.

La variable z peut être définie par:

$$z = \text{Sat} \left(\frac{S_2}{\Phi_z} \right) z_U, \quad 0 < z_U < 1 \quad (3.13)$$

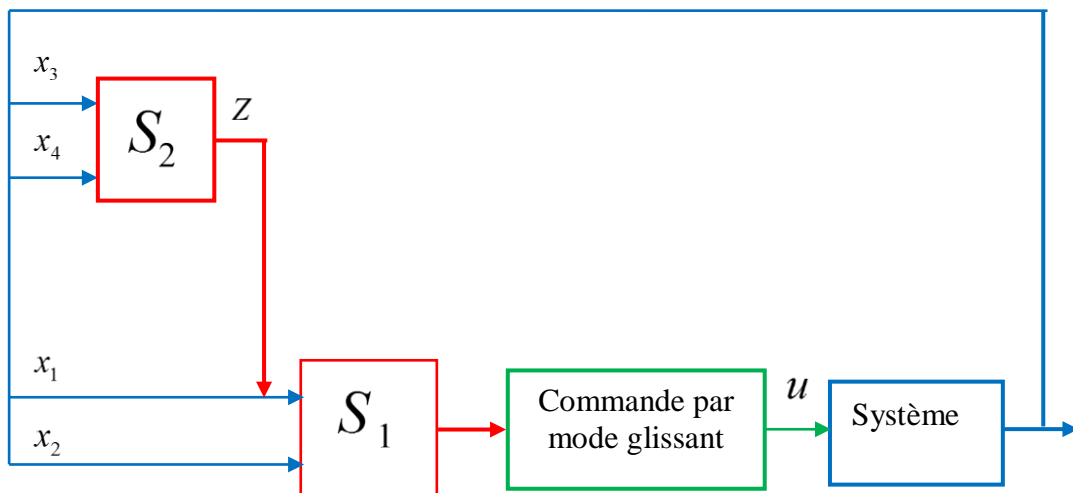


Figure 3.1 : Schéma de principe de la commande par mode glissant

Avec:

Φ_z est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. À partir de l'équation (3.13) si $S_2 \neq 0$ alors $Z \neq 0$, si $S_2 \rightarrow 0$ alors $Z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé [59].

3.3 Analyse de la stabilité

Afin de démontrer la stabilité du système, la fonction candidate de Lyapunov suivante est considérée :

$$V(S) = \frac{1}{2}S_1^2 \quad (3.14)$$

Dont la dérivée temporelle est :

$$\dot{V}(S) = S_1(X, t)\dot{S}_1(X, t) \quad (3.15)$$

$$\dot{S}_1(X, t) = c_1(\dot{x}_{1d} - x_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) - b_1(X, t)u(t) - d_1(t) \quad (3.16)$$

A partir de l'équation (3.16) on obtient:

$$\dot{V}(S) = S_1(X, t)(c_1(\dot{x}_{1d} - x_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) - b_1(X, t)u(t) - d_1(t)) \quad (3.17)$$

Avec:

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_d(t) \quad (3.18)$$

Et :

$$u_{1eq} = \frac{c_1(\dot{x}_{1d} - x_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) - d_1(t)}{b_1(X, t)} \quad (3.19)$$

En remplaçant (3.18) par son expression, la relation (3.17) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}(S) = S_1(X, t) & \left(c_1(\dot{x}_{1d} - x_2 - \dot{z}) + \ddot{x}_{1d} - f_1(X, t) \right. \\ & \left. - d_1(t)b_1(X, t) \left(u_{eq}(t) + u_d(t) \right) \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

A partir de l'équation (3.19), on obtient :

$$\dot{V}(S) = S_1(X, t)(-b_1(X, t)(-\check{u}_{1eq} + u_{1eq} + u_d)) \quad (3.21)$$

Avec :

$$k(t) = u_{1eq} - \check{u}_{1eq}, \quad 0 \leq k(t) \leq K \quad (3.22)$$

Et :

$$u_d = K \text{sign}(S_1 b_1(X, t)) \quad (3.23)$$

A partir de l'équation (3.22) et (3.23), on obtient :

$$\dot{V}(S) = -S_1(X, t)b_1(X, t) \left(k(t) + K \text{sign}(S_1 b_1(X, t)) \right) \quad (3.24)$$

Alors:

$$\dot{V}(S) = -k(t)S_1(X, t)b_1(X, t) - K|S_1(X, t)b_1(X, t)| \quad (3.25)$$

Donc:

$$\dot{V}(S) < 0 \quad (3.26)$$

Alors la fonction de Lyapunov définie négative.

Donc, le système est asymptotiquement stable.

3.4. Exemple d'application (Système : pendule inversé)

Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant un pendule libre en rotation comme le montre la figure 3.2.

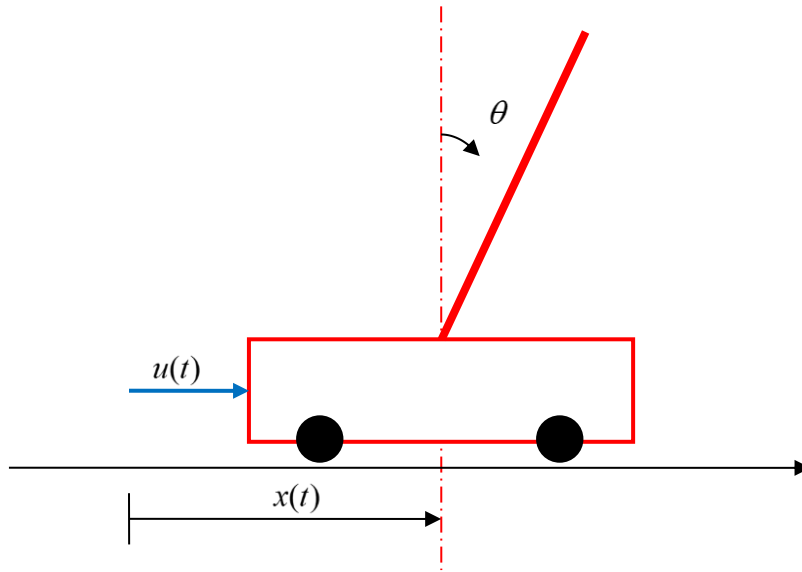


Figure 3.2. Schéma de principe du simple pendule inversé

En exerçant une force horizontale $u(t)$ sur le chariot, le chariot se déplace à la position x provoquant la rotation du pendule d'un angle θ . Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multivariable.

La commande de ce système doit réaliser:

- la stabilisation du pendule autour de sa position d'équilibre, en partant d'une condition initiale $\theta(0)$ comprise dans l'intervalle $[-\pi/2, +\pi/2]$.
- la stabilisation du chariot dans la position $x=0$, en partant d'une condition initiale $x(0)$ comprise dans l'intervalle $[-lm, +lm]$.
- Le mouvement peut être décrit par les équations différentielles suivantes

$$[60]: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{m_t g \sin x_1 - m_p L \sin x_1 \cos x_1 x_2^2 + \cos x_1 u}{L(\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1)} + d(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\frac{4}{3}m_p L x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1}{\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4}{3(\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1)} u + d(t) \end{cases} \quad (3.27)$$

Avec: $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$.

$u(t)$: représente la commande appliquée sur le chariot.

x : représente la position du chariot.

θ : représente l'angle du pendule.

$m_t = m_c + m_p$: représente la masse totale du chariot-pendule.

Paramètre	Valeur	Description
m_c	1 kg	La masse du chariot
m_p	1 kg	La masse du pendule
L	0.5 m	Demi longueur du pendule
g	9.81 m/s²	La pesanteur

Tableau 3.1 : Paramètres de l'ensemble chariot et pendule

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale

$x(0) = [-0.5; 0; -0.5; 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant dont les paramètres sont: $c_1 = 6, c_2 = 0.7, k = 90, \phi_1 = 5, \phi_z = 8.5812, z_U = 0.8124$.

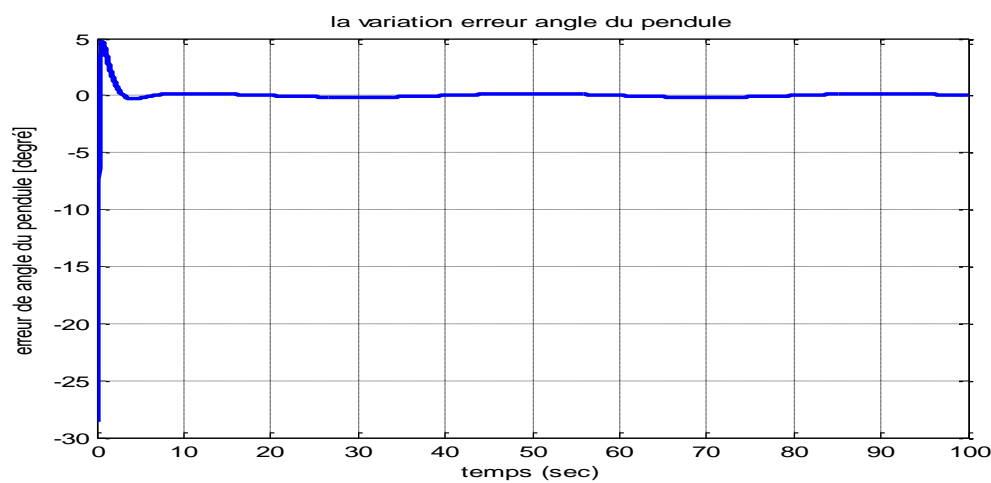


Figure 3.3: Variation erreur angle du pendule

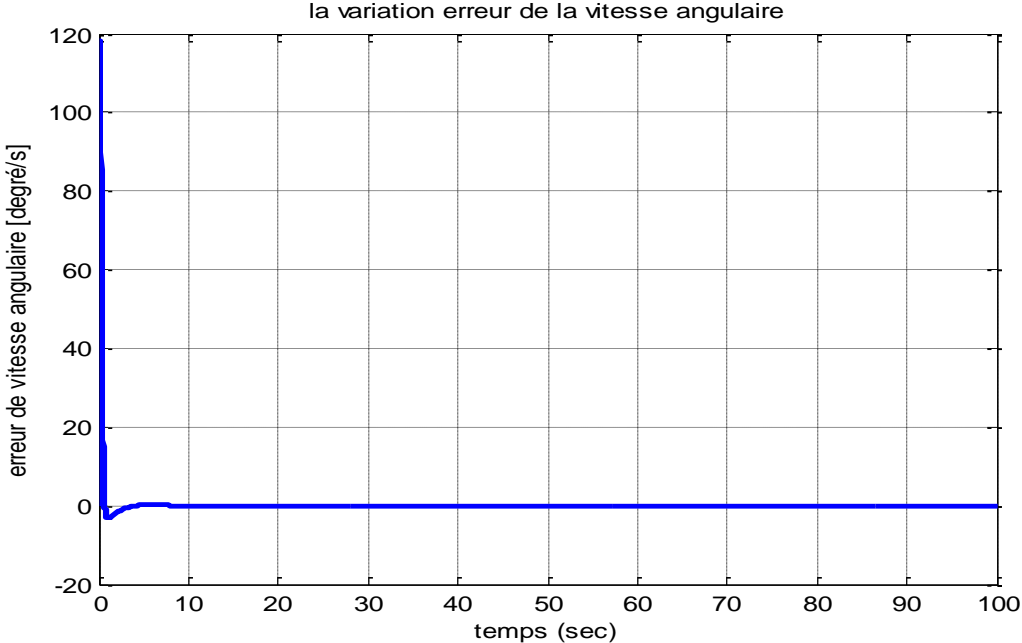


Figure 3.4: Variation erreur de la vitesse angulaire

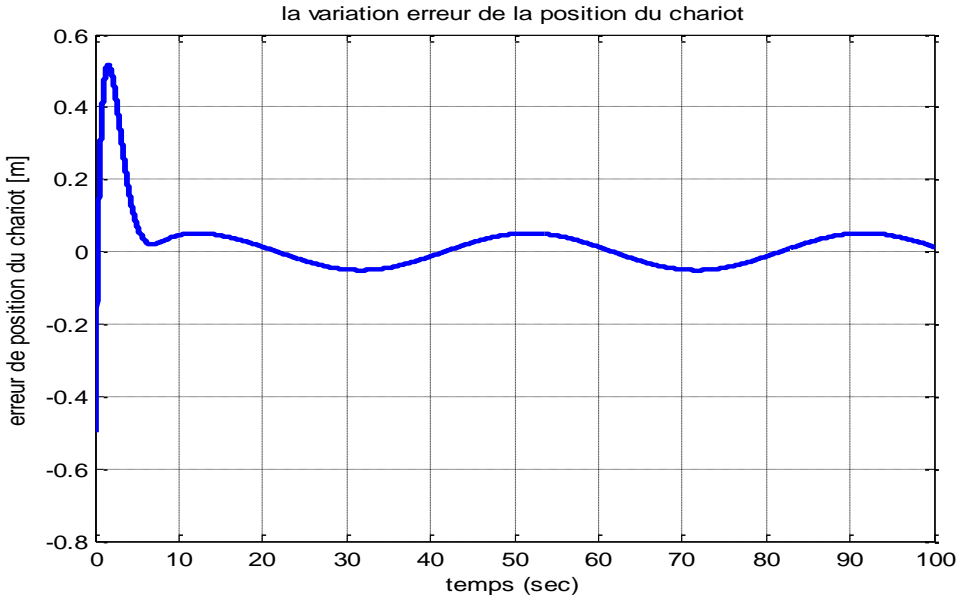


Figure 3.5: Variation erreur de la position du chariot

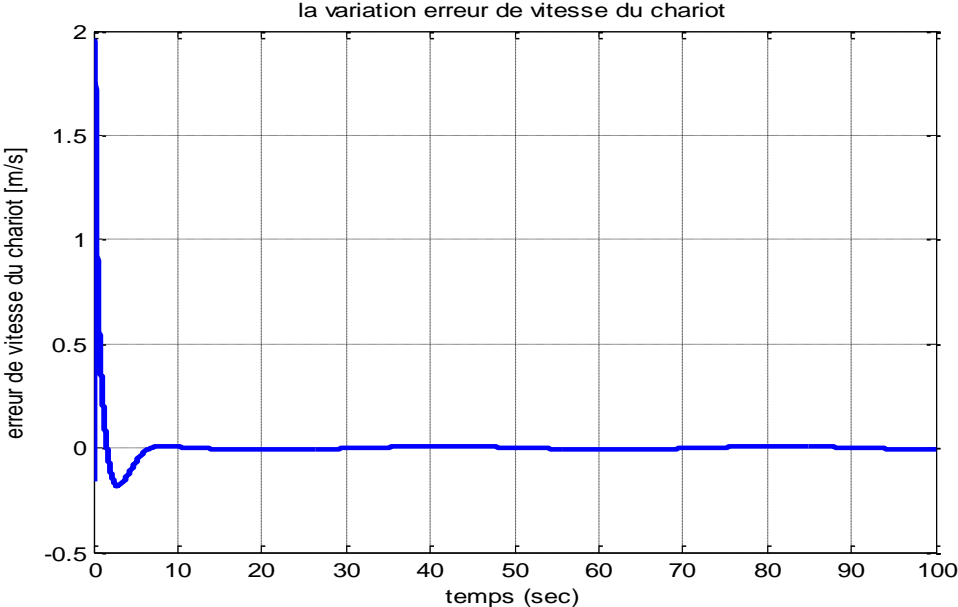


Figure 3.6: Variation erreur de vitesse du chariot

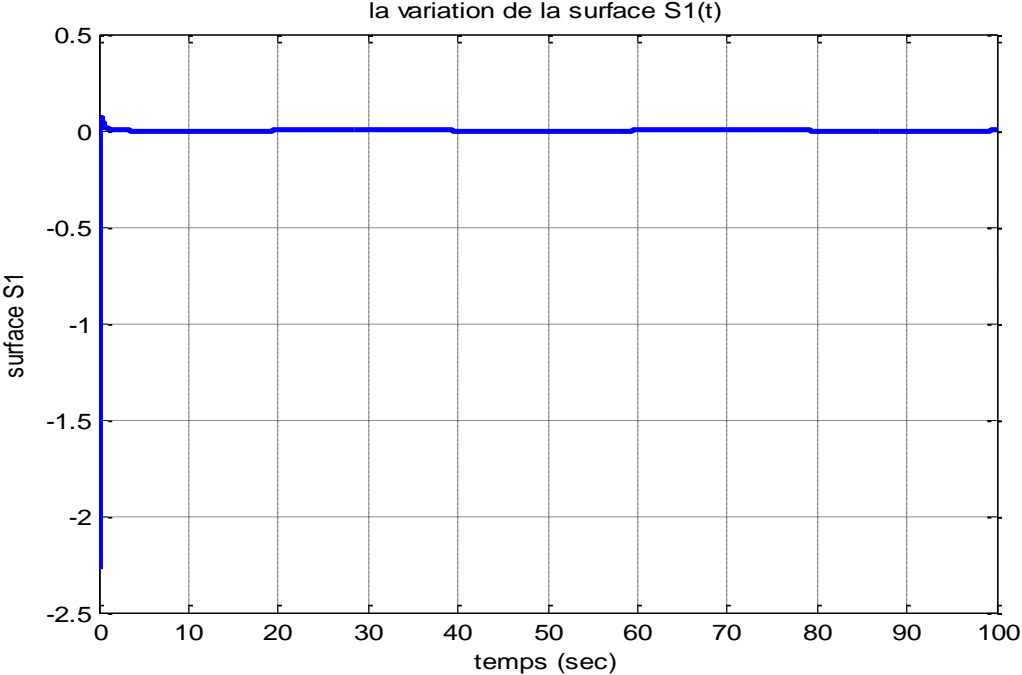


Figure 3.7: Variation de la surface S1(t)

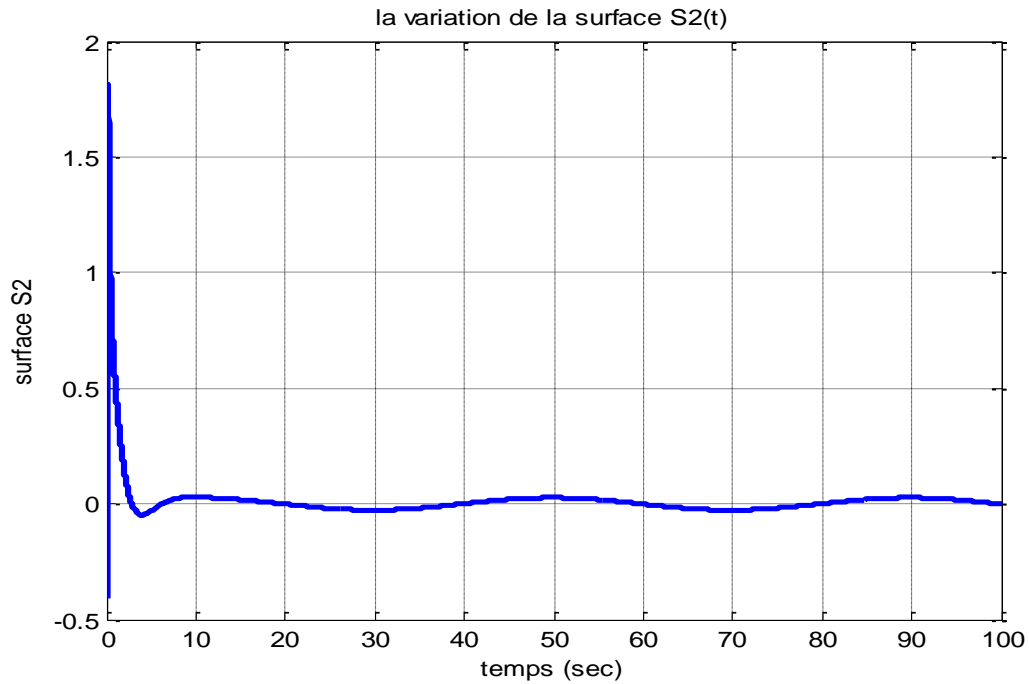


Figure 3.8: Variation de la surface $S_2(t)$

On observe que l'erreur de poursuite du système converge vers les points d'équilibre (illustrés par les figures 3.3 et 3.4 et 3.5 et 3.6), tandis que les surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent vers zéro (figure 3.7 et 3.8).

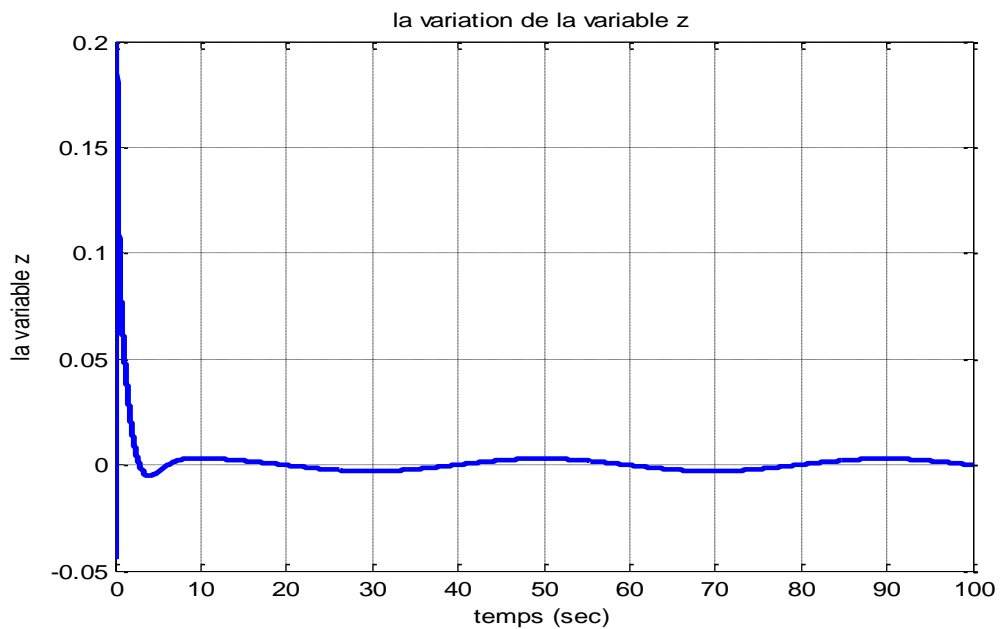


Figure 3.9: Variation de la variable intermédiaire z

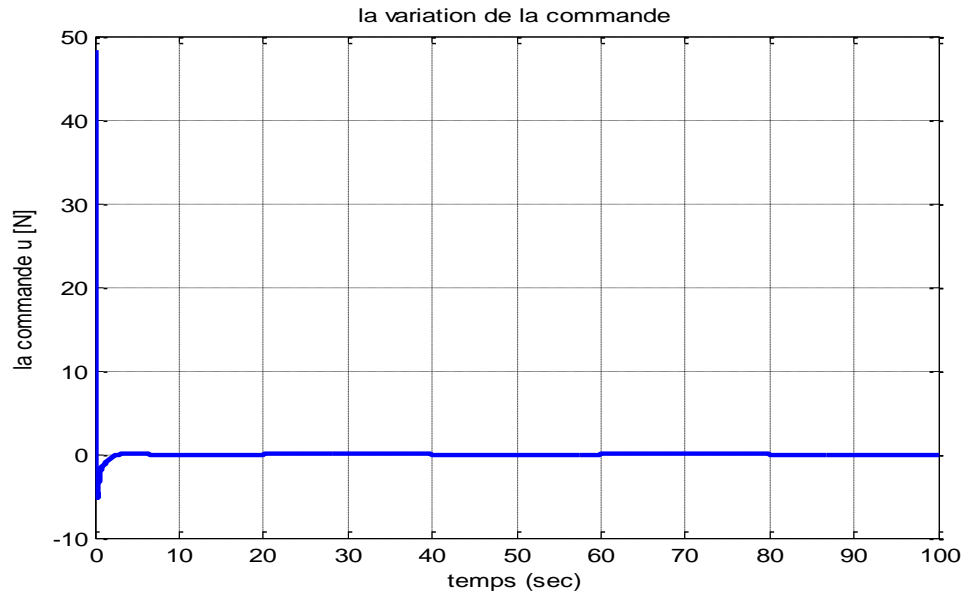


Figure 3.10: Variation de la commande

On à observer que la variable intermédiaire z et la commande appliqué convergent vers zéro (figure 3.9 et 3.10).

On Remarque que malgré la présence de la perturbation externe le système tous les erreurs convergent vers zéro.

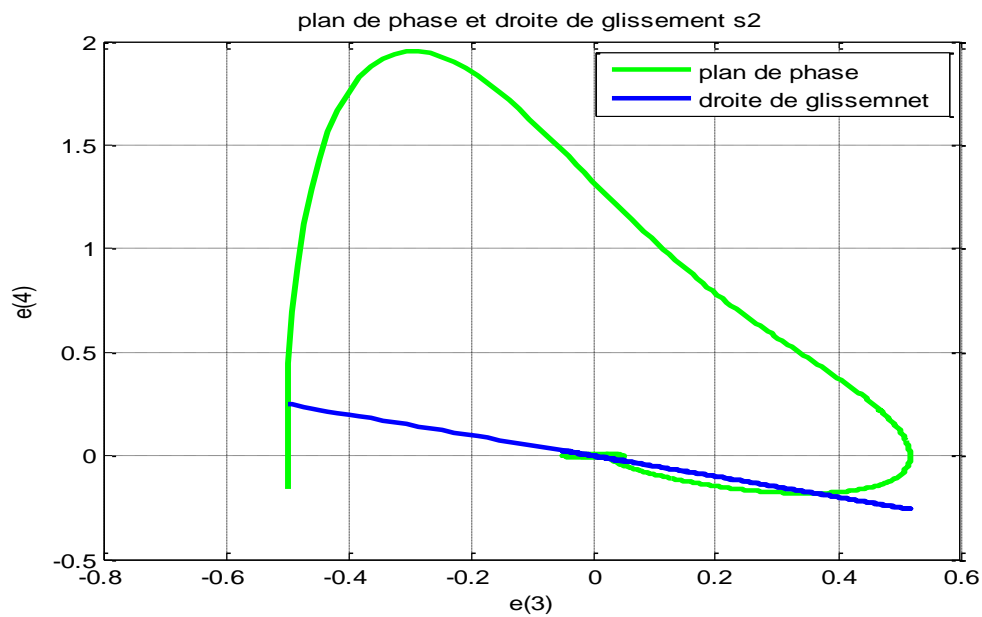


Figure 3.11: Plan de phase et droite de glissement S2

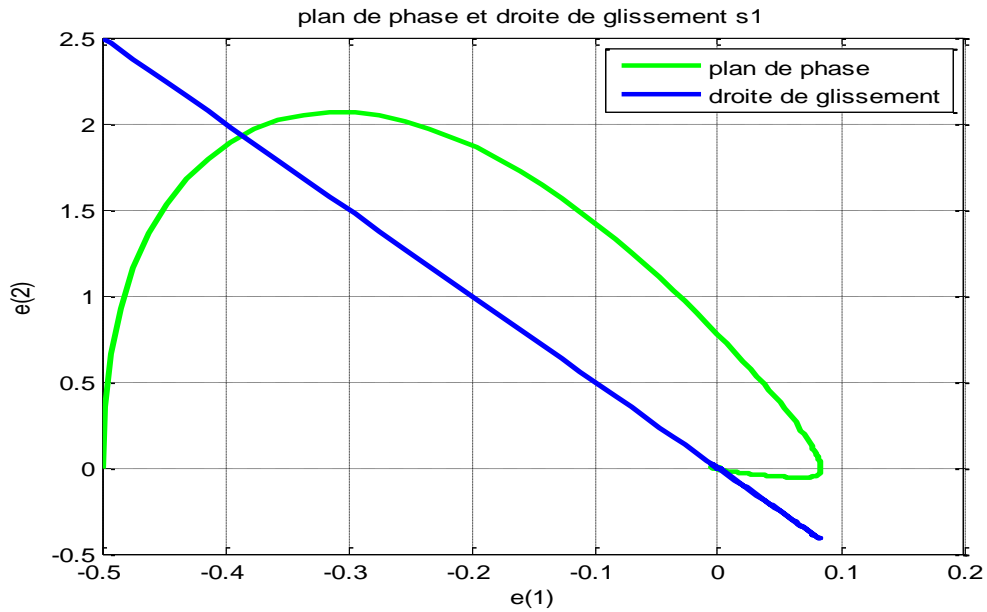


Figure 3.12: Plan de phase et droite de glissement S1

On à observer que la représentation des plans de phase est dans le régime permanent (figure 3.11 et 3.12).

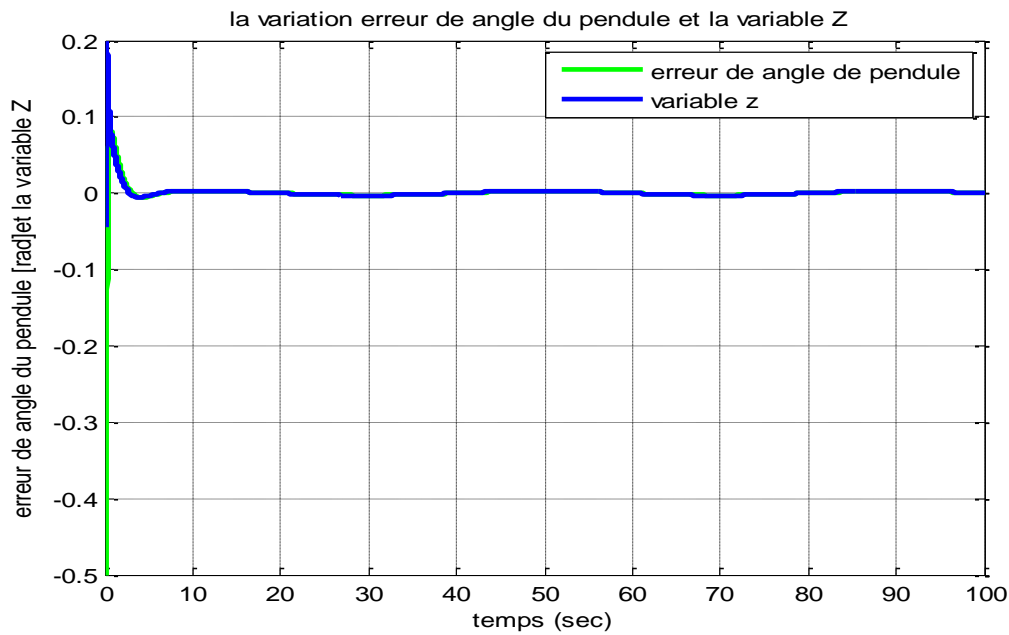


Figure 3.13 : Variation d'angle du pendule et la variable z

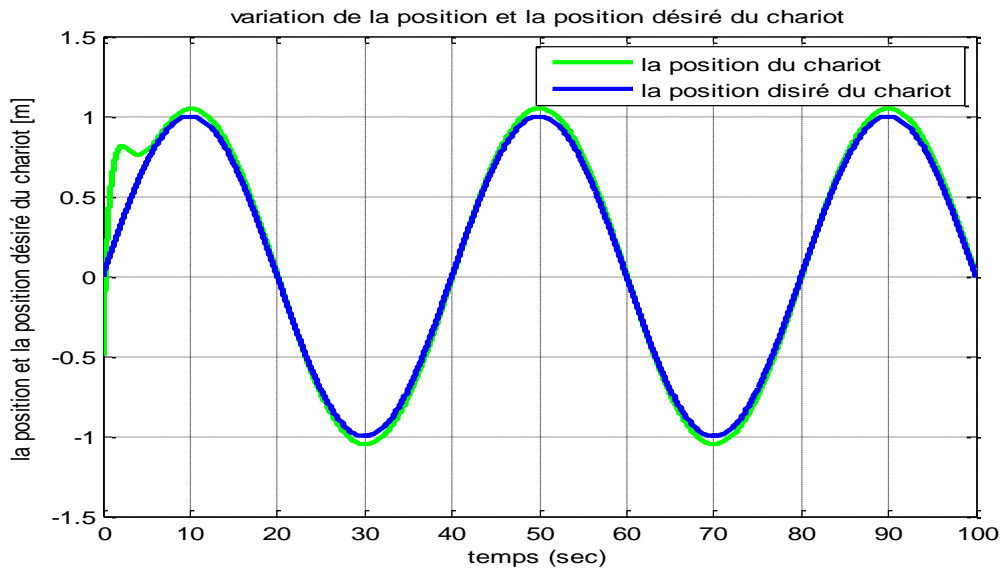


Figure 3.14 : Variation de la position et la position désiré du chariot

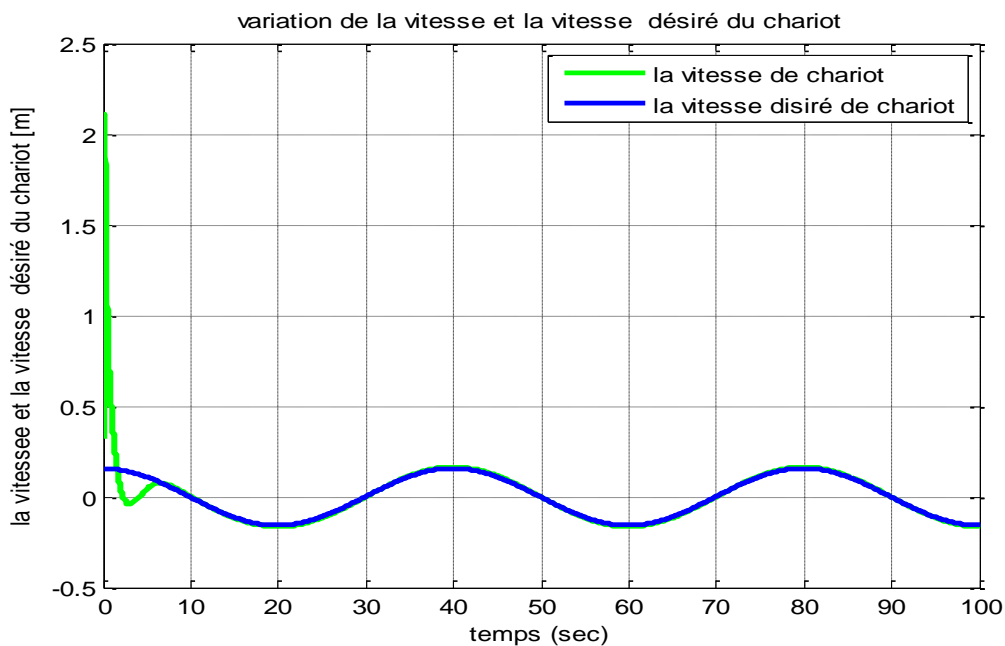


Figure 3.15: Variation de la vitesse et la vitesse désirée du chariot

Il est remarqué que l'erreur de l'angle suit la variable Z de la même manière que la position réelle du chariot et la position désirée et la même chose pour la vitesse réelle du chariot et la vitesse désirée de chariot (figure 3.13 et 3.14 et 3.15). Cette poursuite est réalisée en minimisant l'erreur de poursuite et en assurant la stabilité du système.

3.5. Commande d'un système multi-variable (Une entrée trois sortie)

Soit le système non linéaire décrit par la représentation d'état suivante [61-62]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(X, t) + b_1(x)u + d_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(x) + b_2(x)u + d_2(t) \\ \dot{x}_5(t) = x_6(t) \\ \dot{x}_6(t) = f_3(x) + b_3(x)u + d_3(t) \end{cases} \quad (3.28)$$

Avec :

$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(x), f_2(x), f_3(x), b_1(x), b_2(x)$ et $b_3(x)$ sont des fonctions non linéaires $b_1(x) \geq b_1 > 0$, $b_2(x) \geq b_2 > 0$, $b_3(x) \geq b_3 > 0$, u est la commande, et $d_1(t), d_2(t)$ et $d_3(t)$ sont des perturbations supposées comme étant bornées : $|d_i(t)| \leq D_i$ et $i = 1, 3$.

On définit trois surface de glissement S_1, S_2 et S_3 :

$$S_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (3.29)$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (3.30)$$

$$S_3 = c_3 x_5 + x_6 \quad (3.31)$$

A partir de la théorie de mode glissant présentée dans la partie précédente, on peut choisir une loi de commande de la forme [62] :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 Sat\left(\frac{S_1 b_1(x)}{\Phi_1}\right), K_1 > \frac{D_1}{|b_1(x)|} \quad (3.32)$$

Avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(x)}{b_1(x)} \quad (3.33)$$

Et

$$u_2 = u_{2eq} - K_2 Sat(S_2 b_2(x)/\Phi_2), K_2 > \frac{D_2}{|b_2(x)|} \quad (3.34)$$

$$u_3 = u_{3eq} - K_3 Sat(S_3 b_3(x)/\Phi_3), K_3 > \frac{D_3}{|b_3(x)|} \quad (3.35)$$

Il est évident que si on pose $u = u_1$, cette commande permet de ramener le plus rapidement possible les états x_1, x_2 sur la surface S_1 , puis de les y faire glisser jusqu'au point d'équilibre. La même chose sera pour les états x_3, x_4 avec S_2 si on prend $u = u_2$ et la même chose pour les états x_5, x_6 avec S_3 si on prend $u = u_3$, autrement dit ce régulateur ne peut commander que l'un des trois sous-systèmes.

Pour le système donné par l'équation (3.28) on cherche à déterminer une loi de commande $u = u(x)$ de sorte que le système en boucle fermée soit globalement stable, dans le sens où toutes les variables d'état soient uniformément bornées et convergent asymptotiquement vers leurs point d'équilibre.

L'idée principale de ce régulateur découplé consiste à décomposer le système en trois sous-systèmes A, B et C, le sous-système A est constitué de x_1, x_2 et sa surface de glissement correspondante est S_1 le sous-système B est constitué de x_3, x_4 et sa surface de glissement correspondante est S_2 et le sous-système C est constitué de x_5, x_6 et sa surface de glissement correspondante est S_3 . En supposant que l'objectif essentiel est de stabiliser le sous-système A, il est raisonnable de considérer l'information venant du sous-système B et du sous-système C comme étant secondaire, et cette information secondaire doit être prise un compte par le sous-système A, une variable intermédiaire z qui représente donc cette information secondaire est incorporée en S_1 . En suite la surface S_1 prend la forme $c_1(x_1 - z) + x_2$, ce qui signifie que l'objectif principal est changé à $x_1 = z, x_2 = 0$, ou z est une fonction de S_2 et S_3 .

On peut choisir la valeur de S_1, S_2 et S_3 comme étant :

$$S_1 = c_1(x_1 - z) + x_2 \quad (3.36)$$

$$S_2 = c_2x_3 + x_4 \quad (3.37)$$

$$S_3 = c_3x_5 + x_6 \quad (3.38)$$

Donc la loi de commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 Sat\left(\frac{S_1 b_1(x)}{\Phi_1}\right) \quad (3.39)$$

Avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1x_2 - f_1(x)}{b_1(x)} \quad (3.40)$$

La valeur de l'état z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (3.41)$$

Où z_U est la valeur maximale de $|z|$ [63].

La variable z peut être définie par [64]:

$$z = Sat(Z_P) * z_U \quad (3.42)$$

Et:

$$Z_P = \begin{cases} -S_3/\Phi_3 & Si \quad S_2 \leq |S_q| \\ S_2/\Phi_2 & Si \quad S_2 > |S_q| \end{cases} \quad (3.43)$$

Avec S_q la valeur seuil de la surface de glissement S_2 [65].

Avec Φ_2 est la bande limite de la surface de glissement S_2 et Φ_3 est la bande limite de la surface de glissement S_3 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. À partir de l'équation (3.42) si $S_2 \neq 0$ et $S_3 \neq 0$ alors $z \neq 0$, si $S_2 \rightarrow 0$ et $S_3 \rightarrow 0$ alors $z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé [66].

3.6. Exemple d'application (Système : Double Pendule Inversé)

Pour démontrer l'efficacité de la méthode on l'a utilisé pour la commande d'un pendule inversé. Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant double pendule libre en rotation comme le montre la figure.3.16.

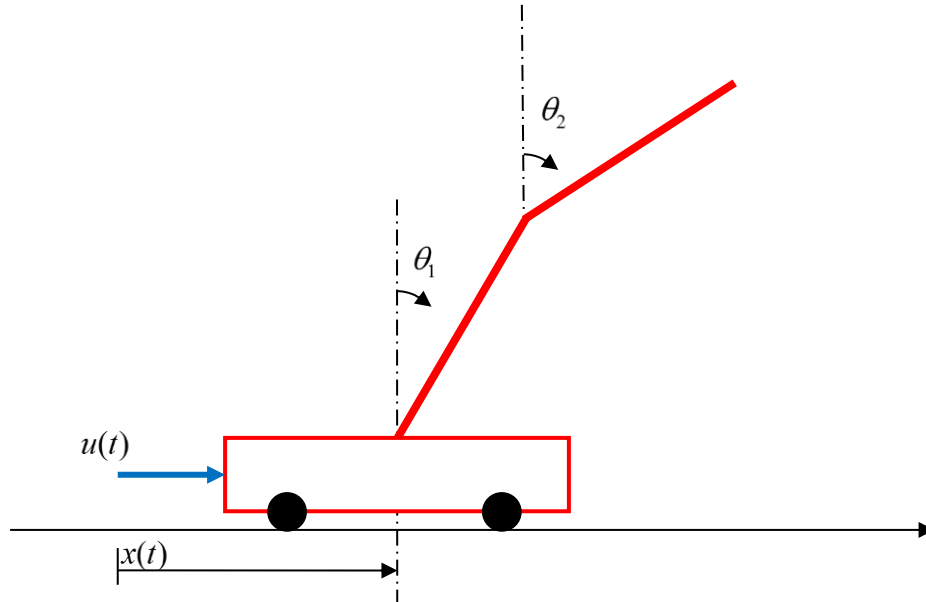


Figure 3.16 : Schéma du double pendule inversé

Le modèle mouvement du système double pendule inversé représenté par la figure 3.16 peut être décrit par l'équation (3.28) [67] :

Avec:

$$b_1(x) = \frac{A_{22}}{l_1 m_1} \sin(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\cos \theta_1}{l_1 m_c} - \frac{A_{12}}{l_1 m_c} \cos \theta_1 \sin \theta_1 \quad (3.44)$$

$$f_1(x) = \frac{A_{21}}{l_1 m_1} \sin(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{l_1} g \sin \theta_1 - \frac{A_{11}}{l_1 m_c} \cos \theta_1 \sin \theta_1 \quad (3.45)$$

$$b_2(x) = \frac{A_{12}}{l_2 m_1} \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (3.46)$$

$$f_2(x) = \frac{A_{11}}{l_2 m_1} \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (3.47)$$

$$b_3(x) = \frac{1}{m_c} + \frac{A_{12}}{m_c} \sin \theta_1 \quad (3.48)$$

$$f_3(x) = \frac{A_{11}}{m_c} \sin \theta_1 \quad (3.49)$$

$$a_{11} = \frac{1}{m_1} + \frac{\sin^2 \theta_1}{m_c} \quad (3.50)$$

$$a_{12} = -\frac{\cos(\theta_2 - \theta_1)}{m_1} \quad (3.51)$$

$$a_{22} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad (3.52)$$

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \quad (3.53)$$

$$A_{11} = \frac{a_{22}(l_1\dot{\theta}_1^2 - g \cos \theta_1) - a_{12}l_2\dot{\theta}_2^2}{\Delta} \quad (3.54)$$

$$A_{12} = -\frac{a_{22} \sin \theta_1}{\Delta m_c} \quad (3.55)$$

$$A_{21} = \frac{-a_{12}(l_1\dot{\theta}_1^2 - g \cos \theta_1) + a_{11}l_2\dot{\theta}_2^2}{\Delta} \quad (3.56)$$

$$A_{22} = \frac{a_{12} \sin \theta_1}{\Delta m_c} \quad (3.57)$$

Avec : $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \dot{\theta}_1$, $x_3 = \theta_2$, $x_4 = \dot{\theta}_2$, $x_5 = x$, $x_6 = \dot{x}$.

$u(t)$: La commande appliquée sur le chariot.

x : Position du chariot.

θ_1 : Angle du premier pendule.

θ_2 : Angle du deuxième pendule.

Le pendule inversé simple avec les paramètres suivants

$m_1 = 1\text{kg}$: Masse du premier pendule.

$m_2 = 1\text{kg}$: Masse du deuxième pendule.

$m_c = 1\text{kg}$: Masse du chariot.

$l_1 = 1\text{m}$: Longueur du premier pendule.

$l_2 = 1\text{m}$: Longueur du deuxième pendule.

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$: Pesanteur.

Les figures 17-31 représentent l'application de la commande par mode glissant.

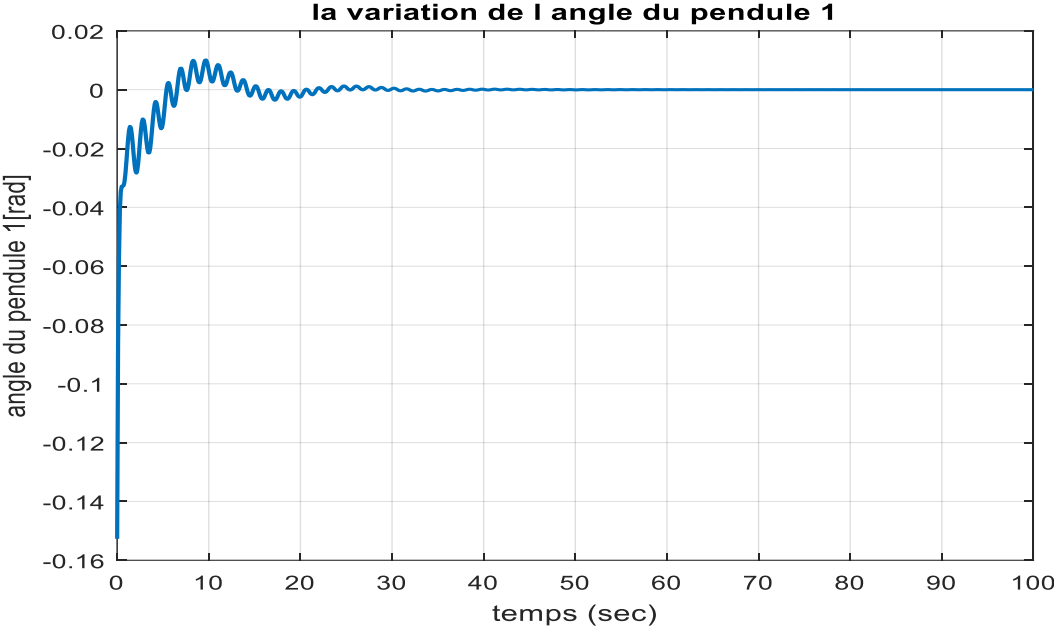


Figure 3.17. Variation angle du pendule θ_1

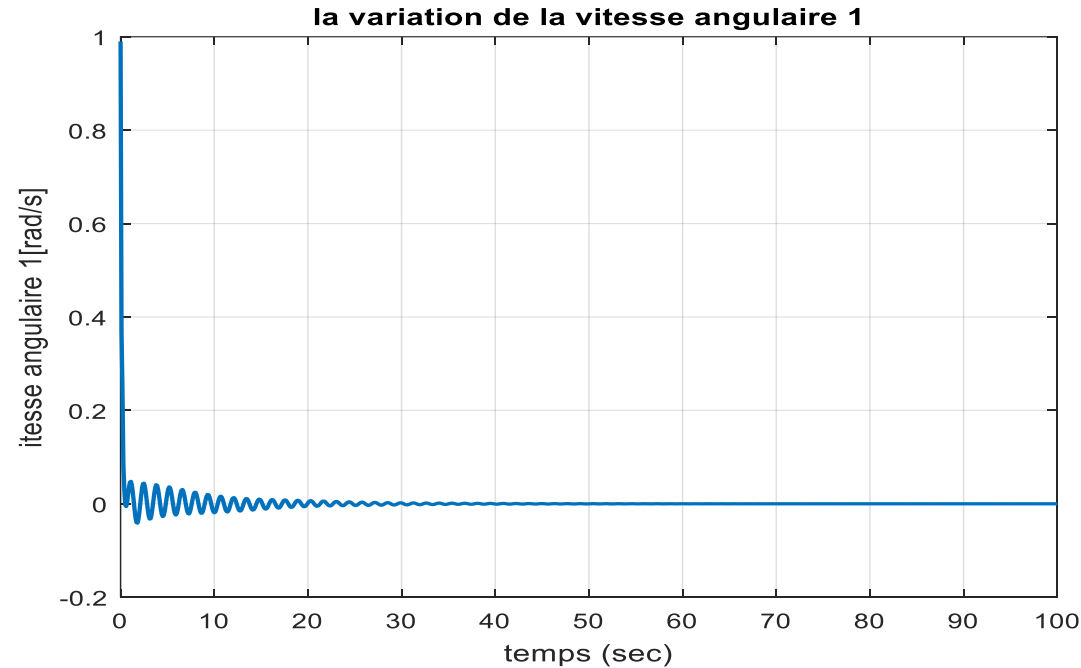


Figure 3.18. Variation de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$

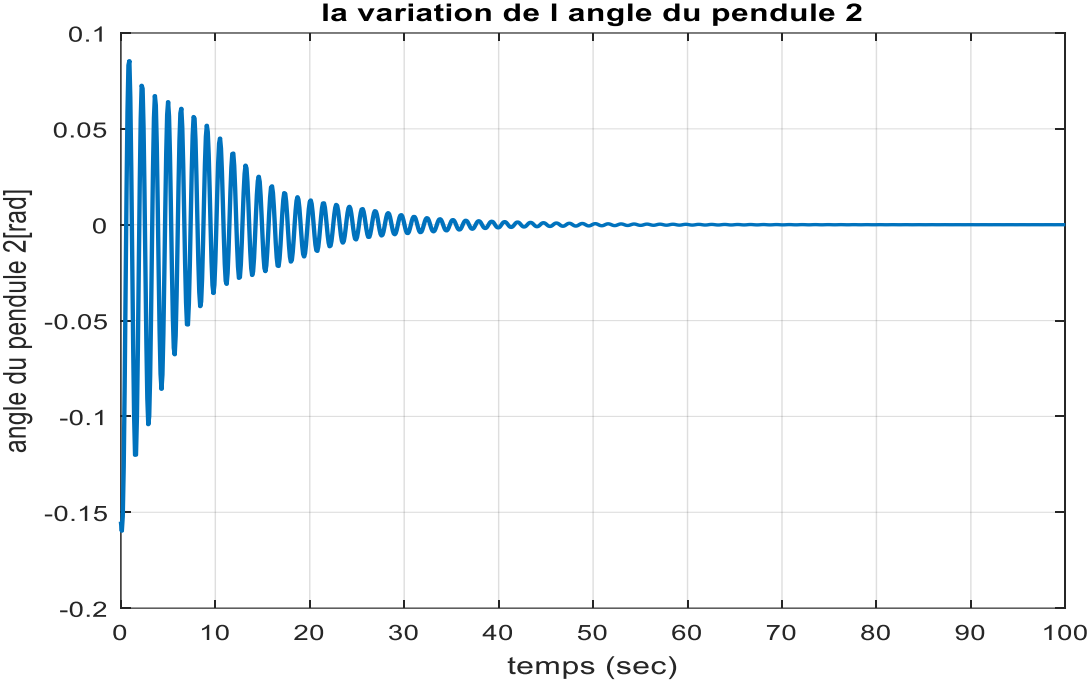


Figure 3.19. Variation angle du pendule θ_2

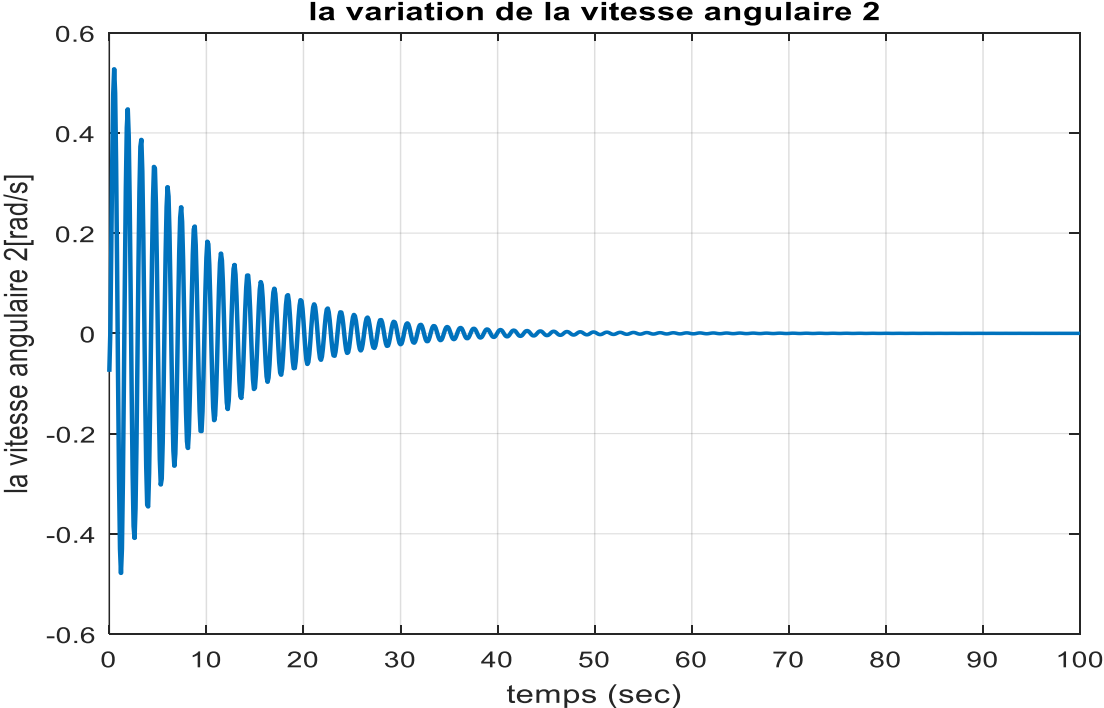


Figure 3.20. Variation de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$

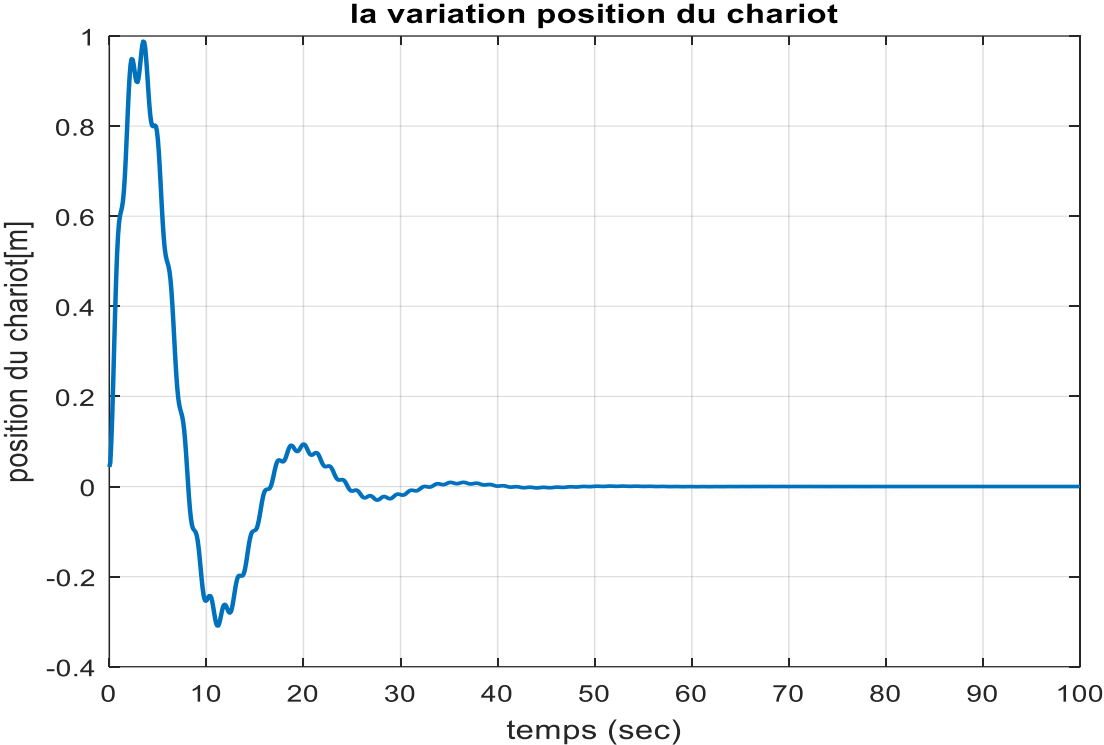


Figure 3.21 :Variation de la position du chariot x

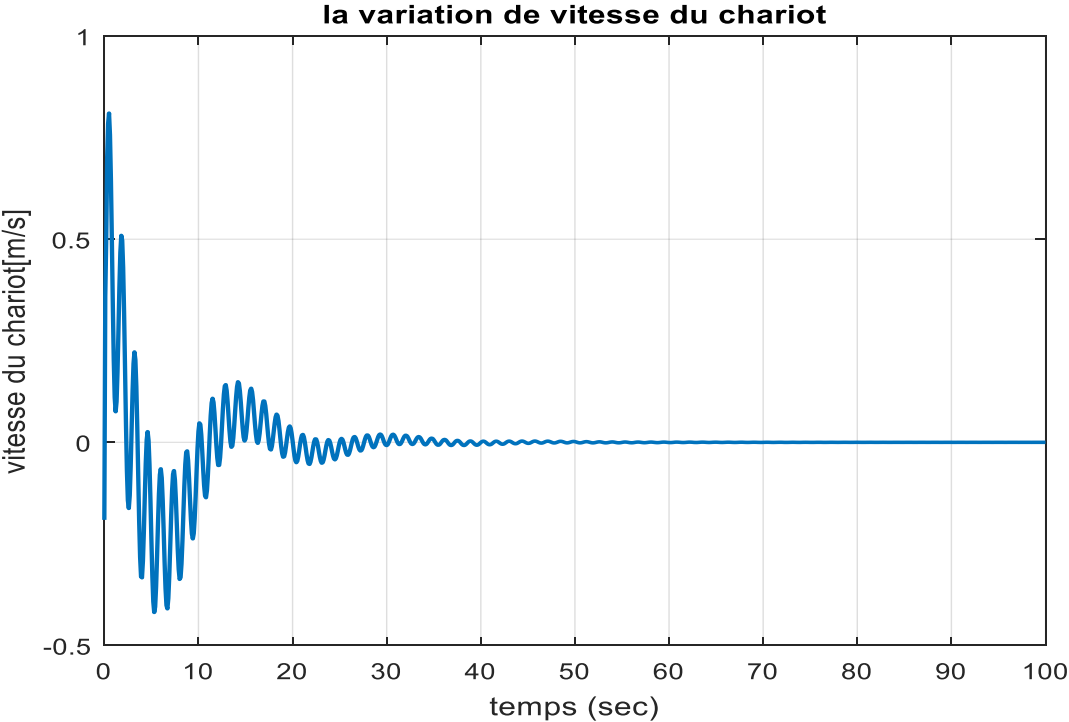


Figure 3.22 :Variation de la vitesse du chariot \dot{x}

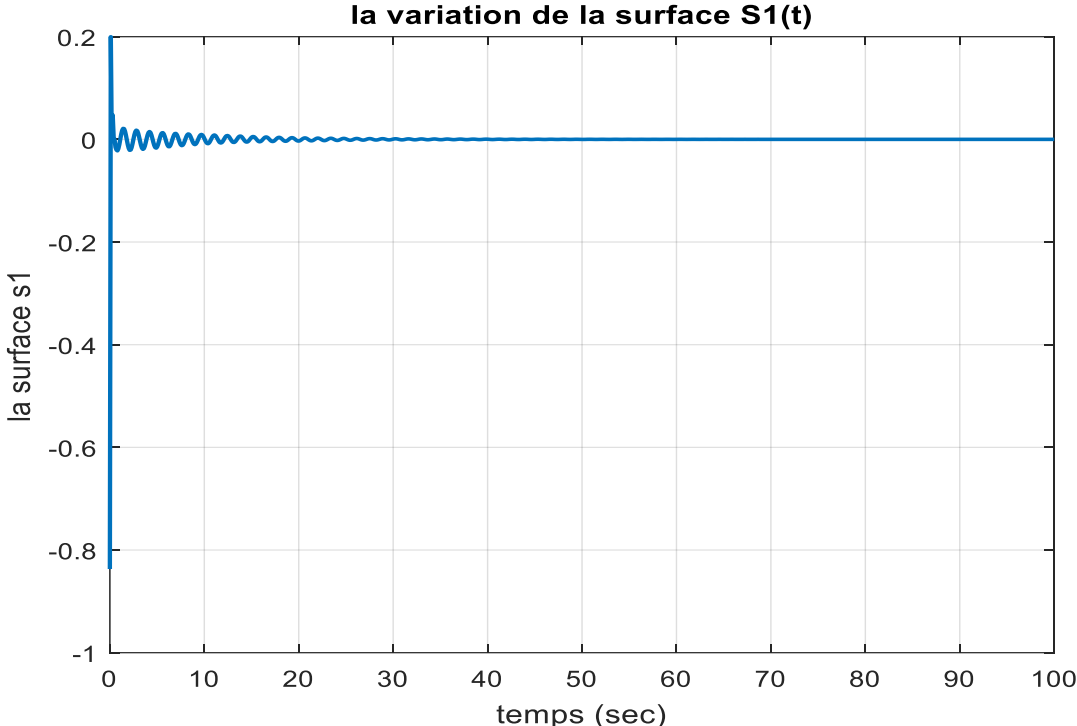


Figure 3.23. La variation de la surface S1

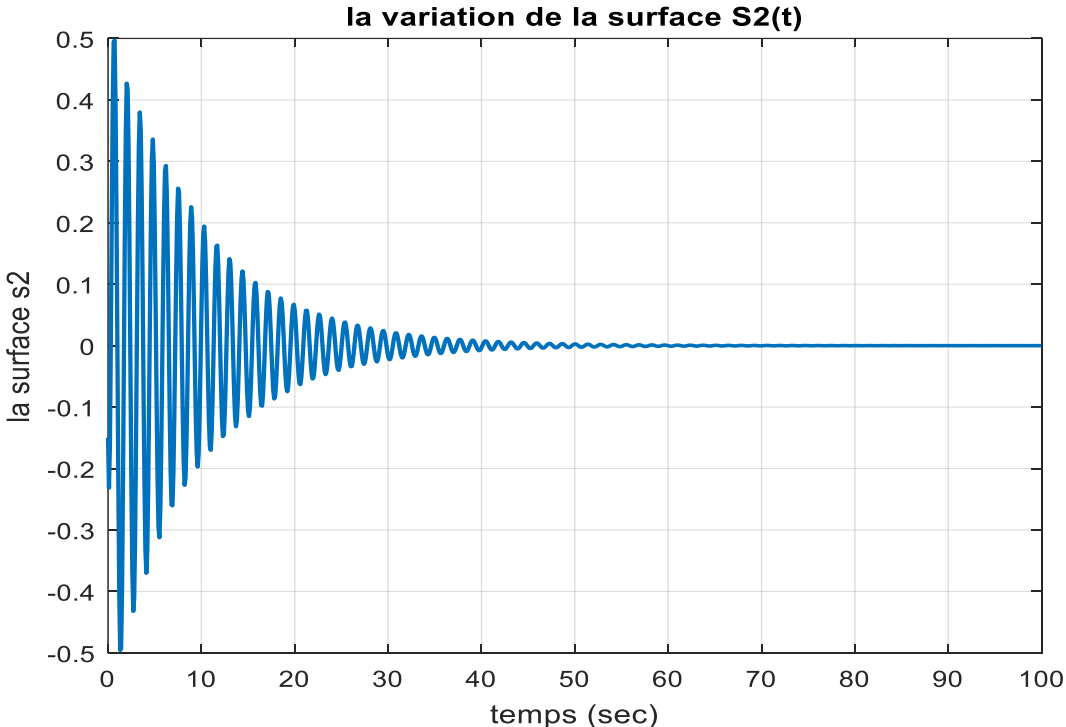


Figure 3.24 : Variation de la surface S2

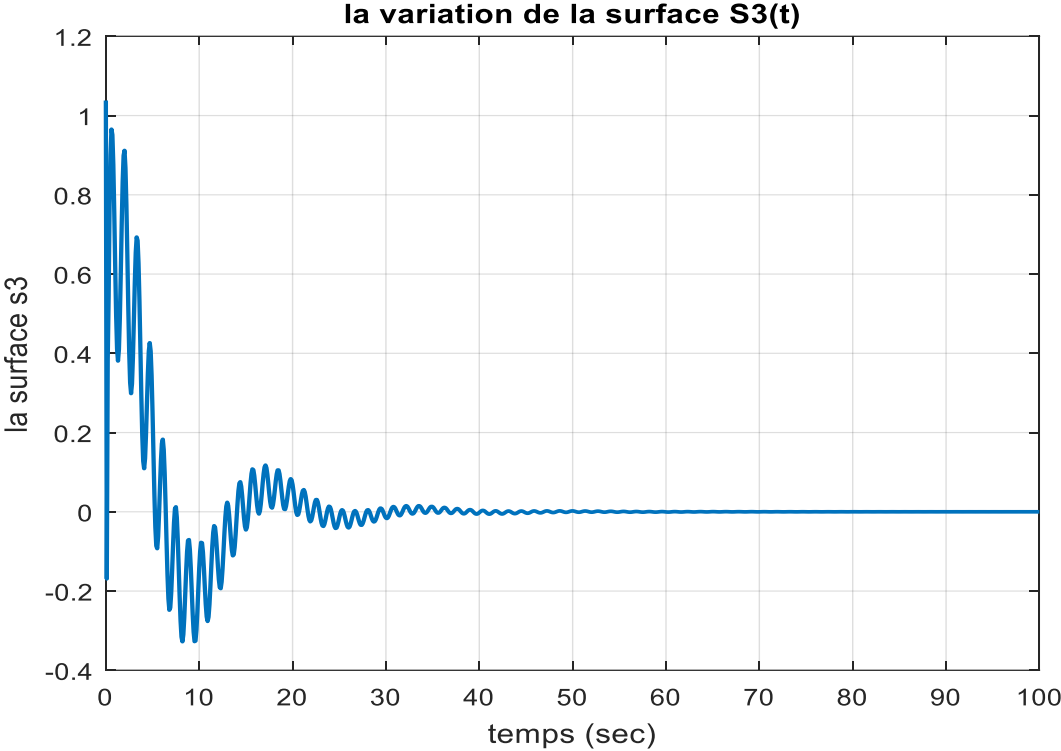


Figure 3.25 :Variation de la surface S3

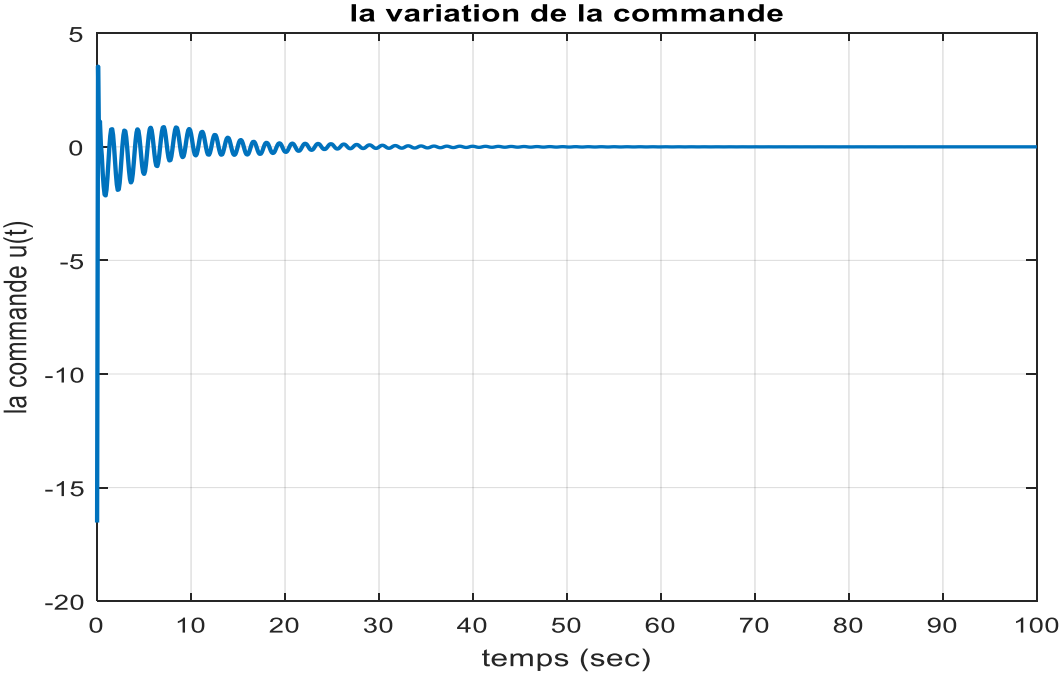


Figure 3.26 : Variation de la commande u(t)

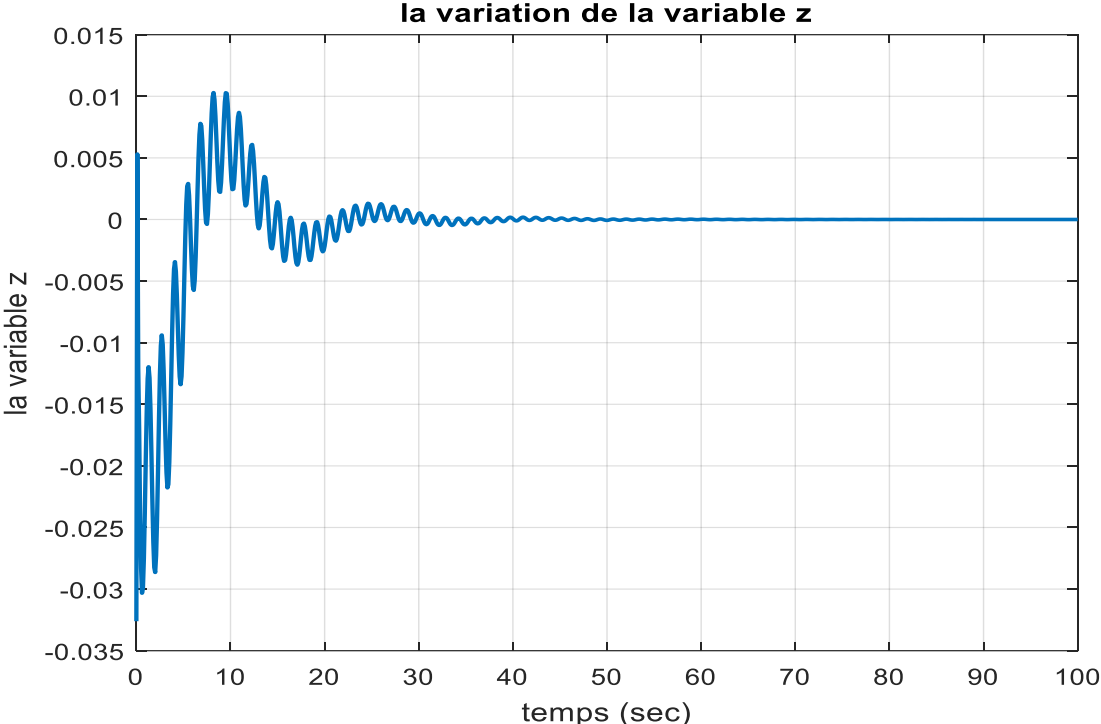


Figure 3.27 :Variation de la variable z

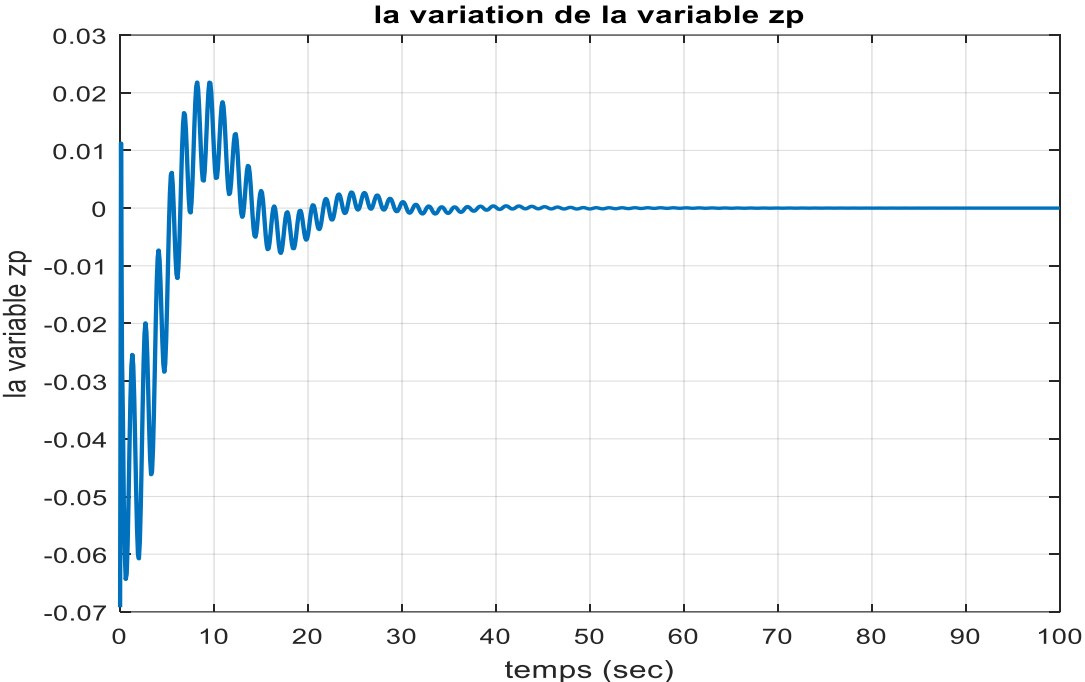


Figure 3.28 :Variation de la variable z_p

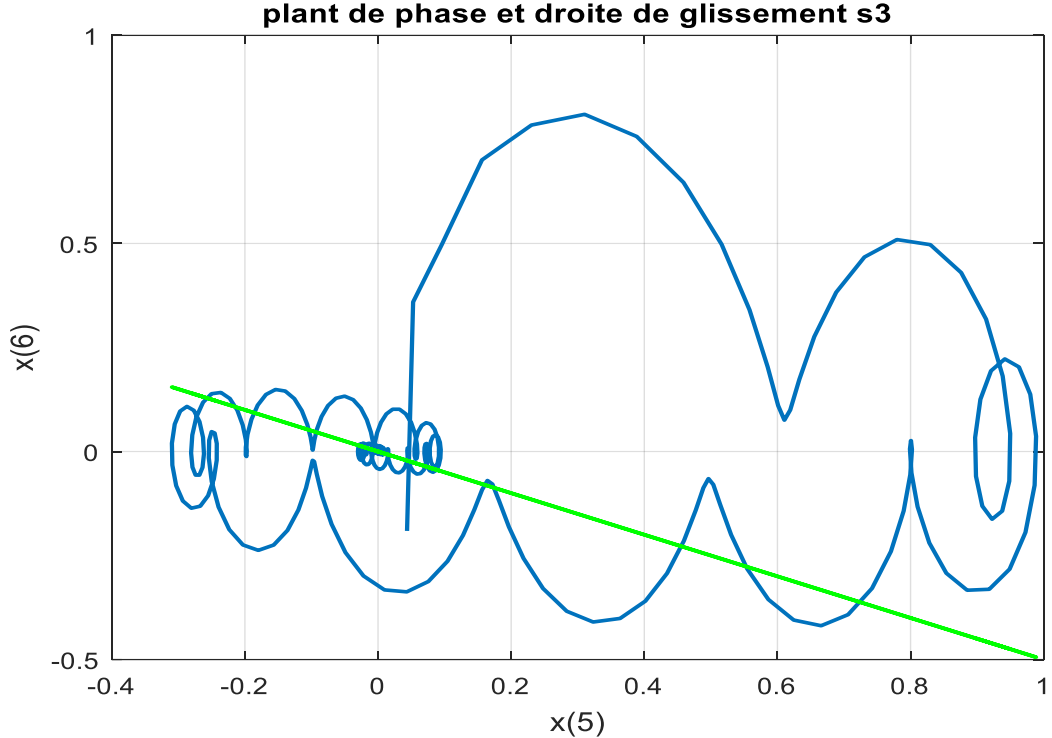


Figure 3.29 : Plan de phase et droite de glissement S3

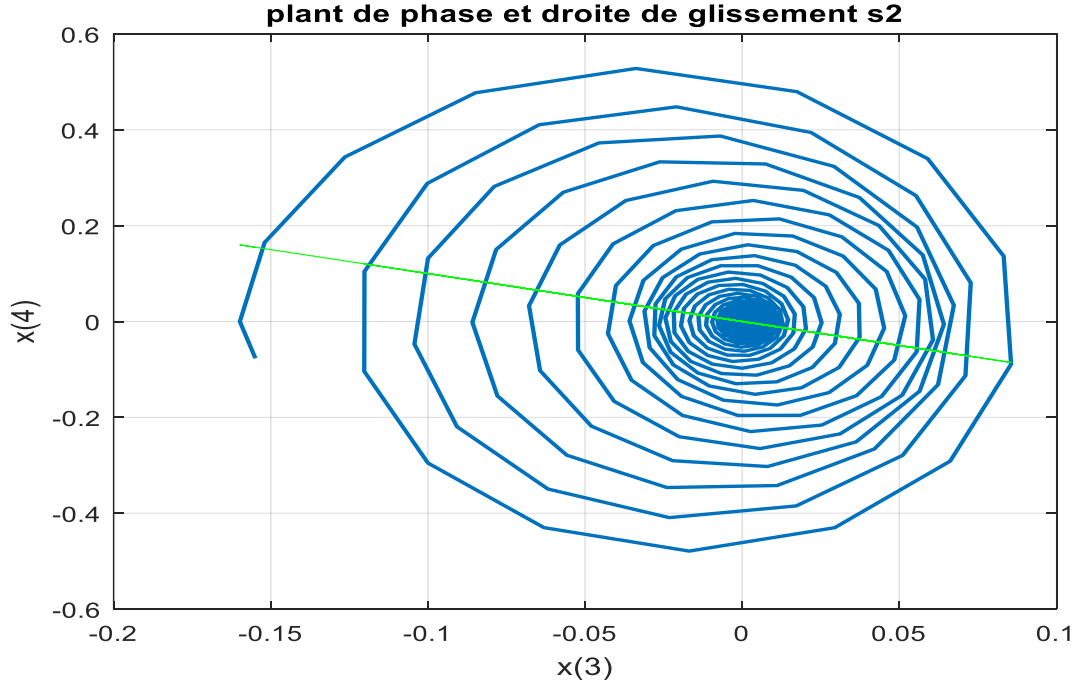


Figure 3.30 : Plan de phase et droite de glissement S2

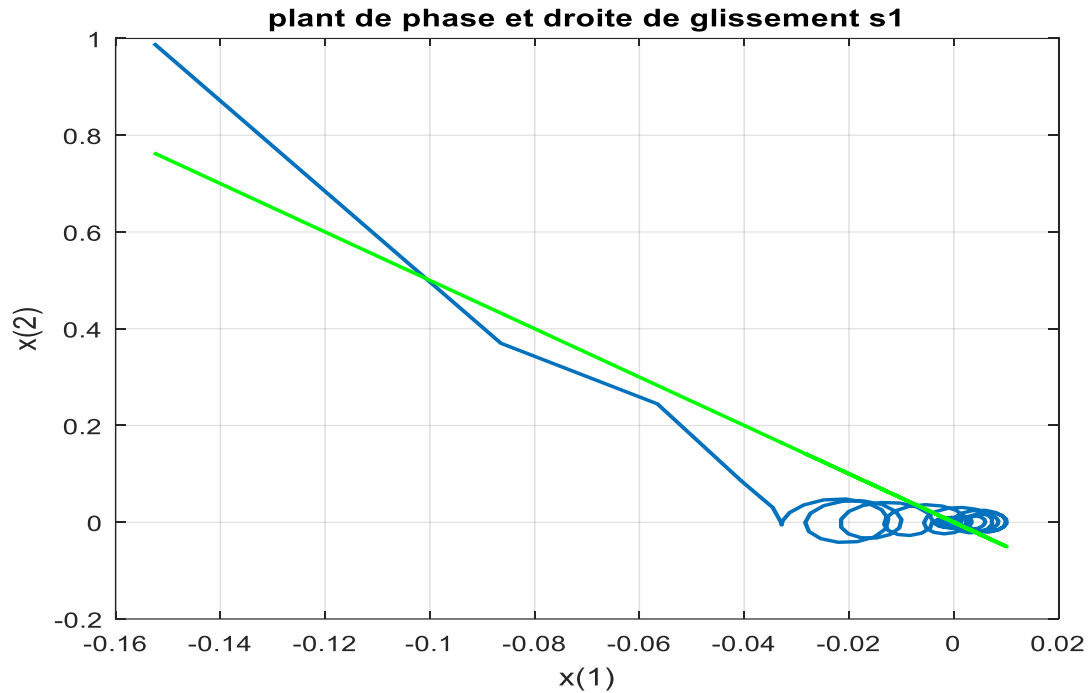


Figure 3.31 : Plan de phase et droite de glissement S1

On remarque que la loi de commande utilisée a permis la stabilisation et la poursuite d'une trajectoire désirée. Les résultats montrent la robustesse et la stabilisation de la commande par mode glissant malgré la complexité et le non linéarité du système.

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié un contrôleur qui peut être appliqué pour une vaste classe des systèmes non linéaire multi-variables et examiné en détail cette type de commande. L'approche de la commande par mode glissant présente plusieurs avantages significatifs, notamment sa robustesse face aux perturbations externes et sa capacité à stabiliser et à suivre des trajectoires de manière précise. De plus, la commande par mode glissant permet de résoudre les problèmes de broutement souvent rencontrés dans d'autres méthodes de commande. Cependant, il convient de noter que cette approche peut être plus complexe à mettre en œuvre et nécessite une connaissance approfondie du système à contrôler. En fin de compte, la commande par mode glissant peut être un outil précieux pour les systèmes non linéaires multi-variables, offrant des performances améliorées et une robustesse accrue.

Conclusion et perspectives

Dans ce travail, nous avons présenté une propriété très importante dans l'étude des systèmes, c'est la robustesse aux perturbations externes et aux variations paramétriques du système. La commande par mode glissant, présente des avantages considérables, elle est utilisée pour commander les systèmes linéaires et non linéaires et sa loi de commande se modifie d'une manière discontinue.

L'objectif de ce travail est d'utiliser la technique de commande par mode glissant pour commander des systèmes non linéaires mono variables et multi variables.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires, les différentes méthodes les plus utilisées dans l'étude de la stabilité et la commande des systèmes non linéaires.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté le principe de fonctionnement de la commande par mode glissant accompagné avec une application de celle-ci sur un système non linéaire celui du pendule inversé. Cette commande présente des bonnes performances avec un bon choix de la surface de glissement et des paramètres de la commande.

Dans le troisième chapitre, on a appliqué la commande par mode glissant sur un pendule inversé simple et double (systèmes multi variables). Les résultats de simulation sous Matlab donnent des résultats satisfaisants : la stabilité, la rapidité et la convergence en temps fini, l'erreur de poursuite pratiquement nulle, et la robustesse aux perturbations externes.

Dans ce travail on a étudié une technique qui combine les avantages suivants : la méthode étudiée permet l'atténuation des effets des perturbations externes et élimine le phénomène de "broutement" introduit par le mode glissant classique. La poursuite de la trajectoire désirée se fait en deux phases : phase de convergence vers la surface de glissement et la phase de glissement sur cette surface. Donc, la commande utilisée se compose de deux parties : la première permettant aux trajectoires du système de converger jusqu'à la surface de glissement, et la deuxième permet de les maintenir autour celle-ci.

Donc, nous pouvons dire que la commande par mode glissant offre certains avantages :

1. La robustesse par rapport aux variations des paramètres du système.
2. la dynamique très performant "temps de réponse acceptable et erreur stationnaire pratiquement nulle".

Afin d'améliorer les performances de la commande par mode glissant, on peut utiliser les méthodes d'optimisation telles que l'algorithme génétique, PSO, BATT, etc.

Enfin, comme suite à ce travail, on propose l'implémentation de la technique présentée dans ce mémoire dans le but de vérifier expérimentalement les résultats trouvés.

Puisque la mesure de tous les états est généralement impossible à cause des contraintes physiques et/ou du coût élevé des capteurs. Il serait alors intéressant de développer la commande par mode glissant en utilisant des observateurs par retour d'état ou par retour de sortie ou appliquée l'intelligence artificielle (les réseaux de neurones ou la logique floue).

Bibliographie:

- [1] Boudjemai Houa. Ayadi Loucif , Etude comparative d'une commande équivalente par les modes glissants et d'une commande non linéaire par la théorie de Lyapunov d'une MSAP, Master en Electrotechnique, Abderrahmane Mira de Bejai, 2013.
- [2] Daikh fatima zohra , contribution des approches de l'intelligence artificielle pour la stabilisation robuste des systèmes non linéaire , doctorat en sciences , Université Ahmed bin Bella d'Oran, 2015.
- [3] A. BENASKEUR. <<Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la Commande décentralisée des systèmes non linéaires>>. Thèse de Doctorat. Québec : Université de Laval, Février 2000.
- [4] TARAFT, Saci, RÉKIOUA, Djamila, et AOUZELLAG, Djamel. Commande en mode glissant de la MADA dans une éolienne à vitesse variable connectée au réseau. Revue des Energies Renouvelables SMEE, 2010, vol. 10.
- [5] LAAS-CNRS cours 3 représentation et analyse des systèmes.
- [6] EMIRA, NECHADI Cours SYSTEMES NON LINEAIRES UNIVERSITE FERHAT ABBAS DE SETIF 1.
- [7] Zhiwen Ma, Trillion Zheng, Xiaojie You, et al. A new sliding-mode current controller for field oriented controlled induction motor drives. In 31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005., pages 6–pp. IEEE, 2005.
- [8] Mohammed Chakib Sosse Alaoui. Commande et observateur par modes glissants dun système de pompage et dun bras manipulateur. 2009.
- [9] Gille, J, C. Système Asservis Non Linéaires, Dunod. 1988.
- [10] H. Bourlès and F. Aïoun, "Approche H_∞ et μ -synthese," A. Oustaloup, éditeur, La robustesse, Anal. Synth. Command. Robustes, pp. 162–235, 1994.
- [11] généralités sur la commande des systèmes non linéaires, univ-biskra.
- [12] ETUDE DE COMMANDES NON LINEAIRES POUR RESEAUX ELECTRIQUES – APPLICATION A UN SYSTÈME SMIB
- [13] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, A. S. Morse, "systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no. 11, pp.1241-1253, 1991
- [14] A. Feuerer , and A. S. Mors, "Adaptive control of single-input, single-output linear systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 23, no. 4, pp. 557-569, 1978
- [15] J. Tsinias "Sufficient lyapunov-like conditions for stabilization," Math. Contr. Signal. Syst. Vol. 2, pp. \343-357, 1989
- [16] P. V. Kokotovic, H. J. Sussmann, "A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems," Systems and Control Letters, vol. 13, pp. 125-133, 1989.

[17] Meziane salima" Commande adaptative et prédictive de la machine asynchrone "Thèse de doctorat science en électrotechnique, université de Mantouri Constantine2009.

[18] E.F. Camacho, C.Bordons, "Model Predictive Control", Springer-Verlag London,2eme édition, 2003.

[19] E. G. MIGLIORE, " Commande Prédictive à Base de Programmation Semi Définie", thèse de doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2004.

[20] V. I. Utkin, Sliding modes and their applications in variable structure systems, MIR Publ, Moscow, 1978.

[21] J.-J. E. Slotine, W. Li, Applied Nonlinear Control. London: Prentice-Hall, Inc., 1991.

[22]. S. V. Emelyanov, S. K. Korovin, L.V Levantovsky, " Higher order sliding regimes in the binary control systems ", Soviet Physics, Doklady, 31(4), 291–293, 1986.

[23]. C. Kunusch, P. Puleston, M. Mayosky " Sliding-Mode Control of PEM Fuel Cells ", Springer 2012. series: Advances in Industrial Control, 2012.

[24] Feurer, A. & Morse, A. S. (1978),'Adaptive control of single-input, single-output linear systems', IEEE Transactions On Automatic Control, 23(4), 557-569.

[25] T Ahmed-Ali, "quelques notions sur la commande non linéaire par modes glissants et la commande non linéaire de type backstepping," Caen, 2011.

[26] TOUATI Billal, MOUSSAOUI Mahdi., Commande d'un pendule inversé par mode glissant. Thèse de Master en automatique : Université Abderrahmane Mira – Bejaia, 2017.

[27] Fenni, Athmane. Commande Non Linéaire Par Des Régulateurs En Mode Glissant D'une Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA). Université Mohamed Khider Biskra, 2013.

[28]J.J.E. Slotine and J.A. Coetsee, "Adaptive sliding controller synthesis for non-linear systems", Int.J. Control, N°6, pp.1631-1651, 1986.

[29] Bey KHAOULA , Ben Toumi AMINA, Commande robuste par mode glissant des systèmes non linéaires sous-actionnés, master Electrotechnique, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA,2020.

- [30] : Ferhat Lahouazi. « Mise en œuvre d'une stratégie de commande nuer floue Application a un pendule inversé », Mémoire de magister, université Mouloud Mammeri Tizi-ouzou,2011.
- [31] : F. BETIN. « Commande d'actionneurs électriques soumis à une charge mécanique à fortes variations paramétriques », Habilitation à diriger des recherches, Centre de Robotique d'Electrotechnique et d'Automatique (CREA) UPRES Equipe d'accueil 3299, Université de Picardie Jules Verne, 02880 Cuffies, France, 2003.
- [32] : H. BÜHLER. « Réglage par Mode de Glissement », Presses Polytechniques Romandes, EPFL, Ecublens, Lausanne, Suisse, 1986.
- [33] : B. ABDELOUHAB et H. Adel. « Commande par mode de glissement d'une suspension active d'un véhicule », PFE, Ecole Nationale Polytechnique, Juin,2006.
- [34] Z. Boudjema, A. Meroufel et Y. Djeriri, "Nonlinear control of a doubly fed induction generator for wind energy conversion", Carpathian Journal of Electronic and Computer Engineering, Vol.6, No.1, pp.28-35, 2013.
- [35] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems", Taylor & Francis, London, 1999.
- [36] A. Hadjer. Contribution a la commande robuste des systemes non lineaires, memoire de magistere,UNIVERSITE FERHAT ABBAS SETIF 1,2014.aylor & Francis, London, 1999.
- [37] T. B. et MOUSSAOUI Mahdi. Commande d'un pendule inverse par mode glissant, memoire Master,Universite Abderrahmane Mira Bejaia 2017
- [38] H.Tamrbed, T.Azarobr "Réglage par mode glissant d'une machine asynchrone", Thèse d'ingénieur, Anaba, 2000.
- [39]:Slotine, J.-J. E., & Li, W. «Applied Nonlinear Control», London: Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [40] : F. Benchabane.« Commande en position et en vitesse par mode de glissement d'unmoteur synchrone triphasé a aimants permanents avec minimisation du chattring», Mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université Mohammed Khider De Biskra, Algérie, 2005.
- [41] V.I.Utkin, Sliding modes in control optimization, Springer-Verlag, 1992.

- [42] H.Sira-Ramirez, Differential geometrie methods in variable-structure control, Int.J.ControlVol.48, N°4, p.1359-1390, 1988.
- [43] H.Sira-Ramirez, Sliding regimes in general non-linear systems : a relative degree approach, Int.J.Control, Vol.50, N°4, p.1487-1506, 1989.
- [44] H.Sira-Ramirez, Non linear variable structure systems in sliding modes :the general case, IEEE TAC-34, No 11, November 1990.
- [45]: ACHOUR, « Réglage par mode glissant d'une machine asynchrone ». IEEE Trans. Indust. Applic. Vol.40, N°.1,pp45-55, 2005.
- [46] : A. HOCINE, « Contribution à la Commande d'une Machine Asynchrone Double Etoile par Mode de Glissement, » Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar de Batna, Mai 2008.
- [47]:B. Drazenovic, The invariance condition m sliding mode systems, Automatica, Vol.5, p.287-295, Pergamon Press, 1969.
- [48] : E. Nechadi, W. Kacem, « Utilisation du Mode Glissant pour le Suivi du Modèle de Référence », Mémoire d'ingénieur d'état en Automatique, Université de Sétif, 2002.
- [49] : kacimi M.A. « Utilisation des algorithmes génétiques multi-objectif pour la conception d'un contrôleur flou appliqué à un système non linéaire et complexe », mémoire de magister, Universités A.MIRA de Bejaïa, 2014.
- [50] : NICOLAS.B. « Contribution à la commande de loi de commutation à l'aide de la théorie des mode glissant », Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, France 1996.
- [51] : Y. Bekakra, D. Ben attous. «Speed and flux control for DFOC of doublyfed induction machine using sliding mode controller»,ActaElectrotechnica etInformatica, Vol. 10, No. 4, pp. 75-81, 2010.
- [52]: M. Abid.« Adaptation de la commande optimisée au contrôle vectoriel de la machine Asynchrone alimentée par onduleur à MLI », Thèse de doctorat d'état en Electrotechnique, Université DjillaliLiabes De Sidi Bel-Abbès, Algérie, 2009.
- [53] :A. L. Nemmour. « Contribution à la commande vectorielle de la machine asynchrone à double alimentation », Mémoire de Magister, l'Université de Batna, 2002.

- [54] A. Kechich, B. Mazari, « La commande par mode glissant : Application à la machine synchrone à aimants permanents (approche linéaire) », *Afrique SCIENCE*, Vol. 4, N° 01, pp : 21 – 37, 2008.
- [55] O. Pages, « Etude et comparaison de différentes structures de commande multi-contrôleurs. Application à un axe robotisé », Thèse de Doctorat, Université de savoie, 2001.
- [56] Lemita Abdallah, "cours système non linéaire" ,master 01 automatique et systèmes ,Université de Tebessa ,2023.
- [57] D. Liu, J. Yi, D. Zhao, « Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane », *Mechatronics*, Vol. 15, N° 5, pp: 505–522, 2005.
- [58] C.-M. Lin and W. -L. Chin, « Adaptive Hierarchical Fuzzy Sliding-Mode Control for a Class of Coupling Nonlinear Systems », *Int. J. Contemp. Math. Sci.*, Vol. 1, N° 4, pp: 177 – 204, 2006.
- [59] S.-Y. Chen, F. -M. Yu, H. -Y. Chung, « Decoupled fuzzy controller design with single input fuzzy logic », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 129, pp: 335–342, 2002.
- [60] L. -C. Hung, H.-Y. Chung, « Decoupled sliding-mode with fuzzy-neural network controller for nonlinear systems », *International Journal of Approximate Reasoning*, N° 300, pp: 1-24, 2006.
- [61] Hung, L. C., Lin, H. P., & Chung, H. Y. (2007). Design of self-tuning fuzzy sliding mode control for TORA system. *Expert Systems with Applications*, 32(1), 201-212.
- [62] Nouredine, B., Djamel, B., & Boudjema, F. (2013, October). Tuning fuzzy fractional order PID sliding-mode controller using PSO algorithm for nonlinear systems. In *Systems and Control (ICSC), 2013 3rd International Conference on* (pp. 797-803). IEEE.
- [63] Chen, S. Y., Yu, F. M., & Chung, H. Y. (2002). Decoupled fuzzy controller design with single-input fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 129(3), 335-342.
- [64] Abdelhamid, D. (2016). Optimal Fractional-order Sliding Mode Controller (OFSMC) Design for a class of Fractional-order Nonlinear SIMO Systems using PSO Algorithm. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, 18(4), 14-25.
- [65] Lo, J. C., & Kuo, Y. H. (1998). Decoupled fuzzy sliding-mode control. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 6(3), 426-435.
- [66] Ho, H. F., Wong, Y. K., & Rad, A. B. (2009). Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 17(7), 1199-1210.
- [67] Beltran, B., Ahmed-Ali, T., & Benbouzid, M. E.H. (2009). High-order sliding-mode control of variable-speed wind turbines. *IEEE Transactions on Industrial electronics*, 56(9), 3314-3321.

[68] Brockett R. W." Feedback Invariants for Nonlinear Systems", IFAC congress, Helsinki, 1978, pp. 11-15.

Résumé:

Ce mémoire s'intéresse au développement d'un contrôleur robuste. Nous avons proposé la commande par mode glissant pour contrôler des systèmes non linéaires multivariables (pendule inversé simple et double).

Notre travail est une application de la commande par mode glissant sur les pendules inversés. L'objectif est de maintenir les pendules inversés à être toujours à la position verticale. Les résultats de simulation étaient très satisfaisants : la stabilité, la rapidité, l'erreur de poursuite pratiquement nulle, et la robustesse aux perturbations externes.

Mots clés : systèmes non linéaires, systèmes multivariables, commande par mode glissant, stabilité.

Abstract:

This thesis aims on the development of a robust controller. We have proposed sliding mode control to control of multivariable nonlinear systems (single and double inverted pendulum).

Our work is an application of sliding mode control on inverted pendulums. The goal is to keep always the inverted pendulums to be in the vertical position. The simulation results were very satisfactory: stability, speed, zero tracking error, and robustness to external disturbances.

Keywords : nonlinear system; sliding mode control; multivariable systems; stability.

ملخص:

تركز هذه المذكرة على تطوير أداة تحكم قوية. لقد اقترحنا التحكم في الوضع الانزلاقي للتحكم في الأنظمة غير الخطية متعددة المتغيرات (النواس المقلوب الفردي والمزدوج).

عملنا هو تطبيق للتحكم في الوضع المنزلق على النواصات العكسية. الهدف هو إبقاء النواصات معكوسة لتكون دائماً في الوضع الرأسي. كانت نتائج المحاكاة مرضية للغاية: الاستقرار ، والسرعة ، وعدم وجود خطأ في التتبع ، والمثانة للاضطرابات الخارجية.

الكلمات المفتاحية: التحكم في الوضع الانزلاقي، نظام غير خطي،

الاستقرار.

