الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة العربي التبسي - تبسة
Universite Larbi Tebessi - Tebessa

جامِعَة العَرْبي التبَسّي - تبَسّة -

كلية العلوم الإقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

مطبوعة محاضرات في

الاقتصاد الجُزْئي 02

مع أمثلة وتطبيقات

لطلبة السنة الأولى: قسم التعليم الأساسي

الدكتور: بنشوري عيسى

أستاذ محاضر

مستخرج اعتماد المطبوعة بعد التحكيم

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة العربي التبسي- تبسة / الجزائر
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
Université Larbi Tébessi -Tébessa
Faculté des Sciences Economiques et des Sciences Commerciales et des Sciences de Gestion

المجلس العلمي للكلية

رقم: 107 / م ع /ك ع اق تج ع ت/ ج ع ت/ 2020 تبسة في: 28-09-2020

مستخرج من محضر المجلس العلمي

بناء على محضر المجلس العلمي لكلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير في دورته الاستثنائية، المنعقد بتاريخ الثاني والعشرين من شهر سبتمبر عام ألفين وعشرين، والمتضمن قبول تحكيم المطبوعة الموسومة بعنوان: **محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2 مع أمثلة وتطبيقات**، والمقدمة من طرف الدكتور **عيسى بنشوري**.

والتي تمت إحالتها للتحكيم العلمي من طرف رئيس المجلس العلمي للكلية على الخبراء المذكورين أدناه:

- **د. كمال شريط**: أستاذ محاضر قسم أ ، جامعة العربي التبسي- تبسة.
- **د. نوفل سمايلي**: أستاذ محاضر أ، جامعة العربي التبسي- تبسة.
- **د. بن عمر محمد البشير**: أستاذ محاضر قسم أ، جامعة الشهيد حمة لخضر- الوادي.

وبناء على نتيجة التحكيم الإيجابية، وافق أعضاء المجلس العلمي على قبول المطبوعة واعتمادها كمرجع علمي لطلبة العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير.

رئيس المجلس العلمي

رئيس المجلس العلمي للكلية
د.حفيظة عبد الحميد

مستخرج تعيين المحكمين

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة العربي التبسي- تبسة / الجزائر
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
Université Larbi Tébessi -Tébessa
Faculté des Sciences Economiques et des Sciences Commerciales et des Siences de Gestion

المجلس العلمي للكلية

رقم:.....76 / م ع /ك ع اق تج ع ت/ ج ع ت/ 2020 تبسة في:..... 07 جويلية 2020

مستخرج من محضر المجلس العلمي للكلية

07 جويلية 2020

بناء على محضر المجلس العلمي لكلية العلوم الإقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير المنعقد بتاريخ السابع من شهر جويلية عام ألفين وعشرين (2020/07/07)، وعلى الساعة العاشرة صباحا، وافق وصادق المجلس العلمي للكلية على تشكيل لجنة الخبرة الخاصة بتحكيم مطبوعة بيداغوجية بعنوان: الإقتصاد الجزئي 2 مع أمثلة تطبيقية، من إعداد الدكتور: بنشوري عيسى، أستاذ محاضر أ بقسم العلوم التجارية.

الإسم واللقب	الرتبة	الجامعة الاصلية
د. بن عمر محمد البشير	استاذ محاضر أ	جامعة الشهيد محمد لخضر – الوادي
د. شريط كمال	استاذ محاضر أ	جامعة العربي التبسي - تبسة
د. سمايلي نوفل	استاذ محاضر أ	جامعة العربي التبسي - تبسة

رئيس المجلس العلمي للكلية

رئيس المجلس العلمي للكلية
د. براهمي زرزور

Adresse: Route de Constantine BP 12002 Tébessa Algérie Conseil Scientifique de la Faculté des Sciences Economiques et Commerciales et des Sciences de Gestion Téléfax : +213 037 58 18 80 Email : csfscecout@gmail.com

شهادة تدريس المادة

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

جامعة العربي التبسي– تبسة

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم التعليم الأساسي

رقم: ...../ق ت أ/ ك ع إق ع ت ع ت/ ج ت/2020

تبسة في: 06/جويلية/2020

شهادة تدريس

يشهد رئيس قسم التعليم الأساسي بأن السيد: "بنشوري عيسى" أستاذ محاضر قسم "أ" والمولود في 1982/01/26 بـــت: بلدية تكوت ولاية باتنة؛ قد قام بتدريس الاقتصاد الجزئي02 (محاضرة وتطبيقات) كما يلي:

السنة الجامعية	السداسي	المقياس المدرس	المستوى
2010/2009	الأول	//	//
	الثاني	اقتصاد جزئي 02	سنة أولى ليسانس
2011/2010	الأول	//	//
	الثاني	اقتصاد جزئي 02	سنة أولى ليسانس
2019/2018	الأول	//	//
	الثاني	اقتصاد جزئي 02	سنة أولى ليسانس

رئيس القسم

رئيس قسم التعليم الأساسي
بكلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية
وعلوم التسيير
د. حناشي فارح

سلمت هذه الشهادة بطلب من المعني لاستعمالها في حدود ما يسمح به القانون.

الفهرس

الواجهة I

مستخرج اعتماد المطبوعة بعد التحكيم II

مستخرج تعيين المحكمين III

شهادة تدريس المادة IV

الفهرس V

البرنامج الوزاري للمادة IX

مقدمة ..... أ

الفصل الأول: دالة الإنتاج في الفترة الطويلة..... 1

1-1. مفهوم الإنتاج 2

1-2. الفترة القصيرة والفترة الطويلة 2

1-3. العلاقة بين عوامل الإنتاج وحجم الإنتاج 3

1-4. دالة الإنتاج 3

1-5. تمارين الفصل 5

الفصل الثاني: الإنتاج عند توفر عاملين متغيرين 7

2-1. منحنيات الناتج المتساوي 8

2-2. المعدل الحدي للإحلال التقني 9

2-3. خط التكاليف المتساوي 12

2-4. توازن المنتج 13

2-5. مسار التوسع 18

تمارين الفصل 19

الفصل الثالث: المرونة(مرونة عوامل الإنتاج؛ مرونة الإحلال) 25

3-1. مرونة عوامل الإنتاج 26

3-2. قابلية الإحلال بين العوامل 27

3-3. مرونة الإحلال بين العوامل 28

تمارين الفصل 30

الفهرس

الفصل الرابع: دالة العرض **32**

4-1. تعريف العرض 33

4-2. العرض والكمية المعروضة 33

4-3. محددات العرض 33

4-4. دالة العرض: جدول العرض ومنحنى العرض 33

أولا: دالة العرض الفردي *33*

ثانيا: التمثيل الجدولي والبياني لدالة العرض الفردي *34*

ثالثا: التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة *35*

رابعا: حالات استثنائية لدالة العرض *35*

4-5. مرونة العرض 35

أولا: أشكال منحنيات العرض حسب مرونة العرض السعرية *36*

ثانيا! محددات مرونة العرض السعرية *36*

4-6. تمارين الفصل 38

الفصل الخامس: نظرية التكاليف والإيرادات **40**

5-1. التكاليف في المدى الطويل 41

أولا: مسألة تخفيض التكاليف في المدى الطويل *41*

ثانيا: التمثيل البياني لحل مسألة تخفيض التكاليف بدلالة عناصر الإنتاج *41*

ثالثا: منحنى التكاليف الكلية بدلالة الإنتاج *43*

رابعا: منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة *44*

خامسا: العلاقة بين التكلفتين الحدية والمتوسطة في المدى الطويل *46*

5-2. التكاليف في المدى القصير 46

أولا: منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير *46*

ثانيا: العلاقة بين منحنيي التكاليف الكلية في المدين القصير والطويل *47*

ثالثا: منحنيي التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى القصير *48*

خامسا: تساوي وعدم تساوي التكاليف الحدية والمتوسطة في المدين القصير والطويل: *51*

5-3. الإيرادات 52

أولا: الإيراد الكلي *52*

ثانيا: الإيراد المتوسط *52*

ثالثا: الإيراد الحدي *53*

رابعا: منحنيات الإيرادات في سوق المنافسة التامة *53*

5-4. تمارين الفصل 54

الفهرس

الفصل السادس: توازن السوق (العرض والطلب) 58

6ج1خ تعريف التوازن (سعر وكمية التوازن) 59

6ج2خ تحديد التوازن رياضيا وهندسيا 59

أولا: تحديد التوازن رياضيا 59

ثانيا: تحديد التوازن هندسيا 60

ثالثا: أسباب حدوث التوازن 60

6-3. أثر تغير الطلب والعرض على سعر وكمية التوازن 61

6-4. التوازن المستقر والتوازن غير المستقر 62

أولا: التوازن المستقر 62

ثانيا: التوازن غير المستقر 62

6-5. فائض المنتج وفائض المستهلك 62

أولا: فائض المستهلك 62

ثانيا: فائض المنتج 63

6-6. التدخل الحكومي في الأسواق 65

أولا: التدخل بفرض الضرائب والإعانات 66

أ. ضرائب نوعية 66

ب. ضرائب نسبية 68

ج. مؤشر الضريبة 69

د. منح الإعانات 70

ثانيا: التدخل بتحديد الأسعار 71

أ. تسقيف الأسعار 71

ب. الأرضية السعرية 73

6-7. تمارين الفصل 76

الفصل السابع: المنافسة التامة 86

7ج1خ مفهوم المنافسة التامة 87

7ج2خ تعظيم أرباح المنشأة الآخذة للسعر (التنافسية) من خلال كمية الإنتاج 87

7ج3خ أسعار السوق وتحديد التوازن في المدى القصير 89

أولا: هيكل تكاليف المنشأة التنافسية في المدى القصير 89

ثانيا: منحنى عرض المنشأة التنافسية في المدى القصير 90

ثالثا: منحنى عرض السوق في المدى القصير 92

رابعا: التوازن التنافسي التام في المدى القصير: 93

7ج4خ أسعار السوق و تحديد التوازن في المدى الطويل 94
أولا: تغيير الكمية وحجم المصنع في المدى الطويل..... 94
ثانيا: منحنى عرض المنشأة في المدى الطويل 95
ثالثا: منحنى عرض السوق في المدى الطويل 96
رابعا: التوازن التنافسي التام في المدى الطويل (حرية الدخول)..... 97
7ج5خ تمارين الفصل 99

الفصل الثامن: الاحتكار التام..... 104

8ج1خ تعظيم الأرباح بالنسبة للمحتكر..... 105
أولا: شرط تعظيم الربح 105
ثانيا: الإيراد الحدي: الوحدات الحدية والحدات تحت الحدية (Inframrginal) 106
ثالثا: الإيراد المتوسط والإيراد الحدي..... 108
رابعا: التمثيل البياني لشرط تعظيم الربح 110
8-2. توزان المحتكر..... 111
أولا: الإيراد الحدي ومرونة الطلب في حالة الاحتكار 111
ثانيا: العلاقة بين الإيراد الحدي والإيراد الكلي ومرونة الطلب 112
ثالثا: توازن المنشأة المحتكرة باستخدام منحنيات الإيراد الكلي والتكاليف الكلية 112
أ. تحقيق المنشأة لأرباح غير عادية 112
ب. تحقيق المنشأة لأرباح عادية 113
ج. تحقيق المنشأة لخسائر 113
رابعا: توازن المنشأة المحتكرة باستخدام منحنيات الإيراد الحدي والتكاليف الحدية:..... 114
أ. تحقيق المنشأة لأرباح غير عادية 114
ب. تحقيق المنشأة للأرباح العادية 114
ج. تحقيق المنشأة لخسائر 114
8-5. تمارين الفصل 115

قائمة المراجع..... 120

البرنامج الوزاري للمادة

(إلى غاية جويلية2020 تاريخ دفع المطبوعة)

السداسي: الثاني
وحدة التعليم : الأساسية
المادة : اقتصاد جزئي 2
الرصيد: 6
المعامل: 2

أهداف التعليم (*ذكر ما يفترض على الطالب اكتسابه من مؤهلات بعد نجاحه في هذه المادة، في ثلاثة أسطر على الأكثر*)

اكتساب مبادئ و تقنيات التحليل النيوكلاسيكي للطلب على السلع و لتابع الانتاج. وتحديدا التحكم في دالة لاغرونج وقيودها.

المعارف المسبقة المطلوبة (*وصف مختصر للمعرفة المطلوبة والتي تمكن الطالب من مواصلة هذا التعليم، سطرين على الأكثر*)
بعض المكتسبات في الرياضيات (الاشتقاق و التفاضل تحديدا)، النظرية الاقتصادية، اقتصاد جزئي 1.

محتوى المادة:

1- دالة الانتاج في الفترة الطويلة
2- الانتاج عند توفر عاملين متغيرين (منحنيات الناتج التساوي و خصائصه ، المعدل الحدي للإحلال التقني ، خط التكلفة المتساوية ، توازن المنتج ، مسار التوسع).
3- المرونة (مرونة عوامل الإنتاج، مرونة الاحلال)
4- دالة العرض
5- نظرية التكاليف و الإيرادات
6- توازن السوق (مفهوم التوازن ، تفاعل العرض والطلب ، فائض المستهلك وفائض المنتج)
7- المنافسة التامة
8- الاحتكار التام

طريقة التقييم: (نوع التقييم و الترجيح)
- مستمر 50 %
- امتحان 50 %

المراجع: (*كتب ومطبوعات ، مواقع انترنت*، إلخ)

1- رشيد بن دياب، الاقتصاد الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، 1996.
2- أحمد فريد مصطفى، التحليل الإقتصادي الجزئي : أساسيات-تطبيقات رياضية-حلول تمارين، مؤسسة شباب الجامعة، مصر، 2009.
3- سليمان وارد المساعيد،أساسيات الإقتصاد الجزئي: مدخل مبسط لأساسيات الإقتصاد الجزئي، دار زهران للنشر و التوزيع،الأردن،2013.
4- عبد اله محمد سامية، مبادئ الإقتصاد الجزئي، دار الفكر للنشر و التوزيع ، الأردن،2011.

مقدمة

مقدمة

وإن لدراسة علم الاقتصاد عدة أوجه إلا أنه ينبع من عدة أفكار ومبادئ رئيسية يشترك فيها العالم كله من حيث أنه (الاقتصاد) يعكس سلوك مجموعة من الأفراد والمجتمعات تتفاعل فيما بينها لتشكيل ما يسمى بالاقتصاد.

وإنه من المقرر والمعروف في العديد من الأدبيات والعلوم أنه لا شيء ثابت إلا التغير، ويصعب التنبؤ لدخول العالم في مرحلة عدم اليقين الإقتصادي مما أدى بالطلاب خصوصا والعديد من الأفراد للانخراط في الأحداث الإقتصادية أكثر من ذي قبل في محاولة لفهم العالم الإقتصادي من حولهم، وبدورنا رأينا فرصة لتشارك مبادئ وطرق التفكير الإقتصادي باستعمال تطبيقات وأحداث واقعية حالية لاستخراج الرابط بين المبادئ النظرية والتجارب المشتركة، وبسبب طبيعة النشاط الإقتصادي الإجمالي المتزايد.

لذلك ارتأينا تقديم هذه المطبوعة لطلبتنا لتبسيط مبادئ مادة الاقتصاد الجزئي والذي يبدو صعبا للوهلة الأولى ولكن أفكاره سلسة وفي متناول الجميع وهي محاولة لفهم العالم الاقتصادي من حولنا باستخدام تطبيقات وأحداث واقعية واستخراج الروابط بين المبادئ النظرية والأحداث الواقعية ونعتقد أن الكل قد أصبح يتتبع الأخبار الاقتصادية منذ سنة 2008 حتى ولو لم يكن مختصا في الاقتصاد بسبب أسوأ أزمة عالمية منذ فترة الكساد الكبير حتى أن المترشحين للرئاسة في أمريكا يستعملونها منذ ذلك التاريخ في حملاتهم الانتخابية بسبب هيمنتها على الأخبار بشكل عام.

وقد تتبعنا في كتابة هذه المطبوعة محتوى مادة الاقتصاد الجزئي2 حسب **البرنامج الوزاري** المقرر على الطلبة في السداسي الثاني وحسب ما هو معمول به ويدرَّس في أغلب جامعات الوطن مع تغييرات **طفيفة** لا تمس بتسلسل المواضيع بل تساعد على تبسيط الأفكار وسهولة فهمها من خلال أمثلة توضيحية ورسومات في كل عنصر، فكانت البداية في الفصلين الأول والثاني حول **الإنتاج في الفترة الطويلة** من خلال عناصره وأركانه كمنحنى الناتج والمعدل الحدي للإحلال التقني، خط التكاليف، مسار التوسع وتوازن المنتج؛ وفي الفصل الثالث تطرقنا **للمرونات المتعلقة بالإنتاج** وهي مرونة عوامل الإنتاج ومرونة الإحلال بين عوامل الإنتاج؛ ثم في الفصل الرابع تتبعنا **دالة العرض** ومروناتها(والتي كانت ضرورية لدراسة التوازن والفوائض فيما بعد)؛ وانتقلنا في الفصل الخامس لنظرية التكاليف ومنحنياتها؛ وفي الفصل السادس درسنا توازن المنتج من خلال العرض والطلب(درسه الطلبة في السداسي الأول) ومايتعلق به من فائضي المستهلك والمنتج وكذا التدخل الحكومي في الأسواق سواءً بفرض الضرائب بنوعيها ومنح الإعانات أو التدخل بتحديد الأسعار؛ وأخيرا تم التطرق لنوعين من الأسواق في الفصلين السابع والثامن وهما أسواق **المنافسة التامة** وتحديد توازن المُنْشَأة وتوازن السوق فيها وكذا وأسواق **الاحتكار التام**.

الفصل الأول:

دالة الإنتاج في الفترة الطويلة

1. دالة الإنتاج في الفترة الطويلة

1-1. مفهوم الإنتاج

يُقصد بالإنتاج تحويل مختلف الموارد (كالعمل ورأس المال) إلى منتجات كاملة وتسمى هذه الموارد الإنتاجية المستعملة في إنتاج السلع والخدمات بـ: المدخلات أو عوامل الإنتاج، ويسمى حجم السلع والخدمات المنْتَج بـ: المخرجات، ويمكن للمُنْتِج اختيار واحدة من عدة توليفات من المدخلات لإنتاج حجم معين من المخرجات؛ ويعرف أيضا بأنه إعدادٌ للموارد وذلك من خلال تغيير طبيعتها لتصبح قابلة للاستهلاك وإيجاد منفعة جديدة لها بنقلها أو تخزينها لتسهيل عملية تبادلها.

ويجب أن ننوه إلى أن التعبيرين: المدخلات وعوامل الإنتاج كثيرا ما يستخدمان كمرادفين غير أن المدخلات لها مفهوم أوسع من مفهوم عوامل الإنتاج إذ تشتمل المدخلات على جميع الأشياء التي تقوم المُنْشَأَة بشرائها واستعمالها في الإنتاج أما عوامل الإنتاج فتشتمل عادة على كل من العمل، رأس المال، الأرض، التكنولوجيا والتنظيم.

1-2. الفترة القصيرة والفترة الطويلة

ويمكن تقسيم عوامل الإنتاج إلى ثابتة ومتغيرة، فعوامل الإنتاج الثابتة هي التي يصعب تغييرها في المدى القصير وتختلف من مؤسسة لأخرى؛ وغالبا ما يكون المدى القصير هو الفترة اللازمة للدورة الإنتاجية ومن ضمن العوامل التي يصعب تغييرها في هذه الفترة القصيرة (غالبا أقل من عام) هي الآلات والمباني وليتحقق ذلك يتوفر شرطان الأول أنه لا يمكن للمُنْشَأَة في الفترة القصيرة الدخول أو الخروج من القطاع أو الصناعة بسهولة تامة دون أية تكاليف معتبرة والثاني أنها تعمل تحت غلة حجم ثابتة لوجود عامل ثابت[1]، أما عوامل الإنتاج المتغيرة فهي التي يمكن تغييرها خلال الفترة الإنتاجية الواحدة حسب الطاقة الإنتاجية للمُنْشَأَة ومن ضمنها: اليد العاملة، الطاقة والمواد الأولية؛ وتمثل عوامل الإنتاج مجموعة العناصر التي تتضافر فيما بينها للإسهام في إنتاج الأموال الاقتصادية، وفي الفترة الطويلة هذه لا توجد عناصر إنتاجية ثابتة ويمكن للمُنْشَأَة زيادة أو تخفيض غلة حجم الإنتاج بسهولة تامة ويمكن للمؤسسات الجديدة الدخول للقطاع بسهولة كما يمكن للمؤسسات المتواجدة فيه الخروج منه بسهولة أيضا؛ وتمثل عوامل الإنتاج الثابتة والمتغيرة كل الموارد الاقتصادية التي تستخدم في عمليات إنتاج السلع والخدمات والتي يستحيل دونها القيام بالإنتاج وهذه العناصر خمسة وهي: الأرض، العمل، رأس المال، التكنولوجيا والتنظيم.

[1]- يمكن متابعة هذا الدرس على قناة الأستاذ عبر اليوتيوب: "" عبر الرابط الموجود أسفل كل صفحة:

وننوه هنا إلى أن غالبية الكتاب والدراسات يدمجون التنظيم مع العمل ويدمجون الأرض والتكنولوجيا مع رأس المال ويكتفون في دراسة الإنتاج بعنصرين فقط هما العمل ورأس المال ويتضمنان آليا باقي العناصر الثلاثة.

1-3. العلاقة بين عوامل الإنتاج وحجم الإنتاج

يعني الإنتاج بنسب متغيرة أنه إذا أراد المنتج زيادة الإنتاج في الفترة القصيرة يقوم بزيادة الكميات من العنصر المتغير ويعني ذلك أن نسبة تركيب العنصر المتغير إلى الثابت تتغير وتغير الناتج الكلي بتغير نسبة العنصر المتغير إلى الثابت؛ ويمكن الحصول على نفس الكمية من الإنتاج بتركيبات مختلفة من عوامل الإنتاج المتغيرة إذا كانت بديلة لبعضها البعض؛ مثل زيادة عدد العمال وتخفيض عدد الآلات بالنسبة لعنصر الأرض الثابت أو العكس؛ أما إذا كان الإنتاج يتطلب نسبة ثابتة من عوامل الإنتاج سواءا كان ذلك في الفترة القصيرة أو الطويلة ومهما كان حجم الإنتاج فإن الإنتاج بهذه الطريقة يسمى الإنتاج بنسب ثابتة؛ حيث إن إنتاج السلعة أو الخدمة في أي مشروع يتم عن طريق استخدام أكثر من عنصر من عوامل الإنتاج ، ويتوقف حجم الإنتاج على كمية عوامل الإنتاج المستخدمة؛ وعلى ذلك فإن حجم الإنتاج يكون هو المتغير التابع في دالة الإنتاج بينما يمثل المستخدم من عوامل الإنتاج المتغيرات المستقلة في الدالة.

1-4. دالة الإنتاج

هي تلك الصيغة الرياضية التي تصور العلاقة بين الكمية المنتجة (المخرجات) وعوامل الإنتاج (المدخلات) المساهمة في إنتاجها خلال فترة زمنية معينة؛ وتكون إما بهدف تعظيم كمية المنتجات عند حجم تكلفة معينة أو بهدف تقليل التكاليف عند حجم إنتاجي معين أو بهدف تحقيق أقصى ربح ممكن أي تخفيض التكاليف وتعظيم الإنتاج في نفس الوقت؛ وهذا الاختيار يتم بمزج هذه العوامل بتمثيل رياضي للعملية الإنتاجية ويبين أعظم كمية سلع وخدمات يمكن إنتاجها من خلال هذه الموارد؛ ويسمى هذا التمثيل الرياضي بدالة الإنتاج ويمكن كتابتها كما يلي:

$$Q=f(L,K)$$

حيث تمثل: Q حجم أو كمية المنتجات (المخرجات)؛

L حجم العمل المستخدم في الإنتاج (عدد العمال أو عدد ساعات عمل...)؛

K حجم رأس المال المستخدم في الإنتاج.

وتشير الدالة إلى أن أقصى حجم ممكن من السلع والخدمات يمكن إنتاجها يعتمد على حجم العمل ورأس المال المستخدم في إنتاجها (إضافة لوجود عوامل أخرى كالأرض والتكنولوجيا والتنظيم إذ قد تكون دالة الإنتاج بمتغير واحد أو أكثر) وغالبا ما تدمج الأرض والتكنولوجيا مع رأس المال ويدمج التنظيم مع العمل؛ وحيث أن لكل

مُنْشَأَة دالة إنتاج خاصة[1] بها وتعتبر دالة إنتاج كوب دوجلاس من الدوال المشهورة إذ يؤخذ بتطبيقها على المشاريع الصناعية وتتضمن المدخلات من العمل ورأس المال بالتناسب مع حجم الإنتاج؛ وازدادت الرغبة لدى الاقتصاديين في استعمالها بعد الحرب العالمية الثانية نظرا لبساطتها ولتوفر الإمكانيات العديدة لاستخدامها وإمكانية الحصول على نتائج إحصائية جيدة من استعمالها.

وقد كتبنا الدالة أعلاه بمتغيرين فقط إذ غالبا لا يتطلب توضيح خواص دوال الإنتاج استخدام أكثر من متغيرين وعند ثبات رأس المال مع تغير كمية العمل نحصل على الإنتاجية الحدية للعمل كمشتقة جزئية كما يلي:

$$Pm_L = \frac{\delta Q}{\delta L}$$

فإذا تم التعبير عن دالة الإنتاج كالتالي مثلا: $Q = 10L - L^2 + LK$

فسنحصل على الإنتاجية الحدية للعمل (Pm_L) كما يلي:

$$Pm_L = \frac{\delta Q}{\delta L} = 10 - 2L + K$$

فإذا افترضنا أن $L = 3$ و $K = 6$ فستكون عندئذ الإنتاجية الحدية للعمل مساوية إلى: $Pm_L = 10$

أما لو كانت الدالة من نوع كوب دوجلاس التي أشرنا إليها أعلاه فسيزداد الإنتاج بنفس نسبة زيادة عوامل الإنتاج؛ وتأخذ الشكل التالي:

$$Q = f(L, K) = AL^{\alpha}K^{\beta}$$

[1]- بالإضافة لدوال الإنتاج الخاصة بالمؤسسات هناك دوال إنتاج خاصة بالوحدات غير الربحية مثل الكليات، المعاهد العلمية، الجامعات، المؤسسات الخيرية، التعاونيات، النقابات العمالية...الخ؛ وكلها تقوم باستخدام المدخلات من أجل تحقيق المنتجات التي تتضمن الخدمات غير الربحية بشكل رئيس.

1-5. تمارين الفصل

تمرين 01 أجب على الأسئلة التالية:

ماذا يُقصد بمفهوم التعظيم حين نقول أن دالة الإنتاج تهدف إلى أعظم ما يمكن للمُنْشَأَة إنتاجه بكميات عوامل الإنتاج المتوفرة؟؛

ما علاقة كمية العمل بكمية الإنتاج؟؛

ما هو الفرق بين الناتج الحدي والناتج المتوسط؟؛

ما هو الفرق بين تناقص الناتج الكلي لعامل معين وتناقص الناتج الحدي لعامل معين؟؛

الحل

يُقصد بمفهوم التعظيم حين نقول أن دالة الإنتاج تهدف إلى أعظم ما يمكن للمُنْشَأَة إنتاجه بكميات عوامل الإنتاج المتوفرة؟؛ أي أن المُنْشَأَة تستطيع نظريا إنتاج عدد لا نهائي من كميات الإنتاج ولكنها واقعيات تكتفي بعدد معين من كميات الإنتاج نظرا لأن العوامل التي تقوم بالإنتاج بها (عدد العمال عدد ساعات العمل، كمية رأس المال، الآلات المواد، الكراء، التعاقدات.....) تحد من كمية الإنتاج فتجعلها تنتج عددا معينا أو كميات معينة فتختار المؤسسة أقصى كمية إنتاج ممكنة بناءا على التوليفات المتوفرة من العمل ورأس المال

العلاقة بين كمية العمل وكمية الإنتاج في الغالب هي علاقة طردية أي كلما زادت كمية العمل (عدد العمال أو عدد ساعات العمل) كلما زاد الإنتاج إلا في حالات قليلة ونادرة أين تخرج المُنْشَأَة من المنطقة الاقتصادية للإنتاج فتصبح العلاقة عكسية إذ تصبح كمية العمل عبئا على الإنتاج؛

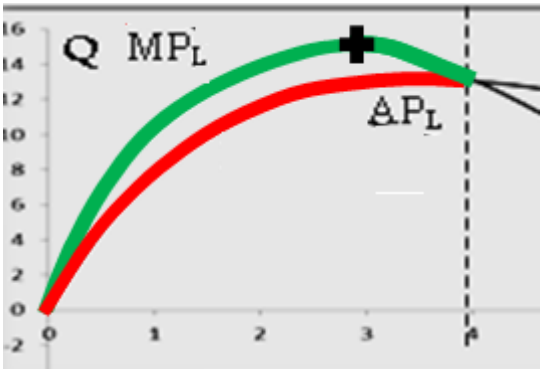
الفرق بين الناتج الحدي والناتج المتوسط هو أن الإول يمثل قيمة آخر كمية إنتاج منتجة نتيجة لزيادة آخر وحدة عمل مضافة بينما الناتج المتوسط يمثل متوسط ماتنتجه كل وحدة من وحدات العمل سواءا الوحدة الأولى أو الأخيرة عند نقطة معينة من كمية العمل؛

الفرق بين تناقص الناتج الكلي لعامل معين وتناقص الناتج الحدي لعامل معين هو أن الأول يعني أن الإنتاجية الحدية لأي كمية عمل مضافة ستكون سالبة وبالتالي يتناقص الإنتاج الكلي بينما الثانية تعني أنه مع ثبات العناصر الأخرى فإن أي زيادة في كمية العامل تؤدي لتناقص (وليس سالب) الناتج الحدي لذلك العامل؛

تمرين 02

عند تزايد الناتج المتوسط فما علاقته بالناتج الحدي أكبر منه أم أقل؟

الحل



عند تزايد الناتج المتوسط يأخذ الناتج الحدي (بالأخضر) شكلين يكون في البداية متزايدا ثم بعد نقطة معينة (تسمى نقطة الانعطاف) يصبح متناقصا إلى أن يتساوى مع الناتج المتوسط(بالأحمر) وفي كلا الشكلين يكون الناتج المتوسط أقل من الناتج الحدي.

تمرين 03

عند كون الناتج الحدي في المجال السالب هل يكون الناتج المتوسط سالبا؟

الحل

لا يكون الناتج المتوسط سالبا أبدا مهما كان الناتج الحدي سالبا أو موجبا لأن الناتج المتوسط هو عبارة عن قسمة الناتج الكلي(عدد موجب) على كمية العمل(عدد موجب).

تمرين 04

عند كون الناتج المتوسط موجبا هل يتزايد الناتج الكلي؟

الحل

الناتج المتوسط دائما موجب كما رأينا في السؤال السابق والناتج الكلي يكون متزايدا في البداية وبعد نقطة معينة يصبح متناقصا.

تمرين 05

عند تزايد الناتج الكلي هل يكون الناتج الحدي أيضا متزايدا؟

الحل

في مرحلة تزايد الناتج الكلي يأخذ شكلين حيث يكون تزايده في البداية بقيم متزايدة اين يكون الناتج الحدي متزايدا ثم وبعد نقطة معينة (نقطة الانعطاف) يبقى متزايدا ولكن يصبح تزايده بقيم متناقصة اين يكون الناتج الحدي متناقصا.

الفصل الثاني:

الإنتاج عند توفر عاملين متغيرين

2. الإنتاج عند توفر عاملين متغيرين

لقد اعتبرنا في العنصر السابق أن دوال الإنتاج بعامل واحد متغير فقط وبقية العوامل تعتبر ثابتة؛ ولكن في الواقع فإن عوامل الإنتاج تعمل معا حيث أن رأس المال الإضافي مثلا K يزيد من إنتاجية العمل L ولأن استخدامه دون اليد العاملة يعتبر غير ذي فائدة؛ وغالبا ما يشير الكُتَّاب إلى أن عملية الإنتاج تتطلب عنصري العمل ورأس المال حيث تدمج فيهما ضمنيا بقية العناصر كما رأينا؛ ويكون الإنتاج في الفترة الطويلة لأن المنتج لا يمكنه تغيير عاملي الإنتاج نظريا إلا في الفترة الطويلة ويكونان بديلين لبعضهما البعض بمقادير متغيرة وإذا أمكن تغييرهما بمقادير مختلفة لتعطينا نفس الكمية من الإنتاج فإن هذه المجموعات أو التوليفات تمدنا بما يسمى بمنحنيات الناتج المتساوي (أي تساوي الكميات المنْتَجَة)[1].

ومثل الفترة القصيرة يمكن توسيع مفهوم الناتج الحدي بوجود أكثر من عامل متغير معا؛ فيكون الناتج الحدي لعنصر ما هو معدل تغير الناتج الكلي نتيجة لتغير هذا العنصر بوحدة واحدة مع افتراض ثبات بقية العناصر الأخرى:

الناتج الحدي لعنصر العمل مع ثبات عنصر رأس المال: $MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \quad | \quad K \text{ ثابت}$

الناتج الحدي لعنصر رأس المال مع ثبات عنصر العمل: $MP_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \quad | \quad L \text{ ثابت}$

2-1. منحنيات الناتج المتساوي

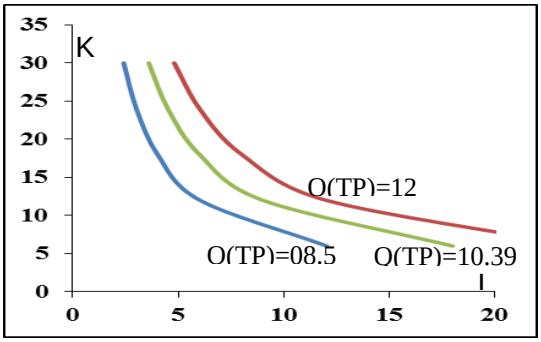
ويقصد بمنحنى الناتج المتساوي (Isoquant) جميع التوليفات من العمل L ورأس المال K والتي تسمح للمُنْشَأَة بإنتاج نفس الكمية المنتجة من كل توليفة؛ وتتوفر عادة لدى كل منتج عدة منحنيات ناتج متساوي؛ ففي الجدول التالي نلاحظ توليفات معينة بين العمل ورأس المال بدالة لإنتاج تساوي $Q(TP)=\sqrt{x}\sqrt{y}$ والعديد من التوليفات تعطينا نفس حجم الإنتاج مما يعني أن هذه التوليفات تقع على نفس منحنى الناتج المتساوي كما في الشكل الموالي.

K							
30	**24**	**18**	**12**	**6**	**0**		
0	0	0	0	0	0		L
13,4	12,0	**10,4**	**8,5**	6,0	0	**6**	
19,0	17,0	14,7	12,0	**8,5**	0	**12**	
23,2	20,8	18,0	14,7	**10,4**	0	**18**	
26,8	24,0	20,8	17,0	12,0	0	**24**	
30,0	26,8	23,2	19,0	13,4	0	**30**	

فنلاحظ في الجدول المقابل وجود كميات مكررة مما يعني أن بعض التوليفات تعطينا نفس حجم الإنتاج وبالتالي ستقع على نفس منحنى الناتج المتساوي؛ فمثلا كمية الإنتاج (08.5) مكررة مرتين عند التوليفتين

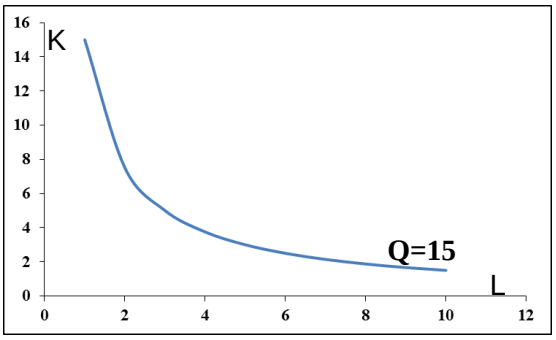
[1]- يمكن متابعة هذا الدرس على قناة الأستاذ عبر اليوتيوب: " عبر الرابط الموجود أسفل كل صفحة:

$(L,K)=(6;12)(12;6)$ وهكذا بعض القيم مكررة عن أكثر من توليفتين مثل الكمية (12) مكررة في ثلاث توليفات $(L,K)=(6;24)(12;12)(24;6)$.



فَيُبَيِّن الشكل السابق منحنيات ناتج مختلفة بسبب اختلاف التوليفات السلعية وأن كل منحنى يعني أن نفس حجم الإنتاج قد يأتي من توليفات مختلفة توليفات وأن الانتقال لمنحنى أعلى يتم بزيادة كل من عنصري العمل ورأس المال لزيادة حجم الناتج الكلي؛ بينما الانتقال على نفس المنحنى يعني استبدال كمية من عنصر ما بكمية من عنصر آخر لإنتاج نفس الكمية من Q.

مثال 02-01: لتكن دالة الإنتاج $Q=\sqrt{KL}$ ، أوجد معادلة منحنى الناتج المتساوي عند كمية إنتاج: $Q=15$.



الحل! معادلة الناتج المتساوي هي إيجاد دالة رأس المال (K) بدلالة عنصر العمل (L)؛ فيكون:

$$Q=\sqrt{KL} \Rightarrow Q^2=KL$$
$$\Rightarrow K=\frac{Q^2}{L}$$

وعند $Q=15$ نجد: $K=\frac{15^2}{L}=\frac{225}{L}$

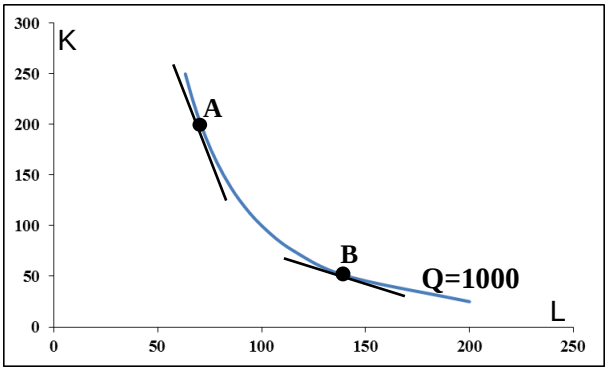
و تتميز منحنيات الناتج المتساوي بعدة خصائص تشبه خصائص منحنيات السواء لمنفعة المستهلك تتمثل في:

- ميلها سالب وكذلك المعدل الحدي للإحلال بين العوامل فقط في المنطقة الملائمة للإنتاج؛
- محدبة نحو نقطة الأصل والمعدل الحدي الإحلال التقني متناقص (في المنطقة الاقتصادية)؛
- منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع وكل منحنى أعلى يمثل كمية إنتاج أكبر.

2-2. المعدل الحدي للإحلال التقني

يبحث المنتج أحيانا في إمكانية استبدال اليد العاملة البشرية بالآلات؛ أي إحلال بعض العوامل مكان غيرها؛ وإن كمية الاستبدال هذه مهمة جدا ليعرف المنتج كيفية استثمار عناصر إنتاجه بربحية أكبر؛ حيث أن

انحدار منحنى الناتج المتساوي يتحدد بالمعدل الذي بموجبه يقوم المنتج باستبدال رأس المال بالعمل في عملياته الإنتاجية وهو ما يسمى بالمعدل الحدي للإحلال التقني (Marginal Rate of Technical Substitution) أي معدل استبدال العمل مكان رأس المال أو كمية رأس المال المتخلى عنه مقابل وحدة إضافية من العمل مع بقاء حجم الإنتاج ثابت؛ ويرمز له بالرمز MRSTLK ويسمى أيضا بالمعدل الحدي للإحلال الفني (التقني).



ولنفترض في الشكل المقابل دالة إنتاج بعاملين العمل ورأس المال قيمتها: $Q=L\sqrt{K}=100$؛ وفي نقطةA مثلا يكون ميل الخط المماس لمنحنى الناتج في هذه النقطة هو (-5.7 قيمة تقريبية) فيكون المعدل الحدي للإحلال التقني عند النقطة A هو: $MRST_{LK}=5.7$؛ مما يعني أنه ابتداء من هذه النقطة يمكننا استبدال وإحلال وحدة واحدة من العمل L مكان 5.7 وحدات من رأس المال K دون أن يتغير حجم الناتج الكلي $Q=100$؛ وعند النقطة B يكون ميل الخط المماس لمنحنى الناتج في هذه النقطة هو (-0.7 قيمة تقريبية) فيكون المعدل الحدي للإحلال التقني عند النقطة B هو: $MRST_{LK}=0.7$؛ مما يعني أنه وابتداءا من هذه النقطة يمكننا استبدال وإحلال وحدة واحدة من العمل L مكان 0.7 وحدة من رأس المال K؛ دون أن يتغير حجم الناتج الكلي $Q=100$.

وكلما نزلنا لأسفل على منحنى الناتج المتساوي في الشكل السابق يتزايد ميله (أي يصبح أقل سلبية من -5.7 إلى -0.7) مما يعني أن $MRST_{LK}$ يصبح أصغر فأصغر (من 5.7 إلى 0.7) وهذه إحدى خصائص منحنيات الناتج المتساوي وتعرف بخاصية تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني؛ فعندما تمتاز دالة إنتاج بتناقص $MRST_{LK}=5.7$ (تنخفض قيمته على طول خط منحنى الناتج نزولا لأسفله) فإن منحنى الناتج المتساوي يكون محدبا نحو نقطة الأصل وهذه هي الخاصية الثانية لمنحنيات الناتج المتساوي.

ويمكننا تبيان وجود ارتباط خاص بين $MRST_{LK}$ وكل من MP_L و MP_K؛ حيث أننا نعلم أنه للبقاء على نفس المنحنى يمكننا تغيير كمية من K بكمية من L؛ فيكون التغير الكلي في الإنتاج بداهة هو:

ΔQ = التغير في الإنتاج نتيجة للتغير في العمل ΔQ_L + التغير في الإنتاج نتيجة للتغير في رأس المال ΔQ_K ؛

ومن معادلات الناتج الحدي لكل من العمل ورأس المال التي رأيناها سابقا $MP_L=\frac{\Delta Q_L}{\Delta L}$ و $MP_K=\frac{\Delta Q_K}{\Delta K}$

والتي يمكن إعادة صياغتها كما يلي:

- التغير في الناتج الكلي بسبب تغير العمل: $\Delta Q_L=\Delta L\times MP_L$
- التغير في الناتج الكلي بسبب تغير رأس المال: $\Delta Q_K=\Delta K\times MP_K$

ونعوضهما في العلاقة السابقة فنجد أن:

$$\Delta Q=\Delta Q_L+\Delta Q_K \quad\Rightarrow\quad \Delta Q=\Delta L\times MP_L+\Delta K\times MP_K$$

وبما أن الناتج الكلي لا يتغير على طول نفس منحنى الناتج المتساوي $\Delta Q=0$ فإن العلاقة السابقة تصبح:

$$\begin{aligned}\Delta Q=0 \quad&\Rightarrow\quad 0=\Delta L\times MP_L+\Delta K\times MP_K\\ &\Rightarrow\quad -\Delta K\times MP_K=\Delta L\times MP_L\\ &\Rightarrow\quad -\frac{\Delta K}{\Delta L}=\frac{MP_L}{MP_K}\end{aligned}$$

وبما أن: $-\frac{\Delta K}{\Delta L}$ هو القيمة السالبة لميل منحنى الناتج المتساوي وهو مساوٍ لـ: $MRST_{LK}$ ؛ فنستنتج بأن:

$$\boxed{MRST_{LK}=\frac{MP_L}{MP_K}}$$

مما يعني أن المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل مقابل راس المال مساوٍ للنسبة بين الإنتاجية الحدية للعمل إلى الإنتاجية الحدية لرأس المال (وهذا ما يناظر المعدل الحدي للإحلال والمنافع الحدية للسلع في نظرية المنفعة الترتيبية)؛ وعلى المنتج معرفة الإنتاجيات الحدية لكلا العاملين من أجل اتخاذ قرار يتضمن المزج بين عوامل الإنتاج.

مثال 02-02: لتكن دالة الإنتاج السابقة $Q=L\sqrt{K}$ ؛ أثبت تناقص المعدل الحدي لإحلال العمل L مكان رأس المال K ؛ وهل ينطبق قانون التناقص على المعدل الحدي للإحلال التقني لرأس المال K مكان العمل L ؟

$$MRST_{LK}=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{\sqrt{K}}{\frac{1}{2}LK^{-\frac{1}{2}}}=\frac{2K}{L}$$

الحل! لدينا فنلاحظ أنه إذا نزلنا على منحنى الناتج المتساوي بزيادة L في المقام وتخفيض K في البسط سيكون هناك انخفاض في المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل مكان رأس المال $MRST_{LK}$.

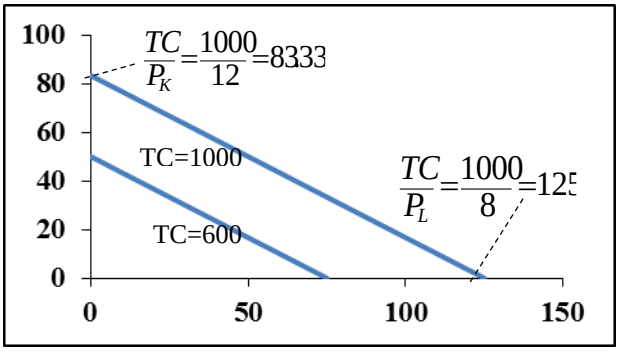
2-3. خط التكاليف المتساوي

يخصص المنتج من أجل عملية الإنتاج ميزانية معينة لا يمكنه تجاوزها وتمثل التوليفات المختلفة (L,K) أي كميات من العمل ورأس المال التي يمكن للمنتج اقتناؤها بأسعار معينة (P_L,P_K) لكل منهما وذلك تحت ميزانية وتكلفة معينة ($Total\ Cost$) فيكون قيد التكلفة (مناظر لقيد الدخل في نظرية المنفعة) كما يلي: $\boxed{TC=P_LL+P_KK}$.

ولنتمكن من رسم قيد التكلفة[1] نفترض في كل مرة أن المنتج ينفق كامل ميزانيته على عنصر واحد فقط؛ ففرضا حين ينفقها كلها على العمل $(K=0)$ نحصل على عدد وحدات العمل بقسمة التكلفة على سعر العمل $\frac{TC}{P_L}=L$ وهي نقطة تقاطع محور كميات العمل مع خط التكلفة؛ وحين ينفقها كلها على رأس المال $(L=0)$ نحصل على عدد وحدات رأس المال بقسمة التكلفة على سعر رأس المال $\frac{TC}{P_K}=K$ وهي نقطة تقاطع محور رأس المال مع خط التكلفة؛ وبربط النقطتين معا نحصل على خط التكاليف المتساوي ويعني أن المنتج بإمكانه اقتناء أي توليفة على هذا الخط والبقاء تحت ميزانية ثابتة ويمكنه اقتناء أي تكلفة أسفل هذا الخط ولكن أعلاه تمثل توليفات تستحق ميزانية أكبر من ميزانيته ولا يستطيع الحصول عليها؛ فيكون ميل خط التكلفة كما يلي: $-\frac{P_L}{P_K}=-\frac{TC/P_K}{TC/P_L}=-\frac{K}{L}$ أي أن الميل يساوي قسمة سعر رأس المال على سعر العمل وبما أن السعرين ثابتين فإن ميل خط التكلفة ثابت على كامل الخط.

مثال 02-03! أرسم خط التكلفة إذا كان $P_K=12;\ P_L=8$ وكانت التكلفة المخصصة للإنتاج 1000ون؛

[1]- درس المعدل الحدي للإحلال التقني وخط التكاليف المتساوي (قيد التكلفة أو قيد الميزانية) على قناة اليوتيوب: "" عبر الرابط:
https://www.youtube.com/watch?v=xUGsdmfQCh8&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=3



الحل! لو تم إنفاق كامل الميزانية على العمل فستكون كمية العمل هي $L=\frac{TC}{P_L}=\frac{1000}{8}=125$ ؛ ولو تم إنفاقها كلها على رأس المال فستكون كمية رأس المال $K=\frac{TC}{P_K}=\frac{1000}{12}=8333$ ؛ وبربط النقطتين نحصل على خط التكلفة المتساوي؛ وميله هو التناسب بين الأسعار: $-\frac{P_L}{P_K}=-\frac{TC/P_K}{TC/P_L}=-\frac{K}{L}$ أي: $slope=-\frac{8}{12}$ ؛ ولو أن التكلفة انخفضت إلى 600ون فستصبح الكميات كما يلي: $L=\frac{TC}{P_L}=\frac{600}{8}=75$ و $K=\frac{TC}{P_K}=\frac{600}{12}=50$ أي ينخفض قيد الميزانية لأسفل الخط السابق ويبقى بنفس الميل لأن انتقال الخط كان بشكل موازي للسابق أما لو تغير أحد السعرين (أو تغير أحدهما أكبر من الآخر) فستتغير إحدى الكميتين فقط (أو أنهما تتغيران معا ولكن بتناسب مختلف) فسينتقل خط الميزانية لخط جديد ولكن ليس موازيا للأصلي.

2-4. توازن المنتج

يتحقق توازن المنتج[1] عندما يحصل على التوليفات التي تمده بأقصى إنتاج ممكن أي يكون على أعلى منحنى ناتج ممكن ولكن تحت شرط ميزانيته المتوفرة وبالتالي تكون نقطة التوازن هي نقطة تماس خط التكلفة مع أعلى منحنى ناتج ممكن وعند هذه النقطة يتساوى ميل خط التكلفة الثابت $-\frac{P_L}{P_K}$ بقيمته المطلقة مع ميل منحنى الناتج المتساوي $MRS_{LK}=\frac{MP_L}{MP_K}$ ؛ وبذلك يمكننا كتابة شرط التوازن كما يلي: $\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$.

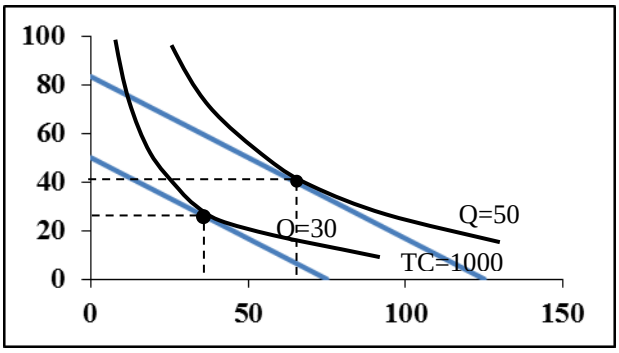
وبإعادة ترتيب المتغيرات السابقة نحصل على شرط التوازن وهو التناسب بين النواتج الحدية لكل عنصر إنتاج مع أسعارها:

$$\frac{MP_L}{P_L}=\frac{MP_K}{P_K}$$

[1]- يمكن متابعة هذا الدرس على قناة الأستاذ عبر اليوتيوب: "" عبر الرابط الوجود أسفل كل صفحة:

مثال 02-04! حدد نقطة التوازن إذا كان $P_L=8;\ P_K=12$ وكانت التكلفة المخصصة للإنتاج 1000ون كما في المثال السابق، وكانت دالة الناتج الكلي هي $Q=\sqrt{LK}=50$

الحل! نقطة التوازن تتحقق عند تساوي ميل أعلى منحنى ناتج ممكن مع ميل خط التكلفة الثابت أي هندسيا يتماسان في نقطة واحدة؛



$$\frac{MP_L}{P_L}=\frac{MP_K}{P_K}\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}\sqrt{K}(L^{-\frac{1}{2}})}{8}=\frac{\frac{1}{2}\sqrt{L}(K^{-\frac{1}{2}})}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{12\sqrt{K}}{K^{-\frac{1}{2}}}=\frac{8\sqrt{L}}{L^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow 12K=8L$$

$$\Rightarrow L=1{,}5K$$

أو بطريقة تساوي الميلين:

$$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}=\frac{8}{12}=\frac{K}{L}\Rightarrow K=\frac{8}{12}L$$

وكل ذلك تحت قيد تكلفة يساوي $1000=8L+12K$ وبحل المعادلتين (معادلة التوازن ومعادلة التكلفة) نجد:

$$1000=8L+12(\frac{8}{12}L)\Rightarrow L=62{,}5\quad \Rightarrow K=\frac{8}{12}L=41{,}67$$

ولو كان قيد التكلفة يساوي $600=8L+12K$ لكانت نقطة التوازن عند $K=25$ و $L=37{,}5$ وهي نقطة تماس خط التكلفة الجديد مع منحنى الناتج المتساوي لدالة الإنتاج نفسها لكن عند كمية $Q=\sqrt{LK}=30$ فقط.

الأسلوب الأول! إنتاج أكبر كمية ممكنة عند مستوى ثابت ومحدد من التكاليف الكلية؛ فتتمثل مشكلة المنتج في الآتي: جعل الدالة $Q=f(L,K)$ أكبر ما يمكن تحت قيد التكلفة $C=P_LL+P_KK$ ويمكن حل هذه المشكلة بطريقة لاجرانج: $l=f(L,K)-\lambda(P_LL+P_KK-C)$ فيكون:

الشرط اللازم: كون المشتقات الجزئية معدومة:

$$l'_L=Q'_L-\lambda P_L=0.....1.$$
$$l'_K=Q'_K-\lambda P_K=0.....2.$$
$$l'_\lambda=-(P_LL+P_KK-C)=0....3$$

وبأخذ المشتقات الجزئية لـ (L) وجعلها مساوية للصفر:

وبما أن $Q'_L=MP_L$ وهي الإنتاجية الحدية للعمل وأن $Q'_L=MP_L$ وهي الإنتاجية الحدية للعمل

ومن المعادليتن ① و② نستنتج الشرط اللازم للتوازن السابق $\boxed{\frac{PM_L}{P_L}=\frac{PM_K}{P_K}}$

الشرط الكافي: كون المحدد الهيسي أكبر من الصفر (حالة تعظيم):

$$|H|>0\Rightarrow\begin{vmatrix} l''_{LL} & l''_{LK} & l''_{L\lambda} \\ l''_{KL} & l''_{KK} & l''_{K\lambda} \\ l''_{\lambda L} & l''_{\lambda L} & l''_{\lambda\lambda} \end{vmatrix}>0$$

الأسلوب الثاني! إنتاج كمية محددة وثابتة بأقل تكلفة ممكنة؛ فتتمثل مشكل المنتج في جعل دالة التكلفة أقل ما يمكن $C=P_LL+P_KK$ عند كمية إنتاج ثابتة ومحددة Q_0 ويمكن حل هذه المشكلة بطريقة لاجرانج: $l=P_LL+P_KK-\lambda(Q_{LK}-Q_0)$ فيكون:

الشرط اللازم: كون المشتقات الجزئية معدومة:

$$l'_L=P_L-\lambda Q'_L=0.....1$$
$$l'_K=P_K-\lambda Q'_K=0.....2$$
$$l'_\lambda=-(Q_{LK}-Q_0)=0....3$$

وبأخذ المشتقات الجزئية لـ(L) وجعلها مساوية للصفر:

وبما أن $Q'_L=PM_L$ وهي الإنتاجية الحدية للعمل وأن $Q'_L=PM_L$ وهي الإنتاجية الحدية للعمل

ومن المعادليتن ① و② نستنتج الشرط اللازم للتوازن السابق $\boxed{\frac{PM_L}{P_L}=\frac{PM_K}{P_K}}$ وهو شرط تعظيم الإنتاج؛

الشرط الكافي: كون المحدد الهيسي أقل من الصفر(حالة تخفيض):

$$|H|<0\Rightarrow\begin{vmatrix} l''_{LL} & l''_{LK} & -Q_L \\ l''_{KL} & l''_{KK} & Q_K \\ Q_L & Q_K & 0 \end{vmatrix}<0$$

مثال 02-05! لتكن دالة الناتج الكلي هي $Q=LK=250$ ؛ حدد باستخدام طريقة مضاعف لاجرانج التركيبة المثلى الواجب استخدامها من K وL حتى تكون دالة التكلفة الكلية $CT=100L+1000K$ أقل ما يمكن.

الحل! باستخدام طريقة مضاعف لاجرانج نجد: $l=100L+1000K-\lambda(LK-250)$ ؛ وبالاشتقاق الجزئي نجد

$$l'_L=100-\lambda K=0.....1$$
$$l'_K=1000-\lambda L=0.....2$$
$$l'_\lambda=-(LK-250)=0.....3$$

فنستنتج من ① و② أن $\lambda=\frac{100}{K}\ \&\ \lambda=\frac{1000}{L}$ مما يعني أن $K=\frac{L}{10}$ وبالتعويض في ③ نجد $-\left(L\frac{L}{10}-250\right)=0.....$ أي $L^2=2500.....$ ومنه نجد: $L=50\ \&\ K=5\ \&\ \lambda=20$؛

$$|H|<0\Rightarrow\begin{vmatrix} l''_{LL} & l''_{LK} & -Q_L \\ l''_{KL} & l''_{KK} & Q_K \\ Q_L & Q_K & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0 & -\lambda & -K \\ -\lambda & 0 & -L \\ -K & -L & 0 \end{vmatrix}$$
$$=0(0-L)+\lambda(0-KL)-K(\lambda L+0)=-2\lambda KL$$

الشرط الكافي: (حالة تخفيض):

وبما أن كل المتغيرات السابقة موجبة فإن المحدد سالب:

$$|H|=-2\lambda KL=-2(20)(5)(50)=-1000$$

الأسلوب الثالث! تحقيق أقصى ربح ممكن π ويعرف الربح بأنه الفرق بين الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية $\pi=RT-CT$ حيث تمثل الإيرادات عدد الوحدات المباعة مضروبة في سعر الوحدة $RT=P.Q(L,K)$ على أساس أن كل ما ينتج يباع وتمثل التكاليف $CT=P_LL+P_KK$ ما يستعمله المنتج من مصاريف في سبيل الإنتاج؛

$$\pi=P.Q(L,K)-(P_LL+P_KK)=P.Q(L,K)-P_LL-P_KK$$

فنلاحظ من معادلة الربح أنها عبارة عن تابع لمتغيرين هما العمل ورأس المال حيث يمكن تحديد النهاية العظمى لهذا التابع باشتقاقه جزئيا بالنسبة لكلا العنصرين المتغيرين:

الشرط اللازم: كون المشتقات الجزئية لـ π معدومة

$$\frac{\delta\pi}{\delta L}=P.Q_L-P_L=0\Rightarrow P.Q_L=P_L\qquad\&\qquad\frac{\delta\pi}{\delta K}=P.Q_K-P_K=0\Rightarrow P.Q_K=P_K$$

وتمثل العبارتين $Q_L\ \&Q_K$ الناتجين الحديين لكل من العمل ورأس المال؛ بينما تمثل العبارتين $P.Q_L\ \&P.Q_K$ الناتج الحدي بالقيمة أي (قيمة الناتج الحدي) لكل عنصر.

ومن الشرط اللازم نستنتج أنه لكي يعظم المنتج ربحه يجب أن يستخدم كل عنصر من عناصر الإنتاج عند المستوى الذي تتساوى عنده قيمة الناتج الحدي لكل عنصر مع سعره؛ وبمعنى آخر أن المنتج بإمكانه زيادة ربحه باستمرار طالما أن الإيراد الإضافي (قيمة الناتج الحدي) المتأتي من استخدام وحدة إضافية من عنصر إنتاجي يفوق سعر هذا العنصر.

الشرط **الكافي**: يتطلب تعظيم الربح من ناحية أخرى أن تكون المشتقات الثانية سالبة:

$\frac{\delta^2\pi}{\delta K^2}=P.Q'_{KK}<0$ & $\frac{\delta^2\pi}{\delta L^2}=P.Q'_{LL}<0$ ؛ وحتى يتحقق شرط الدرجة الثانية وبما أن سعر السلعة P لا يمكنه أن يكون سالبا فنستنتج بالتالي أن العبارتين Q'_{KK} & Q'_{LL} يجب أن تكونا سالبتين مما يعني أن النواتج الحدية للعنصرين متناقصة.

حيث أنه لو كان الناتج الحدي لأحد العنصرين متزايدا فاستخدام وحدة إضافية من هذا العنصر يؤدي لزيادة قيمة الناتج الحدي؛ وبما أن أسعار عوامل الإنتاج تكون محددة سلفا فإنه من مصلحة المنتج أن يستخدم أكثر العنصر المعني مما يسمح بزيادة ربحه وهذا يدل أساسا على أن القيمة العظمى للربح لا يتم بلوغها طالما أن النواتج الحدية لعوامل الإنتاج تكون متزايدة.

مثال 02-06! لتكن دالة إنتاج مُنْشَأَة: $Q=-L^2-2K^2+12L+11K+1$ ؛ و $P=12, P_L=7, P_K=5$ ؛ والتكاليف الثابتة $CF=8$

الحل! من خلال المعطيات السابقة يكون الإيراد $RT=P.Q=12Q$ والتكلفة $CT=P_LL+P_KK+CF=7L+5K+8$ ؛ فيكون الربح الإجمالي $\pi=RT-CT=12Q-7L-5K-8$

$$\begin{aligned}\pi&=12(-L^2-2K^2+12L+11K+1)-7L-5K-8\\&=-12L^2-24K^2+144L+132K+12-7L-5K-8\\&=-12L^2-24K^2+137L+127K+4\end{aligned}$$

فنعوض Q بما تساويها فنجد:

الشرط **اللازم**: كون المشتقات الجزئية معدومة:

$$\frac{\delta\pi}{\delta L}=-24L+137=0\Rightarrow L=\frac{137}{24}=5.71 \quad \& \quad \frac{\delta\pi}{\delta K}=-48K+127=0\Rightarrow K=\frac{127}{48}=2.65$$

الشرط الكافي: هو كون المشتقات الجزئية الثانية أقل من الصفر:

$$\frac{\delta^2\pi}{\delta L^2}=-24<0 \quad \& \quad \frac{\delta^2\pi}{\delta K^2}=-48<0$$

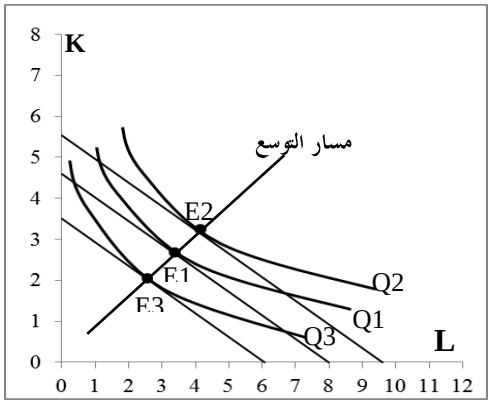
فنستنتج بأنه لدينا قيمة عظمى للربح من أجل القيمتين $L=5.71 \& K=2.65$ ؛ فنعوضهما في دالة الإنتاج فنجد:

$$Q=-(5.71)^2-2(2.65)^2+12(5.71)+11(2.65)+1=52$$

إذن يجب على المنتج أن ينتجكمية إنتاج Q تقدر بـ:52 وحدة؛ ويتحصل على إيراد كلي قدره: $RT=P.Q=12(52)=624$ ؛ بينما ستكون التكلفة: $CT=P_LL+P_KK+CF=7(5.71)+5(2.65)+8=61.22$

ليتحصل على ربح أعظمي قدره $\pi=RT-CT=624-61.22=562.78$.

2-5. مسار التوسع



وهو ذلك المحل الهندسي أو المنحنى الذي يمر بمجموعة نقاط تمثل نقاط توازن المنتج حين تتغير التكاليف الكلية مع ثبات أسعار عوامل الإنتاج؛ ومن خلال الشكل الموالي وعند ثبات أسعار عوامل الإنتاج وقبل أي تغير كانت نقطة توازن المنتج هي E1 نقط تلامس خط التكلفة المتساوي TC1 مع منحنى الناتج المتساوي Q1؛ وفرضا ازدادت ميزانية المنتج فإن خط التكلفة المتساوي يرتفع لأعلى ليصبح TC2 ويلامس منحنى ناتج متساوي Q2 في نقطة توازن جديد E2؛ ولو حدث العكس وانخفضت ميزانية المنتج فسينخفض خط التكلفة المتساوي ليصبح TC3 ويلامس منحنى ناتج متساوي Q3 أقل من سابقيه في نقطة توازن جديدة E3؛ وعندم نربط بين نقاط توازن المنتج التي تنشأ عند تغير التكلفة سينتج لدينا منحنى أو مسار (لا يشترط فيه أن يكون خطيا) يُسَمَّى مسار التوسع؛ ويمكننا إيجاد معادلة منحنى الناتج أو مسار التوسع بعد أن يتم حل نموذج توازن المنتج فنحصل على العلاقة بين رأس المال والعمل كما يلي: $K=f(L)$ ؛ ففي المثال السابق (مثال 02-04) وجدناها تساوي: $K=\frac{8}{12}L$.

2-6. تمارين الفصل

تمرين 01!

تحتاج مؤسسة لإنتاج 780 وحدة من المخرجات باستعمال مدخلات تتمثل في العمل ورأس المال بالتوليفة التالية: $(L;K)=(6;5)$ ؛ بين مدى فعالية التوليفة السابقة تقنيا من عدم فعاليتها بالنسبة لدوال الإنتاج التالية:

1) $Q=80L+60K$ 2) $Q=120\sqrt{LK}$ 2) $Q=5L^3+6K^2$

الحل: بالنسبة للدالة الأولى: $Q=80(6)+60(5)=780$ وبالتالي فالتوليفة فعالة.

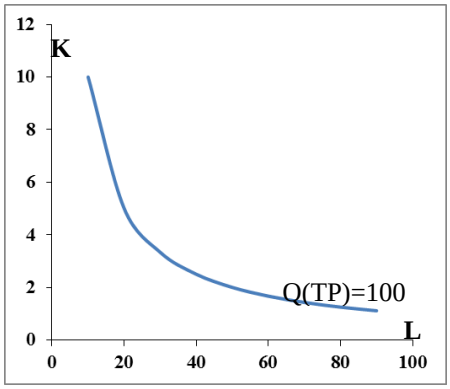
بالنسبة للدالة الثانية: $Q=120\sqrt{(6)(5)}=657.27$ وبالتالي فالتوليفة غير فعالة.

بالنسبة للدالة الثالثة: $Q=5(6)^3+6(5)^2=1230$ وبالتالي فالتوليفة غير فعالة.

تمرين 02!

لتكن لديك دالة الإنتاج: $Q=LK$

1. أرسم منحنى الناتج المتساوي (*Isoquant*) المتعلق بمستوى إنتاج $Q=LK=100$ ؛
2. ما هي معادلة منحنى الناتج المتساوي المتعلق بمستوى إنتاج معين Q؛
3. هل يخضع منحنى الناتج المتساوي لقانون تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني؟



الحل!

1. رسم المنحنى؛
2. لإيجاد معادلة منحنى الناتج نستخرج K بدلال كل من Q وL؛ فيكون $K=\frac{Q}{L}$ وذلك مهما كان مستوى الإنتاج ومهما كانت كمية العمل؛
3. نلاحظ تحدب المنحنى نحو نقطة الأصل مما يدل على تناقص المعدل الحدي للإحلال نزولا على منحنى الناتج.

تمرين 03!

لتكن لديك دالة الإنتاج: $Q=2K^{1/4}L^{3/4}$

1. أوجد دوال الناتج الحدي والمتوسط لكل من العمل ورأس المال؛
2. إذا زاد رأس المال بنسبة 10% مع بقاء العمل ثابت فما هي نسبة زيادة الإنتاج؟ وماذا تستنتج؟
3. إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج PL=1 وPK=2 وميزانية المنتج هي TC=96؛ فما هي كمية الإنتاج المثلى؟
4. لو حدد المنتج إنتاجه عند مستوى Q=82 فاحسب أدنى تكلفة لتحقيق ذلك؛

5. أوجد معادلة مسار التوسع ثم حدد المعنى الاقتصادي لهذا المسار؛
6. حدد طبيعة غلة الحجم وفسرها اقتصاديا؛

الحل!

1. إيجاد دوال الإنتاج الحدي والمتوسط لعنصري العمل ورأس المال:

$$MP_L=\frac{\partial Q}{\partial L}=\frac{3}{4}2K^{1/4}L^{-1/4}=\frac{3}{2}\times\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$MP_K=\frac{\partial Q}{\partial K}=\frac{1}{4}2K^{-3/4}L^{3/4}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$AP_L=\frac{Q}{L}=\frac{2K^{1/4}L^{3/4}}{L}=2\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$AP_K=\frac{\partial Q}{\partial K}=\frac{2K^{1/4}L^{3/4}}{K}=2\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}$$

2. لحساب نسبة زيادة الإنتاج بسبب زيادة رأس المال بنسبة 10% نحسب مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال:

$$E_{L=2}=\frac{MP_L}{AP_L}\Rightarrow E_L=\frac{\frac{1}{2}\times\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}}{2\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{4}=0.25<1$$

أي أنه عند زيادة حجم رأس المال بنسبة 1% يزيد الناتج الكلي بنسبة 0.25% لذلك فإن زيادة رأس المال بنسبة 1% تؤدي لزيادة الإنتاج بنسبة 0.25%؛ مما يعني أن الإنتاج غير مرن وأن غلة الحجم متناقصة.

3. تحديد كمية الإنتاج المثلى عند أسعار عوامل الإنتاج $P_L=1$ و$P_K=2$ وميزانية المنتج هي $TC=96$؛ ويقصد بذلك نقطة التوازن؛ ومن خلال شرط التوازن لدينا:

$$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}\Rightarrow\frac{\frac{3}{2}\times\left(\frac{K}{L}\right)^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{2}\times\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{3K}{L}=\frac{1}{2}\Rightarrow K=\frac{1}{6}L$$

ولدينا قيد التكاليف المتساوي: $TC=P_LL+P_KK\Rightarrow 96=2K+L$

وبحل جملة المعادلتين نجد:

$$\frac{4L}{3}=96\Rightarrow L=72$$
$$\Rightarrow K=12$$

وبالتعويض في دالة الإنتاج نجد أن: $Q=2(12)^{1/4}(72)^{3/4}=92$

4. لو حدد المنتج إنتاجه في $Q=82$ فأدنى تكلفة تحسب بنفس طريقة شرط التوازن:

$$\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K} \quad \Rightarrow \quad K=\frac{1}{6}L \quad \Leftrightarrow \quad L=6K$$

ولدينا شرط الإنتاج (بدل قيد التكاليف في السؤال السابق): $Q=2K^{1/4}L^{3/4}=82$

$$2K^{1/4}(6K)^{3/4}=82 \quad \Rightarrow \quad 2\times 6^{3/4}\times K=82$$
$$\Rightarrow \quad 7.66K=82$$
$$\Rightarrow \quad K=10.7$$
$$\Rightarrow \quad L=6\times(10.7)=64.2$$

وبحل جملة المعادلتين نجد:

وبالتعويض في قيد التكاليف نجد أن: $TC=2K+L \Rightarrow TC=2(10.7)+(64.2)=85.6$

5. معادلة مسار التوسع وجدناها في السؤالين السابقين وهي: $K=\frac{1}{6}L \Rightarrow \frac{MP_L}{MP_K}=\frac{P_L}{P_K}$؛

والمعنى الاقتصادي لهذا المسار في المدى الطويل هو أنه يمثل الربط بين التوليفات المثلى من رأس المال والعمل عندما تتغير التكاليف الكلية مع بقاء أسعار عوامل الإنتاج ثابتة؛

6. طبيعة غلة الحجم: بما أن الدالة شبه الخطية من نوع الأسية فإن مروناتها بالنسبة لكل من العمل ورأس المال تمثل الأس لكل عنصر وبذلك فإن مرونة الإنتاج هي جمع المرونتين للعمل ورأس امال والتين تمثلان الأس: $E=\alpha+\beta=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$ لكل عنصر؛ وبما أن مرونة الإنتاج تساوي الواحد فإن غلة الحجم ثابتة أي أن زيادة عوامل الإنتاج بنسبة معينة يؤدي لزيادة الناتج الكلي بنفس النسبة.

تمرين 04

لنفترض أن دالة الإنتاج معطاة كما يلي: $Q=aL-bK$ ؛ فما هو المعدل الحدي للإحلال التقني لعنصر العمل مكان رأس المال في أي نقطة على منحنى الناتج؛

تمرين 05

أرسم بقيم افتراضية في معلم منحنيات لمستويات إنتاج: $Q=L\sqrt{K}=10$ ؛ ثم 20 ؛ ثم 50 ؛ وهل تخضع هذه المنحنيات لقانون تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني؛

تمرين 06

حدد النواتج الحدية لكل من العمل ورأس المال لكل دالة من الدوال الموالية وهل هي متناقصة أم متزايدة؛ وحدد المعدل الحدي للإحلال التقني وأثبت تناقصه من عدمه لكل دالة:

$Q=L+K$ ، $Q=\sqrt{LK}$ ، $Q=\sqrt{L}+\sqrt{K}$ ، $Q=L^3K^3$ ، $Q=L^2+K^2$ ؛

تمرين 07

لتكن دالة إنتاج سيارات $Q=LK$ حيث Q هي كمية السيارات المُصَنَّعة خلال عام:

- قم برسم منحنى الناتج المتساوي عند $Q=100$ ؟؛
- ماهي الدالة المتعلقة بأي منحنى إنتاجي عند أي مستوى من Q ؟؛
- هل يمكن أن تُظهر دالة إنتاج معينة تناقصا في الناتج الحدي دون تناقص الناتج الكلي؟.

تمرين 08

لتكن دالة الإنتاج التالية: $Q=KL^2-L^3$:

- قم برسم منحنى الناتج المتساوي لهذه الدالة؛
- هل توجد لهذه الدالة منطقة غير اقتصادية أم لا؟؛ واشرح لماذا؟.

تمرين 09

لتكن دالة الإنتاج التالية: $Q=K^2L^2$:

- أثبت أن تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني بين العمل ورأس المال قد يؤدي لتزايد الناتج الحدي لكل من العمل ورأس المال؟.

تمرين 10

قم بإثبات تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني للعمل مكان رأس المال باستعمال الدالة: $Q=KL$ ؛ وهل يمكن إثبات العكس بالنسبة للمعدل الحدي لإحلال رأس المال مكان العمل؛

تمرين 11

لتكن دالة إنتاج $Q=aL+bK$ ؛ ماهو المعدل الحدي للإحلال التقني عند أي نقطة على منحنى الناتج؛

تمرين 12

لتكن دالة الإنتاج الخاصة بمُنْشَأَة ما كما يلي: $Q=50K^{0,4}L^{0,6}$ ؛

- أكتب معادلة خط التكلفة المتساوي إذا كان TC=600، $P_L=2$ و$P_K=6$؛
- حدد المعدل الحدي للإحلال التقني $MRST_{LK}$ عند أي نقطة من منحنى الناتج المتساوي؛
- أوجد توليفة مثلى لعناصر الإنتاج L وK عند تكلفة كلية600 ثم أحسب كمية الإنتاج ومثل التوليفة بيانيا؛
- أحسب مرونة الإنتاج في المدى الطويل (مجمة المرونتين لعنصري الإنتاج على حدى) وماذا تستنتج؟

إذا كان K ثابت فأثبت أن قانون تناقص الغلة محقق بالنسبة لعنصر العمل L.

تمرين 13

ليكن لديك الجدول المقابل ويبين الناتج الكلي والناتج لحدي والناتج المتوسط وكلها بالنسبة لعنصر العمل L؛ حاول إكمال ملأ الجدول بقدر استطاعتك؛

L	Q	MP_L	AP_L
0	0	0	---
1	19		19
2		36	
3			
4	256	64	103
5	375		
6			129
7	637	91	133
8		96	
9	891		
10		100	
11	1089		89
12		96	
13			
14			-7
15		75	-15

تمرين 14

لتكن دالة الإنتاج الخاصة بمُنْشَأَة ما كما يلي: $Q=K^2-KL+2L^2$ ؛

- حدد معادلة مسار التوسع إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج: PL=2 وPK=4؛
- حدد الكميات اللازمة من العمل ورأس المال إذا كانت الميزانية TC=100؛
- أحسب مرونة الإنتاج لكل عنصر من عناصر الإنتاج ثم أحسب مرونة الإنتاج في المدى لطويل.

تمرين 15!

- عند تزايد الناتج المتوسط فما علاقته بالناتج الحدي أكبر منه أم أقل؟
- عند كون الناتج الحدي في المجال السالب هل يكون الناتج المتوسط سالبا؟
- عند كون الناتج المتوسط موجبا هل يتزايد الناتج الكلي؟
- عند تزايد الناتج الكلي يكون الناتج الحدي أيضا متزايدا؟
- أرسم بقيم افتراضية في معلم منحنيات لمستويات إنتاج: $Q=L\sqrt{K}=10$ ؛ ثم 20 ؛ ثم 50 ؛ وهل تخضع هذه المنحنيات لقانون تناقص المعدل الحدي للإحلال التقني؛

- لنفترض أن دالة الإنتاج معطاة كما يلي: $Q=aL-bK$ ؛ فما هو المعدل الحدي للإحلال التقني لعنصر العمل مكان رأس المال في أي نقطة على منحنى الناتج؛
- هل يتبع كل من الناتج الحدي للعمل؛ الناتج الحدي لرأس المال والمعدل الحدي للإحلال التقني قانون التناقص في الدوال التالية $Q=L+K$ ، $Q=\sqrt{LK}$ ، $Q=\sqrt{L}+\sqrt{K}$ ، $Q=L^3K^3$ و $Q=L^2+K^{2,5}$.

- **تمرين 16!** أسئلة متنوعة
- لتكن دالة الإنتاج الخاصة بمؤسسة ما كما يلي: $Q=K^2-KL+2L^2$ ؛
- حدد معادلة مسار التوسع إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج: PL=2 و PK=4؛
- حدد الكميات اللازمة من العمل ورأس المال إذا كانت الميزانية TC=100؛
- أحسب مرونة الإنتاج لكل عنصر من عناصر الإنتاج ثم أحسب مرونة الإنتاج في المدى لطويل.

الفصل الثالث:

المرونة

(مرونة عوامل الإنتاج؛ مرونة الإحلال)

3. المرونة(مرونة عوامل الإنتاج؛ مرونة الإحلال)

3-1. مرونة عوامل الإنتاج

يحتاج المنتج في كثير من الأحيان إلى معرفة نسبة تغير الإنتاج بسبب تغير أحد عوامل الإنتاج وتعتبر كحساسية المنتج بالنسبة للتغير في عوامل الإنتاج وذلك باستخدام ما يعرف بـ: **مرونة الإنتاج**؛ وتحسب لكل عامل كما يلي:

- بالنسبة لعنصر العمل: $E_L=\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta L}{L}}=\frac{\Delta Q}{\Delta L}\times\frac{L}{Q}$ وفي حالة دالة: $E_L=\frac{\delta Q}{\delta L}\times\frac{L}{Q}=\frac{MP_L}{AP_L}$؛
- بالنسبة لعنصر رأس المال: $E_L=\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta K}{K}}=\frac{\Delta Q}{\Delta K}\times\frac{K}{Q}$ وفي حالة دالة: $E_K=\frac{\delta Q}{\delta K}\times\frac{K}{Q}=\frac{MP_K}{AP_K}$؛

ولقد رأينا فيما سبق كيف يتم إحلال واستبدال العوامل من أجل إنتاج مستوى معين من الإنتاج؛ وسنرى الآن كيف يؤثر تغيير كل العوامل $(K;L)$ معا في كمية الإنتاج (Q).

فعندما يكون لكلا العاملين إنتاجية حدية موجبة فإن الناتج الكلي يتزايد بنسبة ما مع تزايد كمية العوامل بنسبة معينة؛ وهذا ما يسمى بـ: غلة الحجم أو عائد الحجم (Returns to Scale) وهي مفهوم يحدد نسبة الزيادة في الإنتاج عند زيادة عوامل الإنتاج بنسبة معينة: $RT=\frac{\%\Delta Q}{\%\Delta(K;L)}$

فلو تزايدت كل عوامل الإنتاج بحجم معين λ مثلا (من L إلى λL ومن K إلى λK) وأن حجم الإنتاج يتزايد بسبب ذلك من إلى ϕQ مثلا؛ فيكون لدينا:

- إذا كان $\phi>\lambda$ فإن غلة الحجم متزايدة أي أن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنسبة أكبر؛
- إذا كان $\phi=\lambda$ فإن غلة الحجم ثابتة أي أن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنفس النسبة؛
- إذا كان $\phi<\lambda$ فإن غلة الحجم متناقصة أي أن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنسبة أقل؛

مثال 03-01!

بين ما هي وضعية غلة الحجم (متزايدة، ثابتة أو متناقصة) للدالة التالية: $Q=AL^{\alpha}K^{\beta}$ (كوب دوجلاس)؛

الحل! لو افترضنا أن زيادة العوامل تتم بنفس المعدل λ فستكون الدالة الجديدة هي:

$$Q_2 = A(\lambda L)^{\alpha}(\lambda K)^{\beta} \Rightarrow Q_2 = A\lambda^{\alpha}L^{\alpha}\lambda^{\beta}K^{\beta}$$
$$\Rightarrow Q_2 = \lambda^{\alpha+\beta}AL^{\alpha}K^{\beta}$$
$$\Rightarrow Q_2 = \lambda^{\alpha+\beta}Q_1$$

فنلاحظ أن حجم الإنتاج يتأثر بحجم الزيادة في عوامل الإنتاج من خلال قيمة $(\alpha+\beta)$ ؛ ونعلم بأن الدالة الشبه خطية من نوع الأسية مرونتها دائما تساوي قيمة الأس (يُتْرَك للطالب التأكد من ذلك) فإذا كان:

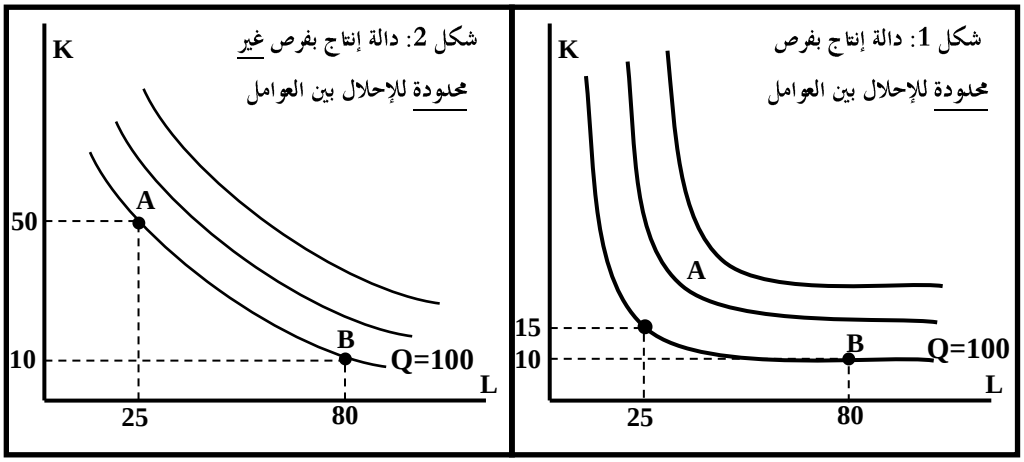
إذا كان $\alpha+\beta>1$ أي مجموع المرونات بالنسبة للعمل ورأس المال أكبر من الواحد فإن غلة الحجم متزايدة أي لأن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنسبة أكبر؛

إذا كان $\alpha+\beta=1$ أي مجموع المرونات بالنسبة للعمل ورأس المال يساوي الواحد فإن غلة الحجم ثابتة أي لأن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنفس النسبة؛

إذا كان $\alpha+\beta<1$ أي مجموع المرونات للعمل ورأس المال أقل من الواحد فإن غلة الحجم متناقصة لأن زيادة كل العوامل بنسبة ما يؤدي لزيادة الإنتاج بنسبة أقل(أو بقائه ثابت دون زيادة كما في حالة دالة متجانسة درجة0).

3-2. قابلية الإحلال بين العوامل

وتعني مدى سهولة الإحلال بين العوامل وتساعد في تحديد قدرة المنتج على الانتقال من وضع إنتاجي (نسبة العمل لرأس المال كبيرة مثلا) لآخر (نسبة العمل لرأس المال صغيرة مثلا) وذلك حسب تغير الأسعار النسبية للعمل ورأس المال؛ وليكن البيانين الممثلين لدالتي إنتاج مختلفتين يبينان مدى قابلية الإحلال بين العوامل:



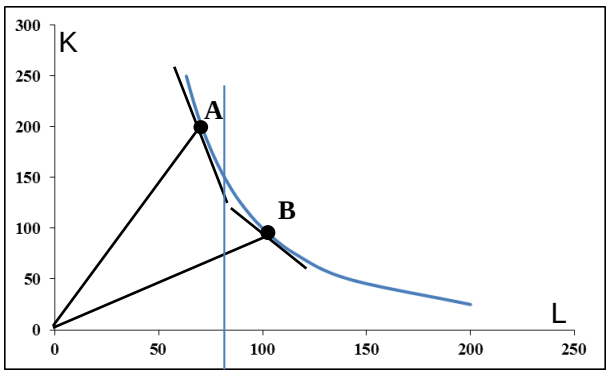
ففي الشكل 1: وعند التحرك من النقطة A على نفس منحنى الناتج المتساوي (ليبقى حجم الإنتاج ثابت) بزيادة حجم العمل مثلا بنسبة كبيرة $(\frac{80-25}{25}=220\%)$ يؤدي لتخفيض رأس المال بنسبة قليلة مقارنة بالعمل $(\frac{10-15}{15}=-33\%)$ والعكس صحيح؛ فيكون المنتج في وضعية يصعب فيها بدرجة كبيرة الإحلال بين العوامل،

أما في الشكل 2: فيمتلك المنتج فرصا غير محدودة للإحلال إذ أن التحرك من النقطة A على نفس منحنى الناتج المتساوي (ليبقى حجم الإنتاج ثابت) بزيادة حجم العمل مثلا بنسبة ما $(\frac{80-25}{25}=220\%)$ سيؤدي لتخفيض رأس المال بنسبة كبيرة أيضا مقارنة بالعمل $(\frac{10-50}{50}=-80\%)$ ؛ فيكون المنتج في وضعية يسهل فيها الإحلال بين العوامل إلى حد معين.

ومما سبق نلاحظ أن درجة سهولة الإحلال بين العوامل أو صعوبتها تعتمد على شكل منحنى الناتج المتساوي أي على قيمة المعدل الحدي للإحلال فعندما تعرض دالة الإنتاج في الشكل 1 فرصا محدودة للإحلال بين العوامل يتغير المعدل الحدي للإحلال على طول منحنى الناتج المتساوي بقيمة كبيرة إلى حد ما؛ ويكون شكل منحنى الناتج المتساوي قريبا لشكل حرف (L)؛ وعندما تعرض دالة الإنتاج في الشكل 2 فرصا غير محدودة للإحلال بين العوامل يتغير المعدل الحدي للإحلال على طول المنحنى بقيم متدرجة ومتقاربة على طول منحنى الناتج المتساوي وهذا الأخير الذي يقترب ليكون على شكل شبه خط مستقيم.

3-3- مرونة الإحلال بين العوامل

يعتبر مفهوم مرونة الإحلال مقياس عدديا يساعد في وصف فرص الإحلال بين عوامل الإنتاج المعتمدة على العلاقات السابقة (العنصر السابق) أي يقيس سرعة تغير المعدل الحدي لإحلال العمل مكان رأس المال نزولا على منحنى الناتج المتساوي ويبين الشكل التالي مرونة الإحلال بين العمل ورأس المال (مقياس لمدى سهولة إحلال العمل مكان رأس المال وتساوي نسبة التغير في معدل "العمل مقسوما على رأس المال" لكل 1% من تغير المعدل الحدي لإحلال العمل مكان رأس المال نزولا على منحنى الناتج)[1].



فعند استبدال العمل برأس المال فإن نسبة كمية رأس المال إلى كمية العمل (المعدل) $\frac{K}{L}$ ستتناقص ويتناقص معها المعدل الحدي للإحلال $MRST_{LK}$ ؛ ويرمز لمرونة الإحلال عادة بالرمز σ

وتقيس نسبة التغير في معدل رأس المال على العمل لكل 1% من تغير المعدل الحدي للإحلال التقني:

[1]- *Frank A. Cowell; Op Cit; P: 14.*

$$\sigma=\frac{\%\Delta(\frac{K}{L})}{\%\Delta(MRS_{KL})}$$

فعند الانتقال من التوليفة $A(L;K)=(70;200)$ ذات معدل لرأس المال والعمل $\frac{K}{L}=\frac{200}{70}=2,86$ (وهي نفسها قيمة ميل الشعاع الممتد من نقطة الأصل حتى النقطة A) ويكون العدل الحدي للإحلال التقني عند التوليف A مساوي للقيمة السالبة لميل منحنى الناتج -2.86؛ عند الانتقال إلى التوليفة $B(L;K)=(105;95)$ ذات نسبة رأس المال إلى العمل $\frac{K}{L}=\frac{95}{105}=0.9$ (وهي نفسها قيمة ميل الشعاع الممتد من نقطة الأصل حتى النقطة B) وهي نفسها القيمة السالبة لمعدل الإحلال التقني عند هذه النقطة؛ نسبة التغير في ونسبة التغير في المعدل الحدي للإحلال بين النقطتين من 2.86 إلى 0.9 هي انخفاض بنسبة 0.31%.

مثال 03-02! لتكن دالة إنتاج كما يلي: $Q=\sqrt{LK}$ حيث أن نواتجها الحدية كما يلي: $MP_L=\sqrt{K/L}$ ؛ $MP_K=\sqrt{L/K}$ ؛ أثبت أن مرونة الإحلال لهذه الدالة تساوي 1 بغض النظر عن قيمة L و K ؛

الحل!

المعدل الحدي للإحلال التقني في هذه الحالة هو: $MRTS_{LK}=\frac{0.5\sqrt{K/L}}{0.5\sqrt{L/K}}=\frac{K}{L}$ ؛

وقانون مرونة الإحلال هو: $\sigma=\frac{\%\Delta(\frac{K}{L})}{\%\Delta(MRS_{KL})}$

وبما أن: $MRTS_{LK}=\frac{K}{L}$ فإن: $\%\Delta(MRS_{KL})=\%\Delta(\frac{K}{L})$

لذلك يكون: $\sigma=\frac{\%\Delta(\frac{K}{L})}{\%\Delta(\frac{K}{L})}=1$ ؛

3-4. تمارين الفصل

تمرين 01

أجب على الأسئلة التالية:

- ماذا يُقصد بمفهوم مرونة الإحلال بين العوامل وبماذا تفيدنا؟؛

الحل:

يقيس مفهوم مرونة الإحلال مدى سهولة إحلال العمل مكان رأس المال ويساعدنا في وصف فرص الإحلال بين عوامل الإنتاج المعتمدة على العلاقات السابقة ويقيس سرعة تغير المعدل الحدي لإحلال العمل مكان رأس المال نزولا على منحنى الناتج المتساوي ويحسب بنسبة التغير في معدل (العمل مقسوما على رأس المال) لكل 1% من تغير المعدل الحدي لإحلال العمل مكان رأس المال نزولا على منحنى الناتج.

تمرين 02

ماذا تقول بالنسبة لغلة الحجم للدالة الخطية التالية حيث a وb ثوابت موجبة؛ $Q=\alpha K+\beta L$.

الحل:

سنقول عنها أنها ثابتة لأن أي نسبة زيادة في حجم عوامل الإنتاج (ولنفترضها λ) ستؤدي إلى زيادة لكمية الإنتاج بنفس النسبة λ كما يلي:

$$Q_2=\alpha(\lambda K)+\beta(\lambda L) \Rightarrow Q_2=\lambda(\alpha K+\beta L)$$
$$\Rightarrow Q_2=\lambda Q_1$$

تمرين 03

مُنْشَأَة تنتج Q كمية من حبوب الإفطار بالعمل L والمواد M بدالة إنتاج $Q_2=50\sqrt{ML}+M+L$. هل غلة الحجم ثابتة متناقصة أم متزايدة؛ هل يتناقص الناتج الحدي للعمل دائما كيف ومتى؟. وهل هو سالب وكيف؟

تمرين 04

لتكن الدالة $Q=5L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$ هل تعتبر هذه الدالة ذات عائد غلة ثابت، متناقص أم متزايد؟؛ ماهو المعدل الحدي للإحلال التقني؟.

تمرين 05

لتكن دالة إنتاج كما يلي: $Q=LK^2$ حيث أن نواتجها الحدية كما يلي: $MP_L=K^2$ ؛ $MP_K=2LK$ ؛ أثبت أن مرونة الإحلال لهذه الدالة تساوي 1 بغض النظر عن قيمة L وK.

تمرين 06

لتكن الدالة $Q=5L^{\frac{2}{3}}K^{\frac{1}{3}}$ هل تعتبر هذه الدالة ذات عائد غلة ثابت، متناقص أم متزايد؟؛ ماهو المعدل الحدي للإحلال التقني؟ ماهي مرونة الإحلال لهذه الدالة؟.

تمرين 07

ماذا تقول بالنسبة لغلة الحجم لدالة إنتاج ليونيتيف التالية حيث a وb ثوابت موجبة؛ $Q=\min(\alpha K,\beta L)$.

الفصل الرابع:

دالة العرض

4. مفاهيم عامة حول عرض السوق

4-1. تعريف العرض

يعرَّف عرض منتوج ما، بأنه كميات الإنتاج التي يستعد المنتجون لإنتاجها وبيعها عند مستويات مختلفة من الأسعار خلال فترة زمنية معينة مع افتراض ثبات باقي العوامل المؤثرة في عرض المنتوج بخلاف سعره، في حين أن الكمية المعروضة هي قيمة ثابتة عند سعر معين، وللتبسيط يفترض عدم وجود وسيط بين المنتج والبائع أو أن البائع هو المنتج.

4-2. العرض والكمية المعروضة

عرض سلعة ما هو مختلف الكميات المعروضة منها والتي يقابل كل منها مستوى سعر معين، والربط بين هذه النقاط (التوليفات سعر/كمية) يعطي لنا بمنحنى العرض أو جدول العرض، و**الكمية المعروضة**: هي كمية واحدة من المستويات السابقة للعرض يقابلها سعر معين.

4-3. محددات العرض

الهدف الأساسي لأي منتج هو تعظيم الأرباح مع مراعاة العوامل المحيطة المؤثرة والمحددة للعرض:

- **أسعار السلع البديلة**: ارتفاعها يؤدي لتخفيض عرض الأصلية.
- **أسعار السلع المكملة**: ارتفاعها يؤدي لزيادة عرض السلع الأصلية.
- **أسعار عوامل الإنتاج (عمل، وآلات)**:.
- **المستوى الفني والتكنولوجي**:.
- **ضرائب الإنتاج**: فرض ضرائب إنتاجية لتخفيض العرض.
- **إعانات الإنتاج**: تقديم الدولة لإعانات إنتاجية زيادة عرض هذه السلعة.

4-4. دالة العرض: جدول العرض ومنحنى العرض

أولا: دالة العرض الفردي

يمكن التعبير عن دالة العرض الفردي كما يلي: $Q_x^S = f(P_x, P_y, P_z, P_L, P_K, T, t, r, ...)$ ، حيث:

Q_x^S	الكمية المعروضة من السلعة x؛	P_x	سعر السلعة x ؛
P_y, P_z	أسعار السلعة الأخرى؛	P_L, P_K	أسعار عوامل الإنتاج ؛
T	المستوى الفني والتكنولوجي؛	t, r	الضرائب والإعانات الإنتاجية.

في حالة تغير كل العوامل السابقة وغيرها في آن واحد يصعب تحليل دالة العرض؛ لذا نلجأ لأسلوب بسيط ومعروف في الإقتصاد الجزئي ويتمثل في تثبيت كل العوامل وتغيير عامل واحد هو سعر السلعة قيد الدراسة P_x فتصبح الدالة السابقة كما يلي: $Q_X^S = f(P_X)$ وتسمى بقانون العرض.

أي أن الكمية المعروضة من سلعة ما (Q_X^S) تعتمد على سعرها فقط بافتراض ثبات باقي العوامل الأخرى.

عرض السوق يساوي مجموع العروض الفردية، **ودالة عرض السوق** تساوي مجموع دوال العرض الفردية.

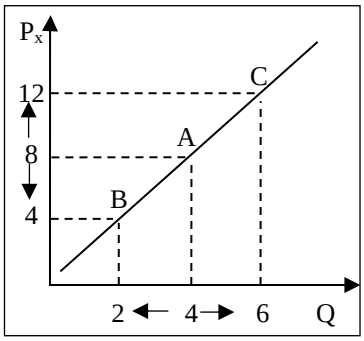
ثانيا: التمثيل الجدولي والبياني لدالة العرض الفردي

تأخذ دالة العرض عدة أشكال رياضية ونحلل في هذا المستوى الشكل الخطي البسيط حيث يكون منحنى العرض على شكل خط مستقيم؛ ويعبر عنه بالمعادلة التالية: $(Q_X^S = c + dP_X)$ ، حيث تشير c إلى الكمية المعروضة عندما يكون السعر P_X معدوما، وبيانيا تمثل نقطة تقاطع منحنى العرض مع محور الكميات المعروضة.

وتمثل d قيمة ثابتة تعبر عن التغير في الكمية المعروضة نتيجة للتغير في السعر (وهي ميل منحنى العرض).

مثال 01-04! فإذا افترضنا أن دالة العرض هي: $Q_X^S = 8 + P_X$ ؛ وقمنا بتعويض قيم لأسعار افتراضية في هذه الدالة نحصل على كميات افتراضية تقابل الأسعار الافتراضية؛ كما يبين الجدول التالي:

P_x	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Q_X^S	0	1	2	3	4	5	6	7	8

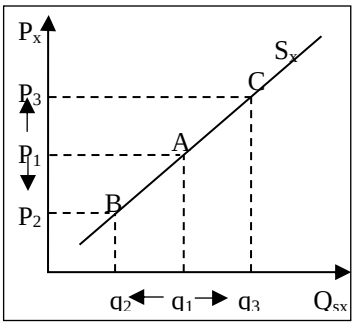


الحل: تكون العلاقة طردية بين السعر كمتغير مستقل والكمية المعروضة كمتغير تابع؛ (حيث أن تغير الكمية يتأثر بتغير السعر وليس العكس).

نحصل على منحنى العرض الفردي بالتمثيل البياني لجدول الطلب الفردي؛ حيث وبعد رسم المحور الأفقي الذي يمثل الكميات والمحور العمودي الذي يمثل الأسعار وتقسيمهما حسب الكميات والأسعار الموجودة في الجدول ثم نعين التوليفات (الكمية المقابلة لكل سعر من خلال الجدول)، ونربط بين هذه النقاط بخط مستقيم لأن دالة الطلب خطية.

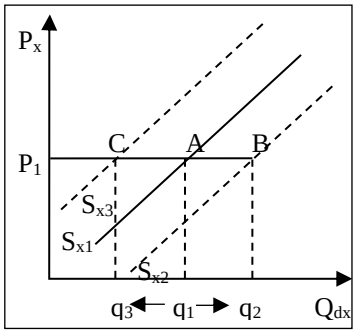
- يعبر منحنى العرض عن الحد الأقصى للكميات الممكن عرضها من طرف المنتج عند أسعار مختلفة؛ أو الحد الأقصى للأسعار التي يمكن المنتج أن يضعها مقابل كميات مختلفة.
- نعرف أن العلاقة بين السعر والكمية المعروضة علاقة عكسية لذا فإن منحنى العرض سينحدر للأسفل متجها نحو اليسار فينتج لدينا ميل موجب لمنحنى العرض.

ثالثا: التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة



فرقنا قبلا بين مصطلحي العرض والكمية المعروضة، والآن نفرق بين التغير في الكمية المعروضة والتغير في العرض:

حيث يحدث التغير في الكمية المعروضة نتيجة للتغير في سعر السلعة ذاتها بانخفاضه من (P1) إلى (P2) مثلا فتنخفض الكمية المعروضة من (Q1) إلى (Q2)، والعكس عندما يرتفع السعر من (P1) إلى (P3) فترتفع الكمية المعروضة من (Q1) إلى (Q3)، وكل ذلك نتيجة تغير سعر السلعة x مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة حيث يتحرك المنتج على نفس المنحنى من النقطة A إلى النقطة B أو C.



يحدث التغير في العرض نتيجة لتغير محددات العرض فتؤثر في الطلب سلبا أو إيجابا أي في صالح السلعة أو ضدها، وذلك مع بقاء سعر السلعة ثابتا في P1، فإذا كان تغير محددات العرض في صالح السلعة ينتقل منحنى العرض كاملا نحو اليمين من S_{x1} إلى S_{x2} ، وإذا كان تغير محددات الطلب ضد السلعة فينتقل منحنى العرض كاملا نحو اليسار من S_{x1} إلى S_{x3} .

رابعا: حالات استثنائية لدالة العرض

هناك حالات خاصة للعرض تكون فيها العلاقة بين الكميات المعروضة والأسعار علاقة عكسية لا طردية:

- **عرض المحاصيل الزراعية** تنخفض أسعار المحاصيل الزراعية زيادة الإنتاج والعرض تجنبا لانخفاض دخولهم.
- **توقع ارتفاع أسعار بعض السلع**الخ

4-5. مرونة العرض

تعبر مرونة العرض عن مدى استجابة أو حساسية المنتج لتغيير الكمية المعروضة من سلعة ما نتيجة للتغير في سعرها، وتختلف هذه الحساسية من سلعة لأخرى، وتقاس بقسمة التغير النسبي للكمية على التغير النسبي في السعر:

$$E_p^S = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta P_x / p_x} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} \quad \text{أو} \quad E_p^S = \frac{(Q_2 - Q_1)/Q_1}{(P_2 - P_1)/P_1} = \frac{(Q_2 - Q_1)}{(P_2 - P_1)} \times \frac{P_1}{Q_1}$$

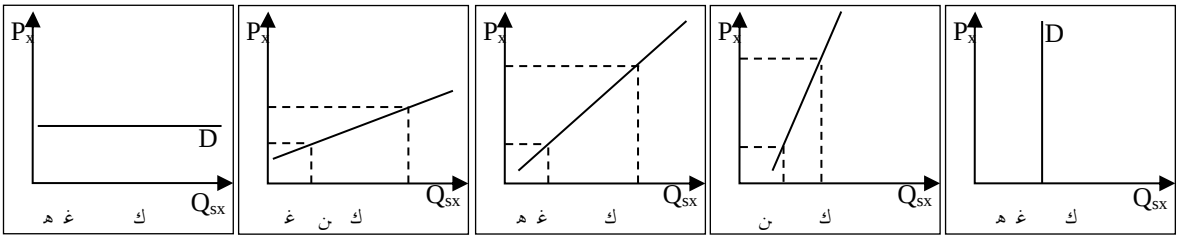
E_p^S مرونة العرض السعرية، وهي دائما موجبة.

$\Delta Q/Q$ التغير النسبي في الكمية المعروضة، $\Delta P/P$ التغير النسبي في السعر

أولا: *أشكال منحنيات العرض حسب مرونة العرض السعرية*

توجد خمس أنواع من المرونات الثلاث الأولى منها واقعية والأخيرتين نظرية فقط:

- **عرض مرن (أو مرن جدا)!** حين يكون التغير النسبي في الكمية المعروضة أكبر من التغير النسبي في السعر؛ والقيمة المطلقة للمرونة محصورة بين: $(-1>E_p^S>-\infty)$، وشكل المنحنى قليل الانحدار.
- **عرض متكافئ المرونة:** حين يكون التغير النسبي في الكمية المعروضة يساوي التغير النسبي في السعر؛ والقيمة المطلقة للمرونة تساوي الواحد $(E_p^S=-1)$، وشكل المنحنى متوسط الانحدار.
- **عرض غير مرن!** حين يكون التغير النسبي في الكمية المطلوبة أقل من التغير النسبي في السعر؛ والقيمة المطلقة للمرونة محصورة بين : $(0>E_p^S>-1)$، وشكل المنحنى شديد الانحدار.
- **عرض عديم المرونة:** إذا كان التغير النسبي في الكمية المعروضة معدوما؛ فمهما كان تغير السعر كبيرا فإن المنتج لا يستجيب له ولا يغير في الكمية التي يعرضها، والمنحنى يكون خطا عموديا يقطع محور الكميات $(E_p^S=0)$.
- **عرض لا نهائي المرونة:** التغير النسبي في السعر معدوم أو شبه معدوم؛ فمهما كان تغير السعر قليلا جدا فإن المنتج يغير في الكمية التي يعرضها بنسبة كبيرة جدا، والمنحنى يكون خطا أفقيا يقطع محور الأسعار $(E_p^S=-\infty)$.



ثانيا! *محددات مرونة العرض السعرية*

تتأثر مرونة العرض السعرية بعدة عوامل أهمها:

- **قابلية السلعة للتخزين!** كلما كانت السلعة قابلة للتخزين كلما كان عرض السلعة مرنا، عندما يتغير سعرها إيجابا يمكن رفع الكمية المعروضة وعندما ينخفض السعر لا تتأثر الكمية المعروضة لأنها تذهب للتخزين، أما إذا كانت السلعة غير قابلة للتخزين (سريعة التلف) فيكون عرضها غير مرن.
- **القدرة الإنتاجية للمنتج!** فكلما كان المنتج قادرا على التوسع وزيادة إنتاجه لسلعة ما كلما كان عرض تلك السلعة مرنا، والعكس صحيح.

- **نفقات مراحل الإنتاج!** عند تناقص نفقات الإنتاج يصبح العرض مرنا، والعكس صحيح.
- **الفترة اللازمة للإنتاج!** كلما كبرت الفترة الزمنية لإنتاج سلعة ما كلما كانت مرونة عرضها صغيرة (العرض غير مرن)
- **قابلية عوامل الإنتاج للانتقال!**

مثال 04-02: إذا كانت دالة عرض سلعة ما معطاة بالشكل التالي: $Qsx=80+20P$.

- أحسب قيمة مرونة العرض السعرية عند السعر $Px=4$ ؛ وفسرها اقتصاديا.

الحل! مرونة العرض السعرية: $E_p^s=\frac{dQ_x}{dP_x}\times\frac{P_x}{Q_x}=20\times\frac{P_x}{Q_x}=20\times\frac{4}{80+20(4)}=0.5$

إذن فالتفسير الإقتصادي العام لقيمة المرونة هو أن أي تغير في السعر بنسبة ثابتة ب: 1% يؤدي ذلك لتغير الكمية المعروضة بقيمة المرونة (0.5 %) في نفس الاتجاه ارتفاعا أو انخفاضا!

4-6. تمارين الفصل

تمرين 01

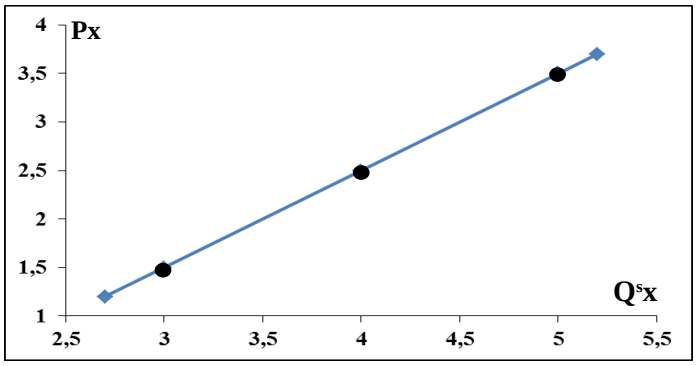
لو افترضنا أن دالة عرض السيارات من قبل المستورد الجزائري هي كما يلي: $Q_X^S = 1.5 + P_X$ ؛ حيث تمثل Q_X^S كمية العرض بالمليون وحدة سنويا و P_X يمثل متوسط سعر السيارة بالمليون دج؛

- ماهي كمية السيارات المعروضة سنويا عند متوسط الأسعار: 1.50، 2.50 و3.50 مليون دينار جزائري؛
- ارسم منحنى العرض على السيارات؛ وهل يخضع هذا المنحنى لقانون العرض.

الحل:

1. لإيجاد العرض السنوي للسيارات من خلال متوسط سعر السيارة نرسم جدول ونعوض فيه الكميات الثلاث السابقة (يمكننا إضافة كميات افتراضية أخرى).

متوسط السعر لكل سيارة P_X	التعويض في دالة العرض	الكمية المعروضة Q_X
1.50 مليون دج	$Q_X^S = 1.5 + (1.50)$	$Q_X^S = 3$
2.50 مليون دج	$Q_X^S = 1.5 + (2.50)$	$Q_X^S = 4$
3.50 مليون دج	$Q_X^S = 1.5 + (3.50)$	$Q_X^S = 5$



2. وهذا المنحنى يخضع لقانون العرض لأن العلاقة طردية بين الأسعار والكميات المعروضة.

تمرين 02

كيف تتأثر الأسعار والكميات المعروضة في السوق السوداء بالضرائب المفروضة على هذه السوق؟؛

تمرين 03

إذا كانت الكمية التي ينتجها منتج ما عند سعر $P_1=6$ من سلعة ما هي 40 وحدة؛ وأصبحت الكمية التي ينتجها عند سعر $P_2=8$ من نفس السلعة هي 60 وحدة.

- أحسب كلا من التغير النسبي في السعر، والتغير النسبي في الكمية.
- أحسب قيمة مرونة العرض السعرية، وفسرها اقتصاديا.

تمرين 04

يتم إنتاج سلعة ما من قبل أربع منتجين بكميات معينة لكل واحد منهم حسب الأسعار المقابلة في الجدول:

Px	منتج 1	منتج 2	منتج 3	منتج 4
10	3	2	0	2
20	4	4	2	3
30	5	6	3	4
40	6	8	5	5

- أحسب الكمية المعروضة في السوق عند مستويات الأسعار المختلفة؛
- أرسم جميع منحنيات المنتجين ومنحنى عرض السوق.

الفصل الخامس:

نظرية التكاليف والإيرادات

5. نظرية التكاليف والإيرادات

إن أهم مسألة قرار بالنسبة لأي مُنشأة هو كيفية اختيار توليفة مدخلات لتخفيض تكاليف إنتاج كمية معينة من الإنتاج (وضمنيات تعظيم الأرباح)؛ وكما رأينا سابقا في فصل نظرية الإنتاج يمكن للمُنْشَأَة إنتاج كمية معينة من المخرجات باستعمال عدة توليفات مختلفة من المدخلات؛ ويمكن للمُنْشَأَة اختيار من بين التوليفات تلك التي تقلل تكاليف الإنتاج ما أمكن من أجل تحسين رفاهية مالكيها؛ وتسمى مسألة إيجاد تلك التوليفة من المدخلات بمسألة تخفيض التكاليف.

5-1. التكاليف في المدى الطويل

ويساعد المصطلحان على تركيز انتباهنا على الميزات المثيرة للاهتمام في مسائل التكاليف من حيث قلة القيود في المدى الطويل وتسليط الضوء في المدى القصير على كيفية مساهمة القيود في الحد من قدرة المُنْشَأَة على تقليل التكاليف.

أولا: مسألة تخفيض التكاليف في المدى الطويل

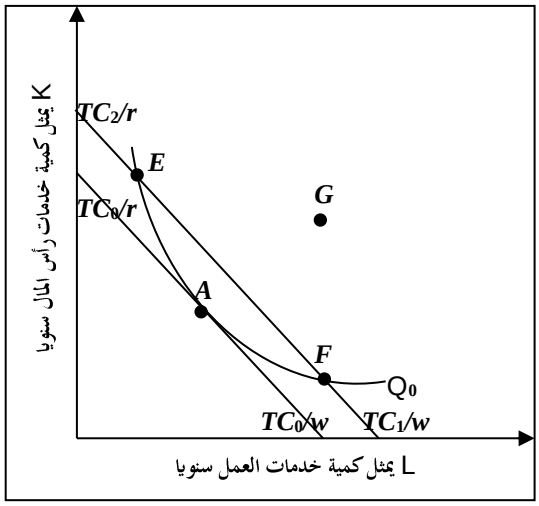
مسألة تخفيض التكاليف تشبه أمثلية القيود حيث نرغب في تخفيض التكاليف تحت شرط متطلبات إنتاج كمية معينة من المخرجات (مثل تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية) وهذه الأخيرة من نظرية المستهلك هي التي تشبه مسألة تخفيض التكالي؛ ولو افترضنا أن المُنْشَأَة تستعمل نوعين من المدخلات: العمل ورأس المال ولكل سعره حيث يسمى سعر خدمات العمل بمعدل الأجور (w) ويرمز لسعر خدمات رأس المال بـ(r)؛ فإذا قررت مُنْشَأَة إنتاج (Q_0) من المخرجات خلال العام القادم في المدى الطويل يختار المديرون توليفة من رأس المال K ومن العمل L واللتان تخفضان التكاليف الكلية $TC=wL+rK$ ؛ وهي التكلفة الإجمالية التي تتحملها المُنْشَأَة عند استخدامها لخدمات العمل ورأس المال لإنتاج كمية من مخرجات معينة Q_0 .

ثانيا: التمثيل البياني لحل مسألة تخفيض التكاليف بدلالة عناصر الإنتاج

يبين الشكل المقابل خطين من التكاليف ومنحنى الإنتاج المتعلق بإنتاج كمية Q_0 ؛ ويظهر حل مسألة تخفيض التكاليف في النقطة A أين يكون منحنى الناتج التساوي مماسا لخط تكلفة معين مما يعني أن كل التوليفات على خط الناتج المتساوي تقدم النقطة A للمُنْشَأَة أقل مستوى من التكلفة وللتأكد من ذلك نختبر أي نقاط أخرى (E,F,G) على نفس الشكل:

- فالنقطة G غير معنية تماما ورغم أنها يمكن أن تنتج أيضا Q_0 ولكن بإهدار كميات أكبر من العمل ورأس المال فتعتبر هذه النقطة غير فعالة تقنيا لأن التوليفة A يمكنها إنتاجها نفس الإنتاج بكميات أقل من العمل ورأس المال.
- والنقطتين E,F فعالتان تقنيا لأنهما تقعان على نفس منحنى الناتج المتساوي ولكنهما لا تمثلان حل لمسألة تخفيض التكلفة لأنهما تقعان على خط تكلفة يمثل مستوى أعلى من خط التكلفة الذي يمر عبر النقطة A والتي تقع على نفس منحنى الناتج المتساوي حيث بالتحرك من E إلى A أو من F إلى A يمكن للمُنْشَأَة إنتاج نفس كمية الإنتاج ولكن بتكاليف أقل.

ولاحظ أن ميل منحنى الناتج عند النقطة A يساوي ميل خط التكلفة وبما أن ميل منحنى الناتج (كما درسنا في الفصل السابق) هو المعدل الحدي للإحلال التقني بين العمل ورأس المال MRS وهو يساوي $MRST=MP_L/MP_K$ وميل خط الكاليف هو $(-w/r)$ فيظهر شرط تخفيض التكاليف عندما يكون ميل منحنى الناتج مساوي لميل منحنى خط التكلفة $-\frac{MP_L}{MP_K}=-\frac{w}{r}$ أي $\boxed{\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{w}{r}}$ أي تساوي نسبة الإنتاج الحدي مع نسبة أسعار المدخلات.



وتسمى التوليفة المثالية للمدخلات A بأمثلية داخلية تتضمن كميات موجبة من العمل ورأس المال $(L>0,K>0)$؛ وتظهر حين التماس بين منحنى الناتج وخط التكلفة (وليس التقاطع) وتخبرنا المعادلة السابقة أن النسبة بين النواتج الحدية للعمل ورأس المال تساوي النسبة بين أسعارها؛ ويمكن إعادة صياغتها كما يلي: $\boxed{\frac{MP_L}{w}=\frac{MP_K}{r}}$ وبهذه الصيغة يخبرنا هذا الشرط عن توليفة المدخلات التي تخفض التكلفة فإن الوحدة النقدية الإضافية المنفقة على خدمات العمل تساوي الوحدة النقدية الإضافية المنفقة على خدمات رأس المال فإذا خفضنا التكلفة فسنحصل على قيمة أفضل من المدخلات (شبيهة لتعظيم منفعة المستهلك) وللتحقق من المعادلة الأخير نعتبر نقطة E ليست مثلى فيكون عندها منحنى الناتج (أكبر) أكثر سلبية من خط التكاليف $\boxed{-\frac{MP_L}{MP_K}<-\frac{w}{r}}$ أو $\boxed{\frac{MP_L}{MP_K}>\frac{w}{r}}$ ويتضمن هذا الشرط أن المُنْشَأَة يمكنها عند هذه النقطة إنفاق وحدات نقدية إضافية على العمل والاحتفاظ بأكثر من وحدة نقدية بتخفيض استخدامها لرأس المال بطريقة تجعل المخرجات ثابتة؛ وبما أن هذا يجعل التكاليف تنخفض فإن هذه النقطة ليست نقطة أمثلية داخلية.

مثال 05-01! إيجاد نقطة أمثلية داخلية لتقليل التكاليف!

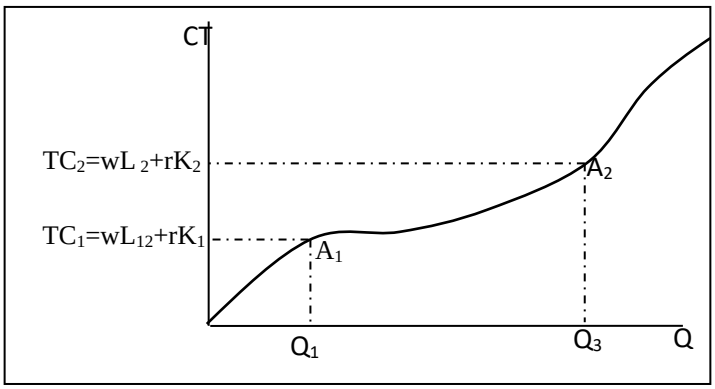
لنفترض دالة إنتاج مُنْشَأَة $Q=50\sqrt{LK}$ ونواتجها الحدية هي على التوالي $MP_L=25\sqrt{K/L}$ و $MP_K=25\sqrt{L/K}$ وأسعار العمل ورأس المال كما يلي: $w=5, r=20$ ؛ فما هي توليفة العمل ورأس المال التي يمكنها تخفيض التكاليف ما أمكن لإنتاج 1000 وحدة سنويا.

الحل! النسبة بين النواتج الحدية للعمل ورأس المال هي: $\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{25\sqrt{K/L}}{25\sqrt{L/K}}=K/L$ فعند شرط التماس $K/L=5/20$ أي $L=4K$ ؛ وإضافة لذلك يجب أن تنتج المُنْشَأَة 1000 وحدة بالضبط؛ وبحل جملة المعادلتين:

$L=4K$ و $50\sqrt{LK}=1000$ ؛ فنجد: $K=10$ و $L=40$ فنقول بأن توليفة العمل ورأس المال التي تمدنا بأقل تكلفة ممكنة هي: $(L, K)=(40, 10)$ لذلك تكون التكلفة المثلى: $TC=wL+rK=5(40)+20(10)=400$.

ثالثا: منحنى التكاليف الكلية بدلالة الإنتاج

يبين الشكل المقابل منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل $TC(Q)$ ويوضح كيف تتغير التكلفة الكلية المثلى مع كمية الإنتاج وثبات أسعار العوامل الإنتاجية مع اختيار كمية العوامل المثلى التي تخفض التكلفة؛ ولأن هذه التوليفة المثلى تنتقل لأعلى خط تكلفة فمنحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل لابد أن يرتفع (بسبب زيادة كمية الإنتاج)؛ ونعلم أنه في المدى الطويل إذا كانت $Q=0$ فإن التكاليف الكلية تكون معدومة وذلك لأن الـ المُنْشَأَة في المدى الطويل يمكنها تغيير كامل عوامل الإنتاج وإذا كانت كمية الإنتاج المثلى معدومة فستكون كمية عوامل الإنتاج المثلى معدومة؛ وبالتالي فإن التحليل الثابت المقارن لمسألة تخفيض التكاليف يتضمن أنه في المدى الطويل يرتفع منحنى الإنتاج بدءا من الصفر حين يكون الإنتاج معدوما.



مثال 05-02! تواجه مُنْشَأَة دالة إنتاج: $Q=50\sqrt{LK}$ ؛

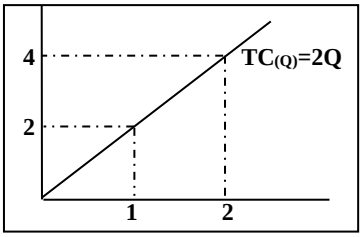
- كيف تعتمد التكلفة الكلية المثلى على كمية المخرجات Q وعلى أسعار المدخلات w و r لهذه الدالة؟.
- أرسم منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل عند $w=25$ و $r=100$.

الحل!

- نقوم باستخراج دوال العمل ورأس المال للكميات المثلى بدلالة كمية الإنتاج وأسعار المدخلات فنجدها من خلال المثال السابق $K=\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{w}{r}}$ و $L=\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{r}{w}}$ ؛ ولإيجاد التكلفة الكلية المثلى نحسب التكلفة الكلية التي تتكبدها المُنْشَأَة عند استعمالها لتوليفة العوامل المثلى السابقة (المعادلات) فنجد:

$$TC(Q)=wL+rK=w\left(\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{r}{w}}\right)+r\left(\frac{Q}{50}\sqrt{\frac{w}{r}}\right)=\frac{Q}{50}\sqrt{wr}+\frac{Q}{50}\sqrt{rw}=\frac{Q}{25}\sqrt{wr}$$

- إذا كانت $w=25$ و $r=100$ وعوضناها في المعادلة السابقة فسنجد: $TC(Q)=\frac{Q}{25}\sqrt{(25)(100)}=2Q$ ويبين الشكل المقابل أن رسم شكل منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل سيكون على شكل خط مستقيم(وهذه حالة خاصة).



رابعا: منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة

وهنا ندرس نوعين من التكلفة يلعبان دورا مهما في الاقتصاد الجزئي هما التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة حيث:

التكلفة المتوسطة! تعني ماتتكلفه المُنْشَأَة بالنسبة لكل وحدة منتجة وتساوي التكلفة الكلية مقسومة على كمية الإنتاج:

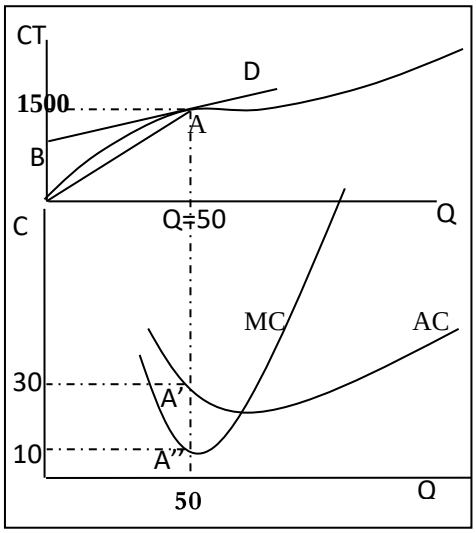
$$AC_{(Q)}=TC_{(Q)}/Q$$

التكلفة الحدية! وهي نسبة تغير التكلفة الكلية عندما تتغير الكمية المنتجة:

$$MC_{(Q)}=\Delta TC_{(Q)}/\Delta Q$$

مما يعني أن التكلفة الحدية $MC_{(Q)}$ تساوي ميل التكاليف الكلية $TC_{(Q)}$.

ورغم أن التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى الطويل مشتقتان من الكلية إلا أنهما مختلفتان؛ وكما هو مبين في الشكل المقابل (الجزء العلوي) فعند أي مستوى إنتاجي فإن AC في المدى الطويل تساوي منحنى الشعاع الممتد من الأصل إلى النقطة A على منحنى TC، في حين أن MC في الأجل الطويل تساوي ميل TC في المدى الطويل في النقطة A؛ وعندها كمية الإنتاج هي 50 فتكون AC مساوية لميل الشعاع $(0A)$ أي $(1500/50=30$ وحدة)؛ ومن جهة أخرى MC عند النقطة A هي ميل الخط DA (وهو الخط المماس لمنحنى TC عند النقطة A) وميل هذا الخط هو $(1500-1000)/(50-0)=10$؛ فلذلك عند كمية إنتاج 50 التكلفة الحدية هي 10.



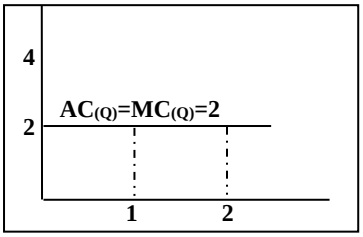
ويبين الشكل المقابل(الجزء السفلي) منحنيي AC وMC في المدى الطويل والمتعلق بمنحنى TC في المدى الطويل في نفس الشكل (الجزء العلوي)؛ ويظهر منحنى AC كيف يتغير ميل الشعاع $(0A$ مثلا) كلما انتقلنا على منحنى TC؛ بينما يبين منحنى MC كيف يتغير ميل الخطوط المماسة مثل DA كلما انتقلنا عبر منحنى TC؛ وبالتالي وعند كمية إنتاج 50 تكون $AC=30$ عند النقطة $(A'$) المتعلقة بالشعاع $(0A)$ و$MC=10$ عند النقطة (A'') المتعلقة بالخط DA باعتبار كليهما يعود للنقطة A في الشكل السابق.

مثال 05-03! اشتقاق منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى الطويل من منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل!

في المثال السابق اشتققنا معادلة التكاليف الكلية في المدى الطويل عند سعر عمل $w=25$ وسعر رأس المال $r=10$ (بتطبيق شرط الأمثلية وتعويض كل مرة عنصر بدلالة الآخر في دالة الإنتاج واستخراج في كل مرة كل عامل ماذا يساوي بدلالة كمية الإنتاج وأسعار العوامل) وعند تعويضهما في دالة التكاليف فوجدناها $TC_{(Q)}=2(Q)$ ومنحناها كما يظهر على شكل خط مستقيم.

- ماهي التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة المتعلقتين بمنحنى التكلفة الكلية؟.

الحل! التكلفة المتوسطة هي $AC_{(Q)}=(TC_{(Q)})/Q=2(Q)/Q=2$ وسيكون منحناها على شكل خط أفقي كما يبين الشكل المقابل؛ بينما $MC_{(Q)}=2$ كما رأينا هي ميل منحنى TC وبما أن $TC_{(Q)}=2(Q)$ على شكل خط مستقيم فإن ميل منحناها ثابت وهو

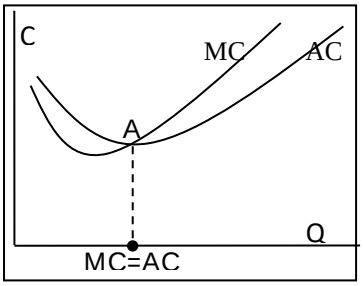


هي $MC_{(Q)}=2$ ومنحناها هو نفس الخط الأفقي السابق؛ ولاحظ أن كلا من التكلفتين الحدية والمتوسطة لا تعتمدان على كمية الإنتاج Q.

ويبين هذا التمرين نقطة عامة وهي أنه إذا كان منحنى التكلفة الكلية على شكل خط مستقيم فستكون التكلفتين الحدية والمتوسطة ثابتتين ومتساويتين ومنحنييهما هو خط أفقي واحد.

خامسا: العلاقة بين التكلفتين الحدية والمتوسطة في المدى الطويل

هناك علاقة نظامية بين منحني التكلفة الحدية والتكلفة المتوسطة في المدى الطويل (مثل كل المفاهيم الحدية والمتوسطة هناك علاقة وطيدة بينهما في كل المواضيع تتلخص فيما يلي):



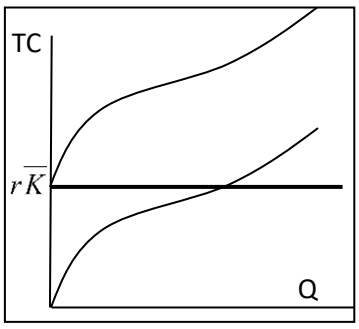
- إذا انخفضت $AC_{(Q)}$ عند زيادة الإنتاج فستكون $AC_{(Q)}>MC_{(Q)}$ ؛
- إذا ارتفعت $AC_{(Q)}$ عند زيادة الإنتاج فستكون $AC_{(Q)}<MC_{(Q)}$ ؛
- إذا لم تتغير $AC_{(Q)}$ وبقيت ثابتة عند زيادة الإنتاج فإن $AC_{(Q)}=MC_{(Q)}$.

وللتوضيح لنفترض أنك اجتزت امتحانا في الاقتصاد الجزئي وأنهى أستاذك تصنيف اختباراتك ووجد متوسط نتائجك $\%02$ ؛ وبهذا الامتحان الأخير ارتفع متوسط نتائجك إلى $\%03$ ماذا تستنتج من نتيجة آخر امتحان لك؟ وبما أن متوسط نتائجك قد ارتفع "فالنتيجة الحدية" (آخر فرق نتيجة) لا بد أن يكون فوق متوسط نتائجك؛ وإذا انخفض متوسط نتائجك إلى $\%01$ فالسبب هو أن نتيجة الاختبار الأخير كانت أقل من متوسط نتائجك؛ وإذا بقيت نتيجة الاختبار على حالها فهذا يعني أن نتيجة اختبارك الأخير مساوية لمتوسط نتائجك.

5-2. التكاليف في المدى القصير

أولا: منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير

منحنى التكلفة الكلية TC_{LR} في المدى الطويل يبين سعي المُنْشَأَة لتخفيض تكاليفها الكلية (نقطة التكلفة المثلى) والتي تتغير تبعا لتغير حجم الإنتاج حين يمكن لها تغيير كميات العمل ورأس المال بحرية؛ بينما يخبرنا منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير (TC_{SR}) عن التكلفة المثلى لإنتاج Q حين يكون أحد عوامل الإنتاج على الأقل ثابتا في مستوى معين؛ وسنفترض فيما يلي أن حجم رأس المال المستخدم ثابت في $\overline{K}$ فيكون منحنى TC_{SR} هو مجموع عنصرين منحنى التكلفة المتغيرة الكلية ومنحنى التكلفة الثابتة الكلية مما يعني: $TC_{(Q)}=VC_{(Q)}+FC_{(Q)}$ ؛ والتكلفة المتغيرة الكلية VC هي مجموع الإنفاق على المدخلات أو العوامل المتغيرة كالعمل والمواد وهي توليفة العوامل المثلى في المدى



القصير؛ بينما التكاليف الثابتة مساوية لخدمات رأس المال الثابتة (حجم رأس المال الثابت في سعره $FC=r\overline{K}$) والتي لا تتغير بتغير حجم الإنتاج؛ ويبين الشكل التالي رسما لمنحنى التكلفة الكلية في المدى القصير ومنحنى التكلفة المتغيرة الكلية ومنحنى التكلفة الثابتة؛ ولأن التكاليف الثابتة مستقلة عن حجم الإنتاج ولا تتأثر به فهي ثابتة مهما تغير حجم الإنتاج لذلك يظهر منحناها على شكل خط أفقي بقيمة $r\overline{K}$ لذلك سيكون $TC_{(Q)}=VC_{(Q)}+r\overline{K}$ مما يعني أن المسافة العمودية بين TC و VC مساوية لـ: $r\overline{K}$ في قيمة لـ Q.

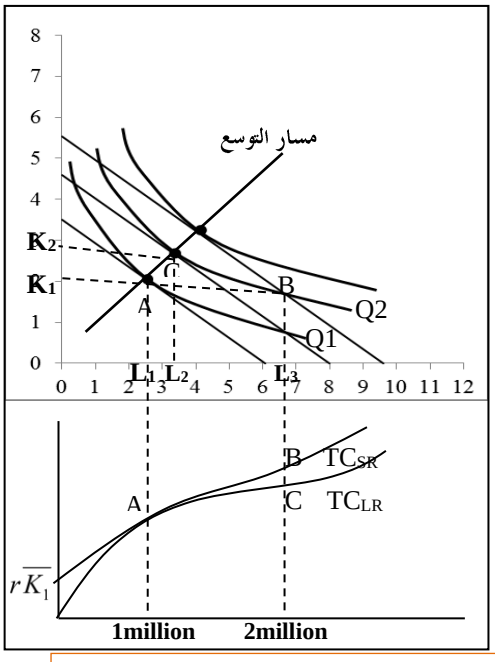
مثال 05-04! اشتقاق منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير

وكما رأينا في أمثلة مشابهة دالة إنتاج: $Q=50\sqrt{KL}$ ؛ فماهو منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير حين يكون رأس المال ثابتا $\overline{K}$ وسعر العمل $w=25$ وسعر رأس المال $r=100$ ؛

الحل: بما أن رأس المال ثابت في مستوى $\overline{K}$ فإن كمية العمل المثلى: $L=\frac{Q^2}{2500\overline{K}}$ ؛ ويمكننا إيجاد منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير مباشرة من هذا الحل $TC_{(Q)}=wL+r\overline{K}=Q^2/100\overline{K}+100\overline{K}$ ؛ وإذا افترضنا ثبات Q وتغير رأس المال فتكون التكاليف المتغيرة الكلية في تناقص بالنسبة لرأس المال الثابت $\overline{K}$ ؛ والسبب أنه لقيمة معينة من Q فالمُنْشَأَة التي تستعمل رأس مال أكثر يمكنها تخفيض حجم العمل نسبيا وبما أن VC هي قيمة الإنفاق على العمل وبالتالي فإن هذه الأخيرة تنخفض بالنسبة لـ $\overline{K}$.

ثانيا: العلاقة بين منحنيي التكاليف الكلية في المديين القصير والطويل

لنعتبر مُنْشَأَة تستعمل عاملين فقط هما العمل ورأس المال ففي المدى الطويل يمكنها تغيير كميات كلٍّ منهما ولكن في المدى القصير يكون حجم رأس المال ثابتا؛ ويبين الشكل التالي تحليل المديين القصير والطويل لمسألة أمثلية التكاليف لإنتاج أجهزة تلفاز؛ في هذه الحالة وفي البداية ترغب المُنْشَأَة في إنتاج كمية إنتاج ثابتة $Q_1=1$ مليون شاشة تلفاز سنويا في المدى الطويل أين هناك حرية في تغيير كميات العمل ورأس المال فتكون تكاليفها الكلية بأمثلية عند النقطة A باستخدام L_1 كمية عمل و K_1 كمية رأس المال.



ولنفترض الآن أن المُنْشَأَة ترغب في زيادة إنتاجها إلى $Q_2=2$ 2مليون شاشة تلفاز سنويا وفي المدى القصير يكون

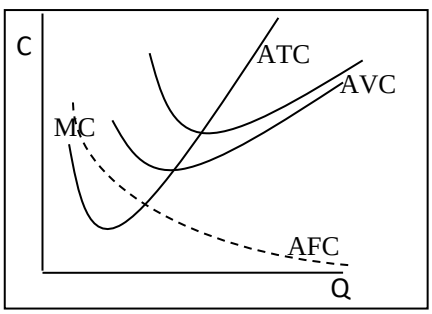
استخدام رأس المال ثابتا عند K_1 وفي هذه الحالة تشتغل المُنْشَأَة عند نقطة الأمثلية B باستخدام L_3 كمية عمل و K_1 كمية رأس المال؛ أما في المدى الطويل يمكن للمُنْشَأَة أن تتحرك على طول مسار التوسع والتشغيل عند نقطة الأمثلية C باستخدام L_2 كمية عمل و K_2 كمية رأس المال؛ وبما أن النقطة B تقع على خط تكلفة متساوي أعلى من الخط الذي تقع عليه النقطة C فتكون تكلفة المدى القصير أعلى من تكلفة المدى الطويل عند إنتاج نفس الكمية 2مليون شاشة تلفاز سنويا.

فعندما تنتج المُنْشَأَة $Q=1$ مليون شاشة تلفاز سنويا تكون النقطة A هي نقطة التكلفة الأمثلية في كلا المديين الطويل والقصير حيث تكون المُنْشَأَة مقيدة في المدى القصير عند K_1 كمية رأس المال؛ ويبين الشكل المقابل(الجزء السفلي) منحنيي التكلفة الكلية في المديين القصير والطويل فيكون منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير دائما أعلى من منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل وقد يتساويان في نقطة معينة(A في حالتنا هذه).

ثالثا: منحنيي التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى القصير

بنفس الفكرة في المدى الطويل نحدد منحنيات التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية في المدى القصير $AC=TC/Q,\ MC=\Delta TC/\Delta Q$ وبنفس الفكرة تكون التكلفة الحدية مساوية لميل منحنى التكلفة الكلية في الندى القصير أيضا؛ ونلاحظ أنهما في شكل سابق يتساويان في النقطة A حين تكون كمية الإنتاج مساوية لـ1مليون شاشة تلفاز سنويا أي أن ميل المنحنيين متساويين في هذه النقطة؛ وفي هذا المستوى من الإنتاج لا يتساوى فقط التكلفة الكلية للمديين الطويل والقصير بل أيضا تتساوي التكلفة الحدية للمديين القصير والطويل؛ وبالإضافة لذلك وبما نه يكممأنه يمكننا تقسيم التكلفة الكلية في المدى القصير لجزئين تكلفة ثابتة وتكلفة متغيرة؛ فكذلك التكلفة المتوسطة يمكن تقسيمها لتكلفة متوسطة ثابتة وتكلفة متوسطة متغيرة فتكون التكلفة المتوسطة الثابتة هي التكلفة الكلية الثابتة لكل وحدة واحدة من الإنتاج؛ والتكلفة المتوسطة المتغيرة هي التكلفة الكلية المتغيرة لكل وحدة واحدة من الإنتاج.

يبين الشكل التالي الأشكال النموذجية لمنحنيات: التكلفة الحدية MC ، متوسط التكلفة الكلية ATC ، متوسط التكلفة المتغيرة AVC ومتوسط التكلفة الثابتة AFC (وكلها في المدى القصير لوجود هذه الأخيرة)؛ ونتحصل على متوسط التكلفة الكلية ATC بالجمع العمودي لمنحنى متوسط التكلفة المتغيرة AVC مع منحنى متوسط التكلفة الثابتة AFC[1]؛ ونلاحظ أن متوسط التكلفة الثابتة



[1]- ويعني الجمع العمودي أنه عند كل نقطة منQ نجمع قيمة متوسط التكلفة المتغيرة مع قيمة متوسط التكلفة الثابتة فنجد نقطة على منحنى متوسط التكلفة الكلية.

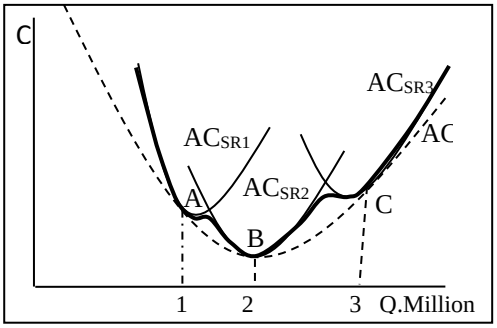
AFC دائما متناقص ويقترب من المحور الأفقي كلما ارتفعت Q بشكل كبير مما يعكس حقيقة تلاشي التكاليف الثابتة FC عند الزيادة الكبيرة لحجم الإنتاج Q (لأن الإنتاج الكبير غالبا ما يؤول للمدى الطويل) مؤدية بقيمة التكلفة الثابتة للوحدة AFC (المتوسطة) للتناهي إلى الصفر؛ ونتيجة لذلك يقترب متوسط التكلفة المتغيرة AVC ومتوسط التكلفة الكلية AC من بعضهما البعض كلما كانت Q كبيرة.

ومنحنى التكلفة الحدية MC في المدى القصير يقطع منحنى متوسط التكلفة الكلية AC في المدى القصير ومنحنى متوسط التكلفة المتغيرة في أدنى قيمة لكل منهما؛ وتعكس هذه الخاصية العلاقة بين منحنيي متوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية في المدى الطويل (انظر مثال 05-03 ما قبل السابق)؛ وهذا يعكس دائما العلاقة بين المفهوم الحدي والمفهوم المتوسط لأي دالة.

رابعا: العلاقة بين منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة في المديين القصير والطويل

(منحنى متوسط التكلفة الكلية كمنحنى مُغلّف)

منحنى متوسط التكلفة في المدى الطويل (التقطعَ في الشكل المقابل) يمثل مظروف أو غلاف لمجموعة منحنيات متوسطات التكلفة في المدى القصير والمتعلقة بمختلف مستويات الإنتاج وعامل إنتاجي ثابت؛ حيث يبين الشكل المقابل ذلك لمنتج مجموعة شاشات تلفاز؛ ويأخذ منحنى متوسط التكلفة في المدى الطويل AC_{LT} شكلU حيث تكون منحنيات التكاليف المتوسطة (AC_{SR1}، AC_{SR2}، AC_{SR3}) والمتعلقة بمستويات مختلفة للعامل الثابت($K_3 > K_2 > K_1$ وذلك بالتحرك نحو مستوى متزايد من رأس المال قد يؤدي زيادة حجم مصنع المُنْشَأَة أو زيادة درجة التشغيل الآلي)؛ منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير المتعلق بأي مستوى من رأس المال الثابت يقع مباشرة أعلى منحنى المدى الطويل باستثناء المستوى الإنتاجي الذي يكون فيه رأس المال الثابت هو الأمثل(النقاط D,B,A) وبالتالي ستقوم المُنْشَأَة بتقليص تكاليفها عند إنتاج 1مليون شاشة تلفاز إذا كان راس المال الثابت هو K_1 ؛ ولكن إذا وسعت إنتاجها إلى 2أو3مليون شاشة تلفاز فيجب تخفيض تكاليفها إذا كان عامل رأس المال ثابتا عند K_3, K_2 على التوالي (عمليا إذا كانت K تمثل حجم المصنع فإن أعلى متوسط تكلفة للمُنْشَأَة في المدى القصير

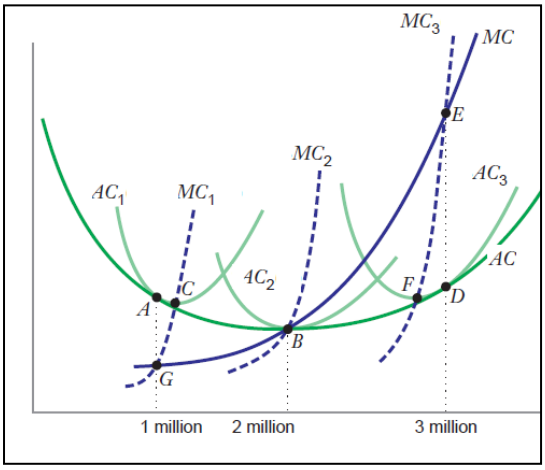


110 لإنتاج 2مليون شاشة تلفاز باستخدام حجم عامل ثابت K_1 قد يعكس تخفيضات في الناتج الحدي للعمل الناتج عن ازدحام عدد كبير من العمال في مصنع صغير؛ ولتحقيق الحد الأدنى لمتوسط التكلفة البالغ 35 فيجب على المُنْشَأَة زيادة حجم رأسمالها إلى K_2).

ونلاحظ الآن الجزء المظلل من الحدود السفلية لمنحنيات التكلفة في المدى القصير وتخيل أن الشكل قد يحتوى عددا كبيرا من هذه المنحنيات في المدى القصير فستصبح الحدود المظللة أكثر سلاسة تدريجيا لتصبح على شكل منحنى(progressively smoother) أي وجود عدد كبير من الحدود المظللة ومع تزايد عدد منحنيات الفترة القصيرة فسيصبح المنحنى المظلل أكثر قربا وتساويا مع منحنى المدى المدى الطويل كمظروف غلافي لعدد لا حصر له من منحنيات المدى القصير لذلك أحيانا يشار لمنحنى التكاليف المتوسطة في المدى الطيول كمنحنى مظروفي أو غلافي.

خامسا: تساوي وعدم تساوي التكاليف الحدية والمتوسطة في المديين القصير والطويل:

تبين المنحنيات في الشكل المقابل كما في الشكل السابق مع إضافة منحنيات التكاليف الحدية الثلاث(المتقطعة) في المدى القصير MC_1 ، MC_2 و MC_3 ؛ وكذا منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل MC ؛ ويبين الشكل العلاقة الخاصة بين منحنيات التكاليف الحدية MC_1 ، MC_2 و MC_3 والمتوسطة AC_1 ، AC_2 و AC_3 ؛ في المدى القصير ومنحنيات التكاليف الحدية MC ؛ والمتوسطة AC في المدى الطويل؛ وكما رأينا في العنصر السابق إذا تطلب من المُنْشَأَة إنتاج 1مليون شاشة تلفاز ففي المدى الطويل عليها اختيار حجم رأسمال K_1 ؛ ولذلك فإذا كان للمُنْشَأَة حجم رأس المال ثابتا K_1 فتوليفة العوامل ستستخدم لإنتاج 1مليون وحدة في المدى القصير وهي نفسها التوليفة المختارة في المدى الطويل لإنتاج نفس الكمية أي عند هذه الكمية تكون $AC_1=AC$ (النقطة A) كما رأينا سابقا وكذلك $MC_1=MC$ (النقطة G)؛ وتكون هناك علاقات مشابهة عند كل مستويات الإنتاج: فمثلا عند مستوى ثابت من رأس المال K_3 قد ننتج 3مليون شاشة تلفاز في المدى القصيرة بنفس فعالية إنتاجها في المدى الطويل ولذلك سيكون $AC_3=AC$ (النقطة D) كما رأينا سابقا وكذلك $MC_3=MC$ (النقطة E)؛ ويوضح الشكل أيضا ميزات أخرى مفاجئة لمنحنيات التكاليف المتوسطة في المدى القصير؛ فمنحنى التكلفة المتوسطة في المدى القصير لا يصل عموما أو عادة لأدنى نقطة له عند تساوي التكلفتي المتوسطتين للمديين القصير والطويل فمثلا وعند النقطة A لاحظنا $AC_1=AC$ ولكليهما نفس الميل التنازلي لأسفل ولابد أن ينخفض AC_1 لأن التكلفة الحدية MC_1 أدنى من التكلفة المتوسطة AC_1 وتظهر أدنى نقطة للتكلفة المتوسطة AC_1 عند النقطة C أين يكون $MC_1=AC_1$ ؛ وبالمثل عند النقطة D متوسطي التكلفة الكلية متساويين بين المديين الطويل والقصير $AC_3=AC$ ولهما نفس الميل التصاعدي لذلك لابد وأن ينخفض AC_3 لأن التكلفة الحدية MC_3 أكبر من متوسط التكلفة AC_3 في المدى القصير وتظهر أدنى نقطة للتكلفة المتوسطة في المدى القصير AC_3 عند النقطة F أين يكون $MC_3=AC_3$.



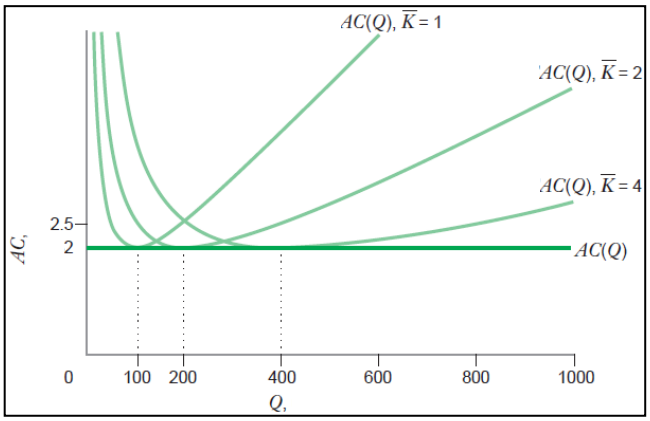
ويبين الشكل أيضا أنه يمكن لمنحنى متوسط التكلفة في المدى القصير أن يصل لأدنى نقطة له عند كمية الإنتاج التي يتساوى فيها متوسطي التكلفة في المديين القصير والطويل؛ فعند النقطة B مثلا نلاحظ $AC_2=AC$ وكلاهما في أدنى نقطة لهما ولابد أن يكون عندها ميل AC_2 معدوما (بالقانون) لأن منحنى MC_2 يقطعه في أدنى نقطة له.

مثال 05-05! العلاقة بين منحنيي متوسطي التكلفة في المديين القصير والطويل

ولنعتبر الدالة $Q=50\sqrt{KL}$

- ماهو منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير لهذه الدالة الإنتاجية عند مستوى ثابت من رأس المال $\overline{K}$ وسعره $r=100$ وسعر العمل $w=25$ ؟؛
- ارسم شكل منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير لمستويات رأس المال $\overline{K}=1$، $\overline{K}=2$ و $\overline{K}=4$.

الحل! كنا قد اشتققنا دالة منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير في المثال السابق(**مثال 04-05**) لهذه الدالة الإنتاجية($Q=50\sqrt{KL}$) فوجدناها $TC_{ST(Q)}=wL+r\overline{K}=Q^2/100\overline{K}+100\overline{K}$ وبالتالي تكون دالة منحنى متوسط التكلفة المتغيرة في المدى القصير $AC_{ST}=\frac{Q}{100\overline{K}}+\frac{100\overline{K}}{Q}$ ويبين الشكل المقابل رسم منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير من أجل $\overline{K}=1$ ، $\overline{K}=2$ ثم من أجل $\overline{K}=4$ ؛ ويبين كذلك منحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل لهذه الدالة كما في(**مثال 03-05** ماقبل **قبل** السابق ص44) وتكون منحنيات متوسطات التكلفة في المدى القصير على شكل $\cup$ بينما يكون منحنى متوسط التكلفة الكلية في المدى الطويل (على شكل خط أفقي) وهو أدنى منحنى مظروفي أو غلافي لمنحنيات متوسطات التكلفة في المدى القصير.



5-3. الإيرادات

يمكن تعريف الإيرادات بأنها عبارة عن مجموع ما يحصل عليه المنتج نتيجة بيع منتجاته؛ وهناك ثلاثة أنواع منها:

أولا: الإيراد الكلي

وهو عبارة عن حاصل ضرب الكمية المباعة في سعر تلك السلعة؛ أي هو مجموع ما يحصل عليه المنتج نتيجة بيع منتجاته ويمكن التعبير عنه كما يلي: $RT=P_x\times Q_x$

ثانيا: الإيراد المتوسط

وهو عبارة عن الإيراد الكلي مقسوما على عدد الوحدات المباعة (كل ما ينتج يباع) ويمثل نصيب الوحدة المنتجة من الإيراد الكلي $RM=\frac{RT}{Q_x}=\frac{P_x\times Q_x}{Q_x}=P_x$ ؛

ثالثا: الإيراد الحدي

وهو عبارة عن مقدار التغير في الإيراد الكلي نتيجة لتغير الكمية المباعة بوحدة واحدة (وفي حالة دالة هو مشتق دالة الإيراد الكلي بالنسبة للكمية المباعة $Rm=\frac{\partial RT}{\partial Q_x}$)

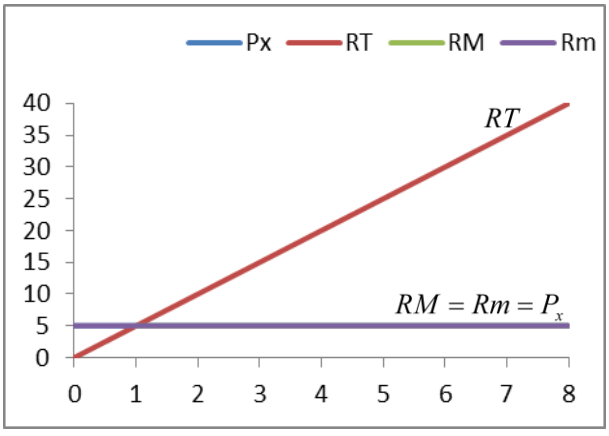
رابعا: منحنيات الإيرادات في سوق المنافسة التامة

ومما سبق يمكننا القول بأن الربح هو عبارة عن الفرق بين الإيراد الكلي والتكلفة الكلية $\pi=RT-CT$ ؛

Rm	RM	RT	P_x	Q_x
5	5	5	5	1
5	5	10	5	2
5	5	15	5	3
5	5	20	5	4
5	5	25	5	5
5	5	30	5	6
5	5	35	5	7
5	5	40	5	8

إذ تتسم سوق المنافسة التامة بوجود عدد كبير من المنتجين بحيث لا يستطيع أي منتج بمفرده التأثير في السوق لأن ما يعرضه جزء ضئيل من الكمية المعروضة؛ وبالتالي فالمنتج يمتثل للسعر المتحدد آليا في السوق؛ وحيث أن P_x لكل وحدة ثابت فإن RT سوف يتغير طرديا مع Q_x في السوق؛ كما نجد أن معدل الزيادة في RT مع كل زيادة في المبيعات بوحدة واحدة سيكون ثابت أيضا (ويتمثل في P_x)؛ ومعدل الزيادة في RT بالنسبة لزيادة المبيعات بوحدة واحدة يسمى الإيراد الحدي Rm (نفسه P_x)، أما الإيراد المتوسط فسيكون مساويا للسعر أيضا؛ وعلى هذا الأساس يصبح السعر مساويا لكل من الإيراد الحدي والإيراد المتوسط: $RM=Rm=P_x$ كما في الجدول السابق.

ويمكن توضيح المعطيات السابقة بيانيا في الشكل المقابل.



4-5. تمارين الفصل

تمرين 01

لنفترض أن إنتاج هياكل الطائرات يتميز بدالة إنتاج: $Q=(L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}})^2$ ؛ فتكون النواتج الحدية لهاته الدالة هي: $MP_L=1+K^{0.5}L^{-0.5}=(L^{0.5}+K^{0.5})L^{-0.5}$ و $MP_K=1+L^{0.5}K^{-0.5}=(L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}})K^{-\frac{1}{2}}$ ولنفترض أن أسعار الوحدة الواحدة من العوامل الإنتاجية العمل ورأس المال هي 10 و01 على التوالي؛

- حاول إيجاد توليفة التكلفة المثلى للعمل ورأس المال لإنتاج 121000 هيكل طائرة.

غ !

النسبة بين النواتج $\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{(L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}})L^{-\frac{1}{2}}}{(L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}})K^{-\frac{1}{2}}}=\frac{10}{01}$ أي عند شرط التماس نجد $\sqrt{\frac{K}{L}}=10\Rightarrow K=100L$ وبما أن $(L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}})^2=12100$ أي $L^{\frac{1}{2}}+K^{\frac{1}{2}}=347.85$ ومنه $L^{\frac{1}{2}}+(100L)^{\frac{1}{2}}=347.85$ إذن $11L^{\frac{1}{2}}=347.85$ فيكون $L^{\frac{1}{2}}=31.623$ وبالتالي $L=1000$ و $K=10000$ لذلك تكون التكلفة المثلى: $TC=wL+rK=10(1000)+01(10000)=2000$.

تمرين 02

لنفترض أن دالة الإنتاج للمُنْشَأَة المصنعة لهياكل الطائرات هي من نوع كوب دوجلاس $Q=LK$ فتكون النواتج الحدية لهاته الدالة هي: $MP_L=K$ و $MP_K=L$ ولنفترض أن أسعار الوحدة الواحدة من العوامل الإنتاجية العمل ورأس المال هي 10 و01 على التوالي؛

- حاول إيجاد توليفة التكلفة المثلى للعمل ورأس المال لإنتاج 121000 هيكل طائرة.

غ !

النسبة بين النواتج $\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{K}{L}=\frac{10}{01}$ أي عند شرط التماس نجد $K=10L$ وبما أن $LK=12100$ أي $10L^2=12100$ ومنه $L=110$ فيكون $K=1100$ ؛ لذلك تكون التكلفة المثلى: $TC=wL+rK=10(110)+01(1100)=2200$.

تمرين 03

دالة إنتاج بدلالة العمل ورأس المال كما يلي $Q=LK$ فإذا كانت أسعار عناصر الإنتاج $w=2, r=1$ فقم باشتقاق معادلة منحني التكاليف الكلية والتكاليف المتوسطة في المدى الطويل.

تمرين 04

دالة إنتاج بدلالة العمل ورأس المال كما يلي $Q=LK$ فإذا كانت أسعار عناصر الإنتاج $w=1, r=1$ ؛

- أوجد معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل بدلالة كميات الإنتاج Q ؛
- قم بحل مسألة تخفيض التكاليف في المدى القصير عند كون عنصر رأس المال ثابتا $\overline{K}=5$ ؛ وقم باشتقاق معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير كدالة بدلالة كميات الإنتاج Q ؛ وارسمه في نفس منحنى التكاليف الكلية للمدى الطويل.
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=1, r=4$
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=4, r=1$

تمرين 05

لتكن دالة إنتاج بدلالة العمل ورأس المال كما يلي $Q=\min(L,K)$ وأسعار عناصر الإنتاج r, w بالترتيب؛

- أوجد معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل بدلالة كميات الإنتاج Q وأسعار عناصر الإنتاج r, w ؛
- أوجد حل مسألة تخفيض التكاليف في المدى القصير عند كون عنصر رأس المال ثابتا $\overline{K}=5$ ؛ وقم باشتقاق معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير كدالة بدلالة كميات الإنتاج Q ؛ وارسمه في نفس منحنى التكاليف الكلية للمدى الطويل عند $w=1, r=1$ ؛
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=1, r=2$
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=2, r=1$

تمرين 06

لتكن دالة إنتاج بدلالة العمل ورأس المال كما يلي $Q=L+K$ وأسعار عناصر الإنتاج $r=1, w=1$ بالترتيب؛

- أوجد معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل بدلالة الإنتاج Q وأسعار عناصر الإنتاج $r=1, w=1$ ؛

- أوجد حل مسألة تخفيض التكاليف في المدى القصير عند ثبات عنصر رأس المال $\overline{K}=5$ و عند $w=1, r=1$ ؛ وقم باشتقاق معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير كدالة بدلالة كميات الإنتاج Q ؛ وارسمه في نفس منحنى التكاليف الكلية للمدى الطويل؛
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=1, r=2$
- كيف يتغير منحني التكاليف الكلية في المديين الطويل والقصير بتغير أسعار عناصر الإنتاج إلى $w=2, r=1$

تمرين 07

لتكن دالة إنتاج بدلالة العمل ورأس المال كما يلي $Q=(\sqrt{L}+\sqrt{K})^2$ حيث تكون النواتج الحدية للعمل $MP_L=(L^{0.5}+K^{0.5})L^{-0.5}$ ورأس المال $MP_K=(L^{0.5}+K^{0.5})K^{-0.5}$ وأسعار عناصر الإنتاج $r=1, w=2$ بالترتيب؛

- بين أن كمية العمل ورأس المال المثليين (عند أدنى تكلفة) تعتمدات على كمية الإنتاج Q ؛
- أوجد معادلة منحنى التكاليف الكلية TC في المدى الطويل؛
- أوجد معادلة منحنى التكاليف المتوسطة AC في المدى الطويل؛
- أوجد حل مسألة تخفيض التكاليف في المدى القصير عن ثبات عنصر رأس المال $\overline{K}=9$ ؛
- أوجد منحنى التكلفة الكلية في المدى القصير وارسمه مع منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل؛
- أوجد منحنى التكلفة المتوسطة في المدى القصير.

تمرين 08

لتكن دالة إنتاج كما يلي $Q=KL+K$ بكميات موجبة تماما من العمل ورأس المال؛ فقم باشتقاق معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى الطويل عند أسعار عناصر الإنتاج r, w ؛ وهل تتضاعف التكلفة الكلية عند تضاعف أسعار عناصر الإنتاج.

تمرين 09

بعض دوال تكاليف مُنْشَأَة في المدى الطويل كما يلي: $TC_{(Q)}=1000Q^2$ ، $TC_{(Q)}=1000Q^{0.5}$ ؛ قم باشتقاق دالة منحنى التكاليف المتوسطة في كل دالة؛ وتأكد في كل حالة من صحة العبارات التالية:

- يقع منحنى التكاليف الحدية MC في المدى الطويل تحت منحنى التكاليف المتوسطة AC مهما كانت قيمة Q
- منحنى التكاليف الحدية MC في المدى الطويل مطابق لمنحنى التكاليف المتوسطة AC مهما كانت قيمة Q ؛
- يقع منحنى التكاليف الحدية MC في المدى الطويل أعلى منحنى التكاليف المتوسطة AC مهما كانت قيمة Q ؛
- يقع منحنى التكاليف الحدية MC في المدى الطويل أحيانا تحت منحنى التكاليف المتوسطة AC وأحيانا أعلاه؛

تمرين 10

دالة تكاليف مُنْشَأَة في المدى الطويل $TC_{(Q)}=1000Q-30Q^2+Q^3$ ؛ قم باشتقاق دالة منحنى التكاليف المتوسطة وارسمه؛ وما هو نطاق الحد الأدنى للكفاءة؟.

تمرين 11

دالة إنتاج لمُنْشَأَة $Q=K\sqrt{L}$ بسعر عمل $w=25$ وسعر رأس مال $r=20$ ؛ ورأس مال ثابت عند $\overline{K}=5$ ،

- فأوجد معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير وارسمه مع منحنى التكاليف المتوسطة للمدى القصير.

تمرين 12

دالة إنتاج لمُنْشَأَة $Q=\sqrt{K}+\sqrt{L}$ بأسعار $w=1$ و $r=2$ ؛ ورأس مال ثابت عند $\overline{K}=5$ ؛

- إذا كانت كمية رأس المال ثابتة عند $\overline{K}=16$ ولنفترض أن عند $Q\leq 4$ فما هي معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير(تلميح: بعد تحديد كمية العمل)؛
- إذا كانت كمية رأس المال ثابتة عند $\overline{K}=16$ ولنفترض أن عند $Q>4$ فما هي معادلة منحنى التكاليف الكلية في المدى القصير؛

تمرين 13

دالة إنتاج $Q=KL+M$ بأسعار رأسمال وعمل ومواد $4\,16\,1$ ؛ ماهي معادلة التكاليف الكلية في المدى الطويل لإنتاج 400 وحدة.

تمرين 14

دالة إنتاج $Q=KL+M$ بأسعار رأسمال وعمل ومواد $4\,16\,1$ ؛ ماهي معادلة التكاليف الكلية في المدى القصير لإنتاج 400 وحدة مع ثبات كمية رأس المال في $\overline{K}=20$.

الفصل السادس:

توازن السوق

6. توازن السوق

السوق في علم الإقتصاد هو مكان (حقيقي أو افتراضي) وزمان لالتقاء مجموعة مشترين وبائعين راغبين في تبادل (بيع وشراء) منتوج ما (سلعة أو خدمة) ويحددون العرض والطلب على هذا المنتوج؛

6-1. تعريف التوازن (سعر وكمية التوازن)

يعرف توازن السوق من جهة بأنه حالة من الاستقرار في السوق ولا يوجد دافع للخروج منها، حيث يعود إلى هذه الحالة دائما عندما يحدث أي انحراف، ويقصد به من جهة أخرى بأنه النقطة (سعر التوازن وكمية التوازن) التي تتساوى فيها الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة من نفس السلعة أي تتعادل عندها قوى العرض وقوى الطلب في تأثيرهما المتعاكس؛ فسعر التوازن هو ذلك السعر الذي تلتقي فيه رغبات المنتجين والمستهلكين ويتحقق عنده أقصى ربح للأول وأقصى إشباع للثاني، وتتساوى عند هذا السعر الكمية المطلوبة والكمية المعروضة من السلعة فنقول بأن كمية التوازن هي الكمية المقابلة لسعر التوازن، ولا يتغير السعر إلا إذا تغير العرض أو الطلب أو كلاهما.

6-2. تحرير التوازن رياضيا وهندسيا

أولا: *تحديد التوازن رياضيا*

يتم إيجاد سعر وكمية التوازن رياضيا بتحديد نموذجين خطيين للعرض والطلب لسهولة تقدير معالمهما كما يلي:

$$Q_x^d = f(P_x) = a - bP_x$$
$$Q_x^s = f(P_x) = c + dP_x$$

حيث a و b و c و d هي معلمات النموذج؛ وأن a و b غير معدومتين افتراضا وكذلك السعر والكمية؛ ويتحقق توازن النموذج (توازن السوق) عن طريق الشرط التالي:

$$Qdx = Qsx \Rightarrow a - bPx = c + dPx$$

وبحل هذا النموذج نحصل على سعر التوازن: $\boxed{P^* = \frac{a-c}{d+b}}$

وبتعويضه في إحدى معادلتي العرض أو الطلب نجد الكمية التوازنية: $\boxed{Q^* = \frac{ad+bc}{d+b}}$

مثال 06-01! لتكن لدينا دالتي طلب وعرض السوق كما يلي: $Qdx = 80 - 10Px$ ؛ $Qdx = 40 + 20Px$ ؛

أوجد الحل بشرط التوازن أو بتعويض مباشرة في قانوني السعر والكمية التوازنيين:

الحل: الطريقة الأولى! طريقة شرط التوازن $Qdx=Qsx \Rightarrow 80-10Px=-40+20Px$

$$\Rightarrow 80+40=20Px+10Px$$
$$\Rightarrow 120=30Px$$
$$\Rightarrow P^*=4$$

وبتعويض سعر التوازن في دالة الطلب فقط (أو العرض فقط) نجد:

$$Q_x^{d*}=80-10(4)=40$$
$$Q_x^{s*}=-40+20(4)=40$$

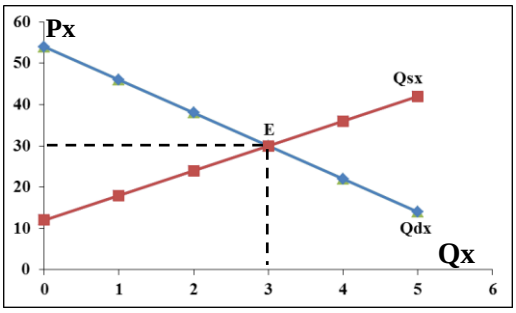
الطريقة الثانية! الطريقة المباشرة $P^*=\frac{a-c}{d+b}=\frac{80-(-40)}{20+10}=\frac{120}{30}=4$

$$Q^*=\frac{ad+bc}{d+b}=\frac{(80)(20)+(10)(-40)}{20+10}=\frac{1600-400}{30}=40$$

ثانيا: *تحديد التوازن هندسيا*

يعبر عن التوازن في سوق سلعة ما هندسيا بتقاطع منحني عرض السوق وطلب السوق لنفس السلعة في نقطة واحدة تسمى نقطة التوازن، كما يتضح من الجدول والشكل المقابلين:

Px	Qdx	Qsx
0	54	12
1	46	18
2	38	24
3	30	30
4	22	36
5	14	42



يتقاطع منحنيي العرض والطلب من خلال الجدول والشكل السابقين ويتحقق التوازن عند النقطة (E) والتي يكون السعر عندها ($P^*=3$) ويسمى سعر التوازن؛ حيث تلتقي عند هذا السعر رغبات المشترين والمنتجين وتتمثل هذه الرغبات في قبولهم كمية مباعة ومشتراة في نفس الوقت ($Q^*=30$) وتسمى كمية التوازن.

ثالثا: *أسباب حدوث التوازن*

ولتحليل أسباب حدوث التوازن نفترض حالة عدم توازن أي قد يكون السعر أكبر من 3 فيعني ذلك وجود فائض في السلعة (الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة) مما يخلق منافسة بين البائعين (المنتجين) لتصريف ذلك الفائض والتخلص منه ويُغْرِي المشترين بالبحث عن سعر أقل؛ فيضطر المنتجون لتخفيض السعر بصفة متتالية حتى يختفي الفائض ويعود السوق لحالة التوازن.

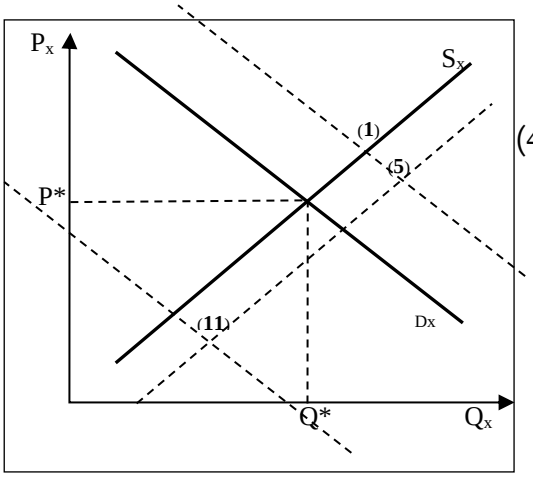
وقد يكون السعر أقل من 3 مما يعني وجود نقص في السلعة (الكمية المعروضة أقل من الكمية المطلوبة) مما يخلق منافسة بين المشترين للحصول على السلعة مما يرفع السعر ويغري المنتجين بعرض كمية أخرى وطالما

يوجد عجز في الكمية فسيتواصل التنافس بين المستهلكين ويستمر السعر في الارتفاع حتى يعود السوق لحالة التوازن.

6-3. أثر تغير الطلب والعرض على سعر وكمية التوازن

توجد ستة عشرة حالة لتغير سعر وكمية التوازن حسب حالات تغير أو ثبات كل من العرض والطلب:

1. ارتفاع الطلب فقط: ارتفاع السعر والكمية. (1)
2. انخفاض الطلب فقط: انخفاض السعر والكمية. (2)
3. ارتفاع العرض فقط: انخفاض السعر وارتفاع الكمية. (3)
4. انخفاض العرض فقط: ارتفاع السعر وانخفاض الكمية.(4)
5. ارتفاع الطلب وارتفاع العرض وفيه ثلاث حالات:
6. الأول أكبر: ارتفاع السعر والكمية. (5)
7. الثاني أكبر: انخفاض السعر وارتفاع الكمية. (6)
8. متساويين: ثبات السعر وارتفاع الكمية. (7)
9. ارتفاع الطلب وانخفاض العرض وفيه ثلاث حالات:
10. الأول أكبر: ارتفاع السعر والكمية. (8)
11. الثاني أكبر: ارتفاع السعر وانخفاض الكمية. (9)
12. متساويين: ارتفاع السعر وثبات الكمية. (10)
13. انخفاض الطلب وارتفاع العرض وفيه ثلاث حالات:
14. الأول أكبر: انخفاض السعر والكمية. (11)
15. الثاني أكبر: انخفاض السعر وارتفاع الكمية. (12)
16. متساويين: انخفاض السعر وثبات الكمية. (13)
17. انخفاض الطلب وانخفاض العرض وفيه ثلاث حالات:
18. الأول أكبر: انخفاض السعر والكمية. (14)
19. الثاني أكبر: ارتفاع السعر وانخفاض الكمية. (15)
20. متساويين: ثبات السعر وانخفاض الكمية. (16)



أوضحنا في هذا الشكل الحالات 1 و5 و11، وعلى الطالب توضيح بقية الحالات كواجب؛ مع ملاحظة أن قيم تغير كل من العرض والطلب ليست ثابتة وذلك حسب دالتيهما.

ونلاحظ مما سبق تشابه بعض الحالات وإن لم يكن بنفس قيمة التغير لذلك نلخصها كما يلي:

الحالات (1) (5) (8) وتمثل ارتفاع السعر والكمية معا: ويحدث ذلك عند كون ارتفاع الطلب أكبر من (تغير العرض: ثبات، انخفاض أو ارتفاع)؛ وتكون في أعلى يمين المعلم.

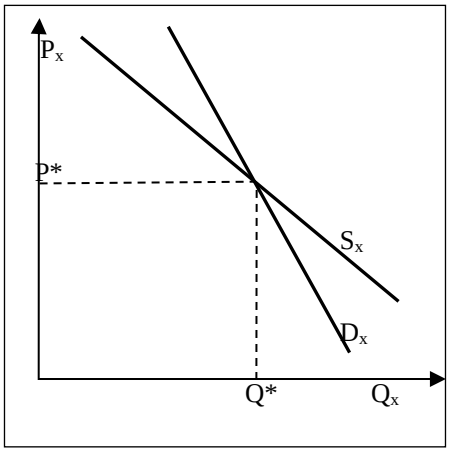
الحالات (2) (11) (14) وتمثل انخفاض السعر والكمية معا: ويحدث ذلك عند كون انخفاض الطلب أكبر من (تغير العرض: ثبات، انخفاض أو ارتفاع)؛ وتكون في أسفل يسار المعلم.

6-4. التوازن المستقر والتوازن غير المستقر

أولا: *التوازن المستقر*

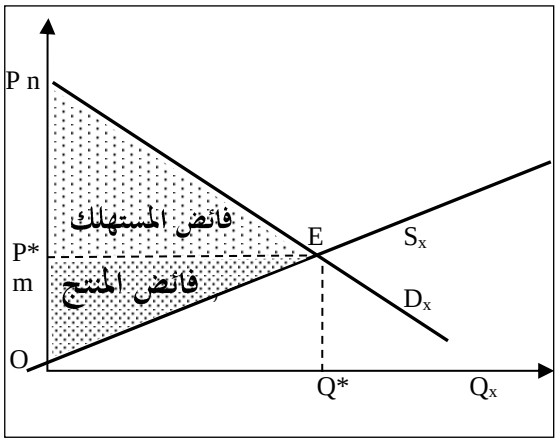
تشوب توازن السوق كما رأينا في العنصر السابق انحرافات كثيرة قد تغير في العرض أو الطلب أو كلاهما، وإذا أدى أي انحراف عن حالة التوازن إلى ظهور قوى اقتصادية من شأنها إعادة السوق إلى حالة التوازن الأصلية فنقول بأن التوازن مستقر؛.

ثانيا: *التوازن غير المستقر*



يتطلب تحقيق التوازن غير المستقر أن يكون منحنى عرض السوق سالب الميل عكس حالته الأصلية ويكون أقل انحدارا من منحنى طلب السوق (أي مرونة العرض أكبر من مرونة الطلب)، وأي ارتفاع في السعر ينتج عنه فائض طلب لأن الطلب أكبر من العرض مما يجعل من مصلحة المنتجين حسب قانون الطلب تخفيض الإنتاج للحفاظ على السعر المرتفع وبذلك لا يعود التوازن لحالته الأصلية أبدا؛ وكذلك عند انخفاض السعر يكون العرض أكبر من الطلب، مما يؤدي بالمنتجين دائما لخفض السعر لزيادة البيع وطالما استمر السعر في الانخفاض سيكون دائما العرض أقل من الطلب حسب المنحنى في الشكل المقابل وبالتالي لا يعود التوازن لحالته الأصلية أبدا.

6-5. فائض المنتج وفائض المستهلك



أولا: فائض المستهلك

يعبر عن الفرق الافتراضي بين السعر الذي يقدر المستهلك على دفعه والسعر الذي دفعه فعلا، وينتج الفرق نتيجة تنافس المنتجين فيما بينهم وانخفاض السعر إلى سعر التوازن.

أي هو الفرق بين أكبر سعر ممكن في دالة أو منحنى الطلب و(سعر التوازن أو السعر الذي يدفعه المستهلك فعلا)، ويمثل المثلث المبين في الشكل المقابل وهو المساحة تحت منحنى الطلب إلى غاية سعر التوازن الذي يدفعه المستهلك:

ويحسب فائض المستهلك إذا كانت دالة الطلب خطية كما يلي:

غ » غ

غ » $(Pn-P^*)\times Q^*\times\frac{1}{2}=(nm)\times(me)\times\frac{1}{2}$

حيث Pn هي قيمة أقصى سعر طلب ممكن وهو عندما يكون الطلب معدوما؛

P* هو السعر التوازني؛ Q* هي الكمية التوازنية.

ويحسب فائض المستهلك إذا كانت دالة الطلب غير خطية كما يلي:

فائض المستهلك = تكامل منحنى الطلب فوق سعر التوازن؛ (لأن المساحة تحت المنحنى تحسب بالتكامل).

يتم استعمال معكوس دالة الطلب $P=f^{-1}(Q)$ بدلا من $Q=f(P)$ ، حيث يفترض وجود معكوس لدالة الطلب؛ ويحسب فائض المستهلك كما يلي: $Sc=\int_0^{Q^*} f^{-1}(Q_d)-P^*Q^*=\int_0^{Q^*} PdQ-P^*Q^*$

حيث PdQ تمثل معكوس دالة الطلب أي هي دالة للسعر بدلالة الكمية وتعوض فيها الكمية التوازنية.

ثانيا: فائض المنتج

ويحسب أيضا كما في فائض المستهلك (الشكل السابق) عن طريق المساحة فوق منحنى العرض إلى غاية سعر التوازن، وتفسير ذلك أن المنتجين يمكنهم بيع سلعتهم بأقل سعر ممكن ويحققون فائدة معتبرة ولكن أسعار السوق تسمح لهم ببيع منتوجهم بسعر التوازن أي بأكبر من أدنى سعر ممكن وبالتالي فإن فائض المنتج هو الفرق بين سعر التوازن وأدنى سعر يمكنه بيع سلعته به؛ فإذا كانت دالة العرض خطية فيمكن حساب فائض المنتج هندسيا كما يلي:

غ » غ

غ » $(P^*-Po)\times Q^*\times\frac{1}{2}$ » $(om)\times(me)\times\frac{1}{2}$

حيث Po هي قيمة أدنى سعر ممكن في دالة العرض أي عندما يكون العرض معدوما أو عندما يقطع منحنى العرض محور الكميات في نقطة معينة فيكون السعر معدوما.

P* هو السعر التوازني؛ Q* هي الكمية التوازنية.

ويحسب فائض المنتج إذا كانت دالة الطلب غير خطية كما يلي:

فائض المنتج = تكامل منحنى العرض تحت سعر التوازن (لأن المساحة تحت المنحنى تحسب بالتكامل)؛

يتم استعمال معكوس دالة العرض $P=f^{-1}(Q)$ بدلا من $Q=f(P)$ ، حيث يفترض وجود معكوس لدالة العرض؛ ويحسب فائض المنتج كما يلي: $Sp=P^*Q^*-\int_0^{P^*} f^{-1}(Q_s)=P^*Q^*-\int_0^{Q^*} Ps(Q)$

حيث تمثل $Ps(Q)$ معكوس دالة العرض أي هي دالة للسعر بدلالة الكمية وتعوض فيها الكمية التوازنية.

مثال 06-02! لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض كما يلي: $Q_{dx}=11-2P$ و $Q_{dx}=1+\frac{1}{2}P$

- أحسب كلا من فائض المستهلك وفائض المنتج هندسيا وحسابيا:

الحل!

أولا نبحث عن السعر والكمية التوازنية:

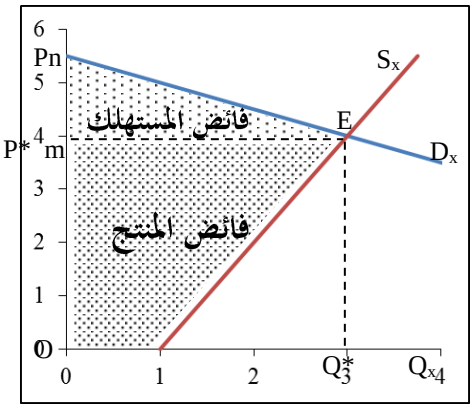
$$\begin{cases} Q_{sx}=Q_{dx} \Rightarrow 1+\frac{1}{2}P=11-2P \\ \Rightarrow \frac{1}{2}P+2P=11-1 \\ \Rightarrow \frac{5}{2}P=10 \\ \Rightarrow P^*=4 \end{cases}$$

وبالتعويض في دالة العرض أو الطلب نجد: $Q_{dx}^*=Q_{sx}^*=3$

ولإيجاد فائض المستهلك أو المنتج حسابيا (عن طريق التكامل لحساب المساحة تحت المنحنى) نحول دالتي الطلب والعرض إلى معكوسهما أي السعر بدلالة الكمية:

$$Q_{dx}=11-2P \Rightarrow P_{dx}=\frac{11}{2}-\frac{1}{2}Q$$

$$Q_{sx}=1+\frac{1}{2}P \Rightarrow P_{sx}=-2+2Q$$



أولا! فائض المستهلك

$$Sc = f^{-1}(Q_d) = \int_0^{Q^*} P\,dQ - P^*Q^*$$
$$= \int_0^3 \left(\frac{11}{2} - \frac{1}{2}Q\right) - 4\times 3$$
$$= \left[\frac{11}{2}Q - \frac{1}{4}Q^2\right]_0^3 - 12$$
$$= \left[\frac{11}{2}(3) - \frac{1}{4}(3)^2\right]_0^3 - 12$$
$$= 14.25 - 12$$
$$= 2.25$$

ثانيا! فائض المنتج

$$\begin{cases} Sp = f^{-1}(Q_s) = P^*Q^* - \int_1^{Q^*} Ps\,Q \\ = 3\times 4 - \int_1^3 (-2+2Q) \\ = 12 - \left[-2Q + Q^2\right]_1^3 \\ = 12 - \left[(-2(3)+(3)^2) - (-2(1)+(1)^2)\right]_1^3 \\ = 12 - [3-(-1)] \\ = 8 \end{cases}$$

والآن نحسب الفوائض عن طريق الأشكال (هندسيا):

أولا: فائض المستهلك $= (Pn - P^*)\times Q^* \times \frac{1}{2}$

حيث P_n هو أقصى سعر يمكن أن يدفعه المستهلك عندها يكون الطلب معدوما (منحنى الطلب يقطع محور الأسعار) وتعني:

$$Q_{dx} = 0 \Rightarrow 11 - 2P = 0 \Rightarrow P = 5.5$$

فيكون فائض المستهلك $= 3\times(5.5-4)\times\frac{1}{2} = 2.25$ (وهو مساحة مثلث قاعدته: الكمية التوازنية 3 وارتفاعه هو أقصى سعر 5.5 مطروحا منه سعر التوازن 4)

ثانيا: فائض المنتج $= (P^* - Po)\times Q^* \times \frac{1}{2}$

P_o هو أدنى سعر يمكن أن يبيع به المنتج وهو عند كون الكميات معدومة وبما أن منحنى العرض يقطع محور الكميات فإن أدنى سعر في هذه الحالة هو $P_x^s = 0$ وتكون أدنى كمية يبيعها المنتج هي:

$$P = 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2}P = 0 \Rightarrow Q_{sx} = 1$$

فيكون فائض المنتج $= (4-0)\times(3+1)\times\frac{1}{2} = 8$ (وهو مساحة شبه المنحرف قاعدتيه: الكميتين 1 و3 وارتفاعه: سعر التوازن 4 مطروحا منه أدنى سعر للمنتج $P_x^s = 0$).

6-6. التدخل الحكومي في الأسواق

تتدخل الحكومة في السوق وتؤثر في توازنه بالعديد من الوسائل أهمها: الضرائب، الإعانات وتحديد الأسعار؛ ولكن في حالة تحديد الأسعار قد لا يتحقق التوازن في السوق وذلك لظهور حالة فائض أو عجز في السلعة

كما سنرى؛ أما في حالة فرض الضرائب أو تقديم الإعانات لإنتاج سلعة معينة فستنتقل نقطة التوازن إلى نقطة جديدة يتقاطع فيها منحني العرض والطلب؛ فيكون عمل الحكومة لا يعيق التفاعل الحر في السوق عكس تحديد الأسعار الدنيا والقصوى.

أولا: التدخل بفرض الضرائب والإعانات

تؤثر الحكومة على توازن الأسواق (سعر وكمية التوازن) بفرض الضرائب على المنتجين وهي على نوعين:

أ. ضرائب نوعية

ويقصد بها المبلغ النقدي الذي تفرضه الحكومة على كل وحدة مباعة من طرف المُنْشَأة؛ وفرض الحكومة لهذه الضريبة يؤدي إلى تغيير دالة العرض وانتقال منحنى العرض إلى اليسار (محددات العرض) فتصبح دالة العرض كما يلي:

$$Qsx=c+d(P_x-t)$$

حيث تمثل t الضريبة النوعية المفروضة؛ فتكون إيرادات الدولة هي $T=t\times Q$ ؛

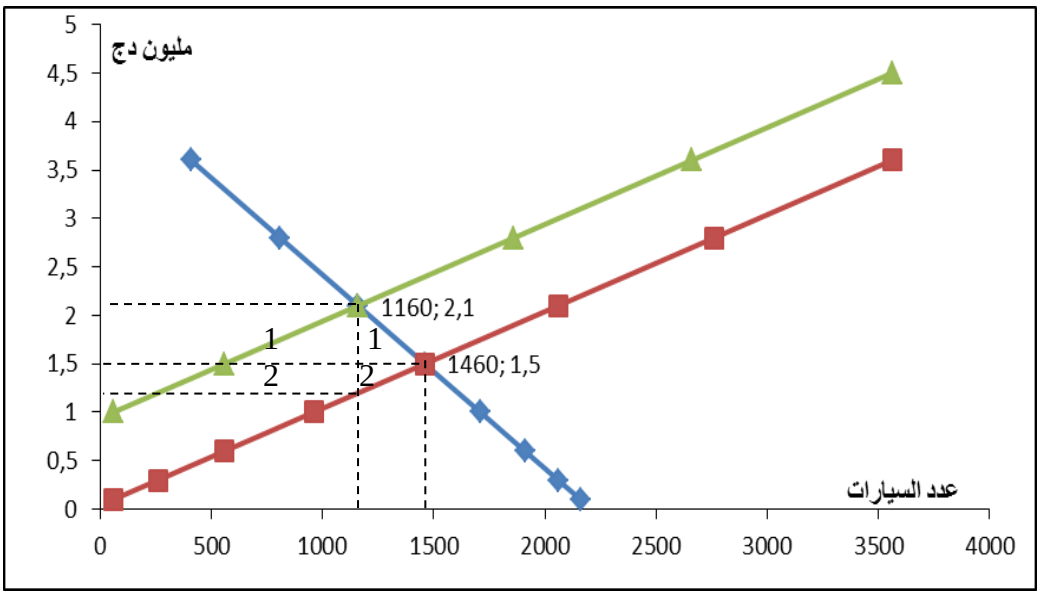
وبالتالي تكون الحكومة قد خلقت فجوة بين السعر الذي يدفعه المستهلك والسعر الذي يستقبله المنتج ويكون سعر الطلب الجديد يساوي سعر العرض مضافا إليه قيمة الضريبة أي: $P^d=P^s+t$ ؛ أو بعبارة أخرى يصبح سعر العرض أقل من سعر الطلب بقيمة الضريبة $P^s=P^d-t$ ؛ والفرق المتمثل في الضريبة تتحصل عليه الحكومة.

- السعر الذي يدفعه المستهلك: $P^d=P^s+t$ ويتم تعويضه في دالة الطلب؛
- السعر الذي يستلمه المنتج: $P^s=P^d-t$ ويتم تعويضه في دالة العرض؛

(ملاحظة: يكفي أن يتم تعويض واحد منهما فقط ويستنتج الثاني من الأول أو العكس)

- عبء الضريبة على المستهلك: $t_C=P^d-P^*$
- عبء الضريبة على المنتج: $t_P=P^*-P^s$

مثال 06-03! لنفترض التوازن بين دالتي العرض $(Qsx=-40+1000P_x)$ والطلب $(Qdx=2210-500P_x)$ لسوق السيارات في الجزائر عند سعر توازن (1,5 مليون دج) وكمية توازن (1460 سيارة) وأن الحكومة فرضت ضريبة نوعية على مستوردي السيارات بقيمة 0.9 مليون دج على السيارة الواحدة؛ فنتجت دالة عرض جديدة $(Qsx=-40+1000(P_x-0.9)=-940+1000P_x)$ وارتفع منحنى العرض كما هو مبين في الشكل:



الحل! أدى فرض الضريبة إلى انتقال منحنى العرض فنجد نقطة التوازن الجديدة من شرط التوازن: **إما** من خلال تعويض السعر الذي يستلمه المنتج في دالة العرض بما يساويه $P^s = P^d - t$ فنجد **السعر الذي يدفعه المستهلك**:

$$Q_d = Q_s \Rightarrow 2210 - 500P^d = -40 + 1000(P^d - 0.9)$$
$$\Rightarrow 2210 - 500P^d = -940 + 1000P^d \Rightarrow \boxed{P^d = 2.1}$$

أو من خلال تعويض السعر الذي يدفعه المستهلك في دالة الطلب $P^d = P^s + t$ فنجد **السعر الذي يستلمه المنتج**:

$$Q_d = Q_s \Rightarrow 2210 - 500(P^s + 0.9) = -40 + 1000P^s$$
$$\Rightarrow 1760 - 500P^s = -40 + 1000P^s \Rightarrow \boxed{P^s = 1.2}$$

فظهرت فجوة ضريبية بين سعر السوق الذي يدفعه المستهلك P^d (وهو سعر التوازن الجديد P^*) والسعر الذي يستقبله المنتج (بعد طرح الضريبة من سعر التوازن أو سعر المستهلك $P^s = P^d - t$) فنجد الكمية التوازنية الجديدة بتعويض $P^d = 2.1$ في دالة الطلب ($Q_d^* = 2210 - 500(2,1) = 1160$ أو في دالة العرض الجديدة $Q_s^* = -940 + 1000(2,1) = 1160$) أو تعويض $P^s = 1.2$ في دالة العرض القديمة فنجد $Qsx = -40 + 1000(1,2) = 1160$ ؛ فنستنتج ما يلي:

- عبء الضريبة على المستهلك لكل وحدة: $t_C = P^d - P^* = 2.1 - 1.5 = 0.6$

ويحسب العبء الكلي على المستهلك حتى نقطة التوازن من مساحة المستطيل 1 والمثلث 1:

$$0.6 * 1160 + 0.6 * (1460 - 1160)/2 = 786 DA$$

- عبء الضريبة على المنتج لكل وحدة: $t_P = P^* - P^s = 1.5 - 1.2 = 0.3$

ويحسب العبء الكلي على المنتج حتى نقطة التوازن من مساحة المستطيل 2 والمثلث 2:

$$0.3 * 1160 + 0.3 * (1460 - 1160)/2 = 393 DA$$

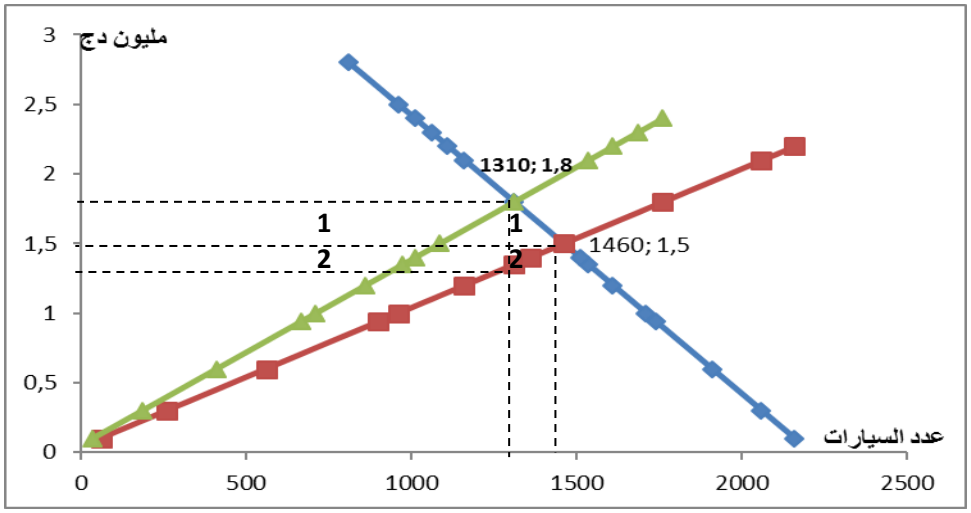
- إيرادات الدولة من الضريبة: $T = 0,9 \times 1160 = 1044 DA$

ب. ضرائب نسبية

ويقصد بها المبلغ النقدي الذي تفرضه الحكومة على شكل نسبة أو معدل من مبيعات المُنْشَأة أو المنتج؛ فتصبح دالة العرض كما يلي: $Qsx=c+dP_x(1-t)$

حيث تمثل t الضريبة النوعية المفروضة؛ فتكون إيرادات الدولة هي $T=t\times P\times Q$:

ولو طبقناها على نفس المثال السابق حيث كانت دالتي العرض ($Qsx=-40+1000P_x$) والطلب ($Qdx=2210-500P_x$) وكان سعر التوازن (1,5 مليون دج) وكمية التوازن (1460 سيارة)؛ ولو أدخلنا ضريبة نسبية قدرها (25%) فستنتج دالة عرض جديدة $(Qsx=-40+1000P_x(1-0.25)=-40+750P_x)$ ويرتفع منحنى العرض كما يلي:



إذن يصبح $P^d=\frac{P^S}{(1-t\%)}$ أو $P^S=P^d(1-t\%)$

فرض الضريبة أدى إلى انتقال منحنى العرض فنجد نقطة التوازن من شرط التوازن: **إما** من خلال تعويض السعر الذي يستلمه المنتج في دالة العرض بما يساويه $P^S=P^d(1-0.25)$ فنجد **السعر الذي يدفعه المستهلك**:

$$Q_d=Q_s \Rightarrow 2210-500P^d=-40+1000P^d(1-0.25)$$
$$\Rightarrow 2210-500P^d=-40+750P^d$$
$$\Rightarrow P^d=1.8$$

ثم تعويضه في العلاقة السابقة لإيجاد سعر المنتج $P^S=1.35$

أو تعويض السعر الذي يدفعه المستهلك في دالة الطلب $P^d=P^S/(1-25\%)$ فنجد **السعر الذي يستلمه المنتج**:

$$Q_d=Q_s \Rightarrow 2210-500P^S/(1-25\%)=-40+1000P^S$$
$$\Rightarrow 2210-666.67P^S=-40+1000P^S$$
$$\Rightarrow P^S=1.35$$

ثم تعويضه في العلاقة السابقة لإيجاد سعر المستهلك $P^d=2.1$

فظهرت فجوة ضريبية بين سعر السوق الذي يدفعه المستهلك (وهو سعر التوازن الجديد) و السعر الذي يستقبله المنتج (بعد طرح الضريبة من سعر التوازن أو سعر المستهلك) فنجد الكمية التوازنية الجديدة بتعويض $P^d = 1,8$ في دالة الطلب $Q_d^* = 2210 - 500(1,8) = 1310$ (أو دالة العرض الجديدة $Q_s^* = -40 + 750(1,8) = 1310$) أو تعويض $P^S = 1.35$ في دالة العرض القديمة فنجد $Qsx = -40 + 1000(1,35) = 1310$.

ويتم بنفس الطريقة السابقة(يترك هذا للطالب) حساب كُلاً من عبء الضريبة على المستهلك، وعلى المنتج، وإيرادات الدولة؛ ونلاحظ أنه عند فرض ضريبة نسبية سينتقل منحنى العرض يسارا وتتزايد **المسافة الرأسية** بين المنحنى الجديد والمنحنى الأصلي كلما ارتفع السعر حيث تمثل تلك المسافة مقدار الضريبة وهي نسبة ثابتة (وليست قيمة) مضروبة في السعر لذا تتزايد الإيرادات مع تزايد السعر؛ و ثبات معدل الضريبة النسبية هو ما يجعل المسافة الرأسية تتزايد بتزايد السعر والكمية.

ج. مؤشر الضريبة

مؤشر الضريبة يقيس نسبة زيادة سعر المستهلك مقارنة بانخفاض سعر المنتج فكلما كان أكبر من (01) كلما تحمل المستهلك العبء الأكبر من الضريبة، وكلما كان أقل من (01) كلما تحمل المنتج العبء الأكبر من الضريبة؛ ويحسب كما يلي[1]:

$$\frac{E_p^S}{E_p^d} = \frac{\Delta P^d}{\Delta P^S}$$

فلو كانت مثلا مرونة العرض تساوي +2 ومرونة الطلب تساوي -5,0 فسيكون مؤشر الضريبة يساوي -4 فنقول بأن زيادة سعر المستهلك كانت بأربع مرات ضعف زيادة سعر المنتج (مرونة العرض أكبر بأربع مرات من مرونة الطلب) فلو كان هناك ضريبة نوعية بمقدار 10 دج على كل وحدة منتجة سيرتفع سعر المستهلك بـ: 08دج وينخفض سعر المنتج بـ: 02دج فيكون المستهلك هو من يتحمل العبء الأكبر من الضريبة؛

ويتوزع عبء الضريبة بين المنتج والمستهلك حسب مرونتي العرض والطلب عادة كما يلي[2] :

- الطلب عديم المرونة أو العرض لا نهائي المرونة: يتحمل المستهلك كل الضريبة؛
- الطلب لا نهائي المرونة أو العرض عديم المرونة: يتحمل المنتج كل الضريبة؛
- الطلب والعرض متساويان في المرونة: تتوزع الضريبة بالتساوي بين المنتج والمستهلك؛
- مرونة الطلب أقل من مرونة العرض: يتحمل المستهلك العبء الأكبر من الضريبة؛

[1]- *Karl E. Case, Ray C. Fair & Sharon M. Oster; Op Cit; PP: 396-397.*

[2]- أسامة أحمد الفيل؛ عفاف عبد العزيز عايد، عبير شعبان عبده وسحر عبد الرؤوف القفاش؛ مبادئ الاقتصاد الجزئي؛ دار التعليم الجامعي للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية جمهورية مصر العربية؛ 2013؛ ص: 169-170.

- مرونة العرض أقل من مرونة الطلب: يتحمل المنتج العبء الأكبر من الضريبة.

باختصار من كانت مرونته أقل يتحمل العبء الأكبر بنسبة مرونته لمرونة الآخر.

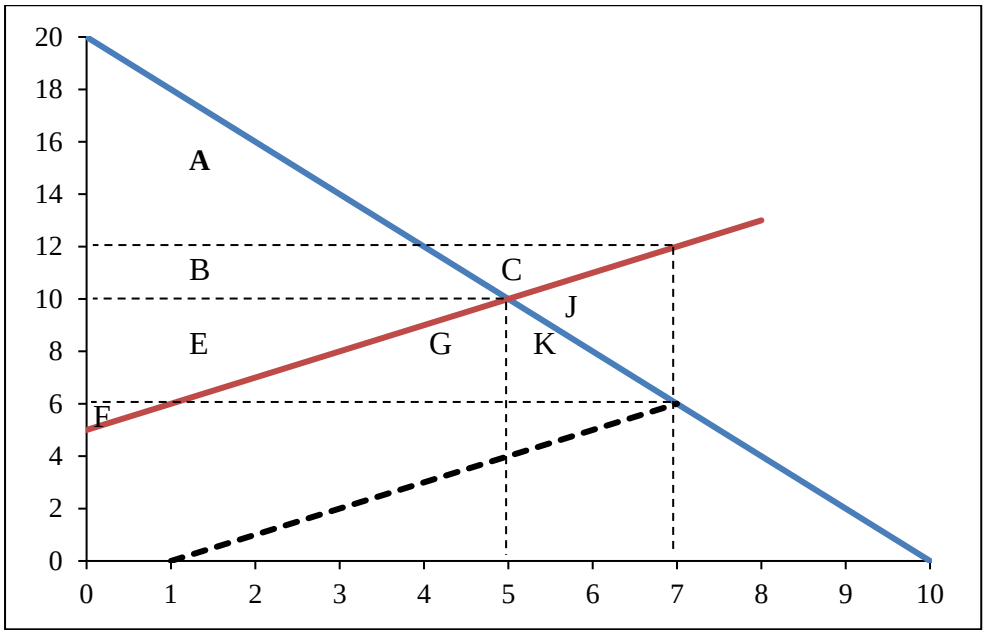
د. منح الإعانات

رأينا فيما سبق أن الحكومة تفرض ضرائب غير مباشرة على بعض السلع والخدمات من أجل زيادة الإنفاق العام أو التخفيف على موازنة الدولة؛ وقد تقوم الحكومة بدفع إعانات لمنتجي بعض السلع من أجل تحقيق أهداف معينة؛ ويقصد بها المبلغ النقدي الذي تمنحه الحكومة لحث المنتجين على إنتاج سلعة معينة (الخبز)؛ فتزيد الكميات المعروضة من هذه السلعة وينتقل منحنى العرض إلى اليمين بمقدار الإعانة المتحصل عليها وتكون دالة العرض الجديدة كما يلي:

$$Qsx=c+d(P_x+s)$$

ويمكن النظر إليها على أنه ضريبة سلبية نرمز لها (S) فيكون سعر السوق الذي يدفع المستهلك هو P^d ؛ وتدفع الحكومة في السوق إعانة تقدر بـ(S) للوحدة الواحدة فوق سعر المستهلك فيصبح سعر المنتج $P^S=P^d+s$ ؛ أي أن سعر المستهلك أقل من سعر المنتج $P^d=P^S-s$ بمقدار الإعانة المدفوعة في السوق؛ فتكون آثار الإعانة معاكسة تماما لآثار الضريبة فيزداد مستوى إنتاج السوق ويزداد معه فائض كل من المنتج والمستهلك مقارنة بما سبق؛ وستنخفض ميزانية الحكومة بسبب نفقاتها على الإعانة.

مثال 06-04! لتكن دالتي العرض ($Qsx=-5+P_x$) والطلب ($Qsx=10-0,5P_x$)؛ فلو دفعت الحكومة إعانة في السوق بمقدار 3دج لكل وحدة؛ فستصبح دالة العرض $(Qsx=-5+(P_x+6)=Qsx=1+P_x)$ وتمثيلهما البياني:



الحل! نلاحظ من الشكل أن توازن السوق كان عند سعر 10 وكمية 5؛ أما بعد دفع الإعانة فنلاحظ انتقال منحنى العرض لأسفل اليمين فينتقل التوازن إلى سعر 6 وكمية 7 وهو سعر المستهلك $P^d=6$ بعد دفع الإعانة؛ ويستلم المنتج سعرا قدره $P^S=P^d+6=12$ ؛

- **نصيب المستهلك** من الإعانة لكل وحدة منتجة: $s_C=P^*-P^d=10-6=4$ ويحسب النصيب الكلي (**زيادة الفائض**) حتى نقطة التوازن من مساحة شبه المنحرف $(E+G+K)$: $(10-6)*(5+7)/2=24DA$ ؛

- إذن **فائض المستهلك** كان $(A+B)$: $5*(20-10)/2=25DA$ ؛ فأصبح بعد دفع الإعانة وحصول المستهلك على نصيبه منها $(A+B+E+G+K)$: $7*(20-6)/2=49DA$

- **نصيب المنتج** من الإعانة لكل وحدة منتجة: $t_P=P^S-P^*=12-6=6$ ويحسب النصيب الكلي (**زيادة الفائض**) حتى نقطة التوازن من مساحة شبه المنحرف $(B+C)$: $(12-10)*(5+7)/2=12DA$ ؛

- إذن **فائض المنتج** كان $(E+F)$: $5*(10-5)/2=12,5DA$ ؛ فأصبح بعد دفع الإعانة وحصول المنتج على نصيب منها $(B+C+E+F)$: $7*(12-5)/2=24,5DA$

- ما **تكلفته ميزانية الدولة** بسبب الإعانة: $S=s\times Q^*=3\times 7=21$

ثانيا: التدخل بتحديد الأسعار

يتحدد السعر في السوق الحرة بعاملي العرض والطلب وتتدخل الحكومة أحيانا بتحديد أسعار معينة قد تكون قصوى أو دنيا وتسعى الحكومة بذلك إلى تقديم تركيبتين آليتين الأولى تسعى لتوزيع السلع والخدمات النادرة وتسمى تسقيف الأسعار (ترشيد، تقنين، تحديد استهلاك، وضع حد أعلى، تحصيص إعادة توزيع بمقادير أو على شكل حصص بين المستهلكين خاصة في فترات الحروب والأزمات وهكذا) وذلك عند كون الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة وغالبا ما تقدم في فترات الأزمات لحماية القدرة الشرائية وإعادة توزيع الدخول بين الأفراد (مثل إيجار السكنات)؛ والثانية هي أرضية للأسعار وغالبا ما تقدم لحماية دخول المنتجين واستمرارهم في الأسواق وذلك عند كون الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة فتتخذ الحكومة إجراءات أخرى لتصريف الفائض.

أ. تسقيف الأسعار

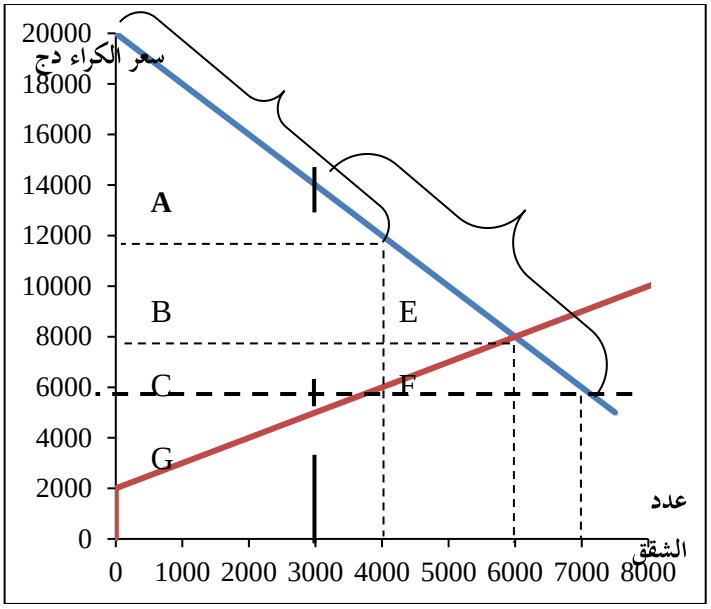
وهي سياسة وضع حد أعلى للأسعار عند وجود عجز عرض ويكون تسقيف الأسعار تحت سعر التوازن[1] وسيكون إنتاج السوق أدنى مقارنة بالمستوى التوازن وسينخفض فائض المنتج وينتقل بعض منه وليس كله إلى المستهلك[2].

مثال 06-05: لتكن دالتي العرض $(Qsx=-2000+P_x \;/\; P_x\geq 200)$ والطلب $(Qsx=10000-0,5P_x)$ على شقق للكراء؛ فيكون سعر وكمية التوازن $(P^*=8000;\; Q^*=6000)$ وتمثيلهما

[1]- لأنه لو كان التسقيف فوق سعر التوازن فسيكون ذلك دون أثر يذكر على قوى السوق العرض والطلب لتحقيق توازن السوق.

[2]- ضياء مجيد؛ مرجع سابق؛ ص 48-49..

البياني المقابل؛ ولنفترض أن الحكومة حددت سعرا أعلى لكراء الشقة مقداره 6000دج فيكون هذا السعر غير توازني إذ يعرض مالكو الشقق 4000 شقة بينما يرغب المستهلكون عند نفس السعر في كراء 7000 شقة؛ فسياسة مراقبة الأسعار خفضت من العرض بمقدار 2000 شقة (6000-4000) وزادت من الطلب بمقدار 1000 شقة (6000-7000) فظهر ما يسمى بعجز في عرض الشقق.



قبل التسعير! ملاحظة (MD) تعني مليون دج

- فائض المستهلك كان $(A+B+E)$: $[(20000-8000)*6000/2=36MD]$ وهي المساحة تحت منحنى الطلب وفوق سعر التوازن (سعر المستهلك)؛
- فائض المنتج كان $(C+F+G)$: $[(8000-2000)*6000/2=18MD]$ وهي المساحة فوق منحنى العرض وتحت سعر التوازن (سعر المنتج)؛

بعد التسعير! ملاحظة (MD) تعني مليون دج

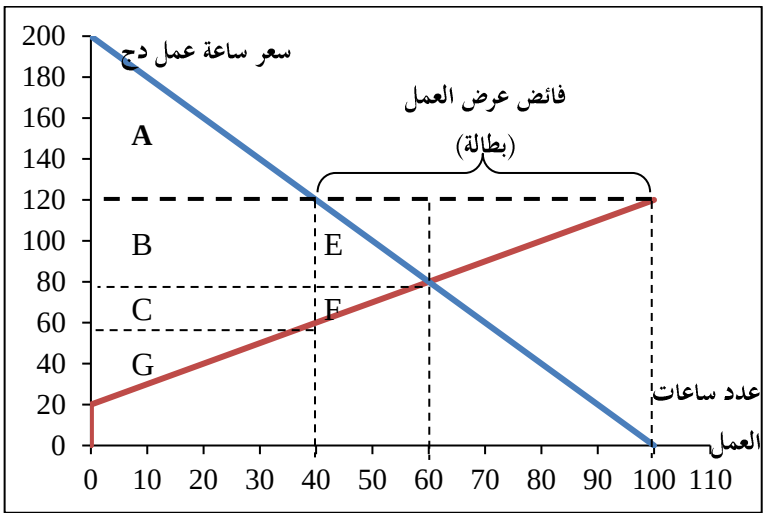
- فائض المنتج بعد التسعير يعرض المنتجون من 0 إلى4000 شقة على منحنى العرض فيستقبل العارضون فائضا مقداره مساحته المثلث (G) فوق منحنى العرض إلى غاية سعر التسقيف 6000 وإلى غاية كمية 4000 شقة: $(6000-2000)*4000/2=8MD$ فيكون قد انخفض بمقدار $(C+F=10MD)$؛ والزبائن المحظوظون للحصول على 4000 شقة يدفعون 6000دج بدلا من 8000دج.
- فائض المستهلك: وهي حالة مستهلكين ذوي رغبة قوية لكراء 4000 شقة المتوفرة في أعلى منحنى الطلب والمستعدون لدفع من أدنى سعر ممكن(سعر التسقيف) 6000دج حتى أعلى سعر طلب ممكن وهو20000دج (أي أعلى نقطة في منحنى الطلب)؛ فيكون فائض المستهلك ما مساحته شبه المنحرف$(A+B+C)$ أي تحت منحنى الطلب بين 0 و4000 شقة ومن أعلى سعر طلب ممكن $(20000DA)$ انخفاضا لغاية سعر التسقيف 6000 دج $[4000*((20000-6000)+(12000-6000))/2=40MD]$ ويساوي40 مليون دج؛

ب. الأرضية السعرية

لقد تم انتقاد تسقيف الأسعار كثيرا خصوصا من المنتجين الذين تنخفض دخولهم وبعض الحجج استعملت كذلك من أجل سياسة الأرضية السعرية وهو السعر الأدنى الذي لا تسمح الحكومة بالبيع أقل منه ويكون فوق سعر التوازن وتكون النتيجة أن فائضا في عرض السلعة وأكبر من الكمية المطلوبة؛ وأحسن مثال على ذلك هو سعر العمل (الحد الأدنى المضمون من الأجر) فلا يسمح القانون بدفع أجر العمال بأقل من 18000دج من قبل عارضي العمل وبما أن الأجر الأدنى المضمون فوق سعر التوازن فستكون كمية العمل المعروضة من قبل الأفراد أكبر من كمية العمل المطلوبة من قبل المسْتَخْدِمِين والنتيجة هي بطالة مما يعني أن الحد الأدنى يرفع دخول الأفراد العاملين ويخفض دخول الأفراد غير العاملين أو الذين لا يستطيعون إيجاد عمل ولنفهم الحد الأدنى للأجور يجب أن نأخذ بعين الاعتبار مختلف أنواع أسواق العمل حيث يعتمد تأثير الحد الأدنى للأجور على خبرة وتجربة العامل؛ فذوي الخبرة والمهارة لا يتأثرون بهذا التحديد للسعر لأن أجورهم أصلا فوق هذا المستوى؛ وله تأثير كبير على صغار العمال فيكون توازنهم أقل من سعر السوق بالإضافة إلى أنهم يقبلون بأجور أدنى مقابلة اكتساب الخبرة في العمل (فالعديد من الاقتصاديون لا يدرسون تحديد الأسعار الدنيا عامة وإنما على صغار العمال فقط)؛ وعندما تفرض الحكومة أرضيات سعرية أعلى من سعر توازن السوق تترتب عليه الآثار التالية:

- عدم وضوح السوق ويكون هناك فائض في عرض السلعة أو الخدمة في السوق؛
- انخفاض الكميات المطلوبة أي يسعى المستهلكون لشراء كميات أقل من ذي قبل؛
- انخفاض فائض المستهلك وسيتحول بعضه (وليس كله) إلى المنتج؛
- بسبب وجود فائض عرض سيعتمد فائض المنتج على **طريقة عرضه** للسلعة وقد ينخفض وقد يرتفع؛

مثال 06-06! لتكن دالتي العرض ($Qsx=-20+P_x \ / P_x \geq 20$) والطلب ($Qsx=100-0,5P_x$) في **سوق العمل**؛ فيكون سعر وكمية التوازن ($Q^*=60; \ P^*=80$) وتمثيلهما البياني المقابل؛ ولنفترض أن الحكومة حددت سعرا أدنى لساعات العمل مقداره 120دج فيكون هذا السعر غير توازني لأنه عند هذا السعر يعرض الأفراد100 ساعة عمل بينما يطلب المستَخْدِمُون عند نفس السعر40 ساعة عمل؛ فسياسة مراقبة الأسعار خفضت من الطلب بمقدار20 ساعة عمل (40-60) وزادت من العرض بمقدار 40 ساعة عمل (60-100) فظهر ما يسمى **بفائض** في عرض العمل نتجت عنه بطالة مقدارها 60 ساعة عمل (يصبح الأفراد هنا هم العارضون للعمل والمستخدمون هم الطالبون للعمل).



قبل التسعير!

- فائض المستهلك (المستَخْدِم) كان مساحة المثلث $(A+B+E)$: وهي المساحة تحت منحنى الطلب وفوق سعر التوازن (سعر المستهلك أو المستَخْدِم) $[(200-80)*60/2=3600DA]$ ؛
- فائض المنتج (الأفراد) كان مساحة المثلث $(C+F+G)$: وهي المساحة فوق منحنى العرض وتحت سعر التوازن (سعر المستهلك أو المستَخْدِم) $[(80-20)*60/2=1800DA]$ ؛

بعد التسعير!

فائض المستهلك(المستخدم): يستقبل المستهلك (المسْتَخْدَم) فائضا مقداره مساحة المثلث (A) تحت منحنى الطلب إلى غاية سعر الأرضية 120دج للساعة وإلى غاية كمية 40 ساعة عمل: $(200-120)*40/2=1600DA$ ؛ فيكون قد انخفض بمقدار $(B+E=2000DA)$ ؛ والمسْتَخْدِمُون (الطلب المحظوظون للحصول على 40 ساعة من سوق العمل يدفعون 120دج بدل 80دج للساعة فيتعرضون بذلك لتكاليف مقدارها$(+B-F)$ ولمعرفة كيف يتأثر بالأرضية السعر (الحد الأدنى) كل من فائض المنتج (الأفراد العارضون للعمل)، الفوائد الاقتصادية الصافية، والخسارة الاقتصادية؛ يجب أن نعرف أن كل العارضين للعمل (100 آخر كمية على منحنى العرض) يرغبون في العمل ولكن قليل منهم فقط من يجد عمل (40 ساعة عمل) فنحدد الخيارات الممكنة لفائض المستهلك بافتراض حالتين:

فائض المنتج: وهي حالة أفراد ذوي رغبة قوية للحصول على 40 ساعة عمل المتاحة في أدنى منحنى العرض والمستعدون للعمل مقابل 60دج؛ فيكون فائض المنتج ما مساحته شبه المنحرف $(B+C+G)$ $[40*((120-60)+(120-20))/2=3200DA]$ أي فوق منحنى العرض وبين 0 و40 ساعة عمل ومن سعر الأرضية 120دج حتى أدنى سعر عرض ممكن 20دج؛ وهذا هو فائض المنتج.

أخيرا وبالإضافة لتدخل الحكومة بالضرائب وتحديد الأسعار فهناك سياسات أخرى تتبعها الحكومة في هذا المجال مثل **الحصص الإنتاجية** المحددة للعرض؛ وأيضا مثل **تدعيم الأسعار في القطاع الزراعي** مما يزيد من فائض المنتجين عن طريق: إما برامج تحديد المساحات الزراعية وإما برامج الشراء الحكومية لشراء فائض العرض من المنتجات؛ وكذلك عندما يكون السعر في السوق أقل من سعر التوازن يرغب المستهلكون في استيراد السلع مما

يقود الحكومة لفرض **حصص استيرادية وتعريفات** لتدعيم أسعار المنتجات المحلية خصوصا عند الخوف من الضرر على الإنتاج المحلي بسبب بالاستيراد؛ وغير ذلك من السياسات التي تراها الحكومة في صالح المجتمع

6-7. تمارين الفصل

تمرين 01

لنفترض أن طلب وعرض السوق لسلعة الدقيق أسبوعيا يتبعان المعادلتين التاليتين:

$$Q_X^d = 300 - 20P_x$$

$$Q_X^S = -100 + 20P_x$$

1. أرسم منحني الطلب والعرض بقيم افتراضية (0;5;10;15)؛ وأوجد سعر وكمية التوازن؛
2. ماذا يحدث لو ثبّت المنتجون سعر البيع في 15؛ واشرح عملية التصحيح التي ستحدث في السوق؛
3. لنفترض أن سعر الحنطة (كبديل للدقيق) قد تضاعف مما يؤدي لتضاعف الطلب على الدقيق؛ أكتب معادلة الطلب الجديدة؛ وأوجد سعر وكمية التوازن الجديدين

الحل!

1ـ تشكيل جدول ورسم منحني العرض والطلب

P_X	Q_{X1}^d	Q_X^S	Q_{X2}^d
0	300	/	600
5	200	0	400
10	100	100	200
15	0	200	0

نلاحظ من الجدول والشكل أن نقطة التوازن تتمثل في $P^*=10$ و $Q^*=100$

ويمكن إيجاد النقطة التوازنية بطريقتين:

طريقة شرط التوازن

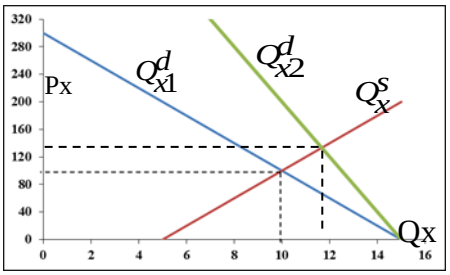
$$Q_X^d = Q_X^S \Rightarrow 300 - 20P_x = -100 + 20P_x$$
$$\Rightarrow 300 + 100 = 20P_x + 20P_x$$
$$\Rightarrow 400 = 40P_x$$
$$\Rightarrow P^* = 10$$

وبتعويض سعر التوازن في دالة الطلب فقط (أو العرض فقط) نجد:

$$Q_x^{d*} = 300 - 20(10) = 100$$
$$Q_x^{S*} = -100 + 20(10) = 100$$

الطريقة المباشرة:

$$P^* = \frac{a-c}{d+b} = \frac{300-(-100)}{20+20} = \frac{400}{40} = 10$$



$$Q^* = \frac{ad+bc}{d+b} = \frac{(300)(20)+(20)(-100)}{20+20} = \frac{6000-2000}{40} = 100$$

1. لو ثبت المنتجون سعر البيع في 15 فسيكون هناك فائض في العرض لأن العرض أكبر من الطلب لذلك سيتنافس المنتجون على عدد قليل من المستهلكين مما يدفع بالسعر إلى أسفل والعود لنقطة التوازن.
2. بعد تضاعف الطلب على الدقيق نتيجة لتضاعف سعر الحنطة كبديل للدقيق تصبح دالة الطلب كما يلي:

$$Q_X^d = 600 - 40P_x$$

$$Q_X^d = Q_X^S \Rightarrow 600-40P_x = -100+20P_x$$
$$\Rightarrow 700 = 60P_x$$
$$\Rightarrow P^* = 11{,}67$$
$$\Rightarrow Q^* = 13333$$

وباستعمال طريقة شرط التوازن نجد السعر والكمية التوازنية

تمرين 02

لنفترض أن منحنيي الطلب والعرض لسلعة البيض في مدينة "تبسة" أسبوعيا يتبعان المعادلتين التاليتين:

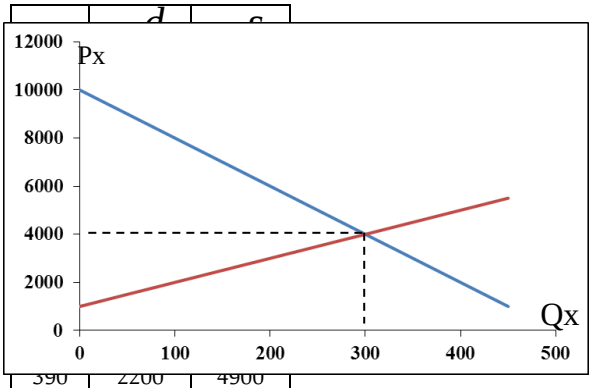
$$Q_X^d = 10000-20P_x$$
$$Q_X^S = 1000+10P_x$$

حيث تمثل Q_X^d عدد علب البيض التي يرغب المستهلكون بشرائها أسبوعيا؛ وتمثل Q_X^d عدد علب البيض التي يرغب المنتجون ببيعها سنويا؛ ويمثل P_x سعر علبة البيض بالدينار الجزائري؛

1. قم بتشكيل جدول تحدد فيه الكميات المطلوبة والمعروضة المقابلة لمستويات الأسعار التالية: 00، 210، 240، 270، 300، 330، 360، 390، 420، 450؛
2. من خلال الجدول السابق أوجد سعر التوازن وكمية التوازن؛
3. ارسم منحنيي الطلب والعرض وحدد سعر وكمية التوازن هندسيا.

الحل:

1. تشكيل الجدول:
2. من خلال الجدول المقابل يظهر بأن الكمية المعروضة مع تتساوى مع الكمية المطلوبة في $Q^*=400$ وذلك عند سعر توازني هو $P^*=30$ ؛



390	2200	4900
420	1600	5200
450	1000	5500

3. رسم المنحنيين:

تمرين 03!

لتكن لدينا دالتي العرض والطلب على الحليب شهريا كما يلي: $Q_x^d = 40 - 0{,}4P$ ؛ $Q_x^s = \frac{3}{2}P - 17$ ؛

1. أحسب فائض المستهلك وفائض المنتج إذا علمت أن سعر التوازن هو 30دج (هندسيا وحسابيا).
2. وماهو التغير في فائض المستهلك إذا انخفض السعر إلى 20دج؟

الحل!

1. يبين الشكل التالي منحنى الطلب على الحليب؛ وحين كان السعر 30دج كانت الكمية المطلوبة 28 لتر؛ فيكون فائض المستهلك هو المساحة تحت منحنى الطلب وفوق سعر التوازن وهي مساحة المثلث (A) أما فائض المنتج فهي فوق منحنى العرض إلى غاية سعر التوازن ونحسبهما كما يلي:

أولا! نحسب الفوائض عن طريق الأشكال (هندسيا):

- فائض المستهلك = $(Pn - P^*) \times Q^* \times \frac{1}{2}$

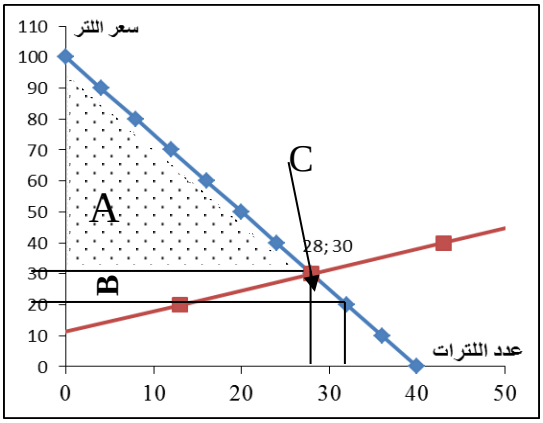
حيث P_n هو أقصى سعر يمكن أن يدفعه المستهلك عندما يكون الطلب معدوما (منحنى الطلب يقطع محور الأسعار) ويعني: $Q_x^d = 0 \Rightarrow 40 - 0{,}4P = 0 \Rightarrow P = 100$

فيكون فائض المستهلك $= 28 \times (100 - 30) \times \frac{1}{2} = \boxed{980}$ (وهو مساحة مثلث قاعدته: الكمية التوازنية 28 وارتفاعه هو أقصى سعر 100 مطروحا منه سعر التوازن 30)

- أما فائض المنتج = $(P^* - Po) \times Q^* \times \frac{1}{2}$ حيث:

P_o هو أدنى سعر يمكن أن يبيع به المنتج وهو عند كون الكميات معدومة وبما أن منحنى العرض يقطع محور الأسعار فإن أدنى كمية هي 0 ويكون أدنى سعر يبيع به المنتج هو:

$$Q_x^s = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}P - 17 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_x = 11.33$$



فيكون فائض المنتج $= (28) \times (30 - 11.33) \times \frac{1}{2} = 261.33$ (وهو مساحة مثلث قاعدته الكمية التوازنية 28؛ وارتفاعه: سعر التوازن 30 مطروحا منه أدنى سعر للمنتج 11.33).

ثانيا: نحسب الفوائض عن طريق الأشكال (هندسيا):

دائما ولإيجاد فائض المستهلك أو المنتج حسابيا (عن طريق التكامل) نحول دالتي الطلب والعرض إلى معكوسهما أي السعر بدلالة الكمية:

$$Q_x^d = 40 - 0{,}4P \Rightarrow P = 100 - \frac{5}{2}Q$$

$$Q_x^s = \frac{3}{2}P - 17 \Rightarrow P = \frac{2}{3}Q + \frac{34}{3}$$

فائض المستهلك: ويحسب تحت منحنى العرض من أعلى سعر للمستهلك للأسفل حتى سعر التوازن:

$$\begin{aligned} Sc = f^{-1}(Q_d) &= \int_0^{Q^*} P dQ - P^*Q^* \\ &= \int_0^{28}(100 - \frac{5}{2}Q) - 30 \times 28 \\ &= \left[100Q - \frac{5}{4}Q^2\right]_0^{28} - 840 \\ &= \left[100(28) - \frac{5}{4}(28)^2\right]_0^{28} - 840 \\ &= 1820 - 840 \\ &\boxed{Sc = 980} \end{aligned}$$

فائض المنتج: ويحسب فوق منحنى العرض من سعر التوازن للأسفل حتى أدنى سعر للمنتج (وأقل سعر للمنتج في هذه الحالة هو $P_x^s = \frac{34}{3}$ وذلك عند كون $Qs = 0$ كما رأينا في الشكل السابق)

$$\begin{aligned} Sp = f^{-1}(Q_s) &= P^*Q^* - \int_0^{Q^*} Ps\,Q \\ &= 30 \times 28 - \int_0^{28}(\frac{2}{3}Q + \frac{34}{3}) \\ &= 840 - \left[\frac{2}{6}Q^2 + \frac{34}{3}Q\right]_0^{28} \\ &= 840 - \left[(\frac{2}{6}(28)^2 + \frac{34}{3}(28)\right]_0^{28} \\ &= 840 - [261{,}33 + 317{,}33] \\ &\boxed{Sp = 261{,}33} \end{aligned}$$

2. حين انخفض سعر الحليب إلى 20دج بدل 30دج أصبحت الكمية المطلوبة 32 لتر؛ فيضاف للفائض السابق مساحة المربع (B): $(30-20)\times(28) = 280$ ومساحة المثلث الصغير (C): $\frac{1}{2}\times(30-20)\times(32-28) = 20$؛ فيكون فائض المستهلك هو: $1280 = 20 + 280 + 980$؛ أي بارتفاع قدره 30دج؛ ويمكن إعادة حساب كل من فائض المنتج والمستهلك بالطريقة السابقة في السؤال الأول.

تمرين 04

قُدِّرت افتراضا دالة الطلب على البنزين في الجزائر شهريا بالمعادلة التالية: $Q_X^d = 500 - 40P_x + 10I$ حيث P_x يمثل سعر البنزين و/ متوسط دخل الفرد بالألف دج؛ ولنفترض أن دالة عرض الشركات للبنزين قُدِّرت شهريا بالمعادلة التالية: $Q_X^S = -100 + 60P_x$؛

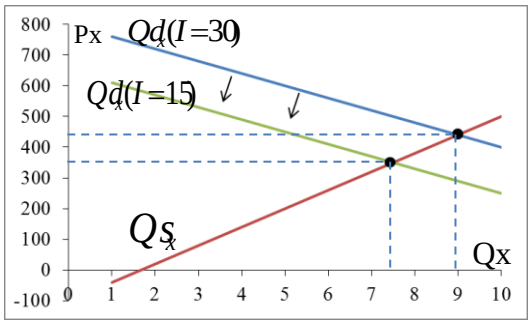
1. ماهو سعر وكمية التوازن في السوق عند $I = 30$؛

د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz
قناة اليوتيوب: https://www.youtube.com/watch?v=Vp09A7rOqh4&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=2

2. ماذا يحدث لمنحنى الطلب إذا انخفض الدخل إلى $I=15$ ؛ وأحسب كمية وسعر التوازن الجديدين؛
3. ارسم منحني الطلب والعرض قبل وبعد تغير الدخل لتبيان أثره.

الحل!

1. نعوض $I=30$ في دالة الطلب فنجد $Q_X^d=800-40P_x$ ؛ وعند توازن السوق $P_X^d=P_X^S$ أو $Q_X^d=Q_X^S$ أي:
$800-40P_x=-100+60P_x$ ؛ فنجد $P_x^*=9$ و $Q^*=440$ ؛
2. إذا انخفض الدخل إلى $I=15$ فستنخفض الكميات المطلوبة عند كل مستويات الأسعار الثابتة أي ينخفض الطلب العام وينتقل منحنى الطلب إلى جهة اليسار (العلاقة بين الدخل والكميات طردية بسبب إشارة I الموجبة في دالة الطلب)؛ ويصبح سعر وكمية التوازن الجديدين كما يلي:



$$Q_X^d=Q_X^S \Rightarrow 650-40P_x=-100+60P_x$$
$$\Rightarrow P_x^*=7.5$$
$$\Rightarrow Q^*=350$$

3. رسم منحني العرض قبل وبعد التغير.

تمرين 05

لتكن دالتي الطلب والعرض على سلعة ما كما يلي: $Q_x^d=25-3P$ ؛ $Q_x^S=5+4P$ ؛

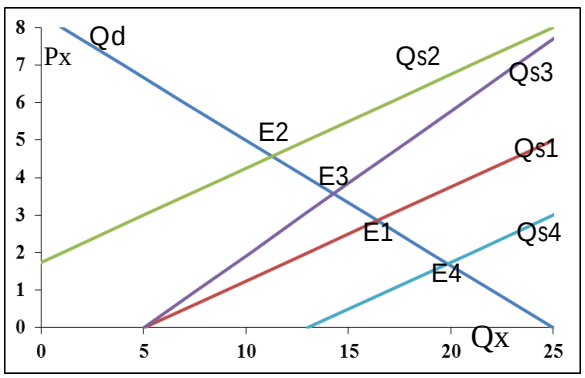
1. حدد الفرق بين فرض الدول لضريبة نوعية مقدارها 3دج على كل وحدة مباعة؛ أو فرض ضريبة نسبية على كل مبيعات المُنْشَأة مقدارها 35%؛
2. ماذا لو قدمت الدول إعانة قدرها 2دج؛
3. ارسم كلا منحني العرض والطلب وبين التغيرات (ضريبة نوعية، ضريبة نسبية أو الإعانة) في نفس المنحنى.
4. بين عبء المنتج والمستهلك في نفس المنحنى وأحسب إيرادات الدولة.

الحل!

1. نبحث عن نقطة التوازن الأصلية فنجدها:

$$Q_X^d=Q_X^S \Rightarrow 25-3P_x=5+4P_x$$
$$\Rightarrow P_x^*=2.86$$
$$\Rightarrow Q^*=16.4$$

وهو ما تمثله نقطة التوازن E1 وهي تقاطع منحنى الطلب Qd مع منحنى العرض Qs1؛



د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسَّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz
قناة اليوتيوب: https://www.youtube.com/watch?v=Vp09A7rOqh4&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=2

وبعد فرض **ضريبة نوعية** مقدارها 3دج تصبح دالة العرض كما يلي: $Q_x^s = 5+4(P-3) = -7+4P$ ؛

$$Q_x^d = Q_x^s \quad \Rightarrow \quad 25-3P_x = -7+4P_x$$

وتصبح نقطة التوازن الجديدة: $\Rightarrow \quad P_x^* = 4.57$

$$\Rightarrow \quad Q^* = 11.28$$

وهو ما تمثله نقطة التوازن E2 وهي تقاطع منحنى الطلب Qd مع منحنى العرض Qs2؛

أما لو تم فرض **ضريبة نسبية** مقدارها 35% عن كل وحدة مباعة من مبيعات المُنْشَأَة فستصبح دالة العرض كما يلي: $Q_x^s = 5+4P(1-0.35) = 5+2.6P$ ؛ وتصبح نقطة التوازن الجديدة:

$$Q_x^d = Q_x^s \quad \Rightarrow \quad 25-3P_x = 5+2.6P_x$$

$$\Rightarrow \quad P_x^* = 3.57$$

$$\Rightarrow \quad Q^* = 14.28$$

وهو ما تمثله نقطة التوازن E3 وهي تقاطع منحنى الطلب Qd مع منحنى العرض Qs3؛

وهذ هو السعر الذي يدفعه المستهلك P^d والذي يمكن من خلاله إيجاد سعر المنتج:

$$P^s = P^d - t = 3.57-3 = 0.57$$

2. أما لو قدمت الدولة للمنتجين **إعانة** مقدارها 2دج تصبح دالة العرض كما يلي:

$Q_x^s = 5+4(P+2) = 13+4P$ ؛ وتصبح نقطة التوازن الجديدة:

$$Q_x^d = Q_x^s \quad \Rightarrow \quad 25-3P_x = 13+4P_x$$

$$\Rightarrow \quad P_x^* = 1.71$$

$$\Rightarrow \quad Q^* = 19.84$$

وهو ما تمثله نقطة التوازن E4 وهي تقاطع منحنى الطلب Qd مع منحنى العرض Qs4.

3. رسم المنحنيات.

4. إيجاد العبئين:

السعر الذي يدفعه المستهلك في حالة الضريبة النوعية (ونحن نعلم بأن $P^s = P^d - t$):

$$Q_d = Q_s \quad \Rightarrow \quad 25-3P^d = 5+4(P^d-3)$$

$$\Rightarrow \quad 25-3P^d = -7+4P^d$$

$$\Rightarrow \quad P^d = 4.57$$

فيكون $P^s = 4.57-3 = 1.57$

عبء الضريبة على المستهلك: $t_C = P^d - P^* = 4.57-2.86 = 1.71$

عبء الضريبة على المنتج: $t_P = P^* - P^s = 2.86-1.57 = 1.29$

د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسَّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz

إيرادات الدولة من الضريبة: $T=t\times Q=3*1128=3384$ (طبعا بالكمية التوازنية الجديدة).

مؤشر الضريبة: $\frac{E_p^S}{E_p^d}=\frac{\frac{\partial Qs}{\partial P}*\frac{P}{Q}}{\frac{\partial Qd}{\partial P}*\frac{P}{Q}}=\frac{\partial Qs}{\partial Qd}=\frac{4}{-3}=-1.33$ وهو دائما سالب وقيمته تبين أن المستهلك فعلا هو من تحمل العبء الأكبر.

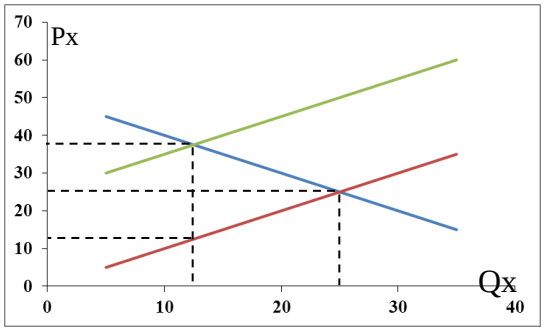
وبعبارة أخرى $\frac{E_p^S}{E_p^d}=\frac{\Delta P^d}{\Delta P^S}=\frac{4.57-2.86}{2.86-1.57}=\frac{1.71}{1.29}=1.32$.

تمرين 06

فرضت الدولة ضريبة على سوق السجائر في الجزائر وتم تحصيل 312.5 مليون دج سنويا؛ حيث كانت دالة الطلب والعرض كما يلي: $Q_x^d=50-P$ ؛ $Q_x^S=P$ ؛ فما هي قيمة الضريبة اللازمة لتحصيل تلك القيمة.

الحل: من خلال المعطيات نجد أن

$Q_X^d=Q_X^S\Rightarrow\ 50-P_x=P_x\ \Rightarrow\ P_x^*=25;\ Q^*=25$ وبعد فرض الضريبة ستصبح دالة العرض



$Q_x^S=P-t$ وبالتالي يصبح التوازن الجديد:

$$Q_X^d=Q_X^S\Rightarrow\ 50-P_x=P_x-t\Rightarrow t=2P-50\quad\text{.....(1)}$$

ولدينا: $T=3125\Rightarrow Q^*t=3125$

أي: $(50-P_x)t=3125$ .....(2)

وبحل جملة المعادلتين (1) و(2) نجد أن سعر المستهلك وهو السعر التوازني الجديد $P^d=37.5$ و $t=25$ ويكون سعر المنتج هو $P^S=37.5-25=12.5$ ؛ والكمية التوازنية الجديدة هي

$$Q^*t=3125\Rightarrow Q^*=\frac{3125}{t}=\frac{3125}{25}=125$$

تمرين 07

لنعتبر دالتي العرض والطلب: $Q_x^d = 10 - P$ ؛ $Q_x^s = -4 + P$ ؛ حيث يتجاوز السعر القيمة 4.

1. أوجد السعر والكمية التوازنية؛
2. أحسب فائض المستهلك والمنتج؛
3. إذا فرضت الدولة ضريبة نوعية بقيمة 2؛ أو فرضت الدولة إعانة بقيمة 1 فكيف يتأثر كل من الفائضين؟

تمرين 08

لنعتبر دالتي العرض والطلب: $Q_x^d = 1000 - 10P$ ؛ $Q_x^s = 30P$ ؛ قامت الدولة بتقديم إعانة قيمتها 20 للوحدة الواحدة لكل المنتجين في السوق

1. فأوجد كلا من سعر وكمية التوازن قبل الإعانة؛ ثم أوجد سعر المستهلك (سعر التوازن الجديد) وسعر المنتج؛
2. أوجدا كلا من فائضي المستهلك والمنتج قبل وبعد الإعانة؛
3. أحسب ما تكلفته ميزانية الدولة من الإعانة.

تمرين 09 (أسئلة متنوعة)

1. لتكن دالتي الطلب والعرض التاليتين: $Q_X^d = 600 - 2P_x$ و $Q_X^S = 300 + 4P_x$ ؛ بين توازن السوق هندسيا وحسابيا؛
2. أحسب فائض المستهلك وفائض المنتج في كل من التمارين 01، 02، 04، 05 و06 من تمارين هذا الفصل؛
3. إذا ارتفع سعر التوازن من من 3 إلى 4 ستنخفض الكميات المطلوبة من 300 إلى 200؛ أرسم منحنى الطلب الخطي وأوجد مرونة الطلب السعرية عند كل سعر من السعرين السابقين؛ ومتى يكون الطلب متكافئ المرونة؟
4. في سوق تنافسية وقبل تدخل الحكومة كانت نقطة التوازن ممثلة في سعر 10دج وكمية 10000 وحدة؛ اشرح ماذا يحدث في السوق لو قدمت الدولة إعانة قدرها 5دج لكل وحدة أو فرضت ضريبة قدرها 1دج لكل وحدة مباعة.
5. في السوق التنافسية في السؤال السابق اشرح الفرق بين تحديد السعر في 12دج أو في 8دج.

تمرين 10

يمثل الجدول التالي الكميات المطلوبة والمعروضة من برامج الحاسوب في سوق ما؛

Px	الطلب	العرض
0	17	0
5	15	0
10	13	3
15	11	6
20	09	09
25	07	12
30	05	15
35	03	18
40	01	21

1. أرسم المنحنيين وحدد نقطة التوازن؛
2. اشرح ماذا يحدث لو ثبت سعر السوق في 30ون وبين ذلك على الرسم؛
3. اشرح ماذا يحدث لو ثبت سعر السوق في 15ون وبين ذلك على الرسم.

تمرين 11

يعتمد عرض القمح على سعره P_x وعلى حجم الأمطار *Rain* حسب الدالة: $Q_x^S = 20R + 100P_x$ ؛ ويعتمد الطلب على القمح على سعره P_x وعلى مستوى الدخل I المتاح حسب الدالة: $Q_x^d = 400 - 100P_x + 10I$ ؛

1. أرسم منحنيي العرض والطلب مبينا أثر زيادة حجم الأمطار على سعر وكمية التوازن؛
2. أرسم منحنيي العرض والطلب مبينا أثر انخفاض الدخل المتاح على سعر وكمية التوازن.

تمرين 12

تخضع خدمات النقل الحضري بالسيارات في مدينة تبسة إلى تنافسية كبيرة؛ وفي خط سير محدد يعتمد الطلب على خدمات النقل على سعر الأجرة P_x ، معدل سرعة السيارات الخاصة على نفس خط السير S ، وعلى سعر البنزين P_G ؛ ويعتمد حجم الخدمات المعروضة على سعر الأجرة وسعر البنزين.

1. كيف تتوقع أن يؤثر ارتفاع سعر البنزين P_G على انتقال منحنى الطلب على خدمات النقل؟
2. كيف تؤثر زيادة معدل سرعة السيارات الخاصة S في نفس خط السير على انتقال منحنى الطلب؟
3. وكيف تتوقع أن يؤثر ارتفاع سعر البنزين P_G على انتقال منحنى العرض؟
4. لنفترض أن الطلب معطى بالمعادلة التالية: $Q_x^d = 1000 - 400P_x + 50P_G - 4S$ ؛ وأن العرض معطى بالعلاقة التالية: $Q_x^S = 1000 + 100P_x - 30P_G$:
   أ. أوجد سعر وكمية التوزان في الحالة العامة وبين تأثير التغيرات في الأسئلة السابقة؛
   ب. أرسم منحنيي العرض والطلب عند: $P_G = 4$ و $S = 30$ ؛ وأوجد سعر الأجرة التوازني.

تمرين 13

لتكن دالة الطلب التالية: $Q_x^d = 12 - 2P_x$ ؛ وكانت التغيرات في دالة العرض كما يلي:

شهر أكتوبر: $Q_x^S = 3P_x - 3$ عند سعر $P_x \geq 1$ ؛

شهر نوفمبر: $Q_x^S = 3P_x - 6$ عند سعر $P_x \geq 2$ ؛

شهر ديسمبر: تغيرت دالة الطلب فأصبحت $Q_x^d = 14 - 2P_x$ ؛

1. أوجد سعر وكمية التوازن في كل شهر على حدى؛
2. بين في منحنى التغيرات على سعر وكمية التوازن؛

تمرين 14

لتكن دالتي الطلب والعرض التاليتين: $Q_X^d = 90 - 2P_x - 2P_y$ و $Q_X^S = -9 + 5P_x - 2.5P_K$ ؛ حيث يمثل P_y سعر السلعة البديلة ويمثل P_K سعر أحد عوامل الإنتاج؛

1. أوجد الكمية التوازنية وسعر التوازن إذا كان $P_y = 10$ و $P_K = 2$ ؛
2. عند سعر وكمية التوازن أحسب مرونتي العرض والطلب؛
3. عند سعر وكمية التوازن أحسب مرونة التقاطع السعرية؛ وماذا تستنتج؟

الفصل السابع:

المنافسة التامة

7. المنافسة التامة

7-1. مفهوم المنافسة التامة

غالبا ما يكون لأسواق المنافسة التامة أربع خصائص رئيسية:

- الصناعة المجزأة والتي تتكون من عدة مشترين وبائعين وتكون مشتريات كل مشتري صغيرة جدا بحيث لا تؤثر على أسعار السوق وكل بائع لديه كمية مبيعات صغيرة مقارنة بكمية الطلب بحيث لا يمكنه التأثير على السوق؛ وبالإضافة لذلك مشتريات كل بائع من عوامل الإنتاج صغيرة جدا بحيث لا يمكنه التأثير على أسعارها؛

- شركات تنتج منتجات غير متمايزة ويراها المستهلكون متطابقة بغض النظر عمن ينتجها؛ فعندما تشتري منتجا من حانوت قربك فلا يهمك من ينتجها؛ وكذلك ينطبق الأمر على تجار التجزئة والجملة الذيم يتعاملون مع المنتجين؛ فالمستهلك النهائي لا يرى أي اختلاف في منتجات كل المنتجين طالما سيحصل على أدنى سعر؛

- توفر معلومات تامة عن الأسعار للمستهليكن عن كامل أو معظم البائعين في السوق وبذلك يمتلكون دراية تامة عن أسعار السوق؛

- حرية الوصول للتكنولوجيا والمدخلات والوسائل بالنسبة لجميع الشركات في القطاع الصناعي وكذلك لجميع الداخلين المحتملين مما يعني حرية دخول أي مُنْشَأَة إلى الصناعة أو الخروج منها وكذا العلم الكامل بأحوال السوق لدى البائعين والمشترين وسيكون هناك سعر تنافسي واحد في السوق وإجراء جميع التعاقدات بنفس السعر.

وتؤثر هذه الخصائص على ثلاثة من تداعيات كيفية عمل الأسواق التنافسية؛ مما يعني أن البائع والمشتري هم **آخذون** للسعر في السوق[1](وبدل استعمال مصطلح الآخذ للسعر سنستعمل في باقي الفصل مصطلح المنشأة التنافسية)؛ وقراراتهم للإنتاج والشراء هي التي تحدد السعر؛ ومجانية الدخول للأسواق من قبل الشركات لا يعني عدم تحمل التكاليف بل يعني لديها نفس الفرص للوصول إلى الموارد والتكنولوجيا بنفس السعر دون قيود.

7-2. تعظيم أرباح المنشأة الآخذة للسعر (التنافسية) من خلال كمية الإنتاج

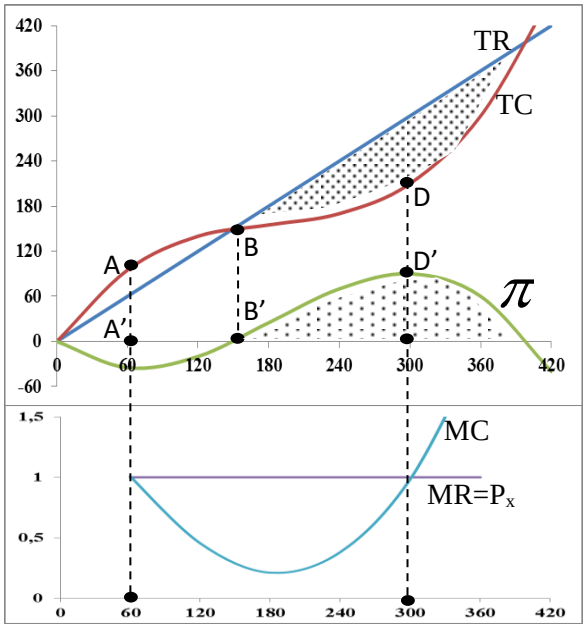
تبحث المُنْشَأَة التنافسية عن تعظيم أرباحها وذلك بافتراض أن المُنْشَأَة تنتج وتبيع كمية مخرجات هي Q وربحها الاقتصادي هو $\pi = TR_{(Q)} - TC_{(Q)}$ (وليس ثابت الدائرة 3.14) حيث إجمالي الإيرادات $TR_{(Q)}$ هو

1- البائع أو المُنْشَأَة (المشتري) الآخذ للسعر (*price-taking firm*) هو الذي يقبل بسعر السوق وينتج كميات حسبه لعدم تمكنه من التأثير في السعر في سوق المنافسة التامة.

العائد من بيع الكمية Q ويساوي السعر في الكمية $TR_{(Q)}=P\times Q$ ؛ و $TC_{(Q)}$ هي إجمالي التكاليف الناتجة عن إنتاج الكمية Q ؛ وبما أن المُنْشَأَة تنافسية فلها تأثير مهمل على السعر وبذلك يكون السعر كمعطيات بالنسبة لها فتسعى لاختيار فقط كمية الإنتاج التي تعظم لها أرباحها الإجمالية.

Q	TR	TC	π	MR	MC
0	0	0	0	/	/
60	60	95	-35	1	1
120	120	140	-20	1	0,75
180	180	155	25	1	0,25
240	240	170	70	1	0,25
300	**300**	**210**	**90**	1	0,67
360	360	300	60	1	1,5
420	420	460	-40	1	2,67

ولتوضيح ذلك سنفترض أن المُنْشَأَة تتوقع سعر $P_x=01$ فيوضح الجدول المقابل إجمالي الإيرادات والتكاليف الكلية لمستويات الإنتاج المختلفة والشكل المقابل يوضح ذلك أيضا؛ وأن الربح يتعظم في $\pi=90$ عند كمية إنتاج $Q=300$ ويبين أيضا أن إجمالي الإيرادات على شكل خط مستقيم بميل يساوي $P_x=01$ وهذا يعني عند زيادة Q يتزايد حجم الإيرادات الإجمالية بمعدل ثابت هو السعر الثابت وبالنسبة لأي مُنْشَأَة معدل تغير الإيرادات الكلية عند تغير حجم الإنتاج يسمى بالإيراد الحدي $MR=\frac{\Delta TR}{\Delta Q}$ ؛ أما بالنسبة للمُنْشَأَة التنافسية فكل وحدة إضافية مباعة تزيد من إجمالي الإيرادات بكمية مساوية لسعر السوق أي $MR=\frac{\Delta TR}{\Delta Q}=P_x$.



وكنا قد درسنا من قبل أن التكلفة الحدية هي معدل تغير التكاليف الكلية عند تغير الإنتاج $MC=\frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ ويبين الشكل المقابل أنه عند زيادة الإنتاج بين الكمية $Q=60$ والكمية المثلى المعظمة للربح $Q=300$ يتزايد الربح لأن تزايد الإيراد الكلي في هذا المجال أكبر من تزايد ال تكلفة الكلية وكذلك أن تزايد الإيرادات الحدية أكبر من تزايد التكاليف الحدية $\frac{\Delta TR}{\Delta Q}>\frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ أي أن $P>MC$ وعند ذلك يكون زيادة الربح لكل وحدة إنتاج هو $P-MC$ وهو الفرق بين الإيراد الحدي والتكلفة الحدية لكل وحدة منتجة.

ويبين الشكل أيضا أن لكل كمية أكبر من $Q=300$ فإن زيادة الربح يتم كلما خفضنا من الإنتاج في هذا المجال لأن تخفيض التكاليف الكلية أسرع من تخفيض الإيراد الكلي أي أن الإيرادات الحدية أقل من التكاليف الحدية $\frac{\Delta TR}{\Delta Q}<\frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ أي $P<MC$ ؛ ففي كل وقت يخفض المنتج حجم منتجاته بوحدة واحدة يزداد ربحه لكل وحدة إنتاج بقدر $MC-P$ وهو الفرق بين التكلفة الحدية والإيراد الحدي لكل وحدة إنتاج إضافية.

إذا كان يمكن للمنتج زيادة ربحه في الحالتين $P>MC$ و $P<MC$ فإن الكميات التي تحقق هاته المتراجحتين لا تعظم الربح ولكي يتعظم الربح لابد أن يكون $P=MC$ وتخبرنا هاته المعادلة بأن المُنْشَأَة التنافسية تعظم ربحها عندما تنتج كمية Q^* يكون عندها التكلفة الحدية مساوية للسعر $P=MC$.

ويوضح الشكل السابق هذا الشرط بأن منحنى الإيراد الحدي على شكل خط مستقيم أفقي عند سعر سوق $P_x=1$ ويظهر تعظيم الربح عند $Q=30$ أين يقطع منحنى الإيراد الحدي MR منحنى التكلفة الحدية فيكون القرار عند مواجهة سعر سوق $P_x=1$ هو إنتاج $Q=30$ وحدة شهريا؛ ويشير الشكل (الجزء السفلي) لوجود كمية أخرى $Q=60$ يكون فيها $MR=MC$ ولكن الفرق أنه عند الكمية $Q=30$ يكون فيه منحنى MC متزايدا بينما عند الكمية $Q=60$ يكون متناقصا وبالتالي لن تكون النقطة الأخيرة معظمة للربح لأنه وكما يشير الشكل السابق (الجزء العلوي) فإن الربح في هذه النقطة يكون سالبا في أدنى نقطة له لذلك نكون أمام شرطين لتعظيم الربح؛

أولا: $P=MC$

ثانيا: تزايد منحنى التكلفة الحدية (ميلها موجب) $MC>0$ أو $\frac{\Delta MC}{\Delta Q}>0$ (أو في حالة دالة $\frac{\partial MC}{\partial Q}>0$).

7-3- أسعار السوق وتحديد التوازن في المدى القصير

درسنا فيما سبق أن الربح يتعظم بإنتاج مستوى كميات يكون عندها السعر مساويا للتكلفة الحدية ولكن كيف يتم تحديد سعر السوق في الأساس وسنبدأ بالمدى القصير (أين يكون عدد الشركات في الصناعة ثابتا ويكون حجم أحد العوامل الإنتاجية على الأقل ثابتا) أين يتحدد سعر السوق بتقاطع منحنى عرض السوق (مجموع منحنيات العروض الفردية) مع منحنى طلب السوق (مجموع منحنيات الطلبات الفردية).

أولا: هيكل تكاليف المنْشَأَة التنافسية في المدى القصير

وهدفنا فيما يلي هو كيفية بناء هيكل منحنى عرض فردي لمُنْشَأَة في المدى القصير ولفعل ذلك نحتاج لاستكشاف هيكل تكاليف مُنْشَأَة تنافسية وتكون التكلفة الكلية في المدى القصير لإنتاج كمية مخرجات Q هي:

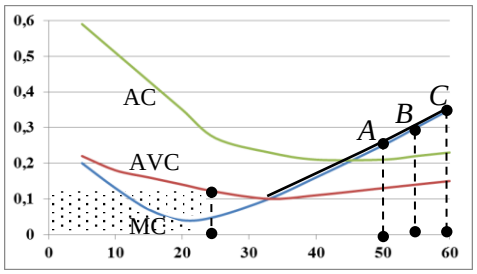
$$TC_{SR}=\begin{cases}FC+VC & Q>0\\ FC & Q=0\end{cases}$$

وتضم هذه المعادلة نوعين من التكاليف:

- VC وتمثل التكاليف المتغيرة وهي حساسة للمخرجات أي تتغير تبعا لتغير كمية المخرجات كتكاليف اللوازم والأجور وتكون معدومة إذا انعدمت كمية الإنتاج وهي مثال جيد عن التكاليف غير الحتمية التي يمكن تجنبها عند عدم الإنتاج؛
- FC وتمثل التكاليف الثابتة (الحتمية)[1] ورغما أنها ثابتة إلا أنه يصعب على المُنْشَأَة تجنبها عند توقيف الإنتاج ككراء الأراضي والمباني بعقد يمنع إعادة كرائها في حالة عدم الإنتاج؛

ثانيا: منحنى عرض المُنْشَأَة التنافسية في المدى القصير

ويمكن الآن اشتقاق منحنى العرض للمُنْشَأَة التنافسية ويبين الشكل المقابل منحنيات المدى القصير للتكلفة الحدية MC ومتوسط التكلفة الكلية AC ومتوسط التكلفة المتغيرة AVC؛ (كما رأيناها في فصل التكاليف) ولو افترضنا ثلاث احتمالات لأسعار السوق 0.25 و0.30 و0.35 وإذا طبقنا شرط تعظيم الربح $P=MC$ من العنصر السابق فستكون كمية الإنتاج عند سعر $P=0.25$ هي $Q=5000$ عند النقطة A وستكون كمية الإنتاج عند سعري 0.30 و0.35 هي 5500 و6000 عند النقطتين B وC على التوالي وكل من هذه النقاط يمثل تساوي التكلفة الحدية مع السعر المعني بتلك النقطة؛ ويخبرنا منحنى العرض عن كيفية تغير قرار الإنتاج تبعا لتغير أسعار السوق؛ وبيانيا لكل الأسعار السابقة ينطبق منحنى العرض على منحنى التكلفة الحدية للمدى القصير وتقع عليه كل نقاط الإنتاج السابقة.



ومع ذلك قد لا ينطبق بالضرورة منحنى العرض على منحنى التكلفة الحدية في المدى القصير عند جميع الأسعار؛ ولنفترض لتعظيم الربح عند السعر 0.05 فستنتج المُنْشَأَة الكمية التي يتساوى فيها السعر مع التكلفة الحدية وهي 2500 وحدة ولكن وعند هذا السعر ستتحمل المُنْشَأَة خسارة فهي لابد أن تتكبد على الأقل قيمة التكلفة الثابتة وستخسر ماقيمته الفرق بين السعر 0.05 وكمية التكلفة المتوسطة عن كل وحدة منتجة من 2500 وحدة لذلك ستكون قيمة الخسارة $FC+2500(AVC-P)$ (وهي المنطقة المضللة في الشكل).

فإذا لم تنتج المُنْشَأَة أي كمية فستكون خسارتها التكاليف الثابتة FC عند سعر 0.05 فتوقف المُنْشَأَة خسارتها بعدم الإنتاج؛ وعموما توقف المُنْشَأَة خسارتها (تكاليف ثابتة ومتغيرة) بتوقيف الإنتاج إذا كان سعر السوق أقل من متوسط التكلفة المتغيرة $P<AVC$ عند مستوى إنتاجي Q^* وحين يكون السعر في نفس الوقت مساويا للتكلفة الحدية $P=MC$ في وضع التوازن، وبالتالي نستطيع رسم منحنى عرض المُنْشَأَة في الشكل السابق حسب ما يلي:

1- للتعمق هناك من الكتاب من يفرق بين نوعين من التكاليف الحتمية sFC وغير الحتمية $nsFC$ وتمثل التكاليف الثابتة غير الحتمية وهي التي تتكبدها الشركة عندما تنتج أي كمية ويمكن تجنبها عند عدم إنتاج أي كمية كتكلفة التسخين.

- إذا أنتجت مُنْشَأَة تنافسية(ترغب في تعظيم ربحها في المدى القصير)كميات موجبة من الإنتاج فستنتج فقط حين يكون $P=MC$ ويكون ميل MC موجبا؛
- ولا تنتج المُنْشَأَة التنافسية أبدا حين يكون $P<AVC$.

وبالتالي فإن المُنْشَأَة لا تنتج أبدا في المدى القصير في جزء منحنى التكلفة الحدية حين يكون $MC<AVC$ وهو الجزء تحت الحد الأدنى لمنحنى متوسط التكلفة المتغيرة وبالتالي يكون لمنحنى العرض جزئين أحدهما خسارة تامة بقيمة التكلفة الثابتة ويسمى الحد بينهما بحد الإغلاق ويسمى السعر عندها بسعر الإغلاق $Shutdown\ Price$.

ونلاحظ في الشكل السابق أن المُنْشَأَة قد تشتغل في أوقات ذات ربح اقتصادي سالب وهو الربح الذي يغطي فقط التكاليف الثابتة لأن السعر بين متوسط التكلفة المتغيرة $P<AVC$ ومتوسط التكلفة الكلية AC (0.15 مثلا) فهذا السعر يغطي التكاليف المتغيرة ولكن لم يغطي بعد التكاليف الثابتة لكي يغطي أيضا التكاليف الكلية.

مثال 07-01! (اشتقاق منحنى عرض مُنْشَأَة تنافسية) تواجه مُنْشَأَة منحنى تكلفة كلية $TC=100+20Q+Q^2$ فنلاحظ أن التكلفة الثابتة هي $FC=100$ والتكلفة المتغيرة هي $AVC=20Q+Q^2$.

- ماهي معادلة متوسط التكلفة المتغيرة؟؛
- ماهو الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة؟؛
- ماهو منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير؟.

الحل!

- كما رأينا في فصل التكاليف؛ متوسط التكلفة المتغيرة هو قسمة التكلفة المتغيرة على حجم الإنتاج $AVC=(20Q+Q^2)/Q=20+Q$ ؛
- ونعلم بأن المستوى الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة يظهر عند نقطة تساويه مع التكلفة الحدية وبالتالي: $AVC=MC \Rightarrow 20+Q=20+2Q$ فنجد $Q=0$ وبتعويضها في معادلة منحنى متوسط التكلفة المتغيرة (أو التكلفة الحدية) نجد $AVC=20$ (وكذلك $MC=20$ في نفس النقطة)؛
- ولسعر أقل من 20 (المستوى الأدنى للتكلفة المتغيرة) فلن تنتج المُنْشَأَة؛ ولسعر أكبر من 20 يمكننا اشتقاق منحنى العرض بمساواة السعر مع التكلفة الحدية وحل المعادلة $Q:P=20+2Q$ أو نقول $Q=-10+P/2$ وبالتالي تكون معادلة منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير هي:

$$Q_P=\begin{cases}0, & P<20\\ -10+P/2, & p\geq 20\end{cases}$$

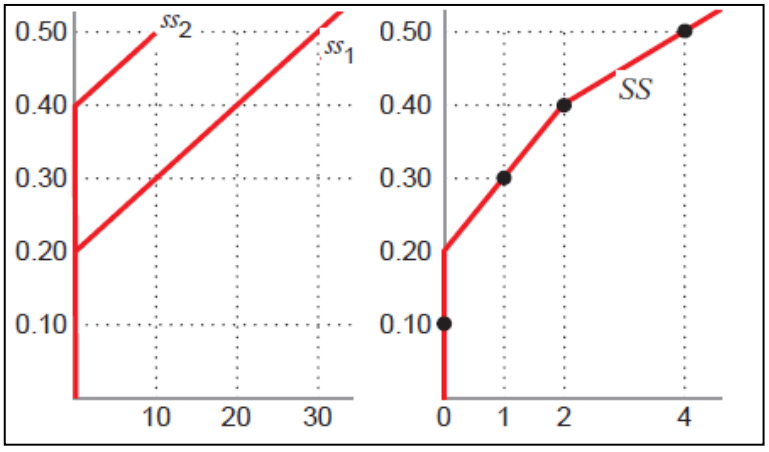
ملاحظة: طبعا عند كون السعر $P=20$ فللمُنْشَأَة غالبا الخيار بين مواصلة الإنتاج والإغلاق حسب ظروفها ومهمتها وهدفها في السوق وحسب توقعاتها بالنسبة لتغير الأسعار.

ثالثا: منحنى عرض السوق في المدى القصير

اشتققنا منحنى عرض الدى القصير لمُنْشَأَة آخذة للسعر وسنرى الآن كيف نشتق منحنى العرض للصناعة كلها (عدة شركات آخذة للسعر)؛ ولأن عدد الشركات في الصناعة في المدى القصير يعتبر ثابتا فسيكون عرض السوق عند أي سعر مساويا لمجموع الكميات التي تعرضها كل الشركات عند نفس السعر؛ ولشرح ذلك سنفترض أن السوق يتكون من100 مُنْشَأَة من نوع $F1$ بمنحنى عرض SS_1 و100 مُنْشَأَة من نوع $F2$ بمنحنى عرض SS_2 كما في الشكل المقابل(الجزء الأيسر).

Px	F1	F2	TM
0,1	0	0	0
0,3	1000000	0	1000000
0,4	2000000	0	2000000
0,5	3000000	1000000	4000000

ويكون للشركات من النوع الأول $F1$ سعر إغلاق0.20 للوحدة بينما النوع الثاني من الشركات $F2$ لديه سعر إغلاق0.40 للوحدة؛ ويبين الجدول المقابل الكميات المنتجات من كل نوع من الشركات والكميات المنتجة من مجموع السوق SS عندما تكون أسعار الوحدة0.10 ، 0.30 ، 0.40 و0.50.



بينما يشير الشكل المقابل (الجزء الأيمن) لمنحنى عرض السوق في المدى القصير والمشتق من خلال الجمع الأفقي للمنحنيات الفردية للشركات؛ ويخبرنا عن الكمية المعروضة بدمج جميع شركات السوق كاملا ولاحظ أن مقياس المحاور العمودية في كلا الشكلين متطابق بينما يختلف المقياس في المحاور الأفقية لأن منتجات مجموع السوق أكبر من منتجات أي مُنْشَأَة فردية.

ولأن منحنى عرض كل مُنْشَأَة يتطابق مع منحنى التكلفة الحدية لها عبر مجال الأسعار (كما رأينا في العنصر السابق) الذي تستطيع فيه الشركات إنتاج كميات موجبة؛ فيخبرنا منحنى عرض السوق عن التكلفة الحدية لإنتاج آخر وحدة معروضة في السوق؛ فمثلا وفي الشكل(الجزء الأيمن) وعند كمية عرض4 تكون التكلفة الحدية

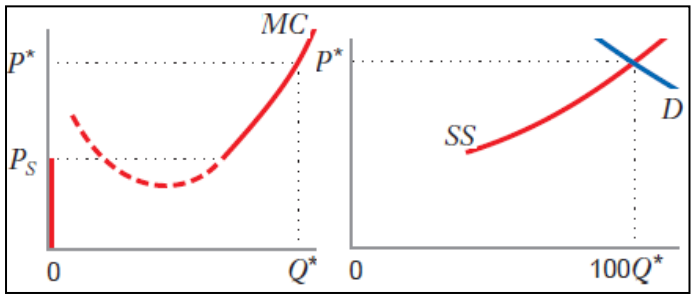
لعرض4 هي0.50 للوحدة لأن سلوك تعظيم الربح يدفع كل منتج لتوسيع إنتاجه إلى النقطة التي تتساوى فيها تكلفة آخر وحدة منتجة مع سعر السوق؛ وإن عملية الحصول على منحنى عرض السوق بجمع العروض الفردية تخضع لعامل مهم جدا: مقاربة صالحة فقط إذا كانت الأسعار التي تدفعها الشركات لمدخلاتها ثابتة مع تغير الكميات المعروضة في السوق؛ وقد يتحقق افتراض ثبات أسعار المدخلات في العديد من الأسواق فمثلا إذا كان طلب الصناعة على الخدمات غير الماهرة ليس سوى جزء صغير من إجمالي الطلب على العمالة غير الماهرة في الاقتصاد ككل فإن التغير في إنتاج الصناعة ككل فلن يكون له تأثير معنوي على معدل الأجور للعمالة غير الماهرة.

ومع ذلك قد تتغير أسعار بعض المدخلات مع تغير عرض السوق ولنفترض أن صناعة توظف نوعا من العمالة الماهرة متاحة لها فقط دون غيرها من الصناعات؛ وكلما زادت كمية العرض استجابة للأسعار المرتفعة سيرتفع طلب الصناعة على العمالة الماهرة مما قد يؤدي لزيادة الأجور؛ وتبعا لذلك قد ينتقل منحنى التكلفة الحدية لكل منتج نحو الأعلى وقد يعني التكلفة الحدية الأعلى أن المنتج في هذه الصناعة سيعرض أقل إنتاجٍ عند أي سعر سوقي مما لو أن معدل الأجور لم يرتفع؛ وهذا يتضمن أن عرض السوق لهذا المنتوج سيكون أقل استجابة للتغير في أسعار هذا المنتوج مما لو أن معدل أجور العمالة الماهرة بقي ثابتا.

وسنناقش تأثيرات تغيير أسعار المدخلات على عرض السوق (في عنصر منحنيات العرض في المدى الطويل) أما فيما يلي فسنفترض أن أسعار المدخلات لا تتغير بتغير منتجات الصناعة في المدى القصير مالم ننص صراحة بغير ذلك.

رابعا: التوازن التنافسي التام في المدى القصير:

ويمكن الآن استكشاف كيف تتحدد أسعار السوق في سوق المنافسة التامة، ويظهر التوازن التنافسي التام في المدى القصير عندما تكون الكمية الإجمالية المطلوبة من قبل المستهلكين مساوية لإجمالي الكمية المعروضة من كل الشركات في السوق، وهذا في نقطة تقاطع منحنى طلب السوق مع منحنى عرض السوق كما يبين الشكل المقابل مثلا في صناعة تضم100 مُنْشَأَة تنتج منتوجا متطابقا؛ فيكون سعر التوازن P^* عندما تتساوى الكمية المعروضة مع الكمية المنتجة وهيQ^* وعندها أيضا يتساوى سعر السوق مع التكلفة الحدية$P^*=MC$ لكل مُنْشَأَة في السوق؛ وبما أنه توجد100 مُنْشَأَة في السوق وكل منها يعرض كمية نفسهاQ^* وحدة من المنتوج فسيكون عرض السوق (والذي يساوي الطلب الإجمالي عند السعرP^*) بالضرورة مساويا لـ:$100Q^*$.

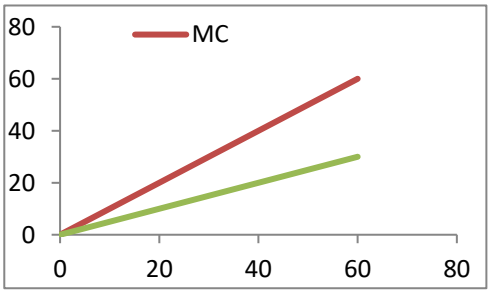


مثال 07-02: توازن السوق في المدى القصير

يتكون سوق من 300 مُنْشَأَة متطابقة وتعطى معادلة منحنى طلب السوق بـ: $Q_d = 60 - P$ وكل مُنْشَأَة لها معادلة منحنى تكاليف كلية في المدى القصير يعبر عنه كما يلي: $TC = 0.1 + 150Q^2$ ؛ وتعتبر كل التكاليف الثابتة غير حتمية؛ فتكون معادلة التكلفة الحدية لكل مُنْشَأَة $MC = 300Q$ ومتوسط التكلفة المتغيرة $AVC = 150Q$ ويكون المستوى الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة معدوما وبالتالي ستستمر الشركات في الإنتاج طالما أن السعر موجب ويمكن التأكد برسم منحني التكلفة الحدية والتكلفة المتغيرة.

- ماهو سعر التوازن للمدى القصير في هذا السوق؟.

الحل: إن الكمية المعظمة لربح كل مُنْشَأَة تعطى بمساواة التكلفة الحدية مع السعر $P = 300Q$ وهذه هي معادلة منحنى عرض كل مُنْشَأَة على حدى $Q_S = P/300$ ؛ وبما أن هناك 300 مُنْشَأَة متطابقة في هذا السوق فإن معادلة عرض السوق هي $Q_S = 300$ ؛ فيظهر توازن السوق في المدى القصير حين يتساوى عرض السوق مع طلب السوق $Q_S = Q_d$ أي: $300 = 60 - P$ وبالتالي: $P = 30$ للوحدة.



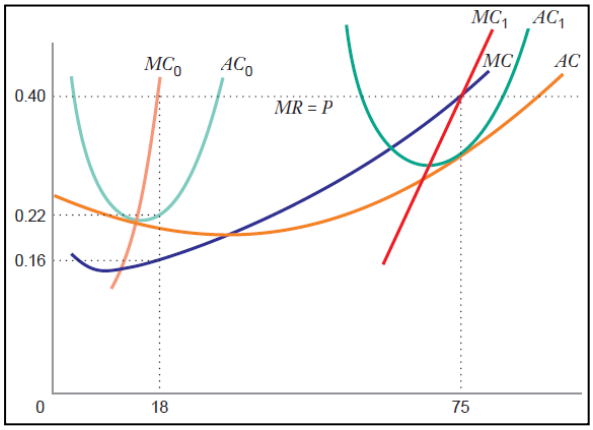
7-4- أسعار السوق وتحرير التوازن في المدى الطويل

في المدى القصير تشتغل المُنْشَأَة على حجم معين ولا يتغير عدد الشركات في الصناعة وكنتيجة لذلك فإن في التوازن التنافسي التام في المدى القصير قد تحصل الشركات على ربح اقتصادي سالب أو موجب؛ وبالعكس في المدى الطويل يمكن للشركات تصحيح حجم مصنعها وإنتاجها وخطتها وقد تترك الصناعة بالكامل؛ وبالإضافة لذلك يمكن لشركات جديدة الدخول للصناعة؛ وعلى المدى الطويل تدفع هذه القوى وغيرها أرباح الشركات الاقتصادية نحو الصفر.

أولا: تغيير الكمية وحجم المصنع في المدى الطويل

يمكن للمُنْشَأَة التنافسية والتي تعمل في المدى الطويل السعي لضبط كل من حجم مصنعها (مساحة الزراعة مثلا) وحجم إنتاجها لتعظيم ربحها؛ ونظرا لأن المُنْشَأَة تتطلع لأفق الأجل الطويل ويمكنها توقع مستويات الإنتاج المحتمل ؛ فيجب عليها تقييم تكلفة تلك الأحجام الإنتاجية باستخدام دالة التكلفة في الأجل الطويل؛ ويبين الشكل الموالي منتجا يواجه سعرا $P_x = 0.40$ للوحدة بحجمه الحالي (المخزون والأراضي والمباني) فتكون منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة في الأجل القصير للمُنْشَأَة هي على التوالي: MC_0 و AC_0 ويكون حجم الإنتاج المعظم

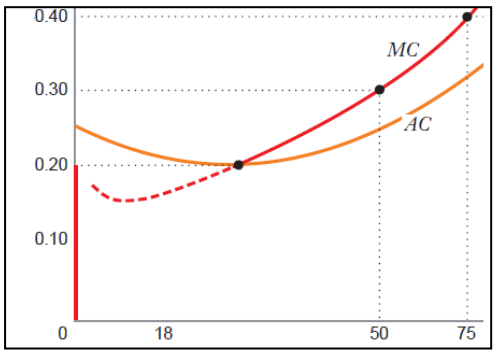
للربح هو $Q_x=1800$ في المدى القصير؛ وعند هذه الكمية والسعر أعلاه تحقق المُنْشَأَة ربحا اقتصاديا موجبا لأن الربح يتعدى متوسط التكلفة في المدى القصير $P_x=0.22$.



بينما في الأجل الطويل؛ ومع ذلك؛ يمكن للمنتج زيادة أرباحه بتوسيع حجم مصنعه (توسيع مساحة زراعة مثلا) ليتمكن من حصد منتوج أكبر ويوضح الشكل الموالي دائما كمية الإنتاج التي تعظم الربح في المدى الطويل والمتوقعة عند سعر سوق $P_x=0.40$ وتمثل ($Q_x=7500$ وحدة إنتاج) وهي الكمية التي يتساوى عندها سعر السوق مع التكلفة الحدية في المدى الطويل $MC=P$ ولإنتاج هذه الكمية تستخدم المُنْشَأَة حجم المصنع الذي يقلل من التكلفة لهذا المستوى من الإنتاج.

ثانيا: منحنى عرض المنْشَأَة في المدى الطويل

يشير التحليل السابق إلى أن منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى الطويل هو نفسه منحنى التكلفة الحدية وهذا صحيح تقريبا فمن أجل سعر أعلى من الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة ($P_x=0.20$ للوحدة كما في الشكل الموالي) إذ يتطابق منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى الطويل مع منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل؛ ومن أجل الأسعار أسفل الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة في المدى الطويل لن تنتج المُنْشَأَة أي كمية ومنحنى عرضها في المدى الطويل سيكون الارتفاع العمودي الذي يتطابق مع المحور الأفقي (الممثل لصفر كمية إنتاج) وسبب ذلك أنه عند سعر السوق أسفل الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة ستحقق المُنْشَأَة ربحا اقتصاديا سالبا حتى ولو قامت بكل التصحيحات الممكنة والمتاحة في مزيج عوامل إنتاجها لتخفيض تكاليفها الكلية؛ فلو توقعت المُنْشَأَة ثبات السعر في هذا المستوى في المستقبل القريب فسيكون أفضل بديل لها هو الخروج من الصناعة لأنها تغطي قط التكاليف الثابتة (وهذا مايقصد بالربح الاقتصادي السالب أي أن المنشأة تغطي فقط التكاليف الثابتة).

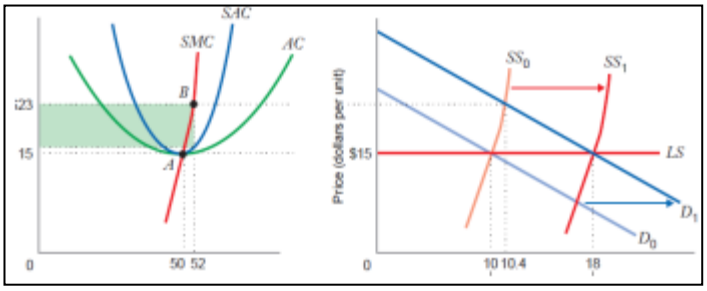


إن المنطق الذي نستند إليه في إنشاء منحنى عرض المدى القصير مناظر للمنطق المستخدم في إنشاء منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير؛ وفي كلتا الحالتين نأخذ بعين الاعتبار العلاقة بين السعر والتكلفة الحدية لتحديد المستوى الأمثل المستوى الأمثل لكمية الإنتاج (الموجبة تماما)؛ وفي كلتا الحالتين نسأل ما إذا كانت المُنْشَأَة ستكون أفضل حالا أم لا في حالة عدم الإنتاج في ضوء التكاليف الممكن تجنبها إذا لم تنتج؛ والفرق أنه في المدى الطويل كل التكاليف غير حتمية (قابلة للتجنب) بينما في المدى القصير بعض التكاليف تكون حتمية (غير قابلة للتجنب) عند إنتاج كمية صفرية.

ثالثا: منحنى عرض السوق في المدى الطويل

في تحليلنا في عنصر (التوازن التنافسي التام في المدى القصير) صورنا سعر التوازن بتقاطع منحنيي طلب السوق وعرض السوق ويمكن تصور توازن السوق في المدى الطويل بنفس الطريقة بافتراض نفس افتراضات منحنى عرض السوق للمدى القصير أي أن الإنتاج لا يؤثر على أسعار عناصر (لا تتغير تكاليف الصناعات) الإنتاج؛ وفي العنوان الموالي سنحلل دون هذا الافتراض أي بالأخذ بعين الاعتبار تغير تكاليف الصناعة.

يخبرنا منحنى عرض السوق في المدى الطويل كمية الإنتاج الكلية والتي تعرض في السوق عند مختلف الأسعار؛ وبافتراض إمكانية حدوث أي تغير في السوق (تغير حجم المصنع ودخول شركات جديدة للسوق...) ومع ذلك لا يمكننا الحصول على منحنى عرض السوق في المدى الطويل بنفس الطريقة التي حصلنا عليه في المدى القصير من خلال الجمع الأفقي لمنحنيات العرض الفردية لكل مُنْشَأَة ببساطة لأن هذه المنحنيات تتغير بتغير حجم إنتاجها أو دخول شركات جديدة للسوق في المدى الطويل وعدم بقاء منحنياتها ثابتة لذلك لا يمكن جمعها معا.



ويبين الشكل المقابل كيفية بناء منحنى عرض السوق في المدى الطويل، ففي البداية كان السوق متوازنا في المدى الطويل عند سعر15 وتنتج عندها الشركات المتطابقة(200 مُنْشَأَة) عند حجم الأدنى الفعال50 ألف وحدة سنويا فيكون عرض السوق10 مليون وحدة سنويا (وهي أيضا كمية طلب السوق لأنه في حالة توازن) وتشير النقطةA لوضعية مُنْشَأَة نموذجية في توازن المدى الطويل هذا؛ ولنفترض أن منحنى الطلب انتقل منD_0 إلىD_1 وسيدوم الوضع الجديد نسبيا لذلك ستظهر نقطة توازن جديدة على المدى الطويل.

ففي المدى القصير وب200 مُنْشَأَة في السوق يظهر التوازن عند سعر23 وتعظم كل مُنْشَأَة ربحها بإنتاج 52 ألف وحدة سنويا فيكون200×52000 فيكون10.4 مليون وحدة سنويا لإجمالي السوق (طلب وعرض)؛

وتتمثل هذه الحالة بالنسبة لكل مُنْشَأَة في النقطة B بينما بالنسبة للسوق تتمثل في نقطة تقاطع منحنى عرض المدى القصير SS_0 ومنحنى الطلب الجديد D_1.

عند سعر 23 كل مُنْشَأَة في السوق تكسب ربحا اقتصاديا يساوي مساحة المستطيل المظلل؛ ووجود ربح اقتصاديم موجب يجذب شركات جديدة لدخول السوق مما ينقل منحنى العرض في المدى القصير جهة اليمين؛ ويستمر دخول الشركات الجديدة للسوق حتى ينسحب منحنى عرض السوق في المدى القصير إلى موقع SS_1 وينخفض السعر إلى 15 كما هو مبين في تقاطع SS_1 مع D_1 ؛ وفي هذه النقطة تكون قد دخلت للصناعة 160 مُنْشَأَة جديدة معظمة ربحها عند الحجم الأدنى الفعال 50 ألف وحدة سنويا؛ وعند انخفاض السعر إلى 15 تنعدم نية الدخول والخروج من الصناعة بسبب كسب كل الشركات لربح اقتصادي معدوم، وعلاوة على ذلك يثبت التوازن لأنه عند تساوي السعر 15 يتساوى طلب السوق مع مجموع عروض السوق 5000×360 أي 18 مليون وحدة سنويا.

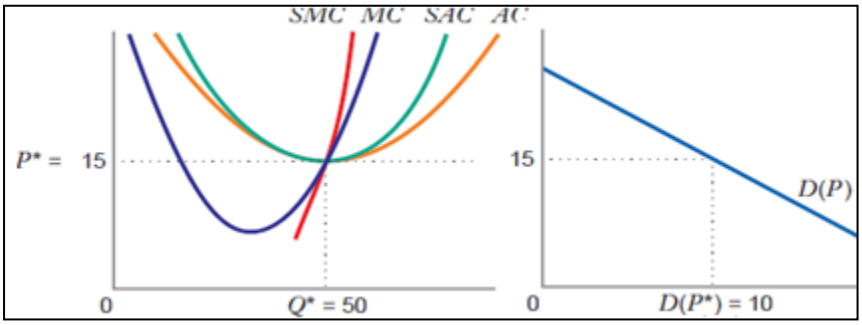
ويشير هذا التحليل أنه في سوق تنافسية تامة وعند سعر توازني مبدئي في المدى الطويل فإن طلب السوق الإضافي سيتم إشباعه بدخول شركات جديدة للصناعة؛ وعلى الرغم أن سعر التوازن قد يزداد في المدى القصير فإنه عند المدى الطويل فإن دخول شركات جديدة للصناعة سيقود السعر التوازني للعودة لمستواه الأصلي 15 ولذلك سيكون منحنى عرض السوق في المدى الطويل على شكل خط مستقيم أفقي LS والمتعلق بالسعر التوازني في المدى الطويل 15.

رابعا: التوازن التنافسي التام في المدى الطويل (حرية الدخول)

في تحليلنا في عنصر (**التوازن التنافسي التام في المدى القصير**) افترضنا أن عدد الشركات في الصناعة ثابت ولكن في المدى الطويل يمكن لأي مُنْشَأَة الدخول في الصناعة إذا كان سعر السوق يحقق لها ربحا اقتصاديا وبالتالي تكوين ثروة لأصحابها ويظهر التوازن التنافسي التام عند السعر الذي يكون فيه العرض مساويا للطلب ولا يكون للشركات حافز أو نية للدخول أو الخروج من السوق؛ ويتميز التوازن التنافسي التام في المدى الطويل بالخصوص بسعر سوق P^* وعدد من شركات متشابهة أو متطابقة (أو على الأقل تنتج منتجات متطابقة) n^* ؛ وكمية إنتاج Q^* لكل مُنْشَأَة تستوفي ثلاث شروط:

- كل مُنْشَأَة تعظم ربحها في المدى الطويل تبعا لحجم الإنتاج وحجم المصنع: باعتبار السعر P^* تختار كل مُنْشَأَة نشطة حجما من الإنتاج يعظم ربحها وتختار حجم المصنع(يمكن أن نقول حجم التشغيل) الذي يخفض تكلفة إنتاج المنتجات؛ ويتضمن هذا الشرط أن التكلفة الحدية للمُنْشَأَة في المدى الطويل مساوية للسعر السوق $P^*=MC(Q^*)$ ؛

- الربح الاقتصادي لكل مُنْشَأَة معدوم: باعتبار السعر P^* لا يمكن للمُنْشَأَة المتوقع دخولها تحقيق ربح اقتصادي موجب بدخولها لهذه الصناعة؛ وعلاوة على ذلك لا يمكن للمُنْشَأَة النشطة في الصناعة تحقيق ربح اقتصادي سالب بالمشاركة في هذه الصناعة؛ ويتضمن هذا الشرط أن التكلفة الكلية المتوسطة للمُنْشَأَة في المدى الطويل مساوية لسعر السوق أو $P^*=ATC(Q^*)$ ؛
- طلب السوق مساوي لسعر السوق: عند السعر P^* يتساوى طلب السوق مع عرض السوق؛ باعتبار عدد الشركات n^* ؛وقرارات عرض لكل مُنْشَأَة Q^* ؛ وهذا يتضمن أن: $D(P^*)=n^*Q^*$ أي: $n^*=D(P^*)/Q^*$



ويبين الشكل السابق هذه الشروط بيانيا (وهو يمثل الأرقام في المثال الموالي) ولأن سعر التوازن يساوي التكلفة الحدية في المدى الطويل والتكلفة المتوسطة في المدى الطويل في الوقت نفسه ؛ فكل مُنْشَأَة تنتج عند أدنى نقطة لمنحنى تكلفتها المتوسطة في المدى الطويل؛ وإذا ظهر الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة في مستوى واحد ووحيد للمنتوج مثل Q^* في الشكل فإن المُنْشَأَة ستنتج عند الحد الأدنى من حجم الإنتاج الكفء؛ فيكون الشرط الذي ينص على أن العرض يساوي الطلب يتضمن أن العدد التوازني للشركات n^* يساوي طلب السوق $D(P^*)$ مقسوما على الحد الأدنى الكفء لحجم الإنتاج Q^* .

مثال 07-03! حساب توازن السوق في المدى الطويل

تتطابق كل الشركات النشطة والمحتملة في سوق ما؛ وكل منها يملك دالة منحنى تكلفة متوسطة للمدى الطويل $AC=40-Q+0.01Q^2$ ودالة منحنى تكلفة حدية للمدى الطويل $MC=40-2Q+0.03Q^2$ فيكون منحنى طلب السوق $D(P^*)=25000-1000P$ ؛ فما هي كمية التوازن في المدى الطويل وما هي عدد الشركات.

الحل: باعتبار أن العلامات النجمية تدل على قيم التوازن؛ فإن التوازن على المدى الطويل يستوفي ثلاثة معادلات:

معادلة تعظيم الربح: $P^*=MC(Q^*)=40-2Q^*+0.03(Q^*)^2$ .....①

الربح صفري: $P^*=AC(Q^*)=40-Q^*+0.01(Q^*)^2$ .....②

العرض يساوي الطلب: $n^*=D(P^*)/Q^*=(25000-1000P^*)/Q^*$ .....③

د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz

وبمساواة المعادلتين ① و② نجد: $40-2Q^*+0.03(Q^*)^2=40-Q^*+0.01(Q^*)^2$ فنجد:

$$0.02(Q^*)^2=Q^* \Rightarrow \quad (Q^*)^2=50Q^* \Rightarrow \quad Q^*=50$$

لذلك فإن كل مُنْشَأَة تنتج في التوازن (حجم الإنتاج الفعال) 50 وحدة وبتعويض هذه القيمة في معادلة التكلفة المتوسطة (أو التكلفة الحدية) نجد: $P^*=15$ وهو الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة لكل مُنْشَأَة على المدى الطويل؛ وبتعويضه في دالة الطلب السوق التوازنية نجد: $D(P^*)=25000-1000P=25000-1000(15)=10000$ فنجد عدد الشركات التوازني بقسمة طلب السوق التوازني على الحد الأدنى الفعال لحجم الإنتاج $n^*=D(P^*)/Q^*=10000/50=200$.

تمارين الفصل 7ج5ك

تمرين 01

مزرعة لزراعة سمك السلور تشتغل في قطاع صناعي تنافسي جدا حيث تمتلك تكلفة كلية في المدى القصير $TC_{st}=400+2Q+0.5Q^2$ حيث تمثل Q كمية السمك المحصود كل شهر؛ تعتبر كل التكاليف الثابتة حتمية؛ وتكون التكلفة الحدية في المدى القصير $MC_{st}=2+Q$

- ماهي معادلة متوسط التكاليف المتغيرة AC_{st} ؛ $AC_{st}=400/Q+2+0.5Q$
- ماهو الحد الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة؛
- ماهو منحنى عرض المزرعة في المدى القصير.

الحل:

- بما أنه لدينا معادلة التكاليف الكلية السابقة فإن معادلة التكاليف المتغيرة هي $VC=2Q+0.5Q^2$ ؛ والتكاليف الثابتة هي $FC=400$ ؛ فتكون معادلة متوسط التكاليف المتغيرة كما رأيناها في فصل التكاليف (والتي هي قسمة التكلفة المتغيرة على حجم الإنتاج) كما يلي $AVC=2+0.5Q$
- ونعلم بأن المستوى الأدنى لمتوسط التكلفة المتغيرة يظهر عند نقطة تساويه مع التكلفة الحدية وبالتالي: $AVC=MC \Rightarrow \quad 2+0.5Q=2+Q$ ؛ فنجد $Q=0$ وبتعويضها في معادلة منحنى متوسط التكلفة المتغيرة (أو التكلفة الحدية) نجد $AVC=2$ (وكذلك $MC=2$ في نفس النقطة)؛
- لسعر أقل من 2 (المستوى الأدنى للتكلفة المتغيرة) فلن تنتج الشركة[1] ولسعر أكبر من 2 يمكننا اشتقاق منحنى العرض بمساواة السعر مع التكلفة الحدية وحل المعادلة $Q: P=2+Q$ أو نقول $Q=-2+P$ وبالتالي تكون معادلة منحنى عرض الشركة في المدى القصير هي:

[1]- لما يكون $P=MC$ أحيانا تواصل المُنْشَأة إنتاجها وذلك حسب ظروف نشاطها ومهمتها ولكنها في الغالب تفضل الإغلاق والانسحاب من السوق.

$$P_s=\begin{cases}0, & P<2\\ -2+P, & p\geq 2\end{cases}$$

تمرين 02

مُنْشَأَة متوسطة لتركيب الزجاج والمرايا تشتغل في سوق المنافسة التامة (عبر المنازل) تمتلك دالة تكلفة كلية على المدى القصير $TC_{st}=40+10Q+0.1Q^2$ حيث تمثل Q كمية الأمتار المربعة من الزجاج المركبة يوميا؛ تعتبر التكلفة الحدية في المدى القصير $MC_{st}=10+0.2Q$ والسعر السائد في السوق هو $\$20$ للمترب المربع من الزجاج المركب.

- ماهي كمية الزجاج التي تعظم الربح؟؛
- ماهو أعظم ربح يومي للمُنْشَأَة؟؛
- ارسم منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى القصير والكمية المعظمة للربح؛ وبين الربح اليومي الأعظمي؛
- ماهو منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير بافتراض أن جميع التكاليف الثابتة 40 حتمية؛
- ماهو منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير بافتراض أن عند إنتاجها لكمية صفرية يمكنها استئجار أو بيع كل الأصول الثابتة وبالتالي يمكنها تجنب جميع التكاليف الثابتة.

تمرين 03

قطاع صناعة وتركيب السيارات في الجزائر يتكون من 20 منتجا ويملكون جميعا منحنى تكلفة كلية متشابه على المدى القصير $TC_{st}=16+Q^2$ ؛ حيث تمثل Q الإنتاج السنوي لكل منتج؛ فتكون التكلفة الحدية $MC_{st}=2Q$ ومنحنى طلب السوق على السيارات $D_P=110-P$ ؛ حيث يمثل P سعر السوق.

- ماهي منحنى عرض كل منتج في المدى القصير باعتبار أن جميع التكاليف الثابتة 16 حتمية؟؛
- ماهو منحنى عرض السوق في المدى القصير؟؛
- ارسم منحنيات التكاليف الحدية والمتوسطة في المدى القصير والكمية المعظمة للربح؛ وبين الربح اليومي الأعظمي؛
- ماهو منحنى عرض المُنْشَأَة في المدى القصير بافتراض أن جميع التكاليف الثابتة 40 حتمية؛

تمرين 04

ينتج ورق الطباعة في سوق تنافسية تامة؛ ولكل مُنْشَأَة لها دالة تكاليف متغيرة $VC=40Q+0.5Q^2$ ودالة تكاليف حدية $MC=40+Q$ ؛ وتكاليف الثابتة كلها غير حتمية $FC_{ns}=50$.

- أحسب السعر الذي لن تنتج المُنْشَأَة تحته أي كمية إنتاج في المدى القصير؛
- إذا افترضنا وجود12 مُنْشَأَة متشابهة في صناعة الورق؛ وكان طلب السوق على الورق $D_P=360-2P$ فما هو سعر التوازن في المدى القصير.

تمرين 05

تتكون صناعة التنقيب عن النفط من60 مُنْتِجاً يمتلكون نفس دالة التكلفة الكلية $TC_{sr}=64+2Q^2$ ويمثل وتتمثل تكاليفها الثابتة شهريا في$FC_{ns}=64$ لإنتاج كميةQ شهريا ولها دالة تكاليف حدية$MC=4Q$ ؛ فإذا افترضنا أنه يمكن تجنب32 من التكاليف الشهرية عند عدم الإنتاج وكانت دالة طلب السوق على خدمات التنقيب هي $D_P=400-5P$ ؛ فأوجد منحنى عرض السوق وحدد سعر التوازن في المدى القصير.

تمرين 06

توجد في السوق10 مُنشآات متطابقة في سوق صناعة ألعاب الأطفال؛ وتعمل كل مُنْشَأَة على المدى القصير بتكلفة ثابتة كلية مقدرة F وتكاليفة متغيرة هي $2Q^2$ وتكاليف حدية$4Q$ ؛ ولكل مُنْشَأَة تكاليف غير حتمية مقدرة بـ12ε وستحقق كل مُنْشَأَة ربحا اقتصاديا صفريا فقط إذا كان سعر السوق40 (وليس بالضرورة أن يكون هذا هو سعر التوازن عند كون عدد الشركات في السوق هو10)؛ ودالة الطلب السوق على ألعاب الأطفال $D_P=180-2.5P$ ،

- اشرح ماهي أقصى قيمة للتكاليف الثابتة الكلية لكل مُنْشَأَة؟؛
- اشرح ماهو سعر الإغلاق لكل مُنْشَأَة؟؛
- أرسم منحنى جدول العرض في المدى القصير لهذه المُنْشَأَة؟؛
- ماهو سعر التوازن عند وجود عشر شركات في السوق؟؛
- مع هيكل التكاليف المفترض لكل مُنْشَأَة في هذه المسألة؛ ما هو عدد الشركات الممكن تواجدها في السوق عند توازن يكون فيه الربح الاقتصادي لكل مُنْشَأَة معدوما؟

تمرين 07

تتكون صناعة ذات تنافسية تامة في المدى القصير من نوعين من الشركات:100 من النوعA ذات منحنى عرض $S_A(P)=2P$ ؛ و30 من النوعB ذات منحنى عرض $S_B(P)=10P$ ؛ ومنحنى طلب السوق $D_{(P)}=5000-500P$ ؛ فما هو سعر التوازن في هذه السوق؟، وعنده كم ستنتج كل مُنْشَأَة من النوعين.

تمرين 08

يتكون سوق من مجموعة شركات آخذة للسعر ولكل منها دالة تكلفة حدية $MC=2Q$ حيث Q هي الإنتاج السنوي لكل مُنْشَأَة؛ وبينت دراسة أن سعر الإغلاق لكل المؤسسات هو 20 وحدة نقدية لكل وحدة إنتاج مباعة؛ ومنحنى طلب السوق هو $D_{(P)}=240-P/2$ عند سعر السوق P ؛ وعند توازن السوق تنتج كل مُنْشَأَة 20 وحدة فما هو سعر توازن السوق؛ وما هو عدد المؤسسات في السوق؟.

تمرين 09

يضم سوق الخشب عدة شركات متطابقة لكل منها دالة تكلفة كلية على المدى القصير $TC_{ST}=400+5Q+Q^2$ حيث Q هي الإنتاج السنوي لكل مُنْشَأَة وكل التكاليف الثابتة(400) حتمية؛ فتكون التكلفة الحدية هي $MC_{ST}=5+2Q$ ومنحنى طلب السوق هو $D_{(P)}=2625-P/2$ عند سعر السوق P ؛ وكل مُنْشَأَة في السوق حاليا تحقق حاليا ربحا اقتصاديا صفريا فما هو عدد الشركات في الصناعة وما هو سعر توازن السوق.

تمرين 10

تنتج مُنْشَأَة في صناعة تنافسية منتجاتها بخطتين فتكون تكلفتها الكلية في الخطة الأولى هي $TC_{ST}=(Q)^2$ ؛ وتكون تكلفتها الكلية في الخطة الثانية هي $TC_{ST}=2(Q_2)^2$ ؛ زكلاهما عند سعر السوق P ؛ما هو الجزء من منحنى عرض المُنْشَأَة الكلي والذي سيتم إنتاجه في الخطة Q_2 .

تمرين 11

تتكون صناعة تنافسية من 6 شركات من النوع A و 4 شركات من النوع B أنواع وتشتغل كل مُنْشَأَة من النوعين بمنحنى عرض كما يلي: $Q^A_{s\,(P)}=\begin{cases}-10+P, & p>10\\ 0, & P\leq 10\end{cases}$ و $(Q^B_{s\,(P)}=2P,\quad p>10)$ ؛

ولنفترض أن دالة طلب السوق $Q^{Mrket}_{d\,(P)}=108-10P$: فعند سعر توازن السوق أي نوع من المؤسسات ستنتج؟ وماهو سعر التوازن؟؛ ولنفترض لو أن طلب السوق هو $Q^{Mrket}_{d\,(P)}=228-10P$: فعند سعر توازن السوق أي نوع من المؤسسات ستنتج؟ وماهو سعر التوازن؟.

تمرين 12

تعتبر صناعة الورق قطاعا تنافسيا تماما؛ فتواجه كل مُنْشَأَة في الصناعة وكل مُنْشَأَة محتمل دخولها منحنى تكلفة متوسطة متطابق؛ فيكون الحد الأدنى للتكلفة المتوسطة عند 5 وحدات نقدية للطن وتظهر عندما

تنتج المُنْشَأَة مليوني طن سنويا؛ وكان منحنى طلب السوق على الورق $D_{(P)}=205-P$ مليون طن؛ فما هو سعر توزان السوق على المدى الطويل وما هي الكمية المنتجة لكل مُنْشَأَة؛ وما هو عدد شركات الورق النشطة في السوق.

تمرين 13

صناعة الإسمنت تنافسية تماما على المدى الطويل ولكل مُنْشَأَة دالة تكلفة حدية $MC=40-12Q+Q^2$ والتكلفة المتغيرة هي $AC=40-6Q+\frac{Q^2}{3}$ ؛ بينما دالة منحنى طلب السوق هي $D_{(P)}=2200-100P$ ؛ فما هو سعر توازن السوق للمدى الطويل في هذه الصناعة؟؛ وعند هذا السعر كم ستنتج كل مُنْشَأَة؟؛ وما هو عدد الشركات النشطة في سوق الإسمنت في التوازن التنافسي على المدى الطويل؟.

تمرين 14

زراعة الفراولة في سكيكدة تتميز بتنافسية تامة بين الفلاحين؛ وكل فلاح يمتلك دالة تكلفة حدية $MC=20+2Q$ وتكلفة متغيرة $AC=20+Q+\frac{144}{Q}$ ؛ بينما طلب السوق هي $D_{(P)}=2,488-2P$ فما هو سعر التوازن في المدى الطويل في هذا القطاع؟؛ وما هو عدد المنتجين في السوق؟.

الفصل الثامن:

الاحتكار التام

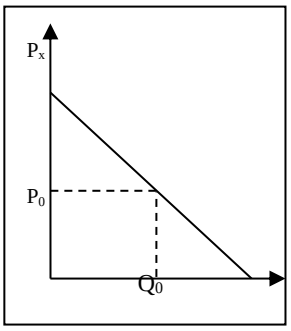
8. الاحتكار التام

8-1- تعظيم الأرباح بالنسبة للمحتكر

وهو ذلك الوضع الذي توجد فيه مُنْشَأَة واحدة تنتج ومن ثم تعرض سلعة ما لا توجد لها بدائل قريبة؛ وتهدف المُنْشَأَة المحتكرة إلى تحقيق أقصى الأرباح الممكنة؛ وتكون المُنْشَأَة هنا قادرة على تحديد سعر البيع للسلعة كبديل لتحديد الكمية كما هو الحال في ظل المنافسة الكاملة؛ أي أن المُنْشَأَة المحتكرة محددة للثمن المقابل للكمية التي تُشترى عند السعر الذي حددته للوحدة؛ ويرجع ذلك إلى أنه لا يوجد للمحتكر منافسون يقلقه أمرهم وهذا يعني أن المحتكر غير مظطر لقبول السعر السائد في السوق كما هو (كالوضع السائد في ظل المنافسة التامة) ولكنه يستطيع أن يختار لنفسه سعر الوحدة من إنتاجه كبديل لاختيار كمية الإنتاج.

أولا: شرط تعظيم الربح

للمُنْشَأَة في سوق المنافسة التامة تأثير ضعيف على سعر السوق وتقبل به كما هو؛ وبالعكس يحدد المحتكر أسعار السوق حسب منتجاته؛ فماذا يمنع المحتكر من وضع أسعار خيالية لمنتجاته؟ والإجابة تكون أن المحتكر يضع في حسبانه منحنى طلب السوق فكلما وضع سعرا أعلى كلما انخفضت الكمية المباعة؛ وكلما وضع سعرا أدنى كلما زادت الكمية المباعة؛ لذلك يكون ميل منحنى طلب سوق المحتكر سالبا ومنحدرا من أعلى اليسار لأسفل اليمين كما في الشكل المقابل؛ فمسألة تعظيم الربح للمحتكر هي إيجاد المقايضة المثلى بين حجم المبيعات والمفهوم الحدي أو الهامش (الفرق بين السعر والتكلفة الحدية للوحدات المباعة) والمنطق المطور لتحليل المقايضة بين حجم المبيعات وهامش الربح يطبق أيضا في الأسواق غير الاحتكارية (احتكار القلة والمنافسة الاحتكارية)

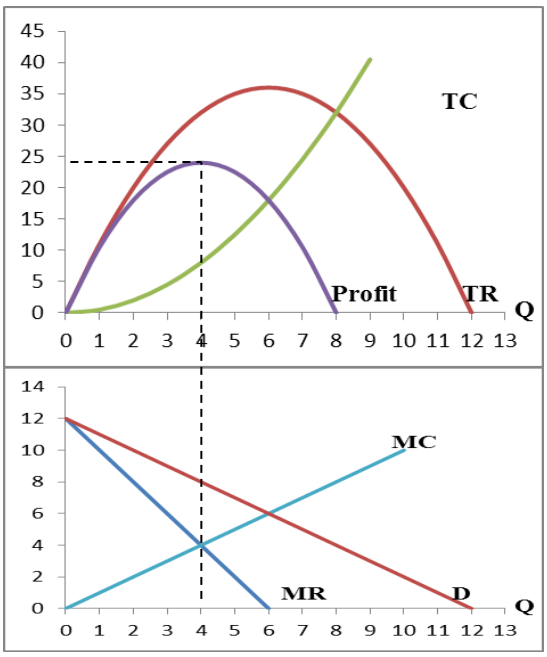


Q	P	TR	TC	Profit
0	12	0	0,00	0,00
1	11	11	0,50	10,50
2	10	20	2,00	18,00
3	9	27	4,50	22,50
4	8	32	8,00	24,00
5	7	35	12,50	22,50
6	6	36	18,00	18,00
7	5	35	24,50	10,50

ولنفترض أن محتكرا يواجه طلب سوق بمنحنى D ومعادلة هذا المنحنى هي $P_Q=12-Q$ كما في الشكل المقابل؛ فلبيع 2 وحدتين يجب على المحتكر وضع سعر يقدر بـ 10 أما لبيع 5 وحدات فعليه تخفيض السعر إلى 7؛ فعند التحرك على منحنى طلب السوق بالنسبة للمحتكر تولد الكميات والأسعار المقابلة لها أحجاما مختلفة من الإيراد الكلي للمحتكر والذي هو:

$$P_Q \times Q=(12-Q)\times Q=12Q-Q^2$$

د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz
قناة اليوتيوب: https://www.youtube.com/watch?v=Vp09A7rOqh4&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=2



ولنفترض أن التكلفة الكلية للإنتاج معطاة بالمعادلة التالية: $TC_Q=\frac{1}{2}Q^2$ ؛ فيبين الجدول أعلاه كلا من كميات الإنتاج، الأسعار، الإيراد الكلي والتكلفة الكلية وكذا الربح لهذا المحتكر؛ بينما يبين الشكل المقابل بيانيا كلا من الإيراد الكلي، التكلفة الكلية والربح؛ موضحا أن التكلفة الكلية TC_Q تزداد مع زيادة الكميات Q ؛ وبالعكس يتزايد في البداية كل من الإيراد الكلي TR والربح π مع زيادة الكميات Q ثم بعد نقطة معينة من هذه الأخيرة ينخفض كل منهما؛ ويظهر تعظيم ربح المحتكر عند الذروة التي تظهر في النقطة $Q=4$ ؛ وعند $Q<4$ تؤدي زيادة الإنتاج لزيادة الإيراد الكلي أكبر من زيادة التكلفة الكلية مما يقود المُنْشَأَة للوصل إلى ذروة الربح؛ وعبر هذا النطاق من المنتجات يتجاوز الإيراد الحدي التكلفة الحدية $MR>MC$ ؛ أما عند $Q>4$ فإن تخفيض الإنتاج يؤدي لزيادة الربح؛ وعبر هذا النطاق فإن تخفيض الإنتاج يؤدي لانخفاض التكاليف الكلية أسرع من انخفاض الإيراد الكلي مما يؤدي أيضا لعودة المنشأة لذروة الربح ويكون الإيراد الحدي للمحتكر أقل من تكاليفه الحدية $MR<MC$ ؛ فنقول تلخيصا لما سبق:

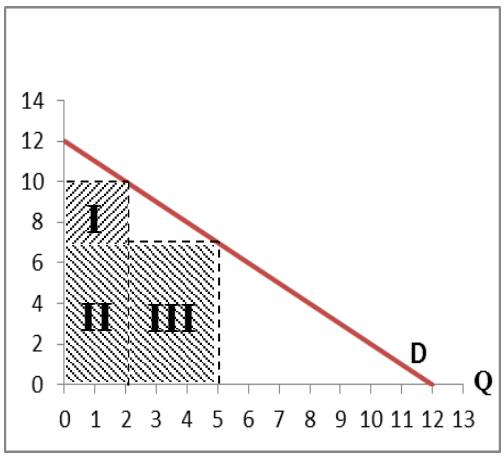
- حين تنتج المُنْشَأَة كمية ويكون $MR>MC$ ؛ فلا يمكنها تعظيم الربح لأنها تستطيع زيادة الإنتاج لزيادة الربح؛
- حين تنتج المُنْشَأَة كمية ويكون $MR<MC$ ؛ لا يمكنها تعظيم الربح لأنها تستطيع تخفيض الإنتاج لزيادة الربح؛
- والحالة الوحيدة التي لا يمكن للمحتكر زيادة ربحه بزيادة أو تخفيض الإنتاج هي حين يكون الإنتاج الحدي مساويا للتكلفة الحدية $MR=MC$.

فتكون المعادلة السابقة هي شرط تعظيم الربح بالنسبة للمحتكر وقد بينا هذا الشرط في الجزء السفلي من الشكل السابق حيث تظهر الكمية التي تعظم الربح حين يتقاطع الإيراد الحدي MR مع التكلفة الحدية MC ؛ وينطبق هذا الشرط أيضا كما رأينا في حالة سوق المنافسة التامة.

ثانيا: الإيراد الحدي: الوحدات الحدية والحدات تحت الحدية (*Inframrginal*)

كنا قد رأينا في فصل المنافسة أن الإيراد الحدي مساوٍ لسعر السوق $MR=P$ بينما بالنسبة للمحتكر لا يتساويان $MR\neq P$ ؛ ولشرح ذلك لنلقي نظرة على منحنى الطلب D السابق والموضح أكثر في الشكل المقابل

ولنفترض أن المحتكر ينتج كمية $Q=2$ ويضع لها سعرا $P=10$ للوحدة؛ فيكون الإيراد الكلي مساوي لـ $2\times10=20$ والتي تمثل مساحة المستطيلين $I+II$ ، ولنفترض أن المحتكر يسعى لإنتاج كمية أكبر $Q=5$ ولبيعها عليه أن يخفض السعر إلى $P=7$ للوحدة كما وضحنا على منحنى طلب السوق فيكون الإيراد الكلي في هذه الحالة مساحة المستطيلين $II+III$ ، وبالتالي فإن التغير في إيرادات المحتكر حين يزيد كمية إنتاجه من $Q=2$ إلى $Q=5$ هي مساحة المستطيل III مطروحا منها مساحة المستطيل I ، وبالتالي:



- مساحة المستطيل III تمثل الإيراد الإضافي الذي يحصل عليه المحتكر من بيع ثلاث وحدات إضافية $Q=5$ حين يخفض السعر إلى 7 للوحدة أي $7\times(5-2)=21$ ؛ وتسمى الوحدات الثلاث الإضافية المباعة **بالوحدات الحدية**؛
- مساحة المستطيل I تمثل الإيراد المتخلى عنه من قبل المحتكر حين كان يمكنه بيع وحدتين $Q=2$ عند سعر $P=10$ للوحدة أي $2\times(10-7)=6$ ؛وتسمى الوحدتان المتخلى عنهما **بالوحدات تحت الحدية**(Inframrginal)؛

فحين يخفض المحتكر سعره من10 إلى 7 ويرفع من الكمية المباعة من2 إلى5 يكون التغير في الإيراد الكلي ΔTR هو مجموع العائد المحقق من الوحدات الحدية مطروحا منه العائد المضحى به من الوحدات تحت الحدية $\Delta TR=III-I=21-6=15$ ؛ وبطريقة أخرى ترتفع الإيرادات الكلية للمحتكر بمعدل:$\Delta TR=15/3=5$ ؛ ولاشتقاق التعبير العام للإيراد الحدي من خلال الشكل السابق: $III=P\times(\Delta Q)$ و $I=Q\times(\Delta P)$ فيكون التغير في الإيراد الكلي للمحتكر هو:$\Delta TR=III-I=P\times\Delta Q+Q\times\Delta P$ ؛ وإذا قسمنا الطرفين على التغير في الكمية نجد

$$MR=\frac{\Delta TR}{\Delta Q}=\frac{P\times\Delta Q+Q\times\Delta P}{\Delta Q}=P+Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}$$

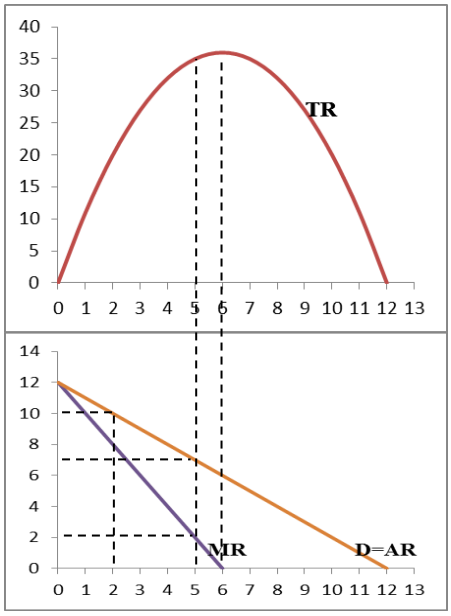
وتشير هذه المعادلة إلى أن الإيراد الحدي يتكون من طرفين يشير P للزيادة في الإيرادات والتي تُعْزَى للحجم الأكبر في **الوحدات الحدية**؛ ويشير $Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}$ (وهو بالقيمة السالبة لأن التغير في السعر سالب) إلى الانخفاض في الإيرادات الذي يُعْزَى إلى انخفاض سعر **الوحدات تحت الحدية**؛ وبما أن $Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}<0$ فإن $MR<P$ مما يعني أن الإيراد الحدي أقل من سعر المحتكر الذي يبيع به أي كمية موجبة تماما؛ وحين تكون $Q=0$ فإن المعادلة السابقة

تضمن تساوي الإيراد الحدي مع السعر $MR=P$ (ولنفترض أن المحتكر يفرض سعرا $P=12$ فيبيع $Q=0$؛ ولزيادة الكمية المباعة عليه تخفيض السعر) ولكن وبداية من الكمية $Q=0$ لا يملك أي وحدات **تحت حدية**.

ولاحظ أن الإيراد الحدي قد يكون سالبا وقد يكون موجبا فهو سلبي إذا كانت زيادة الإيراد الناتجة عن بيع وحدات إضافية أكبر من الانخفاض في الإيراد الناتج عن انخفاض سعر الوحدة والتي كان يمكن بيعها عند سعر أعلى؛ وفي الواقع كلما زادت الكمبية المباعة كلما زاد احتمال كون الإيراد الحدي سالبا بسبب انخفاض السعر الضروري لبيع وحدات أكبر مما يؤدي لمزيد من **الوحدات تحت الحدية**.

ثالثا: الإيراد المتوسط والإيراد الحدي

غالبا ما يرتبط مفهوم المتوسط مع مفهوم الحدية (الناتج الحدي والناتج المتوسط؛ التكاليف الحدية والتكاليف المتوسطة)؛ وبالنسبة للمحتكر فمن المهم مقارنة الإيراد الحدي والإيراد المتوسط من أجل شرح اختلاف الإيراد الحدي للمحتكر عن منحنى طلب السوق كما في الشكل المقابل؛



فالإيراد المتوسط هو نسبة الإيراد الكلي إلى الكمية $AR=\frac{TR}{Q}$

وبما أن الإيراد ضرب السعر في الكمية فإن $AR=\frac{P\times Q}{Q}=P$ أي أن الإيراد المتوسط يساوي السعر؛ وبما أن سعر المحتكر يحدده منحنى طلب السوق فإن منحنى الإيراد المتوسط للمحتكر يتطابق مع منحنى طلب السوق $AR_Q=P_Q$ ؛ وبدمج هذه الفكرة مع أفكار العنصر السابق نجد أن إذا كان $Q>0$ فإن:

- الإيراد الحدي أقل من السعر $MR<P$ ؛
- ولأن الإيراد المتوسط مساوٍ للسعر $AR=P$ فإن الإيراد الحدي أقل من الإيراد المتوسط $MR<AR$ ؛
- وبما أن منحنى AR يتطابق مع منحنى الطلب D فلابد أن يكون منحنى MR تحت منحنى AR.

ويبين الشكل السابق العلاقات من خلال السعر، الكمية، الإيراد الكلي، الإيراد الحدي والإيراد المتوسط؛ حيث تتسق العلاقة بين الإيراد الحدي والإيراد المتوسط مع أي علاقة بين (المفهوم الحدي والمفهوم المتوسط) رأيناها سابقا: فحين ينخفض الإيراد المتوسط (وكذا الناتج أو التكلفة) يكون الإيراد الحدي(وكذا الناتج أو التكلفة) أسفل منه؛ ولأن طلب السوق ينخفض لأسفل اليمين مع زيادة الكميات ومنحنى الإيراد المتوسط ينطبق عليه (أي كلاهما في حالة انخفاض بزيادة الكميات) فإن منحنى الإيراد الحدي لابد أن يكون أسفل منحنى الإيراد المتوسط.

إذ يتسق منحنى الطلب مع منحنى الإيراد المتوسط ويقع منحنى الإيراد الحدي أسفل منهما حيث يكون ميل منحنى الطلب $\frac{\Delta P}{\Delta Q}=\frac{12-0}{0-12}=-1$ ؛ فمثلا لو انخفض السعر من 10 إلى 7 تزداد الكمية من 2 إلى 5 ؛ وبعد هذا التغير في الأسعار والكميات: يكون كل من الإيراد الكلي والمتوسط: $TR=P\times Q=7\times 5=35$ و $AR=TR/Q=35/5=7$ ؛ أما الإيراد الحدي يكون: $MR=P+Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}=7+5(-1)=2$ ؛ ونلاحظ أيضا في الشكل السابق أن الإيراد الكلي يصل لأقصاه عند النقطة $Q=6$ أين يكون الإيراد الحدي معدوم $MR=0$

مثال 08-01! الإيراد الحدي والإيراد المتوسط لمنحنى طلب خطي

لنفترض أن معادلة منحنى طلب السوق خطية $P=a-bQ$ ؛ ماهي معادلة الإيراد الحدي والإيراد المتوسط؟،

الحل: يتطابق الإيراد المتوسط مع منحنى طلب السوق لذلك $AR=a-bQ$ ؛ وبما أن الإيراد الحدي من المعادلة في العنصر ما قبل السابق هي: $MR=P+Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}$ إذن:

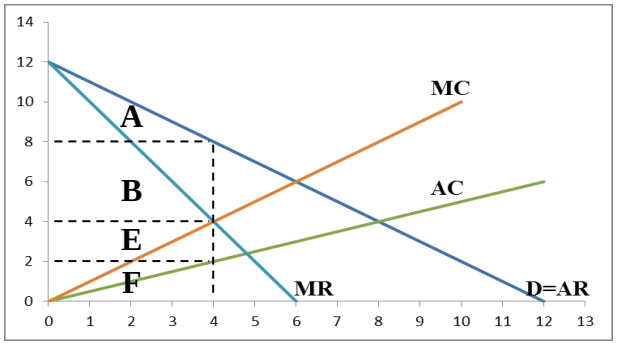
$$MR=a-bQ+Q\frac{\Delta P}{\Delta Q}$$

ولاحظ أن $\frac{\Delta P}{\Delta Q}=-b$ (وذلك بما أن معادلة الطلب هي الصيغة العامة لأي معادلة خطية) وباستبدالها في المعادلة الأخيرة نجد: $MR=a-bQ+Q(-b)=a-2bQ$

ولذلك فإن معادلة منحنى الإيراد الحدي لمنحنى طلب خطي هي أيضا خطية؛ وفي الحقيقة يتقاطعان في نفس النقطة على محور الأسعار ولكن بميل مضاعف للإيراد الحدي مما يتضمن أن الإيراد الحدي يقطع محور الكمية في منتصف المسافة بين (نقطة الأصل ونقطة تقاطع منحنى الطلب مع محور الكميات) والتي تظهر لما $P=0$ أي $Q=\frac{a}{2b}$ ؛ ومن أجل كميات أكبر من نقطة المنتصف هذه ليس فقط يبقى دائما منحنى الإيراد الحدي أسفل منحنى الإيراد المتوسط بل يصبح أيضا سالبا، ولاحظ أن منحنى الإيراد الحدي في الشكل السابق يتسق مع هاته الخصائص في هذا المثال.

رابعا: التمثيل البياني لشرط تعظيم الربح

يبين الشكل شرط تعظيم الربح للمحتكر $MR=MC$ بالمعطيات السابقة؛ حيث أن ميل منحنى الإيراد الحدي MR سالب ويقع أسفل منحنى الطلب D (والذي هو منحنى الإيراد المتوسط في نفس الوقت) وذلك من أجل كل القيم $Q>0$ ؛ ومنحنى التكلفة الحدية MC هي خط مستقيم يبدأ من نقطة الأصل ويقع أسفل منحنى التكلفة المتوسطة AC والذي هو أيضا خط مستقيم يبدأ من نقطة الأصل وذلك من أجل كل القيم $Q>0$.



والكمية المعظمة للربح هي التي يتقاطع عندها الإيراد الحدي والتكلفة الحدية $MR=MC=4$ وبالتالي هي $Q=4$ ؛ وكذا السعر المعظم للربح هو عندما تلتقي الكمية المعظمة للربح السابقة $(Q=4)$ مع منحنى الطلب أي عند $P=8$ ؛ وعند شرط تعظيم الربح هذا يكون الربح مساويا للإيراد الكلي مطروحا منه التكلفة الكلية $\pi=TR-CT$: الإيراد الكلي هو نفسه السعر (أو الإيراد المتوسط) مضروبا في كمية الإنتاج المعظمة للربح أي هو مجموع مساحة المستطيلات $B+E+F$ ؛ والتكلفة الكلية هي متوسط التكلفة مضروبا في كمية الإنتاج المعظمة للربح أي هي مساحة المستطيل F ؛ فيكون الربح الكلي هو مساحة المستطيلين: $B+E=24$ لأن: $\pi=TR-CT=(8\times4)-(2\times4)=24$ ؛ وهو ما يثبته الجدول السابق في بداية هذا الفصل؛ ويبين الشكل السابق ثلاث نقاط مهمة في **توازن سوق الاحتكار**:

- السعر المعظم لربح المحتكر $P=8$ يتجاوز التكلفة الحدية $MC=4$ لآخر وحدة مباعة $Q=4$ (الكمية المعظمة للربح)، وهذا يختلف عن أسواق المنافسة التامة حيس يتساوى السعر مع التكلفة الحدية لآخر وحدة مباعة؛
- يمكن أن يكون الربح الاقتصادي للمحتكر موجبا عكس المنشأة في أسواق المنافسة التامة في المدى الطويل لأن المحتكر لا يواجه تهديد حرية الدخول للأسواق والتي تجعل الربح الاقتصادي معدوما في الأسواق التنافسية؛
- على الرغم أن المحتكر يستطيع رف السعر فوق التكلفة الحدية ويحقق أرباحا اقتصادية موجبة فلا يزال المستهلكون يتمتعون ببعض الفوائد في التوازن الاحتكاري؛ ففائض المستهلك في الشكل السابق وحسب تعريف الفائض هو المساحة بين السعر ومنحنى الطلب أي مساحة المستطيل A والتي تساوي $C_S=8$ ؛ وتكون الفوائد أو الأرباح الاقتصادية الكلية في توازن المحتكر هي مجموع فاض المستهلك وفائض المنتج(المحتكر) والتي تساوي لمساحة المستطيلات $A+B+E=32$.

مثال 08-02! شرط تعظيم ربح المحتكر (تطبيقا على الشكل السابق)

لنفترض أن معادلة منحنى طلب سوق المحتكر في الشكل السابق هي $P=12-Q$ ؛ ومعادلة التكلفة الحدية هي $MC=Q$ ، فما هو سعر وكمية تعظيم ربح المحتكر؟؛

الحل: لحل هذه المسألة علينا إيجاد أولا: منحنى الإيراد الحدي، ثانيا: مساواة الإيراد الحدي بالتكلفة الحدية لإيجاد الكمية المعظمة للربح، ثالثا: تعويض هذه الكمية في معادلة منحنى الطلب لإيجاد السعر المعظم للربح.

معادلة منحنى الطلب لديها صيغة خطية لذلك فمنحنى الإيراد الحدي لديه نفس نقطة التقاطع مع محور الأسعار العمودي؛ وضعف ميل معادلة منحنى الطلب:

$$MR=TR=(P\times Q)'=[(12-Q)\times Q]'=12-2Q$$

وبتطبيق شرط تعظيم ربح المحتكر $MR=MC$ أي: $12-2Q=Q$ مما يجعل الكمية المعظمة للربح هي $Q=4$ ؛ وبتعويض هذه النتيجة في معادلة منحنى الطلب نجد السعر المعظم لربح المحتكر $P=12-(4)=8$.

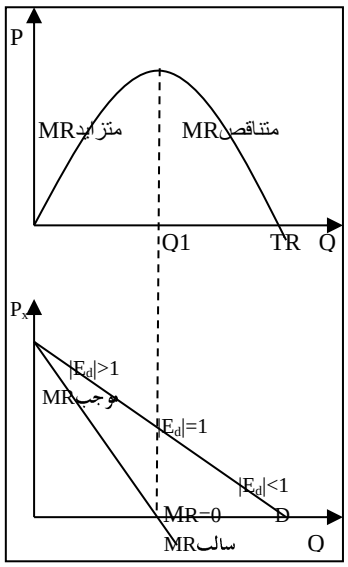
8-2. توزان المحتكر

أولا: الإيراد الحدي ومرونة الطلب في حالة الاحتكار

نعلم أن الإيراد الحدي هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة لتغير المبيعات بوحدة واحدة؛ وأن العلاقة بين الإيراد الحدي Rm وكلا من السعر P ومرونة الطلب E_d تم تحديدها بالمعادلة التالية: $MR=P\left[1+\frac{1}{E_d}\right]$ ؛ وفي حالة المنافسة الكاملة يكون الإيراد الحدي MR مساويا للسعر P لأن مرونة الطلب $E_d=\infty$ وعليه فإن قيمة $1/E_d$ تقترب من الصفر؛ أما في حالة الاحتكار فإن المُنْشَأَة لا تواجه منحنى الطلب الخطي الموازي للمحور الأفقي ذو المرونة ($E_d=\infty$) كما أن المُنْشَأَة لن يكون من صالحها الإنتاج عندما يكون الإيراد الحدي أقل من الصفر (أي سالبا) حتى لو كانت تكاليف الإنتاج معدومة، ولما كان الإيراد الحدي يصبح صفرا عندما تكون مرونة الطلبة تساوي (-1) لأنه وبالتعويض فعن قيمة المرونة في المعادلة السابقة نجد $MR=0$ ؛ فكذلك لن يكون من صالح المُنْشَأَة الإنتاج عندما تكون مرونة الطلب بين (-1) و(0) لأن الإيراد الحدي سيكون سالبا ولذلك فإن المُنْشَأَة الاحتكارية لن تعمل على هذا الجزء غير المرن من منحنى الطلب.

ثانيا: العلاقة بين الإيراد الحدي والإيراد الكلي ومرونة الطلب

يوضح الشكل المقابل العلاقة بين الإيراد الحدي والإيراد الكلي ومرونة الطلب، ويبين الجزء العلوي من الشكل اتجاهات الإيراد الكلي وأنه يساوي صفرا عندما أكون المبيعات صفرا؛ وكذلك عندما يتغير مستوى الإنتاج يتزايد الإيراد الكلي في البداية ثم يتجه بعد ذلك للانخفاض ويصل الإيراد الكلي إلى أقصاه عندما يكون الإيراد الحدي مساويا للصفر ومرونة الطلب $E_d=-1$ ؛ بينما يوضح الجزء السفلي من الشكل أن المُنْشَأَة الاحتكارية ليس من صالحها تجاوز مستوى الإنتاج Q_1 لأن الإيراد الحدي يكون سالبا وهذا ما يتطابق مع النتيجة السابقة بأن المُنْشَأَة الاحتكارية لن تعمل في الجزء غير المرن من منحنى الطلب.



وتجدر الإشارة إلى أن منحنى الإيراد الحدي MR يكون مستقيما لأن دالة الطلب خطية؛ ويبدأ من نفس النقطة التي بدأ منها منحنى الطلب على المحور العمودي؛ كما أن ميل دالة الإيراد الحدي يساوي ضعف ميل دالة الطلب الخطية ونستنتج من ذلك أن:

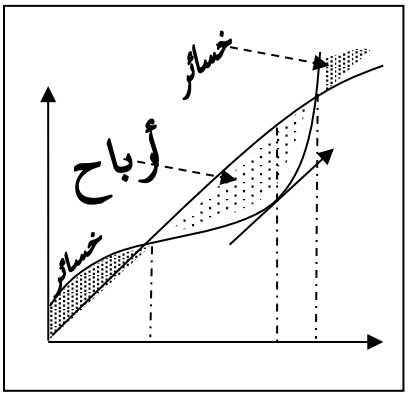
- الإيراد الحدي يكون أقل من السعر $MR<P(AR)$ في ظل ظروف الاحتكار؛
- عندما يكون الطلب غير مرن $|E_d|<1$ يكون الإيراد الحدي سالبا $MR<0$ ؛ حيث يصبح TR متناقصا؛
- عندما يكون الطلب متكافئ المرونة $|E_d|=1$ يكون الإيراد الحدي مساويا للصفر $MR=0$ ويصل TR إلى أقصاه؛
- عندما يكون الطلب مرنا $|E_d|>1$ يكون الإيراد الحدي موجبا $MR>0$ حيث يكون TR متزايدا؛
- ينتج المحتكر ويبيع عادة على الجزء المرن فقط من منحنى طلبه (منحنى AR) وذلك حتى يكون $MR>0$.

ثالثا: توازن المُنْشَأَة المحتكرة باستخدام منحنيات الإيراد الكلي والتكاليف الكلية

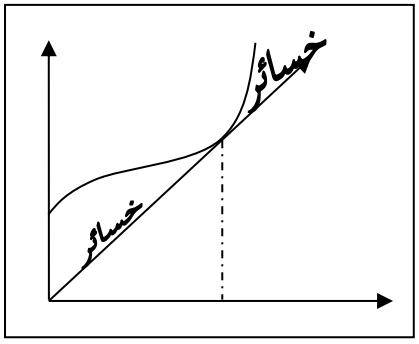
يصل المحتكر إلى وضع التوازن عندما يتحقق شرطا التوازن السابق ذكرهما في ظل ظروف المنافسة التامة وهما: الشرط اللازم ($MR=MC$) والشرط الكافي ($\frac{\partial MC}{\partial Q}>0$)؛ وكذلك يواجه المحتكر أحد الاحتمالات الثلاث السابقة ذكرها وهي تحقيق أرباح غير عادية أو تحقيق أرباح عادية فقط أو تحقيق خسائر يمكن تحملها، ويجدر التأكيد هنا على أنه لا يوجد اختلاف في ظروف توازن المحتكر فيما بين الأجلين القصير والطويل وهذا يعني أنه لا تختفي الأرباح غير العادية (في حالة ظهورها) بالضرورة في الأجل الطويل وذلك لعدم وجود حرية الدخول لمجال الإنتاج أو الخروج منه.

أ. تحقيق المُنْشَأَة لأرباح غير عادية

ويتحقق هذا الوضع التوازني في حالة كون $TC<TR$ عند وضع التوازن كما هو موضح في الشكل المقابل:



ويتضح من الشكل أن توازن المُنْشَأَة يتحقق عندما تنتج الكمية Q_2 حيث تحصل المُنْشَأَة على أقصى أرباح ممكنة وهي أرباح غير عادية (ربح اقتصادي موجب) وتقاس بالمسافة الرأسية (BC) وعند أي مستوى إنتاجي خلاف المستوى Q_2 تكون أرباح المُنْشَأَة إما متناقصة، منعدمة وإما أنها تحقق خسائر؛ ويجدر بالذكر هنا أن هذا الوضع يمكن أن يتسمر ليس في ظل ظروف الأجل القصير فقط بل وفي ظروف الأجلا الطويل مع مراعاة أن تختلفي التكاليف الثابتة ويعني هذا أن ينطلق منحنى التكاليف الكلية من نقطة الأصل.

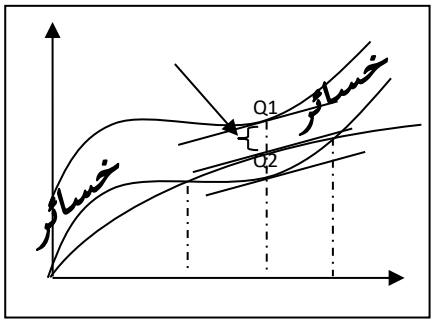


ب. تحقيق المنْشَأَة لأرباح عادية

ويتحقق هذا الوضع التوازني عندما يكون $TC=TR$ عند وضع التوازن كما هو موضح في الشكل المقابل والذي يتضح من خلاله أن توازن المُنْشَأَة يتحقق عند مستوى إنتاجي Q^*؛ حيث يتوفر شرطا التوازن السابق ذكرهما؛ وعند هذا المستوى الإنتاجي تحقق المُنْشَأَة أرباحا عادية فقط أي يكون الربح الاقتصادي مساويا للصفر؛ وعند أي مستوى أكبر أو أقل من المستوى Q^* تتحمل المُنْشَأَة خسائر؛ وهذا يمثل وضع توازن المُنْشَأَة المحتكرة في الأجل القصير مع مراعاة أن يبدأ منحنى التكلفة الكلية من نقطة الأصل؛ حيث تختفي CF.

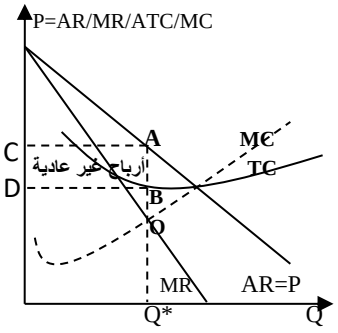
ج. تحقيق المنْشَأَة لخسائر

من الطبيعي أن يسود هذا الوضع عندما تكون $TR<TC$ عند وضع التوازن ويعني هذا تحقق شرطا التوازن السابق ذكرهما فضلا عن ضرورة أن يكون $VC\leq TR$ ويتضح وضع التوازن في الشكل المقابل حيث أن الإنتاج التوازني للمُنْشَأَة هو Q^* ؛ وتتحمل المُنْشَأَة في هذا الوضع خسائر تقدر بيانيا بالمسافة الراسية CE حيث يغطي الإيراد الكلي TR التكاليف الكلية المتغيرة VC جميعها وجزءا من التكاليف الثابتة يقدر بالمسافة الرأسية AE ؛ وعند أي مستوى إنتاجي خلاف المستوى السابق وفيما بين Q_1 و Q_2 يزداد حجم الخسائر، وتجدر الملاحظة هنا أن المُنْشَأَة المحتكرة تخرج من السوق إذا ما استمرت هذه الخسائر في الأجل الطويل هذا في حالة عدم وجود قيود على ذلك



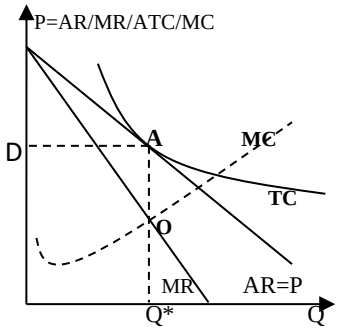
رابعا: توازن المنْشَأَة المحتكرة باستخدام منحنيات الإيراد الحدي والتكاليف الحدية:

أ. تحقيق المنْشَأَة لأرباح غير عادية



ويتحقق هذا الوضع التوازني في حالة كون $ATC<P$ عند وضع التوازن كما هو موضح في الشكل المقابل عند النقطة O حيث تنتج المُنْشَأَة المستوى الإنتاجي Q^* وفي ظل هذا الوضع يتحقق شرطا التوازن حيث تتعادل MC المتزايدة مع MR وتقدر الأرباح غير العادية بمساحة المستطيل $ABCl$ حيث تحقق المُنْشَأَة ربحا وحدويا (الربح المتوسط) مقداره CL مضروبا في حجم الإنتاج AC.

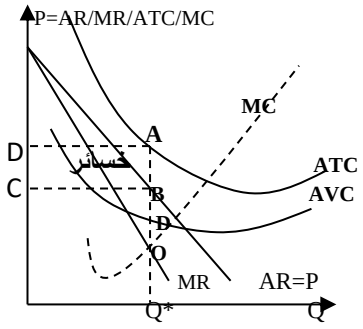
ب. تحقيق المنْشَأَة للأرباح العادية



ويسود هذا الوضع التوازني عندما يتعادل $ATC=P$ كما هو مبين في الشكل الموالي: أي عندما تنتج المُنْشَأَة Q^* فيكون سعر بيع الوحدة (AQ^*) مساويا لتكلفة الوحدة ATC (متوسط التكلفة الكلية).

ج. تحقيق المنْشَأَة لخسائر

ويتحقق هذا الوضع التوازني عندما يكون يكون $ATC>P$ مع مراعاة أن يكون $AVC\leq P$ ويمكن تصوير ذلك في الشكل المقابل: حيث نلاحظ من خلاله أن وضع التوازن يتحقق عند النقطة O حيث تنتج المُنْشَأَة المستوى Q^*؛ وفي ظل هذا الوضع تتحمل المُنْشَأَة خسارة في الوحدة تقدر بالمسافة الرأسية (AE) وتكون خسارتها الإجمالية مقدرة بمساحة المستطيل $ABCl$ وهي أقل خسارة تتحملها في حالة استمرارها في الإنتاج، وفضلا عن ذلك فإن هذه الخسارة هي أقل من خسارتها في حالة التوقف عن الإنتاج حيث أنها تمثل بالمسافة الرأسية BL في الوحدة عند هذا المستوى الإنتاجي.



8-5. تمارين الفصل

تمرين 01

تواجه مُنْشَأَة محتكرة طلبا على منتوجها قيمته بدالة الطلب التالية: $Q=5000-4P_x$ ؛ والتكلفة الكلية لهذه المُنْشَأَة تظهر في المعادلة التالية: $CT=1450000-250Q+0.125Q^2$ ،

① إذا أرادت المُنْشَأَة تعظيم أرباحها فما هي الكمية المعروضة، سعر البيع والأرباح المحققة؟؛

② لغرض حصول المشترين على منتوج هذه المُنْشَأَة فرضت الحكومة عليها البيع بسعر يساوي التكلفة الحدية، فماهي الكمية المعروضة وسعر البيع؛

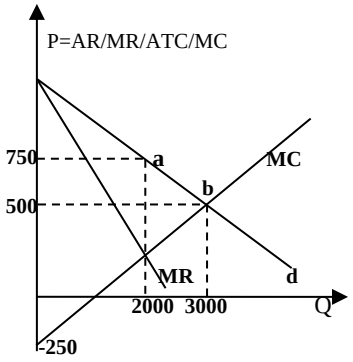
③ وضح بيانيا سعر البيع والكمية للوضعيتين السابقتين؛

غ ! شرط تعظيم الربح: $MR=MC$

① $MC=\frac{\delta TC}{\delta Q}=-250+0.25Q$ ولدينا: $Q=5000-4P_x$ فنستنتج منها أن: $P_x=1250-0.25Q$ ؛ ونعلم بأن: $TR=P\times Q$ لذلك يكون: $TR=(1250-0.25Q)Q$ ومنه: $TR=-0.25Q^2+1250Q$ ؛ فيكون: $MR=-0.5Q+1250$ ؛ ومن شرط تعظيم الربح ($MR=MC$) نجد: $-250+0.25Q=-0.5Q+1250$ وبالتالي يكون: $Q=2000$ ونعود لمعادلة الطلب فنجد السعر يساوي: $P_x=1250-0.25(2000)=750$ ؛ فيكون الربح:

$\pi=TR-TC=P\times Q-TC=750\times 2000-(1450000-250(2000)+0.125(2000)^2$ ،

أي: $\pi=1500000-1450000=50000$.



② السعر والكمية بعد الإجراء الحكومي وهو البيع بما يعادل التكلفة الحدية: $P=MC$ ؛ أي: $1250-0.25Q=-250+0.25$ فيكون: $1500=0.5Q$ وتكون الكمية: $Q=3000$ والسعر: $P_x=500$.

③ التوضيح البياني: تمثل الوضعيتين ① و② بالنقطتين: a و b على التوالي.

تمرين 02

تواجه مُنْشَأَة محتكرة دالة الطلب التالية: $Q=46000-50P_x$ ؛ وتدفع هذه المُنْشَأَة تكلفة ثابتة قدرها 8.5 مليون و ن؛ وتقدر دالة تكلفتها المتغيرة: $VC=20Q+0.005Q^2$ ،

① حاليا ماهما السعر والكمية اللذان يعظمان الإيراد الكلي لهذه المُنْشَأَة؟ وما هي مرونة الطلب السعرية عندها؛

② حاليا أيضا إذا كان هدف المُنْشَأَة هو تعظيم الربح فما هي التوليفة (سعر،كمية) التي تحقق ذلك؟؛

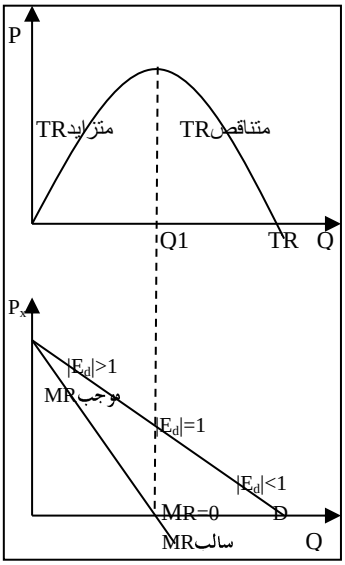
③ ما هو مستوى ربح (أو خسارة) المُنْشَأَة؛

④ إذا طبقت الدولة تعليمة خاصة بالمنافسة في سوق هذه الصناعة؛ ماهو سعر وكمية التوازن؟

⑤ مثل في نفس البيان الوضعيات: ①، ② و④؛

الحل:

① تعظيم الإيراد الكلي:



لدينا: $Q=46000-50P_x \Rightarrow P=920-0.02Q$ ولدينا شرط: $MaxTR \Rightarrow MR=0$ وبالتالي:

$$TR=P\times Q=(920-0.02Q)\times Q=920Q-0.02Q^2$$
$$\Rightarrow \quad MR=920-0.04Q$$
$$MR=0 \Rightarrow 920-0.04Q=0$$
$$\Rightarrow \quad Q=23000$$
$$\Rightarrow \quad P=920-0.02(23000)=920-460=460$$

ولدينا قانون المرونة بالإيراد الحدي: $MR=P\left[1+\frac{1}{E_d}\right]$ وبالتعويض فيه نجد:

$0=460\left[1+\frac{1}{E_d}\right]$ فتكون: $\boxed{E_d=-1}$

② نبحث عن سعر وكمية التوازن لتعظيم الربح: وذلك عن طريق شرط التوازن $MR=MC$ فيكون:

$$\left\{\begin{array}{l} MR=920-0.04Q \\ MC=\frac{\delta VC}{\delta Q}=20+0.01Q \end{array}\right\}$$

فيكون: $920-0.04Q=20+0.01Q$ ومنه: $\boxed{Q=18000}$

ومنه $\boxed{P=920-0.02(18000)=560}$

③ ربح أو خسارة المُنْشَأَة يتمثل في: $\pi=TR-TC=P.Q-(20Q+0.005Q^2+850000)$

$$\pi=560\times 18000-20(18000)-0.005(18000)^2-850000)=-40000$$

فنجد أن المُنْشَأَة تتعرض لخسارة قدرها: 40000 ون.

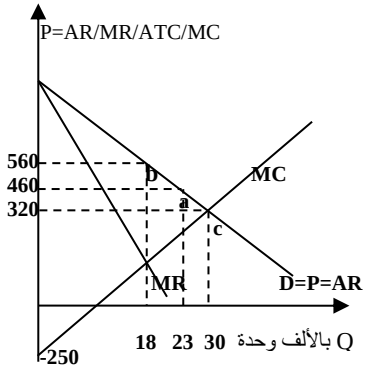
④ ما هي سعر وكمية التوازن عند فرض تعليمة الحكومة: العرض=الطلب

فيكون: $MC=20+0.01Q$ وبالتالي: $920-0.02Q=20+0.01Q$ أي: $\boxed{Q=900/0.03=30000}$

ويكون السعر: $P=920-0.02(30000)=320$

⑤ التمثيل البياني للوضعيات: ①، ② و④؛

النقاط: a، b و c تمثل الوضعيات ①، ② و④ على التوالي.



د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz
قناة اليوتيوب: https://www.youtube.com/watch?v=Vp09A7rOqh4&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=2

تمرين 03

يتحمل مشروع احتكاري نفقة كلية مقدارها: $TC=1.25Q^2-2125Q+58500$ ؛ ويبيع هذا المحتكر سلعته في سوقين مختلفين:

- دالة الطلب في السوق الأولى: $Q_1=-0.16P_1+240$ ،
- دالة الطلبة في السوق الثانية: $Q_2=-0.04P_2+85$

① احسب الربح الكلي (الكمية، السعر) في حالة الاحتكار العادي؛

② احسب الربح الكلي (الكمية، السعر) في حالة التمييز بين الأسواق.

الحل:

① نحسب الربح في حالة الاحتكار العادي؛ في هذه الحالة المنتج لا يميز بين الأسواق فيكون الطلب الكلي كما يلي:

$$Q=Q_1+Q_2=(-0.16P_1+240)+(-0.04P_2+85)$$
$$Q=-0.2P+325$$
$$P=1625-5Q$$

يصل المنتج إلى أعظم ربح في حالة: $MR=MC$ فنبحث عن MR و MC:

$$MR=TR=(P\times Q)'=((1625-5Q)\times Q)'=(1625Q-5Q^2)'$$
$$MR=1625-10Q$$

أما MC:

$$MC=2.5Q-2125$$

$$MR=MC \Rightarrow 1625-10Q=2.5Q-2125$$
$$\Rightarrow 1837.5=12.5Q$$
$$\Rightarrow Q=147$$

فيكون:

و: $P=1625-5(147)=890$

$$\pi=TR-TC=(P.Q)-(1.25(147)^2-2125(147)+58500)$$
$$=(890\times 147)-(27011.25-312375+58500)$$

فيكون الربح الكلي:

$$=130830-54273.75$$
$$\pi=76556.25$$

① نحسب الربح الكلي (سعر، كمية) في حالة التمييز بين الأسواق

- في السوق الأولى:

$$MR_1=MC(147)$$
$$Q_1=-0.16P_1+240 \Rightarrow P_1=-6.25Q_1+1500$$
$$TR_1=P_1Q_1=-6.25Q_1^2+1500Q_1$$
$$MR_1=-12.5Q_1+1500$$
$$MR_1=MC(147) \Rightarrow -12.5Q_1+1500=2.5Q_1-2125$$
$$\Rightarrow 17125=15Q_1$$
$$\Rightarrow Q_1=1141.7$$

د.عيسى بنشوري؛ مطبوعة الاقتصاد الجزئي02؛ كُلّية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير؛ جامعة "تبسّة"؛ aissa.banchouri@univ-tebessa.dz
قناة اليوتيوب: https://www.youtube.com/watch?v=Vp09A7rOqh4&list=PLT63T9mBDNaPRZZlniqermICakDDd_D3X&index=2

فيكون سعر التوازن في السوق الأولى: $P_1 = -6.25(114.17) + 1500 = 786.46$

$$\pi = TR - TC = (P_1.Q_1) - (1.25(114.17)^2 - 2125(114.17) + 58500)$$
$$= (786.46 \times 114.17) - (16292.53 - 242624.2 + 58500)$$
$$= 89787.33 - 77032.12$$

والربح الكلي:

$$\pi = 12755.21$$

- في السوق الثانية:

$$MR_2 = MC_2 \quad (14.7)$$
$$Q_2 = -0.04P_2 + 85 \Rightarrow P_2 = -25Q_2 + 2125$$
$$TR_2 = P_2Q_2 = -25Q_2^2 + 2125Q_2$$
$$MR_2 = -50Q_2 + 2125$$
$$MR_2 = MC_2 \quad (14.7) \Rightarrow -50Q_2 + 2125 = 2.5Q_2 - 2125$$
$$\Rightarrow 2337.5 = 47.5Q_2$$
$$\Rightarrow Q_2 = 57.01$$

فيكون سعر التوازن في السوق الثانية: $P_1 = -25(57.01) + 2125 = 700$

$$\pi = TR - TC = (P_2.Q_2) - (1.25(57.01)^2 - 2125(57.01) + 58500)$$
$$= (700 \times 57.01) - (4063 - 121150.9 + 58500)$$
$$= 39900 - 50447.9$$

الربح الكلي:

$$\pi = -10556.7$$

تمرين 04

لنفترض أن معادلة منحنى طلب السوق هو $Q = 100 - 5P$ ؛

- ماهي معادلة منحنى الطلب العكسية؟؛

- ماهي دالة الإيراد المتوسط للمحتكر في هذا السوق؟؛

- ماهي دالة الإيراد الحدي المتعلقة بمنحنى الطلب هذا؟.

تمرين 05

لنفترض أن دالة طلب السوق بالنسبة لمنشأة محتكرة هي $P = 40 - 2Q$ ؛

- ماهي دالة الإيراد الحدي لهذه المنشأة؟؛

- ماهي أعظم كمية إيراد كلي يمكن للنشأة الحصول عليها؟.

تمرين 06

أثبت أن مرونة الطلب السعرية تساوي (-1) فقط حين يكون الإيراد الحدي معدوما $MR = 0$

تمرين 07

لنفترض أن شركة($Inte$) تحتكر سوق المعالجات الدقيقة الحاسوبية في الجزائر(microprocessors) خلال عام 2011؛ وتواجه منحنى طلب $P=9-Q$ ؛ دون وجود معطيات حول تكاليف الشركة هل يمكنها في أي لحظة بيع 07 مليون وحدة من المعالجات في نفس العام.

تمرين 08

يشتغل محتكر في صناعة أين يكون منحنى الطلب $Q=1000-20P$ والتكلفة الحدية الثابتة للمحتكر $MC=8$ ؛ فما هو السعر المعظم للربح لهذا المحتكر.

تمرين 09

لنفترض أن شركة طيران لديها احتكار لخط بين ثلاث مدن؛ وخلال الفترة ديسمبر-مارس يعطى منحنى الطلب الشهري في هذا الخط بالمعادلة $P=a_1-bQ$ ؛ أما في الفترة جوان-أوت فيكون منحنى الطلب الشهري في نفس الخط بالمعادلة $P=a_2-bQ$ ؛ حيث $a_2>a_1$ ؛ وبافتراض أن دالة التكلفة الحدية لهاته الشركة هي نفسها في الفترتين وهي مستقلة عن Q (عدد المسافرين)؛ ماهي الفترة التي تستطيع فيها الشركة وضع سعر أعلى؟.

تمرين 10

تشتغل مُنْشَأَة بتكلفة ثابتة $FC=1400$ وتكلفة متغيرة $VC=Q^2$ ويكون منحنى طلب المحتكر $P=120-2Q$ ؛ وتكاليفها الثابتة هي $FC=600$ ؛ ويتوقع المُنْشَأَة استمرارية هذه الدوال في المدى القصير؛

- ماهو ربح المُنْشَأَة وماهو أعظم ربح ممكن ؟؛
- هل تستمر المُنْشَأَة بالعمل في المدى القصير أم تغلق أبوابها ؟.

تمرين 11

يشتغل محتكر بتكاليف متغيرة وأخرى ثابتة (الثابتة بعضها حتمي وبعضها لا)؛ كيف تؤثر التكاليف الثابتة بنوعيها على قراراته عند محاولته تعظيم ربحه في المدى القصير.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

أولا: المراجع باللغة العربية

1- أحمد فوزي ملوخية؛ الإقتصاد الجزئي؛ مكتبة بستان المعرفة لطباعة نشر وتوزيع الكتب؛ الإسكندرية جمهورية مصر العربية؛ 2005.

2- أسامة أحمد الفيل، عفاف عبد العزيز عايد، عبير شعبان عبده وسحر عبد الرؤوف القفاش؛ مبادئ الإقتصاد الجزئي؛ دار التعليم الجامعي للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية جمهورية مصر العربية؛ 2013.

3- البشير عبد الكريم، الإقتصاد الجزئي: دروس مع تمارين محلولة، دار الأديب للنشر والتوزيع، الجزائر 2005.

4- بول إ.ساموبلسون، وليام د.نوردهاوس ومايكل ج.ماندل؛ الإقتصاد، ترجمة أولى للطبعة 15: هشام عبد الله، الدار الأهلية للنشر والتوزيع، عمان الأردن 2001.

5- جابر محمد البدور وعبد الغفور إبراهيم أحمد؛ مبادئ الإقتصاد الجزئي؛ ط2؛ دار آمنة للنشر والتوزيع؛ عمان الأردن؛ 2013.

6- رشيد بن الذيب ونادية شطاب عباس؛ إقتصاد جزئي: نظرية وتمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، ط4، الجزائر العاصمة 2005.

7- ضياء مجيد؛ النظرية الإقتصادية: التحليل الإقتصادي الجزئي؛ مؤسسة شباب الجامعة؛ الإسكندرية جمهورية مصر العربية؛ 2007.

8- كساب علي، النظرية الإقتصادية: التحليل الجزئي، ط2، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2006.

9- محمود حسين الوادي، أحمد عارف العساف ووليد أحمد صافي؛ الإقتصاد الجزئي؛ دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة؛ ط3؛ 2012.

10- سالفاتور دومينيك؛ نظرية اقتصاديات الوحدة؛ ترجمة: سعد الدين محمد الشيال؛ ديوان المطبوعات الجامعية؛ بن عكنون الجزائر؛ 1994.

11- عبد الوهاب الأمين وفريد بشير؛ الاقتصاد الجزئي؛ ط4؛ مكتبة المتنبي؛ الدمام المملكة العربية السعودية؛ 2011.

12- عمار عماري؛ تطبيقات محلولة في الإقتصاد الجزئي، ط1، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان الأردن 2002.

13- عمر صخري؛ مبادئ الإقتصاد الجزئي الوحدوي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2001.

14- عيسى خليفي؛ مبادئ الإقتصاد الجزئي؛ ط1، دار أسامة للنشر والتوزيع، عمان الأردن، 2013.

ثانيا: المراجع باللغات الأجنبية

15- *Daron Acemoglu ; David Laibson ; John A. List, Microeconomics, Pearson Education Ltd, England 2016.*

16- *David A. Dilts; Introduction to Microeconomics; 6th; Purdue University; Indiana; 2004.*

17- *David C. Colander, Microeconomics, 10th Edition McGraw-Hill Companies Inc., USA 2017.*

18- *David Romer ADVANCED MACROECONOMICS, 4th Edition, McGraw-Hill Companies Inc., USA 2012.*

19- *Defalvard Hervé; Fondements de la Microeconomie: les choix individuels ; vol-1; De Boeck, Bruxelles 2008.*

قائمة المراجع

20- *Dorman, Peter; Microeconomics: A Fresh Start; Springer-Verlag Berlin Heidelberg; 2014.*
21- *Doviak Eric; Lectures Notes on the Principles od Microeconomics; 3rd, … 2005.*
22- *Geoffrey A. Jehle; Philip j. Reny , Advanced Microeconomic Theory; 3rd edition, Financial Times Prentice Hall an imprint of Pearson Education Limited, England 2005.*
23- *Guoqiang Tian; Lecture Notes: Microeconomic Theory; College Station, Texas A&M University; 2013.*
24- *Joseph E. Stiglitz ; Martin Guzman, Contemporary Issues in Microeconomics, International Economics Association, Hampshire England 2016.*
25- *Karl E. Case, Ray C. Fair & Sharon M. Oster; Principles of Economics; 10th ed; Pearson Education, Inc; 2012.*
26- *Mankiw N.Gregory ; Principles of Microeconomics; 2nd edition, South-Western College Pub; 2001.*
27- *Mankiw N.Gregory ; Principles of Microeconomics; 7th edition, Nelson Education Ltd, Cengage Learning, Stamford, USA; 2015.*
28- *Mankiw N.Gregory ; Principles of Microeconomics; 8th edition, Nelson Education Ltd, Cengage Learning, Boston,, USA; 2018.*
29- *Martin Kolmar, Principles of Microeconomics: An Integrative Approach, Springer International Publishing, Switzerland 2017.*
30- *Mas-Colell Andreu, Michael D.Whinston & Jerry R.Green; Microeconomic Theory, Oxford University Press, Inc., 1995.*
31- *Michael Parkin; Robin Bade, Microeconomics : Canada in the global environment, Ninth edition, Pearson Education Ltd, Toronto, Ontario, 2016.*
32- *Michael R. Hammock, J. Wilson_Mixon; Microeconomic Theory and Computation; Springer Science+Business Media; New York; 2013.*
33- *Mountoussé Marc Et Waquet Isabelle, Microeconomie, 2e édition, Bréal, Paris 2008.*
34- *Peter Dorman, A Fresh Start Microeconomics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2014.*
35- *Peter J. Klenow Stanford University and NBER Benjamin A. Malin; Microeconomic Evidence on Price-Setting; National Bureau of Economic Research Inc, N°15826; 2010.*
36- *Romans Pancs, Lectures on Microeconomics: The Big Questions Approach, Kindle Edition 2018.*
37- *Robin Bad; Michael Parkin, Foundations of Microeconomics, 7th Edition, Pearson Education Ltd, USA 2015.*
38- *Sébastien Chessex; Microeconomic Initiatives Handbook; International Committee of the Red Cross, 2014.*
39- *Steven A. Gabriel, Antonio J. Conejo, Fuller J. David, Benjamin F. Hobbs, Carlos Ruiz; Complementarity Modeling in Energy Markets; Springer Science Business Media New York 2013; pp: 71-125.*
40- *Thomas J. Nechyba; MICROECONOMICS An Intuitive Approach with Calculus, Nelson Education Ltd, Cengage Learning, Mason Ohio, USA; 2011.*
41- *Varian .R Hal, Analyse Microeconomie, 2e édition- 2e tirage, groupe De Boeck, Bruxelles 2008.*