



الجمهورية الجزائرية

قراطية الشعبية

Republique Algerienne Democratique Et Populaire

ة التبةسي

العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي

التبسة - تبةسي

Université Larbi Tébessi – Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

En : Génie Civil

Spécialité : Structures

Par : Tebbaci Baha Eddine

Sujet

ETUDE NUMERIQUE DE LA STABILITE DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES

Présenté et soutenu publiquement, le 11 / 06 / 2024 , devant le jury composé de :

M. Abderrahmani Seif -Eddine

Maitre de Conference A

Président

M. Mohamed-Lamine SALHI

Maitre de Assistant A

Rapporteur

M. Boursas Farid

Maitre de Conference A

Examineur

Promotion : 2023/2024

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicases

Tout d'abord, je remercie le Dieu, notre créateur de m'avoir donné la
force, la volonté et le courage afin d'accomplir ce travail
Je dédie ce travail à ma mère, la source de tendre
guide me

se

et sa pré

A

mon père que je le remercie énormément pour sa
sa surveillance.

A

Me

A

Tout me

A

Tout ce que je connais sans exception

A

Tous me

Enfin, j'offre me

dans l'accomplissement de ce travail.

TEBBACI Baha Eddine

Remerciements

La première et la dernière chose est pour **Allah** qui me donne la capacité suffisante pour terminer ce travail.

Je veux remercier mon superviseur monsieur **Salhi Med Amin**, pour ses conseils, ses encouragements et ses conseils qu'elle a prodigués au patient tout au long de mon séjour entant qu'étudiant. J'ai été extrêmement chanceuse d'avoir un superviseur qui se souciait tellement de mon travail et qui a répondu à mes questions et mes requêtes si rapidement.

Je tiens également à remercier les membres du jury qui ont bien voulu lire et examiner notre travail.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements ainsi que ma grande gratitude et reconnaissance envers tous mes enseignants du département de « Génie civil ».

D'université de Tébessa.

Enfin, un merci spécial à tous ceux qui m'ont soutenu pour terminer ce travail.

Liste de notations et symbole

Les Symboles	Les Notation
[...]	Matrice
{...}	Vecteur
[...] ⁻¹	Matrice inverse
[...] ^T	Matrice transposée
∫	Intégrale
Σ	La somme
∂	La dérivée
H	Epaisseur de la plaque
[C]	Matrice de rigidité
[S]	Matrice de souplesse
[Q _{ij}]	La matrice de rigidité réduite hors axes principaux
[T]	la matrice de changement
v_c	Volume de matériau composite
v_f	Volume de fibre
v_m	Volume de matrice
V_m	Fraction volumique de matrice
V_f	Fraction volumique de fibre
ε_f	Déformation de fibre
ε_m	Déformation de matrice
ε_c	Déformation de composite
$\sigma_f; \sigma_m; \sigma_c$	Contrainte suivant (fibre, matrice, composite).
$A_{m}; A_f$	Les Aériés des sections droites de la fibre et de la matrice
E_l	Module de Young longitudinale
E_2	Module de Young transversale
G_{ij}	Module de cisaillement longitudinal
ν_{ij}	Coefficient de Poisson longitudinal
σ_{ij}	Des contraintes
ε_{ij}	Des déformations
{ σ }	Vecteur des contraintes
{ ε }	Vecteur des déformations
S_{ijkl}	Tenseur de souplesse
C_{ijkl}	Tenseur d'élasticité
u, v	Déplacement suivante x, y
W	Déplacement suivante z

K	Nom de la couche
Θ	Angle d'orientation des fibres
Q_x	Force de cisaillement dans la direction x
Q_y	Force de cisaillement dans la direction y
$M_x; M_y$	Moments de flexion suivant les directions x et y
M_{xy}	Moment de torsion
$N_x; N_y$	Contraintes Normales
N_{xy}	Contrainte de cisaillement
$[A_{ij}]$	Matrice de rigidité en membrane
$[B_{ij}]$	Matrice de couplage membrane-flexion-torsion.
$[D_{ij}]$	Matrice de rigidité en flexion
$[H_{ij}]$	Matrice de cisaillement
U	Champs des déplacements
F_{ij}	Cisaillement hors plan
K_{ij}	Facteur de correction en cisaillement
$\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z$	Contrainte normales
ε_x	Déformation dans les directions x
ε_y	Déformation dans les directions y
ε_z	Déformation dans les directions z
$\varepsilon_x^0; \varepsilon_y^0; \varepsilon_{xy}^0$	Déformation membranaire
$\sigma_{xz} \sigma_{yz}$	Résultante de cisaillement
$\varnothing_x; \varnothing_y$	Les rotations des sections droites autour des axes x et y
$g_{xz}^0; g_{yz}^0$	La déformation en cisaillement moyenne
Q'_{ij}	Coefficient de rigidité
h_k	Partie supérieure de l'épaisseur de la plaque stratifiée
h_{k-1}	Partie inférieure de l'épaisseur de la plaque stratifiée
α_1	Le coefficient de dilatation thermique longitudinal
α_2	Le coefficient de dilatation thermique transversal
Δ	La variation de température
N^T	La force thermique
M^T	De moment thermique
a	Longueur de la plaque
b	Largeur de la plaque
a/b	Rapport de la longueur sur la largeur de la plaque.
H	L'épaisseur de la plaque
a/h	Rapport de la longueur sur l'épaisseur de la plaque

Table des figures

I.1	Classification des matériaux composites.[1]	15
I.2	Composite à matrice métallique renforcé par dispersion.[2]	16
I.3	Les différents types des composites renforcés par des fibres.[3]	16
I.4	Principe d'empilement de panneaux pour constituer un stratifié.[4]	17
I.5	Représentation schématique d'un panneau sandwich.[3]	18
I.6	Procédé d'obtention des fibres de verre par <i>tirage</i> ² . [3]	23
I.7	Principe d'élaboration des fibres en carbone .[5]	25
I.8	a) Fabrication des fibres de bore (à gauche) et des fibres de SiC (à droite), b) Section d'une fibre de SiC fabriquée par dépôt en phase vapeur .[6] . . .	28
I.9	Structure d'un matériau monocouche . [3]	29
I.10	Les orientations des fibres de composite stratifiées	30
I.11	Désignation d'un stratifié	30
I.12	Constitution d'un sandwich	31
II.1	Stratifié Constitué de Couches Parfaitement Liées [7]	35
II.2	Stratifié Quasi-Isotrope $[45, -45, 90, 0]_s$. [8]	36
II.3	Différents type de Stratifiés [9]	36
II.4	Exemple de Pli Tissé (a) et de Pli Unidirectionnel (b) [8]	37
II.5	Stratifié symétrique [9]	38
II.6	Couplage traction-torsion dans le cas d'un stratifié antisymétrique : (a) déplacements imposés et (b) contraintes imposées. [10]	39
II.7	Désignation de stratifiés hybrides avec la même résine. Avec V : verre, C : carbone, K : Kevlar . [11]	39
II.8	Schématisme des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés.[10] 43	

II.9 Plan Medium dans un Stratifié Déformé[12]	44
II.10 Forces par unité de longueur[10]	46
II.11 Moments par unité de longueur[10]	47
II.12 Illustration du modèle de la plaque de Love-Kirchhoff[13]	48
II.13 Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin[14]	50
II.14 Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques[14]	52
III.1 comportement charge-déformation de colonne soumis à une compression axiale ; (b) courbe $P - \delta$, (c) courbe $P-y$ [15]	58
III.2 Flambement d'une plaque.[15]	62
III.3 Repère local et repère global [16]	65
IV.1 Quelque élément dans Abaqus	74
IV.2 Dimensions de la plaque	76
IV.3 Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée	77
IV.4 Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée pour le deuxième type de matériau	79
IV.5 Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée encastrée	80
IV.6 Les trois modes de flambement thermique de plaque stratifiée rectangulaire simplement appuyée	82
IV.7 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée croisée simplement appuyée	84
IV.8 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée Aluminum pour différents rapports d'aspect simplement appuyée.	85
IV.9 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée Boron/epoxy pour diffé- rents rapports d'aspect simplement appuyée.	85
IV.10 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée croisée encastre.	86
IV.11 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée Boron/epoxy pour diffé- rents rapports d'aspect encastree.	87
IV.12 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée E-Grasse/Epoxy pour diffé- rents rapports d'aspect encastree.	87

IV.13 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées Boron/Epoxy simplement appuyée.	88
IV.14 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée équilibrée Boron/epoxy (SS).	89
IV.15 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées E-Grasse / Epoxy simplement appuyée.	90
IV.16 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées Aluminum simplement appuyée.	91
IV.17 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées Boron/Epoxy encastree	92
IV.18 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée équilibrée Boron/epoxy (CC).	93
IV.19 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées E-glasse/epoxy encastree	93
IV.20 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées Aluminum encastree	94
IV.21 MODEL A et B	95
IV.22 MODEL C et D	96
IV.23 MODEL E et F	96
IV.24 (Model A et Model B)	97
IV.25 (Model C et Model D)	98
IV.26 (Model E et Model F)	99
IV.27 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride pour différents rapports d'aspect simplement appuyée (SS) (MODEL B).	100
IV.28 Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) Encastree (CC).	101
IV.29 Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) Encastree (CC)	102
IV.30 Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) Encastree (CC)	103
IV.31 Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride pour différents rapports d'aspect encastre (CC) (MODEL B).	104
IV.32 Les deffirents models d'hybrides	105
IV.33 Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique simplement appuyée (SS)	107

IV.34 Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique encastree (CC)	108
---	-----

Liste des tableaux

I.1	Principales caractéristiques mécaniques des matrices organiques.[4]	19
I.2	Principales caractéristiques des céramiques utilisées comme matrice dans les matériaux composites .[17]	21
I.3	Caractéristiques et applications de divers types de fibres de verre pour matériaux composites .[17]	24
I.4	Caractéristiques et applications de divers types de fibres de carbone pour matériaux composites .[17]	26
I.5	Caractéristiques et applications des fibres aramides .[17]	27
I.6	Caractéristiques mécaniques des fibres de bore, bore-carbure et carbure de silicium .[10]	28
IV.1	les conditions aux limites.	74
IV.2	les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée	77
IV.3	les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée pour le deuxième type de matériau	78
IV.4	les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope encadrée	80
IV.5	les caractéristiques géométriques et mécaniques des plaques stratifiées symétrique simplement appuyés	81
IV.6	Température critique de flambement de plaques composites stratifiées simplement appuyées	81
IV.7	Propriétés du Aluminium , le Boron/epoxy et E-glass/Epoxy [18]	83
IV.8	Température critique des plaque stratifiées croisés symétrique simplement appuyées (SS).	84

IV.9	Température critique des plaque stratifiées croisés symétrique encastree (CC).	86
IV.10	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) simplement appuyées (SS).	97
IV.11	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) simplement appuyées (SS).	98
IV.12	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) simplement appuyées (SS).	99
IV.13	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) Encastree (CC).	101
IV.14	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) Encastree (CC).	102
IV.15	Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) Encastree (CC).	103
IV.16	Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride simplement appuyées (SS).	106
IV.17	Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride encastree (CC).	107

ملخص

تعد المواد المركبة واحدة من أكثر التطورات التكنولوجية الواعدة في مجال المواد اليوم. فقد شهدت تقنية المواد المركبة توسعًا غير عادي بسبب المزايا الرائعة التي توفرها هذه المواد، مما جعلها عصرية ومطلوبة في مختلف المجالات الصناعية مثل الطيران، والفضاء، والسيارات، وبناء السفن، وحتى الهندسة المدنية.

تخضع الهياكل المصنوعة من المواد المركبة، خاصة الألواح ذات الطبقات، لحمولات حرارية يمكن أن تؤثر بشكل كبير على سلوك هذه الهياكل. لذلك، يهدف هذا العمل إلى دراسة تأثير درجة الحرارة على إستقرار للصفائح ذات الطبقات باستخدام برنامج *ABAQUS* الذي يعتمد في طريقة عمله على العناصر المنتهية. تم تقديم دراسة بارامترية مكثفة حول السلوك الانبعاج الحراري للصفائح ذات الطبقات. خلال هذا العمل، تم مراعاة العديد من الخصائص الميكانيكية مثل نوع المادة، والشروط الحدية، وتقسيم الطبقات، نسبة الطول على العرض وأبعاد الصفائح، ونسبة الطول على السمك، وتأثير درجة الحرارة على خصائص المواد.

أظهرت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها من البحوث المرجعية المحددة تحليليًا، وتلك التي تم الحصول عليها بواسطة نماذج العناصر المنتهية، الأداء الجيد ودقة النمذجة المقترحة. وقد تم استنتاج أن درجة الحرارة الحرجة للانبعاج يمكن أن تتأثر بشكل كبير بالخصائص التي تم النظر فيها.

الصفائح ذات الطبقات، الانبعاج الحراري، المواد المركبة، اثر الحرارة، العناصر المنتهية، الصفائح الهجينة ذات الطبقات

Abstract

Composite materials are one of the most promising technological developments in the field of materials today. Composite material technology has witnessed extraordinary expansion due to the wonderful advantages these materials provide, making them modern and in demand in various industrial fields such as aviation, aerospace, automotive, shipbuilding, and even civil engineering.

Structures made of composite materials, especially layered panels, are subject to thermal loads that can significantly affect the behavior of these structures. Therefore, this work aims to study the effect of temperature on the stability of layered plates using the ABAQUS program, which operates based on finite elements. A comprehensive parametric study was presented on the thermal buckling behavior of layered plates.

During this work, many mechanical properties were considered, such as material type, boundary conditions, layer division, length-to-width ratio and dimensions of the sheets, length-to-thickness ratio, and the effect of temperature on material properties.

A comparison of the results obtained from the specified reference research analytically and those obtained by finite element models showed good performance and the proposed modeling accuracy. It was concluded that the critical buckling temperature can be significantly affected by the properties considered.

Key word :

Laminate plates, thermal buckling, composite materials, temperature effect, finite elements,

laminated hybrid plates

Résumé

Les matériaux composites sont l'un des développements technologiques les plus prometteurs dans le domaine des matériaux aujourd'hui. La technologie des matériaux composites a connu une expansion extraordinaire en raison des avantages merveilleux que ces matériaux offrent, les rendant modernes et demandés dans divers domaines industriels tels que l'aviation, l'aérospatiale, l'automobile, la construction navale et même le génie civil.

Les structures faites de matériaux composites, en particulier les panneaux stratifiés, sont soumises à des charges thermiques qui peuvent affecter significativement le comportement de ces structures. Par conséquent, ce travail vise à étudier l'effet de la température sur la Stabilité des plaques stratifiées en utilisant le programme ABAQUS, qui fonctionne sur la base des éléments finis. Une étude paramétrique complète a été présentée sur le comportement de flambage thermique des plaques stratifiées.

Au cours de ce travail, de nombreuses propriétés mécaniques ont été prises en compte, telles que le type de matériau, les conditions aux limites, la division des couches, le rapport longueur-largeur et les dimensions des plaques, le rapport longueur-épaisseur et l'effet de la température sur les propriétés des matériaux.

Une comparaison des résultats obtenus à partir de la recherche de référence spécifiée de manière analytique et ceux obtenus par des modèles à éléments finis a montré de bonnes performances et une précision de modélisation proposée. Il a été conclu que la température critique de flambage peut être significativement affectée par les propriétés considérées.

Mots clés :

Les plaques stratifiées, le flambage thermique, les matériaux composites, l'effet de la température, les éléments finis, les plaques hybrides stratifiées

Table des matières

I	GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITES	13
I.1	Matériaux Composites	13
I.1.1	Introduction	13
I.1.2	Matériaux composites	13
I.1.3	Exemples d'utilisation des matériaux composites	14
I.2	. Classification des matériaux composites :	14
I.2.1	Composites renforcés par des particules	15
I.2.2	Composites renforcés par des fibres	16
I.2.3	Composites structuraux	17
I.3	Elaboration des matériaux composites	18
I.3.1	Introduction	18
I.3.2	Les matrices	18
I.3.3	Les matrices métalliques	19
I.3.4	Les matrices céramiques	20
I.4	Les renforts	22
I.5	Obtention des renforts fibreux	22
I.5.1	Les fibres de verre.	22
I.5.2	Les fibres de carbone	25
I.5.3	Les fibres aramides	26
I.5.4	Les fibres de Carbone de Silicium (SiC) et les fibres de Bore (B)	27
I.6	Architecture des matériaux composites	28
I.6.1	Monocouches	28
I.6.2	Stratifiés	29

I.6.3	Sandwich	30
I.7	Avantages et inconvénients des matériaux composites	31
I.7.1	Avantages :	31
I.7.2	Inconvénients :	31
I.8	Applications des matériaux composites	32
I.9	Conclusion	32
II	THEORIES DES PLAQUES STRATIFIEES	34
II.1	Introduction	34
II.2	Qu'est ce qu'un Composite Stratifié?	34
II.3	Les Différents types des stratifiés	36
II.3.1	Stratifié unidirectionnel	37
II.3.2	Stratifié à pli orienté (équilibré) θ	37
II.3.3	Stratifié à pli croisé	37
II.3.4	Stratifié symétrique	37
II.3.5	Stratifié antisymétrique	38
II.3.6	Stratifiés hybride	39
II.4	Définition d'une plaque	40
II.4.1	Différents types des plaques	40
II.4.2	Différents types de comportements des plaques	40
II.4.3	Etat membranaire et état flexionnel	41
II.5	Les hypothèses de la théorie des stratifiés	42
II.6	Le Comportement élastique d'un stratifié	43
II.6.1	Relation déformation - déplacement	43
II.6.2	Les Contraintes	46
II.6.3	Les forces par unité de longueur[10]	46
II.6.4	Moments par unité de longueur	47
II.7	Modèles des plaques pour les matériaux à gradient de propriétés[19]	48
II.7.1	La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (Classical plat theory (CPT))	48
II.7.2	Champ de déplacement de la théorie classique des plaques (CPT)[19]	49
II.8	La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (First –ordre shear deformation plat theory (FSDT))	49
II.8.1	Champ des déplacements	50

II.8.2	Champ des déformations	50
II.9	La théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (High-order Shear Deformation Plate Theory (HDST))	51
II.10	EXPRESSION DES RÉSULTANTES ET MOMENTS	52
II.10.1	Résultantes en membrane	52
II.10.2	Moments de flexion et de torsion	53
II.11	Influence de l'empilement des couches :	54
II.11.1	Couche isotrope :	54
II.11.2	Couche orthotrope non rapportée à ses axes	54
II.11.3	Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux :	55
II.12	Conclusion	55
III	PHÉNOMÈNE DE FLAMBEMENT THERMIQUE	57
III.1	Introduction	57
III.2	Définition de la stabilité :	57
III.3	L'origines de phénomène de flambement thermique :	58
III.4	Flambement thermique des plaques composites : synthèse bibliographique	58
III.4.1	Éléments finis basés sur la théorie classique des stratifiées :	60
III.4.2	Éléments finis basés sur la théorie de cisaillement du premier ordre :	60
III.4.3	Éléments finis basés sur la théorie de cisaillement d'ordre supérieur :	61
III.5	Modes du flambement des plaques :	62
III.5.1	Le flambement Local :	62
III.5.2	Le flambement distorsionnelle :	62
III.5.3	Le flambement global :	63
III.6	FORMULATION DES ÉLÉMENTS FINIS	63
III.6.1	Théorie classique des stratifiés :	63
III.6.2	Théorie de Déformation en Cisaillement de Première Ordre (FSDT) :	66
III.7	Convergence de la température critique de flambement :	70
III.7.1	L'effet de la température sur les matériaux composites :	70
III.7.2	Température critique de flambement avec dépendance à la température :	70
III.8	Conclusion :	71
IV	MODÉLISATION DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIÉES	72
IV.1	Introduction :	72

IV.2	Présentation du logiciel ABAQUS :	72
IV.2.1	Les avantages d'utiliser ABAQUS :	72
IV.2.2	Les éléments dans ABAQUS :	74
IV.3	Validation de l'élément fini :	76
IV.3.1	Plaques isotropes :	76
IV.3.2	Plaque Stratifiée :	81
IV.4	Etude paramétrique :	83
IV.4.1	Effet du rapport d'aspect a/b :	83
IV.5	Effet du rapport d'aspect (a/b) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées équilibrées :	88
IV.5.1	plaques stratifiées équilibrées Simply appuyée (SS) :	88
IV.5.2	plaques stratifiées équilibrées encastree (CC) :	92
IV.5.3	Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambe- ment des plaques stratifiées hybride croisés :	95
IV.6	Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des Plaques stratifiées et des Plaques stratifiées hybride croisées symétrique :	104
IV.7	Conclusion :	109

Liste des sigles et acronymes

CPT	Classical plat theory
FSDT	First –ordre shear deformation plat theory
HDST	High-order Shear Deformation Plate Theory
CCCC	Encastrée sur les quatre côtes
SSSS	Simplement appuyée sur les quatre côtes.
S4R	élément shell à 4 noeuds avec intégration réduite.
S8R	élément shell à 8 noeuds avec intégration réduite.

Introduction Générale

LA SÉLECTION du matériau constitue l'un des éléments essentiels dans le domaine de l'ingénierie de conception des structures. Il est toujours difficile pour l'ingénieur de sélectionner le matériau qui correspond aux exigences de sa structure. Effectivement, le choix d'un matériau approprié ne se limite pas aux caractéristiques mécaniques de celui-ci, telles que sa résistance, sa rigidité et sa ductilité, mais également à ses caractéristiques physico-chimiques, esthétiques et économiques. Les "matériaux composites" sont aujourd'hui l'une des avancées technologiques les plus prometteuses dans le domaine des matériaux.

Les matériaux structuraux composites sont constitués de deux ou plusieurs composants non miscibles qui sont combinés au niveau macroscopique. Ce mélange a pour objectif d'obtenir un matériau dont les performances sont supérieures à celles de ces composants isolés. Un des éléments est désigné sous le nom de "phase de renfort" et celui qui enveloppe est désigné sous le nom de "matrice". La phase de renfort est essentielle pour assurer la résistance et la rigidité du composite. Elle peut prendre la forme de fibres, de particules ou d'écaillés. En règle générale, la matrice est la matière de liaison qui assure le soutien et la protection de la phase de renfort.

Cette étude apporte une contribution à l'analyse des conséquences de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiées en se basant sur la méthode des éléments finis. L'objectif de cette étude est d'analyser le processus de flambement thermique des plaques composites stratifiées minces en utilisant un élément fini basé sur la théorie traditionnelle des stratifiés. Il a été créé auparavant pour l'analyse de la flexion et du flambement mécanique. De plus, cette section présente une étude paramétrique approfondie qui examine l'impact des paramètres sur la température critique de flambement des plaques stratifiées.

Organisation des chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à une généralité, il présente les matériaux composites stratifiés en termes très généraux et leur comportement mécanique.
- Le deuxième chapitre traite les théories des plaques stratifiées.
- Le troisième chapitre est consacré au traité du flambement thermique par la méthode

des éléments finis.

- Le quatrième chapitre est concerné à une étude paramétrique pour mettre en évidence les effets de certains paramètres sur la variation de température critique sur la stabilité des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides à savoir :
 - Condition aux limites et l'angle d'orientation des fibres.
 - Rapport géométrique (a/b).
 - Rapport d'épaisseur (a/h).
 - Les types des matériaux.

GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

I.1 Matériaux Composites

I.1.1 Introduction

Un matériau est la forme marchande d'une matière première choisie en raison de propriétés d'usage spécifiques et mise en oeuvre par des techniques appropriées pour l'obtention d'un objet de géométrie donnée à fonction préméditée [17]. Il existe plusieurs classifications des matériaux dépendant de plusieurs critères. Selon la nature des liaisons atomiques, les matériaux solides sont répartis en trois grands groupes :

- * Les métaux et les alliages métalliques (liaisons métalliques);
- * Les céramiques (liaisons ioniques);
- * Les polymères (liaisons covalentes et liaisons secondaires).

Cette classification repose sur la structure atomique et la composition chimique de ces solides. Notons qu'il existe des matériaux dits « intermédiaires » comme les composites, les semi-conducteurs et les biomatériaux .[1]

I.1.2 Matériaux composites

Selon sa classe, chaque type de matériau possède des propriétés et des caractéristiques qui lui sont propres :

- Les métaux sont en général tenaces et ductiles mais leurs masses volumiques sont souvent élevées.
- Les polymères relativement légers, bénéficient de propriétés mécaniques élastiques moyennes.
- Les céramiques ont des propriétés élastiques élevées mais présentent une grande fragilité.

En combinant divers types de matériaux, on obtient des composites (Baïlon, 2000). Ces composites combinent un matériau de renfort, dispersé sous forme de particules, fibres courtes ou fibres longues, au sein d'une matrice qui les enrobe. Le choix des renforts et de la matrice, de leurs dispositions, de leurs fractions respectives, permet à l'élaborateur du matériau de le concevoir pratiquement « sur mesure », optimisé pour la pièce où il sera utilisé, et même parfois optimisé localement en fonction de la distribution locale des contraintes dans la pièce .[17]

I.1.3 Exemples d'utilisation des matériaux composites

Le marché des matériaux composites se compte en millions de tonnes mais il reste loin de celui des aciers qui lui est plusieurs centaines de fois supérieur. Les matériaux composites de hautes performances sont principalement utilisés en :

- automobile (toit, habitacle, coques de voitures de course...);
- énergies renouvelables (pales d'éoliennes, supports de panneaux solaires...);
- constructions civiles (toiture, cloisons, canalisation...);
- constructions nautiques (coques de bateaux...);
- aéronautique (airbus A350 avec plus de 50% des matériaux sont en composites, NH90 Eurocopter avec plus de 85% des matériaux sont en composites...);
- électricité et électronique (circuits imprimés à base de fibres, coques de téléphones de haute qualité...);
- sport et loisir (raquette de tennis, cadre de vélo, canne à pêche...);
- matériel médical (prothèses dentaires, chaises roulantes...).

I.2 . Classification des matériaux composites :

Les matériaux composites, selon le type du renfort utilisé, peuvent être classés en trois grands groupes :

- matériaux composites renforcés par des particules ;
- matériaux composites renforcés par des fibres ;
- matériaux composites structuraux.

Chacun de ces grands groupes comporte des sous-groupes. La figure 1 illustre les différents types de composites. Notons qu'il existe d'autre type de matériaux qui sont classés composite par une partie des scientifiques comme les matériaux FGM (Matériaux à Gradient de Propriétés), le bois et certaines structures tissées.

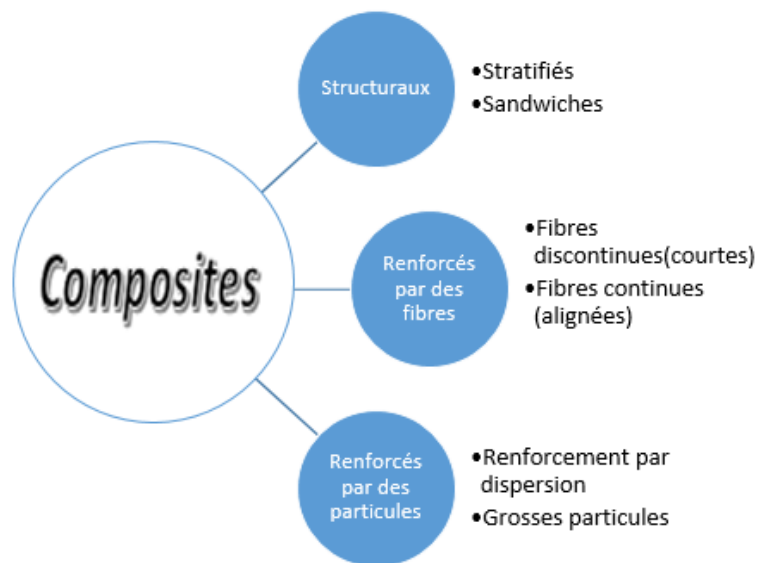


FIGURE I.1 – Classification des matériaux composites.[1]

I.2.1 Composites renforcés par des particules

Dans cette catégorie, les composites sont renforcés ;

- par des grosses particules (béton, polymères chargés...) : la géométrie des particules peut varier mais leurs dimensions demeurent similaires dans toutes les directions ;
- par dispersion : dans ces composites, de fines particules d'une matière inerte et de proportions très faibles sont dispersés généralement dans des matrices métalliques (figure I.2).

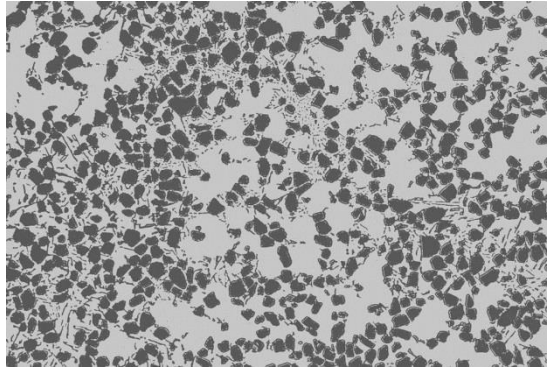


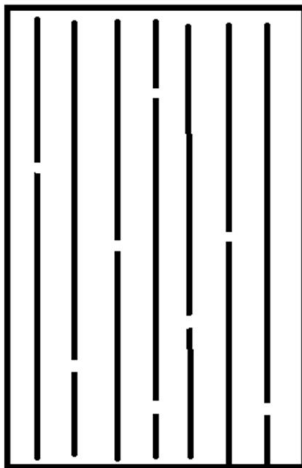
FIGURE I.2 – Composite à matrice métallique renforcé par dispersion.[2]

I.2.2 Composites renforcés par des fibres

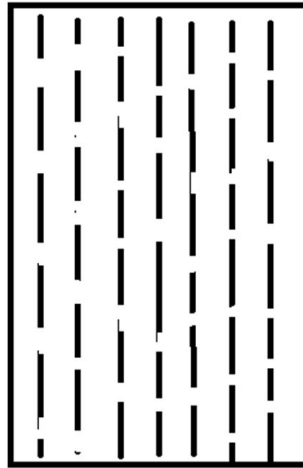
Ces composites sont développés pour obtenir des matériaux rigides et légers. Les composites de cette classe sont classés en deux sous-groupes :

- des composites renforcés par des fibres continues (fibres alignées longues) ;
- des composites renforcés par des fibres discontinues (courtes). Ces fibres courtes peuvent se présenter sous une forme alignées ou orientées aléatoirement.

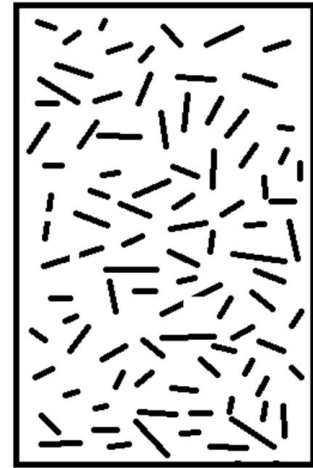
La figure (I.3) montre les différentes configurations des composites renforcés par des fibres.



Fibres continues et alignées



Fibres discontinues et alignées



Fibres discontinues et orientées aléatoirement

FIGURE I.3 – Les différents types des composites renforcés par des fibres.[3]

I.2.3 Composites structuraux

Un composite structural est constitué d'un matériau homogène et d'un composite. Les composites structuraux sont classés en deux groupes :

Les stratifiés

Un stratifié est un composite constitué d'un empilement de feuilles (panneaux) dont les propriétés varient selon la direction. Les différentes couches d'un stratifié sont superposées et collées de façon telle que la direction de leurs plus grande résistance varie d'une couche à l'autre comme le montre la figure (I.4). (Gornet, 2008)[4].

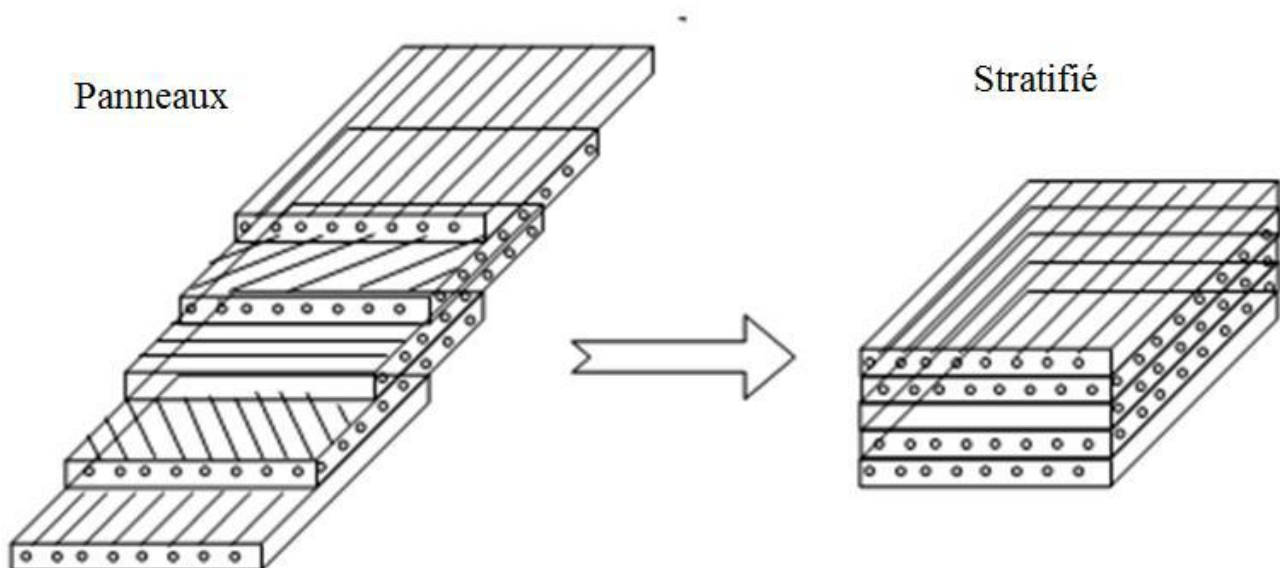


FIGURE I.4 – Principe d'empilement de panneaux pour constituer un stratifié.[4]

Les panneaux sandwich

Ces composites sont constitués de deux couches d'un matériau très résistant entre lesquelles on a intercalé un coeur fait d'une matière moins dense, moins résistante et moins rigide figure (I.5).

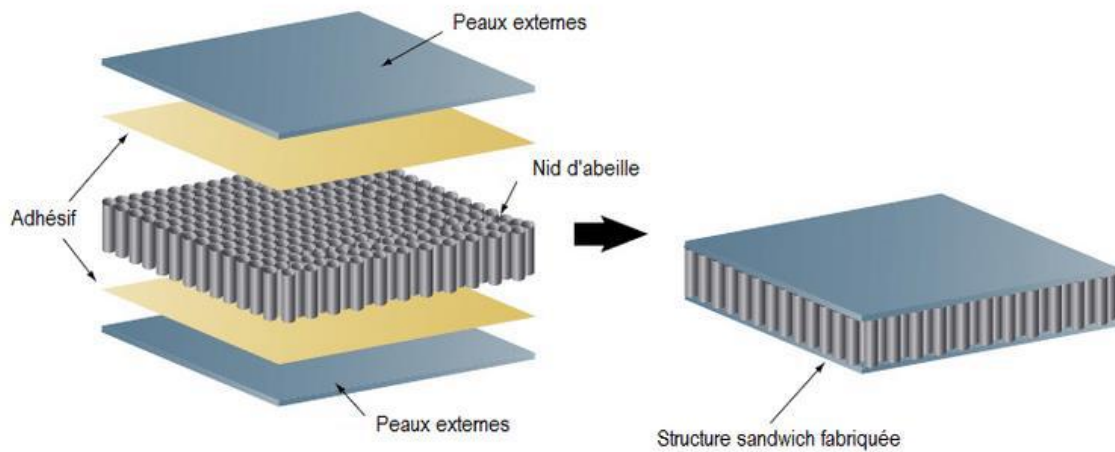


FIGURE I.5 – Représentation schématique d'un panneau sandwich.[3]

I.3 Elaboration des matériaux composites

I.3.1 Introduction

Les matériaux composites combinent un matériau de renfort, dispersé sous forme de particules, fibres courtes ou fibres longues, au sein d'une matrice qui les enrobe. Pour rappel, les principaux constituants d'un matériau composite sont donc :

- la matrice ;
- le renfort.

I.3.2 Les matrices

La matrice d'un composite a pour rôles :

- d'enrober les renforts, les protégeant ainsi du milieu extérieur ;
- d'assurer une répartition spatiale homogène des renforts ; de transmettre aux renforts les efforts extérieurs et de les répartir ;
- de conférer la forme à la pièce : ce sont elles qui conditionnent l'aptitude à la mise en forme du composite [17].

- Les matrices sont classées selon le matériau d'élaboration. Ainsi, on trouve :

Les matrices organiques

Les matrices organiques sont faites de matières plastiques thermoplastiques et thermodurcissables. Ces matrices présentent une faible masse volumique et résistent bien aux attaques chimiques. Elles sont facile à mettre en oeuvre, leur coût de revient est faible mais présentent une faible tenue en température.

Les matrices organiques les plus utilisées sont :

- les résines de polyester ;
- les résines époxy ;
- les résines phénoliques ;
- les résines polyimides ;
- les résines mélamines.

Les valeurs usuelles des caractéristiques mécaniques des matrices organiques sont indiquées dans le tableau I.1 .

TABLEAU I.1 – Principales caractéristiques mécaniques des matrices organiques.[4]

résine	T_f (C°)	ρ (kg/m ³)	ε_t^R (%)	σ_t^R (MPa)	σ_c^R (MPa)	E(GPa)
polyester	60 à 100	1140	2 à 5	50 à 85	90 à 200	2.8 à 3.6
phénolique	120	1200	2.5	40	250	3 à 5
epoxydes	290	1100 à 1500	2 à 5	60 à 80	250	3 à 5
polyamide	65 à 100	1140	-	60 à 85	-	1.2 à 2.5
polypropylène	900	1200	-	20 à 35	-	1.1 à 1.4

I.3.3 Les matrices métalliques

Par rapport à une matrice organique, une matrice métallique présente en effet les avantages particuliers suivants [23] :

- des propriétés mécaniques supérieures ;

- une gamme de température d'utilisation plus vaste;
- une bonne conductivité thermique et électrique (permettant l'évacuation de la chaleur);
- une facilité d'usinage et d'assemblage.

Notons que le coût de revient des matrices métalliques demeure supérieur à celui des matrices organiques.

Différentes techniques sont employées pour réaliser les matrices métalliques comme le laminage, l'imprégnation en phase liquide et le dépôt physique en phase vapeur.

I.3.4 Les matrices céramiques

Composées principalement d'oxydes, de nitrures et de carbures (C, Al₂O₃, SiO₂, Cr₂O₃, MgO, SiC, Si₃N₄...), les matrices céramiques offrent une bonne résistance à la compression et une faible masse volumique par rapport aux matrices métalliques. Cependant, elles sont peu résistantes aux chocs et nécessitent des techniques d'élaboration onéreuses.

Le tableau I.2 regroupe les caractéristiques de quelques matériaux céramiques utilisés comme matrice dans les composites.

TABLEAU I.2 – Principales caractéristiques des céramiques utilisées comme matrice dans les matériaux composites .[17]

type de céramique	masse vol Mg/m^3	temp de fusion ou de ramollement(C)	conduc therm ($W/m - k$)	Coeff.de dilatation linéaire ($10^{-6}/k$)	Module de Young (GPa)	Résist.a la comp.(MPa)
Carbon diamant	3.85	3720 à 3910	600 à 2200	0.8 à 1.2	990 à 1050	30000 à 65000
Alumine Al_2O_3	3.9	2050 à 2060	24 à 35	8 à 8.9	330 à 400	1750 à 3000
Zircone ZrO_2	5.6	2680 à 2710	2 à 12	7 à 9	180 à 240	1650 à 3600
Carbure de silicium SiC	3.2	2700 à 2830	90 à 200	4.3 à 4.6	390 à 440	2000 à 3500
Nitride de silicium Si_3N_4	3.2	1890 à 1900	15 à 43	2.6 à 3.3	280 à 310	11000 à 15000
Nitride de bore BN	2.1	2900 à 3100	20 à 52	1 à 10	20 à 100	225 à 540
Carbure de titane TiC	4.9	3170 à 3250	18 à 25	6.6 à 7.4	420 à 450	3570 à 5850
Carbure de tungstène WC	15.6	2820 à 2920	28 à 88	4.5 à 7.1	600 à 670	6600 à 10000
Carbure de Bore B_4C	2.5	2410 à 2450	27 à 36	3.5 à 5.6	440 à 472	1400 à 3400
Quartz SiO_2	2.2	-	1.5 à 1.5	0.48 à 0.52	54	1200
Sialons $Si_3Al_3O_3N_5$	3.25	2480 à 2540	18 à 23	3.3 à 3.7	265 à 300	3800 à 4500

I.4 Les renforts

Les renforts consistent à :

- supporter les efforts appliqués ;
- conférer au composite sa rigidité élastique et sa résistance à la rupture, éventuellement à haute température.

Ils doivent également être compatibles avec la matrice du composite sur le plan chimique, c'est-à-dire assurer une adhérence inter-faciale renfort-matrice suffisante et stable dans le temps.

Les principaux types de renforts se distinguent par leur géométrie (particules, fibres courtes, fibres longues), par leur disposition, notamment pour les fibres (aléatoire 3D, nappes 2D, nappes unidirectionnelles, tissages 2D, tissages 3D) ou par leur nature .[17]

Les fibres les plus employées dans les matériaux composites de hautes performances sont les fibres de verre, les fibres de carbone, les fibres aramides, les fibres de carbure de Silicium et les fibres de bore.

I.5 Obtention des renforts fibreux

I.5.1 Les fibres de verre.

Ces fibres, dont le diamètre varie de 5 à 15 μm , sont obtenues généralement par étirage. Les fibres ainsi obtenues sont revêtues d'une résine de protection (Ensimage) comme le montre la figure (I.6). Ces fibres présentent un bon rapport qualité/prix. Elles offrent une bonne résistance thermique, électrique et à l'humidité. Le principal inconvénient des fibres de verre est la faible résistance aux chocs.

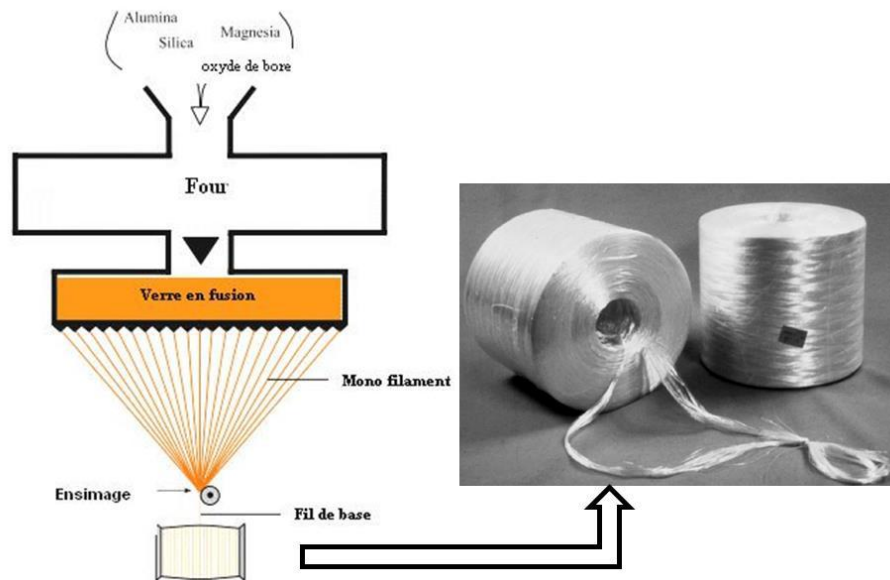


FIGURE I.6 – Procédé d’obtention des fibres de verre par *tirage*². [3]

Le tableau I.3 Regroupe les principales caractéristiques des fibres de verre

TABLEAU I.3 – Caractéristiques et applications de divers types de fibres de verre pour matériaux composites .[17]

Fibre	Verre E	Verre R et S	Verre D	Verre C
Caractéristique principales	Qualité courente	Hautes performances mécaniques et thermiques	Rigidité diélectrique	Bonne tenue chimique
Masse volumique (Mg/m^3)	2.6	2.53	2.14	2.5
Résistance à la traction R_m (MPa)	2400	3600	2500	2800
Module de Young E (GPa)	73	86	55	70
Allongement à la rupture A (%)	4.5	5.2	4.8	4
Température maximale d'utilisation (°C)	500	650	450	450
Coefficient de dilatation thermique ($10^{-6}/K$)	5	4	3.5	8.5
Applications	Composites de grande diffusion	Armement, aéronautique, spatial	Radomes, capotes perméables aux ondes électromagnétiques	Réacteurs chimiques, renforcement du béton, panneaux de façades

I.5.2 Les fibres de carbone

Les fibres de carbone sont obtenues par pyrolyse en atmosphère contrôlée à partir d'un polymère de base appelé précurseur et constitué généralement de fibres acryliques. Les différentes phases d'élaboration des fibres de carbone sont présentées par la figure (I.7).

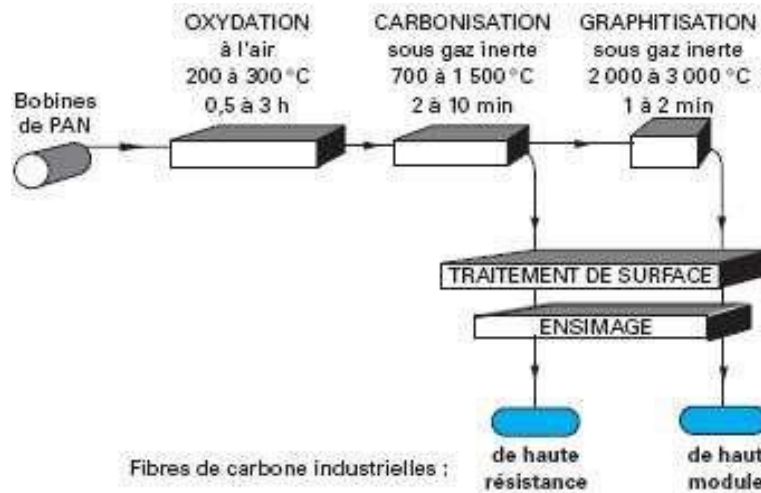


FIGURE I.7 – Principe d'élaboration des fibres en carbone .[5]

Les fibres de carbone présentent une grande résistance à la traction et un coefficient de dilatation longitudinal extrêmement faible. Ces fibres sont également connues pour leur faible résistance aux chocs et leur coût élevé. Les principales caractéristiques des fibres de carbonées sont regroupées dans le tableau I.4.

TABLEAU I.4 – Caractéristiques et applications de divers types de fibres de carbone pour matériaux composites .[17]

Fibre	Carbone a Haute résistance HR	Carbob a bas module BM	Carbon a haut module HM	Carbon a très haut module THM
Masse volumique (Mg/m^3)	1.85	1.70	1.90	7.95
Résistance à la traction R_m (MPa)	3500 à 4900	1800	2800 à 4400	2300
Module de young E (GPa)	200 à 250	180	400 à 600	750 à 820
Allongement à la rupture A (%)	1.3 à 1.2	2	0.7 à 1.2	0.3

I.5.3 Les fibres aramides

Les fibres aramides, dont le nom commercial est « Kevlar », sont des fibres polyaramides ou polyamides aromatiques de synthèse dont la structure est constituée de noyaux benzéniques reliés par des groupes CO et HN.

L'élaboration des fibres aramides est effectuée par synthèse à basse température (-10oC), puis par filage en solution. Les fibres sont ensuite étirées et traitées thermiquement pour augmenter leur module d'élasticité [10].

Les fibres Kevlar offrent une bonne résistance à la traction et à la fatigue. Elles disposent également d'excellentes propriétés diélectriques et une bonne résistance aux attaques chimiques causées par les hydrocarbures et l'eau de mer. La résistance des fibres Kevlar à la compression demeure faible. Les propriétés mécaniques des fibres aramides sont résumées dans le tableau I.5

TABLEAU I.5 – Caractéristiques et applications des fibres aramides .[17]

Fibre	polyamides aromatiques aramides (Kevlar ®)	
	Kevlar 29 ®	Kevlar 49 ®
Caractéristiques principales	Résistance en traction au choc et a la fatigue	Résistance en traction, au choc a la fatigue, haut module
Masse volumique (Mg/m^3)	1.44	1.45
Résistance a la traction R_m (MPa)	3000	3600
Module de young E (GPa)	60	134
Allongement a la rupture A (%)	7	3.5
Température maximale d'utilisation (°C)	200	200
Application	Càble, pneumatiques	Composites à hautes performances, voiles

I.5.4 Les fibres de Carbure de Silicium (SiC) et les fibres de Bore (B)

Les filaments de Carbure de Silicium et de bore sont fabriqués par dépôt de bore en phase vapeur (CVD en anglais) sur un substrat de tungstène ou en carbone pour le SiC et un substrat en tungstène pour le bore Figure (I.8). Cette technique de dépôt d'un matériau sur un substrat permet d'obtenir un dépôt dense composé de petits grains[6].

Les caractéristiques mécaniques élastiques en traction et en compression des fibres SiC et B sont importantes à des températures inférieures à 500 oC mais la résistance à la rupture décroît progressivement avec l'augmentation de la température. Le prix de revient de ces fibres est relativement élevé rendant leur utilisation limitée. Les caractéristiques mécaniques des fibres de Bore et de Carbure de Silicium sont regroupées dans le tableau I.6.

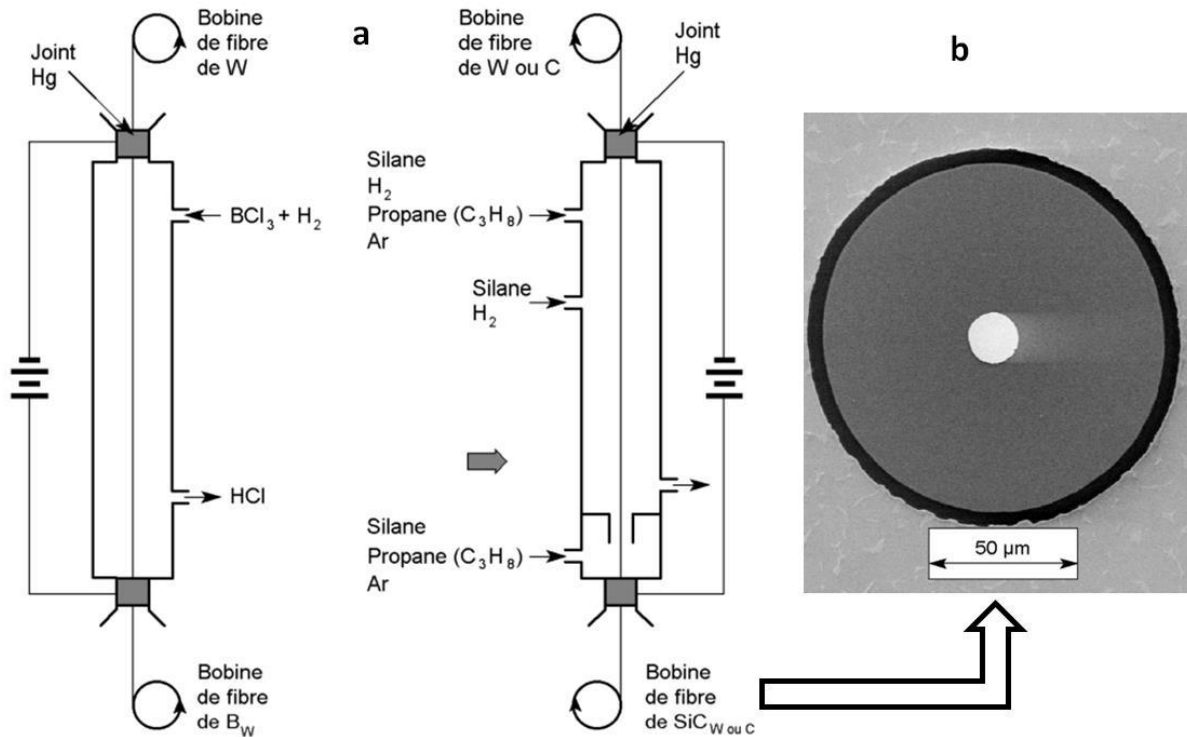


FIGURE I.8 – a) Fabrication des fibres de bore (à gauche) et des fibres de SiC (à droite), b) Section d’une fibre de SiC fabriquée par déposition en phase vapeur .[6]

TABLEAU I.6 – Caractéristiques mécaniques des fibres de bore, bore-carbure et carbure de silicium .[10]

Caractéristiques	Bore	Bore+B ₄ C	SiC
Masse volumique $\rho(Kg/m^3)$	2600	2600	3000
Diamètre (μm)	100-150	100-150	100-150
Module de young $E_f(GPa)$	430	430	410
Module spécifique $E_f/\rho(MNm/kg)$	165	165	140
Contrainte à la rupture $\sigma(MPa)$	3800	4000	3900

I.6 Architecture des matériaux composites

I.6.1 Monocouches

Les monocouches représentent l’élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes.

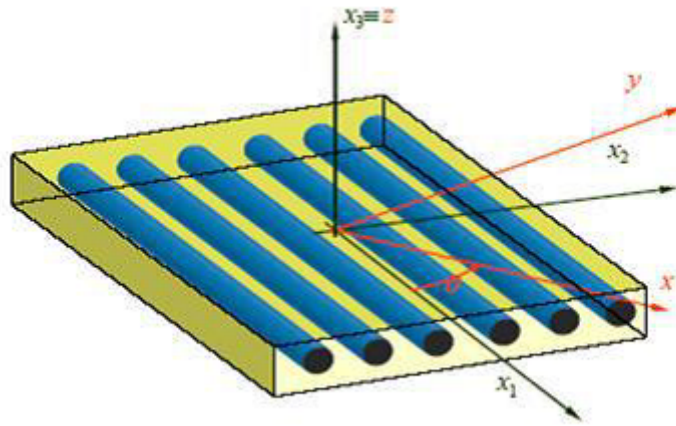


FIGURE I.9 – Structure d'un matériau monocouche . [3]

I.6.2 Stratifiés

On peut définir un stratifié comme un empilement de monocouches qui ont chacune une orientation distincte par rapport à un référentiel commun aux différentes couches, appelé le référentiel du stratifié (Figure I.10).

En choisissant l'empilement et en mettant l'accent sur les orientations, on pourra obtenir des propriétés mécaniques particulières. Il sera possible d'obtenir des stratifiés du genre :

1. Stratifié équilibré : comprenant autant de couches orientées dans la direction $\vartheta+$ que de couches orientées dans la direction $\vartheta-$.
2. Stratifié : avec des couches disposées de manière symétrique par rapport à un plan moyen.
3. Stratifié anti-symétrique : avec des couches disposées de manière non symétrique par rapport à un plan moyen.
4. Croisé : une structure stratifiée qui comprend autant de couches à 0° que de couches à 90° .
5. Hybride : les couches successives comportent des fibres de natures différentes, il s'agit d'un stratifié hybride

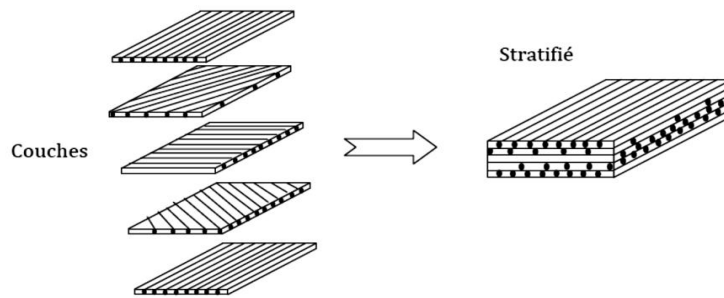


FIGURE I.10 – Les orientations des fibres de composite stratifiées
[3]

Désignation des structures stratifiées

En général, on définit le type de stratifié en fonction de sa séquence d'empilement, d'informations qui donne une orientation synthétique des différentes couches d'un stratifié. À titre d'exemple, un stratifié de type $(90^\circ, 0^\circ) 2s$ est en réalité composé de 8 couches qui sont orientées de la manière suivante : deux groupes de plis à 90° et 0° , puis par symétrie de deux groupes de plis à 0° et 90° .

L'avantage que présentent les composites stratifiés est de permettre de créer des matériaux aux propriétés mécaniques orientées de manière optimale afin de mieux répondre aux sollicitations de la structure

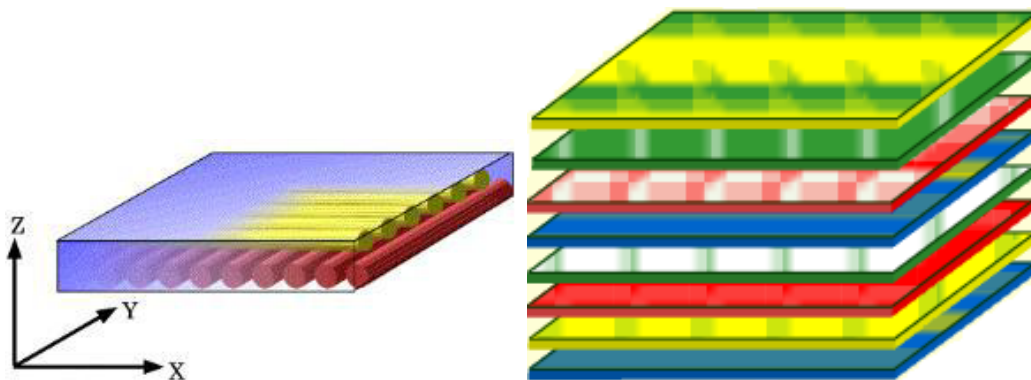


FIGURE I.11 – Désignation d'un stratifié
[3]

I.6.3 Sandwich

En règle générale, les matériaux sandwichs sont fabriqués en combinant deux semelles ou peaux de faible épaisseur, composées de matériaux à haute résistance et à haut module, avec une couche supplémentaire.

Une âme bien plus fine et de faible densité (Figure I.12). Ils présentent des bénéfices tels qu'une grande solidité, une grande résistance à la rupture et un faible poids par unité de surface. Bien que des études et des développements aient été menés sur ces matériaux, le comportement lors de l'endommagement reste peu connu. Le matériau sandwich est extrêmement léger en flexion et constitue un isolant thermique de qualité .

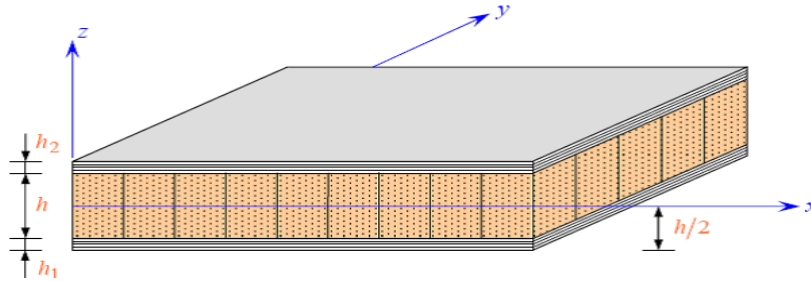


FIGURE I.12 – Constitution d'un sandwich

[10]

I.7 Avantages et inconvénients des matériaux composites

I.7.1 Avantages :

Les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans divers secteurs tels que l'automobile, le navire, le pétrole, l'aéronautique et l'aérospatiale. Grâce à ces matériaux, ils offrent de multiples bénéfices tels que :

- ✓ Gain de masse;
- ✓ Création de pièces complexes (dans le cadre du moulage) et diminution du nombre d'interfaces (boulonnage, rivetage et soudure sur des structures métalliques);
- ✓ Une grande résistance à la fatigue;
- ✓ Un vieillissement faible en raison de l'humidité, de la chaleur et de la corrosion (à moins que l'aluminium ne soit en contact avec des fibres de carbone);
- ✓ Insensibles aux produits chimiques « mécaniques » comme la graisse, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole, etc.

I.7.2 Inconvénients :

- ✗ Important de prendre en compte les décapants de peinture qui peuvent attaquer les résines époxydes;

- ✗ Le vieillissement est causé par l'eau et la température ;
- ✗ Les coûts peuvent parfois être prohibitifs (temps, coût, étude et mise en œuvre) ;
- ✗ Elle est également soumise à un impact moyen par rapport aux métalliques ;
- ✗ Les contraintes sont élevées dans les composites stratifiés et les sandwiches.

I.8 Applications des matériaux composites

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes. Les matériaux composites offrent aux industriels des possibilités nouvelles d'associer fonction, forme et matériaux, au sein de réalisations des matériaux et systèmes de plus en plus performants et de mieux satisfaire des besoins parfois contradictoires (poids, fonctions...) auxquels les matériaux homogènes classiques répondent difficilement[24].

I.9 Conclusion

Le but des producteurs des matériaux composites est de rivaliser et de surpasser les métaux qui, de leur côté, ne cessent d'optimiser leurs propres caractéristiques. La variété des matériaux composites et leur souplesse, qui permet de fabriquer ou de composer des caractéristiques à la carte, rendent cet objectif acceptable. Pour atteindre ces objectifs, ce secteur se développer par l'innovation. Les composites trouvent leurs principales applications dans le génie civil, le transport, l'aérospatiale,ect ... Au cours de ce chapitre, notre objectif était de présenter et de définir le concept de matériau composite. Tout d'abord, nous avons exposé les divers composants des matériaux composites, ainsi que les diverses catégories de ces

matériaux etc.

THEORIES DES PLAQUES STRATIFIEES

II.1 Introduction

Des matières composites, particulièrement des plaques stratifiées, ont largement répondues aux besoins des constructeurs dans divers genres des machines tel que les structures aéronautiques, astronomiques, marines et transport (automobiles etc.), à cause de leur haute rigidité, leur poids et à la haute résistance au choc et la forte anisotropie. Ces concepts donnent une importance à l'étude des matériaux composites considérés sous la forme de plaques constituées de couches différentes ou non.

II.2 Qu'est ce qu'un Composite Stratifié?

On appelle composite stratifié ; ce qui résulte de plusieurs couches (ou pli) de nappes unidirectionnelles figure (II.1) ou de tissus avec des orientations propres à chaque pli. Il est défini par ses séquences d'empilement. Un stratifié est construit de plusieurs couches dans la direction de l'épaisseur.

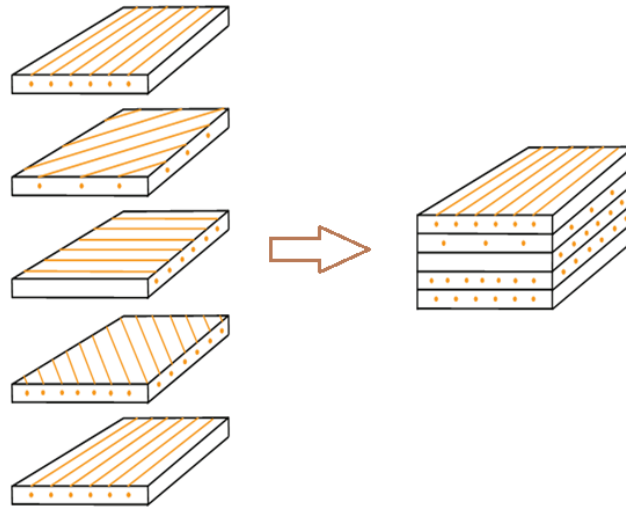


FIGURE II.1 – Stratifie Constitue de Couches Parfaitement Liées [7]

Un stratifié monolithique est constitué de plusieurs plis composites (fibre/résine), caractérisés par leur orientation. La figure (II.2) présente la composition d'un stratifié dit quasi isotrope $[45^\circ, -45^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_s$.

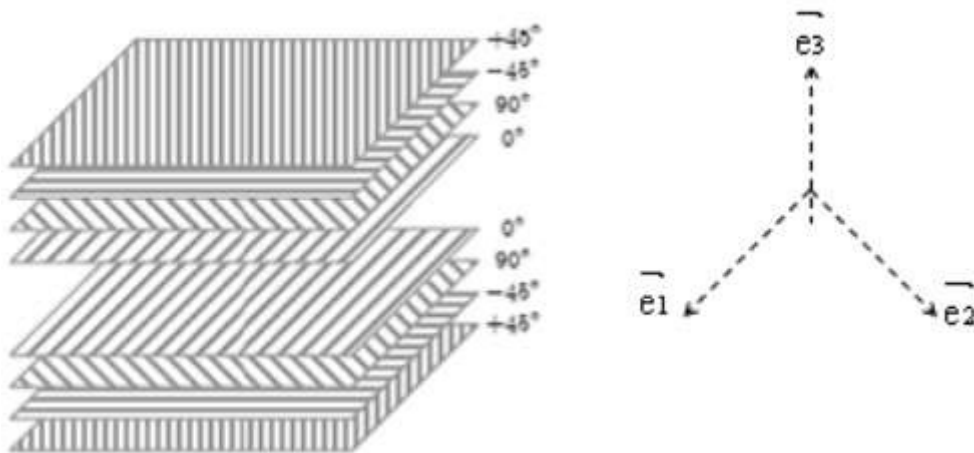


FIGURE II.2 – Stratifié Quasi-Isotrope $[45, -45, 90, 0]_s$. [8]

II.3 Les Différents types des stratifiés

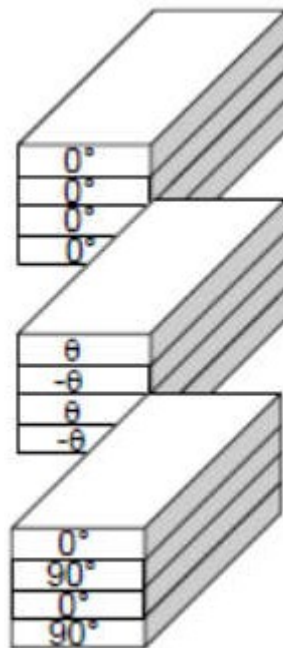


FIGURE II.3 – Différents type de Stratifiés [9]

Parmi les stratifiés, il existe six types :

II.3.1 Stratifié unidirectionnel

L'orientation des fibres est la même dans tous les plis, ils sont toutes dans la même direction.

Exemple : un stratifié unidirectionnel à 0° , $\vartheta = 0$ dans les différents plis

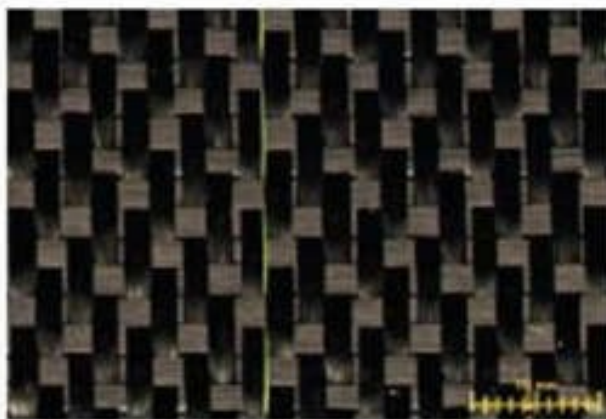
II.3.2 Stratifié à pli orienté (équilibré) ϑ

L'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, $(+\vartheta/ - \vartheta/$, avec ϑ différent de 0° ou de 90° .

II.3.3 Stratifié à pli croisé

L'orientation des fibres est alternée figure (II.3) d'un pli à l'autre, $0/90^\circ/0^\circ/90^\circ$.

Lorsque les fibres se présentent sous forme de tissu, le pli est dit "tissé" figure (II.4), il comporte des fibres dans deux directions appelées sens chaîne et sens trame. S'il y a autant de fibres dans les sens chaîne et trame le pli est dit tissé équilibré.



(a) Satin 4 équilibré carbone (T300)



(b) Nappe de fibre de verre (R)

FIGURE II.4 – Exemple de Pli Tissé (a) et de Pli Unidirectionnel (b) [8]

II.3.4 Stratifié symétrique

L'orientation des fibres est symétrique par rapport à la ligne centrale du stratifié figure (II.5), c.à.d. pour chaque pli à angle ϑ au-dessus du plan médian il y a un pli à angle égal de l'autre côté du plan médian, $\vartheta(z) = \vartheta(-z)$.

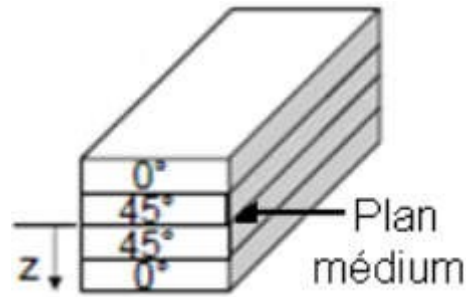


FIGURE II.5 – Stratifie symétrique [9]

II.3.5 Stratifié antisymétrique

Les plaques stratifiées antisymétriques sont utilisées afin d'éliminer le couplage entre membrane et la flexion. Par contre, certaines applications nécessitent l'utilisation des plaques stratifiées non symétriques où le couplage membrane-flexion est nécessaire (conception de turbine à ailettes ayant un profil gauche). Egalement, dans le cas où une meilleure rigidité au cisaillement est recherchée, il est nécessaire d'avoir des couches possédant différentes orientations.

Une plaque stratifiée antisymétrique est constituée de couches en nombre impair, dont la répartition des épaisseurs est symétrique, et celle des orientations des axes antisymétriques par rapport au plan moyen. Deux couches de cotes symétriques ont donc :

- * Des cotes opposées z_k et $-z_k$
- * La même épaisseur e_k
- * Des orientations ϑ et $-\vartheta$ par rapport aux axes de référence de plaque stratifiée.

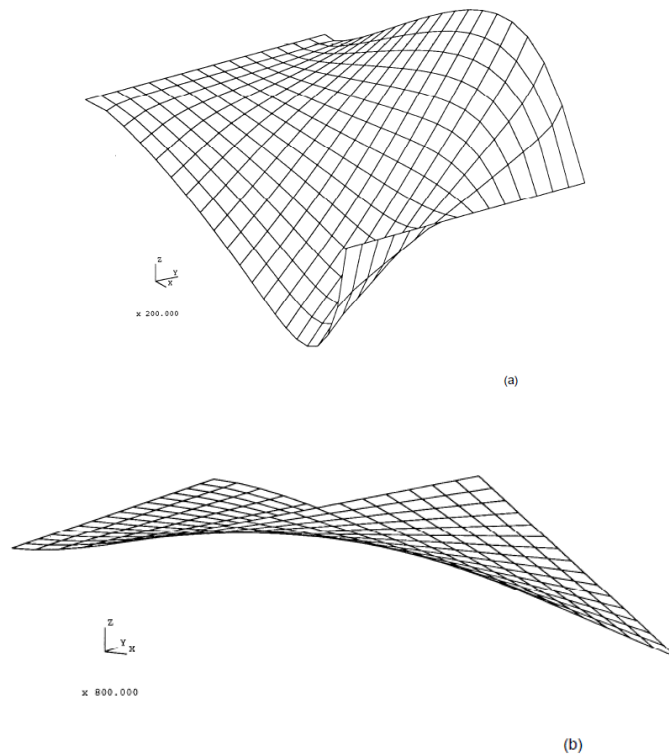


FIGURE II.6 – Couplage traction-torsion dans le cas d’un stratifié antisymétrique : (a) déplacements imposés et (b) contraintes imposées. [10]

II.3.6 Stratifiés hybride

Un stratifié hybride est constitué de couches successives comportant des fibres de natures différentes. Il sera alors nécessaire de les mentionner dans la désignation. Ces stratifiés permettent des performances voulues en utilisant aux mieux les propriétés des diverses fibres.

0°	V
45°	C
-45°	C
90°	C
90°	C
-45°	C
45°	C
0°	V

[0_V / ±45_C / 90_C]_S

0°	K
0°	K
45°	V
90°	V
45°	V
0°	C
0°	C

[0_{2C} / (45 / 90)_{SV} / 0_{2K}]

FIGURE II.7 – Désignation de stratifiés hybrides avec la même résine.

Avec V : verre, C : carbone, K : Kevlar . [11]

II.4 Définition d'une plaque

Une plaque est un matériau solide qui présente une surface de référence plane (x, y) et une épaisseur minimale indiquée par h par rapport aux autres dimensions, à savoir la longueur et la largeur. L'adjectif fin est utilisé pour décrire les plaques épaisses et minces en fonction de leur ordre de grandeur de h par rapport aux autres mesures. Toutefois, ce mot fait référence à la fois à une caractéristique géométrique et à une fonction particulière des déformations appelées cisaillement transversal (CT). Étant donné que l'épaisseur h fluctue dans le sens opposé de l'effet CT, cette influence est considérablement plus significative lorsque les structures sont de petite taille. Il est possible que la plaque soit composée d'une seule substance homogène ou d'une pile de matériaux orthotropes[19].

II.4.1 Différents types des plaques

Les plaques peuvent être divisées en trois groupes en fonction de la qualité des matériaux qui les composent et de la géométrie de leurs sections transversales :

- * Les plaques isotropes : Elles sont construites en matériaux isotropes (acier, béton, ... etc) et ont une section homogène. Deux paramètres élastiques les définissent (E et ν sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson). Ils peuvent être utilisés dans une variété de structures civiles (bâtiments, ouvrages d'art, ...).
- * Les plaques orthotropes : Dans deux directions perpendiculaires, leurs propriétés élastiques varient. L'orthotropie peut être normale (dans le cas du bois) ou technologique (dans le cas du métal) (carreaux créés). Le comportement de ces dalles est défini par quatre paramètres élastiques et on les retrouve dans les constructions navales, aéronavales, de réservoirs de l'industrie chimique, des bâtiments et d'ouvrages d'art[25].
- * Les plaques anisotropes : De toute façon, leurs propriétés élastiques varient.[25] Il suffit de neuf paramètres élastiques pour les construire. Ils sont également utilisés dans l'industrie de l'aviation maritime et sont faits de matériaux composites ou autres[19].

II.4.2 Différents types de comportements des plaques

L'énergie de déformation d'une plaque peut être divisée en trois catégories : flexion, membrane et cisaillement. À mesure que l'épaisseur de la plaque est réduite à zéro, l'énergie de cisaillement disparaît et la plaque se déforme en l'un des trois groupes asymptotiques, en

fonction de la géométrie, des conditions limites et des forces appliquées :

- La flexion dominante;
- La membrane dominante;
- Le cas mixte;

Dans les deux premières catégories[19], c'est la partie correspondante de l'énergie de déformation qui est dominante, tandis que dans les cas mixtes aucune partie n'est négligeable par rapport à l'autre. En considérant la même force, matériau et conditions aux limites, une plaque peut exhiber des comportements asymptotiques complètement différents en fonction de la nature géométrique de la surface moyenne.

V_0 Est le nom donné à l'espace continu de déplacements in extensionnels «avec énergies membranaires et cisaillement zéro», ce qui est important dans la description décrite ci-dessus : Le problème de frontière est formulé dans cet espace, qui doit être différent de zéro dans le cas dominant, alors que dans le cas de la membrane dominante, cet espace est réduit au champ nul[26] [19].

II.4.3 Etat membranaire et état flexionnel

Les efforts internes spécifiés au niveau de la surface moyenne décrivent l'état de contrainte par lequel l'unité structurelle résiste à l'action externe. La ligne moyenne est la trace de cette surface dans une rangée droite. Dans les parties droites, les forces internes sont définies par unité de longueur de ligne moyenne.

L'état membranaire

est lié aux forces naturelles et tangentielles agissant sur la surface moyenne en tant que forces de force internes.

L'état flexionne

regroupe les efforts intérieurs de caractère flexionnel, soit les moments de flexion, les moments de torsion et les efforts tranchants[19] [27].

Quatre types de composants structuraux peuvent être distingués en fonction du style de comportement : La géométrie plane de la surface moyenne (plan moyen) et son épaisseur décrivent l'élément de paroi : Il résiste à l'état de membrane lorsqu'il est sollicité par des charges agissant dans son plan moyen; les forces naturelles et tangentielles proviennent de

l'état de contrainte du plan.

L'aspect de la tôle est caractérisé par la géométrie plane de sa surface moyenne (feuille plane ou moyenne); elle résiste aux charges normales agissant sur son plan moyen par flexion .

La partie membrane-plaque réunit l'état de la membrane de la paroi et l'état flexionnel de la plaque; bien qu'elle soit lisse, elle fonctionne spatialement, étant soumise à certaines charges, à la fois parallèles et perpendiculaires à son plan central; c'est la fondation de structures repliées.

En fin l'élément structural de la plaque est, par nature, la courbe spatiale; il utilise les deux états d'effort, membranaire et flexionnel, pour s'opposer aux actions arbitraires pouvant le solliciter; exceptionnellement grâce à sa courbure, une plaque peut ne résister aux charges que par l'état membranaire (structure gonflable, textile, peau, etc...)[27].

II.5 Les hypothèses de la théorie des stratifiés

La théorie des stratifiés permet de calculer les contraintes et les déformations dans chaque pli d'une structure composite stratifiée. Les hypothèses suivantes sont fondamentales pour cette théorie :

- 1- L'interface entre les couches est parfaite (Continuité des déplacements et des déformations);
- 2- Chaque couche est un matériau homogène avec des propriétés effectives connues;
- 3- Les propriétés de la couche individuelle peuvent être isotropes, orthotropes ou transversalement isotropes;
- 4- Chaque couche est dans un état de contrainte plane;
- 5- Le stratifié se déforme selon les hypothèses de «Kirchhoff -Love» pour la flexion et la traction des plaque minces :

- ◆ La normale au plan médium reste droite et est normale au plan médium déformé après déformation,
- ◆ Les normales au plan médium ne changent pas de longueur.

6 - Le stratifié a une épaisseur très faible par rapport à sa largeur.

L'ensemble des notations, utilisées dans le cas du schéma de la théorie classique des stratifiés, est schématisé sur la figure (II.8).[10]

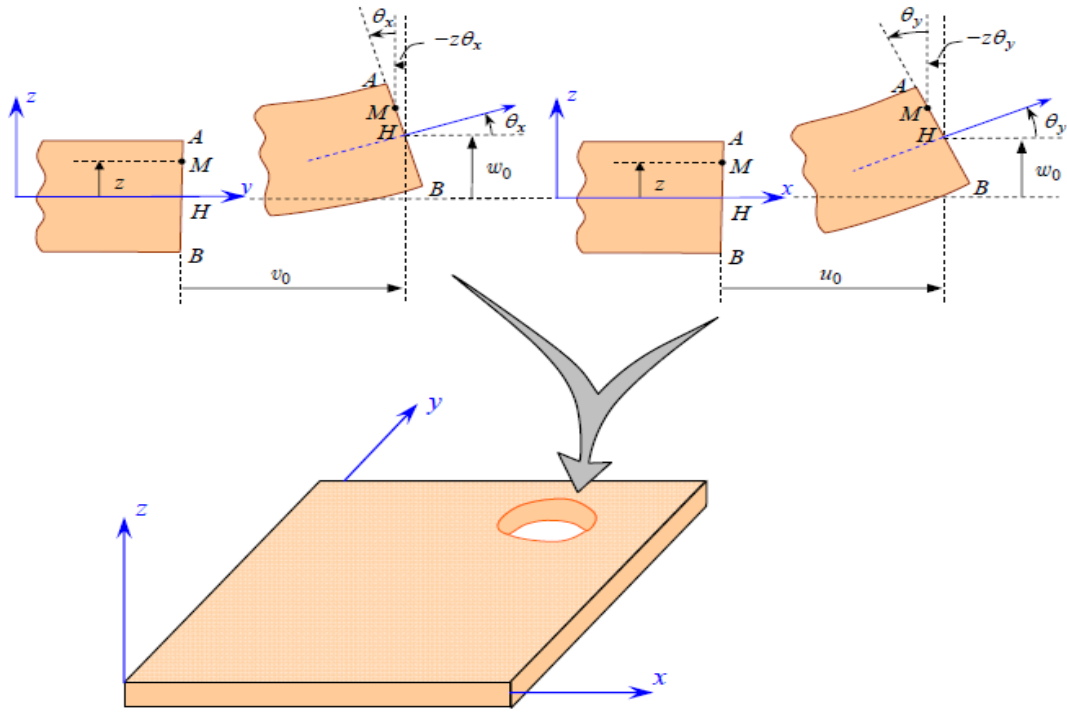


FIGURE II.8 – Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des stratifiés.[10]

II.6 Le Comportement élastique d'un stratifié

II.6.1 Relation déformation - déplacement

Le comportement élastique d'un pli est bien évidemment anisotrope, mais l'anisotropie dépend du type de pli. Un pli unidirectionnel a un comportement isotrope transverse, son tenseur de souplesse est de la forme. [12]

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{26}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{26}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{26}}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Un stratifié équilibré a un comportement orthotrope, son tenseur de souplesse est de la forme.

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{16}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{16}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{16}}{E_1} & \frac{-\nu_{16}}{E_2} & \frac{1}{E_6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{16}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{16}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} \end{bmatrix} \quad (II.2)$$

Il est plus difficile de décrire le comportement élastique d'un composite stratifié, car il varie en fonction de l'orientation de chaque pli qui le compose. Les structures composites stratifiées, généralement minces, peuvent être considérées comme des plaques ou des coques. La théorie des stratifiés implique de se positionner dans des contraintes planes et de suivre une cinématique de type Euler-Bernoulli ou Kirchhoff-Love. De cette manière, le comportement du stratifié est uniformisé en fonction de son épaisseur afin d'obtenir une modélisation bi-dimensionnelle de type plaque ou coque.

La première hypothèse de «Kirchhoff -Love» exige que les déformations de cisaillement γ_{xz} et γ_{yz} soient nulles.

La deuxième hypothèse de «Kirchhoff -Love» exige que le déplacement transversal suivant l'axe «Z» du plan médium est une fonction de x et y seulement c'est-à-dire $W=(x, y)$. La Figure II.7, illustre un schéma du plan X -Z d'une surface moyenne déformée.

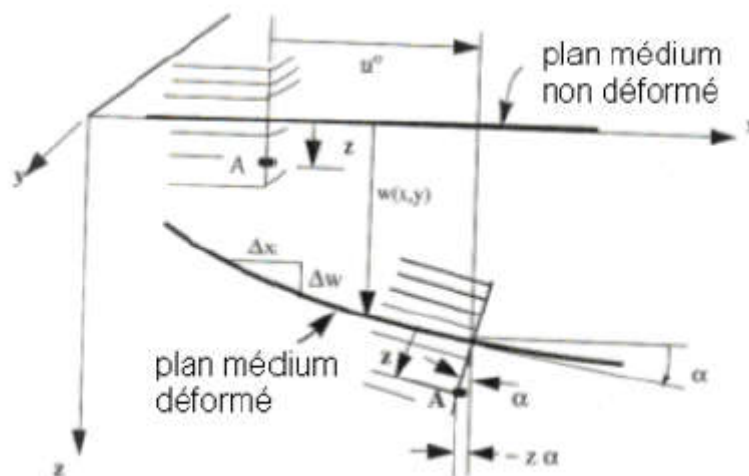


FIGURE II.9 – Plan Medium dans un Stratifié Déformé[12]

Supposons que les déplacements sont petits, la pente α de la surface déformée sera aussi

petite ce qui implique que :

$$\tan \alpha = \frac{\partial w}{\partial x} \approx \alpha \quad (\text{II.3})$$

Le déplacement total «u» du point A (voir Figure II.9) peut être écrit comme la somme du déplacement du plan moyen u_0 plus le déplacement dû à la rotation α de la normale au plan moyen. Ainsi :

$$u = u_0 \quad z \tan \alpha = u_0 \quad z \alpha = u_0 \quad z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.4})$$

De la même façon que pour le plan Y-Z, nous aurons :

$$v = v_0 \quad z \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{II.5})$$

v_0 : Le déplacement du plan médium suivant l'axe Y.

Puisque les normales ne changent pas de longueurs, le déplacement transversal w est indépendant de «z» et peut être écrit sous la forme suivante :

$$w(x, t) = w_0(x, y) \quad (\text{II.6})$$

Où : l'indice «0» représente le plan médium

Les équations déformations-déplacements peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} & z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \varepsilon_x + z k_x \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} & z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \varepsilon_y + z k_y \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Où les courbures (k) sont définies comme suit :

$$k_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad k_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad k_{xy} = 2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (\text{II.8})$$

En combinant les équations (II.7) et (II.8) nous aurons ;

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

Ou plus simplement :

$$(\varepsilon) = (\varepsilon^0) + z(k)_x \quad (\text{II.10})$$

La dernière équation exprime les déformations totales (ε_x) à chaque cotes «z» dans le stratifié en fonction des déformations au niveau du plan médium $(\varepsilon^0)_{xx}$ et les courbures $(k)_x$, c'est l'équation fondamentale de la théorie des stratifiés.[26]

II.6.2 Les Contraintes

Il est maintenant possible de déterminer l'expression des contraintes en écrivant la relation entre ces dernières et les déformations, en utilisant l'équation (II.11) :

$$\{\sigma\}_x = [\bar{Q}]^k \{\varepsilon\}_x \quad (\text{II.11})$$

Où : $[\bar{Q}]^k$ matrice de rigidité réduite transformée du k^{ieme} pli correspondant à la cote z . Le point le plus important dans l'utilisation des équations constitutives des stratifiés est que la matrice transformée $[\bar{Q}]^k$ varie avec l'orientation des fibres de chaque couche. A partir des équations (II.10) et (II.11), nous pouvons écrire :

$$\{\sigma\}^k = [\bar{Q}]^k \{\varepsilon^0\} + [\bar{Q}]^k_z \{k\} \quad (\text{II.12})$$

II.6.3 Les forces par unité de longueur[10]

Les forces par unité de longueur $\{N_x, N_y, N_{xy}\}$ (voir Figure II.10) sont définies comme suit :

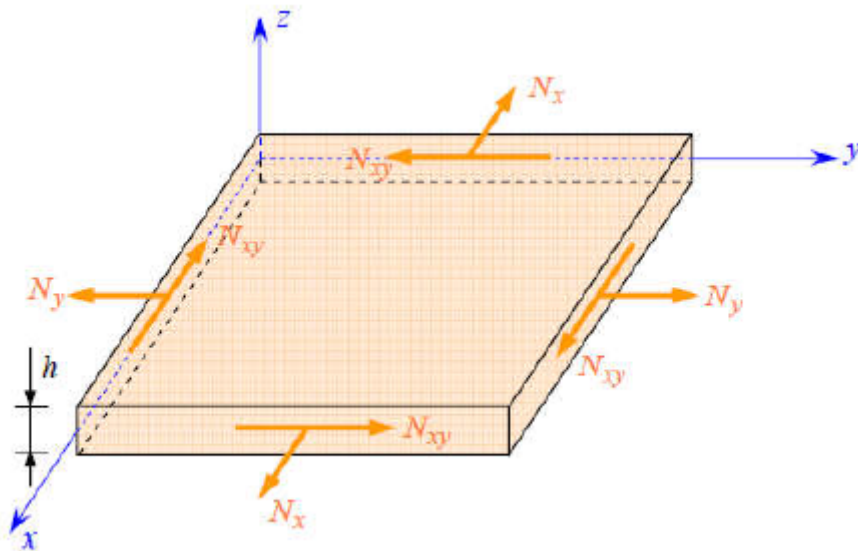


FIGURE II.10 – Forces par unité de longueur[10]

$$N_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x dz \quad N_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y dz \quad N_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} dz \quad (\text{II.13})$$

Les trois équations peuvent être écrites sous la forme condensée :

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{+h/2} \{\sigma\} dz \quad (\text{II.14})$$

A partir des équations (II.12) et (II.13), nous aurons :

$$\{N\} = \int_{-h/2}^{+h/2} [\bar{Q}]^k \{\varepsilon^0\} dz + \int_{-h/2}^{+h/2} [\bar{Q}]^k \{k\} z dz \quad (\text{II.15})$$

Ou bien sous une autre forme :

$$\{N\} = \sum_{k=1}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}] dz \right) \{\varepsilon^0\} + \sum_{k=1}^n \left(\int_{z_{k-1}}^{z_k} [\bar{Q}] dz \right) \{k\} \quad (\text{II.16})$$

II.6.4 Moments par unité de longueur

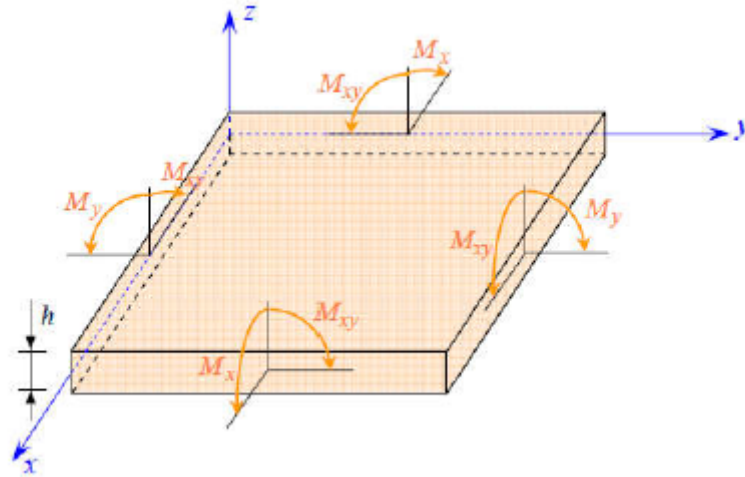


FIGURE II.11 – Moments par unité de longueur[10]

On définit les moments par unité de longueur $\{M_x, M_y, M_z\}$ (voir figure II.11) comme l'intégrale des forces « $\sigma_i z dz$ », ainsi :

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y z dz \quad M_z = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_z z dz \quad (\text{II.17})$$

Ou bien sous une forme condensée :

$$\{M\} = \int_{-h/2}^{+h/2} \{\sigma\} z dz \quad (\text{II.18})$$

II.7 Modèles des plaques pour les matériaux à gradient de propriétés[19]

II.7.1 La théorie classique des plaques minces de Love-Kirchhoff (CPT)

Avec une distribution linéaire des déplacements d'épaisseur, le modèle de plaque basé sur la théorie classique des plaques (CPT) répond à l'hypothèse de Love-Kirchhoff.

Une plaque mince est définie lorsque la flèche causée par les déformations de cisaillement est minime par rapport à la flèche causée par la courbure de la plaque. Si une plaque isotrope est homogène, la proportion de cisaillement dans la flèche est directement liée à l'élanement (L/h). Comme conséquence de l'absence d'un effet de cisaillement transversal dans ce principe, la déformation est due à la flexion et à la déformation de la membrane. Ce modèle est référé dans [12][13] [28].

La théorie classique des plaques minces (CPT) se base sur les hypothèses de Love- Kirchhoff, selon les quelles une droite normale au plan moyen de la plaque reste perpendiculaire après déformation (figure II.12), ce qui revient à négliger les effets de déformation en cisaillement transverse.

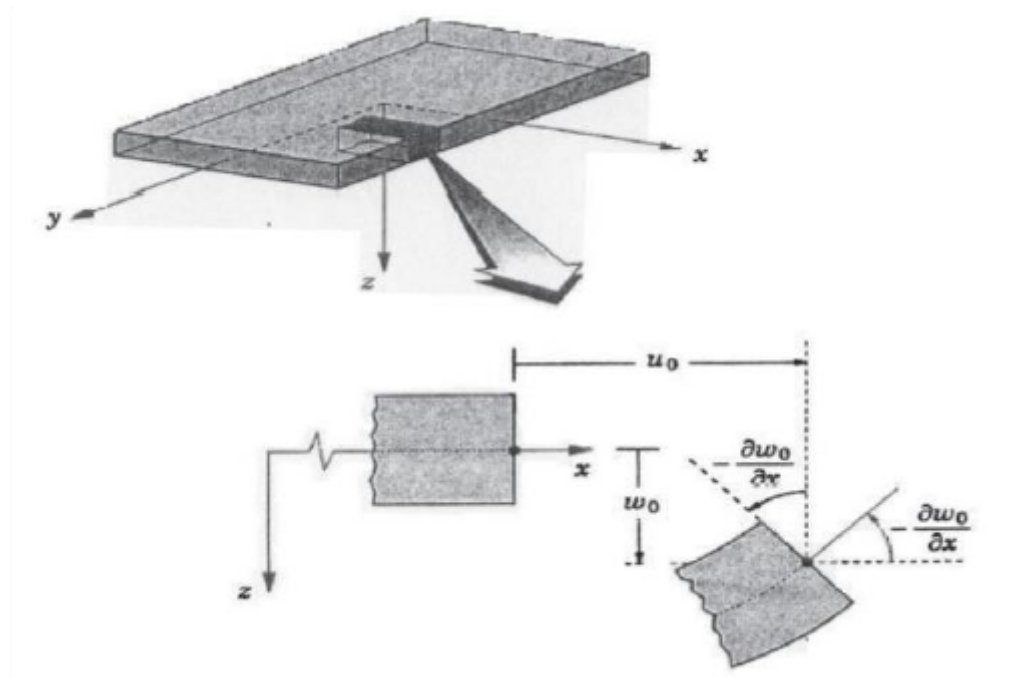


FIGURE II.12 – Illustration du modèle de la plaque de Love-Kirchhoff[13]

II.7.2 Champ de déplacement de la théorie classique des plaques (CPT)[19]

Kirchhoff a établi la théorie la plus connue des plaques, connue sous le nom de «théorie classique des plaques», en 1850. Au moment, le champ de déplacement d'un point de coordonnées (x, y, z) s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ V(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ W(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Ou u, v, w sont les déplacements le long des axes de coordonnées x, y et z d'un point du plan moyen (plan $z=0$).

Étant donné que les théories de Kirchhoff ne prennent pas en compte le cisaillement transversal et l'impact de la déformation axiale dans la direction transversale, la déformation de la plaque est principalement due à la flexion et aux déformations planes (figure II.12), ce qui limite l'application de la théorie aux plaques épaisses.

II.8 La théorie de déformation de cisaillement du premier ordre (FSDT)

La « théorie de Mindlin » est aussi connue sous le nom d'une extension des recherches de Timoshenko et est perçue comme une amélioration de la théorie traditionnelle des plaques minces (théorie de Kirchhoff). Il s'agit d'ajouter les déformations en cisaillement transverses aux hypothèses cinématiques pour cette amélioration[29]. On suppose que la répartition de cette déformation reste constante tout au long de l'épaisseur de la plaque. Cela nécessite l'ajout d'un élément de correction. Selon les théories de Mindlin, il est supposé que la normale demeure parallèle à la surface moyenne mais non perpendiculaire (en raison de l'effet du cisaillement transverse). Selon la figure II.13, le champ des déplacements est le suivant :

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} + z \vartheta_x(x, y) \\ V(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x} + z \vartheta_y(x, y) \\ W(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

avec $\vartheta_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x}$, $\vartheta_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y}$

Où u_0, v_0, w_0 sont les déplacements le long des coordonnées (x, y, z) d'un point du plan (plan $z=0$); ϑ_x et ϑ_y sont les rotations de la normales à la section transversale par rapport aux axes x et y respectivement[29].

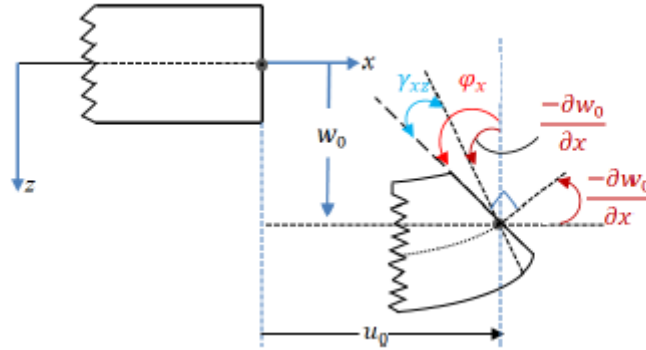


FIGURE II.13 – Illustration de la plaque de Reissner-Mindlin[14]

II.8.1 Champ des déplacements

Le déplacement du point M à la cote z est :

$$U(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y, t) + z \vartheta_x(x, y, t)$$

$$V(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y, t) + z \vartheta_y(x, y, t) \quad (\text{II.21})$$

$$W(x, y, z, t) = w_0(x, y, t)$$

Où

(u_0, v_0, w_0) et (φ_x, φ_y) : sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes oy et ox , respectivement.

II.8.2 Champ des déformations

Le champ des déformations peut être sous-divisé en deux champs :

❖ le champ des déformations en membrane-flexion :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

D'où :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

❖ le champ des déformations en cisaillement transverse :

$$\{\gamma_c\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial v_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

II.9 La théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (HDST)

Pour éviter l'utilisation d'un facteur de correction en cisaillement et pour tenir compte d'hypothèses plus réalistes que celles de Kirchhoff, plusieurs théories d'ordre supérieur ont été proposées par (Reddy 1984), (Reddy et Phan 1985), (Reddy 1999,2000)[30], (Iyengar, Chaudrashekhara et al. 1974), (Iyengar et Pandya 1982)[31], (Kuznetsov et Kartashov 1981), (Vlasov 1957), (Krishna Murty 1977,1986,1987), (Krishna Murty et Vellaichamy 1987)]. Elles sont basées sur le développement des déplacements en série de puissance à travers l'épaisseur (selon Reddy 1990, Mallikarjuna et Kant 1993) Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans [32] [33].

Les hypothèses qui sont à la base du développement de ces théories sont [34] :

- * Les déplacements sont petits comparés à l'épaisseur de la plaque,
- * Les sections transversales, initialement planes et normales au plan moyen, ne restent pas nécessairement planes et normales à celui-ci après déformation.
- * La déformation axiale dans la direction transversale n'est pas négligeable,
- * La contrainte normale dans la direction transversale n'est en général pas négligeable.[34]

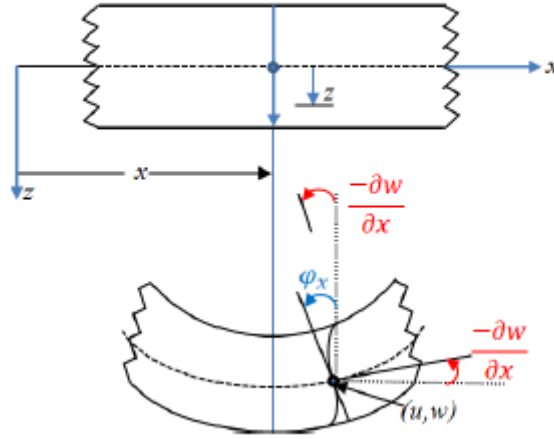


FIGURE II.14 – Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques[14]

II.10 EXPRESSION DES RÉSULTANTES ET MOMENTS

II.10.1 Résultantes en membrane

on a les relation suivant :

$$N(x, y) = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.25})$$

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k \kappa(x, y) \quad (\text{II.26})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

selon Berthelot[10]. L'expression (2.25) associée à la relation (2.26) ou (2.27) conduit à l'expression des résultantes en membrane, dans le cadre de la théorie classique des stratifiés.

Nous obtenons :

$$\mathbf{N}(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\mathbf{Q}'_k \varepsilon_m(x, y) + z \mathbf{Q}'_k \kappa(x, y)] dz. \quad (\text{II.28})$$

Soit :

$$\mathbf{N}(x, y) = \sum_{k=1}^n \left[\mathbf{Q}'_k \boldsymbol{\varepsilon}_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz + \mathbf{Q}'_k \check{\nu}(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \quad (\text{II.29})$$

$$\mathbf{N}(x, y) = \left[\sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) \mathbf{Q}'_k \right] \boldsymbol{\varepsilon}_m(x, y) + \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \mathbf{Q}'_k \right] \boldsymbol{\kappa}(x, y) \quad (\text{II.30})$$

L'expression précédente de la matrice des résultantes peut finalement s'écrire sous la forme :[10]

$$\mathbf{N}(x, y) = \mathbf{A} \boldsymbol{\varepsilon}_m(x, y) + \mathbf{B}_k(x, y) \quad (\text{II.31})$$

en introduisant les matrices :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_{ij} \quad (\text{II.32})$$

et

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_{ij} \quad (\text{II.33})$$

L'expression développée des résultantes en membrane s'écrit donc :[10]

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}. \quad (\text{II.34})$$

II.10.2 Moments de flexion et de torsion

La définition des moments de flexion et de torsion sur un stratifié est donnée par :[10]

$$\mathbf{M}_f(x, y) = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (\text{II.35})$$

$$\mathbf{M}_f(x, y) = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left[z \mathbf{Q}'_k \boldsymbol{\varepsilon}_m(x, y) + z^2 \mathbf{Q}'_k \check{\nu}(x, y) \right] dz. \quad (\text{II.36})$$

ce qui conduit à :

$$\mathbf{M}_f(x,y) = \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) \mathbf{Q}'_k \right] \boldsymbol{\varepsilon}_m(x,y) + \frac{1}{3} \left[\sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) \mathbf{Q}'_k \right] \boldsymbol{\kappa}(x,y) \quad (\text{II.37})$$

La matrice des moments de flexion s'écrit donc suivant :

$$M_f(x,y) = \mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon}_m(x,y) + \mathbf{D}\boldsymbol{\kappa}(x,y) \quad (\text{II.38})$$

en introduisant la matrice récente :

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II.39})$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme : [10]

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}. \quad (\text{II.40})$$

II.11 Influence de l'empilement des couches :

II.11.1 Couche isotrope :

[35] Le comportement élastique d'une plaque en matériau homogène isotrope est défini par le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν . Les résultats en membrane (N_x, N_y, N_{xy}) sont exclusivement influencés par les déformations en membrane ($\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0$) et les moments de flexion et de torsion (M_x, M_y, M_{xy}) sont influencés uniquement par les courbures du plan moyen ($\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$). En ce qui concerne une plaque isotrope, il n'y a donc pas de connexion entre la membrane et la flexion/torsion.

II.11.2 Couche orthotrope non rapportée à ses axes

L'équation constitutive de la plaque orthotrope présente comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

Il a été constaté qu'il n'y a pas de connexion entre la membrane et la flexion/torsion lorsque la couche orthotrope est non liée à ses axes.

II.11.3 Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux :

Les axes du matériau sont confondus avec les axes de référence de la plaque . L'équation constitutive de la plaque peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

Comme dans le cas d'un matériau isotrope, les résultantes en membrane ne dépendent que des déformations de membrane et les moments ne dépendent que des courbures.[36]

II.12 Conclusion

Pendant ce chapitre, après avoir introduit et exposé l'architecture des plaques stratifiées, nous avons conclu en démontrant les différentes théories des plaques stratifiées, comme la théorie classique (CPT) et la théorie de cisaillement de premier ordre. Les théories d'ordre

élevé (HSDT). Ce chapitre souligne l'importance de ces approches pour prédire le comportement des structures composites sous diverses sollicitations.

PHÉNOMÈNE DE FLAMBEMENT THERMIQUE

III.1 Introduction

Le flambement thermique est un phénomène qui se produit lorsque un corps est soumis à des variations de température qui entraînent sa déformation ou sa courbure. Il se produit lorsque des structures métalliques sont exposées à des variations de température, ce qui provoque l'expansion ou la contraction des matériaux. Lorsque la température augmente, les matériaux se dilatent, et lorsque la température diminue, les matériaux se contractent.

Ces changements dimensionnels génèrent des forces internes dans le corps, et si ces forces dépassent sa capacité de résistance, le corps peut se courber ou se déformer de manière indésirable. Ce phénomène est plus prononcé dans les structures longues et minces telles que les colonnes et les tuyaux, où les forces résultant de la dilatation thermique sont beaucoup plus importantes que les autres charges.

III.2 Définition de la stabilité :

On définit l'état d'équilibre stable comme la capacité de la structure à maintenir sa position et à supporter la charge appliquée, même si elle est légèrement déplacée par une perturbation. Une colonne est prise en compte lorsque une force concentrée (P) exerce une action le long de son axe central. Une augmentation constante de la charge (P) se produit lorsque celle-ci passe de zéro à une valeur critique spécifique de la charge (P_{cr}), correspondant à

une valeur (σ_{cr}) inférieure à la contrainte normale, ce qui entraîne une déformation latérale (figure III.1.a).[15]

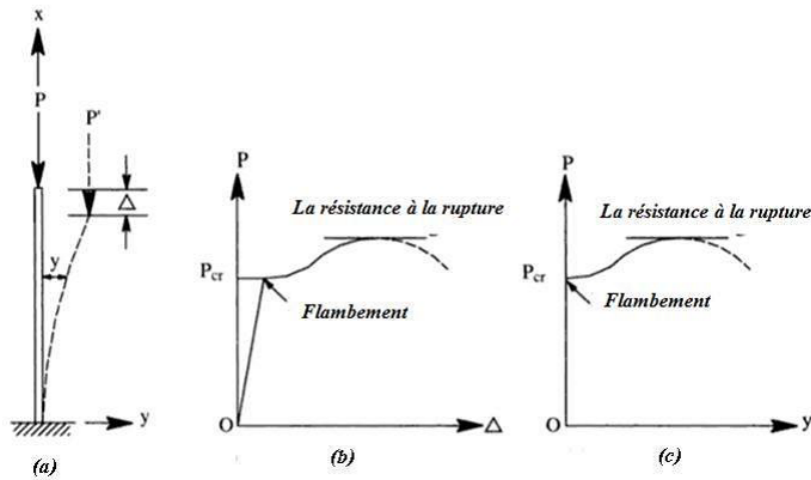


FIGURE III.1 – comportement charge-déformation de colonne soumise à une compression axiale ; (b) courbe $P - \delta$, (c) courbe $P-y$ [15]

III.3 L'origines de phénomène de flambement thermique :

Les origines du phénomène de flambement thermique résident dans deux principales causes. Premièrement, le blocage de la dilatation thermique, où une structure ne peut se dilater librement sous une élévation uniforme de la température, créant ainsi des contraintes thermiques agissant comme des forces de compression nuisant à la stabilité de la structure. Deuxièmement, la variation non-uniforme de la température, où une structure uniforme soumise à un échauffement thermique non-uniforme ou inversement entraîne des contraintes thermiques internes pouvant également compromettre la stabilité de la structure.[37]

III.4 Flambement thermique des plaques composites : synthèse bibliographique

En raison de l'émergence des matériaux composites, l'attention s'est portée sur ces nouvelles substances. D'après Thornton [38], les études menées dans les années 70 sur les conséquences de l'environnement sur les matériaux composites ont donné lieu aux premières investigations sur la combustion thermique des plaques composites stratifiées. Effectivement, il semble que Whitney et Ashton [39] aient été les premiers à examiner le comportement

lors du flash thermique des plaques stratifiées croisées. La formulation énergétique a été employée en combinaison avec la méthode de Ritz [40]. Ensuite, Stavsky [41] a examiné la stabilité thermo-élastique des plaques circulaires orthotropes exposées à un champ de température axisymétrique. Par la suite, Biswas [42] a employé une méthode de conversion conforme afin d'atteindre les températures critiques des plaques orthotropes en forme irrégulière.

Afin de mettre en évidence l'effet hygrothermique. Le travail de Whitney et Ashton a été étendu par Flaggs et Vinson [43]. On a conclu que les charges hygrothermiques ont un effet considérable sur la diminution de la température critique de flèche. Une dizaine d'années plus tard, Tauchert et Huang [44] ont employé la méthode Rayleigh-Ritz pour examiner le phénomène de flambement thermique des plaques composites minces avec une stratification croisée symétrique. En utilisant la théorie de Reissner-Mindlin, Tauchert [45] a également examiné le flambement thermique des plaques épaisses avec une stratification croisée antisymétrique. On a démontré que la réduction de la température critique par le cisaillement transverse est importante. Sun et Hsu [46] ont remarqué cette dernière observation concernant les plaques composites avec une stratification équilibrée simplement appuyée. En plus de cela, dans l'article de Tauchert [47], une méthode d'amélioration a été suggérée pour la création de stratifiés ayant une résistance maximale au flambement thermique. La méthode Galerkin a été employée par Chen et Chen [48] afin de mesurer les températures critiques de flambement des plaques stratifiées. Yang et Shieh [49] ont également employé la méthode Galerkin pour analyser le phénomène de flambement thermique des plaques épaisses stratifiées équilibrées antisymétriques précontraintes. Ensuite, Noor et Burton [50] ont employé une méthode appelée "predictor-corrector" afin de déterminer de manière précise le comportement des plaques composites face à la chaleur. La théorie de cisaillement d'ordre supérieur a été employée par Chang et Leu [51] afin d'analyser le flambement thermique des plaques composites stratifiées croisées antisymétriques.

Toutes les études mentionnées précédemment ont souligné l'importance de méthodes et d'outils numériques performants. Effectivement, au fil des décennies, la méthode des éléments finis s'est imposée comme l'une des plus performantes et couramment employée pour analyser le comportement complexe des structures en matériaux composites.[37]

III.4.1 Éléments finis basés sur la théorie classique des stratifiée :

En 2010, Shiau et al. [52] ont utilisé un élément fini triangulaire avec cinquante-quatre degrés de liberté afin d'étudier le flambement thermique des plaques composites. Les auteurs ont examiné en détail les modes de flambement des plaques stratifiées croisées et équilibrées avec différents paramètres, à savoir : rapport d'anisotropie, angles d'orientation, stratification et condition aux limites. Thangaratnam et al.[53] ont utilisé un élément fini coque "semiloof" avec trente-deux degrés de liberté. Ils ont présenté une analyse sur le flambement thermique des plaques stratifiées sous différente distribution de la température, stratifications et conditions aux limites. Les auteurs ont publié une série d'articles sur le flambement thermique. Ils ont étudié les effets du rapport d'aspect, angles de stratification, l'anisotropie, conditions aux limites et la distribution de la température [54]. L'effet de la dépendance des propriétés matériels à la température [55], ainsi que le flambement thermique des plaques stratifiées cylindriques [56] .

III.4.2 Éléments finis basés sur la théorie de cisaillement du premier ordre :

Prabhu et Dhanaraj [57] ont étudié le flambement thermique des plaques stratifiées symétriques minces et épaisses. Ils ont utilisé un élément fini Lagrangien isoparamétrique à neuf noeuds avec intégration sélective.

Kant et Babu [58] ont traité le flambement thermique des plaques biais stratifiées et des plaques sandwichs.

Chandrashekhara [59] a étendu un élément fini iso-paramétrique à neuf noeuds de flexion Pour étudier le comportement des plaques composites stratifiées au flambement thermique.

Huang et Tauchert [60] ont étudié les températures critiques de flambement des plaques stratifiées symétriques encastées en utilisant un élément fini Lagrangien à neuf noeuds. Il a été montré que les résultats par la méthode des éléments finis sont en bon accord avec ceux trouvés par la solution analytique.

Chen et al. [61] ont étudié le flambement thermique des plaques modérément épaisses avec une stratification équilibrée antisymétrique soumises à une élévation de température uniforme et non-uniforme. Les auteurs ont utilisé un élément fini à huit noeuds de type "serendip" avec quarante degrés de liberté.

III.4.3 Éléments finis basés sur la théorie de cisaillement d'ordre supérieur :

Dans la littérature , il est apparu que Chang [62] a été le premier à utiliser la théorie d'ordre supérieur afin d'étudier le flambement thermique des plaques composites stratifiées. L'auteur a utilisé un élément fini isoparamétrique à huit noeuds avec soixante-quatre degrés de liberté.

Wu et Chen [63] ont proposé un élément fini à trois noeuds, basé sur l'approche global-local d'ordre supérieur. Les auteurs ont étudié le flambement thermomécanique des plaques composites stratifiées et sandwichs.

Lee [64] a étudié le flambement des plaques composites stratifiées en utilisant l'approche layerwise. Il a été montré qu'il existe une différence significative entre les résultats de la layerwise et ceux de la monocouche équivalente.

Nali et Carrera [65] ont utilisé l'approche de la monocouche équivalente et l'approche layerwise pour étudier le flambement thermomécanique des plaques composites stratifiées.

Shariyat [66] a étudié le flambement thermique des plaques composite rectangulaire avec dépendance des propriétés matérielles à la température. L'auteur a employé l'approche layerwise avec un élément Hermitien de continuité C^1 .

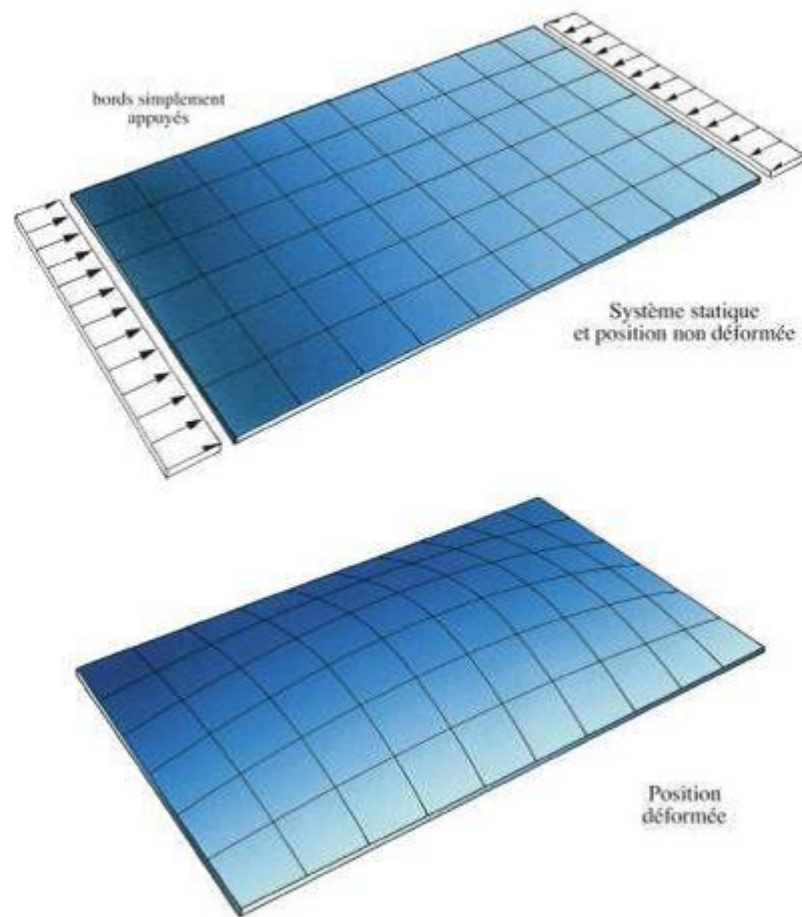


FIGURE III.2 – Flambement d’une plaque.[15]

III.5 Modes du flambement des plaques :

Les structures à parois minces peuvent être soumises aux flambements local, distorsionnel et global.[15]

III.5.1 Le flambement Local :

Il s’agit d’un processus qui ne nécessite que la flexion hors-plan de la plaque sans déformation des lignes à la jonction des plaques, et il se distingue par une onde de flambement relativement courte des plaques parties.

III.5.2 Le flambement distorsionnelle :

Selon le mot, il s’agit d’un processus de flambement qui implique une modification de la forme de la section transversale ; les lignes d’intersection des plaques se déplacent de manière relative. La valeur de l’onde du flambement distorsionnel est moyenne.

III.5.3 Le flambement global :

L'onde de flambement global est la plus longue par rapport aux deux autres modes de flambement précédents, car les sections se déplacent comme des corps rigides sans aucune distorsion.

III.6 FORMULATION DES ÉLÉMENTS FINIS

III.6.1 Théorie classique des stratifiés :

Relations cinématiques

Le champ du déplacement selon la théorie classique des stratifiés basée sur la théorie de Kirchhoff (7), s'écrit [16] :

$$\begin{aligned}U(x, y, z) &= u_0(x, y) - zw_x \\V(x, y, z) &= v_0(x, y) - zw_y \\W(x, y, z) &= w_0(x, y)\end{aligned}\tag{III.1}$$

avec u_0, v_0, w_0 sont les déplacements du plan moyen d'une plaque. Le champ des déformations incluant les grandes déformations (7) (8) est donné par :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + zk_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + zk_y \\ \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^0 + zk_{xy}\end{aligned}\tag{III.2}$$

où :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \varepsilon_{xy}^0 &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}\end{aligned}\tag{III.3}$$

$$\begin{aligned}
 k_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
 k_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
 k_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \tag{III.4}$$

Loi de comportement

En utilisant la théorie classique des stratifiées, on peut établir une relation matricielle suivante entre les forces et les moments et les déformations à mi-plan et les courbures :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_{31} & B_{32} & B_{33} \\ B_{11} & B_{12} & B_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \tag{III.5}$$

En notant par σ_i les contraintes dans le plan, alors :

$$\{N_i\} = \int_{-h/2}^{+h/2} \{\sigma_i\} dz \tag{III.6}$$

$$\{M_i\} = \int_{-h/2}^{+h/2} \{\sigma_i\} z dz \tag{III.7}$$

Les rigidités extensionnelles, de couplage et flexionnelle d'un stratifié, sont définies par :

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij} dz \\
 B_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij} z dz \\
 D_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij} z^2 dz
 \end{aligned} \tag{III.8}$$

Avec \bar{Q}_{ij} désignant les coefficients d'élasticité d'une couche dans le repère global (x, y, z) du stratifié faisant un angle θ avec le repère local (1, 2, 3) (figure III.3).

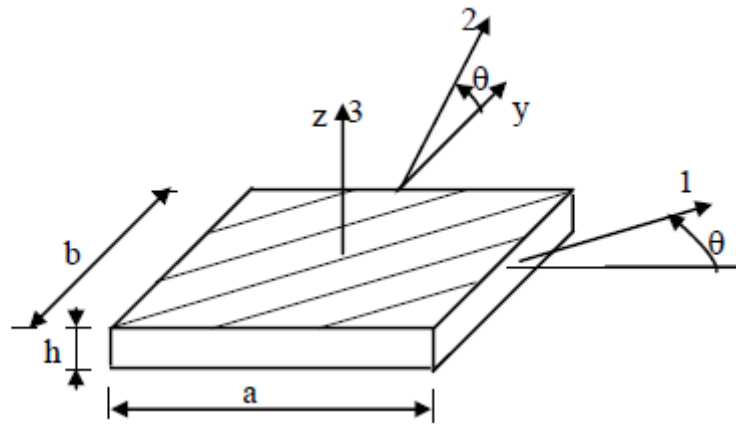


FIGURE III.3 – Repère local et repère global [16]

- Les résultats de la force thermique sont donnés par :

$$N^T = \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{ \Delta T \{ \alpha \}^T \} dz$$

- Les résultats de moment thermique sont donnés par :

$$M^T = \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{ \Delta T \{ \alpha \}^T \} z dz$$

Energie potentielle :

L'énergie potentielle de déformation d'une plaque est donnée par l'expression suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \epsilon dv$$

avec :

V = Volum de la plaque.

Pour déterminer la distribution des efforts membranaires en résolvant l'équation :

$$\{F\} = [K]\{X\} \tag{III.9}$$

Avec :

- ◆ [K] : La matrice de rigidité globale,
- ◆ {X} : Le vecteur de déplacement global,
- ◆ {F} : Le vecteur de chargement global,

III.6.2 Théorie de Déformation en Cisaillement de Première Ordre (FSDT) :

Relations cinématiques

Comme l'élément est basé sur la théorie de cisaillement du premier ordre, le champ des déplacements est donné par :

$$\begin{aligned} U(x,y,z) &= u_0(x,y) + z\beta_x(x,y) \\ V(x,y,z) &= v_0(x,y) + z\beta_y(x,y) \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

$$W(x,y,z) = w_0(x,y)$$

avec :

u_0, v_0 sont les déplacements membranaires du feuillet moyen de la plaque. w_0 est le déplacement hors plan du feuillet moyen de la plaque. β_x et β_y représentent les deux rotations de la normale dans les plan x-z et y-z, respectivement.

Champ de déformations

Le champ de déformations, selon les hypothèses de Reissner-Mindlin, s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \beta_x}{\partial y} + \frac{\partial \beta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} = \underbrace{\{\varepsilon_L + \varepsilon_{NL}\}}_{\{\varepsilon\}} + z\{\kappa\} \quad (\text{III.11})$$

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \beta_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Avec $\{\varepsilon\}$, $z\{\kappa\}$ et $\{\gamma\}$ sont respectivement les vecteurs déformations de membrane, de flexion et de cisaillement transverse (CT).

Lois de comportement :

Les relations contraintes-déformations dans le système de coordonnées locales des fibres d'un stratifié sujette à une variation de température, sont données par (Reddy [12]) :

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{11}(T) & Q_{12}(T) & 0 \\ Q_{21}(T) & Q_{22}(T) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(T) \end{bmatrix} \left[\begin{cases} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{cases} - \begin{cases} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{cases} \right] \quad (\text{III.13})$$

$$\begin{cases} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \begin{bmatrix} Q_{44}(T) & 0 \\ 0 & Q_{55}(T) \end{bmatrix} \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases}$$

avec :

1 et 2 désigne respectivement la direction longitudinale des fibres et la direction transversale normale aux fibres dans le plan de la plaque.

ε_1^T et ε_2^T sont les déformations d'origine thermique et qui sont données par :

$$\begin{cases} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{cases} = \Delta T \begin{bmatrix} \alpha_1(T) \\ \alpha_2(T) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

avec :

$\alpha_1(T)$ et $\alpha_2(T)$: sont respectivement le coefficient de dilatation thermique longitudinal et transversal en fonction de la température

ΔT : la variation de température.

Les composantes de la rigidité $Q_{ij}(T)$ sont données par :

$$\begin{aligned} Q_{11}(T) &= \frac{E_1(T)}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{22}(T) &= \frac{E_2(T)}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{12}(T) &= \frac{\nu_{12}E_1(T)}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66}(T) &= G_{12}(T) & Q_{44}(T) &= G_{13}(T) & Q_{55}(T) &= G_{23}(T) \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Les relations contraintes-déformations de la couche "k" dans le repère global du stratifié, sont données par :

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases}_k - \Delta T \begin{cases} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{cases}_k \quad (\text{III.16})$$

$$\begin{cases} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases}_k = \begin{bmatrix} K_{11}\bar{Q}_{44} & K_{12}\bar{Q}_{45} \\ K_{21}\bar{Q}_{54} & K_{22}\bar{Q}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases}_k$$

avec :

Avec k_{ij} sont les facteurs de correction de cisaillement

Les efforts à mi-plan d'une plaque et les moments sont liés aux déformations et aux courbures par les expressions suivantes :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Où :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

$$[T] = [C][\gamma]$$

Avec :

- * [A] : La matrice de rigidité en membrane,
- * [B] : La matrice de couplage membrane-flexion-torsion,
- * [D] : La matrice de rigidité en flexion,
- * [C] : La matrice de de cisaillement transverse,

celles-ci peuvent être définies par :

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}_{ij}]_k dz \\
B_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}_{ij}]_k z dz \\
D_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}_{ij}]_k z^2 dz \\
C_{ij} &= \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\bar{Q}_{ij}]_k dz
\end{aligned} \tag{III.20}$$

En notant par σ_{ij} les contraintes dans le plan, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
N_{ij} &= \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij} dz \\
M_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij} z dz \\
T_{ij} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij} dz
\end{aligned} \tag{III.21}$$

Les résultantes de force et de moment thermique sont définies par :

$$\begin{aligned}
N^T &= \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{ \Delta T \{ \alpha \}^T \} dz \\
M^T &= \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{ \Delta T \{ \alpha \}^T \} dz
\end{aligned} \tag{III.22}$$

Energie potentielle :

L'énergie potentielle de déformation d'une plaque est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dv$$

avec :

V = Volum de la plaque.

En utilisant les relations contraintes-déformations et les relations constitutives des stratifiés, l'énergie potentielle de déformation peut s'écrire [37] :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_v \left(\{\varepsilon_L\}^T [A] \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_L\}^T [B] \{\kappa\} + \{\kappa\}^T [B] \{\varepsilon_L\} + \{\kappa\}^T [D] \{\kappa\} + \{\gamma\}^T [C] \{\gamma\} \right) dv \quad (\text{III.23})$$

Dans le cas de grande déformation et l'existence de chargement thermique, l'énergie potentielle totale est donnée par :

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_v \left(\begin{array}{l} \{\varepsilon_L^0\}^T [A] \{\varepsilon_L^0\} + \{\varepsilon_L^0\}^T [B] \{\kappa\} + \{\kappa\}^T [B] \{\varepsilon_L^0\} + \{\kappa\}^T [D] \{\kappa\} + \{\gamma\}^T [C] \{\gamma\} \\ -2 \left(\{\varepsilon_L^0\}^T [N^T] + \{\kappa\}^T [M^T] \right) + \{\varepsilon_{NL}^0\} [N^T] \end{array} \right) dv \quad (\text{III.24})$$

III.7 Convergence de la température critique de flambement :

III.7.1 L'effet de la température sur les matériaux composites :

Les composites sont sensibles aux variations de température en raison de la présence de deux composants, ce qui rend l'impact de la température important et complexe pour les matériaux composites et a un impact sur les caractéristiques mécaniques du matériau. En raison de variations de température, les plaques sandwich et les plaques composites stratifiées sont exposées au phénomène de flambement thermique.[35]

III.7.2 Température critique de flambement avec dépendance à la température :

La détermination de la température critique de flambement revient à résoudre le problème aux valeurs propres suivant :

$$([K] + \gamma[K_G])\{X\} = 0 \quad (\text{III.25})$$

Avec :

- ◆ $[K]$: La matrice de rigidité globale,
- ◆ $[K_G]$: La matrice de géométrie globale,
- ◆ γ : La charge non dimensionnelle de flambement,

◆ $\{X\}$: Représente le vecteur modal.

Les caractéristiques matérielles sont représentées en fonction de la température linéaire et sont représentées par :[66]

$$\begin{aligned}E_1(T) &= E_{10}(1 + E_{11} T) \\E_2(T) &= E_{20}(1 + E_{21} T) \\G_{12}(T) &= G_{120}(1 + G_{121} T) \\G_{13}(T) &= G_{130}(1 + G_{131} T) \quad . \\G_{23}(T) &= G_{230}(1 + G_{231} T) \\ \alpha_1 &= \alpha_{10}(1 + \alpha_{11} T) \\ \alpha_2 &= \alpha_{20}(1 + \alpha_{21} T)\end{aligned} \tag{III.26}$$

Le tableau 3.1 réunit les résultats trouvés par l'élément fini DMQP/ml et ceux trouvés par un élément fini hermitien basé sur l'approche Layer-wise [66], ainsi que par la théorie d'ordre supérieur de Reddy [67]. A partir du tableau 5. 9, on voit très bien que les résultats obtenus par le présent élément fini sont en très bon accord avec ceux de la littérature.[37]

III.8 Conclusion :

Les changements rapides ou inégaux de température peuvent entraîner des contraintes thermiques, ce qui peut provoquer le phénomène de flambement thermique. Dans ce chapitre, nous avons discuté de l'effet de la température sur la stabilité des plaques composite stratifiées en commençant par définir la stabilité en mentionnant L'origines de phénomène de flambement thermique ainsi que les synthèses bibliographiques à ce sujet, puis nous avons brièvement parlé de la méthode de flambage des plaques. ainsi que les différents formulations des éléments finis qui sont utilisés par les auteurs pour l'analyse de flambement thermique des plaques composites stratifiées. Ensuite nous avons basé l'étude de ce phénomène sur la théorie classique de stratifiées, et la Théorie de Déformation en Cisaillement de Première Ordre (FSDT).

MODÉLISATION DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIÉES

IV.1 Introduction :

Ce chapitre vise à étudier l'effet de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiés en utilisant le DMQP/ml par éléments finis. Pour ce faire il y a un logiciel basé sur la méthode élément fini « ABAQUS » pour la modélisation.

IV.2 Présentation du logiciel ABAQUS :

ABAQUS est un logiciel de calcul d'éléments finis fondé en 1978, et offre des solutions complètes pour la modélisation de structures métalliques, l'analyse des contraintes, des déformations, des déplacements, des forces nodales, des vitesses, des accélérations, et d'autres grandeurs physiques nécessaires à la conception d'un modèle, et est largement utilisé dans l'analyse de structures pour des problèmes linéaires, non linéaires, explicites et dynamiques

IV.2.1 Les avantages d'utiliser ABAQUS :

Les avantages d'utiliser Abaqus pour l'analyse par éléments finis sont les suivants [68] :

- **Précision des résultats** : Abaqus est reconnu pour sa précision et sa fiabilité dans la simulation, offrant des résultats de haute qualité grâce à des méthodes d'analyse avancées et des modèles mathématiques précis.

- **Simulation de Phénomènes Complexes** : Abaqus est capable de simuler des phénomènes physiques complexes tels que le transfert de chaleur, l'analyse structurelle et la dynamique des fluides, offrant la possibilité de modéliser un large éventail de processus physiques [69]
 - **Large gamme de capacités** : Abaqus propose une variété de capacités de simulation pour répondre à des besoins spécifiques tels que l'analyse statique, dynamique, thermique, de contact, et des matériaux, permettant ainsi de modéliser et évaluer différents aspects des produits pour garantir leur performance et fiabilité.
 - **Flexibilité de modélisation** : Ce logiciel permet une modélisation flexible, offrant la possibilité de représenter avec précision la géométrie et les caractéristiques des produits, y compris des structures complexes, des assemblages de pièces, des matériaux composites, et bien plus encore[68].
 - **Optimisation de la conception** : Abaqus permet d'explorer différentes options de conception, de tester et de comparer diverses configurations, matériaux et paramètres pour trouver la meilleure solution, améliorant ainsi l'efficacité, la résistance et d'autres caractéristiques essentielles des produits.
 - **Réduction des coûts et des délais** : L'utilisation de la simulation sur Abaqus permet de réduire les coûts et les délais en détectant les erreurs de conception et les problèmes potentiels dès les premières phases du processus, évitant ainsi les coûts liés aux prototypes physiques coûteux et accélérant le processus global de développement.
- Ces avantages font d'Abaqus un choix idéal pour l'analyse par éléments finis, offrant précision, flexibilité, optimisation de la conception, réduction des coûts et des délais, et une large gamme de capacités de simulation pour répondre aux besoins spécifiques des utilisateurs

ABAQUS ne gère pas les unités ; c'est à l'utilisateur d'utiliser un système d'unités cohérent, nous devons les choisir en données d'entrées afin qu'elles soient homogène. Choix des unités pour notre simulation [70] :

- * Distance : mm
- * Temps : s
- * Forces : N
- * Contrainte/pression : Mpa
- * Température : °C

IV.2.2 Les éléments dans ABAQUS :

Comme tout code de calcul, ABAQUS dispose d'une multitude de types d'éléments qui diffèrent par leurs propriétés d'interpolation, de symétrie, et leurs propriétés physiques.

Ainsi, le code propose des éléments à 3 dimensions (3D), à 2 dimensions (2D), des éléments linéaires (1D) et les connecteurs. [71]

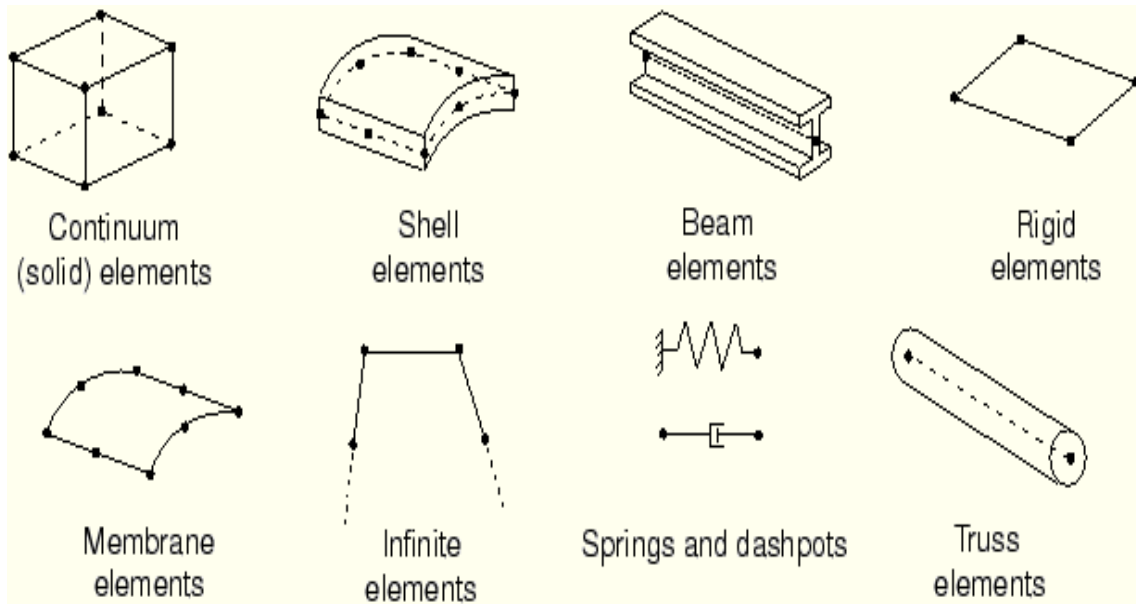


FIGURE IV.1 – Quelques éléments dans Abaqus [71]

Les conditions aux limites adoptées dans ce chapitre sont listées dans le tableau IV.1

TABLEAU IV.1 – les conditions aux limites.

Conditions aux limites	Abréviation	Les retenus aux bords
Simplement appuyé	SSSS	$u = w = \frac{\partial w}{\partial y} = 0, x = \pm \frac{a}{2}$
		$v = w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, y = \pm \frac{b}{2}$
Encastré	CCCC	$u = v = w = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$

Le chapitre actuel est subdivisé en deux sections :

Dans la première partie, une étude comparative sera présentée afin de vérifier et de valider

les résultats de modélisation des plaques isotrope et des plaques composite stratifiées en raison de l'effet de La température (la répartition homogène) est comparée aux résultats obtenus dans les études (analytique et numérique) pour confirmer notre travail.

Notre étude repose sur deux éléments d'ABAQUS essentiels, à savoir :

- ⊗ **S4R** : élément shell à 4 noeuds avec intégration réduite.
- ⊗ **S8R** : élément shell à 8 noeuds avec intégration réduite.

Dans la seconde partie, nous allons effectuer une analyse paramétrique afin de saisir le comportement de flambement thermique des plaques composites stratifiées. Dans notre recherche, nous examinons l'impact de divers facteurs qui peuvent influencer de la température de flambement thermique des plaques stratifiées, tels que :

- ⊗ L'effet du rapport d'aspect (a/b)
- ⊗ L'effet du rapport d'épaisseur (a/h)
- ⊗ L'effet des conditions aux limites .
- ⊗ Stratification (orientation des fibers).
- ⊗ Les types des matériaux

Première partie :

IV.3 Validation de l'élément fini :

IV.3.1 Plaques isotropes :

IV.3.1.1 Plaque isotrope simplement appuyée :

Dans ce test, la convergence de la température critique de flambement d'une plaque isotrope carrée est prise en compte en appuyant simplement sur elle. ($a/b=1$, $a/h=100$) Les caractéristiques mécaniques de la plaque sont :

$$E = 1.0 * 10^{-6}, \nu=0.3, \alpha = 1.0 * 10^{-6}$$

Pour examiner la compatibilité de la solution avec cette formulation, on divise la plaque en trois types de maillage : ($6*6$, $8*8$, $10*10$), Le tableau IV.2 rassemble les températures de flambement critiques découvertes par notre élément ainsi que celles découvertes par :

- **Matsunaga** [72] avec une théorie d'ordre supérieur,
- **Shiau et al.**[52] avec un élément fini triangulaire a 6dll. /noeud basé sur la théorie classique des stratifiés,
- **Zhao et al.**[73] avec une méthode sans-maillage a 5dll/noeud,
- **Ounishoudayfa.**[37] avec un élément fini combine (élément membranaire iso-paramétrique + élément de type Hermite de haute précision) basé sur la théorie classique des stratifiés.
- **Noor et Burton.**[74] par une solution tridimensionnelle.

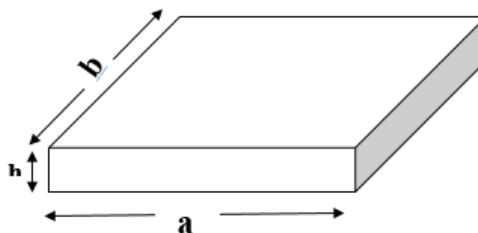


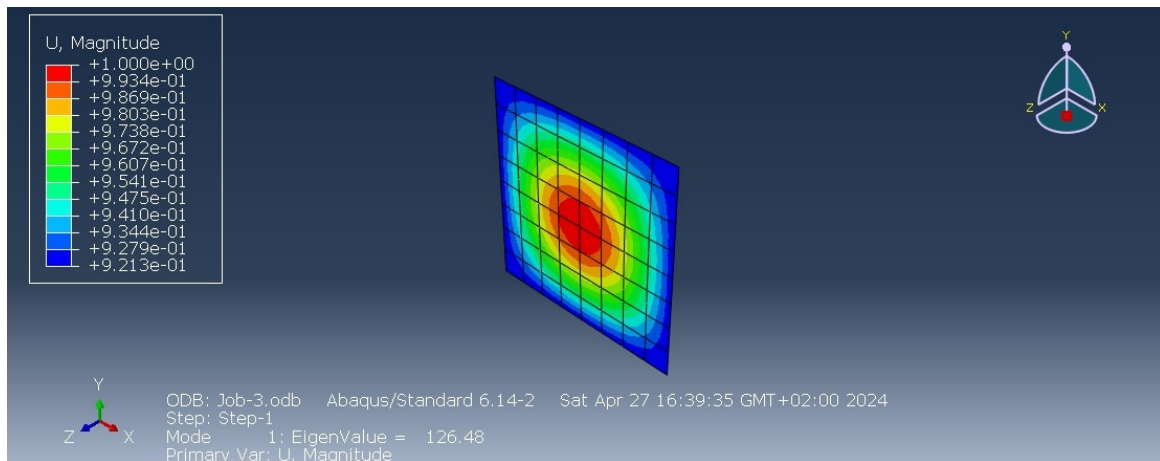
FIGURE IV.2 – Dimensions de la plaque

TABLEAU IV.2 – les températures critiques de flambement d’une plaque carrée isotrope simplement appuyée

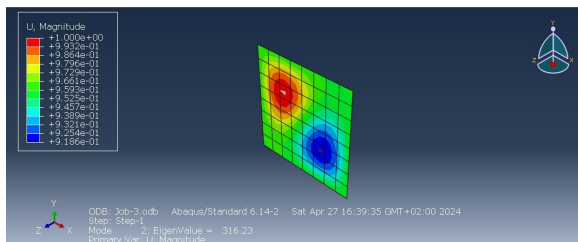
Noor et Burton [74]	Zhao et Al [73]	Shiau et Al [52]	Ounis [37]	Présent (S8R)	Présent (S4R)
	128.4 (16*16)	126.6 (2*2)	127.2 (2*2)	126.47(10*10)	128.62 (10*10)
126.4	127.3 (18*18)	126.5 (4*4)	126.5 (4*4)	126.48 (8*8)	129.86 (8*8)
	127.1 (20*20)	126.5 (6*6)	126.5 (6*6)	126.54(6*6)	132.62 (6*6)

Les résultats obtenus par cette formulation sont très en accord avec ceux de la littérature, comme le montre le tableau IV.2.

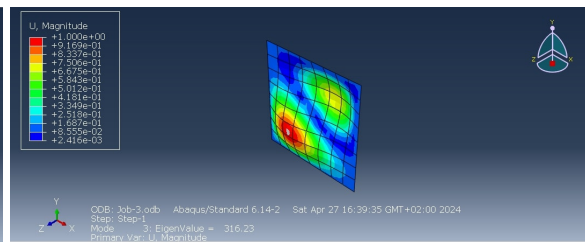
Les trois premiers modes de flambement thermique de la plaque isotrope carrée simplement appuyée pour l’élément S8R avec le maillage (8*8) sont présentés respectivement :



(a) Mode 1 SS



(b) Mode 2 SS



(c) Mode 3 SS

FIGURE IV.3 – Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée

Deuxièmement, les propriétés géométriques et mécaniques du deuxième type de matériau :
 $E = 2.0 * 10^{-11}$, $\nu=0.3$, $\alpha = 2.0 * 10^{-6}$

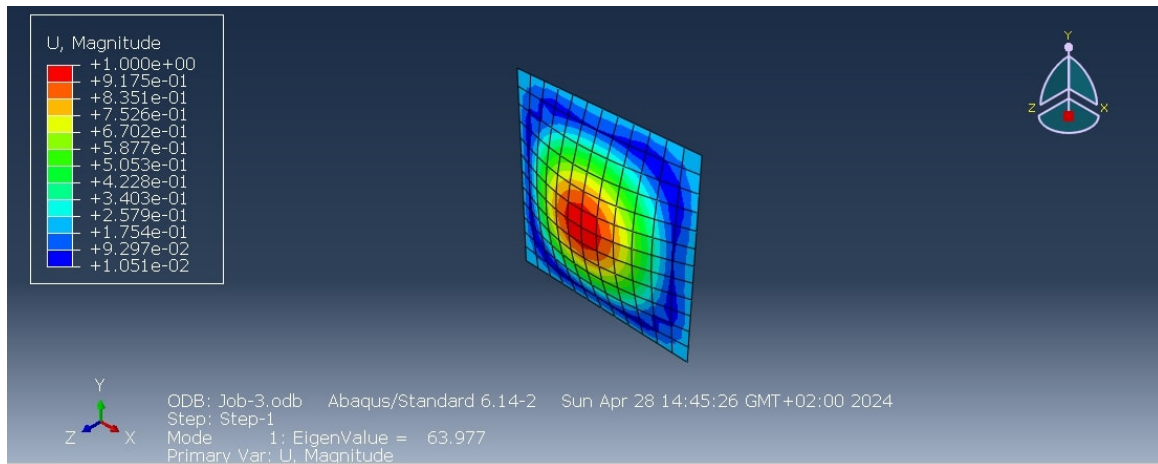
Une fois que nous avons effectué la modélisation de la plaque isotrope carrée simplement appuyée, en utilisant les deux types d'éléments ABAQUS (S8R et S4R) et les trois types de maillage (6*6, 8*8 et 12*12), nous avons regroupé les résultats dans les tableaux IV.3 :

TABLEAU IV.3 – les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée pour le deuxième type de matériau

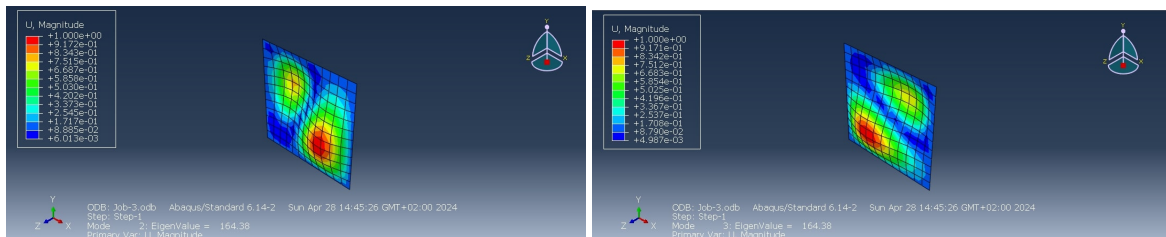
Maillage	Analytique [53]	Singha et Al [75]	Ounis [37]	Présent (S8R)	Présent (S4R)
6*6		63.247	63.247	63.276	66.310
8*8	63.27	63.262	63.262	63.238	64.932
12*12		63.266	63.266	63.233	63.977

Les résultats obtenus par cette formulation sont très en accord avec ceux de la littérature, comme le montre le tableau IV.3 .

Les trois premiers modes de flambement thermique de la plaque isotrope carrée simplement appuyée pour l'élément S4R avec le maillage (12*12) sont présentés respectivement :



(a) Mode 1 SS



(b) Mode 2 SS

(c) Mode 3 SS

FIGURE IV.4 – Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée pour le deuxième type de matériau

IV.3.1.2 Plaque isotrope encastree :

Au cours de ce test, une plaque isotrope carrée mince est encastree, avec les caractéristiques géométriques et mécaniques suivantes :

$$E = 2.0 * 10^{-11} , \nu = 0.3 , \alpha = 2.0 * 10^{-6}$$

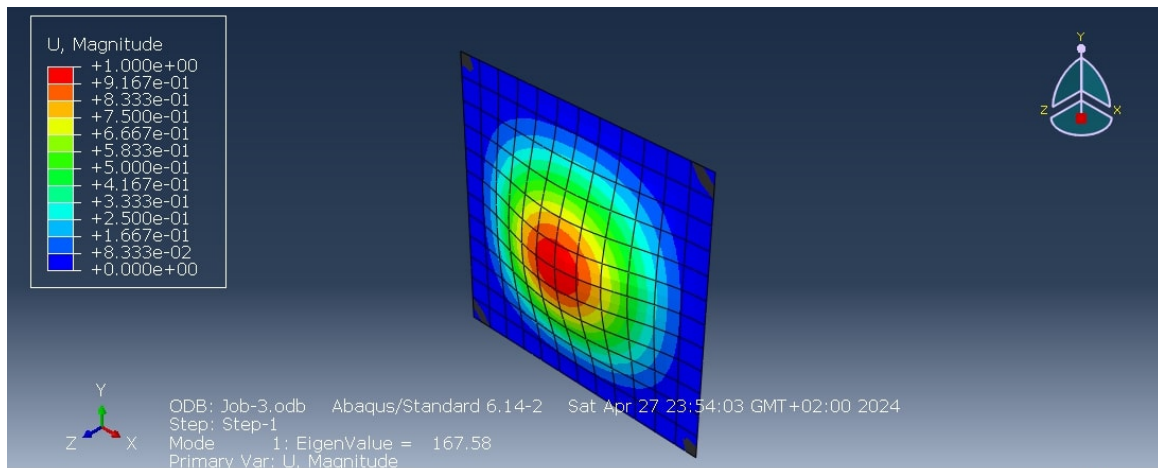
Les résultats obtenus par cette formulation sont regroupés dans le tableau IV.4 avec ceux obtenus avec un élément fini basé sur la théorie du premier ordre [75] et avec un élément fini combine (élément membranaire iso-paramétrique + élément de type Hermite de haute précision) basé sur la théorie classique des stratifiées [37]. et avec la solution analytique [53]. en utilise trois type de maillage (6*6 , 8*8 , 12*12).

TABLEAU IV.4 – les températures critiques de flambement d’une plaque carrée isotrope encastrée

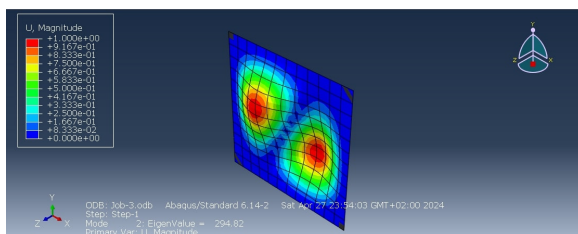
Maillage	Analytique [53]	Singha et Al [75]	Ounis [37]	Présent (S8R)	Présent (S4R)
6*6		167.579	168.137	176.69	195.34
8*8	168.71	167.675	167.892	168.82	182.08
12*12		167.856	167.796	167.58	173.67

Les résultats obtenus par cette formulation sont très en accord avec ceux de la littérature, comme le montre le tableau IV.4 .

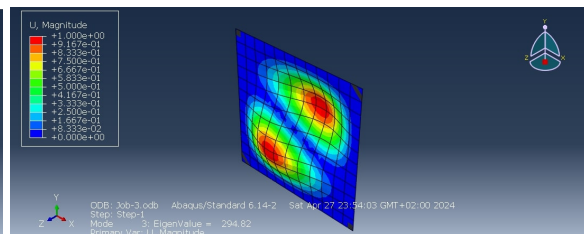
Les trois premiers modes de flambement thermique de la plaque isotrope carrée encastrée pour l’élément S8R avec le maillage (12*12) sont présentés respectivement :



(a) Mode 1 CC



(b) Mode 2 CC



(c) Mode 3 CC

FIGURE IV.5 – Les trois premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée encastrée

IV.3.2 Plaque Stratifiée :

IV.3.2.1 Plaques stratifiées rectangulaires simplement appuyées :

Cet exemple illustre la convergence des températures minimales de flambement de plaques stratifiées symétriques rectangulaires simplement appuyées. Deux stratifications comportant huit couches (8) ont été prises en compte, à savoir : $[0/90/90/0]_s$ et $[0/45/-45/90]_s$. La liste des caractéristiques géométriques et mécaniques des plaques est présentée dans le tableau IV.5.

TABLEAU IV.5 – les caractéristiques géométriques et mécaniques des plaques stratifiées symétrique simplement appuyés

[76]								
a(in)	b	h	E_1 (psi)	E_2	G_{12}	ν_{12}	$\alpha_1(1/F)$	α_2
15	12	0.048	$22.5 * 10^6$	$1.17 * 10^6$	$0.66 * 10^6$	0.22	$-0.04 * 10^{-6}$	$16.7 * 10^{-6}$

Après la modélisation des plaques stratifiées symétrique rectangulaire simplement appuyées avec les deux types d'éléments ABAQUS (S8R, S4R) et avec les trois types de maillage (4*4, 8*8 et 12*12).

TABLEAU IV.6 – Température critique de flambement de plaques composites stratifiées simplement appuyées

Stratification	Maillage	Shiau et al. [75]	Ounis [37]	Présent (S8R)	Présent (S4R)
$[0/90/90/0]_s$	4*4	12.2616	12.2716	12.399	13.645
	8*8	12.2610	12.2617	12.256	12.580
	12*12	12.2610	12.2612	12.255	12.398
$[0/45/-45/90]_s$	4*4	13.7744	13.7388	13.538	15.264
	8*8	13.7582	13.7354	13.603	14.091
	12*12	13.7519	13.7357	13.629	13.877

Les résultats de notre modélisation utilisant les deux types d'éléments ABAQUS (S8R et S4R) pour les plaques stratifiées simplement appuyées $[0/90/90/0]_s$ et $[0/45/-45/90]_s$ sont en bon accord avec les résultats de la littérature.

Les trois premiers modes de flambement thermique de la plaque stratifiée rectangulaire simplement appuyée pour l'élément S8R avec le maillage (8*8) sont présentés respectivement :

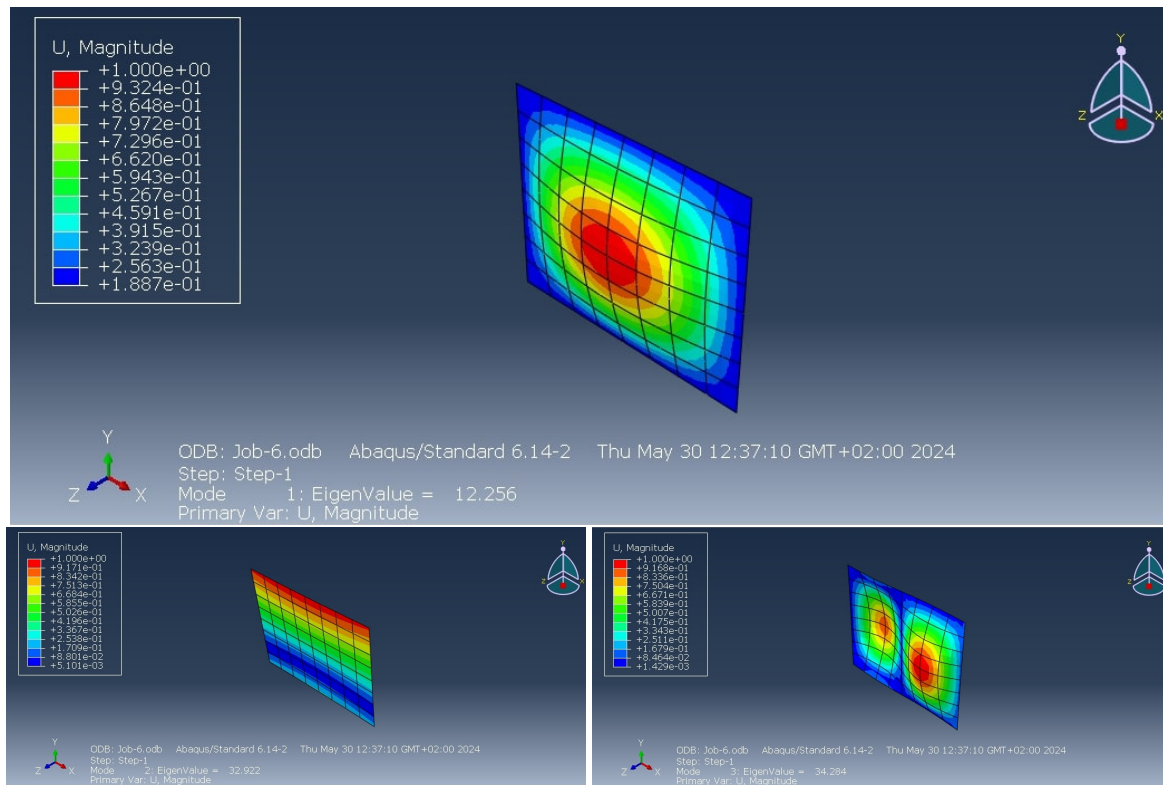


FIGURE IV.6 – Les trois modes de flambement thermique de plaque stratifiée rectangulaire simplement appuyée

L'élément Shell à 4 nœuds présente des résultats différents de ceux de l'élément Shell à 8 nœuds en raison de sa conception limitée et de sa nécessité de raffinement considérable pour obtenir des résultats satisfaisants. Les résultats des différentes composantes (S8R) sont très similaires aux résultats analytiques et numériques, donc dans la suite de ce chapitre, nous concentrerons sur l'élément.

*** S8R**

Nous présentons respectivement les trois premiers modes de flambement thermique de plaque stratifiée symétrique rectangulaire $[0/90/90/0]_s$ simplement appuyés pour élément S8R avec le maillage (8*8).

Poursuivons avec l'étude paramétrique afin de comprendre et évaluer l'effet de différents paramètres. L'objectif de cette manipulation est de comprendre et évaluer l'influence de chaque paramètre sur le comportement de flambement thermique des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides.

Deuxième partie :

IV.4 Etude paramétrique :

IV.4.1 Effet du rapport d'aspect a/b :

IV.4.1.1 Effet du rapport d'aspect (a/b) sur la température critique de flambement de plaques stratifiées croisées :

Dans cette partie, nous allons examiner l'impact de la structure de la plaque stratifiée sur les températures de flambement critique. Afin d'accomplir cela, divers rapports d'aspect ont été pris en compte ($a/b=1.0 \sim 4.0$) avec 8 couches , maillage (10*10) en utilisant deux types de stratifications ($[90_2/0_2]_s, [0_2/90_2]_s$). Deux types de conditions aux limites sont possibles : simplement appuyé (SS), encasté (CC). ainsi que trois types de matériaux ont été étudiés :

- Aluminum
- E-glass/epoxy
- Boron/epoxy

Avec les propriétés mécaniques suivantes (vois le tableau IV.7) :

TABLEAU IV.7 – Propriétés du Aluminum , le Boron/epoxy et E-glass/Epoxy [18]

Materials	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}	$\alpha_1(^{\circ}C^{-1})$	$\alpha_2(^{\circ}C^{-1})$
Aluminum	70	70	52	0.33	$23.6 * 10^{-6}$	$23.6 * 10^{-6}$
E-glass/epoxy	15	6	3	0.3	$7.0 * 10^{-6}$	$2.30 * 10^{-5}$
Boron/epoxy	207	19	4.8	0.21	$4.14 * 10^{-6}$	$1.91 * 10^{-5}$

Selon le tableau (IV.7) :

- Les propriétés mécaniques du matériau E-glass/Epoxy sont moins élevées que celles des deux autres matériaux.
- **Aluminum** est un matériau isotrope

IV.4.1.2 plaque stratifiées croisées Simplement appuyée (SS) :

Une fois la modélisation des plaques stratifiées croisées simplement appuyée avec (les différents rapports d'aspect, les deux types de stratifications et les trois matériaux sélectionnés)

est terminée. et en utilisant le modèle ABAQUS (S8R). Les résultats ont été regroupés dans le tableau IV.8 .

TABLEAU IV.8 – Température critique des plaque stratifiées croisés symétrique simplement appuyées (SS).

a/b	E-Grasse/Epoxy		Boron/Epoxy		Aluminum	
	[0; 90]	[90; 0]	[0; 90]	[90; 0]	[0; 90]	[90; 0]
1	9,978	9,978	13,904	13,904	6,951	6,951
1,5	6,358	8,41	7,664	13,831	4,836	4,836
2	5,217	7,997	6,068	8,621	3,957	3,957
2,5	4,728	7,848	5,56	5,827	3,509	3,509
3	4,475	7,781	4,464	4,178	3,251	3,251
3,5	4,328	7,747	3,367	3,132	3,09	3,09
4	4,235	6,918	2,624	2,43	2,983	2,983

Les résultats de notre modélisation sont illustrés par la courbe ci-dessous :

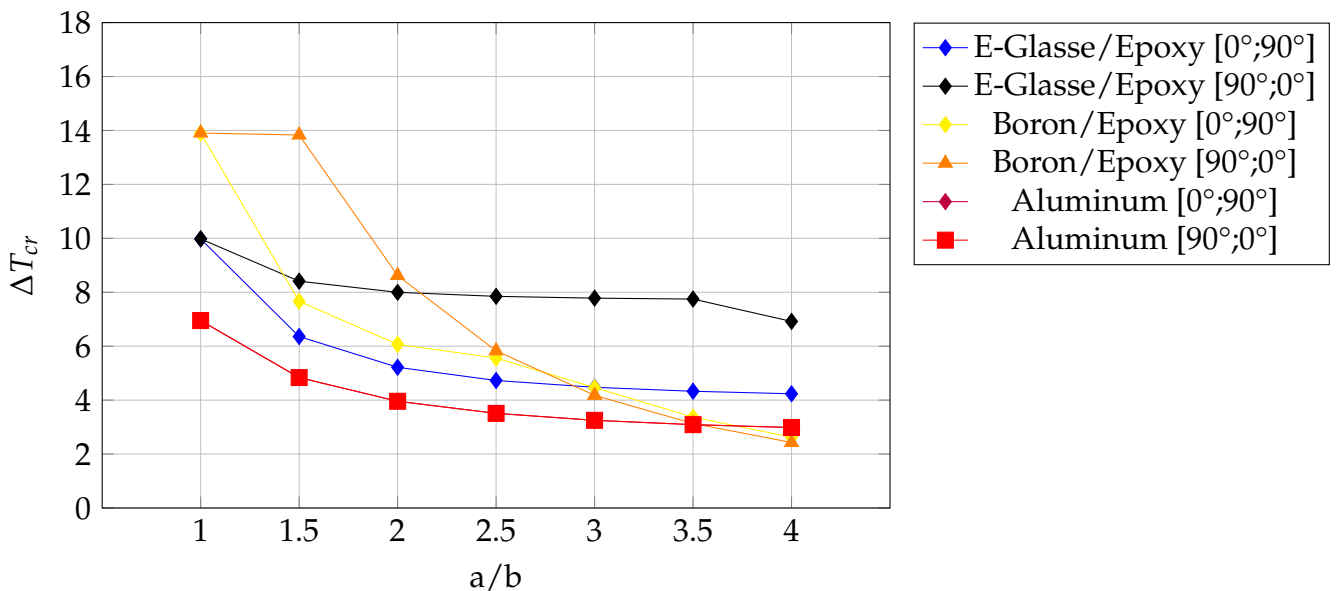


FIGURE IV.7 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée croisée simplement appuyée .

Dans la figure IV.7 , on peut observer comment le rapport d’aspect influence la température critique de flambement des plaques stratifiées simplement appuyées (SS). Dans cette situation de condition aux limites et pour les trois types de matériaux , Il est observé que

les températures de flambement critiques diminuent lorsque le rapport d'aspect (a/b) augmente, pour les deux stratifications et les trois types de matériaux.

Il est observé que pour le $[90_2/0_2]_s$, l'augmentation du rapport d'aspect (a/b) a un léger impact sur les températures critiques de flambement, tandis que pour le $[0_2/90_2]_s$, les températures critiques de flambement diminuent avec l'augmentation du rapport d'aspect (a/b). On peut expliquer cela par le fait que l'utilisation de la $[90_2/0_2]_s$ permet d'obtenir une série de couches dont l'orientation est (0°) dans le plan moyen. En raison de sa parallélité avec l'allongement (a), cette orientation peut accroître la résistance de la plaque à ce dernier.

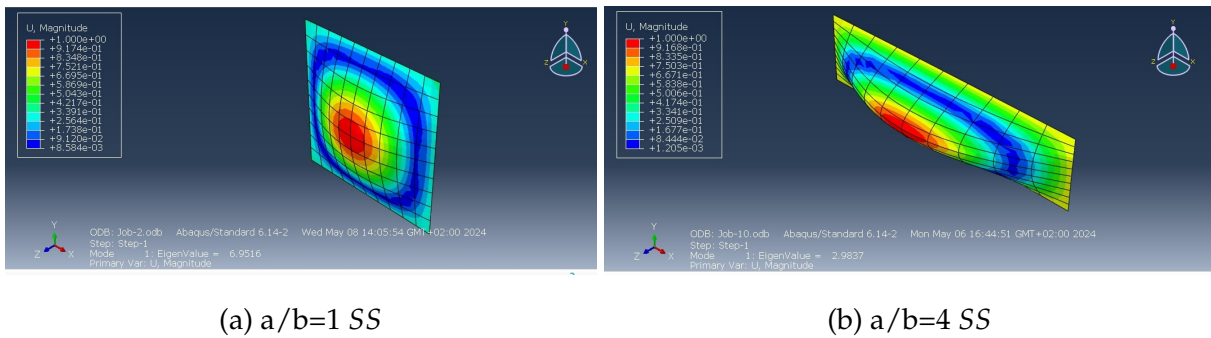


FIGURE IV.8 – Les modes de flambement d'une plaque stratifiée **Aluminum** pour différents rapports d'aspect simplement appuyée.

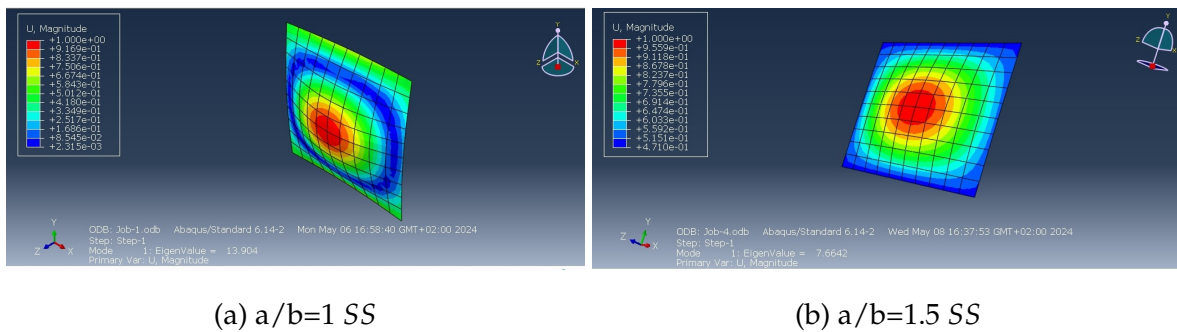


FIGURE IV.9 – Les modes de flambement d'une plaque stratifiée **Boron/epoxy** pour différents rapports d'aspect simplement appuyée.

IV.4.1.3 plaque stratifiées croisées Encastree. (CC) :

Le tableau IV.9 présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement (T_{cr}) des plaques stratifiées croisées symétrique encastree (CC) avec les deux orientations $[90_2/0_2]_s$ et $[0_2/90_2]_s$. :

TABLEAU IV.9 – Température critique des plaque stratifiées croisés symétrique encastree (CC).

a/b	E-Grasse/Epoxy		Boron/Epoxy		Aluminum	
	[0; 90]	[90; 0]	[0; 90]	[90; 0]	[0; 90]	[90; 0]
1	28,678	28,678	55,952	55,952	16,107	16,107
1,5	18,527	26,518	28,43	47,536	12,181	12,181
2	16,394	25,051	22,447	44,905	11,202	11,202
2,5	15,832	24,973	20,933	44,032	10,864	10,864
3	15,669	24,753	20,543	44,169	10,718	10,718
3,5	15,624	25,057	20,466	45,041	10,644	10,644
4	15,617	25,523	20,32	46,022	10,601	10,601

Les résultats de notre modélisation sont illustrés par la courbe ci-dessous :

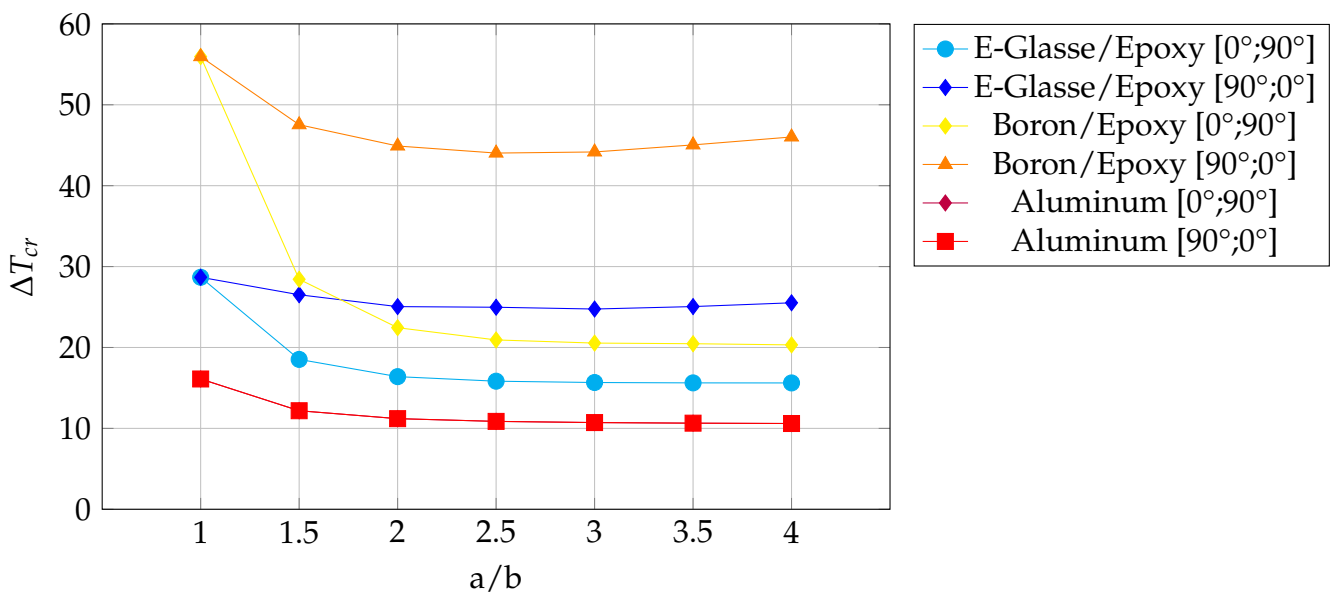


FIGURE IV.10 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée croisée encastre.

L’effet du rapport d’aspect pour les plaques stratifiées encastrees (CC) est illustré dans la Figure IV.10 . Dans cette situation limite, il est observé que les températures critiques de flambement diminuent lorsque le rapport d’aspect (a/b) augmente, pour les deux stratifications et les trois matériaux sélectionnés. Il est également observé que la baisse de température avec la stratification [902/02]s est plus marquée qu’en cas de simplement appuyée.

En ce qui concerne le stratifiée $[90_2/0_2]_s$ utilisé pour le matériau **Boron/epoxy**, la température critique de flambement diminue lorsque le rapport d'aspect (a/b) atteint 2,5. Cependant, il y a un phénomène de pique lorsqu'il y a un rapport d'aspect $a/b = 3.5$ et $a/b = 4$ en raison de modifications des modes de flambement (voir les figures IV.11).

dans le cas de matériau **E-Grasse/Epoxy** la température critique de flambement diminue avec l'augmentation de rapport d'aspect (a/b) jusqu'à 3 par contre on remarque une légère augmentation de température dans les rapports d'aspect suivante ($a/b = 3.5$; $a/b = 4$) En raison de modifications des modes de flambement.(voir les figures IV.12)

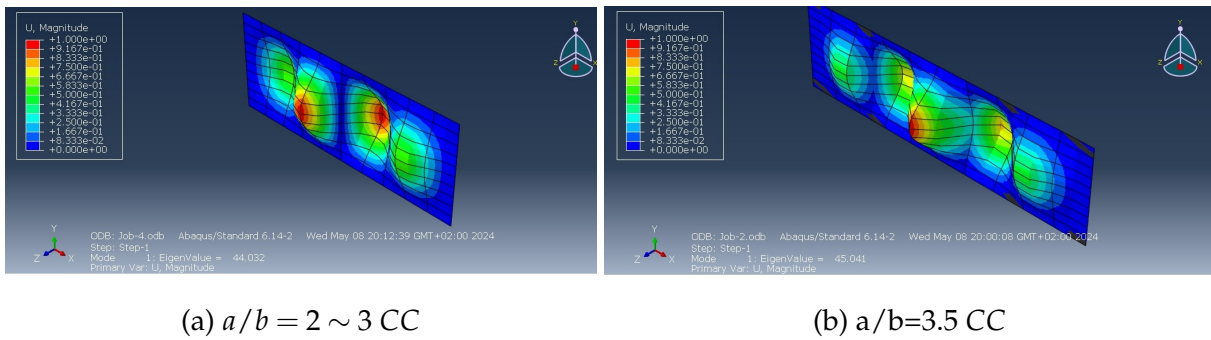


FIGURE IV.11 – Les modes de flambement d’une plaque stratifiée **Boron/epoxy** pour différents rapports d’aspect encastree.

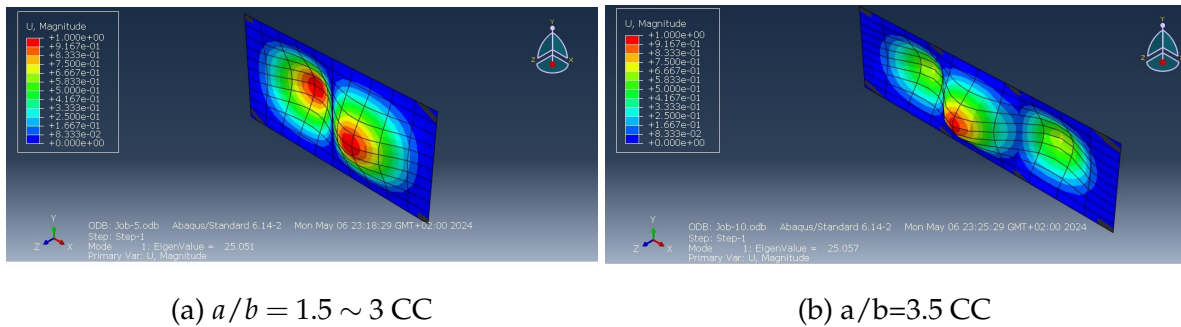


FIGURE IV.12 – Les modes de flambement d’une plaque stratifiée **E-Grasse/Epoxy** pour différents rapports d’aspect encastree.

IV.5 Effet du rapport d'aspect (a/b) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées équilibrées :

IV.5.1 plaques stratifiées équilibrées Simply supported (SS) :

Dans cette partie, nous allons également examiner l'impact du rapport d'aspect (a/b) sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrée simplement appuyée (SS). On a pris en compte plusieurs angles d'orientation ($0^\circ \sim 90^\circ$) pour trois types de matériaux :

- Aluminum
- Boron/Epoxy
- E-Glase/Epoxy

Les résultats obtenus de chaque matériau par les différents tests sont présentes dans les courbes suivantes :

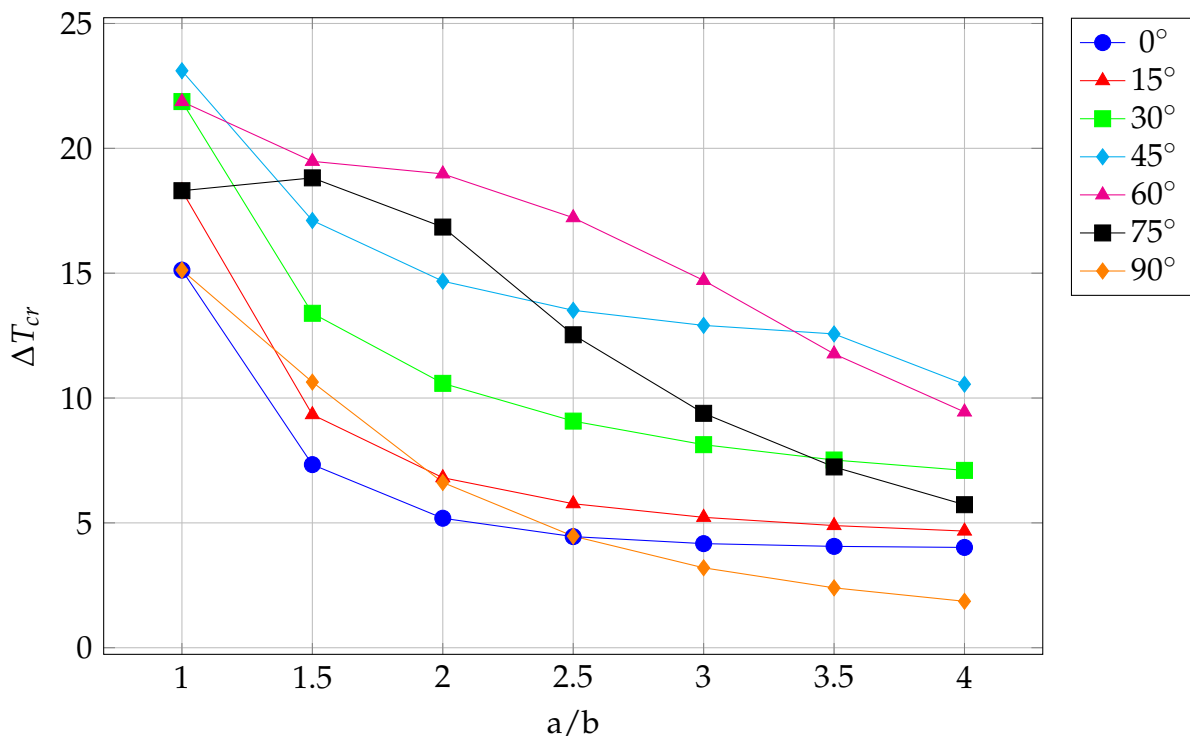


FIGURE IV.13 – Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées **Boron/Epoxy** simplement appuyée.

La figure (IV.13) montrent l'effet du rapport d'aspect (a/b) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées équilibrées simplement appuyée pour les deux types de

matériaux **Boron/Epoxy** pour ce type de conditions aux limites on note que :

- ✱ les températures critiques de flambement diminuent avec l’augmentation du rapport d’aspect (a/b).
- ✱ dans le cas de (75°), on observe une pique dans la courbe avec un rapport d’aspect ($a/b = 1.5$) en raison de modifications des modes de flambement (voir la figure IV.14).
- ✱ Il est également observé que si la plaque est carrée ($a/b = 1$), l’angle 45° entraîne la température critique de flambement la plus élevée, tandis que l’angle (0° et 90°) entraîne la température critique la plus basse.
- ✱ Dans le cas des autres rapports d’aspect (forme rectangulaire), l’angle de (60°) entraîne la température critique de flambement la plus élevée, tandis que celles de l’angle de (0° et 90°) sont les plus basses.

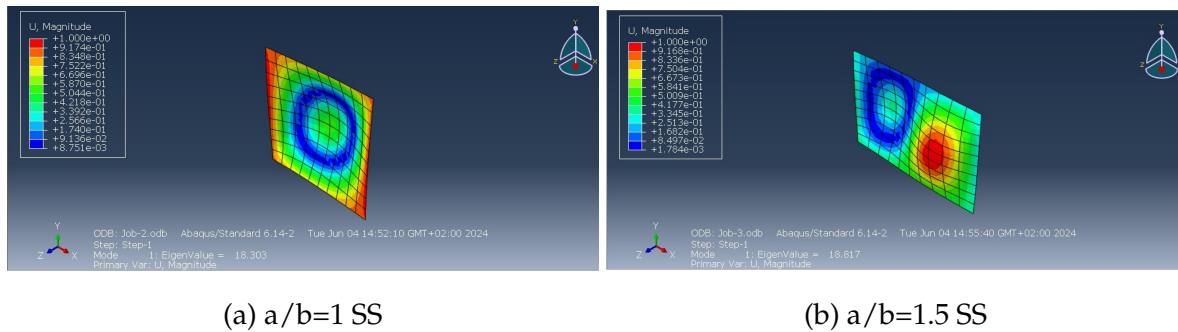


FIGURE IV.14 – Les modes de flambement d’une plaque stratifiée équilibrée **Boron/epoxy** (SS).

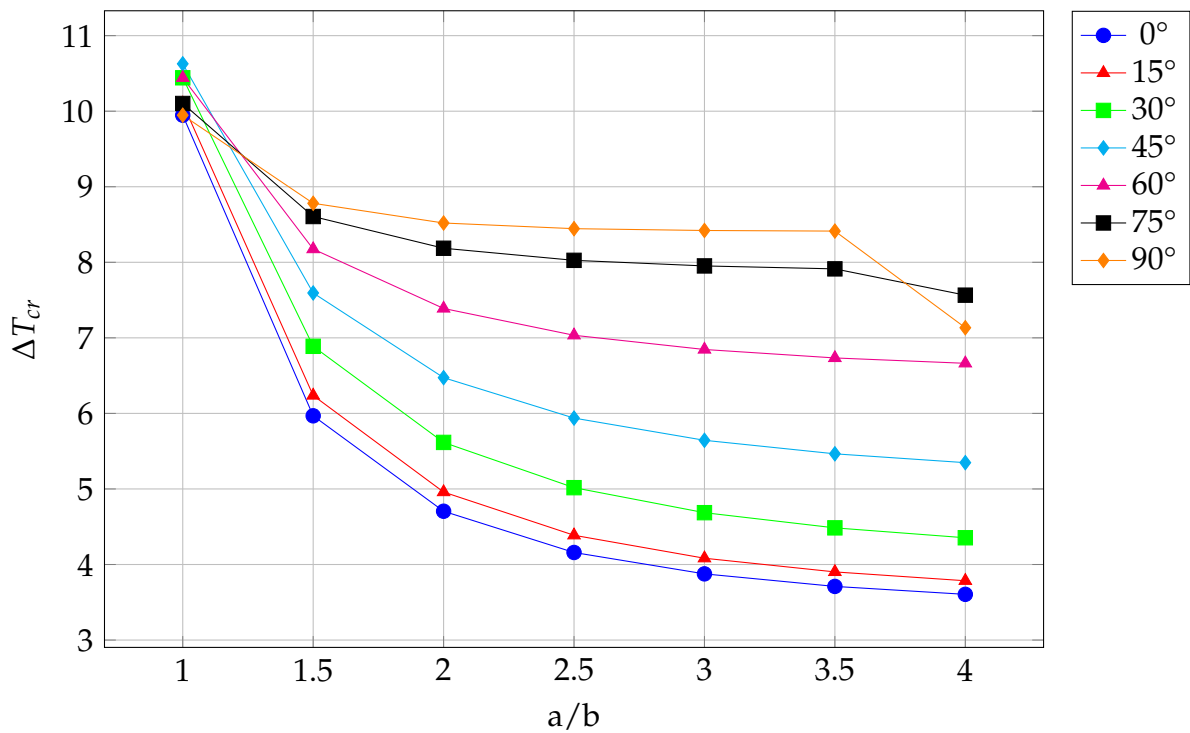


FIGURE IV.15 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée équilibrées **E-Grasse / Epoxy** simplement appuyée.

La figure (IV.15) montrent l’effet du rapport d’aspect (a/b) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées équilibrées simplement appuyée pour le type de matériau **E-grasse/Epoxy** pour ce type de conditions aux limites on note que :

- * les températures critiques de flambement diminuent avec l’augmentation du rapport d’aspect (a/b).
- * on note aussi, si la plaque carrée ($a/b = 1$) l’angle 45° entraîne la température critique de flambement la plus élevée, tandis que l’angle (0° et 90°) entraîne la température critique la plus basse.
- * Dans le cas des autres rapports d’aspect (forme rectangulaire), l’angle de (90°) entraîne la température critique de flambement la plus élevée, tandis que celui de (0°) la plus basse.

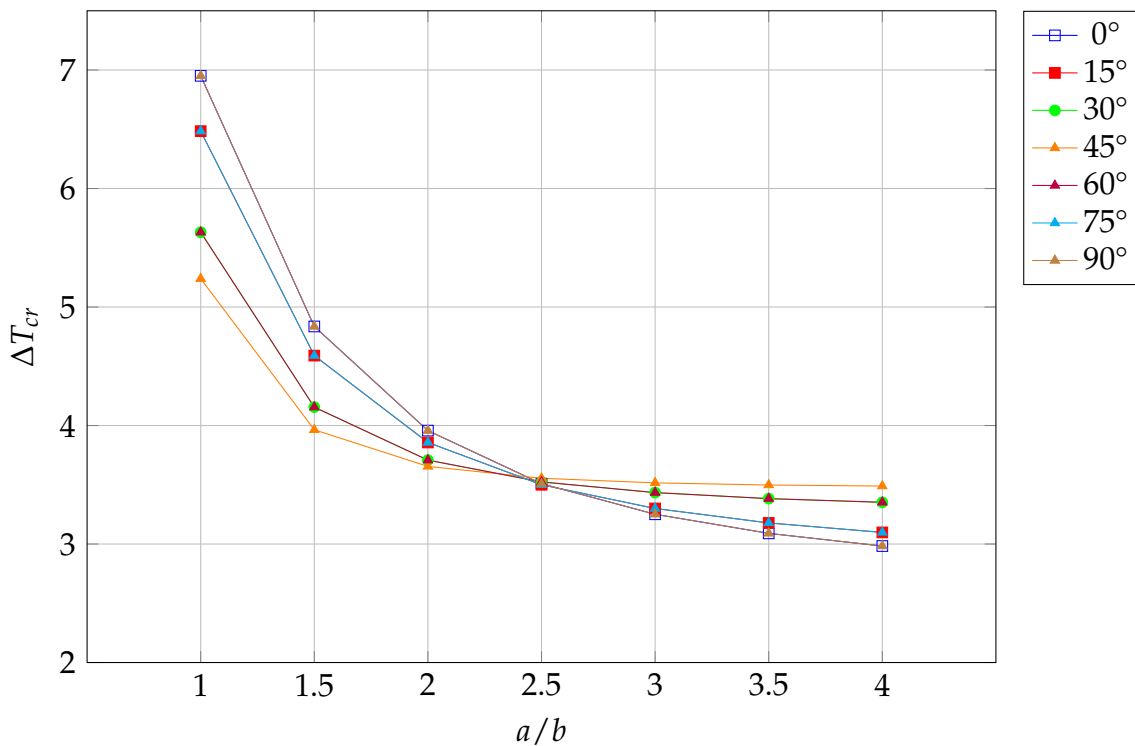


FIGURE IV.16 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée équilibrées **Aluminium** simplement appuyée.

La figure (IV.16) montrent l’effet du rapport d’aspect (a/b) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées équilibrées simplement appuyée pour le type de matériau **Aluminium** pour ce type de conditions aux limites on note que :

- * les températures critiques de flambement diminuent avec l’augmentation du rapport d’aspect (a/b).
- * la symétrie remarquable est que les angles opposée sont égaux dans les valeurs des températures ($0^\circ=90^\circ$, $15^\circ=75^\circ$ et $30^\circ=60^\circ$) car l’aluminium est un matériau isotrope.
- * Nous remarquons également une convergence marquée dans les températures critiques lorsqu’elles atteignent le rapport d’aspect ($a/b = 2.5$).
- * Avant la valeur du rapport d’aspect ($a/b=2.5$), nous remarquons que les angles (0° et 90°) donnent las plus haute température critique de flambement, tandis que l’angle (45°) donne la plus basse température critique de flambement. En revanche, après la valeur du rapport d’aspect ($a/b=2.5$), nous observons un changement radical dans la température critique, où l’angle (45°) devient la valeur la plus élevée, tandis que les angles (0° et 90°) deviennent les plus bas.
- * L’angle 45° représente l’axe de symétrie, ce qui explique la forte convergence des valeurs de la température critique à ($a/b=2.5$).

IV.5.2 plaques stratifiées équilibrées encastree (CC) :

La température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrée encastree (cc) est illustrée dans les figures 2.8 et 2.9, pour les deux types de matériaux : **Boron/Epoxy** et **E-glass/Epoxy**, respectivement. Dans cette situation de conditions aux limites, on observe que l'augmentation du rapport d'aspect (a/b) entraîne une diminution des températures critiques de flambement. on note aussi que :

- la plaque carrée ($a/b=1$), l'angle de 90° entraîne la température critique de flambement la plus élevée, tandis que l'angle de 0° entraîne la température critique la plus basse.
- Après le rapport $a/b=2.5$, nous remarquons une augmentation de la température critique pour les angles de 90 et 75 degrés , ainsi qu'une légère augmentation pour l'angle de 60 degrés pour le matériaux **Boron/epoxy**. et c'est en raison du changement dans les modes de flambement (voir la figure IV.18).
- Un comportement similaire à celui du simple appui (SS) est observé pour le **E-glass/Epoxy** (Figure IV.15), à la différence évidemment des valeurs des températures critiques de flambement, qui sont plus élevées que celles du simple appui habituel. Cette raison peut être attribuée au fait que la plaque encastree présente une résistance à la déformation hors plan plus élevée que celle de la plaque simplement appuyée.

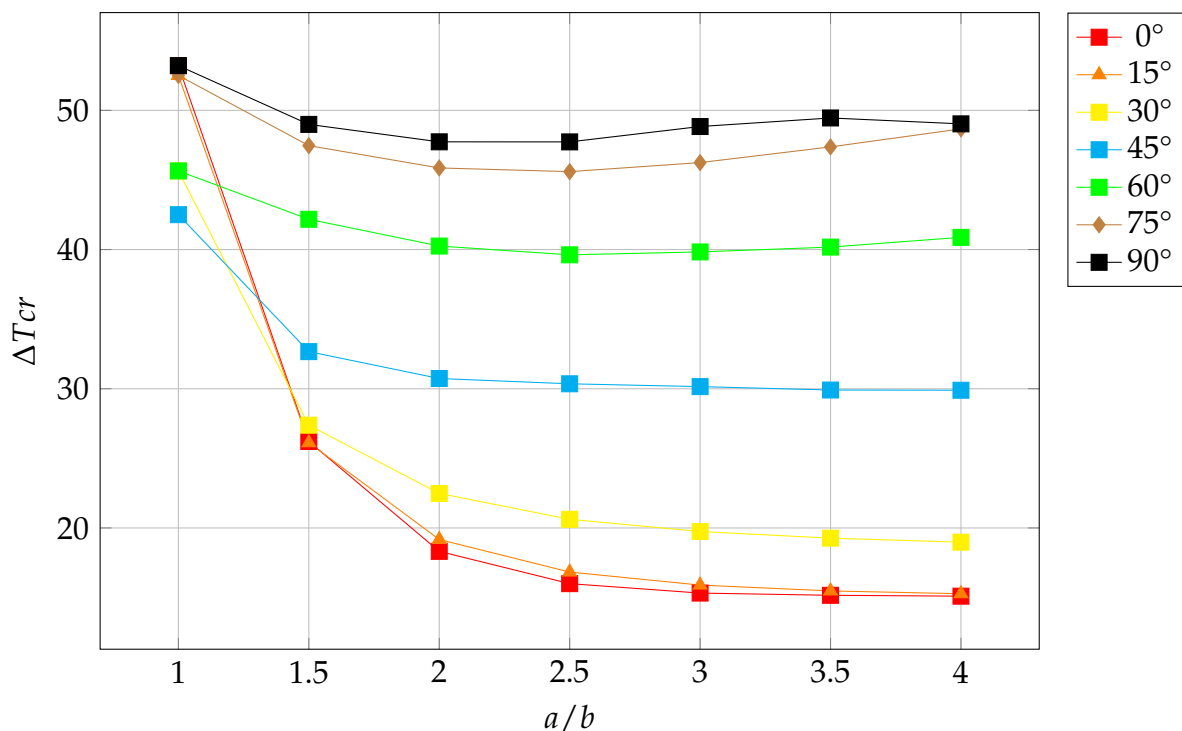
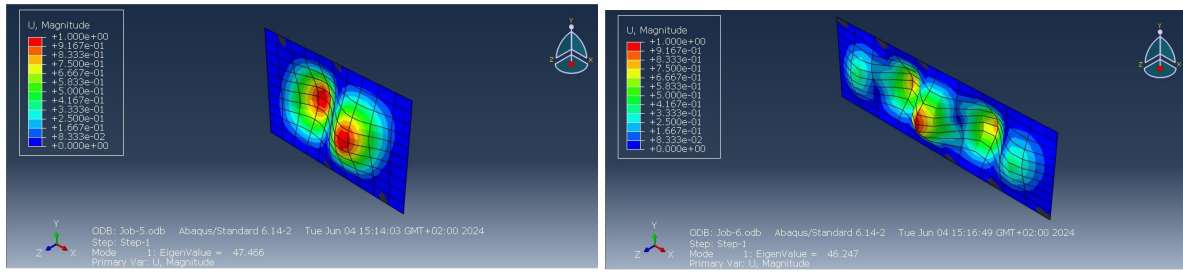


FIGURE IV.17 – Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement d'une plaque stratifiée équilibrées **Boron/Epoxy** encastree



(a) $a/b = 1.5 \sim 2.5$ CC

(b) $a/b=3$ CC

FIGURE IV.18 – Les modes de flambement d’une plaque stratifiée équilibrée **Boron/epoxy** (CC).

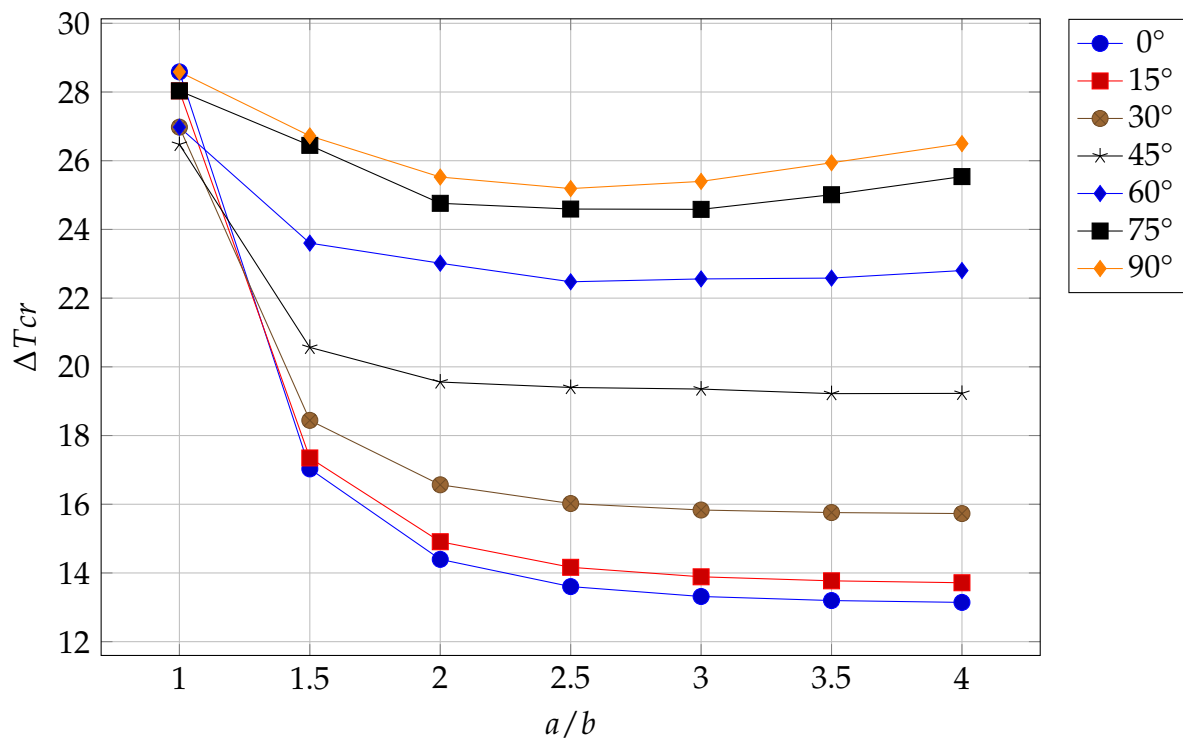


FIGURE IV.19 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée équilibrées **E-glasse/epoxy** encastree

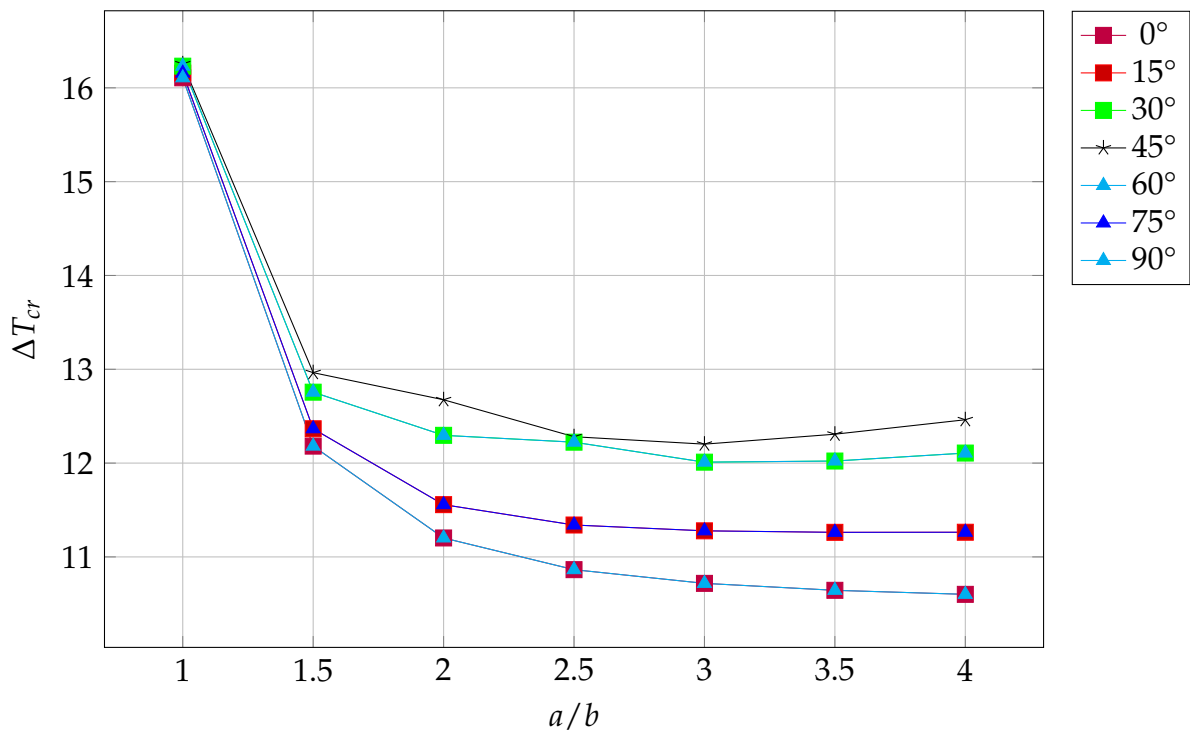


FIGURE IV.20 – Effet du rapport d’aspect a/b sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée équilibrées **Aluminum** encastrée

La figure (IV.20) représente l’effet du rapport d’aspect (a/b) sur la température critique de flambement d’une plaque stratifiée équilibrée encastrée pour le matériau **Aluminum**, pour ce type de conditions aux limites on note que :

- * Les températures critiques de flambement diminuent avec l’augmentation du rapport d’aspect (a/b).
- * on note aussi, si la plaque carrée ($a/b = 1$) la température critique montre une convergence très prononcée
- * Etant donné que le matériau Aluminum est un matériau isotrope , nous remarquons il égalise les valeurs des températures critiques entre les angles symétriques ($0^\circ=90^\circ$, $15^\circ=75^\circ$ et $30^\circ=60^\circ$) .
- * Après le rapport $a/b=2.5$, nous remarquons une augmentation de la température critique pour l’angle de 45 degrés à cause de changement dans les modes de flambement.IV.20

IV.5.3 Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybride croisés :

Nous avons examiné l'effet de la géométrie de la plaque stratifiée hybride croisée sur les températures critiques de flambement dans cette étude. Nous avons pris en compte différents rapports d'aspect ($a/b=1\sim 4$), avec une $a/h = 100$ (plaque mince), 8 couches, un maillage de $(10*10)$, deux types de stratifications $[90_2/0_2]_s$ et $[0_2/90_2]_s$, deux types de conditions aux limites (simplement appuyé et encastéré), ainsi que trois types d'hybrides :

- ★ Hybrides (Aluminum + Boron/Epoxy);
- ★ Hybrides (Aluminum + E-Grasse/Epoxy);
- ★ Hybrides (E-Grasse/Epoxy + Boron/Epoxy);

Les Figures (IV.21 , IV.22 et IV.23) ci-dessous représentent les six Model d'hybrides :

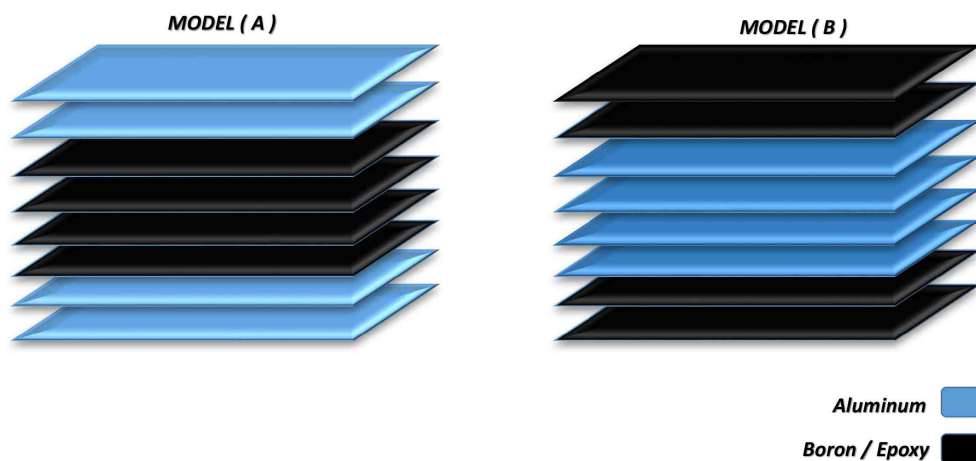


FIGURE IV.21 – MODEL A et B

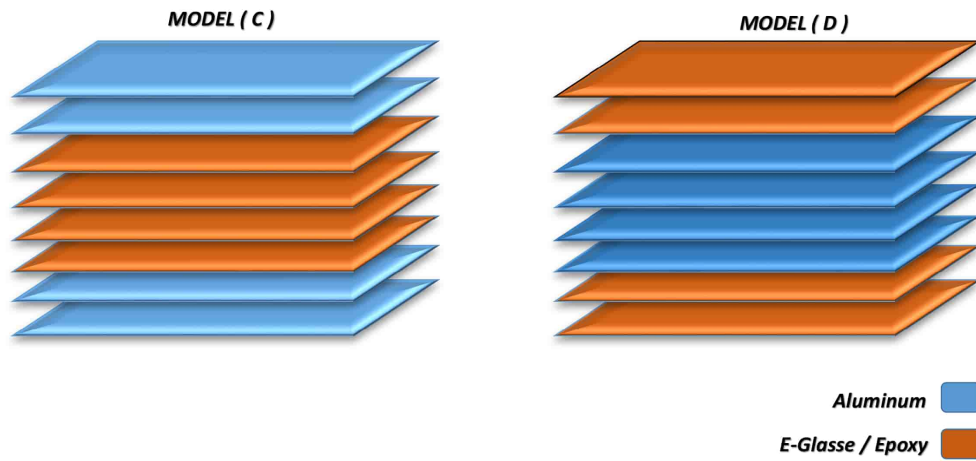


FIGURE IV.22 – MODEL C et D

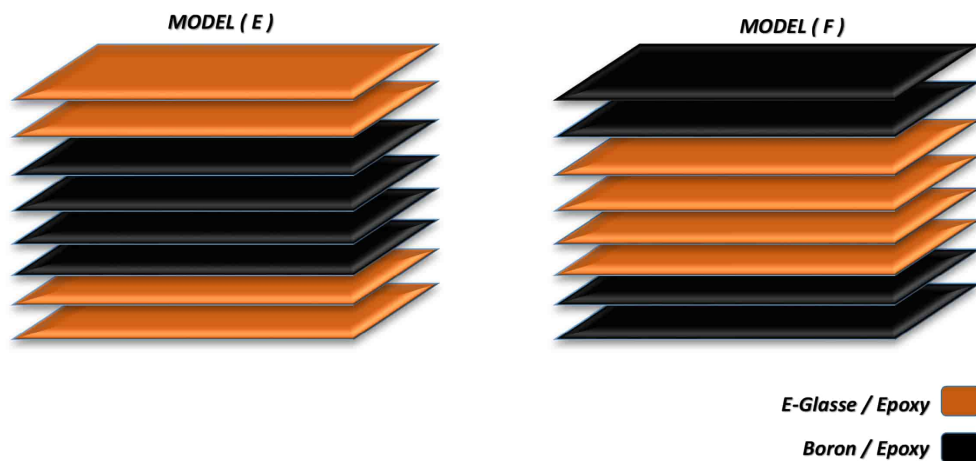


FIGURE IV.23 – MODEL E et F

IV.5.3.1 plaques stratifiées hybride croisés simplement appuyée (SS) :

Après avoir réalisé la modélisation des plaques stratifiées hybrides symétriques rectangulaires simplement appuyées en utilisant le type d'élément ABAQUS (S8R). Les résultats ont été regroupés dans les tableaux (IV.10 , IV.11 et IV.12) :

Les résultats de notre modélisation sont illustrés par les courbes ci-dessous :

TABLEAU IV.10 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) simplement appuyées (SS).

a/b	Model (A)		Model (B)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	10,401	10,401	6,938	6,938
1,5	7,242	7,419	7,156	3,312
2	5,979	6,248	7,043	2,322
2,5	5,346	5,671	6,618	1,956
3	4,984	5,345	4,726	1,79
3,5	4,759	5,145	3,534	1,704
4	4,61	4,827	2,737	1,645

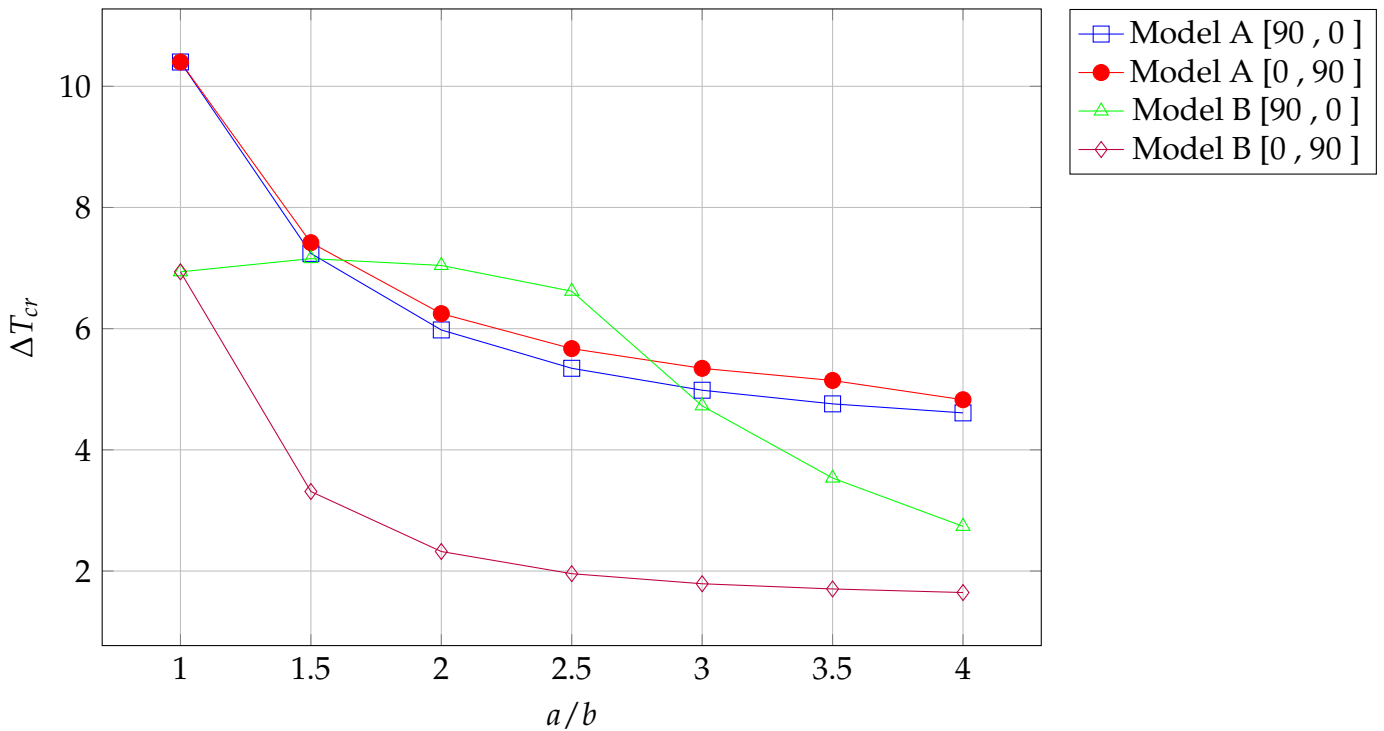


FIGURE IV.24 – (Model A et Model B)

TABLEAU IV.11 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) simplement appuyées (SS).

a/b	Model (C)		Model (D)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	2,665	2,665	11,552	11,552
1,5	2,043	1,756	8,021	8,068
2	1,806	1,419	6,558	6,621
2,5	1,691	1,257	5,816	5,886
3	1,626	1,168	5,391	5,464
3,5	1,586	1,113	5,126	5,202
4	1,56	1,077	4,95	5,027

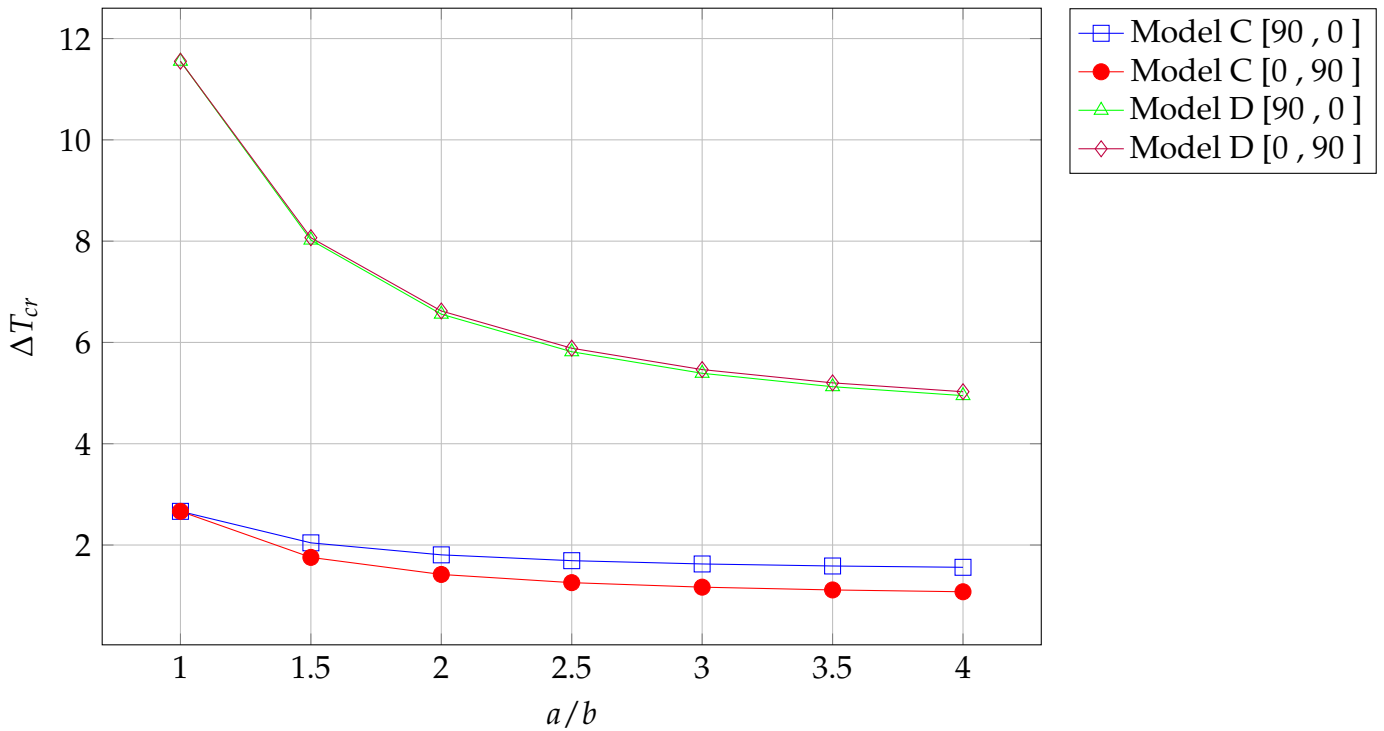


FIGURE IV.25 – (Model C et Model D)

TABLEAU IV.12 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) simplement appuyées (SS).

a/b	Model (E)		Model (F)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	21,415	21,415	6,517	6,517
1,5	15,366	10,437	4,765	5,215
2	9,681	7,416	4,466	4,917
2,5	6,59	6,372	4,464	4,819
3	4,747	5,962	4,523	3,871
3,5	3,57	5,789	4,57	2,912
4	2,776	5,699	4,226	2,265

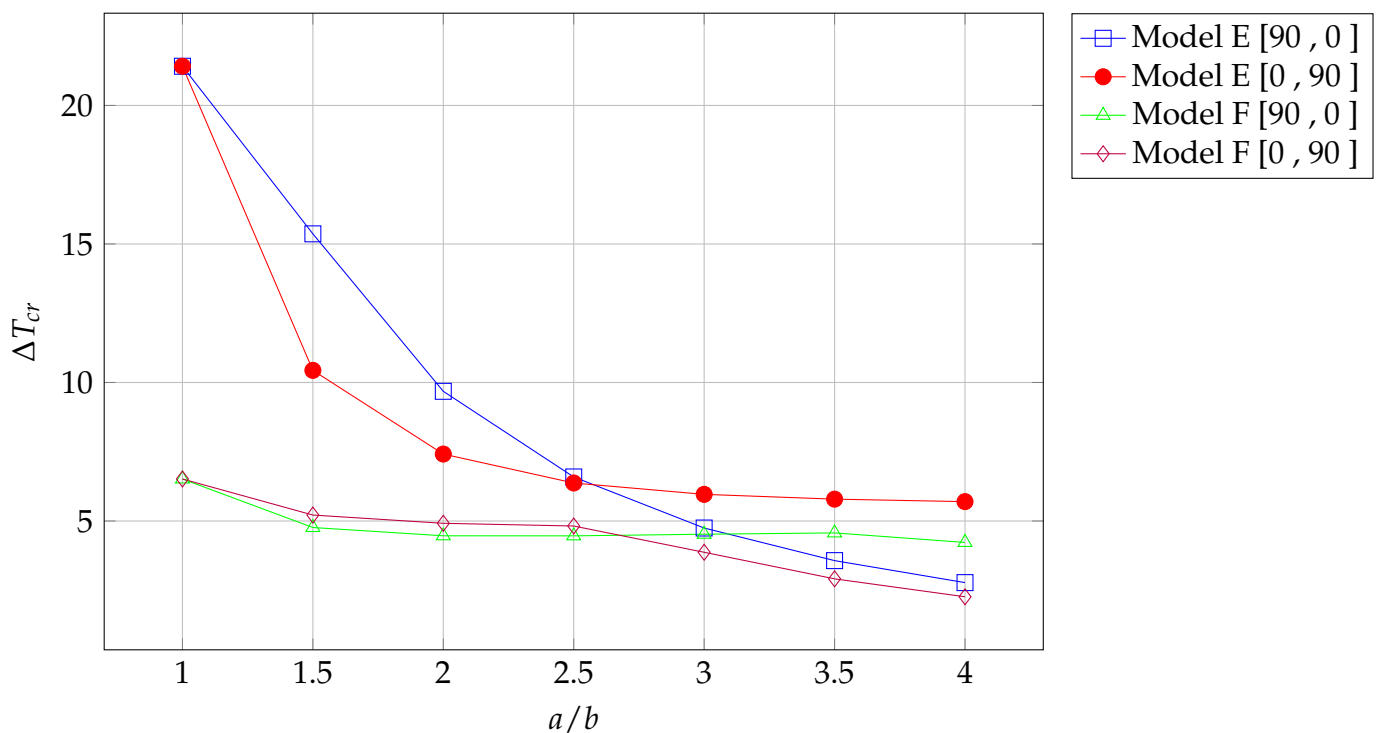


FIGURE IV.26 – (Model E et Model F)

La figure (IV.24 , IV.25 et IV.26) montre l'effet du rapport d'aspect sur la température critique de flambement de plaques stratifiées hybrides simplement appuyée (SS). Dans cette situation de condition aux limites. On remarque qu'avec le rapport d'aspect $a/b=1.0$. Il est évident que les deux stratifications et les six modèles de stratifiées hybrides présentent les températures critiques les plus élevées, ce qui est attribuable à la symétrie des conditions aux limites

et à la géométrie. Selon l'orientation $[90_2/0_2]_s$, il est également observé que les températures critiques de flambement sont légèrement impactées par l'augmentation du rapport d'aspect (a/b). On peut expliquer cela par le fait que l'utilisation de la $[90_2/0_2]_s$ permet d'obtenir une série de couches dont l'orientation est (0°) dans le plan moyen. En raison de sa parallélité avec le sens de l'allongement (a), cette orientation peut accroître la résistance de la plaque à ce dernier.

Selon le tableau 2, on remarque que la valeur des températures critiques est presque égale pour les deux types de stratification.

D'autre part, on remarque un pique dans la courbe de la stratification $[90_2/0_2]_s$ avec le MO-DEL B en $a/b=1.5$ et 2 Cela peut être dû au changement de modes de flambement, (voire la figure IV.27) :

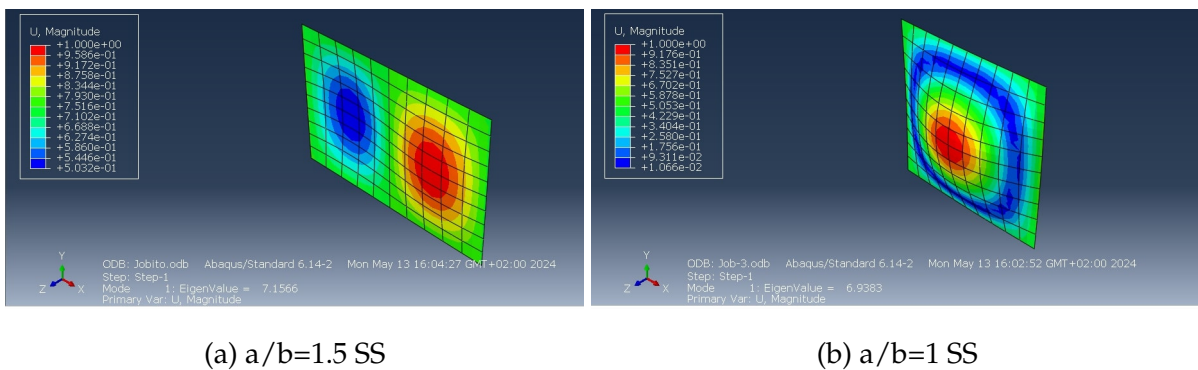


FIGURE IV.27 – Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride pour différents rapports d'aspect simplement appuyée (SS) (MODEL B).

IV.5.3.2 plaques stratifiées hybride croisés Encastree (CC) :

Les tableaux IV.13, IV.14 et IV.15 présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement (T_{cr}) des plaques stratifiées hybride croisés symétrique encastree (CC) avec les deux orientations $[90_2/0_2]_s$ et $[0_2/90_2]_s$:

Les résultats de notre modélisation sont illustrés par les courbes ci-dessous :

TABLEAU IV.13 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) Encastree (CC).

a/b	Model (A)		Model (B)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	25,071	25,071	21,565	21,565
1,5	18,475	19,872	19,675	10,862
2	16,982	18,736	19,276	7,676
2,5	16,55	18,399	19,483	6,692
3	16,406	18,277	20,202	6,338
3,5	16,354	18,227	20,922	6,195
4	16,335	18,204	20,136	6,134

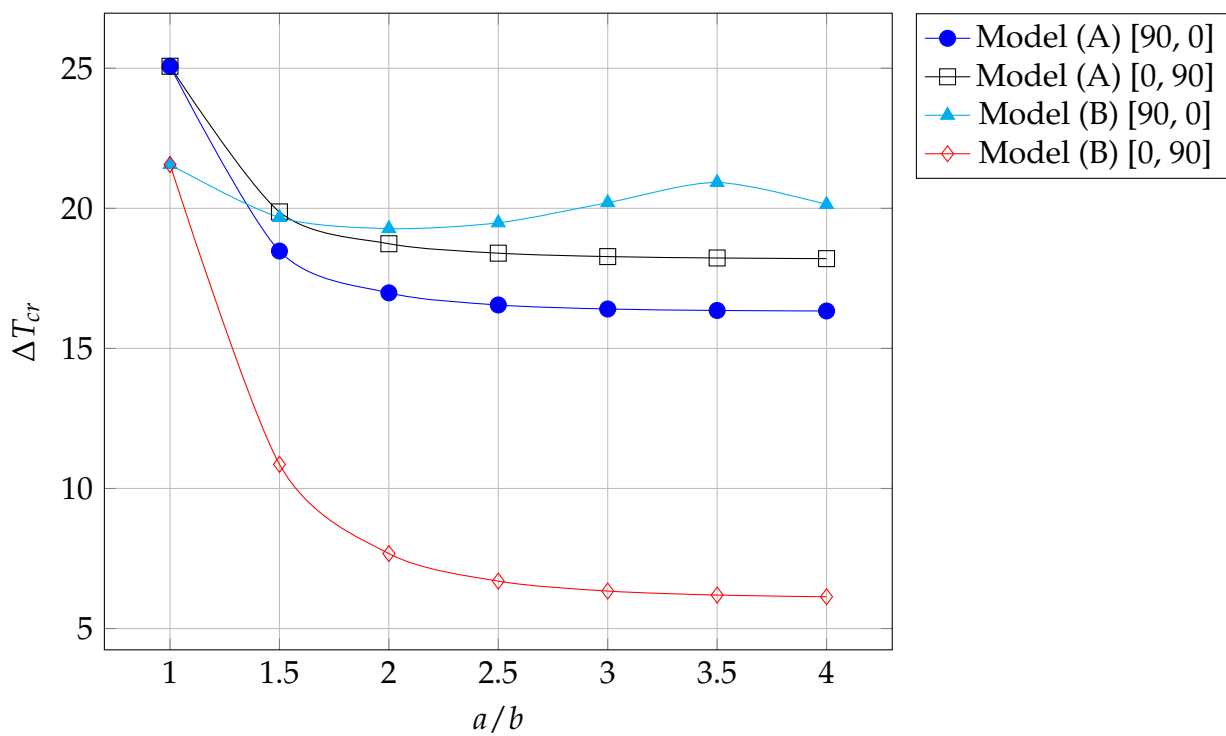


FIGURE IV.28 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model A et B) Encastree (CC).

TABLEAU IV.14 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) Encastree (CC).

a/b	Model (C)		Model (D)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	6,774	6,774	26,567	26,567
1,5	5,789	4,652	20,072	20,246
2	5,67	4,15	18,458	18,694
2,5	5,675	3,988	17,906	18,171
3	5,647	3,922	17,672	17,952
3,5	5,662	3,892	17,555	17,846
4	5,695	3,875	17,491	17,787

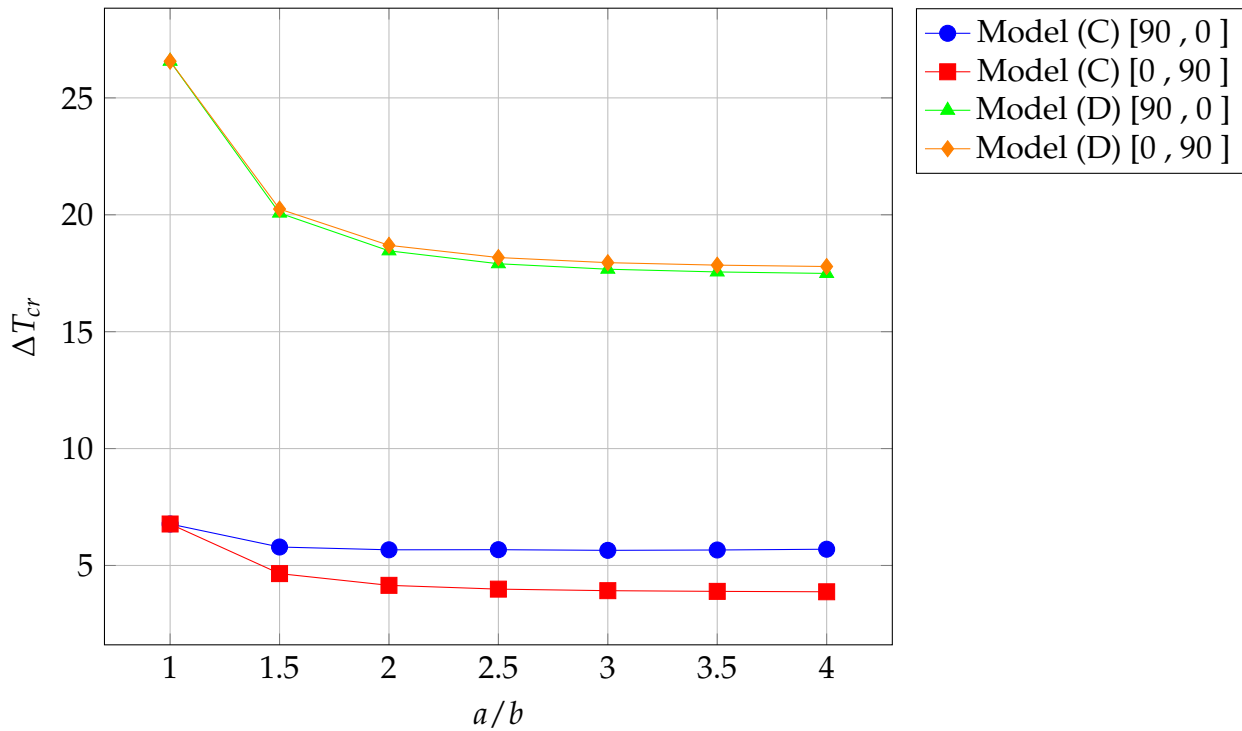


FIGURE IV.29 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model C et D) Encastree (CC)

TABLEAU IV.15 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) Encastree (CC).

a/h	Model (E)		Model (F)	
	[90 , 0]	[0 , 90]	[90 , 0]	[0 , 90]
1	74,769	74,769	21,45	21,45
1,5	68,463	37,324	15,86	18,289
2	66,485	26,186	15,372	18,032
2,5	66,244	22,909	14,109	17,657
3	67,054	21,914	13,986	17,579
3,5	68,42	21,646	13,762	17,553
4	68,101	21,61	13,799	17,558

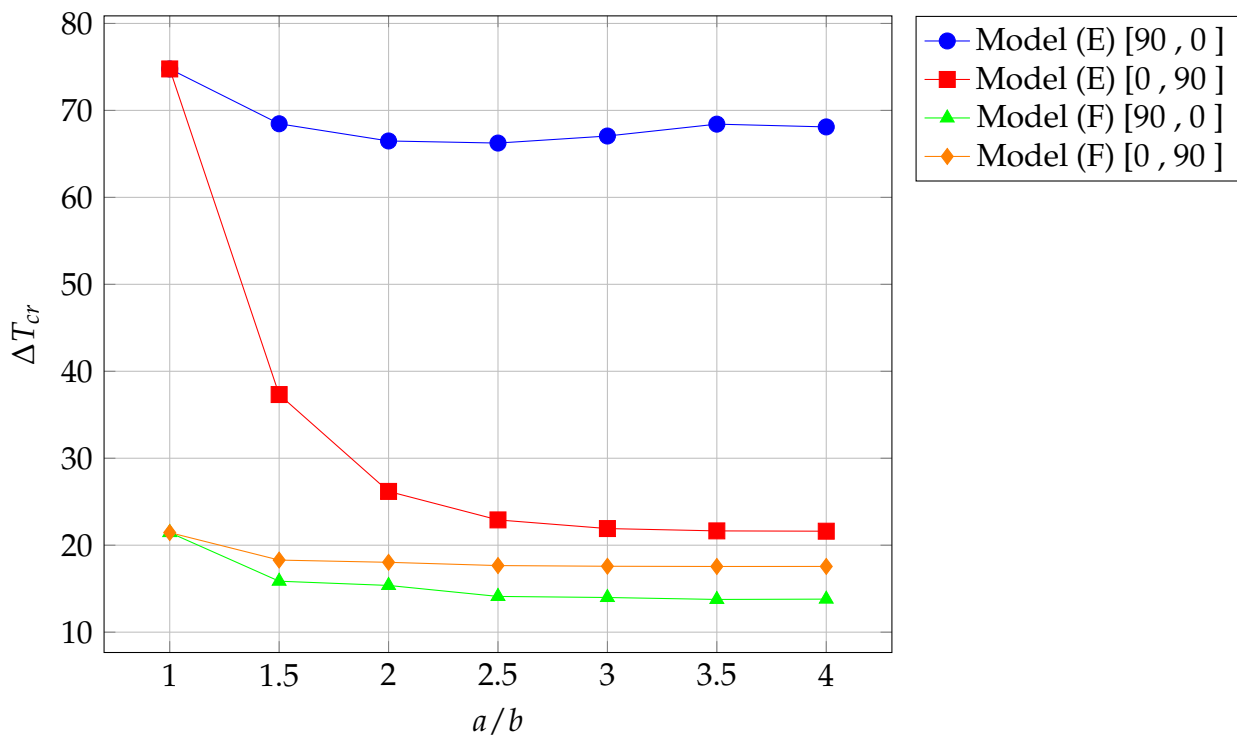
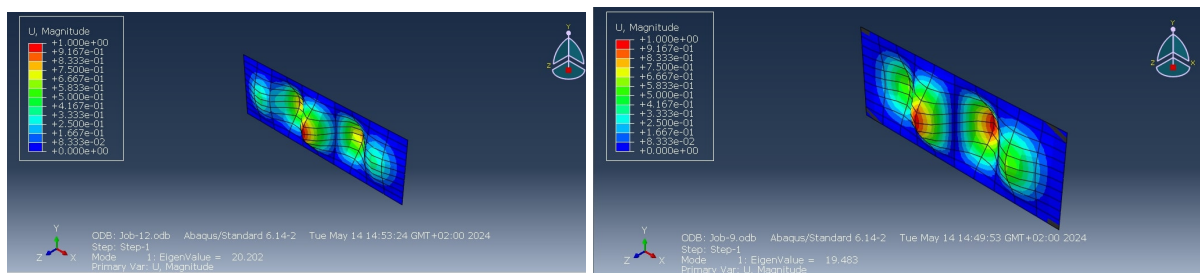


FIGURE IV.30 – Température critique des plaque stratifiées hybrides (Model E et F) Encastree (CC)

Les Figures IV.28 , IV.29 et IV.30 présentent l’effet du rapport d’aspect a/b pour le cas des plaques stratifiées hybrides encastrees (CC). Avec ce type de condition aux limites on remarque :

- ★ pour les deux types de stratification $[0_2/90_2]_s$ et $[90_2/0_2]_s$ le température critique de flambement diminue avec l'augmentations de rapport d'aspect (a/b).
- ★ Dans le cas de la stratification $[90_2/0_2]_s$, la température critique de flambement diminue lorsque le rapport d'aspect (a/b) augmente jusqu'à 2. Cependant, il y a des variations dans les rapports d'aspect $a/b = 2.5, 3, 3.5$ en raison de modifications des modes de flambement.(voir la figure IV.31).
- ★ Nous remarquons également que, dans le cas de l'hybride (Aluminium - Bore/époxy) pour les deux types de stratification, les valeurs de la température critique sont plus élevées pour le modèle D par rapport au modèle C. Par conséquent, nous en déduisons que la présence de l'aluminium au centre offre une meilleure résistance que le bore (voir la figure IV.22).
- ★ Il est également observé que lorsque l'encastrement est utilisé, les résultats de températures critiques sont plus élevés que ceux obtenus avec une simplement appuyée. Cela peut être expliqué par le fait que l'encastrement bloque tous les degrés de liberté.



(a) a/b=3.5 CC

(b) a/b=2.5 CC

FIGURE IV.31 – Les modes de flambement d’une plaque stratifiée hybride pour différents rapports d’aspect encastre (CC) (MODEL B).

IV.6 Effet du rapport d’épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des Plaques stratifiées et des Plaques stratifiées hybride croisées symétrique :

Pour analyser l’effet du rapport d’épaisseur (a/h), on prend en compte une plaque carre avec un rapport d’épaisseur (a/b=1); et Différentes épaisseurs (a/h = 100; a/h = 40; a/h = 30; a/h = 20; a/h = 10); un maillage de (10*10); et 8 couches, avec des stratifications croisées symétriques $[0_2/90_2]_s$, sont représentées dans la Figure IV.32. Il existe également

deux catégories de conditions aux limites (simplement appuyées (SS) et encastées (CC)) :

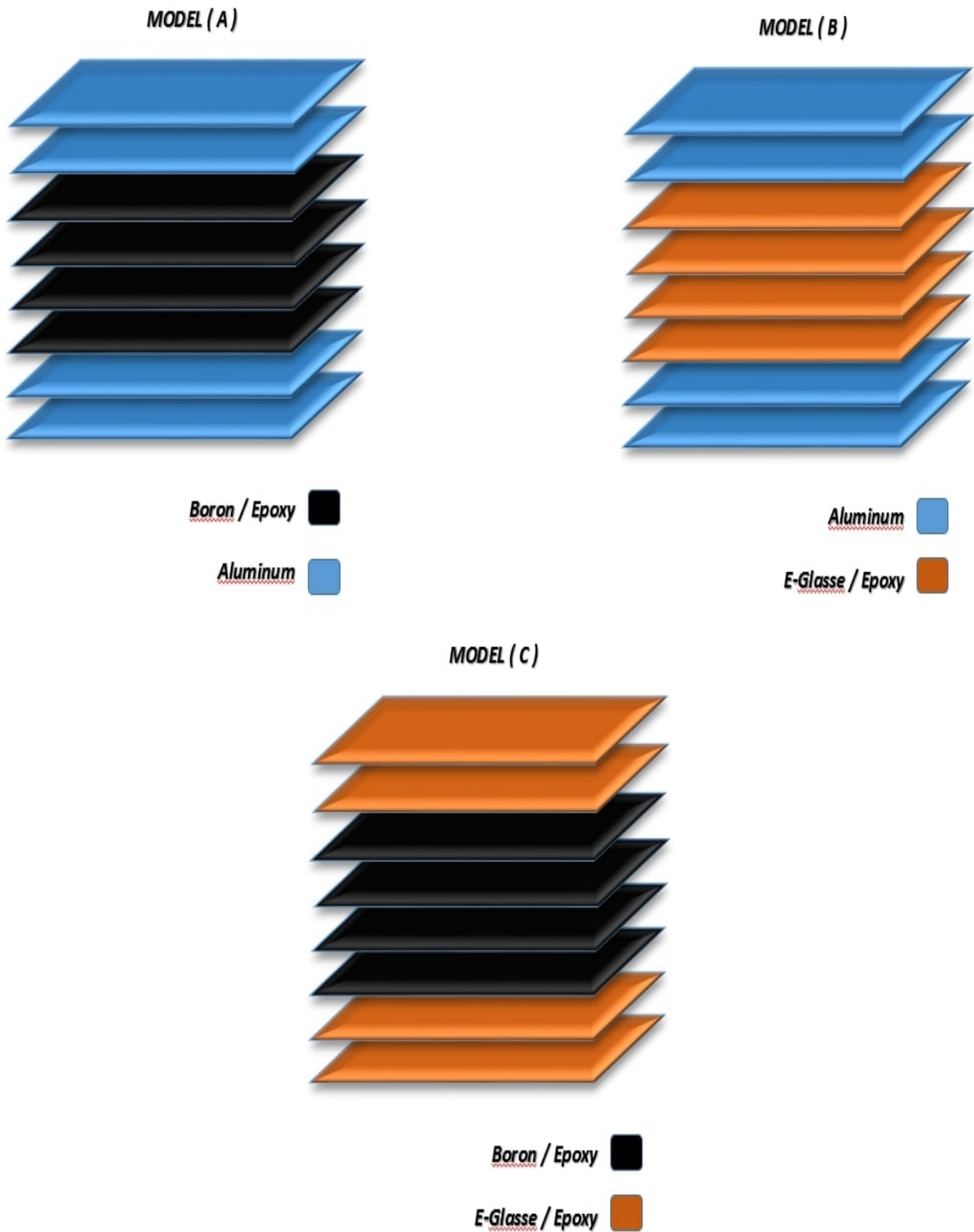


FIGURE IV.32 – Les deffirents models d’hybrides

IV.6.0.1 Plaques stratifiées et des Plaques stratifiées hybride simplement appuyée (SS) :

Le tableau (IV.16) présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement (Tcr) des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique simplement appuyé (SS) :

TABLEAU IV.16 – Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride simplement appuyées (SS).

a/h	Simpement appuyee					
	Model A	Model B	Model C	Aluminum	Boron/epoxy	E-glasse/epoxy
100	10.401	11.551	21.415	6.951	13.904	9.978
40	62.787	69.484	70.292	42.668	65.192	60.849
30	108.02	119.20	93.885	74.500	87.567	105.76
20	182.40	206.11	144.62	169.44	135.42	237.59
10	395.38	455.08	304.57	668.96	281.63	755.94

Selon le tableau précédent, nous remarquons que les valeurs de la température critique des trois matériaux sont plus élevées par rapport aux trois types d'hybrides.

Les résultats obtenus de chaque matériau et les trois type d'hybrides sont présentes dans les courbes suivantes :

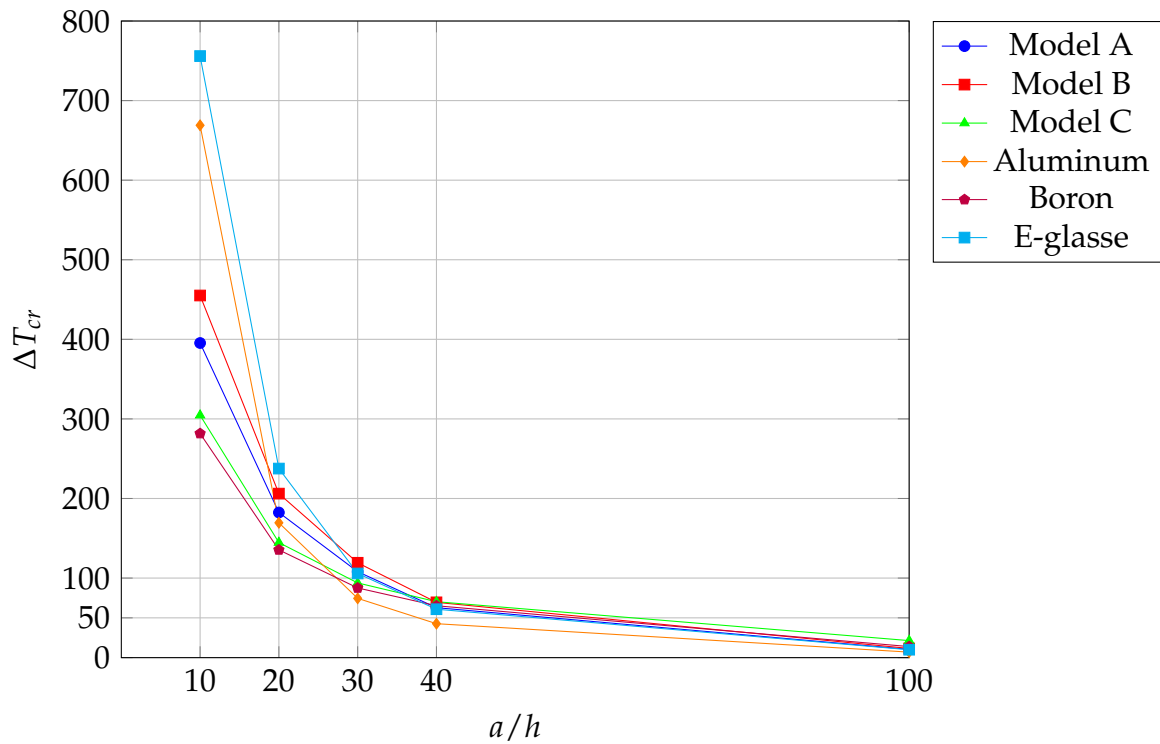


FIGURE IV.33 – Effet du rapport d’épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique simplement appuyée (SS)

IV.6.0.2 Cas N°=2 : Plaques stratifiées et des Plaques stratifiées hybride Encastree (CC) :

Le tableau (IV.17) présente les résultats de notre modélisation de l’Effet du rapport d’épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement (T_{cr}) des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique encastree (CC) :

TABLEAU IV.17 – Effet du rapport d’épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride encastree (CC).

a/h	Encastree					
	Model A	Model B	Model C	Aluminum	Boron/epoxy	E-glass/epoxy
100	25.071	26.567	74.769	16.107	55.952	28.678
40	146.34	153.59	426.95	98.224	320.99	174.31
30	245.24	255.57	703.99	170.86	529.94	302.01
20	500.15	512.67	1382.6	384.54	1038.9	671.69
10	1313.7	1284.5	3060.1	1445.6	2427.3	2382.8

Les résultats obtenus de chaque matériau et les tois type d'hybrides sont présentes dans les courbes suivantes :

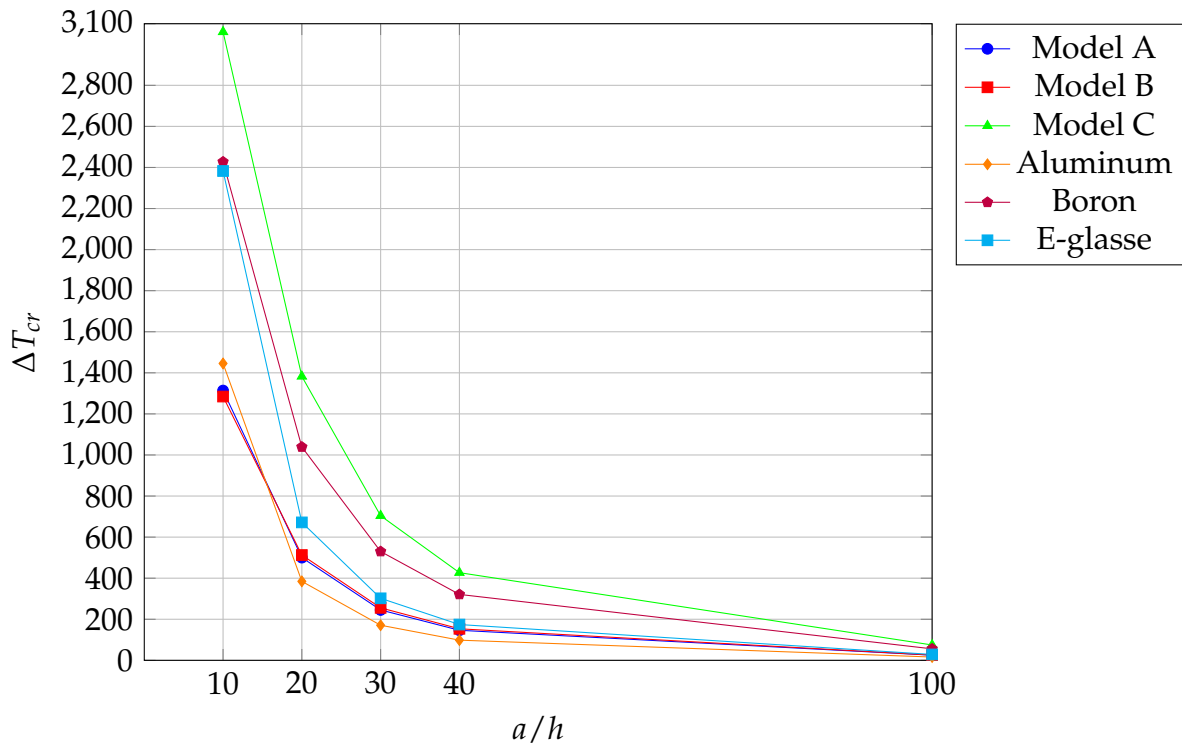


FIGURE IV.34 – Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique encastree (CC)

Les figures (IV.33 et IV.34) montres les courbes de la variation de l'effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybride croisés symétrique poure les trois types des matériaux et les trois model d'ybrides simplement appuyée (SS) et encastree (CC).

on note que :

- ❖ La température critique de flambement pour les plaques stratifiées hybrides augmente avec l'augmentation de l'épaisseur sous les deux types de conditions aux limites (simplement appuyée et encastree).
- ❖ Poure la condition aux limite (CC) les valeurs de ΔT_{cr} elles sont plus élevées que celles du simplement appuyée. Il est pensé que la plaque encastree est plus résistante à la déformation hors plan que la plaque simplement supportée.[77]
- ❖ La performance du modèle C est supérieure à celle des modèles A et B en raison des propriétés élevées du cœur (Boron/époxy) par rapport aux propriétés de la peau (alu-

minium) et de (l'e-glass), étant donné que le phénomène de flambement thermique est flexionnel.

IV.7 Conclusion :

L'objectif de ce chapitre était d'examiner l'effet de divers paramètres tels que le rapport d'aspect (a/b), l'orientation des fibres, les stratifications, les conditions aux limites et l'effet de rapport d'épaisseur (a/h) sur le phénomène de flambement thermique des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybrides.

Afin d'accomplir cela, une modélisation numérique a été exposée en utilisant le logiciel ABAQUS. Deux éléments d'abaque (S4R, S8R) sont employés. Au début de ce chapitre, nous avons examiné la précision de notre modélisation en utilisant divers tests disponibles dans la littérature. D'après les résultats obtenus, il a été constaté que notre modélisation possède une précision élevée et une convergence rapide.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons examiné l'étude paramétrique du comportement de flambement thermique des plaques composites stratifiées minces et épaisses, ainsi que des plaques stratifiées hybrides, en utilisant des paramètres variés. L'étude implique différents matériaux tels que (**L'aluminium**, le **Boron/époxy** et le **E-glasse/époxy**), ainsi que des conditions aux limites variées.

Selon les résultats obtenus, en fonction des paramètres, il a été constaté que :

- ❖ L'effet du rapport géométrique (a/b) :

Lorsque le rapport géométrique augmente (a/b), cela entraîne une diminution de la température critique (ΔT_{cr}).

On remarque aussi que les températures critiques de flambement décroissent avec l'augmentation du rapport d'aspect (a/b), pour les deux stratifications et les six modèles des stratifiées hybrides.

En raison du rapport d'aspect ($a/b= 1$), les deux stratifications et les six modèles de stratifiées hybrides présentent les températures critiques les plus élevées, ce qui est attribuable à la symétrie des conditions aux limites et à la géométrie des plaques.

- ❖ L'effet des conditions aux limites et l'angle d'orientation des fibres :

Selon les conditions aux limites et l'angle d'orientation des fibres sur appuis (EEEE), les valeurs optimales de la température critique (ΔT_{cr}) sont déterminées.

- ❖ Effet du rapport d'épaisseur (a/h) :

L'augmentation du rapport d'épaisseur (a/h) conduit à une valeur maximale pour la température critique (ΔT_{cr}).

Conclusion Générale

Dans cette étude numérique, nous avons exposé l'effet de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides, qu'elles soient minces ou épaisses. L'analyse du comportement des plaques composites multicouches, en particulier les plaques stratifiées hybrides, a été réalisée en utilisant le logiciel « ABAQUS ».

Le logiciel proposé est basé sur la méthode des éléments finis. Afin de mener cette étude, nous avons d'abord exposé une vision générale des matériaux composites, ainsi que les caractéristiques et les différents types. Les différentes composantes (matrice et renfort) ainsi que l'architecture des matériaux composites (sandwiches, monocouches et stratifiées et stratifiées hybrides) permettent d'obtenir une vision globale des matériaux composites. Ensuite dans le deuxième chapitre nous avons précisé les propriétés mécaniques des composites tels que le module de Young longitudinal et transversal, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement. Par ailleurs, afin d'approfondir notre compréhension du comportement mécanique des plaques composites stratifiées, nous avons exposé deux théories différentes : la théorie classique des stratifiées basée sur les hypothèses de Kirchhoff (CLT) pour les plaques minces et la théorie de déformations en cisaillement en premier ordre basée sur les hypothèses de Reissner – Mindlin (FSDT) pour les plaques épaisses. Cette dernière théorie tient en compte l'effet de cisaillement transverse.

Par la suite, dans le chapitre trois, nous avons saisi l'impact de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiées, ce qui entraîne le phénomène de flambement thermique. Dans un premier temps, nous avons effectué une synthèse bibliographique sur les causes du flambement thermique ainsi que sur les modèles éléments finis employés par les divers auteurs pour analyser le flambement thermique des plaques composites stratifiées. Il est apparu que la majorité des recherches reposaient sur la théorie du cisaillement de premier ordre. Cela s'explique sans doute par le fait que cette théorie ne néglige pas les conséquences des déformations de cisaillement transversal, contrairement à la théorie classique des stratifiées, et qu'elle est moins coûteuse que les théories d'ordre supérieur et les approches par couches. Une série d'applications montre la performance et l'efficacité des éléments d'ABAQUS (S4R et S8R) dans le flambement thermique des plaques isotropes et des plaques composites stratifiées dans différentes conditions aux limites (appuyée et encastrée).

Les résultats obtenus ont été comparés avec des solutions analytiques de références, et ceux obtenus par des modèles d'éléments finis basés sur différentes théories. Ensuite, nous avons

effectué une comparaison des résultats obtenus grâce à notre modélisation avec ceux obtenus par le littérateur. Selon la comparaison, il a été démontré que les résultats de notre modélisation sont en accord avec les résultats d'études précédentes. Par ailleurs, une analyse paramétrique sur l'impact de certains paramètres sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybrides a été présentée. Dans cette étude trois types de matériaux qui sont Utilisés ont été considérés, à savoir : **Aluminum**, le **Boron/epoxy** et **E-glasse/epoxy**. Nous avons choisi ces deux types de matériaux à cause de :

- ✦ Le matériau **Aluminum** est un matériau isotrope .
- ✦ le matériau **Boron/epoxy** contient des propriétés mécaniques élevées et avec un coefficient de dilatation thermique longitudinal très faible.
- ✦ le matériau **E-glass/Epoxy** contient des propriétés mécaniques faibles par rapport les deux autres matériaux.

Par ailleurs, les paramètres suivants ont été pris en compte dans cette étude :

- ✦ L'effet de rapport d'aspect pour les trois matériaux et les six modèles des plaques stratifiées hybrides croises avec deux types de stratifications croisés $[0_2/90_2]_s$ et $[90_2/0_2]_s$ et avec deux conditions aux limites simplement appuyée et encastree.
- ✦ L'effet de l'orientation des fibres avec plusieurs angles de rotation.
- ✦ L'effet de rapport d'épaisseur sur la température critique de flambement thermique des plaques stratifiées et des plaques stratifiées hybrides.

Les résultats numériques de notre modélisation montrent que :

- ✦ La température critique de flambement diminue avec l'augmentation de rapport d'aspect (a/b) pour les deux types de stratification $[0_2/90_2]_s$; $[90_2/0_2]_s$ et pour les six modèles des stratifiées hybrides.
- ✦ les températures critiques de flambement aussi dans le cas des plaques équilibrées diminué avec l'augmentation du rapport d'aspect (a/b).
- ✦ Il est également observé une augmentation de la température critique de flambement thermique avec une diminution du rapport d'épaisseur (a/h).
- ✦ Il a été observé que **E-glasse/epoxy** donne des températures critiques de flambement supérieures à celles du **Aluminum**, même si ce dernier présente un module de Young longitudinal (E_1) élevé. Selon notre conclusion, cela est dû au faible coefficient longitudinal de dilatation thermique de **E-glasse/epoxy**.

Bibliographie

- [1] D William and J Callister. Science et génie des matériaux (modulo). *Conclusion Générale*, 2001.
- [2] P Hairy. Les composites à matrice métallique pour résister à l'usure, 2018.
- [3] BELHENINI Soufyane. Matériaux composites. 2023.
- [4] Laurent Gornet. Généralités sur les matériaux composites. 2008.
- [5] Avis de l'Afsset. Fabrication et usinage des matériaux composites à base de fibres de carbone.
- [6] Bathias Claude. Matériaux composites/claude bathias et coll.; sous la direction de claude wolff [illustrations intérieures de alain et ursula bouteveille-sanders], 2005.
- [7] Belkacem ADIM. *Etude de la stabilité des plaques en matériaux composites : analyse et modélisation*. PhD thesis, FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES, 2015.
- [8] Christophe Bois. *Mesure et prévision de l'évolution des endommagements dans les composites stratifiés*. PhD thesis, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille II, 2003.
- [9] Ch Hochard and Y Thollon. A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions. *International Journal of Fatigue*, 32(1) :158–165, 2010.
- [10] Jean-Marie Berthelot. Mécanique des matériaux et structures composites. *Institut Supérieur des Matériaux et Mécaniques Avancés*, 176, 2010.
- [11] Abdelhafid BENSABA and Oussama BERREDJEM. *Influence de la température environnementale sur les plaques minces en composite*. PhD thesis, Université Ibn Khaldoun-Tiaret, 2020.
- [12] Junuthula Narasimha Reddy. *Mechanics of laminated composite plates and shells : theory and analysis*. CRC press, 2003.

- [13] JN Reddy. *Mechanics of laminated plates : theory and analysis*, 1997.
- [14] Rabbab BACHIR BOUIADJRA. *Contribution à l'Etude de la Stabilité des Plaques Epaissees en Composite sur Fondations Elastiques*. PhD thesis, usto, 2015.
- [15] Zaouia Aissa et al. *Analyse du flambement des plaques en matériaux fonctionnellement gradués sous chargement thermique*. PhD thesis, FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL, 2017.
- [16] ABDELOUAHAB TATI and MABROUK HESSINI. *Analyse du comportement de flambage des plaques minces stratifiées en matériaux composites par la méthode des éléments finis*. 2014.
- [17] Michel Dupeux. *Science des matériaux : aide-mémoire*. Dunod, 2008.
- [18] Ahmet Avci, Ömer Sinan Sahin, and Mesut Uyaner. Thermal buckling of hybrid laminated composite plates with a hole. *Composite structures*, 68(2) :247–254, 2005.
- [19] Hicham Adjali. *Etude de l'influence des propriétés mécaniques sur le comportement des plaques fgm*. 2021.
- [20] Paolo Vannucci. *Matériaux composites structuraux*. PhD thesis, Université de Versailles et Saint-Quentin-en-Yvelines, 2007.
- [21] Samir Ghorab. *Comportement viscoélastique des matériaux orthotropes*, 2005.
- [22] Rabia Boubeker. *Etude Expérimentale et Numérique du Comportement des Plaques Trouées en Matériaux Composites*. PhD thesis, Université Mohamed Khider-Biskra, 2016.
- [23] JP Baïlon. *Des matériaux/jean-paul baïlon, jean-marie dorlot*. 2000.
- [24] BOUCHRA BOUCHAKOUR and MED SALEM OULD MED ELMOUSTAPHA. *Application d'une simple théorie de déformation de cisaillement du premier ordre pour l'étude des plaques composites stratifiées*. PhD thesis, université ibn khaldoun-tiaret, 2017.
- [25] Klaus-Jürgen Bathe, Dominique Chapelle, and Phill-Seung Lee. A shell problem 'highly sensitive' to thickness changes. *International journal for numerical methods in engineering*, 57(8) :1039–1052, 2003.
- [26] J Sanchez. Hubert & e. sanchez# palencia, *coques élastiques minces : Propriétés asymptotiques*, 1997.
- [27] Claudio BAIOCCHI and Carlo Lovadina. A shell classification by interpolation. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 12(10) :1359–1380, 2002.
- [28] Stephen Timoshenko, Sergius Woinowsky-Krieger, et al. *Theory of plates and shells*, volume 2. McGraw-hill New York, 1959.

- [29] Lamia Bennouar and Linda Mehenni. Effet de déformation de cisaillement transverse sur la stabilité des plaques simplement appuyées. 2021.
- [30] Junuthula Narasimha Reddy. *Theory and analysis of elastic plates and shells*. CRC press, 1999.
- [31] KTSR Iyengar and SK Pandya. Vibration of orthotropic rectangular thick plates. *Int J Solids Struct*, 2(4) :149–156, 1982.
- [32] TARUN Kant and K Swaminathan. Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory. *Composite structures*, 56(4) :329–344, 2002.
- [33] FB Hildebrand, E Reissner, and GB Thomas. Notes on the foundations of the theory of small displacements of orthotropic shells. Technical report, 1949.
- [34] Mohamed MERAZI et al. *Analyse mécanique des structures composites : Etude comparative entre les différentes théories des plaques*. PhD thesis, 2015.
- [35] Maroua Moussaoui. *ÉTUDE NUMÉRIQUE DU L'EFFET DE LA TEMPÉRATURE SUR LA STABILITE DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES*. PhD thesis, 2020.
- [36] Ines HAMLIA. *ETUDE DE L'EFFET DE LA TEMPERATURE SUR LE COMPORTEMENT VIBRATOIRE DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES*. PhD thesis, 2022.
- [37] Mohamed-Ouejdi Belarbi, Abdelouahab Tati, Abdelhak Khechai, and Houdayfa Ounis. A new 4-node quadrilateral element based on layerwise approach for free vibration analysis of laminate-faced sandwich plates. *Journal of Applied Engineering Science & Technology*, 2(1) :1–7, 2016.
- [38] Earl A Thornton. Thermal buckling of plates and shells. 1993.
- [39] JM Whitney and JE Ashton. Effect of environment on the elastic response of layered composite plates. *AIAA Journal*, 9(9) :1708–1713, 1971.
- [40] JE Ashton and ME Waddoups. Analysis of anisotropic plates. *Journal of composite materials*, 3(1) :148–165, 1969.
- [41] Yd1975 Stavsky. Thermoelastic stability of laminated orthotropic circular plates. *Acta Mechanica*, 22(1) :31–51, 1975.
- [42] P Biswas. Thermal buckling of orthotropic plates. 1976.
- [43] Donald L Flaggs and Jack R Vinson. Hydrothermal effects on the buckling of laminated composite plates. *Fibre Science and Technology*, 11(5) :353–365, 1978.

- [44] TR Tauchert and NN Huang. Thermal buckling of symmetric angle-ply laminated plates. In *Composite Structures 4 : Volume 1 Analysis and Design Studies*, pages 424–435. Springer, 1987.
- [45] TR Tauchert. Thermal buckling of thick antisymmetric angle-ply laminates. *Journal of Thermal Stresses*, 10(2) :113–124, 1987.
- [46] LX Sun and TR Hsu. Thermal buckling of laminated composite plates with transverse shear deformation. *Computers & structures*, 36(5) :883–889, 1990.
- [47] TR Tauchert. Thermal buckling of thick antisymmetric angle-ply laminates. *Journal of Thermal Stresses*, 10(2) :113–124, 1987.
- [48] Lien-Wen Chen and Lei-Yi Chen. Thermal buckling of laminated composite plates. *Journal of Thermal Stresses*, 10(4) :345–356, 1987.
- [49] I Yang, Shieh Jinn-An, et al. Generic thermal buckling of initially stressed antisymmetric cross-ply thick laminates. *International journal of solids and structures*, 24(10) :1059–1070, 1988.
- [50] AK Noor and WS Burton. Predictor-corrector procedures for thermal buckling analysis of multilayered composite plates. *Computers & Structures*, 40(5) :1071–1084, 1991.
- [51] Jeng-Shian Chang and Shyue-Ywh Leu. Thermal buckling analysis of antisymmetric angle-ply laminates based on a higher-order displacement field. *Composites science and technology*, 41(2) :109–128, 1991.
- [52] Le-Chung Shiau, Shih-Yao Kuo, and Cheng-Yuan Chen. Thermal buckling behavior of composite laminated plates. *Composite Structures*, 92(2) :508–514, 2010.
- [53] Kari R Thangaratnam, J Ramachandran, et al. Thermal buckling of composite laminated plates. *Computers & Structures*, 32(5) :1117–1124, 1989.
- [54] Lien-Wen Chen and Lei-Yi Chen. Thermal buckling analysis of composite laminated plates by the finite-element method. *Journal of Thermal Stresses*, 12(1) :41–56, 1989.
- [55] Lien-Wen Chen and Lei-Yi Chen. Thermal buckling behavior of laminated composite plates with temperature-dependent properties. *Composite Structures*, 13(4) :275–287, 1989.
- [56] Chen Lien-Wen and Chen Lei-Yi. Thermal buckling analysis of laminated cylindrical plates by the finite element method. *Computers & structures*, 34(1) :71–78, 1990.
- [57] MR Prabhu and R Dhanaraj. Thermal buckling of laminated composite plates. *Computers & structures*, 53(5) :1193–1204, 1994.

- [58] TARUN Kant and CS Babu. Thermal buckling analysis of skew fibre-reinforced composite and sandwich plates using shear deformable finite element models. *Composite Structures*, 49(1) :77–85, 2000.
- [59] K Chandrashekhara. Thermal buckling of laminated plates using a shear flexible finite element. *finite elements in analysis and design*, 12(1) :51–61, 1992.
- [60] NN Huang and TR Tauchert. Thermal buckling of clamped symmetric laminated plates. *Thin-walled structures*, 13(4) :259–273, 1992.
- [61] WJ Chen, PD Lin, and LW Chen. Thermal buckling behavior of thick composite laminated plates under nonuniform temperature distribution. *Computers & structures*, 41(4) :637–645, 1991.
- [62] Chang Jeng-Shian. Fem analysis of buckling and thermal buckling of antisymmetric angle-ply laminates according to transverse shear and normal deformable high order displacement theory. *Computers & structures*, 37(6) :925–946, 1990.
- [63] Zhen Wu and Wanji Chen. Thermomechanical buckling of laminated composite and sandwich plates using global–local higher order theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(6) :712–721, 2007.
- [64] Jaehong Lee. Thermally induced buckling of laminated composites by a layerwise theory. *Computers & structures*, 65(6) :917–922, 1997.
- [65] Pietro Nali and Erasmo Carrera. Accurate buckling analysis of composite layered plates with combined thermal and mechanical loadings. *Journal of Thermal Stresses*, 36(1) :1–18, 2013.
- [66] M Shariyat. Thermal buckling analysis of rectangular composite plates with temperature-dependent properties based on a layerwise theory. *Thin-Walled Structures*, 45(4) :439–452, 2007.
- [67] Hui-Shen Shen. Thermal postbuckling behavior of imperfect shear deformable laminated plates with temperature-dependent properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(40-41) :5377–5390, 2001.
- [68] Anthony Dupont. 10 bonnes raisons de faire de la simulation et pourquoi utiliser le logiciel Abaqus, 8 2023.
- [69] given=Avenao given i=A. Abaqus : Le choix idéal pour la simulation.
- [70] Lydia Zamoum and Safia Setbel. Simulation numérique d’un béton fibré soumis à une haute température. 2021.

- [71] Malik Haouchine. *Simulation de l'écrasement de tubes minces-Comparaison expérimental/numérique*. PhD thesis, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou, 2016.
- [72] Hiroyuki Matsunaga. Thermal buckling of cross-ply laminated composite and sandwich plates according to a global higher-order deformation theory. *Composite Structures*, 68(4) :439–454, 2005.
- [73] Xin Zhao, YY Lee, and Kim Meow Liew. Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates. *Composite Structures*, 90(2) :161–171, 2009.
- [74] Ahmed K Noor and W Scott Burton. Three-dimensional solutions for thermal buckling of multilayered anisotropic plates. *Journal of engineering mechanics*, 118(4) :683–701, 1992.
- [75] Maloy K Singha, LS Ramachandra, and JN Bandyopadhyay. Thermal postbuckling analysis of laminated composite plates. *Composite Structures*, 54(4) :453–458, 2001.
- [76] Yucheng Shi, Raymond YY Lee, and Chuh Mei. Thermal postbuckling of composite plates using the finite element modal coordinate method. *Journal of Thermal Stresses*, 22(6) :595–614, 1999.
- [77] Robert Millard Jones. *Buckling of bars, plates, and shells*. Bull Ridge Corporation, 2006.