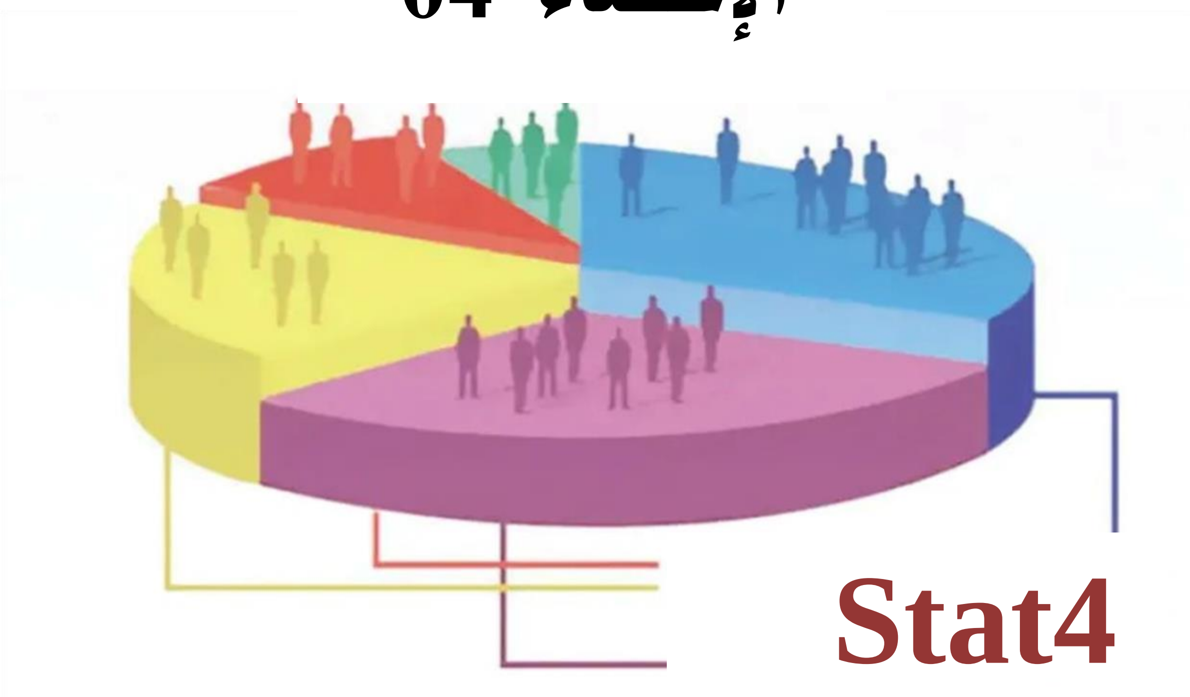
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

مطبوعة بيداغوجية محكمة* مقدمة لطلبة السنة الثانية ليسانس
علوم مالية ومحاسبة

بعنوان:

محاضرات في مقياس

الإحصاء 04



الدكتور: سليم جابو
salim.djabou@univ-tebessa.dz

السنة الجامعية: 2024/2023

* **لجنة التحكيم:** الدكتورة بن صغير فاطمة الزهراء؛ أستاذ محاضر أ بجامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي-تبسة.
الدكتورة معاوة وفاء؛ أستاذ محاضر أ بجامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي-تبسة.
الدكتور حجاج محمد الهاشمي؛ أستاذ محاضر أ بجامعة قاصدي مرباح-ورقلة.

العرض التكويني للمقياس

السداسي : الرابع

وحدة التعليم : منهجية

المادة : إحصاء 4

الرصيد: 05

المعامل : 03

نمط التعليم: حضوري

أهداف التعليم

تهدف هذه المادة التعليمية إلى :

- تمكين الطالب من توظيف الأساليب الإحصائية المناسبة لاستدلال الإحصائي؛
- تمكين الطالب من فهم آلية الانتقال من العينة إلى المجتمع انطلاقا من التقدير النقطي ثم التقدير بالمجال وصولا إلى اختبار الفرضيات، وهذا المقياس جد مهم نظرا لارتباطه بالدراسات الاستطلاعية والمسحية؛
- استيعاب المفاهيم الرياضية والإحصائية المتعلقة بالعينة والمجتمع وأهم الخصائص؛
- فهم أهم النظريات الاحتمالية والرياضية للمعاينة ومتتاليات المتغيرات العشوائية التي تعتبر بمثابة ركيزة وقاعدة يعتمد عليها الطلبة في فهم محتوى إحصاء 04؛
- فهم التقديرات المستخرجة من العينة وخصائصها المختلفة؛
- إكساب الطالب القدرة على تطبيق الاختبارات الإحصائية واتخاذ القرار لمختلف الظواهر؛
- تنمية القدرة على استخدام بعض البرامج الإحصائية المستخدمة في هذا المجال.

المعارف المسبقة المطلوبة

حتى يتمكن الطالب من دراسة محتوى هذه المادة لابد أن يكون متحكما في مكتسبات مادة الرياضيات، الإحصاء الوصفي والاحتمالات.

محتوى المادة:

- نظرية المعاينة وتوزيعاتها
- نظرية التقدير
- اختبار الفرضيات الإحصائية

طريقة التقييم: تقيم مستمر + إمتحان نهائي ويقاس معدل المادة بالوزن الترجيحي للدروس(60%) والأعمال الموجهة (40%)

فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

قائمة الجداول

قائمة الأشكال

قائمة الملاحق

قائمة الإختصارات والرموز

الإختصار/الرمز	الدالة: المصطلح باللغة العربية	الدالة: المصطلح باللغة الأجنبية
الإختصارات		
F	إختبار فيشر	*Fisher test*
T	إختبار فرق المتوسطين (اختبار ستيودنت)	*Independent- Samples T. test*
WWW	خدمة الشبكة العنكبوتية العالمية للمعلومات	*World Wide Web*
الرموز		
H_1	الفرضية البديلة	*Alternative Hypothesis*
$\bar{x}$	الوسط الحسابي	*Arithmetic mean*
K	الأساس	*Basis*
χ^2	إختبار كاي تربيع	*Chi-Square test*
r	معامل الإرتباط	*Coefficient of correlation*
C_N^n	توفيقة	*Combination*
$\sim$	يتبع	*Continued*
$z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$	القيمة الحرجة للتوزيع الطبيعي	*Critical Value for Normal Distribution*
$(1-\alpha)$	درجة الثقة	*Degree of confidence*
!	العاملي	*Factorial*
$E(\bar{x})$	التوقع الرياضي	*Mathematical Expectation*
H_0	فرضية العدم	*Null hypothesis*
Ω	أوميغا	*Omega*
%	النسبة المئوية	*Percentage*
μ	وسط مجتمع	*Pop. mean*
N	حجم المجتمع	*Population size*
p	نسبة صفة في المجتمع	*Proportion of status in population*
$\hat{p}$	نسبة صفة في العينة	*Proportion ratio in the sample*
n	حجم العينة	*Sample Size*
$\sigma_{\bar{x}}^2$	تباين العينة	*Sample variance*
α	مستوى المعنوية	*Significance level*

Standard deviation	الإنحراف المعياري	σ
Sum	المجموع	$\sum$
Theta	ثيتا	θ
Unit cost	تكلفة وحدة i	C_i
Variance	تباين المجتمع	σ^2

مقدمة

مقدمة

تعتبر هذه المطبوعة أداة مهمة لتحقيق التميز الأكاديمي في مجال الإحصاء4، حيث تزود الطالب بالمعرفة والمهارات اللازمة لتطبيق المفاهيم الإحصائية في الأبحاث والدراسات العلمية. إذ تعتبر دراسة الإحصاء4 من الركائز الأساسية في المناهج الأكاديمية، حيث تمكن الطلاب من استنتاج النتائج واتخاذ القرارات بناءً على تحليل البيانات المستمدة من العينات.

تهدف هذه المطبوعة إلى توظيف الأساليب الإحصائية المناسبة للاستدلال الإحصائي، إذ تسعى إلى تمكين الطالب من استخدام الأساليب الإحصائية بشكل صحيح في تحليل البيانات واستنتاج النتائج. كما تهدف إلى فهم آلية الانتقال من العينة إلى المجتمع من خلال التقدير النقطي والتقدير بالمجال وصولاً إلى اختبار الفرضيات، بحيث يتمكن الطالب من فهم كيفية استخدام العينات لتمثيل المجتمع وإجراء التحليلات اللازمة. واستيعاب المفاهيم الرياضية والإحصائية، وفهم النظريات الاحتمالية والرياضية للمعاينة، وكذا فهم التقديرات المستخرجة من العينة وخصائصها، وصولا إلى تزويد الطالب بالقدرة على إجراء الاختبارات الإحصائية واتخاذ القرارات المبنية على النتائج، مع التركيز على الظواهر المختلفة.

تستند هذه المطبوعة إلى تقديم مفاهيم وأساليب الإحصاء4 من خلال أربعة محاور رئيسية، إذ يتناول المحور الأول الأسس النظرية للمعاينة وكيفية اختيار العينات من المجتمع الإحصائي. بحيث يتعرف الطلاب على أنواع العينات المختلفة وأهمية العشوائية في عملية المعاينة لضمان تمثيل دقيق للمجتمع. ويستكشف المحور الثاني المفاهيم المتعلقة بتوزيعات المعاينة وكيفية استخدامها في استنتاج الخصائص الإحصائية للمجتمع. إذ يتم تناول توزيع المتوسطات وتوزيع النسب وغيرها من التوزيعات المرتبطة بالعينات. ويركز المحور الثالث على طرق التقدير الإحصائي المختلفة، بما في ذلك التقدير النقطي والتقدير بالمجال. إذ يتم شرح خصائص المقدرات الجيدة

وكيفية استخدام هذه الخصائص لتقدير معلمات المجتمع. وتختتم المطبوعة بدراسة اختبار الفرضيات الإحصائية، بما في ذلك فرضيات العدم والبديل، ومستويات الدلالة الإحصائية، وأنواع الأخطاء الإحصائية. إذ يتعلم الطلاب كيفية صياغة واختبار الفرضيات الإحصائية واتخاذ القرارات بناءً على النتائج.

وفي الأخير آمل أن أكون قد وفقت في تقديم هذا العمل، وأسأل الله العلي القدير أن يكون هذا الجهد خالصا لوجهه الكريم وأن يكون إسهاما في إثراء مكتباتنا الجامعية، وأن يكون مفيدا لطلبتنا الأعزاء.

والله من وراء القصد

الدكتور: سليم جابو؛ أستاذ محاضر -أ-
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي -تبسة/ الجزائر-

الفصل الأول:
نظرية المعاينة

الفصل الأول: نظرية المعاينة

في ظل العلاقات المعقدة والمتشابكة بين العوامل المحيطة بالمجتمع أو تلك المحيطة بالمؤسسة، فلا يمكن اتخاذ قرارات شخصية لفرد أو مجموعة محددة، لذا وجب اختيار عينة ملائمة ومناسبة وعلى ضوئها يتم تعميم النتائج، وبالتالي اتخاذ القرار يكون صائبا.

1- بعض المصطلحات الضرورية في نظرية العينات

1-1- المجتمع

هو مجموعة من العناصر أو الأفراد التي ينصب عليهم الاهتمام في دراسة معينة وبمعنى آخر هو جميع العناصر التي تتعلق بها مشكلة البحث.

1-2- العينة

هي مجموعة جزئية من المجتمع، ويكون حجم العينة هو عدد مفرداتها، وعادة تجرى الدراسة على العينة ومن ثم تعميم النتائج على المجتمع.

1-3- البيانات

هي تلك المعطيات التي تم تسجيلها وتنظيمها وتصنيفها في قالب معين لإظهارها عند الحاجة إليها، وبمعنى آخر فهي تلك المدخلات في شكلها الخام والتي يهدف الباحث إلى تحليلها ومعالجتها وإخراجها في شكل معلومات.

هناك نوعين من البيانات:

1-3-1- بيانات نوعية

يحصل على هذا النوع من البيانات عندما تكون السمة (الخاصية) السائدة تحت الدراسة هي سمة نوعية والتي يمكن تصنيفها حسب أصناف أو أنواع وليس بقيم عددية.

1-3-2- بيانات كمية

يحصل على هذا النوع من البيانات عندما تكون السمة (الخاصية) السائدة تحت الدراسة هي سمة قابلة للقياس على مقياس عددي، وبالتالي فإن البيانات التي يحصل عليها تتألف من مجموعة من الأعداد.

1-4- المتغيرات

يعرف المتغير على أنه مقياس له مجموعة من القيم المختلفة في الوقت نفسه أو متغيرة عبر الزمن، ويمكن أن يكون متصلا (أي مستمرا) وقد يكون منفصلا (أي متقطع).

وتقسم المتغيرات بشكل أساسي إلى قسمين:

1-4-1- متغير مستقل

وهو المتغير الذي يؤثر على المتغير التابع لا تتأثر به.

1-4-2- متغير تابع

وهو المتغير الذي يتأثر بتغير المتغير المستقل.

2- أساليب جمع البيانات

يعتبر جمع البيانات من أهم مراحل البحث الإحصائي حيث أن جمعها بأسلوب علمي يقودنا للوصول إلى نتائج دقيقة في التحليل، حيث توجد طريقتين لجمع البيانات وذلك حسب طبيعة وحجم المجتمع والهدف من البحث:

2-1- أسلوب الحصر الشامل (التسجيل الشامل)

أي حصر وعد كامل المجتمع، ويتميز بالشمول وعدم تحيز البيانات ودقة النتائج، ومن عيوبه أنه يحتاج للوقت والمجهود والتكلفة العالية؛

2-2- أسلوب العينات

وهو اختيار جزء من المجتمع محل الدراسة بطريقة علمية سليمة عن طريق مجموعة من العمليات بهدف تكوين عينة، ودراستها ثم تعميم النتائج على المجتمع، ويتوقف نجاح استخدام هذا الأسلوب على كيفية تحديد نوع وحجم العينة، وطريقة اختيار مفرداتها، حيث يفضل هذا الأسلوب عندما يكون حجم المجتمع كبير ويصعب إجراء حصر شامل لمفرداته، إذ يتميز بتقليل الجهد والوقت والتكلفة، غير أن من عيوبه نقص الدقة والثقة (خاصة إذا كانت العينة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيدا).

وبناء على ماسبق، يمكن تلخيص أوجه المقارنة بين المزايا وعيوب كل من الطريقتين في الجدول التالي:

الجدول رقم (01): مزايا وعيوب طرق جمع البيانات

الطريقة / أوجه المقارنة	أسلوب الحصر الشامل	أسلوب العينات
المزايا	- إذا كان الإطار سليما، فإننا نحصل على نتائج أكثر دقة؛ - لا مجال لوجود أخطاء عشوائية، نتيجة شمول الدراسة لجميع مفردات المجتمع.	- تؤدي إلى تخفيض التكاليف والوقت اللازمين لذلك؛ - إمكانية تطبيقها مهما كان نوع وطبيعة المجتمع.
العيوب	- تحتاج إلى تكاليف مادية وبشرية كبيرة ووقت أطول وجهد أكبر؛ - لا يمكن تطبيقها ميدانيا، وخاصة في المجتمعات المستمرة والمتقطعة؛ - تتعرض لأخطاء التحيز بدرجة كبيرة بسبب كبر حجمها.	- تغطي نتائج جزئية أو تقريبية؛ - وجود أخطاء عشوائية؛ - تتعرض لأخطاء التحيز بدرجة قليلة بسبب صغر حجمها.

تجدر الإشارة إلى أن عملية جمع البيانات من مصادرها التاريخية أو الوثائقية كحصيلة لنشاط العديد من المؤسسات والشركات وغيرها، أو تلك المؤلفات المتوفرة في المكتبات وغيرها تظم العديد من المعطيات الإحصائية والتي يجب الرجوع إليها من قبل الباحث وهي نوعين:

2-2-1- مصادر أولية (أصلية)

وهي تلك البيانات التي يقوم الباحث بجمعها بنفسه باستخدام عدة طرق، وتتصف هذه المصادر بالموثوقية لكون الباحث على إطلاع بكيفية جمع البيانات ومصدرها.

2-2-2- مصادر ثانوية

وهي تلك البيانات التي تم إعدادها مسبقا كالتقارير والدراسات السابقة.

وهناك عدة طرق لجمع البيانات:

- ✓ **طريقة الملاحظة؛**
- ✓ **(المشاهدة)**: كمعرفة حركة مرور في منطقة معينة وتسجيل البيانات منها؛
- ✓ **طريقة الإستبيان**: بطرح مجموعة من الأسئلة يتم الإجابة عليها؛
- ✓ **طريقة المقابلة**: وهي اللقاء المباشر بين الباحث مع المبحوثين شخصيا للحصول على البيانات المطلوبة؛
- ✓ **طريقة الهاتف.**

إضافة إلى هذا فهناك طرق حديثة كالبريد الإلكتروني أو نشر المطلوب عبر شبكة الأنترنت وطلب الإجابة عليه من قبل عينة من المجتمع أو الفئة المستهدفة موضوع البحث.

3- أنواع عينات الدراسة

تحدد عينة الدراسة حسب طبيعة الموضوع، حيث يمكن تصنيف العينات إلى نوعين (غير احتمالية، إحتمالية).

3-1- العينة غير العشوائية (غير إحتمالية)

وهي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية أي مقصودة وينزع منها عنصر الصدفة، حيث تختار مفردات العينة بصورة تحقق الهدف من المعاينة، ومن أنواعها نجد:

3-1-1- العينة العمدية (المقصودة)

وهي التي يعتمد فيها الباحث اختيار وحدات معينة لإدخالها في العينة على إعتبارها في رأيه أنها تمثل المجتمع المدروس أفضل تمثيل ومن ثم إجراء البحوث المطلوبة على هذه العينة.

3-1-2- العينة المصادفة

وتسمى أيضا بعينة الصدفة، إذ يتم الحصول على أفراد العينة المختارة بطريقة الصدفة وليس للباحث أي تدخل في إختيارها، فمثلا عند دراسة الرأي العام قد يذهب الباحث إلى الشارع ويسأل من يصادفه من الأشخاص عن رأي معين.

3-1-3- العينة الحصصية

وتسمى أيضا بالعينة التدريجية، في هذا النوع من العينات يقسم المجتمع إلى مجموعات أو فئات طبقا لصفاته الرئيسية، وتمثل كل فئة في العينة بنسبة وجودها في المجتمع، فمثلا إذا كان مجتمع البحث طلاب الجامعة فيصنفون أولا طبقا لتخصصاتهم ثم يقرر الباحث النسبة المئوية المطلوبة سحبها من كل تخصص، فالتخصصات ذات الأعداد الكبيرة يكون تمثيلها في العينة أكبر من تمثيل التخصصات ذات الأعداد الصغيرة.

وللعينة الحصصية أهمية في بحوث الرأي العام، إذ أنها تتم بسرعة أكبر وبتكاليف أقل، سواء في تخطيط العينة أو إستكمال مرحلة المقابلة في البحث، وتعتمد العينة الحصصية على إختيار أفرادها من بين الجماعات، ولابد للقائم بالبحث أن ينفذ تعليمات معطاة له مسبقا طبقا لدراسة المجتمع المراد بحثه كعدد الفلاحين أو سكان المدن الذي يجب سؤالهم وعدد المشتركين من الجنسين حسب أعمارهم.

3-1-4- عينة الكرة الثلجية

سميت بهذا الإسم لأن الفرد الأول يعتبر النقطة التي سيبدأ حولها التكثيف لإكتمال الكرة، أي إكتمال العينة، أما عن مفهومها فهي العينة التي تقوم على إختيار فرد معين، وبناءا على ما يقدمه هذا الفرد من معلومات تهم موضوع دراسة الباحث يقرر الباحث من هو الشخص الثاني الذي يقوم بإختياره لإستكمال المعلومات والمشاهدات المطلوبة.

يستخدم هذا النموذج من العينة عموما في دراسة فئات المنحرفين، مثل متعاطي المخدرات الذي من عاداتهم السرية وعدم الإباحة عن سلوكاتهم، لتعارضها مع عادات المجتمع القانوني، مما يجعل من الصعب أو المستحيل أحيانا على الباحث إعداد قائمة بأسماء أو بعناوين متعاطي المخدرات، ولذلك يلجأ الباحث إلى مقابلة شخص واحد من المتعاطين للمخدرات، وبعد إجراء المقابلة معه يطلب منه أن يدله على شخص ثاني، وهكذا تكبر عينة البحث شيئا فشيئا حتى تصير عينة تمثل مجتمع البحث، فمثلها كمثل كرة الثلج التي تكبر في الحجم كلما تدحرجت مترا بعد متر.

3-2- العينة العشوائية (إحتمالية)

وهي تلك التي يعتمد فيها الباحث اختيار وحدات العينة بطريقة عشوائية، حيث يتم إعطاء لكل وحدة نفس الحظ في الاختيار، وهناك عدة أنواع تذكر منها: البسيطة والمنتظمة، الطبقية، العنقودية...

3-2-1- العينة العشوائية البسيطة

وهي العينة المتجانسة التي يشترك جميع أفرادها في صفات معينة، إذ تعطي لكل عنصر من عناصر المجتمع نفس الحضوض في الاختيار، أي تعطي لكل عنصر احتمالا متساويا لاختياره في العينة.

يتم إختيار عناصر هذه العينة بعدة طرق، ومن بينها:

3-2-1-1- عن طريق القرعة

وهي من أبسط الطرق في إختيار عناصر العينة العشوائية البسيطة، ويستحسن إستعمالها في حالة ما إذا كان حجم المجتمع صغير، حيث يتم إعطاء لكل عنصر من عناصر المجتمع رقم معينا (من 1 إلى N) ونسجل هذه الأرقام على قصاصات ورقية، ونضع هذه القصاصات في كيس ونخلطها مع بعضها البعض خلطا جيدا، ثم نختار منها عشوائيا عناصر العينة، مع الأخد بعين الإعتبار حالتي السحب بالإعادة وبدون إعادة؛

3-2-1-2- بإستخدام الأرقام العشوائية

ويستحسن إستعمالها في حالة ما إذا كان حجم المجتمع كبير، حيث يتم إختيار عناصر العينة العشوائية البسيطة على النحو الموالي:

- يعطى لكل عنصر من عناصر المجتمع الإحصائي رقما متسلسلا من صفر إلى $(N-1)$ حيث N تمثل حجم المجتمع، ويجعل هذه الأرقام مكونة من نفس عدد المنازل، فمثلا إذا كان عدد أفراد المجتمع 984 فردا وأردت إختيار عينة عشوائية بسيطة من هذا المجتمع، فعليك أن تعطي لأفراد المجتمع الأرقام المتسلسلة التالية: 000، 001، 002، 003، 004؛.. وهكذا إلى غاية 983، ومنه يلاحظ أن الرقم المتسلسل لكل فرد يتكون من ثلاثة منتازل لأن عدد أفراد المجتمع الإحصائي فيها ثلاث منازل؛
- يستعمل جدول الأرقام العشوائية (*Randon Numbers*)، حيث يتم تحديد عمود عشوائيا من هذا الجدول ويتم قبول كل عدد منازله متساوية لعدد منازل الأرقام المتسلسلة أعلاه، وإلا رفضه وننتقل لقراءة عدد آخر، وهكذا إلى أن نحصل على مجموعة من الأعداد تساوي حجم العينة.

3-2-1-3- بإستخدام الحاسوب: لمزيد من الدقة وتوفير الوقت أصبح شائعا إستخدام الحاسوب في مختلف الأعمال ومنها إستخدام الرموز الإحصائية الجاهزة لإختيار عناصر العينة العشوائية البسيطة، ومن أمثلة هذه الرموز الإحصائية نجد: *SPSS, SAS, MINITABL*، كما أنه ليس صعبا إيجاد أرقام عشوائية بإستخدام برامج الحاسوب بمختلف اللغات البرمجية.

والجدير بالذكر أنه بعد تعيين أرقام عناصر العينة نستبدل رقم العنصر بما يقابله فنحصل على العينة العشوائية المطلوبة من جهة، ومن جهة أخرى فإن عدد الحالات الممكنة لإختيار عينة عشوائية بسيطة يعطى بأسلوبين هما:

- **أسلوب السحب بدون إعادة:** أي أننا نرفض أي عدد تم أخذه في قراءة سابقة، وبالتالي فإن عدد الحالات الممكنة لإختيار العينة يعطى بالصيغة الآتية:

$$n = C_N^n = \frac{N\,!}{n\,!\,(N-n)}$$

- **أسلوب السحب بالإعادة:** أي أننا نسمح بإمكانية إختيار أي عدد تم أخذه في قراءة سابقة، وبالتالي فإن عدد الحالات الممكنة لإختيار العينة يعطى بالصيغة الآتية:

$$n = N^n$$

مثال رقم01: لنفرض أن لدينا مجتمع إحصائي مكون من المفردات $\Omega = \{A\,.\,B\,.\,C\,.\,D\}$ ونرغب في إختيار عينة عشوائية بسيطة بطريقة القرعة مكونة من ثلاث مفردات، فيكون عدد الحالات الممكنة كما يلي:

الحالات الممكنة (السحب بدون إعادة): $C_N^n = C_4^3 = \frac{N\,!}{n\,!(N-n)\,!} = \frac{4\,!}{3\,!(4-3)\,!} = 4$،

وهي: ABC, ABD, ACD, BCD، ونكتب كل مجموعة على قصاصة ورقية ثم نخلط هذه القصاصات المتشابهة جميعا بشكل جيد يضمن لنا عدم التحيز، ثم نختار ورقة واحدة بدون النظر إلى الأوراق الأخرى، فتكون المفردات المكتوبة عليها تمثل العينة العشوائية البسيطة المطلوبة.

3-2-2- العينة المنتظمة

تعتبر هذه العينة أحد البدائل في اختيار مفردات العينة وهي ليست عشوائية بشكل تام لأن فيها نوع من الإنتظام في تشكيلها، حيث أنها تتميز بالسهولة والبساطة، حيث يتم إختيار وحداتها بعد ترتيب وترقيم مجتمع البحث ثم تقسيمه على حجم العينة والناتج يسمى بالأساس (نسبة المعاينة) ونرمز له بالرمز r، ومن هنا يتم إختيار عنصر بطريقة عشوائية يكون محصور بين الواحد والأساس وليكن K ثم يتم إختيار بقية العناصر بطريقة منتظمة آليا بإستخدام متتالية حسابية حدها الأول العنصر المختار K وحدها الأخير هو $(n-1)r+K$.

والجدير بالذكر أن قيمة الأساس تكون أكبر من أو تساوي حاصل قسمة حجم المجتمع على حجم العينة، أي أن: $r \geq N/_n$

كما أنه في حالة عدم معرفة حجم المجتمع فإن قيمة r تحدد حسب رغبة الباحث، بحيث يحصل على حجم عينة كافي للدراسة المطلوبة.

كما تجدر الإشارة بأن عدد العينات الممكنة تساوي طول الفترة، ونشير هنا لوجود طريقتين لإختيار عناصر العينة العشوائية المنتظمة:

3-2-2-1- الطريقة الخطية المنتظمة

نقوم بإختيار هذه الطريقة بإختيار أول وحدة معاينة بشكل عشوائي بين 1 و r، ثم نكون علاقة خطية بين رقم هذه الوحدة وأرقام الوحدات التي تليها، ويلاحظ أن هذه الطريقة توجهها مشكلة وهي أن N قد لا تكون من مضاعفات n، وبالتالي فإن: $r \neq N/_n$، وبالتالي فإن حجم العينات الممكنة غير متساوية العدد، لذلك نستخدم هذه الطريقة إذا كان r عدد صحيحا.

3-2-2-2- الطريقة الدائرية المنتظمة

نحسب الأساس كما يلي: $r = N/_n$ ، حيث تحدد قيمة r بتقريبها للعدد الصحيح، حيث يتم إختيار عنصر بطريقة عشوائية أقل من حجم المجتمع وليكن K، ثم نقوم بإختيار الوحدات حسب العلاقة:

$J = 0,1,2, \ldots\ldots (n-1)$ $K + jr < N$ وإذا كانت $K + jr > N$ نستخدم العلاقة: $K + jr - N$.

مثال رقم02: لنفرض أن لدينا مجتمع إحصائي حجمه 20 موظف، ونريد سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من 4 موظفين بطريقة خطية منتظمة، لذا يتم حساب نسبة المعاينة $r = 20/_4 = 5$ ومن ثم نختار رقما عشوائيا من بين الواحد وخمسة، ولنفرض أننا إخترنا الرقم 3 فإن أرقام الموظفين الذي تم إختيارهم هي: 3، 8، 13، 18.

مثال رقم03: بنفس المثال السابق، ونريد سحب عينة مكونة من 6 موظفين بالطريقة الدائرية المنتظمة، لذا يتم حساب نسبة المعاينة $r = 20/_6 = 3.33 \cong 4$ وحسب هذه الطريقة فإن العينات المطلوبة هي:

(1، 5، 9، 13، 17، 1)، (2، 6، 10، 14، 18، 2)، (3، 7، 11، 15، 19، 3)، (4، 8، 12، 16، 20، 4)، (5، 9، 13، 17، 1، 5)، (6، 10، 14، 18، 2، 6)...

3-2-3- العينة الطبقية

يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات متجانسة وغير متقاطعة مع بعضها البعض، ولكل طبقة خصائص مشتركة، حيث تسمح لنا هذه الطريقة بالحصول على درجة دقة عالية وتقلل هامش الخطأ إضافة إلى هذا التخلص من عدم التجانس في المجتمع.

إن الغرض من تصميم العينة هو الحصول على عينة تمثل المجتمع، فبعد تحديد حجم العينة اللازم للدراسة n، ولنفرض أن لدينا k من الطبقات، نقوم بتوزيع حجم العينة على الطبقات المختلفة k، فهناك عدة طرق لتقسيم حجم العينة n على الطبقات، ولكل طريقة من طرق التوزيع تعطي تباينا مختلفا للوسط الحسابي، والهدف هو الحصول على تقسيم يعطي المعلومات المطلوبة بأقل تكلفة ممكنة، ولتحقيق هذه الأهداف فإن أفضل طريقة للتوزيع تتأثر بثلاث عوامل وهي:

- **عدد الوحدات في كل طبقة:** فكلما زاد عدد الوحدات في الطبقة كلما لزم حجم عينة أكبر من هذه الطبقة؛
- **التشتت:** كلما زاد تشتت المشاهدات داخل الطبقة كلما زاد حجم العينة للحصول على تقدير جيد؛
- **تكلفة الحصول على المشاهدة:** فكلما زادت تكلفة المشاهدة فإن الباحث سيقلل من حجم العينة من تلك الطبقة المرتفعة التكلفة.

عادة ما يكون حجم العينة العشوائية الفرعية البسيطة متناسبا مع حجم الطبقة وهذا ما يسمى بالتخصيص النسبي، وأحيانا يكون حجم العينة الفرعية متساويا لجميع طبقات المجتمع وهذا مايسمى بالتوزيع المتساوي، كما أنه هناك طرق مثلى أخرى للتوزيع، وفي ما يلي سنعرض أهم الطرق المستخدمة في التوزيع:

3-2-3-1- طريقة التوزيع المتساوي

إذا كان حجم الطبقات متساويا أو ليس لدينا معلومات عن حجم الطبقات فإنه من المناسب إستخدام حجم عينات متساو لكل طبقة، أي: $n_i = {}^{n}/_{k}$ حيث أن حجم العينة في هذه الحالة يعطى بالصيغة الآتية:

$$n = \sum_{i}^{k} n_i$$

3-2-3-2- طريقة التوزيع المتناسب

يوزع حجم العينة على الطبقات المختلفة بحيث يكون هناك تناسب بين حصة كل طبقة من n مع حجم هذه الطبقة إلى حجم المجتمع N، فإذا كان عدد الطبقات k وحجم كل طبقة $N_i \quad i = 1,2,k$، فإن حجم العينة في هذه الحالة يعطى بالصيغة الآتية:

$$n_i = \left({}^{N_i}/_{N}\right) n$$

3-2-3-3- طريقة توزيع نيمان (Nyman)

أهم ما يميز هذا الأسلوب أنه يستخدم للتقليل من حجم التباين وزيادة دقة وكفاءة البيانات، حيث يؤخد بعين الإعتبار بالإضافة إلى حجم الطبقة عند توزيع العينة الكلية على الطبقات تباين كل طبقة، إذ يكون حجم العينة في الطبقة يتناسب طرديا مع الإنحراف المعياري لتلك الطبقة، وذلك من أجل جعل تصميم المعاينة أكثر فعالية من طريقة التوزيع المتناسب.

عادة ما يستخدم هذا الأسلوب عندما يكون الإنحراف المعياري مختلف من طبقة لأخرى، وعندما يكون حجم العينة ثابت وكلفة العينة ثابتة لمختلف الطبقات.

تقدير حجم العينات المختلفة لكل طبقة يكون تناسبيا مع حجم كل طبقة وحجم المجتمع مع الأخذ بعين الاعتبار تشتت البيانات، فإذا كان حجم المجتمع N، وحجم العينة n، وعدد الطبقات k وحجم كل طبقة $N_i \quad i = 1,2,k$، فإن حجم العينة في كل طبقة يعطى بالصيغة الآتية:

$$n_i = \left({N_i\sigma_i}\Big/{\sum_{i=1}^{k} N_i\sigma_i} \right) n$$

والجدير بالذكر، أن الإنحراف المعياري σ_i على مستوى كل طبقة فيمكن الحصول عليه من خلال دراسة تجريبية، ويمكن تقديره من خلال دراسات سابقة.

3-2-3-4- طريقة التوزيع الأمثل

يهدف هذا التوزيع إلى تخفيض التباين لأقل قدر ممكن بكلفة محددة، أو لتقليل الكلفة أقل ما يمكن بمستوى دقة معين، حيث يدخل عامل الكلفة في توزيع العينات على الطبقات، وعادة يستخدم هذا الأسلوب عندما يكون تفاوت في كلفة جمع البيانات بين الطبقات، فمثلا كلفة جمع البيانات من المناطق البعيدة أعلى بكثير من كلفة جمع البيانات من المناطق القريبة، وهناك عدة صيغ تستخدم لتحديد حجم العينة في كل طبقة، ولعل من بين هذه الصيغ الصيغة التالية:

$$n_i = \left(\frac{{N_i\sigma_i}\Big/{\sqrt{C_i}}}{\sum_{i=1}^{k} \left({N_i\sigma_i}\Big/{\sqrt{C_i}} \right)} \right) n$$

حيث أن: C_i تمثل كلفة إحصاء وحدة المعاينة الواحدة للطبقة i.

مثال رقم04: لنفرض أن لدينا مجتمع إحصائي حجمه مجهول، علما أن وحداته مقسمة على 8 طبقات متجانسة فيما بينها، ونريد سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 40 وحدة، فإن حجم العينة المناسب لكل طبقة هو: $n_i = {}^{40}/_{8} = 5$

مثال رقم05: إذا كان عدد المسجلين من طلاب السنة الأولى في جامعة معينة 5400 طالبا موزعين على الكليات التالية:

كلية الآداب 1200 طالب؛

كلية الحقوق 2000 طالب؛

كلية الاقتصاد 1400 طالب؛

كلية العلوم 800 طالب.

نريد سحب عينة عشوائية مكونة من 1080 طالب على أن تكون جميع الكليات ممثلة في العينة بطريقة نسبية، فإن حجم العينة المناسب لكل كلية يعطى كما يلي:

حجم العينة المناسب في كلية الآداب هو:

$$n_1 = \left({}^{1200}/_{5400}\right)1080 = 240$$

حجم العينة المناسب في كلية الحقوق هو:

$$n_2 = \left({}^{2000}/_{5400}\right)1080 = 400$$

حجم العينة المناسب في كلية الاقتصاد هو:

$$n_3 = \left({}^{1400}/_{5400}\right)1080 = 280$$

حجم العينة المناسب في كلية العلوم هو:

$$n_4 = \left({}^{800}/_{5400}\right)1080 = 160$$

وبعد تحديد أحجام العينات نختار عينة حجمها 240 من كلية الآداب بطريقة عشوائية بسيطة، وتكرر هذه العملية لإختيار جميع العينات الأخرى.

مثال رقم06: بنفس معطيات المثال السابق، فما هو حجم العينة المناسب لكل كلية مستخدما طريقة نيمان، علما أن الإنحراف المعياري لمعدل المسجلين يختلف من كلية لأخرى، حسب الجدول التالي:

	الآداب	الحقوق	الاقتصاد	العلوم	المجموع
حجم الطبقة N_i	1200	2000	1400	800	5400
الإنحراف المعياري σ_i	1.5	1.2	2	2.5	/
$N_i\sigma_i$	1800	2400	2800	2000	9000

فإن حجم العينة المناسب لكل كلية يعطى كما يلي:

حجم العينة المناسب في كلية الآداب هو:

$$n_1 = \left({}^{1800}/_{9000}\right)1080 = 216$$

حجم العينة المناسب في كلية الحقوق هو:

$$n_2 = \left({}^{2400}/_{9000}\right)1080 = 288$$

حجم العينة المناسب في كلية الاقتصاد هو:

$$n_3 = \left({}^{2800}/_{9000}\right)1080 = 336$$

حجم العينة المناسب في كلية العلوم هو:

$$n_4 = \left({}^{2000}/_{9000}\right)1080 = 240$$

مثال رقم07: بنفس معطيات المثال السابق، فما هو حجم العينة المناسب لكل كلية مستخدما طريقة التوزيع الأمثل، علما أن تكلفة الحصول على بيانات المسجلين يختلف من كلية لأخرى، حسب الجدول التالي:

	الآداب	الحقوق	الاقتصاد	العلوم	المجموع
حجم الطبقة N_i	1200	2000	1400	800	5400
الإنحراف المعياري σ_i	1.5	1.2	2	2.5	/
كلفة الوحدة C_i	9	4	7	13	/
$N_i\sigma_i$	1800	2400	2800	2000	9000
$N_i\sigma_i/\sqrt{C_i}$	600	1200	1058.3	554.7	3413

فإن حجم العينة المناسب لكل كلية يعطى كما يلي:

حجم العينة المناسب في كلية الآداب هو: $n_1 = \left(\frac{600}{3413}\right)1080 = 190$

حجم العينة المناسب في كلية الحقوق هو: $n_2 = \left(\frac{1200}{3413}\right)1080 = 380$

حجم العينة المناسب في كلية الاقتصاد هو: $n_3 = \left(\frac{1058.3}{3413}\right)1080 = 335$

حجم العينة المناسب في كلية العلوم هو: $n_4 = \left(\frac{554.7}{3413}\right)1080 = 175$

3-2-4- العينة العنقودية

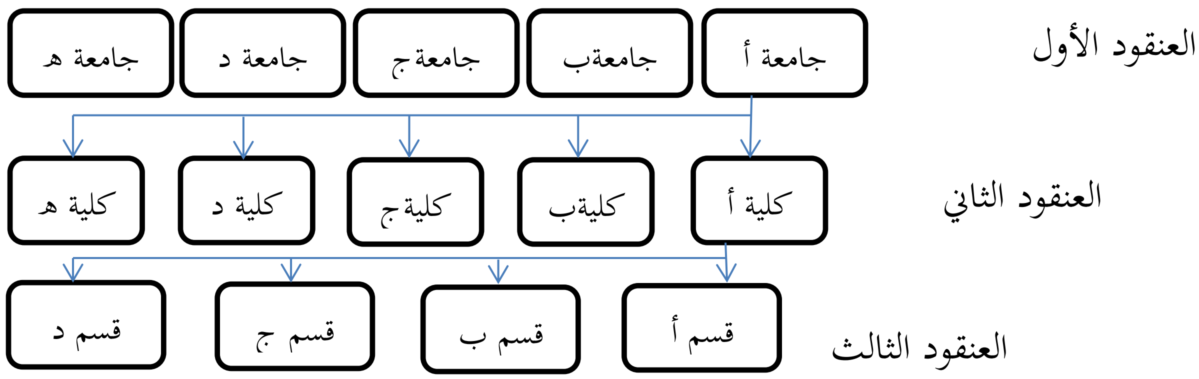
تستخدم هذه الطريقة في حالة تجانس أفراد المجتمع المبحوث إلى حد ما، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى عناقيد ثم يتم إختيار عنقود من العناقيد بطريقة عشوائية بسيطة، ثم إعتبار هذا العنقود يمثل المجتمع وتقسيمه هو الآخر إلى مجموعة من العناقيد ويتم إختيار عنقود من العناقيد بطريقة عشوائية بسيطة، وهكذا... وفي الأخير يتم إختيار العينة بطريقة عشوائية بسيطة أو طبقية.

من مميزات العينة العنقودية أنها فعالة بالنسبة لوحدة التكاليف، حيث تعطي دقة أكثر لوحدة الكلفة، كما يلجأ إلى هذه العينة في كثير من الأحيان خاصة في المجتمعات التي لا تتوفر على أطر معاينة، أو يصعب توفير إطار حديث بكل عنصر من عناصر المجتمع، ولكن من الممكن توفير إطار بالعناقيد مما يوفر الجهد والوقت، كذلك يوجد هناك ميزة أخرى لتطبيق هذا الأسلوب وهي توفير تكاليف التنقل أثناء العمل الميداني بين وحدات المعاينة، لكن من عيوبها أنها أقل فعالية من العينة العشزائية البسيطة، كونها أقل إنتشارا.

تشبه العينة العنقودية العينة الطبقية في أن كلاهما يحتوي على تقسيم مجتمع البحث إل مجموعات، وتختلف العينة العنقودية عن الطبقية في أن مجتمع البحث في العينة العنقودية يقسم إلى مجموعات (عناقيد)، وفقا لمعيار محدد غالبا ما يكون جغرافيا بطبيعته.

مثال رقم08: أراد الباحث دراسة مدى إتصال الطلبة من الأساتذة في الجامعات الجزائرية، حيث قرر أن يجري مقابلات مع بعض الطلبة الجامعيين، وبالتالي يقوم بتقسيم المجتمع حسب الجامعات وإختيار جامعة بطريقة عشوائية بسيطة، ثم يقوم بتقسييم الجامعة المختارة إلى كليات،

ويتم إختيار كلية بطريقة عشوائية بسيطة، ثم يقوم بتقسييم الكلية المختارة إلى أقسام، ويتم إختيار قسم بطريقة عشوائية بسيطة، كما في الشكل التالي:



ومن ثم إختيار عينة عشوائية من هذا القسم المختار، ويتم إجراء المقابلات عليها تم تعميم النتائج على المجتمع.

4- مصادر أخطاء الدراسات بطريقة المعاينة

قد يواجه الباحث عند إنتهاجه طريقة المعاينة في دراسته نوعين من الأخطاء وهما:

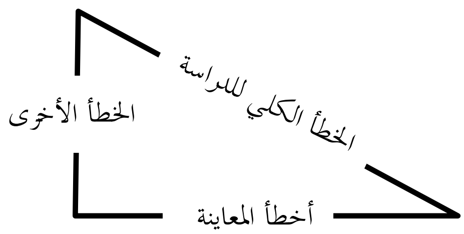
4-1- أخطاء المعاينة

وهي الأخطاء الناجمة عن عملية إختيار أفراد العينة من المجتمع المدروس، والتي تعتمد على حجم العينة المختارة، بحيث يتناسب متوسط هذه الأخطاء تناسبا عكسيا مع حجم العينة، وإذا كان تباين المجتمع كبيرا فلا بد من تقسيمه إلى مجموعات أكثر تجانسا، ثم إختيار طريقة المعاينة المناسبة لتقليل تباين مفردات العينة، وبالتالي التقليل من هذه الأخطاء، والطريقة الأسهل لزيادة دقة نتائج العينة هي زيادة حجمها وإتباع طريقة المعاينة المناسبة للمجتمع المراد دراسته.

4-2- أخطاء أخرى

وهي كل الأخطاء الممكن أن يقع فيها الباحث عدا أخطاء المعاينة، إذ هذه الأخطاء لا تختفي بإجراء تعداد شامل، لأنها قد تنتج عن إختلاف العدادين أو إختلاف الواقع الشخصي للإجابة عن الأسئلة أو حالة الطقس أو الحالة النفسية لأفراد المجتمع أو لعوامل أخرى، وبالتالي قد تزداد هذه الأخطاء بزيادة حجم العينة، إذ تجعل نتائج الدراسات بطريقة المعاينة غير دقيقة (ليست لها مدلولية).

ويمكن توضيح ما سبق، من خلال الشكل التالي:



5- حجم العينة المناسب للدراسة

يعتبر تحديد حجم العينة المناسب للدراسة من أهم المواضيع عند الاستدلال الإحصائي، وذلك لما يترتب عليه من إيجابيات كتوفير الوقت اللازم من جهة والتحكم في التكاليف من جهة أخرى، فضلا عن ذلك الحصول على النتائج الجيدة.

الجدير بالذكر، أن الباحث يأخذ بعين الاعتبار الآلية المتبعة في اختياره لعينة البحث كما هو موضح:

5-1- المسح الكلي

في هذه الحالة يقوم الباحث بجمع جميع بيانات المجتمع المستهدف، غير أن بعض الدراسات حددت النسبة المقبولة من المجتمع الكلي.

5-2- اختيار عينة من المجتمع

في هذه الحالة يحدد الباحث نوع العينة احتمالية أو غير احتمالية كما ذكرنا سابقا، ومن ثم يحدد حجم العينة ويتم جمع البيانات بقدر حجم العينة مع مراعاة نوعها (عمدية، حصصية، مصادفة، كرة الثلج، عشوائية بسيطة، عشوائية طبقية، عشوائية عنقودية، عشوائية منتظمة...).

هناك عدة طرق لحساب حجم العينة:

ففي الدراسات المسحية؛ يلجأ كثير من الباحثين إلى اختيار حوالي 20% من المجتمع الأصلي الصغير (500 -1000) و 5% إذا كان المجتمع كبير.

كما يمكن استخدام هذه الصيغة:

$$n=\left(\frac{\left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)\sigma}{e}\right)^2\Bigg/\left[1+\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{\left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)\sigma}{e}\right)^2\right]$$

حيث يتوجب علينا معرفة:

- حجم المجتمع N المراد دراسته؛
- مستوى الدلالة المسموح به (α)؛
- الانحراف المعياري σ وهو عبارة عن الجدر التربيعي لتباين المتغير الذي تهدف الدراسة لإيجاد متوسطه إذا كان معروفاً من دراسات سابقة أو تقدير له يحسب من عينة استقصائية، ويمكن اعتبارها فيما بعد كجزء من حجم العينة الضروري المحسوب؛

- مستوى الخطأ المسموح به e ، وهو إلا الفرق بين المقدار والتقدير $e = \bar{x} - u$. ويمثل مقدار الخطأ المسموح به في تقدير المتوسط أو النسبة (ويساوي مضروب القيمة المعيارية عند مستوى ثقة معين في الخطأ المعياري للمتوسط أو مضروباً في الخطأ المعياري للنسبة في حالة تقدير النسبة). وفي بعض الدراسات يستخدم هذا الخطأ المسموح به بدلالة معامل الاختلاف *Coefficient of variation* . وفي حالة النسبة يحدد الخطأ بنسبة مئوية مثلاً 1%. ويقترن عادة تحديد هذا الخطأ بإحتمال أو درجة ثقة معينة (مثلاً 95%) أو أن الخطأ في تقدير معلمة المجتمع سيكون ضمن المدى $\pm$ 1%. وفي حالة المتوسط (متوسط إنتاج الدولة من القمح مثلاً) يحدد الخطأ بقيمة مطلقة معينة كأن يقع المتوسط في مدى ± 10 كغم عند مستوى ثقة معين (95% مثلاً)؛
- $\left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)$ القيمة المعيارية التي تقابل مستوى ثقة معين والتي تستخرج من جداول التوزيع الطبيعي المعياري،

في الدراسات التجريبية والارتباطية؛ يجب أن لا يقل حجم العينة عن 30.

في الدراسات المقارنة؛ يجب أن لا يقل عدد أفراد العينة في كل مجموعة عن 10 أفراد.

في الدراسات التي تعتمد على تقدير المتوسط أو نسبة صفة في المجتمع

نميز ما يلي:

لتقدير متوسط المجتمع: يتم تحديد حجم العينة كما يلي: **علما أن حجم المجتمع مجهول**

$$n = \left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{e}\right)^2$$

حيث يتوجب علينا معرفة مستوى الدلالة المسموح به (α)، والانحراف المعياري σ ومستوى الخطأ المسموح به e .

تجدر الإشارة إلى أن هذه الصيغة تستخدم في الدراسات التي تعتمد على عينات غير مستقلة، وفي حالة العينات المستقلة فإن حجم العينة يحدد كما يلي:

$$n = (2)\left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{e}\right)^2$$

لتقدير النسبة المئوية: يتم تحديد حجم العينة كما يلي:

$$n = \frac{\left(z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 P(1-P)}{e^2}$$

حيث يتوجب علينا معرفة مستوى الدلالة المسموح به (α)، ومستوى الخطأ المسموح به e ، نسبة تواجد الظاهرة في المجتمع p هذه الأخير يتم الحصول عليها من خلال الدراسات السابقة أو دراسة تجريبية، فإن تعذر ذلك فإننا نقدرها بـ 0.5.

علما أن:

- p النسبة المقدرة لخاصية معينة التي تتناولها الدراسة وهي تحدد من دراسات ومعرفة سابقة لتكرار حدوث الخاصية المحددة أو من خلال عينة عشوائية استقصائية *Pilot survey* ويمكن إعتبارها فيما بعد كجزء من حجم العينة الضروري المحسوب؛
- q المكمل للنسبة وتساوي $(1-p)$ وتمثل نسبة من لا تتوفر فيهم الخاصية المعينة.

من المعلوم وبشكل عام أنه كلما زادت درجة الثقة زاد حجم العينة، أي أن هناك علاقة طردية بين درجة الثقة وحجم العينة، كما أن هناك علاقة عكسية بين مستوى الدلالة وحجم العينة، حيث تعطى أهم الدرجات المعيارية $\left(Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)$ عند مستويات الدلالة (α) كمايلي:

الجدول رقم (02): درجات معيارية للتوزيع الطبيعي عند مستويات دلالة شائعة الإستخدام

مستوى المعنوية (α)	الدرجة المعيارية $\left(Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)$
1%	2.575
5%	1.96
10%	1.645

المصدر: من الملحق رقم 01

مثال رقم09: لدراسة مدى إختلاف متوسطين حول ظاهرة اقتصادية ما لعينة غير مستقلة ذات وسط u، قدر اقتصادي الانحراف المعياري بـ: $\sigma=4$ (دراسات سابقة). إذا اعتبرنا أن هذا التقدير صحيح كم يكون حجم العينة عند مستوى معنوية (α=5) ثم (α=10%) علما أن الخطأ المسموح به لا يزيد عن 1.

حجم العينة عند مستوى 5% هو:

$$n = \left(z_{1-\frac{0.05}{2}}\right)^2 \frac{\sigma^2}{e^2} = (1.96)^2 (\frac{16}{1})^2 \cong 984$$

حجم العينة عند مستوى 10 % هو:

$$n = \left(z_{1-\frac{0.1}{2}}\right)^2 \frac{\sigma^2}{e^2} = (1.645)^2 (16)^2 \cong 693$$

يلاحظ أنه كلما زادت درجة الثقة زاد حجم العينة. أي أن هناك علاقة طردية بين درجة الثقة وحجم العينة، كما أن هناك علاقة عكسية بين مستوى المعنوية وحجم العينة.

مثال رقم10: بنفس معطيات المثال السابق، كم يكون حجم العينة عند مستوى معنوية (α=10%) علما أن الدراسة موجهة لعينتين مستقلة.

حجم العينة عند مستوى 10 % هو:

$$n = 2\left(z_{1-\frac{0.1}{2}}\right)^2 \frac{\sigma^2}{e^2} = 2(1.645)^2 (16)^2 \cong 1386$$

مثال رقم11: كم يكون حجم العينة المناسب لدراسة ظاهرة اجتماعية ما عند مستوى معنوية (α=10%) علما أن الخطأ المسموح به لا يزيد عن 5%.

$$n = \frac{(1.645)^2(0.5)(0.5)}{(0.05)^2} = 271$$

مثال رقم12: ما هو مقدار الخطأ المسموح به لدراسة ما عند مستوى معنوية (α=5%)، علما أن حجم العينة يساوي 30 وحجم المجتمع هو 800، والانحراف المعياري بـ: σ=4.

الخطأ المسموح به هو:

$$|\mathrm{e}| = (1.96)\frac{4}{\sqrt{6}} = \pm 1.43$$

الفصل الثاني:

توزيعات المعاينة

الفصل الثاني: توزيعات المعاينة

المعاينة هي علم وفن التحكم وقياس دقة المعلومات الإحصائية بإستخدام النظريات العلمية، كما أنها عملية إختيار جزء من المجتمع الإحصائي للإستدلال على خواص المجتمع بأكمله عن طريق تعميم نتائج العينة، وذلك بإستخدام بعض النظريات الرياضية، وليس مجرد إستخدام جزء من المجتمع بدلا من كله، وقد يعتقد البعض أن نتيجة المعاينة تكون دقة المعلومات فيها أقل مما هي عليه عند إستعمال المجتمع بأكمله، والحقيقة أنه إذا تم إختيار العينة بطريقة مناسبة وممثلة للمجتمع المدروس، فإن نتائجها لا تقل جودة ودقة عن الحصر الشامل إن لم تكن أفضل.

يخضع المجتمع الذي تؤخذ منه العينة لتوزيع معين وهو توزيع المجتمع الإحتمالي لمتغير عشوائي يمثل وحدات ذلك المجتمع، وإن التوزيع الإحتمالي للإحصاءة يدعى بتوزيع المعاينة لتلك الإحصاءة والممثل عادة بثوابت تعين هذا التوزيع تماما، وتسمى معلمات كالوسط الحسابي والإنحراف المعياري؛..إلخ.

1- بعض المصطلحات الضرورية في توزيعات المعاينة

في ما يلي أهم المصطلحات الواجب معرفتها في نظرية توزيعات المعاينة:

1-1- الإحصاءة

وهي قيمة رقمية تصف خاصية تعود للعينة، وتستخدم كتقدير لقيمة المعلمة في المجتمع؛

1-2- المعلمة

وهي قيمة رقمية تصف خاصية تعود للمجتمع، وتحسب بإستخدام بيانات المجتمع ككل؛

1-3- المعاينة

وهي الكيفية أو العملية التي تسمح بإختيار مجموعة فرعية من المجتمع الإحصائي للإستدلال على خواص المجتمع بأكمله عن طريق تعميم نتائج المجموعة الفرعية؛

1-4- المعاينة النفادية

تكون المعاينة نفاذية عندما يكون المجتمع محدود، أي في حالة السحب بدون إرجاع لأن المجتمع يتناقص مع تكرار ومواصلة السحب، إذ يستحيل أن تظهر مفردة في العينة أكثر من مرة، وفي هذه الحالة لا تكون نتائج السحب مستقلة؛

1-5- المعاينة غير النفادية

تكون المعاينة غير نفاذية عندما يكون المجتمع غير محدود، أي في حالة السحب بالإرجاع، وتسمى غير نفاذية لأنها لا تؤدي إلى نفاذ وزوال بيانات المجتمع، كما أن البيانات يمكن أن تظهر أكثر من مرة في العينة، وهنا تكون متغيرات العينة مستقلة ولها نفس التوزيع؛

1-6- توزيعات المعاينة

بافتراض أن لدينا مجتمع حجمه N مفردة، من هذا المجتمع يمكن إختيار مجموعة من العينات الممكنة حجم كل منها n مفردة، فإذا حسبنا من كل عينة تقديرا معينا فإننا سنتحصل

على مجتمع آخر لقيم هذا التقدير، ومن المتوقع أن لا تكون متساوية، وعلى ذلك فإن هذا المجتمع الجديد لقيم هذا التقدير يسمى بتوزيع المعاينة لتقدير العينة، وبهذا يمكن أن نعرف توزيع المعاينة لتقدير ما على أنه التوزيع الإحتمالي لمجتمع هذا التقدير.

مثال رقم13: مجتمع احصائي حجمه N=4 يمثل أسعار 4 مواد أساسية وهي كما يلي:

$$\Omega = \{16 .\ 18 . 22 .\ 24\}$$

المطلوب:

أ. أحسب وسط وتباين المجتمع؛

ب. بكم طريقة يمكن تشكيل عينة مكونة من n=2 عناصر، مع مراعاة السحب بدون إعادة والسحب مع الإعادة؛

ج. بافتراض أننا نرغب في اختيار عينة من طالبين:

- أحسب وسط وتباين العينة العشوائية البسيطة في حالة السحب مع الإعادة، وماذا تستنتج؛
- أحسب وسط وتباين العينة العشوائية البسيطة في حالة السحب بدون الإعادة، وماذا تستنتج؛

الحل:

أ- وسط وتباين المجتمع:

وسط المجتمع:

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{16+18+22+24}{4} = 20$$

تباين المجتمع:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i-\mu)}{N} = \frac{(-4)^2+(-2)^2+(2)^2+(4)^2}{4}$$
$$= 10$$

ب. حالات السحب الممكنة:

في حالة السحب مع الإعادة؛ فإن الحالات الممكنة:

$$\mathrm{N}^{\mathrm{n}} = 4^2 = 16$$

في حالة السحب بدون الإعادة؛ فإن الحالات الممكنة:

$$C_N^n = C_4^2 = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = 6$$

ج. حساب وسط وتباين العينة العشوائية البسيطة في حالة السحب مع وبدون إعادة:

- حساب وسط وتباين العينة العشوائية البسيطة في حالة السحب مع الإعادة:

لحساب وسط متوسط العينات الممكنة ننشئ الجدول الموالي:

جدول حساب: $\bar{X}$

	16	18	22	24	Σ
16	16	17	19	20	72
18	17	18	20	21	76
22	19	20	22	23	84
24	20	21	23	24	88
Σ	72	76	84	88	320

$$E(\bar{x}) = \frac{\sum \bar{x}_i}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{320}{16} = 20$$

يستنتج أن $E(\bar{x}) = \mu = 20$ وهذا ما يعنى أن التقدير $\bar{x}$ غير متحيز

لحساب وسط متوسط العينات الممكنة ننشئ الجدول التالي:

جدول حساب: $\sum\left(\bar{X} - E(\bar{X})\right)^2$

	16	18	22	24	Σ
16	16	9	1	0	26
18	9	4	0	1	14
22	1	0	4	9	14
24	0	1	9	16	26
Σ	26	14	14	26	80

$$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sum\left(\bar{X} - E(\bar{X})\right)^{2}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{80}{16} = 5$$

يستنتج أن $\sigma_{\bar{x}}^{2} = 5 = \frac{10}{2} = \frac{\sigma^{2}}{n}$ وهذا ما يعني أن لتقدير $\bar{x}$ فعال

– حساب وسط وتباين العينة العشوائية البسيطة في حالة السحب بدون إعادة:

لحساب وسط متوسط العينات الممكنة ننشئ الجدول التالي:

جدول حساب: $\bar{X}$

	16	18	22	24	$\sum$
16		17	19	20	56
18			20	21	41
22				23	23
24					00
$\sum$	00	17	39	64	120

$$E(\bar{x}) = \frac{\sum \bar{x}_{i}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{120}{6} = 20$$

يستنتج أن $E(\bar{x}) = \mu = 20$ وهذا ما يعنى أن التقدير $\bar{x}$ غير متحيز

لحساب وسط متوسط العينات الممكنة ننشئ الجدول الموالي:

جدول حساب: $\sum\left(\bar{X}-E(\bar{X})\right)^2$

	16	18	22	24	$\sum$
16		9	1	0	10
18			0	1	01
22				9	09
24					00
$\sum$	00	09	01	10	20

$$\sigma_{\bar{x}}^2=\frac{\sum\left(\bar{X}-E(\bar{X})\right)^2}{\text{الحالات الممكنة}}=\frac{20}{6}=\frac{(10)(2)}{(2)(3)}=\frac{(\sigma^2)(2)}{(n)(3)}$$

$$=3.33$$

يستنتج أن $\sigma_{\bar{x}}^2=3.33=\left(\frac{10}{2}\right)\left(\frac{4-2}{4-1}\right)=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ وهذا ما يعني أن التقدير$\bar{X}$ فعال.

حيث تسمى النسبة $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ بمعامل الإرجاع.

من خلال الإستنتجات السابقة، يمكن وصياغة النظرية الآتية:

نظرية رقم 01:

إذا كان لدينا مجتمع إحصائي (x) يخضع لتوزيع وسطه ، وتباينه σ^2، وكان $\bar{x}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n والمسحوبة من هذا المجتمع، فإن القيمة المتوقعة لهذا

الوسط هي: $E(\bar{x}) = \mu$، أي أن الوسط الحسابي لـ $\bar{x}$ هو عبارة عن الوسط الحسابي لجميع الأوساط الحسابية للعينات الممكنة التي سحبت من المجتمع، أما تباين $\bar{x}$ هو: $\frac{\sigma^2}{n} = \sigma_{\bar{x}}^2$، أي أن تباين توزيع معاينة $\bar{x}$ هو عبارة عن نصف تباين المجتمع، شريطة أن يكون السحب مع الإعادة، أو المجتمع غير محدود.

علما أنه في حالة السحب بدون إعادة فإن تباين $\bar{x}$ هو: $\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \sigma_{\bar{x}}^2$

ملاحظة: تسمى النسبة $\left(\frac{n}{N}\right)$ بمعامل الإستقصاء، فعندما تكون هذه النسبة أقل من 0.05 أي $\left(\left(\frac{n}{N}\right) < 0.05\right)$ فإنه يتم إهمال قيمة معامل الإرجاع $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ في علاقة التباين.

مثال رقم17: سحبت عينة عشوائية من مجتمع غير محدود وسطه $\mu = 84$، وتباينه $\sigma^2 = 30$، فإذا كان حجم العينة 8، أوجد: $E(\bar{x})$ و $\sigma_{\bar{x}}^2$.

من النظرية رقم 01، فإن القيمة المتوقعة للوسط $\bar{x}$ هي: $E(\bar{x}) = \mu = 84$

أما تباين $\bar{x}$ هو: $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = 3,75$

إذا فإن توزيع المعاينة هو:

$$\bar{x} \sim N\left(84, \sqrt{3,75}\right)$$

مثال رقم14: سحبت عينة عشوائية من مجتمع حجمه 200 وسطه $\mu = 75$، وتباينه $\sigma^2 = 4$، أوجد: $E(\bar{x})$ و $\sigma^2_{\bar{x}}$ في حالة حجم العينة يساوي 9، ثم في حالة حجم العينة يساوي 16.

- **إذا كان حجم العينة يساوي 9**

من النظرية رقم 01، فإن القيمة المتوقعة للوسط $\bar{x}$ هي: $E(\bar{x}) = \mu = 75$

بما أن المجتمع محدود فنحسب معامل الإستقصاء ونقارنها بـ 0.05 كما يلي:

$$\left(\left(\frac{9}{200} = 0.045\right) < 0.05\right)$$

فإنه يتم إهمال قيمة معامل الإرجاع $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ في علاقة التباين، وبالتالي تباين $\bar{x}$ هو:

$$\sigma^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} = 0.44$$

إذا فإن توزيع المعاينة هو:

$$\bar{x} \sim N\left(75, \sqrt{0.44}\right)$$

- **إذا كان حجم العينة يساوي 16**

من النظرية رقم 01، فإن القيمة المتوقعة للوسط $\bar{x}$ هي: $E(\bar{x}) = \mu = 75$

بما أن المجتمع محدود فنحسب معامل الإستقصاء ونقارنها بـ 0.05 كما يلي:

$$\left(\left(\frac{16}{200} = 0.08\right) > 0.05\right)$$

فإنه يتم الأخذ بعين الإعتبار قيمة معامل الإرجاع $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ في علاقة التباين، وبالتالي تباين $\bar{x}$ هو:

$$\sigma_{\bar{x}}^2=\left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)=\left(\frac{4}{16}\right)\left(\frac{200-16}{200-1}\right)=0.23$$

إذا فإن توزيع المعاينة هو:

$$\bar{x}\sim N\left(75,\sqrt{0.23}\right)$$

وفيما يلي سيتم التطرق إلى طبيعة توزيع معاينة وسط المجتمع μ.

2- توزيع معاينة وسط مجتمع μ .

بافتراض أن لدينا مجتمع حجمه N مفردة تتبع توزيعا إحتماليا معينا، اخترنا عينة حجمها n، وحسبنا وسطها الحسابي $\overline{x_1}$، ثم اخترنا عينة أخرى لها نفس الحجم وحسبنا وسطها الحسابي $\overline{x_2}$ ثم اخترنا عينة أخرى وهكذا بالنسبة لجميع العينات التي يمكن اختيارها من المجتمع، وفي الأخير سنحصل على عدد كبير من القيم للوسط الحسابي $\bar{x}$ لا نتوقع أن تكون متساوية، وعلى ذلك فإن هذا المجتمع الجديد يسمى بتوزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة.

يعتمد شكل ونوع التوزيع الإحتمالي لهذا المجتمع على توزيع المجتمع الأصلي الذي اختيرت منه هذه العينات العشوائية، والنظرية الآتية تعطي التوزيع الإحتمالي لمجتمع المتوسطات الحسابية للعينات العشوائية الكبيرة.

نظرية رقم 02: نظرية النهاية المركزية (تقارب التوزيعات)

إذا كان لدينا مجتمع غير محدود $(n \geq 30)$ مفرداته x_i تتبع توزيعا إحتماليا متوسطه u وإنحرافه المعياري σ، سحبنا من هذا المجتمع عينات عشوائية حجم كل منها (n)، وكانت (n) كبيرة الحجم $(n \geq 30)$، فإن الوسط الحسابي لهذه العينات $\bar{x}$ هو الآخر يتبع تقريبا توزيعا طبيعيا له الخصائص التالية:

$$\begin{cases} E(\bar{x}) = u \\ \sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{cases}$$

حيث أن المتغير الطبيعي z للوسط $\bar{x}$ يكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{\bar{x} - u}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(u, \sigma/\sqrt{n})$$

أما في حالة العينة الصغيرة $(n < 30)$ فإنه لا يمكن تطبيق هذه النظرية وعليه فإن الوسط الحسابي لهذه العينات يتبع لتوزيع ستودنت t بدرجة حرية $n-1$. ويكتب على الشكل:

$$\frac{\bar{x} - u}{s/\sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}$$

حيث أن s هو الانحراف المعياري للعينة (كون أن σ مجهولة).

ملاحظة:

في الحالات العملية يمكن حساب أي احتمال لمتغير عشوائي يتبع للتوزيع الطبيعي، حيث أن من خصائص هذا التوزيع التماثل وبالتالي فإن:

$$p(A \leq X \leq B) = p(X \leq B) - p(X \leq A)$$

$$p(X \leq -A) = p(X \geq A) = 1 - p(X \leq A)$$

مثال رقم15: إذا كان طول الطلبة بجامعة تبسة يتبع توزيعا طبيعيا متوسطه $\mu = 170$ وإنحرافه المعياري $\sigma = 16$ متر.

أ. إخترنا طالبا عشوائيا فما إحتمال أن يقل طوله عن 166 متر؟؛

ب. سحبت عينة مكونة من $n=64$ طالب، فما هو إحتمال:

- أن يكون متوسط الطول أقل من 172 متر؟؛
- أن يكون متوسط الطول أكبر من 172 متر؟.

الحل: لدينا: $\mu = 170$ ، $\sigma = 16$

أ. إحتمال أن يقل طول الطالب عن 166 متر هو:

$$P(X \leq 166) = P\left(Z \leq \frac{166 - \mu}{\sigma}\right)$$
$$= P\left(Z \leq \frac{166 - 170}{16}\right) = P(Z \leq -0.25)$$
$$= 1 - P(Z \leq 0.25) = 1 - 0.59871 = 0.40129$$

ب. لدينا: $n=64$

- إحتمال أن يكون متوسط الطول أقل من 172 متر هو:

$$P(\bar{X} \leq 172) = P\left(Z \leq \frac{172 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{172 - 170}{16/\sqrt{64}}\right) = P(Z \leq 1)$$

$$= 0.84134$$

- إحتمال أن يكون متوسط الطول أكبر من 172 متر هو:

$$P(\bar{X} > 172) = P\left(Z > \frac{172 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{172 - 170}{16/\sqrt{64}}\right) = P(Z > 1)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.84134 = 0.15866$$

مثال رقم16: إذا كان متوسط دخل الفرد الشهري للأسرة في إحدى ولايات الوطن هو $\mu =$ 40000 دينار جزائري وإنحرافه المعياري $\sigma = 10000$ دينار جزائري، أختيرت عينة حجمها $n=100$ أسرة، فما هو إحتمال:

أ. أن يقل متوسط دخل الأسرة في العينة عن 38000 دينار جزائري؟؛

ب. أن يزيد متوسط دخل الأسرة في العينة عن 41500 دينار جزائري؟؛

ت. أن يتراوح متوسط دخل الأسرة في العينة بين 39000 و 42000 دينار جزائري؟.

الحل: لدينا: $\mu = 40000$ ، $\sigma = 10000$ ، $n=100$

أ. احتمال أن يقل متوسط دخل الأسرة في العينة عن 38000 دينار جزائري هو:

$$P(\bar{X} \leq 38000) = P\left(Z \leq \frac{38000 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{38000 - 40000}{10000/\sqrt{100}}\right)$$

$$= P(Z \leq -2)$$

$$= 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0.97725 = 0.02275$$

ب. إحتمال أن يزيد متوسط دخل الأسرة في العينة عن 41500 دينار جزائري هو:

$$P(\bar{X} > 41500) = P\left(Z > \frac{41500 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

$$P(\bar{X} > 41500) = P\left(Z > \frac{41500 - 40000}{10000/\sqrt{100}}\right)$$
$$= P(Z > 1.5)$$
$$= 1 - P(Z \leq 1.5) = 1 - 0.93319 = 0.06681$$

ت. إحتمال أن يتراوح متوسط دخل الأسرة في العينة بين 39000 و 42000 دينار جزائري هو:

$$P(39000 \leq \bar{X} \leq 42000)$$
$$= P(\bar{X} \leq 42000) - P(\bar{X} \leq 39000)$$
$$= P\left(Z \leq \frac{42000 - 40000}{10000/\sqrt{100}}\right)$$
$$- P\left(Z \leq \frac{39000 - 40000}{10000/\sqrt{100}}\right)$$
$$= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1)$$
$$= 0.97725 - [1 - P(Z \leq 1)]$$
$$= 0.97725 - [1 - 0.84134]$$
$$= 0.81859$$

3- توزيع معاينة الفرق بين وسطين

بافتراض أن لدينا مجتمعين يتبعان للتوزيع الطبيعي، وتم إختيار عينة حجمها من المجتمع الأول الذي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 وعينة ثانية من المجتمع الثاني الذي وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 وبفرض أن العينتين مستقلتين عن بعضهما البعض، ورمزنا لوسط العينة الأولى بـ $\overline{X_1}$ ووسط العينة الثانية بـ $\overline{X_2}$، فإن توزيع المعاينة للفرق بين متوسطيهما $(\overline{X_1}-\overline{X_2})$ يتبع إحدى الحالتين:

- **الحالة الأولى: عند عينتين كبيرتين، أي أن:** $\boldsymbol{n_1 \geq 30}$، و $\boldsymbol{n_2 \geq 30}$

يخضع توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين $(\overline{X_1}-\overline{X_2})$ للتوزيع الطبيعي المعياري، بوسط مساوي للصفر وإنحراف معياري يساوي الواحد، أي أن:

$$\begin{cases} E(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=(u_1-u_2) \\ \sigma^2_{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)}=\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2} \end{cases}$$

وبالتالي فإن المتغير الطبيعي z للفرق بين متوسطين يكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{E(\bar{x}_1-\bar{x}_2)-(u_1-u_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$$

ملاحظة: عندما يكون تباين المجتمع مجهول نقدر القيمة $\frac{\sigma_i^2}{n_i}$ بتباين العينة $\frac{{\sigma_{\bar{x}_i}}^2}{n_i-1}$.

- **الحالة الثانية: عند عينتين صغيرتين، أي أن: $n_1 < 30$، و $n_2 < 30$**

يخضع توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين $(\overline{X_1} - \overline{X_2})$ لتوزيع ستيودنت بدرجة حرية $(n_1 + n_2 - 2)$ ويكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (u_1 - u_2)}{\sqrt{\frac{n_1 {\sigma_{\bar{x}_1}}^2 + n_2 {\sigma_{\bar{x}_2}}^2}{(n_1 + n_2 - 2)} + \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$$

مثال رقم17: بإفتراض أن لدينا مجتمعين طبيعيين، ولدينا المعلومات الإحصائية التالية: $(u_1 = u_2)$، $\sigma_1^2 = \frac{3\sigma_2^2}{2} = 6$، وعند سحب عينتين حجم كل منها 40، نريد حساب إحتمال أن تكون القيمة المطلقة للفرق بين الوسطين الحسابيين للعينتين أقل من 0.6

- إحتمال أن تكون القيمة المطلقة للفرق بين الوسطين الحسابيين للعينتين أقل من 0.6 هو:

$$P(|E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)| \leq 0.6) = P\left(Z \leq \frac{|0.6| - (u_1 - u_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\right)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{0.6 - 0}{\sqrt{\frac{6}{40} + \frac{4}{40}}}\right) = P(Z \leq 1.2) = 0.8849$$

4– توزيع معاينة نسبة صفة في p

إذا كانت نسبة وجود صفة معينة في المجتمع هي p، واخترنا عينة عشوائية حجمها nمفردة، ووجدنا أن نسبة هذه الصفة في العينة هي $\hat{p}$، وإذا اخترنا عينات أخرى متساوية في الحجم، وحجم كل منها n مفردة، وحسبنا نسبة الصفة في كل عينة $\hat{p}$، فإننا نجدها تتغير من عينة إلى أخرى، بمعنى أنه متغير عشوائي له توزيع معاينة تحدده النظرية الآتية:

نظرية رقم 03:

إذا كانت p تمثل نسبة صفة في مجتمع غير محدود وسحبنا من هذا المجتمع عينات عشوائية حجم كل منها n، وكانت n كبيرة $(n \geq 30)$، فإن $\hat{p}$ التي تمثل نسبة الصفة في العينة العشوائية تعتبر متغيرا عشوائيا يتبع تقريبا توزيعا طبيعيا له الخصائص الآتية:

$$\begin{cases} E(\hat{p}) = p \\ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} \end{cases}$$

علما أن $p+q=1$

وبالتالي فإن المتغير الطبيعي z للنسبة $\hat{p}$ يكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{\mathrm{n}}}\right)$$

ملاحظة: تمثل p نسبة الظاهرة المدروسة، وفي الحالات العملية يتم حساب الإحتمال وفق الصيغة الآتية:

$$p(\hat{p} \leq A°) = p(Z \leq \frac{A° - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}})$$

مثال رقم18: إذا كانت نسبة المصابيح التالفة التي ينتجها أحد المصانع هي *%3*، إشترى شخص 400 مصباح كهربائي من هذا المصنع.

أ- أحسب متوسط نسبة المصابيح التالفة والإنحراف المعياري للعينة؛

ب- ما هو إحتمال أن يجد من بينها 20 مصباح على الأقل تالفة؟.

الحل: لدينا: $n=400\,,\ p = 0.03 \ \Rightarrow q = 1 - 0.03 = 0.97$

- متوسط نسبة المصابيح التالفة والإنحراف المعياري للعينة يحسب كمايلي:

$$\begin{cases} E(\hat{p}) = p = 0.03 \\ \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{pq}{n}} = \sqrt{\dfrac{(0.03)(0.97)}{400}} = 0.0085 \end{cases}$$

- إحتمال أن يجد 20 مصباح $\left(\hat{p} = \frac{20}{400} = 0.05 : \text{أي أن}\right)$على الأقل تالفة هو:

$$P(\hat{p} > 0.05) = P\left(Z > \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{0.05 - 0.03}{\sqrt{\frac{(0.03)(0.97)}{400}}}\right)$$

$$= P(Z > 2.34)$$

$$= 1 - P(Z \leq 2.34) = 1 - 0.99036 = 0.00964$$

مثال رقم19: إذا كان لدينا نسبة غياب الموظفين عن العمل بالجامعة هي 3% اخترنا عينة عشوائية مكونة من 200 موظف بالجامعة.

1- ما هو إحتمال أن يكون من بينهم 8 موظفين على الأكثر غائبين؟

2- ما هو إحتمال أن يكون من بينهم 8 موظفين على الأقل غائبين؟

الحل: لدينا: *n=200, p=0.03, q=0.97,* $\hat{p} = \frac{8}{200} = 0.04$

- إحتمال أن يكون من بينهم 8 موظفين على الأكثر غائبين هو:

$$p(\hat{p} < 0.04) = p\left(Z < \frac{0.04 - 0.03}{\sqrt{\frac{(0.03)(0.97)}{200}}}\right)$$

$$= p\left(Z < \frac{0.01}{0.012}\right) = p(Z < 0.82)$$

$$= 0.7938$$

- إحتمال أن يكون من بينهم 8 موظفين : $\left(\hat{p} = \frac{8}{200} = 0.04\right.$ أي أنعلى الأكثر غائبين هو:)

$$P(\hat{p} > 0.04) = P\left(Z > \frac{0.04 - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right)$$

$$= P\left(Z > \frac{0.04 - 0.03}{\sqrt{\frac{(0.03)(0.97)}{200}}}\right)$$

$$= P(Z > 0.82)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.82) = 1 - 0.7938 = 0.2062$$

ويمكن إستنتاج هذا الإحتمال من السؤال الأول، كما يلي:

$$p(\hat{p} > 0.04) = p(Z > 0.82) = 1 - p(Z < 0.82)$$
$$= 1 - 0.7938 = 0.2062$$

5- توزيع معاينة الفرق بين نسبتين

بإفتراض أننا سحبنا عينتان عشوئيتان كبيرتان حجمهما n_1, n_2 من مجتمعين مستقلين، وحسبنا نسبة صفة معينة في كل عينة $\hat{p}_1, \hat{p}_2$، فإن الفرق بين نسبة الصفتين $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$ تخضع تقريبا لتوزيع طبيعي له الخصائص التالية:

$$\begin{cases} (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = (p_1 - p_2) \\ \sigma_{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)} = \sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}} \end{cases}$$

وبالتالي فإن المتغير الطبيعي z للفرق بين النسبتين $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$ يكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\dfrac{p_1 q_1}{n_1} + \dfrac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

مثال رقم20: إذا كانت نسبة نجاح الإناث قسم المالية والمحاسبة تساوي 80 %، بينما نسبة نجاح الذكور 75 %، سحبت عينة عشوائية حجمها 70 من الإناث، وعينة أخرى حجمها 35 من الذكور. فما هو احتمال:

أ- أن تزيد نسبة نجاح الإناث عن نسبة نجاح الذكور بـ 10%على الأكثر؛

ب- أن تزيد نسبة نجاح الذكور عن نسبة نجاح الإناث بـ 10 %على الأكثر.

الحل: لدينا: $p_1 = 0.8$ ،$p_1 = 0.75$ ،$q_1 = 0.2$ ،$q_1 = 0.25$ ،$n_1 = 70, n_2 = 35$

- إحتمال أن تزيد نسبة نجاح الإناث عن نسبة نجاح الذكور $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) =$ 0.1 على الأكثر هو:

$$P\left((\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \leq 0.1\right) = P\left(Z \leq \frac{0.1 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}}\right)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{0.1 - (0.8 - 0.75)}{\sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{70} + \frac{(0.75)(0.25)}{35}}}\right)$$

$$= P(Z \leq 0.57) = 0.7156$$

- إحتمال أن تزيد نسبة نجاح الذكور عن نسبة نجاح الإناث $(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) =$ 0.1 على الأكثر هو:

$$P\left((\hat{p}_2 - \hat{p}_1) \leq 0.1\right) = P\left(Z \leq \frac{0.1 - (p_2 - p_1)}{\sqrt{\frac{p_2 q_2}{n_2} + \frac{p_1 q_1}{n_1}}}\right)$$

$$P\left((\hat{p}_2-\hat{p}_1)\leq 0.1\right)=P\left(Z\leq\frac{0.1-(0.75-0.8)}{\sqrt{\frac{(0.8)(0.2)}{70}+\frac{(0.75)(0.25)}{35}}}\right)=P(Z\leq 1.71)=0.9563$$

6- توزيع معاينة تباين المجتمع σ^2

بافتراض أن لدينا مجتمع حجمه N مفردة تتبع توزيعا طبيعيا، اخترنا عينة حجمها n، وحسبنا وتباينها $\sigma^2_{\bar{x}_1}$، ثم اخترنا عينة أخرى لها نفس الحجم وحسبنا وتباينها $\sigma^2_{\bar{x}_2}$ ثم اخترنا عينة أخرى وهكذا بالنسبة لجميع العينات التي يمكن إختيارها من المجتمع، وفي الأخير سنحصل على عدد كبير من القيم للتباين $\sigma^2_{\bar{x}}$ لا نتوقع أن تكون متساوية، وعلى ذلك فإن هذا المجتمع الجديد يسمى بتوزيع المعاينة لتباين للعينة، أي أنه متغير عشوائي له توزيع معاينة تحدده النظرية الآتية:

نظرية رقم 04:

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع طبيعي متوسطهμ وتباينه σ^2 فإن:

$$\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}{}^2}{\sigma^2}\sim X^2{}_{n-1}$$

وذلك لأن مجموع مربعات التوزيع الطبيعي تتبع لتوزيع كاي تربيع بدرجة حرية $n-1$.

مثال رقم21: أخدت عينة عشوائية حجمها 10 من توزيع طبيعي $N(\mu, 9)$، نريد معرفة إحتمال أن يكون تباين العينة أقل من 11.38.

الحل: لدينا: $\sigma^2 = 9$ ، $n=10$

- إحتمال أن يقل التباين في العينة عن 10.25 هو:

$$P\left(\sigma_{\bar{x}}^2 \leq 10.6\right) = P\left(X^2 \leq \frac{(n-1){\sigma_{\bar{x}}}^2}{\sigma^2}\right)$$

$$= P\left(X^2 \leq \frac{(9)(11.38)}{9}\right)$$

$$= P(X^2 \leq 11.38)$$

وبالرجوع إلى جدول كاي تربيع بدرجة حرية n-1 أي (9=1-10)، نجد:

$$P(X^2 \leq 11.38) = 0.75$$

7- توزيع معاينة الفرق بين تباينين

للمقارنة بين تبايني مجتمعين فإننا نحتاج النسبة بين تبايني عينتين مأخوذتين من هذين المجتمعين وسنعطي توزيع هذه النسبة في حالة المعاينة من مجتمعين طبيعيين مستقلين، والنظرية التالية تتناول توزيع المعاينة للنسبة بين تباينين:

نظرية رقم 05:

ليكن S_1^2 تباين عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$، وليكن S_2^2 تباين عينة عشوائية حجمها n_2 من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقل عن الأول، فإن:

$$\frac{s_1^2 / s_2^2}{\sigma_1^2 / \sigma_2^2} = \frac{s_1^2 / \sigma_2^2}{s_2^2 / \sigma_1^2} \sim \mathrm{F}_{((1-\alpha)\,;(n_1-1),(n_2-1))}$$

فهي تتبع لتوزيع فيشر بدرجتي حرية $(n_1-1),(n_2-1)$ عند درجة ثقة $(1-\alpha)$.

مثال رقم22: أخذت عينة عشوائية حجمها 11 من توزيع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$، وأخذت عينة عشوائية حجمها 16 من توزيع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقل عن الأول، أوجد: $P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} > 2.54\right)$ و $P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} > 3.8\right)$

الحل: لدينا درجتي الحرية $(n_1 - 1) = 10, (n_2 - 1) = 15$ ومن خلال جدول فيشر نجد:

$$P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} > 2.54\right) = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} > 3.8\right) = 1 - 0.99 = 0.01$$

الفصل الثالث:
نظرية التقدير

الفصل الثالث: نظرية التقدير

الهدف الأساسي من دراسة أي مجتمع هو إيجاد تقدير كاستدلال لبعض خصائصه أو معالمه، وغالبا ما تكون هذه المعالم مجهولة في تقديرها، وبما أن العينة تعتبر صورة مصغرة من المجتمع، فإننا نلجأ إلى حساب ما يقابل معالم المجتمع باستخدام بيانات العينة، فمثلا يمكن استخدام $\bar{x}$ لتقدير u.

تعطى لنا المقاييس المستخرجة من العينة والمستخدمة لتقدير المعلمة المقابلة لها في المجتمع قيمة عددية وحيدة وهو ما يعرف بالتقدير بنقطة، وبما أن العينات المختلفة التي لها نفس الحجم تعطينا تقديرات مختلفة، فإن هناك فروق بين المعلمة والتقدير، وهذا ما يسمى بخطأ التقدير.

نادرا ما يساوي التقدير بنقطة المعلمة التي نرغب في تقديرها، لذلك فإننا نحدد فترة تحتوي على مجموعة من القيم تتضمن فيما بينها قيمة معلمة المجتمع، وتسمى هذه الفترة بفترة الثقة، كما أن احتمال وقوع المعلمة في هذه الفترة يسمى بدرجة الثقة، ونرمز لها بالرمز $1-\alpha$، ومكمل هذه القيمة يسمى مستوى المعنوية ونرمز لها بالرمز α. فمثلا إذا كانت درجة الثقة 99% فإن مستوى المعنوية يساوي 1%.

1- بعض المصطلحات الضرورية في نظرية التقدير

في ما يلي أهم المصطلحات الواجب معرفتها في نظرية توزيعات المعاينة:

1-1- المقدر

وهو صيغة رياضية تستخدم في تقدير أو قياس قيمة معلمة من خلال بيانات المجتمع، فمثلا: مقدر الوسط الحسابي هو: $\bar{x} = \sum x_i / N$، ومقدر الإنحراف المعياري هو:

$$\sigma = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / N}.$$

1-2- التقدير

وهو قيمة عددية للمقدر، فمثلا: $\bar{x} = 20$.

1-3- التقدير بنقطة

وهو حساب قيمة عددية بإستخدام بيانات العينة كتقدير لمعلمة المجتمع، أي أن التقدير بنقطة هو قيمة تقدير واحدة.

1-3- التقدير بفترة

وهو تقدير مدى يقع داخله معلمة المجتمع، وهذا المدى يتراوح بين حدين؛ أدنى وأعلى، يسميان بحدي الثقة.

1-4- التقدير الجيد

وهو ذلك التقدير الأقرب من غيره إلى معلمة المجتمع، ومن خصائصه نجد:

- ✓ **عدم التحيز**: أي أن التوقع الرياضي للتقدير $\hat{\theta}$ يساوي التقدير نفسه θ ، ونكتب: $E(\hat{\theta}) = \theta$ أما إذا كان $E(\hat{\theta}) \neq \theta$ فأن التقدير $\hat{\theta}$ متحيز، أي أنه لا

يمثل التقدير تمثيلا صحيحا، فمثلا نقول عن التقدير $\bar{x}$ أنه غير متحيز للمقدر μ فيما إذا كان التوقع الرياضي لـ $\bar{x}$ يساوي متوسط المجتمع μ ، ونكتب: $E(\bar{x}) = \mu$.
وكمثال على هذا يمكن الرجوع إلى الإستنتاج المتوصل إليه في السؤال (ج) من المثال رقم 16 السابق، ص ص 30-31.

✓ **الإتساق**: أي إقتراب القيمة المقدرة $\hat{\theta}$ إلى قيمة المعلمة θ وخاصة كلما زاد حجم العينة، وكمثال نكتب: $\lim\limits_{n \to N} E(\bar{x}) = \mu$ و $\lim\limits_{n \to N} \sigma_{\bar{x}}^2 = 0$
فمن علاقة التباين المتوصل إليها في نفس الإستنتاج السابق والمطروح في السؤال (ج) من المثال رقم 16، نلاحظ أن : $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ وهذا ما يعني أن تباين العينة يقترب من الصفر عندما يقترب حجم العينة من ما لا نهاية، ولهذا نقول أن $\sigma_{\bar{x}}^2$ تقدير متسق لتباين المجتمع σ^2، وبما أنه يمتاز بأقل تشتت وأصغر تباين فهو فعال.

✓ **الكفاءة**: يعتبر المقدر كفء إذا توفرت فيه خاصية عدم التحيز وأقل تباين.

✓ **الكفاية**: التقدير الكافي هو التقدير الذي يستخدم كل معلومات العينة، ومنه فإنه لا يمكن إضافة أي جديد بإستخدام نفس العينة، فمثلا الوسط الحسابي مقدار كافي للنزعة المركزية، أما الوسيط فليس بالمقدار الكافي لأنه يخص القيمة الوسطى فقط خلاف الوسط الحسابي الذي يأخذ بعين الإعتبار جميع عناصر العينة.

2- تقدير متوسط المجتمع μ

نفترض أن لدينا مجتمع وسطه μ وإنحرافه المعياري σ، ونرغب في معرفة القيمة المجهولة لوسط المجتمع μ ولتحقيق ذلك نسحب من هذا المجتمع عينة حجمها n، ونحسب على التوالي الوسط الحسابي $\bar{x}$ و الانحراف المعياري $\sigma_{\bar{x}}$.

ونتعرض هنا إلى حالتين:

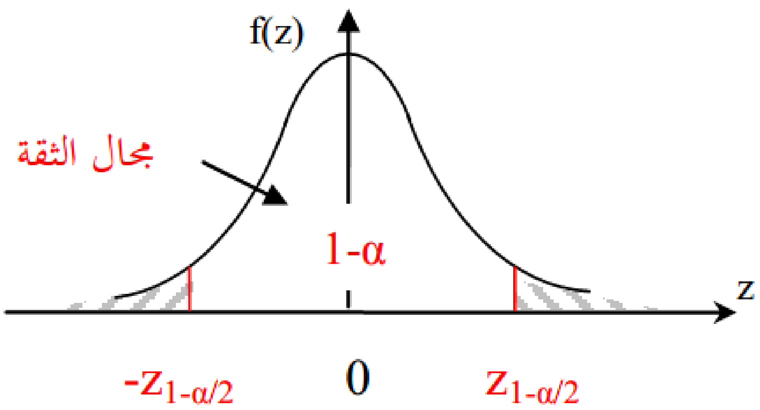
2-1- في حالة العينة الكبيرة $n \geq 30$

نعلم من نظرية النهاية المركزية أن المتغير الطبيعي z للوسط الحسابي $\bar{x}$ يكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{\bar{x} - u}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

ويمكن تمثيل هذا التوزيع كما يلي:

الشكل رقم (01): التمثيل البياني لحدود مجال الثقة $1 - \alpha$ لمتوسط المجتمع



ومن خصائص هذا التوزيع نجد:

$$p\left(-z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \leq \frac{\bar{x}-u}{\sigma/\sqrt{n}} \leq +z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right) = 1-\alpha$$

وبتبسيط هذه الصيغة نجد مجال الثقة للمتوسط المجتمع u كما يلي:

$$u \in \left[\bar{x} \pm z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1-\alpha$$

ملاحظات هامة:

أ- في حالة ما إذا كانت σ مجهولة، فإننا نستبدل الإنحراف المعياري للمجتمع σ بالإنحراف المعياري للعينة $\sigma_{\bar{x}}$ كما يلي:

$$\left(\frac{\widehat{\sigma}}{\sqrt{n}}\right) = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}$$

ب- تحدد قيمة $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$ حسب درجة الثقة (أو مستوى المعنوية) كما يلي:

- نحسب قيمة $p = \left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$

- نبحث عن قيمة p في وسط الجدول (جدول التوزيع الطبيعي).

- نقوم بإسقاطها على السطر الأول من الجدول والعمود الأول من الجدول ثم نجمع القيمتين الموجودتين في السطر الأول والعمود الأول والناتج هو قيمة $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$.

2-2- في حالة العينة الصغيرة $n < 30$

في هذه الحالة فإن الوسط الحسابي يتبع لتوزيع ستودنت t بدرجة حرية $n-1$. ويكتب بالصيغة الآتية:

$$\frac{\bar{x}-\mathrm{u}}{\sigma_{\bar{x}}/\sqrt{n-1}} \sim \mathrm{t}_{\mathrm{n}-1}$$

وبنفس الطريقة السابقة فإن مجال الثقة لمتوسط المجتمع يعطى بالصيغة الآتية:

$$u \in \left[\bar{x} \pm t_{n-1}\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1-\alpha$$

مثال رقم23: عند دراسة لأوزان 145 طالب بالكلية، كانت النتائج كما يلي: $\bar{X} = 67$، $\sigma_{\bar{X}}^2 = 36$.

المطلوب: إيجاد مجال الثقة لوسط وزن المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 5\%)$ ثم $(\alpha = 10\%)$.

الحل:

لدينا $n = 145$، $\bar{X} = 67$، $\sigma_{\bar{X}}^2 = 36 \Rightarrow \sigma_{\bar{X}} = 6$

أولا: عند مستوى معنوية $(\boldsymbol{\alpha = 5\%})$:

فإن $\alpha = 5\% \Rightarrow \rho = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975 \quad \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

- مجال الثقة لمتوسط وزن المجتمع هو:

$$\mu \in \left[\bar{x} \mp Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1 - \alpha \Rightarrow \mu \in \left[67 \mp (1.96) \frac{6}{\sqrt{145-1}}\right] = 1 - 0.05$$

$$\Rightarrow \mu \in \left[67 \mp (1.96)\left(\frac{6}{12}\right)\right] = 0.95 \Rightarrow \mu \in [67 \mp (0.98)] = 0.95 \Rightarrow \mu \in [66.02\,; 67.98] = 0.95$$

أي أن إذا أخذنا $\bar{X} = 67$ فإن μ سيكون داخل المجال بنسبة *95%*.

ثانيا: عند مستوى معنوية $(\boldsymbol{\alpha = 10\%})$:

فإن: $\alpha = 10\% \Rightarrow \rho = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.10}{2} = 0.95 \quad \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$

- مجال الثقة لمتوسط وزن المجتمع هو:

$$\mu \in \left[\bar{x} \mp Z_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1-\alpha \Rightarrow \mu \in \left[67 \mp (1.645) \frac{6}{\sqrt{145-1}}\right] = 1-0.1$$

$$\Rightarrow \mu \in \left[67 \mp (1.645)\left(\frac{6}{12}\right)\right] = 0.9 \Rightarrow \mu \in [67 \mp (0.82)] = 0.9 \Rightarrow \mu \in [66.18\,; 67.82] = 0.9$$

أي أن إذا أخدنا $\bar{X} = 67$ فإن μ سيكون داخل المجال بنسبة %90.

مثال رقم24: عند دراسة لأوزان سلع من إنتاج مصنع ما، أخدت عينة عشوائية مكونة من 10 سلع، فإذاكان الوسط الحسابي لوزن السلعة في العينة هو $\bar{X} = 10$ وإنحراف معياري $\sigma_{\bar{X}} = 2$، قدر بدرجة ثقة %95 مجال الثقة لمتوسط وزن السلعة من إنتاج المصنع كله.

الحل:

لدينا $n = 10$ ، $\sigma_{\bar{X}} = 2$ ، $\bar{X} = 10$

درجة ثقة %95 وبالتالي فإن مستوى معنوية يساوي $(\alpha = 5\%)$ وبما أن حجم العينة أقل من 30 نستخدم إختبار ستودنت بدرجة حرية $(n = 1)$ والتي تساوي $(t_9 = 2.26)$.

- مجال الثقة لمتوسط وزن السلعة من إنتاج المصنع كله هو:

$$\mu \in \left[\bar{x} \mp t_{(n-1)} \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1-\alpha \Rightarrow \mu \in \left[10 \mp (2.26) \frac{2}{\sqrt{10-1}}\right] = 1-0.05$$

$$\Rightarrow \mu \in \left[10 \mp (2.26)\left(\frac{2}{3}\right)\right] = 0.95 \Rightarrow \mu \in [10 \mp (1.5)] = 0.95 \Rightarrow \mu \in [8.5\,;11.5] = 0.95$$

أي أن إذا أخذنا $\bar{X} = 10$ فإن μ سيكون داخل المجال بنسبة %95.

3- تقدير نسبة صفة في المجتمع p

في بعض الأحيان يحاول الباحث تقدير نسبة صفة ما في المجتمع p من خلال تصنيفه إلى مجموعتين، ونظرا لصعوبة دراسة المجتمع ككل نلجأ إلى إختيار عينة منه ونتعرف عن نسبة الصفة في هذه العينة $\hat{p}$ والتي تمثل تقدير لنسبة صفة المجتمع p. ولمعرفة القيمة المجهولة لنسبة المجتمع p عند مستوى دلالة معينة نستخدم الصيغة الآتية:

$$p\left(-z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \leq \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \leq +z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right) = 1-\alpha$$

حيث أن:

$$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{\mathrm{n}}}} \sim N(0,1)$$

وبتبسيط هذه الصيغة نجد مجال الثقة لنسبة صفة المجتمع p كما يلي:

$$p \in \left[\hat{p} \pm z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\sqrt{\frac{pq}{\mathrm{n}}}\right] = 1-\alpha$$

مثال رقم25: عند دراسة نسبة الطلبة الموظفين في كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية بجامعة تبسة، تم إختيار عينة عشوائية مكونة من 100 طالب، فتبين أن من بينهم 20 طالب موظف، أوجد مجال الثقة لنسبة الطلبة الموظفين في الكلية عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$.

الحل:

لدينا $n = 100$ ، $\hat{p} = \frac{20}{100} = 0.2 \Rightarrow \hat{q} = 1 - 0.2 = 0.8$

$$\alpha = 10\% \Rightarrow \rho = 1-\frac{\alpha}{2} = 1-\frac{0.10}{2} = 0.95$$

$$\Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$$

- مجال الثقة لنسبة الطلبة الموظفين في الكلية هو:

$$p \in \left[\hat{p} \mp Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right] = 1-\alpha \Rightarrow p \in \left[0.2 \mp (1.645)\sqrt{\frac{(0.2)(0.8)}{100}}\right] = 1-0.10$$

$$\Rightarrow p \in [0.2 \mp (1.645)(0.04)] = 0.90$$

$$\Rightarrow p \in [0.2 \mp (0.0658)] = 0.90$$

$$\Rightarrow p \in [0.1342\,; 0.2658] = 0.90$$

أي أن إذا أخدنا $\hat{p} = 0.2$ فإن p سيكون داخل المجال بنسبة 90%.

مثال رقم26: سحبت عينة من مصنع لإنتاج قطع غيار السيارات حجمها 100 قطعة، وجد من بينها 10 قطع غير صالحة، أوجد بدرجة ثقة 95% مجال الثقة لنسبة القطع الغير صالحة من إنتاج المصنع كله.

الحل: لدينا $n = 100$، $\hat{p} = \frac{10}{100} = 0.1 \Rightarrow \hat{q} = 1 - 0.1 = 0.9$

درجة ثقة 95% وبالتالي فإن مستوى المعنوية يساوي $(\alpha = 5\%)$ ومنه يستنتج أن:

$$\alpha = 5\% \Rightarrow \rho = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

– مجال الثقة لنسبة القطع الغير صالحة من إنتاج المصنع كله هو:

$$p \in \left[\hat{p} \mp Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right] = 1-\alpha$$

$$\Rightarrow p \in \left[0.1 \mp (1.96)\sqrt{\frac{(0.1)(0.9)}{100}}\right] = 1-0.05$$

$$\Rightarrow p \in [0.1 \mp (0.0588)] = 0.95$$

$$\Rightarrow p \in [0.041\,; 0.158] = 0.95$$

أي أن إذا أخدنا $\hat{p} = 0.1$ فإن p سيكون داخل المجال بنسبة %95.

4– تقدير تباين المجتمع σ^2

عادة ما نرمز لتباين العينة بالرمز $\sigma_{\bar{x}}{}^2$ والذي يمثل تقديرا غير متحيز لتباين المجتمع σ^2، وإذا كان لدينا متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي وسطه u وتباينه مجهول فإن المتغير:

$$\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}{}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2{}_{n-1}$$

وذلك لأن مجموع مربعات التوزيع الطبيعي تتبع لتوزيع كاي مربع، ولمعرفة القيمة المجهولة لتباين المجتمع σ^2 عند مستوى معنوية α معينة نستخدم مجال الثقة الآتي:

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}{}^2}{\chi^2{}_{n-1(1-\frac{\alpha}{2})}}, \frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}{}^2}{\chi^2{}_{n-1(\frac{\alpha}{2})}}\right] = 1-\alpha$$

مثال رقم27: سحبت عينة من مجتمع احصائي حجمها 9، فإذا كان تباين العينة يساوي $\sigma_{\bar{X}}^2 = 1.5$، حدد مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$.

الحل:

لدينا $n = 9$ ، $\sigma_{\bar{X}}^2 = 1.5$

- مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$هو:

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}} \; ; \; \frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}\right] = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in \left[\frac{(1.5)(8)}{\chi^2_{(8),(0.95)}} \; ; \; \frac{(1.5)(8)}{\chi^2_{(8),(0.05)}}\right] = 1 - 0.1$$

$$\Rightarrow \; \sigma^2 \in \left[\frac{(1.5)(8)}{15.507} \; ; \; \frac{(1.5)(8)}{2.733}\right] = 0.9 \; \Rightarrow \; \sigma^2 \in [0.774 \; ; \; 4.39] = 0.9$$

أي أن إذا أخدنا $\sigma_{\bar{x}}^2 = 1.5$ فإن σ^2 سيكون داخل المجال بنسبة 90%.

مثال رقم28: تم إختيار عينة عشوائية من مجتمع احصائي مكونة *20* عنصر، فوجد أن إنحرافها المعياري يقدر بـ $\sigma_{\bar{x}} = 4$، أوجد مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 4\%)$ ثم $(\alpha = 2\%)$.

الحل:

لدينا $n = 20$ ، $\sigma_{\bar{X}} = 4 \Rightarrow \sigma_{\bar{X}}^2 = 16$

– **مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\boldsymbol{\alpha = 4\%})$هو**:

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}} ; \frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}\right] = 1-\alpha$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in \left[\frac{(16)(19)}{\chi^2_{(19),(0.98)}} ; \frac{(16)(19)}{\chi^2_{(19),(0.02)}}\right] = 0.96$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in \left[\frac{(16)(19)}{33.687} ; \frac{(16)(19)}{8.567}\right] = 0.96$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in [9.024 ; 35.485] = 0.96$$

أي أن إذا أخدنا $\sigma_{\bar{x}}^2 = 16$ فإن σ^2 سيكون داخل المجال بنسبة *%96*.

- مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 2\%)$هو:

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}} \; ; \; \frac{(n-1)\sigma_{\bar{x}}^2}{\chi^2_{(n-1),\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}\right] = 1-\alpha$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in \left[\frac{(16)(19)}{\chi^2_{(19),(0.99)}} \; ; \; \frac{(16)(19)}{\chi^2_{(19),(0.01)}}\right] = 0.98$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in \left[\frac{(16)(19)}{36.191} \; ; \; \frac{(16)(19)}{7.633}\right] = 0.98$$

$$\Rightarrow \sigma^2 \in [8.399 \; ; \; 39.827] = 0.98$$

أي أن إذا أخدنا $\sigma_{\bar{x}}^2 = 16$ فإن σ^2 سيكون داخل المجال بنسبة *%98*.

5- تقدير النسبة بين تباينين

إذا كانت لدينا عينة حجمها n_1 من مجتمع يتبع توزيعا طبيعيا وسطه u_1 وتباينه σ_1^2 وعينة ثانية حجمها n_2 من مجتمع مستقلة عن الأول ويتبع توزيعا طبيعيا وسطه u_2 وتباينه σ_2^2.

فإن مجال الثقة لـ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ عند مستوى معنوية α معين يعطى بالصيغة الآتية:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) 1 \Big/ F_{(n_1-1)(n_2-1)}^{(\frac{\alpha}{2})} \quad ; \left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) F_{(n_2-1)(n_1-1)}^{(\frac{\alpha}{2})}\right] = 1-\alpha$$

أو

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) F_{(n_1-1)(n_2-1)}^{(1-\frac{\alpha}{2})} ; \left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) F_{(n_2-1)(n_1-1)}^{(\frac{\alpha}{2})}\right] = 1-\alpha$$

مثال رقم29: أخذت عينة عشوائية حجمها $n_1 = 9$ من مجتمع توزيعه طبيعيا، وكان تباينها $\sigma^2_{x_1} = 9$، وأخذت عينة عشوائية أخرى حجمها $n_2 = 11$ من مجتمع مستقل عن الأول توزيعه طبيعيا، وكان تباينها $\sigma^2_{x_2} = 6$.

المطلوب: أوجد مجال الثقة لـ $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$.

الحل:

لدينا $n_1 = 9$، $n_2 = 11$، $\sigma^2_{x_1} = 9$، $\sigma^2_{x_2} = 6$، $(\alpha = 10\%)$.

– مجال الثقة لنسبة التباينين عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$ بإستخدام الصيغة الأولى هو:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{\sigma^2_{x_1}}{\sigma^2_{x_2}}\right) {}^{1}\Big/_{F^{(\frac{\alpha}{2})}_{(n_1-1)(n_2-1)}} \; ; \left(\frac{\sigma^2_{x_1}}{\sigma^2_{x_2}}\right) F^{(\frac{\alpha}{2})}_{(n_2-1)(n_1-1)}\right] = 1 - \alpha$$

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{9}{6}\right) {}^{1}\Big/_{F^{(0.05)}_{(8)(10)}} \; ; \left(\frac{9}{6}\right) F^{(0.05)}_{(10)(8)}\right] = 1 - 0.1$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{9}{6}\right) {}^{1}/_{3.07} \; ; \left(\frac{9}{6}\right) 3.35\right] = 0.9$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \ [0.488 \, ; 5.025] = 0.9$$

أي أن إذا أخذنا $\frac{\sigma^2_{x_1}}{\sigma^2_{x_2}} = \frac{9}{6}$ فإن $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ سيكون داخل المجال بنسبة *90%*.

– مجال الثقة لنسبة التباينين عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$ بإستخدام الصيغة الثانية هو:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) F_{(n_1-1)(n_2-1)}^{(1-\frac{\alpha}{2})} ; \left(\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2}\right) F_{(n_2-1)(n_1-1)}^{(\frac{\alpha}{2})}\right] = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{9}{6}\right) F_{(8)(10)}^{(0.975)} ; \left(\frac{9}{6}\right) F_{(10)(8)}^{(0.05)}\right] = 1 - 0.1$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in \left[\left(\frac{9}{6}\right) 0.325 ; \left(\frac{9}{6}\right) 3.35\right] = 0.9$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in [0.488 ; 5.025] = 0.9$$

أي أن إذا أخدنا $\frac{\sigma_{x_1}^2}{\sigma_{x_2}^2} = \frac{9}{6}$ فإن $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ سيكون داخل المجال بنسبة %90.

الفصل الرابع:

إختبار الفرضيات

الفصل الرابع: إختبار الفرضيات الاحصائية

يقوم الباحث بإختبار فرضيات الدراسة بهدف إتخاذ القرارات المناسبة بناءا على معلومات محسوبة من عينة، وعليه يجب إتخاذ هذا القرار بأقل قدر ممكن من الخطأ ومنه إستنتاج النتائج المرجوة.

يحتاج الباحث إلى إختبار إحصائي يبين إحتمال صحة الفرضية من عدمها، لذلك تكون للفرضية الإحصائية صورة عدمية (صفرية) والتي نرمز لها بالرمز H_0 وتصاغ بشكل نفي وجود علاقة بين متغيرين أو عدم وجود فرق أو عدم وجود تأثير بين متغيرين أو أكثر، أو تكون في صورة بديلة والتي نرمز لها بالرمز H_1، وتصاغ بشكل يثبت وجود علاقة أو فروق أو أثر بين متغيرين فأكثر.

1- بعض المصطلحات الضرورية في إختبار الفرضيات

في ما يلي أهم المصطلحات الواجب معرفتها في إختبار الفرضيات:

1-1- الفرضية الإحصائية

تعرف على أنها إدعاء أو تخمين معين قد يكون صحيحا وقد يكون خاطئا، وعادة ما يتم سحب عينة من المجتمع وإستخدام البيانات منها للوصول إلى قرار رفض أو عدم رفض الفرضية الإحصائية، وتقبل الفرضية في حالة أن البيانات تساند النظرية وترفض في حالة خلاف ذلك.

1-2- مستوى الدلالة والثقة

لعل من ضروري التركيز على مفهومي مستوى الدلالة ومستوى الثقة اللازمين تحديدهما في حال إختبار الفرضيات.

يقصد **بمستوى الدلالة أو المعنوية** بأنه إحتمال إرتكاب خطأ من النوع الأول ويرمز له بالرمز α، ويوجد نوعين من مستوى الدلالة، الأول إسمي (مفترض) تحدد قيمته قبل إجراء الدراسة، بينما الثاني حقيقي (محسوب) وهو إحتمال الفشل المحسوب من بيانات العينة.

يقصد **بدرجة الثقة** بأنه إحتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني، ويرمز له بالرمز($1-\alpha$)، كما يقصد به مقدار ثقتنا في القرار المتخذ بالرفض أو القبول.

1-3- المنطقة الحرجة

هي مجموعة قيم إحصاء الإختبار التي تؤدي إلى رفض فرضية العدم، حيث أن كل حد من حدود المنطقة الحرجة يسمى قيمة حرجةلإحصاء الإختبار.

1-4- إختبار الفروض

يشير إختبار الفروض إلى قبول أو رفض ما عن خاصية غير معلومة في المجتمع، مثل أحد المعالم أو شكل توزيع المجتمع.

2- خطوات إختبار الفرضيات

لإختبار الفرضيات ينبغي تتبع الخطوات التالية:

2-1- صياغة الفرضية

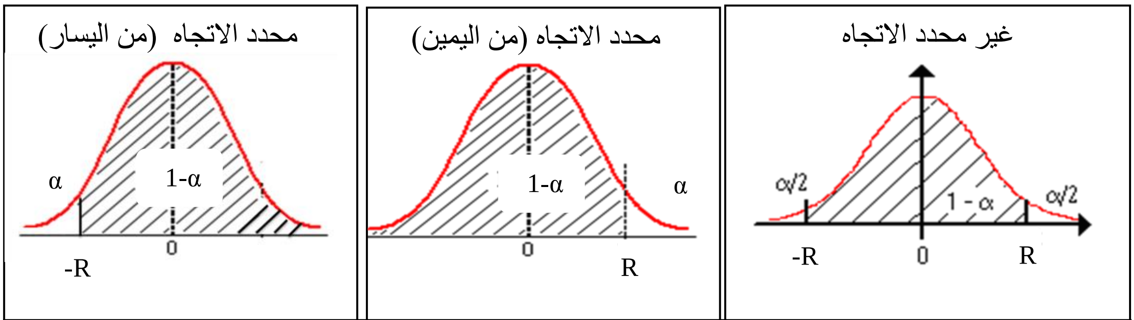
يحتاج الباحث إلى إختبار إحصائي يبين إحتمال صحة الفرضية من عدمها، لذلك تكون للفرضية الإحصائية بصورتها العدمية أو البديلة:

الفرضية العدمية *Null Hypotheses* أو الصفرية: ونرمز لها بالرمز H_0 وتصاغ بشكل نفي وجود علاقة بين متغيرين أو عدم وجود فرق أو عدم وجود تأثير بين متغيرين أو أكثر.

الفرضية البديلة *Alternative Hypothrses*: ونرمز لها بالرمز H_1، وتصاغ بشكل يثبت وجود علاقة أو فروق أو أثر بين متغيرين فأكثر.

الفرضية بشكل عام قد تكون غير محددة الاتجاه أو محددة الاتجاه، حيث تصاغ الفرضية المحددة الاتجاه في شكل (علاقة سلبية أو طردية)،(أكبر من، أقل من).

الشكل رقم (02): مناطق قبول ورفض الفرضيات



$\begin{cases} H_0: R \geq 0 \\ H_1: R < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: R \leq 0 \\ H_1: R > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: R = 0 \\ H_1: R \neq 0 \end{cases}$

عند إختبار فرضية العدم H_0 ضد الفرضية البديلة H_1 نجد أننا أمام الحالات الأربعة الموضحة في الجدول الآتي:

الجدول رقم (03): نتائج إختبار الفرضيات

	فرضية العدم صحيحة	**فرضية العدم خاطئة**
قبول فرضية العدم	قرار سليم	خطأ من النوع الثاني
رفض فرضية العدم	خطأ من النوع الأول	قرار سليم

2-3- إختيار مستوى المعنوية

إتخاذ القرار الإحصائي بالقبول أو الرفض يتم بنسبة ما، أي يعتمد على مستوى دلالة أو إحتمال معين، ويرمز له الرمز α، وعادة ما يحدد الباحث مستوى المعنوية أو درجة الثقة قبل البدء في عملية الإختبار، ومن المعلوم أنهما مكملان فيما بينهم أي أن: **مستوى المعنوية + مستوى الثقة = 1**.

2-4- إيجاد قيمة إحصاءة الإختبار

يتم إيجادها من خلال بيانات العينة والتي على أساسها يتم الإختبار، كما يعتمد حسابها على شكل التوزيع وطبيعة الفرضيات المحددة، ومستوى الدلالة المفترض، وفي ما يلي بعض الإحصاءات:

2-4-1- قيمة إحصاءة الإختبارات التي تتعلق بالمتوسطات (في حالة حجم العينة كبير)

فهي تخضع للتوزيع الطبيعي المعياري، وبالتالي فأن المتغير الطبيعي z للوسط الحسابي $\bar{x}$ يكتب بالصيغة الآتية:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

حيث أن:

- $\bar{x}$ متوسط المجتمع؛
- σ الإنحراف المعياري؛
- n حجم العينة؛
- μ_0 فرض الإختبار، ويكتب: $H_0 : \mu = \mu_0$.

2-4-2- قيمة إحصاءة الإختبارات التي تتعلق بالمتوسطات (في حالة حجم العينة صغير)

في هذه الحالة فإن الوسط الحسابي يتبع لتوزيع ستودنت t بدرجة حرية $n-1$. ويكتب على الشكل التالي:

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}} / \sqrt{n}}$$

حيث أن:

- $\bar{X}$ متوسط المجتمع؛

- σ الإنحراف المعياري؛

- n حجم العينة؛

- μ_0 فرض الإختبار، ويكتب: $H_0 : \mu = \mu_0$.

2-4-3- قيمة إحصاءة الإختبارات التي تتعلق بنسبة صفة في المجتمع

فهي تخضع للتوزيع الطبيعي المعياري، وبالتالي لمعرفة قيمة إحصاءة الإختبار لنسبة المجتمع p عند مستوى دلالة معينة نستخدم الصيغة الآتية:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

حيث أن:

- $\hat{p}$ نسبة الصفة؛

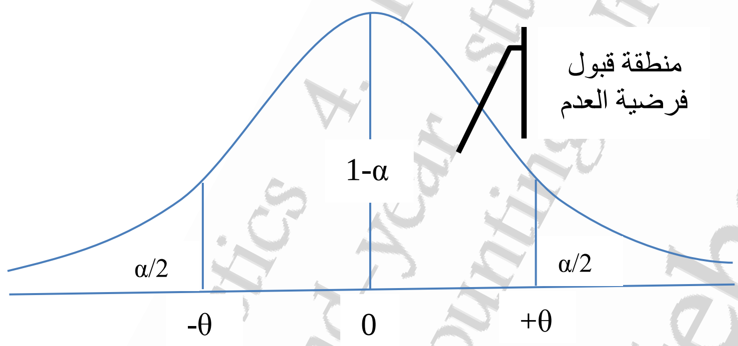
- n حجم العينة؛

- p_0 فرض الإختبار، ويكتب: $H_0 : p = p_0$.

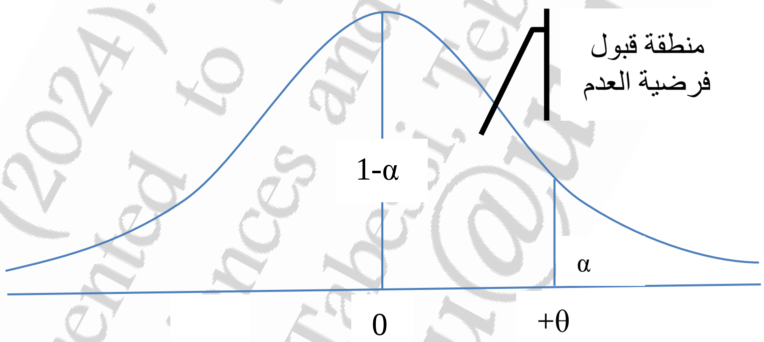
2-5- تحديد القيم الحرجة

حسب الفرضية المطروحة والتي قد تكون غير محددة الإتجاه أو محددة الإتجاه، وبعد تحديد مستوى المعنوية، وإيجاد قيمة إحصاءة الإختبار، وبالإستعانة بالقيمة الجدولية لهذا الإختبار، يتم تمثيل القيم الحرجة بيانيا كما في الأشكال التالية:

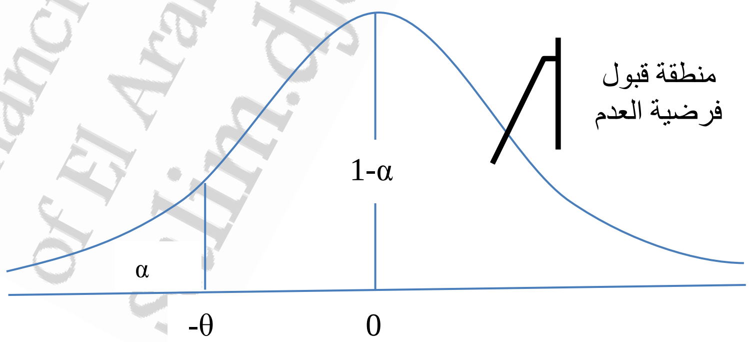
الشكل رقم (03): مناطق قبول ورفض فرضية العدم لإختبار من جهتين



الشكل رقم (04): مناطق قبول ورفض فرضية العدم لإختبار من جهة اليمين



الشكل رقم (05): مناطق قبول ورفض فرضية العدم لإختبار من جهة اليسار



2-6- إتخاذ القرار

يتم قبول أو رفض فرضية العدم إنطلاقا من مقارنة إحصاءة الإختبار المحسوبة مع منطقة الرفض، فإذا وقعت في منطقة الرفض نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي تكون الفروق معنوية بين القيم النظرية للمجتمع والقيمة المحسوبة للعينة.

مثال رقم30: إذا كان الأجر اليومي باليورو لعمال إحدى الشركات الأجنبية يتبع توزيعا طبيعيا متوسطه $\mu = 90$ وإنحرافه المعياري $\sigma = 9$ ، سحبت منه عينة عشوائية مكونة من 36 عاملا، وكان معدل أجرهم $\bar{x} = 93$.

المطلوب:

أختبر هل هناك فروق جوهرية بالنسبة للأجور بمستوى معنوية 5%.

الحل:

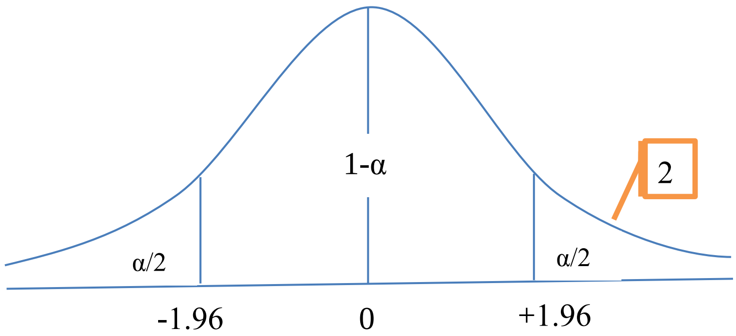
لدينا:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 90 \\ H_1 : \mu \neq 90 \end{cases}.$$

بما أن حجم العينة كبير فإن إحصاءة الإختبار هي:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{93 - 90}{9/\sqrt{36}} = 2$$

بما أن الإختبار من جهتين فإننا نقسم بمستوى معنوية إلى قسمين، أي أن المساحة تحت جدول التوزيع الطبيعي ستكون $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = Z_{\left(1-\frac{0.05}{2}\right)} = 1.96$ من جهة اليمين، ونظيرتها من جهة اليسار، وبالتالي يمكن تحديد منطقة الرفض كما في الشكل الآتي:



من خلال الشكل أعلاه نلاحظ أن إحصاءة الإختبار تقع في منطقة رفض فرضية العدم، لذلك نرفض H_0 أي أن مستوى الأجور في العينة أفضل من المستوى العام بدرجة ثقة 95%.

مثال رقم 31: اظهرت سجلات إحدى المدارس الخاصة أن معدل تحصيل الطلبة في إمتحان الإنجليزية الذي يتقدمون له عند طلب الإلتحاق بالجامعات الأمريكية يقدر بـ 410، حيث أن نتائج طلبة المدارس تخضع لتوزيع طبيعي، إذا علمت أن هذه المدارس بدأت بإعطاء دورات تقوية للطلبة، أختبر عند مستوى دلالة 1% ما إذا كان هذا المعدل قد تحسن، إذ أعطت نتائج 14 طالب وسطا حسابيا قدره 418، وبإنحراف معياري بلغ 21.

الحل:

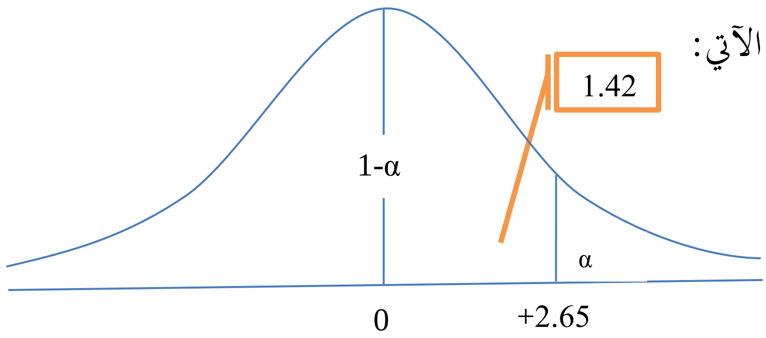
لدينا:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 410 \\ H_1 : \mu > 410 \end{cases}.$$

بما أن حجم العينة صغير فإن إحصاءة الإختبــــار في هذه الحــالة تتبع لتوزيع ستودنت t بدرجة حرية $n-1$. وتكتب على الشكل التالي:

$$t_{14-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}/\sqrt{n}} = \frac{418 - 410}{21/\sqrt{14}} = 1.42$$

بما أن الإختبار من جهة اليمين فأن المساحة تحت التمثيل البياني لتوزيع ستيودنت ستكون $t_{0.01,\ 13} = 2.65$ من جهة اليمين، وبالتالي يمكن تحديد منطقة الرفض كما في الشكل الآتي:



من خلال الشكل أعلاه نلاحظ أن إحصاءة الإختبار لا تقع في منطقة رفض فرضية العدم، لذلك لا نرفض H_0 أي بأنه بدرجة ثقة 99%، لا يمكن الحكم على أن مستوى الطلبة قد تحسن.

مثال رقم 32:

إذا كانت نسبة مستخدمي النظارات الطبية في المدارس الثانوية تساوي 40%، تم إختيار عينة عشوائية مكونة من 100 طالب، فتبين أن من بينهم 30 طالب يرتدي النظارات الطبية.

المطلوب:

اختبر بمستوى معنوية $(\alpha = 5\%)$ أن:

$$\begin{cases} H_0 : p = 0.4 \\ H_1 : p \neq 0.4 \end{cases}$$

الحل:

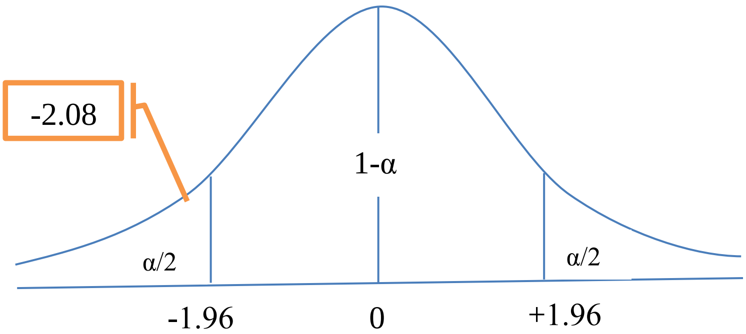
لدينا:

$$\begin{cases} H_0 : p = 0.4 \\ H_1 : p \neq 0.4 \end{cases}$$

في هذه الحالة فإن إحصاءة الإختبار تخضع للتوزيع الطبيعي المعياري، وبالتالي لمعرفة قيمة إحصاءة الإختبار لنسبة المجتمع p عند مستوى دلالة 5% نستخدم الصيغة الآتية:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{\text{n}}}} = \frac{0.3 - 0.4}{\sqrt{\frac{(0.4)(0.6)}{100}}} = -2.08$$

بما أن الإختبار من جهتين فإننا نقسم بمستوى معنوية إلى قسمين، أي أن المساحة تحت جدول التوزيع الطبيعي ستكون $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = Z_{\left(1-\frac{0.05}{2}\right)} = 1.96$ من جهة اليمين، ونظيرتها من جهة اليسار، وبالتالي يمكن تحديد منطقة الرفض كما في الشكل الآتي:



من خلال الشكل السابق نلاحظ أن إحصاءة الإختبار تقع في منطقة رفض فرضية العدم، لذلك نرفض H_0 بدرجة ثقة 95%.

ملخصات وسلاسل تمارين

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

1– سلسلة تمارين خاصة بالمحور الأول: نظرية العينات

يحسب الأساس (نسبة المعاينة) في الطريقة الخطية المنتظمة كما يلي: $r = N/_{n}$ ، ويتم إختيار العناصر بطريقة منتظمة آليا بإستخدام متتالية حسابية حدها الأول العنصر المختار K الذي يتم اختياره عشوائيا بين الرقم 1 و r ، للعلم أن هذه الطريقة تستخدم إذا كان r عدد صحيحا.

يحسب الأساس في الطريقة الدائرية المنتظمة كما يلي: $r = N/_{n}$ ، ثم نقوم بإختيار الوحدات حسب العلاقة: $J = 0,1,2, \ldots\ldots (n-1)$ $K + jr < N$ وإذا كانت $K + jr > N$ نستخدم العلاقة: $K + jr - N$، للعلم أن: $r \geq N/_{n}$

حجم العينة حسب طريقة التوزيع المتساوي يعطى بالصيغة الآتية: $n_i = n/_{k}$

حجم العينة حسب طريقة التوزيع المتناسب يعطى بالصيغة الآتية: $n_i = \left(N_i/_{N}\right) n$

حجم العينة حسب طريقة توزيع نيمان (Nyman) يعطى بالصيغة الآتية:

$$n_i = \left(N_i\sigma_i \Big/ \textstyle\sum_{i=1}^{k} N_i\sigma_i \right) n$$

حجم العينة حسب طريقة التوزيع الأمثل يعطى بالصيغة الآتية:

$$n_i = \left(\frac{N_i\sigma_i / \sqrt{C_i}}{\sum_{i=1}^{k} \left(N_i\sigma_i / \sqrt{C_i} \right)} \right) n$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

تمرين 01: إذا كان عدد طلبة في مستوى ثانية علوم المالية والمحاسبة يقدر بـ 143، بكم طريقة يمكن تشكيل عينة مكونة من 4 طلبة، مع مراعاة السحب بدون إعادة والسحب مع الإعادة؛

1- ماهي خصائص العينة الطبقية؟؛

2- ما هي أهم الطرق المستخدمة في إختيار عناصر العينة العشوائية البسيطة؟؛

3- ما هي أهم الطرق المستخدمة في إختيار عناصر العينة العشوائية المنتظمة؟؛

4- ما هي أهم الطرق المستخدمة في توزيع حجم العينة على الطبقات المجتمع؟.

تمرين 02: إذا كان لدينا مجتمع إحصائي حجمه 20 موظف، كيف يتم سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من 4 موظفين بطريقة خطية منتظمة.

تمرين 03: بنفس التمرين السابق، كيف يتم سحب عينة مكونة من 6 موظفين بالطريقة الدائرية المنتظمة.

تمرين 04: إذا كان لدينا مجتمع إحصائي حجمه مجهول، علما أن وحداته مقسمة على 8 طبقات متجانسة فيما بينها، ونريد سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 40 وحدة، ما هو حجم العينة المناسب لكل طبقة؟

تمرين 05: إذا كان عدد المسجلين من طلاب السنة الأولى في جامعة معينة 5400 طالبا موزعين على الكليات التالية:

كلية الآداب 1200 طالب؛

كلية الحقوق 2000 طالب؛

كلية الاقتصاد 1400 طالب؛

كلية العلوم 800 طالب.

نريد سحب عينة عشوائية مكونة من 1080 طالب على أن تكون جميع الكليات ممثلة في العينة بطريقة نسبية، فما هو حجم العينة المناسب لكل كلية.

تمرين 06: بنفس معطيات التمرين السابق، فما هو حجم العينة المناسب لكل كلية مستخدما طريقة نيمان، علما أن الإنحراف المعياري لمعدل المسجلين يختلف من كلية لأخرى، حسب الجدول التالي:

	الآداب	الحقوق	الاقتصاد	العلوم	المجموع
حجم الطبقة N_i	1200	2000	1400	800	5400
الإنحراف المعياري σ_i	1.5	1.2	2	2.5	/
$N_i\sigma_i$	1800	2400	2800	2000	9000

تمرين 07: بنفس معطيات التمرين السابق، فما هو حجم العينة المناسب لكل كلية مستخدما طريقة التوزيع الأمثل، علما أن تكلفة الحصول على بيانات المسجلين يختلف من كلية لأخرى، حسب الجدول الموالي:

	الآداب	الحقوق	الاقتصاد	العلوم	المجموع
حجم الطبقة N_i	1200	2000	1400	800	5400
الإنحراف المعياري σ_i	1.5	1.2	2	2.5	/
كلفة الوحدة C_i	9	4	7	13	/
$N_i\sigma_i$	1800	2400	2800	2000	9000
$N_i\sigma_i / \sqrt{C_i}$	600	1200	1058.3	554.7	3413

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

2- سلسلة تمارين خاصة بالمحور الثاني: توزيعات المعاينة (01)

1. نرمز لحجم المجتمع بالرمز N، ونرمز لحجم العينة بالرمز n .
2. وسط المجتمع: $\mu = \frac{\sum x_i}{N}$
3. تباين المجتمع: $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i-\mu)^2}{N}$
4. وسط المعاينة العشوائية البسيطة: $E(\bar{x}) = \frac{\sum \bar{x}_i}{\text{الحالات المكنة}}$
5. تباين المعاينة العشوائية البسيطة: $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum \left(\bar{X}_i - E(\bar{X})\right)^2}{\text{الحالات المكنة}}$
6. في حالة السحب مع الإعادة؛ فإن الحالات المكنة: N^n
7. في حالة السحب بدون الإعادة؛ فإن الحالات المكنة: $C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$
8. خصائص المقدر الجيد:

أ-عدم التحيز: يكون التقدير $\bar{X}$ غير متحيز إذا تحقق: $E(\bar{x}) = \mu$

ب- الفعالية: نميز حالتين:

- في حالة السحب مع الإعادة يكون التقدير $\bar{X}$ فعال إذا تحقق: $\frac{\sigma^2}{n} = \sigma_{\bar{x}}^2$

- في حالة السحب بدون الإعادة يكون التقدير $\bar{X}$ فعال إذا تحقق: $\sigma_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{\sigma^2}{n}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$، وتسمى النسبة $\left(\frac{n}{N}\right)$ بمعامل الإستقصاء، فعندما تكون هذه النسبة أقل من 0.05 أي $\left(\left(\frac{n}{N}\right) < 0.05\right)$ فإنه يتم إهمال قيمة معامل الإرجاع $\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ في علاقة التباين.

ج- الكفاءة: يكون التقدير $\bar{X}$ كفئ إذا تحقق شرط عدم التحيز وأقل تباين

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

تمرين 01: ماهي خصائص المقدر الجيد؟.

تمرين 02: إذا علمت أن التقدير $\bar{X}$ فعال في حالة السحب مع الإعادة، وأن تباين المجتمع يساوي: $\sigma^2 = 2$، وتباين العينة يساوي: $\sigma_{\bar{X}}^2 = 0.5$، أحسب حجم العينة n .

تمرين 03: إذا علمت أن التقدير $\bar{X}$ فعال في حالة السحب بدون إعادة، وأن تباين المجتمع يساوي: $\sigma^2 = 2$ وحجم المجتمع يساوي: 143، وحجم العينة يساوي: 4، أحسب تباين العينة $\sigma_{\bar{X}}^2$.

تمرين 04: إذا علمت أن التقدير $\bar{X}$ فعال في حالة السحب بدون إعادة، وأن تباين المجتمع يساوي: $\sigma^2 = 60$، وتباين العينة يساوي: $\sigma_{\bar{X}}^2 = 4$، أحسب حجم العينة n في حالة مجتمع حجمه 28.

تمرين 05: سحبت عينة عشوائية من مجتمع حجمه 200 وسطه $\mu = 75$، وتباينه $\sigma^2 = 4$، أوجد: $E(\bar{x})$ و $\sigma_{\bar{x}}^2$ في حالة حجم العينة يساوي 9، ثم في حالة حجم العينة يساوي 16.

تمرين 06: مجتمع احصائي حجمه N=4 يمثل علامات الطلبة في مقياس الاحصاء وهي على التوالي:

$$\Omega = \{6 \,.\, 8 \,.\, 12 \,.\, 14\}$$

المطلوب:

1- أحسب وسط وتباين المجتمع؛

2- بافتراض أننا نرغب في اختيار عينة من طالبين، أحسب وسط وتباين المعاينة العشوائية البسيطة في حالة السحب مع وبدون إعادة، وماذا تستنتج؛

3- أحسب وسط وتباين المعاينة العشوائية الطبقية المكونة من طالبين في حالة السحب بدون إعادة، وماذا تلاحظ (قسم المجتمع إلى طبقتين).

3- سلسلة تمارين خاصة بالمحور الثاني: توزيعات المعاينة (02)

1. احتمال أن يكون المتوسط μ أقل من A. (خاص بالمجتمع) هو: $P(\mu \leq A) = P\left(Z \leq \frac{A-\mu}{\sigma}\right)$

2. احتمال أن يكون المتوسط $\bar{X}$ أقل من A. (حجم العينة أكبر أو يساوي 30) هـو:

$$P(\bar{X} \leq A) = P\left(Z \leq \frac{A-\bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$$

. احتمال أن يكون المتوسط $\bar{X}$ أقل من A. (حجم العينة أقل من30) هـو:

$$P(\bar{X} \leq A) = P\left(t_{n-1} \leq \frac{A-\bar{x}}{\sigma_{\bar{x}}/\sqrt{n-1}}\right)$$

3. احتمال أن تكون النسبة $\hat{p}$ أقل من A°. (خاص بالعينة) هو:

$$P(\hat{p} \leq A^{\circ}) = P\left(Z \leq \frac{A^{\circ}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}\right)$$

حيث أن: p تمثل نسبة الصفة المدروسة؛ كما أن: $(p+q=1)$

4. من خصائص التوزيع الطبيعي التماثل، وبالتالي فإن:

$$P(\bar{X} \leq -A) = P(\bar{X} > A) = 1 - P(\bar{X} \leq A)$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

تمرين 01: مجتمع احصائي يتبع توزيعا طبيعيا متوسطه $\mu = 90$ وتباينه $\sigma^2 = 81$ متر.

أ. إخترنا طالبا عشوائيا فما احتمال أن يكون المتوسط أقل من 91؟؛

ب. سحبت عينة مكونة من36 عنصر، فما هو إحتمال:

- أن يكون المتوسط أقل من 93؟؛
- أن يكون المتوسط أكبر من 93؟؛
- أن يكون المتوسط أقل من 86؟؛
- أن يكون المتوسط أكبر من 86؟؛
- أن يتراوح المتوسط بين 86 و93؟؛

تمرين 02: إذا كان طول الطلبة بجامعة تبسة يتبع توزيعا طبيعيا متوسطه $\mu = 170$ وإنحرافه المعياري $\sigma = 16$ متر.

ت. إخترنا طالبا عشوائيا فما احتمال أن يقل طوله عن 166 متر؟؛

ث. سحبت عينة مكونة من n=64 طالب، فما هو إحتمال:

- أن يكون متوسط الطول أقل من 172 متر؟؛
- أن يكون متوسط الطول أقل من 168 متر؟؛
- أن يكون متوسط الطول أكبر من 172 متر؟؛
- أن يتراوح متوسط الطول بين 169 و 173 متر؟.

تمرين 03: إذا كانت نسبة الموظفين المدخنين بإحدى الشركات هي 91%، إخترنا عينة مكونة من 1000 موظف بطريقة عشوائية، فما هو إحتمال:

1- أن نجد من بينهم على الأكثر 70 موظف غير مدخن ؟؛
2- أن نجد من بينهم على الأقل 60 موظف غير مدخن ؟.

تمرين 04: إذا كانت نسبة غياب الموظفين عن العمل بالجامعة هي 3%، إخترنا عينة بطريقة عشوائية مكونة من 200 موظف بالجامعة، فما هو إحتمال:

1- أن يكون من بينهم 8 موظفين على الأكثر غائبين؟؛
2- أن يكون من بينهم 8 موظفين على الأقل غائبين؟.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

4- سلسلة تمارين خاصة بالمحور الثالث/ الرابع:التقدير (مجال الثقة)/ اختبار الفرضيات

1. قيم $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$ عند مستويات المعنوية $\boldsymbol{\alpha}$ كمايلي: $\alpha = 5\% \Rightarrow Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = 1.96$ ، $\alpha = 10\% \Rightarrow Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = 1.645$

2. تقدير متوسط المجتمع μ (مجال الثقة لمتوسط المجتمع) هو:

عندما تكون $(n \geq 30)$ هو: $\mu \in \left[\bar{x} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1 - \alpha$

عندما تكون $(\boldsymbol{n} < \boldsymbol{30})$ هو: $\mu \in \left[\bar{x} \mp t_{(n-1)} \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n-1}}\right] = 1 - \alpha$

3. تقدير نسبة صفة في المجتمع p هو: $p \in \left[\hat{p} \mp Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right] = 1 - \alpha$

5. حجم العينة عند مستوى معنوية $(\boldsymbol{\alpha}\%)$ هو: $n = \left(Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{e}\right)^2$

6. لكل دراسة فرضيتين؛ فرضية العدم $\boldsymbol{H_0}$ والفرضية البديلة $\boldsymbol{H_1}$، وإتخاد القرار حول رفض أو قبول أي فرضية يتوقف على نتائج التقدير، فإذا كانت القيمة المقدرة تقع داخل مجال الثقة فإنه يتم قبول $\boldsymbol{H_0}$ ورفض $\boldsymbol{H_1}$، بينما إذا كانت تقع خارج مجال الثقة فإنه يتم قبول $\boldsymbol{H_1}$ ورفض $\boldsymbol{H_0}$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic OF Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

تمرين 01: عند دراسة لأوزان 145 طالب بالكلية، كانت النتائج كما يلي: $\bar{X} = 67$، $\sigma^2_{\bar{X}} = 36$.

المطلوب: إيجاد مجال الثقة لوسط وزن المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 5\%)$ ثم $(\alpha = 10\%)$.

اختبر الفرضية $H_0\!: \mu = 66.10$ عند مستويات المعنوية المعطاة.

تمرين 02: عند دراسة لأوزان سلع من إنتاج مصنع ما، أخذت عينة عشوائية مكونة من 10 سلع، فإذا كان الوسط الحسابي لوزن السلعة في العينة هو $\bar{X} = 10$ وإنحراف معياري $\sigma_{\bar{X}} = 2$، قدر بدرجة ثقة 95% مجال الثقة لمتوسط وزن السلعة من إنتاج المصنع كله، ثم اختبر صحة الفرضية $H_0\!: \mu = 9$.

تمرين 03: مجتمع احصائي يمثل أوزان سلعة معينة من إنتاج مصنع ما، أخذت عينة عشوائية من هذا المجتمع، فكانت أوزانها كما يلي:

$$\Omega = \{96{,}50\ .\ 97{,}00\ .\ 98{,}00.\ 98{,}00.\ 99{,}00\ .\ 101{,}00.\ 101{,}50.\ 102{,}00.\ 103{,}00.\ 104{,}00\}$$

قدر بدرجة ثقة 99% مجال الثقة لمتوسط وزن السلعة من إنتاج المصنع كله.

اختبر صحة الفرضية $H_0\!: \mu = 103$ عند مستوى معنوية $(\alpha = 1\%)$

تمرين 04: عند دراسة نسبة الطلبة الموظفين في كلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير والعلوم التجارية بجامعة تبسة، تم إختيار عينة عشوائية مكونة من 100 طالب، فتبين أن من بينهم 20 طالب موظف، أوجد مجال الثقة لنسبة الطلبة الموظفين في الكلية عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$، ثم اختبر صحة الفرضية $H_0\!: p = 0.28$.

تمرين 05: سحبت عينة من مصنع لإنتاج قطع غيار السيارات حجمها 100 قطعة، وجد من بينها 10 قطع غير صالحة، أوجد بدرجة ثقة 95% مجال الثقة لنسبة القطع الغير صالحة من إنتاج المصنع كله.

اختبر صحة الفرضية $H_0\!: p = 0.14$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
جامعة العربي التبسي، تبسة
LARBI TEBESSI UNIVERSITY, TEBESSA

سلاسل تمارين وملخصات في مقياس الإحصاء4

تمرين 06: سحبت عينة من مجتمع احصائي حجمها 9، فإذا كان تباين العينة يساوي $\sigma^2_{\bar{X}} = 1.5$، حدد مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 10\%)$.

اختبر صحة الفرضية $H_0:\ \sigma^2 = 3$.

تمرين 08: تم إختيار عينة عشوائية من مجتمع احصائي مكونة 20 عنصر، فوجد أن إنحرافها المعياري يقدر بـ $\sigma_{\bar{x}} = 4$، أوجد مجال الثقة لتباين المجتمع عند مستوى معنوية $(\alpha = 4\%)$ ثم $(\alpha = 2\%)$.

اختبر صحة الفرضية $H_0:\ \sigma^2 = 9$ عند مستويات المعنوية المعطاة.

تمرين 09: لدراسة ظاهرة اقتصادية ما ذات وسط μ، قدر اقتصادي الإنحراف المعياري بـ $\sigma = 2$ ؛ إذا اعتبرنا أن هذا التقدير صحيح، كم يكون حجم العينة عند مستوى معنوية $(\alpha = 5\%)$ ثم $(\alpha = 10\%)$ علما أن الخطأ المسموح به لايزيد عن $e = 0.5$.

قائمة المراجع

المراجع:

-بوعبد الله صالح. (2006). مدخل إلى الاحتمالات والإحصاء الرياضي دروس وتمارين.

-السعدي رجال. (2008). نظرية الاحتمالات مبادئ الحساب الاحتمالي دروس وتمارين. ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.

-شيلدون م. روس. (1991). المدخل إلى النماذج الاحتمالية" ترجمة الدكتور فاضل محسن الربيعي. الطبعة الثالثة الجامعة المستنصرية.

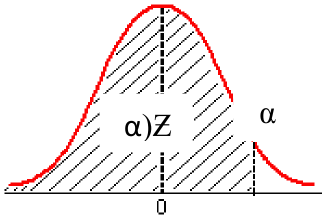
-محمد كبيه وماهر بدوي . (2003). الإحصاء التطبيقي. منشورات جامعة حلب، كليةالاقتصاد.

- Dekking, F. M., Kraaikamp, C., Lopuhaä, H. P., & Meester, L. E. (2005). A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding why and how (Vol. 488). London: Springer.
- Papoulis, A. (1990). Probability and statistics. Prentice-Hall, Inc..

الملاحق

الملحق رقم (01) : جدول التوزيع الطبيعي Z

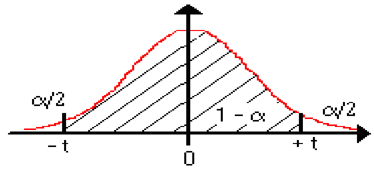
Fonction de répartition ℤ de la loi normale centrée réduite.
Probabilité de trouver une valeur inférieure à α .
ℤ (-α) = 1 - ℤ (α)



α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

الملحق رقم (02) : جدول توزيع ستودنت t درجة الحرية (ν) $(p) = 1 - \alpha / 2$ مستوى معنوية (α)

Cette table donne les fractiles de la loi de Student à ν degrés de liberté : valeur t ayant la probabilité α d'être dépassée en valeur absolue : $P(-t < T < t) = 1 - \alpha$.
Ou : $P(T < -t) = \alpha / 2 = P(T > t)$

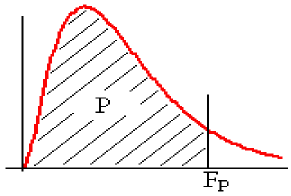


ν	α	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.001
	p	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9975	0.9995
1		0.1584	0.3249	0.5095	0.7265	1	1.3764	1.9626	3.0777	6.3137	12.706	31.821	63.656	127.32	636.58
2		0.1421	0.2887	0.4447	0.6172	0.8165	1.0607	1.3862	1.8856	2.92	4.3027	6.9645	9.925	14.089	31.6
3		0.1366	0.2767	0.4242	0.5844	0.7649	0.9785	1.2498	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8408	7.4532	12.924
4		0.1338	0.2707	0.4142	0.5686	0.7407	0.941	1.1896	1.5332	2.1318	2.7765	3.7469	4.6041	5.5975	8.6101
5		0.1322	0.2672	0.4082	0.5594	0.7267	0.9195	1.1558	1.4759	2.015	2.5706	3.3649	4.0321	4.7733	6.8685
6		0.1311	0.2648	0.4043	0.5534	0.7176	0.9057	1.1342	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	4.3168	5.9587
7		0.1303	0.2632	0.4015	0.5491	0.7111	0.896	1.1192	1.4149	1.8946	2.3646	2.9979	3.4995	4.0294	5.4081
8		0.1297	0.2619	0.3995	0.5459	0.7064	0.8889	1.1081	1.3968	1.8595	2.306	2.8965	3.3554	3.8325	5.0414
9		0.1293	0.261	0.3979	0.5435	0.7027	0.8834	1.0997	1.383	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6896	4.7809
10		0.1289	0.2602	0.3966	0.5415	0.6998	0.8791	1.0931	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.5868
11		0.1286	0.2596	0.3956	0.5399	0.6974	0.8755	1.0877	1.3634	1.7959	2.201	2.7181	3.1058	3.4966	4.4369
12		0.1283	0.259	0.3947	0.5386	0.6955	0.8726	1.0832	1.3562	1.7823	2.1788	2.681	3.0545	3.4284	4.3178
13		0.1281	0.2586	0.394	0.5375	0.6938	0.8702	1.0795	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.3725	4.2209
14		0.128	0.2582	0.3933	0.5366	0.6924	0.8681	1.0763	1.345	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.3257	4.1403
15		0.1278	0.2579	0.3928	0.5357	0.6912	0.8662	1.0735	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467	3.286	4.0728
16		0.1277	0.2576	0.3923	0.535	0.6901	0.8647	1.0711	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.252	4.0149
17		0.1276	0.2573	0.3919	0.5344	0.6892	0.8633	1.069	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.2224	3.9651
18		0.1274	0.2571	0.3915	0.5338	0.6884	0.862	1.0672	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.1966	3.9217
19		0.1274	0.2569	0.3912	0.5333	0.6876	0.861	1.0655	1.3277	1.7291	2.093	2.5395	2.8609	3.1737	3.8833
20		0.1273	0.2567	0.3909	0.5329	0.687	0.86	1.064	1.3253	1.7247	2.086	2.528	2.8453	3.1534	3.8496
21		0.1272	0.2566	0.3906	0.5325	0.6864	0.8591	1.0627	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.1352	3.8193
22		0.1271	0.2564	0.3904	0.5321	0.6858	0.8583	1.0614	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.7922
23		0.1271	0.2563	0.3902	0.5317	0.6853	0.8575	1.0603	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.104	3.7676
24		0.127	0.2562	0.39	0.5314	0.6848	0.8569	1.0593	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.797	3.0905	3.7454
25		0.1269	0.2561	0.3898	0.5312	0.6844	0.8562	1.0584	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.7251
26		0.1269	0.256	0.3896	0.5309	0.684	0.8557	1.0575	1.315	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.0669	3.7067
27		0.1268	0.2559	0.3894	0.5306	0.6837	0.8551	1.0567	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.6895
28		0.1268	0.2558	0.3893	0.5304	0.6834	0.8546	1.056	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.047	3.6739
29		0.1268	0.2557	0.3892	0.5302	0.683	0.8542	1.0553	1.3114	1.6991	2.0452	2.462	2.7564	3.038	3.6595
30		0.1267	0.2556	0.389	0.53	0.6828	0.8538	1.0547	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.75	3.0298	3.646
31		0.1267	0.2555	0.3889	0.5298	0.6825	0.8534	1.0541	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.744	3.0221	3.6335
32		0.1267	0.2555	0.3888	0.5297	0.6822	0.853	1.0535	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385	3.0149	3.6218
33		0.1266	0.2554	0.3887	0.5295	0.682	0.8526	1.053	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333	3.0082	3.6109
34		0.1266	0.2553	0.3886	0.5294	0.6818	0.8523	1.0525	1.307	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284	3.002	3.6007
35		0.1266	0.2553	0.3885	0.5292	0.6816	0.852	1.052	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	2.9961	3.5911
40		0.1265	0.255	0.3881	0.5286	0.6807	0.8507	1.05	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	2.9712	3.551
45		0.1264	0.2549	0.3878	0.5281	0.68	0.8497	1.0485	1.3007	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	2.9521	3.5203
50		0.1263	0.2547	0.3875	0.5278	0.6794	0.8489	1.0473	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	2.937	3.496
60		0.1262	0.2545	0.3872	0.5272	0.6786	0.8477	1.0455	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	2.9146	3.4602
70		0.1261	0.2543	0.3869	0.5268	0.678	0.8468	1.0442	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	2.8987	3.435
80		0.1261	0.2542	0.3867	0.5265	0.6776	0.8461	1.0432	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	2.887	3.4164
100		0.126	0.254	0.3864	0.5261	0.677	0.8452	1.0418	1.2901	1.6602	1.984	2.3642	2.6259	2.8707	3.3905
120		0.1259	0.2539	0.3862	0.5258	0.6765	0.8446	1.0409	1.2886	1.6576	1.9799	2.3578	2.6174	2.8599	3.3734
140		0.1259	0.2538	0.3861	0.5256	0.6762	0.8442	1.0403	1.2876	1.6558	1.9771	2.3533	2.6114	2.8522	3.3613
∞		0.1257	0.2533	0.3853	0.5244	0.6744	0.8416	1.0364	1.2816	1.6449	1.96	2.3264	2.5759	2.8072	3.2908

Fractiles de la loi du $\chi^2(\nu)$

الملحق رقم (03) : جدول توزيع كاي تربيع χ^2

Cette table donne les fractiles F_P de la loi de khi-deux
à ν degrés de liberté : P = Probabilité ($\chi^2 < F_P$)



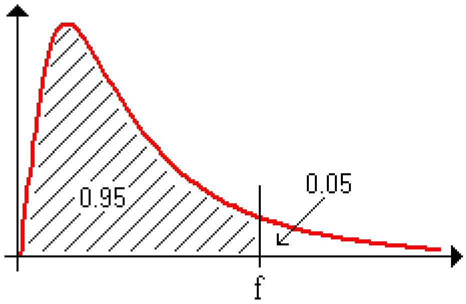
ν \ P	0.01	0.02	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
1	0.000	0.001	0.004	0.016	0.036	0.064	0.102	0.148	0.275	0.455	0.708	1.074	1.323	1.642	2.072	2.706	3.841	5.412	6.635	10.827
2	0.020	0.040	0.103	0.211	0.325	0.446	0.575	0.713	1.022	1.386	1.833	2.408	2.773	3.219	3.794	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	0.115	0.185	0.352	0.584	0.798	1.005	1.213	1.424	1.869	2.366	2.946	3.665	4.108	4.642	5.317	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	0.297	0.429	0.711	1.064	1.366	1.649	1.923	2.195	2.753	3.357	4.045	4.878	5.385	5.989	6.745	7.779	9.488	11.668	13.277	18.466
5	0.554	0.752	1.145	1.610	1.994	2.343	2.675	3.000	3.656	4.351	5.132	6.064	6.626	7.289	8.115	9.236	11.070	13.388	15.086	20.515
6	0.872	1.134	1.635	2.204	2.661	3.070	3.455	3.828	4.570	5.348	6.211	7.231	7.841	8.558	9.446	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.358	3.822	4.255	4.671	5.493	6.346	7.283	8.383	9.037	9.803	10.748	12.017	14.067	16.622	18.475	24.321
8	1.647	2.032	2.733	3.490	4.078	4.594	5.071	5.527	6.423	7.344	8.351	9.524	10.219	11.030	12.027	13.362	15.507	18.168	20.090	26.124
9	2.088	2.532	3.325	4.168	4.817	5.380	5.899	6.393	7.357	8.343	9.414	10.656	11.389	12.242	13.288	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	2.558	3.059	3.940	4.865	5.570	6.179	6.737	7.267	8.295	9.342	10.473	11.781	12.549	13.442	14.534	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.336	6.989	7.584	8.148	9.237	10.341	11.530	12.899	13.701	14.631	15.767	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.114	7.807	8.438	9.034	10.182	11.340	12.584	14.011	14.845	15.812	16.989	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	4.107	4.765	5.892	7.041	7.901	8.634	9.299	9.926	11.129	12.340	13.636	15.119	15.984	16.985	18.202	19.812	22.362	25.471	27.688	34.527
14	4.660	5.368	6.571	7.790	8.696	9.467	10.165	10.821	12.078	13.339	14.685	16.222	17.117	18.151	19.406	21.064	23.685	26.873	29.141	36.124
15	5.229	5.985	7.261	8.547	9.499	10.307	11.037	11.721	13.030	14.339	15.733	17.322	18.245	19.311	20.603	22.307	24.996	28.259	30.578	37.698
16	5.812	6.614	7.962	9.312	10.309	11.152	11.912	12.624	13.983	15.338	16.780	18.418	19.369	20.465	21.793	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	6.408	7.255	8.672	10.085	11.125	12.002	12.792	13.531	14.937	16.338	17.824	19.511	20.489	21.615	22.977	24.769	27.587	30.995	33.409	40.791
18	7.015	7.906	9.390	10.865	11.946	12.857	13.675	14.440	15.893	17.338	18.868	20.601	21.605	22.760	24.155	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	7.633	8.567	10.117	11.651	12.773	13.716	14.562	15.352	16.850	18.338	19.910	21.689	22.718	23.900	25.329	27.204	30.144	33.687	36.191	43.819
20	8.260	9.237	10.851	12.443	13.604	14.578	15.452	16.266	17.809	19.337	20.951	22.775	23.828	25.038	26.498	28.412	31.410	35.020	37.566	45.314
21	8.897	9.915	11.591	13.240	14.439	15.445	16.344	17.182	18.768	20.337	21.992	23.858	24.935	26.171	27.662	29.615	32.671	36.343	38.932	46.796
22	9.542	10.600	12.338	14.041	15.279	16.314	17.240	18.101	19.729	21.337	23.031	24.939	26.039	27.301	28.822	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	10.196	11.293	13.091	14.848	16.122	17.187	18.137	19.021	20.690	22.337	24.069	26.018	27.141	28.429	29.979	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	10.856	11.992	13.848	15.659	16.969	18.062	19.037	19.943	21.652	23.337	25.106	27.096	28.241	29.553	31.132	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	11.524	12.697	14.611	16.473	17.818	18.940	19.939	20.867	22.616	24.337	26.143	28.172	29.339	30.675	32.282	34.382	37.652	41.566	44.314	52.619
26	12.198	13.409	15.379	17.292	18.671	19.820	20.843	21.792	23.579	25.336	27.179	29.246	30.435	31.795	33.429	35.563	38.885	42.856	45.642	54.051
27	12.878	14.125	16.151	18.114	19.527	20.703	21.749	22.719	24.544	26.336	28.214	30.319	31.528	32.912	34.574	36.741	40.113	44.140	46.963	55.475
28	13.565	14.847	16.928	18.939	20.386	21.588	22.657	23.647	25.509	27.336	29.249	31.391	32.620	34.027	35.715	37.916	41.337	45.419	48.278	56.892
29	14.256	15.574	17.708	19.768	21.247	22.475	23.567	24.577	26.475	28.336	30.283	32.461	33.711	35.139	36.854	39.087	42.557	46.693	49.588	58.301
30	14.953	16.306	18.493	20.599	22.110	23.364	24.478	25.508	27.442	29.336	31.316	33.530	34.800	36.250	37.990	40.256	43.773	47.962	50.892	59.702
35	18.509	20.027	22.465	24.797	26.460	27.836	29.054	30.178	32.282	34.336	36.475	38.859	40.223	41.778	43.640	46.059	49.802	54.244	57.342	66.619
40	22.164	23.838	26.509	29.051	30.856	32.345	33.660	34.872	37.134	39.335	41.622	44.165	45.616	47.269	49.244	51.805	55.758	60.436	63.691	73.403
45	25.901	27.720	30.612	33.350	35.290	36.884	38.291	39.585	41.995	44.335	46.761	49.452	50.985	52.729	54.810	57.505	61.656	66.555	69.957	80.078
50	29.707	31.664	34.764	37.689	39.754	41.449	42.942	44.313	46.864	49.335	51.892	54.723	56.334	58.164	60.346	63.167	67.505	72.613	76.154	86.660
55	33.571	35.659	38.958	42.060	44.245	46.036	47.610	49.055	51.739	54.335	57.016	59.980	61.665	63.577	65.855	68.796	73.311	78.619	82.292	93.167
60	37.485	39.699	43.188	46.459	48.759	50.641	52.294	53.809	56.620	59.335	62.135	65.226	66.981	68.972	71.341	74.397	79.082	84.580	88.379	99.608
65	41.444	43.779	47.450	50.883	53.293	55.262	56.990	58.573	61.506	64.335	67.249	70.462	72.285	74.351	76.807	79.973	84.821	90.501	94.422	105.988
70	45.442	47.893	51.739	55.329	57.844	59.898	61.698	63.346	66.396	69.334	72.358	75.689	77.577	79.715	82.255	85.527	90.531	96.387	100.425	112.317
75	49.475	52.039	56.054	59.795	62.412	64.547	66.417	68.127	71.290	74.334	77.464	80.908	82.858	85.066	87.688	91.061	96.217	102.243	106.393	118.599
80	53.540	56.213	60.391	64.278	66.994	69.207	71.145	72.915	76.188	79.334	82.566	86.120	88.130	90.405	93.106	96.578	101.879	108.069	112.329	124.839
85	57.634	60.412	64.749	68.777	71.589	73.878	75.881	77.710	81.089	84.334	87.665	91.325	93.394	95.734	98.511	102.079	107.522	113.871	118.236	131.043
90	61.754	64.635	69.126	73.291	76.195	78.558	80.625	82.511	85.993	89.334	92.761	96.524	98.650	101.054	103.904	107.565	113.145	119.648	124.116	137.208
95	65.898	68.879	73.520	77.818	80.813	83.248	85.376	87.317	90.899	94.334	97.855	101.717	103.899	106.364	109.286	113.038	118.752	125.405	129.973	143.343
100	70.065	73.142	77.929	82.358	85.441	87.945	90.133	92.129	95.808	99.334	102.946	106.906	109.141	111.667	114.659	118.498	124.342	131.142	135.807	149.449

Pour $\nu > 100$, $\chi^2(\nu) \cong N(\nu ; \sqrt{2\nu})$ ou $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2\nu - 1} \cong N(0.1)$

الملحق رقم (04) : جدول توزيع فيشر F

درجتي الحرية $(v1, v2)$ مستوى معنوية $(\alpha = 5\%)$

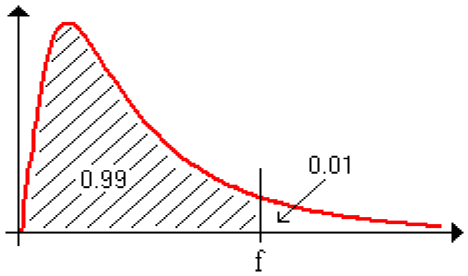
Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor F ($\nu 1$; $\nu 2$) ayant la probabilité 0.05 d'être dépassée



V1 / V2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	50	100	1000
1	161.45	199.5	215.7	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.90	245.95	248.02	249.05	250.1	251.1	251.7	253.0	254.1
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.49
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.46	2.41
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.19	2.14
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.07	2.02
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.02	1.97
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.91	1.85
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.88	1.82
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.85	1.79
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.88	1.82	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.80	1.74
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.78	1.72
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.76	1.70
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.81	1.74	1.68
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.73	1.66
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.77	1.71	1.65
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.70	1.63
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.59	1.52
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.48	1.40
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.77	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.39	1.30
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.82	1.73	1.64	1.59	1.54	1.48	1.44	1.34	1.24
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.32	1.21
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.78	1.70	1.61	1.55	1.50	1.43	1.39	1.30	1.17
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.69	1.59	1.54	1.48	1.42	1.38	1.28	1.14
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.76	1.68	1.58	1.53	1.47	1.41	1.36	1.26	1.11
2000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.01	1.94	1.88	1.84	1.76	1.67	1.58	1.52	1.46	1.40	1.36	1.25	1.09

تابع للملحق رقم (04) : جدول توزيع فيشر F

درجتي الحرية (v1, v2)   مستوى معنوية (α = 1%)



Valeur f de la variable de Fisher-Snedecor F (ν1 ; ν2) ayant la probabilité 0.01 d'être dépassée

V1 / V2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	50	100	1000
1	4052.1	4999.3	5403.5	5624.2	5763.9	5858.9	5928.3	5980.9	6022.4	6055.9	6106.6	6156.9	6208.6	6234.2	6260.3	6286.4	6302.2	6333.9	6362.8
2	98.50	99.00	99.16	99.25	99.30	99.33	99.36	99.38	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.35	26.24	26.14
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.69	13.58	13.47
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.13	9.03
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	6.99	6.89
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.75	5.66
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	4.96	4.87
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.41	4.32
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.01	3.92
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.71	3.61
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.47	3.37
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.27	3.18
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.11	3.02
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	2.98	2.88
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.86	2.76
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.76	2.66
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.68	2.58
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.60	2.50
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.54	2.43
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.58	2.48	2.37
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.42	2.32
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.48	2.37	2.27
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.33	2.22
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.40	2.29	2.18
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.25	2.14
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.22	2.11
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.19	2.08
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.27	2.16	2.05
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.13	2.02
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	1.94	1.82
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.56	2.42	2.27	2.18	2.10	2.01	1.95	1.82	1.70
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.75	1.62
70	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.91	2.78	2.67	2.59	2.45	2.31	2.15	2.07	1.98	1.89	1.83	1.70	1.56
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.42	2.27	2.12	2.03	1.94	1.85	1.79	1.65	1.51
90	6.93	4.85	4.01	3.53	3.23	3.01	2.84	2.72	2.61	2.52	2.39	2.24	2.09	2.00	1.92	1.82	1.76	1.62	1.48
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.37	2.22	2.07	1.98	1.89	1.80	1.74	1.60	1.45
125	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.33	2.19	2.03	1.94	1.85	1.76	1.69	1.55	1.39
150	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.31	2.16	2.00	1.92	1.83	1.73	1.66	1.52	1.35
200	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.27	2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.48	1.30
500	6.69	4.65	3.82	3.36	3.05	2.84	2.68	2.55	2.44	2.36	2.22	2.07	1.92	1.83	1.74	1.63	1.57	1.41	1.20
1000	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.20	2.06	1.90	1.81	1.72	1.61	1.54	1.38	1.16
2000	6.65	4.62	3.79	3.33	3.03	2.81	2.65	2.52	2.42	2.33	2.19	2.05	1.89	1.80	1.71	1.60	1.53	1.37	1.13