



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
Republique Algérienne Democratique Et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

Université Larbi Tébessi – Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil

## THESE

Présenté par :

**H'mida HAMIDANE**

*Ingénieur de l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger*

Pour l'obtention du diplôme de **Doctorat en Sciences**

En : **Génie Civil**

Spécialité : **Matériaux et Structures**

### Sujet

**Modélisation de la performance des structures en  
béton armé dans les milieux agressifs**

Soutenu publiquement, le 04/02/2021, devant le jury:

NINOUH Tarek	Professeur	Université de Tébessa	Président
MESSABHIA Ali	Professeur	Université de Tébessa	Directeur de thèse
BENZAID Riad	Professeur	Université de Jijel	Examineur
BOUTAGOUGA Djamel	Maître de conférences A	Université de Tébessa	Examineur
BOUALI Meriem Fakhreddine	Maître de conférences A	Université de Souk Ahras	Examineur
MERDAS Abdelghani	Maître de conférences A	Université de Sétif	Examineur

Année Universitaire : 2020/2021

**A mes très chers parents**

**A ma chère femme et mes chers enfants**

**A mes chers frères et sœurs**

## **Remerciements**

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur Ali MESSABHIA, Professeur de l'Université de Tébessa, pour les conseils et l'aide qu'il a fournis au cours de ce travail de recherche. Ses encouragements, sa disponibilité, sa compréhension et surtout sa patience m'ont aidé à surmonter les moments les plus difficiles que j'ai rencontrés au cours de cette étude.

Je tiens à remercier également Monsieur Alaa CHATEAUNEUF, ancien Professeur de l'Université Clermont Auvergne et Directeur du Centre d'Innovation et de Développement pour l'Ecoconstruction (CIDECO), d'avoir codiriger cette thèse. Pour sa disponibilité lors de mes visites de courte durée à Polytech Clermont-Ferrand, sa critique constructive et ses conseils pertinents surtout dans la partie d'étude non-déterministe, je suis sincèrement très reconnaissant.

Je tiens à remercier aussi Monsieur Ayman ABABNEH, Professeur à l'Université Jordanienne des Sciences et de la Technologie, pour son assistance et ses critiques dans la rédaction des articles publiés.

Je remercie également les membres de jury : Monsieur Tarek NINOUEH, Professeur de l'Université de Tébessa, Monsieur Riad BENZAID, Professeur de l'Université de Jijel, Madame Meriem Fakhereddine BOUALI, Maître de conférences à l'Université de Souk Ahras, Monsieur Djamel BOUTAGOUGA, Maître de conférences à l'Université de Tébessa et Monsieur Abdelghani MERDAS, Maître de conférences à l'Université de Sétif, d'avoir accepté d'évaluer et améliorer ce travail par leurs commentaires précieux.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans exprimer ma sincère gratitude à mes parents, ma femme, mes frères et sœurs, sans leur soutien je n'aurais jamais pu finir ce travail.

## ملخص

في سياق التنمية المستدامة، يعزز البناء المستدام حماية البيئة والحفاظ على الموارد الطبيعية وتقليل تكاليف البناء والصيانة للهياكل . في مرحلة التصميم، يسمح استخدام المحاكاة بتقييم أداء الهياكل على المدى الطويل والتنبؤ بالاضطرابات المحتملة. مع ذلك، فمن الشائع ملاحظة الاختلافات بين الأداء المتوقع والفعلي بسبب وجود ارتيابات في البيانات وطرق المحاكاة.

في هذه الأطروحة، تم تطوير نموذج لتحليل متانة الهياكل الخرسانية المسلحة المعرضة لتآكل التسليح الحديدي الناجم عن الكلورايد، مع مراعاة التباين العشوائي لظروف التعرض ووجود ارتيابات في خصائص المواد والخصائص الهندسية، مع التركيز بشكل خاص على الارتبيات المعرفية التي تتميز بنقص المعلومات. تم إجراء النمذجة على مرحلتين . تم أولاً تطوير نموذج يقيني لتغلغل الكلورايد في الخرسانة. بعد ذلك، تم تضمين تأثير عدم اليقين والتنوع في ظروف التعرض لتقدير وقت بدء التآكل. اعتمد نموذج تغلغل الكلورايد على المحاكاة بطريقة العناصر المحدودة لظاهرة انتقال الحرارة والرطوبة ونقل الكلورايد. تم نمذجة حالات عدم اليقين المعرفية من خلال دالات الاحتمالية الضبابية وتم إجراء تحليل الموثوقية من خلال اعتماد نهج مونت كارلو الضبابي المختلط. تم نمذجة الظروف البيئية بشكل عشوائي لتعكس تغيرها بمرور الوقت.

تم فحص الأداء العددي للنموذج المطور من خلال عدة أمثلة تهدف إلى التحقق من الحساسية لمعايير المواد المختلفة، وتأثير الظروف المناخية، وتأثير عدم اليقين وتنوع الظروف البيئية.

### كلمات مفتاحية:

تغلغل الكلورايد، تآكل التسليح، الارتبيات المعرفية، محاكاة مونت كارلو الضبابية، الموثوقية، خرسانة مسلحة

## **Résumé**

Dans un contexte de développement durable, la construction durable promeut la protection de de l'environnement, la préservation des ressources naturelles et la réduction des dépenses de réalisation et de maintenance des ouvrages. En phase de conception, le recours à la simulation permet d'évaluer les performances à long terme des structures et de prévoir les éventuels désordres. Cependant, il est courant d'observer des différences entre les prévisions et les performances réelles à cause de la présence d'incertitudes dans les méthodes et les données de simulation.

Dans cette thèse, un modèle a été développé pour l'analyse de la durabilité des structures en béton armé sujettes à la corrosion induite par l'attaque des chlorures, tenant compte de la variabilité aléatoire des conditions d'exposition et de la présence d'incertitudes dans la géométrie et les propriétés du matériau. Une attention spéciale a été accordée aux incertitudes épistémiques caractérisées par un manque d'information. La modélisation a été entreprise en deux phases. Un modèle déterministe de la pénétration des chlorures dans le béton a été développé en premier. Ensuite, l'effet des incertitudes et de la variabilité des conditions d'exposition a été inclus pour l'estimation du temps d'initiation de la corrosion. Le modèle de la pénétration des chlorures a été basé sur la simulation par la méthode des éléments finis des phénomènes de transfert de chaleur, de transport de l'humidité et des chlorures. Les incertitudes épistémiques ont été modélisées par des fonctions de probabilités floues et l'analyse fiabiliste a été performée en adoptant une approche mixte Monte Carlo floue. Les conditions environnementales ont été modélisées de façon stochastique pour refléter leur variabilité au cours du temps.

La performance numérique du modèle développé a été examinée à travers plusieurs exemples visant à investiguer la sensibilité aux différents paramètres du matériau, l'effet des conditions climatiques, l'effet des incertitudes et de la variabilité des conditions environnementales.

## **Mots clés :**

Pénétration des chlorures, Corrosion, Incertitude épistémique, Simulation Monte Carlo floue, Fiabilité, Béton armé

## **Abstract**

In a context of sustainable development, sustainable construction promotes the protection of the environment, the preservation of natural resources and the reduction of construction and maintenance costs for structures. In the design phase, the use of simulation allows the assessment of long term performance of structures and the prediction of possible disorders. However, it is common to observe differences between forecast and actual performance due to the presence of uncertainties in the data and simulation methods.

In this thesis, a model was developed for the analysis of the durability of reinforced concrete structures subject to chloride induced reinforcement corrosion, taking into account the random variability of exposure conditions and the presence of uncertainties in the geometry and material properties, with special emphasis on epistemic uncertainties characterized by a lack of information. The modeling was undertaken in two phases. A deterministic model of chloride penetration in concrete was first developed. Then, the effect of uncertainties and variability in exposure conditions was included for the estimation of corrosion initiation time. The chloride penetration model was based on the simulation by the finite element method of the phenomena of heat transfer, moisture and chloride transport. The epistemic uncertainties were modeled by fuzzy probability functions and the reliability analysis was performed by adopting a mixed fuzzy Monte Carlo approach. Environmental conditions were modeled stochastically to reflect their variability over time.

The numerical performance of the developed model was examined through several examples aimed at investigating the sensitivity to the different material parameters, the effect of climatic conditions, the effect of uncertainties and the variability of environmental conditions.

## **Keywords:**

Chloride penetration, Corrosion, Epistemic uncertainty, Fuzzy Monte Carlo simulation, Reliability, Reinforced concrete

## Table de matières

<b>DEDICACES</b>	i
<b>REMERCIEMENTS</b>	ii
<b>ملخص</b>	iii
<b>RESUME</b>	iv
<b>ABSTRACT</b>	v
<b>TABLE DE MATIERES</b>	iv
<b>LISTE DES FIGURES</b>	ix
<b>LISTE DES TABLEAUX</b>	xi
<b>LISTE DES SYMBOLES</b>	xii
<b>LISTE DES ANNEXES</b>	xvii
<b>Introduction générale</b>	1
<b>Chapitre 1 : Corrosion induite par l'attaque des chlorures</b>	5
1.1. Durabilité des structures en béton	5
1.2. Corrosion des armatures dans le béton	7
1.2.1. Mécanisme de la corrosion dans le béton	7
1.2.2. Formes de la corrosion	9
1.2.3. Facteurs influençant la corrosion des armatures	10
1.2.3.1. Facteurs liés au matériau	10
1.2.3.1.1. L'enrobage	10
1.2.3.1.2. Le rapport Eau/Ciment	11
1.2.3.1.3. Le degré d'hydratation du ciment	11
1.2.3.1.4. La composition du ciment	11
1.2.3.1.5. Dosage en ciment	11
1.2.3.1.6. La teneur en agrégats	11
1.2.3.2. Facteurs liés au milieu environnant	12
1.2.3.2.1. L'humidité relative	12
1.2.3.2.2. La température	12
1.2.3.2.3. La teneur en oxygène	12
1.2.3.2.4. La teneur en agents agressifs	12
1.2.4. Taux de la corrosion	12
1.2.5. Conséquences de la corrosion	13
1.3. Modélisation de la durée de vie des structures en béton	14
1.4. Modélisation mécanique de la pénétration des chlorures dans le béton	16
1.4.1. Diffusion des chlorures	17
1.4.2. Diffusion des chlorures et convection	19
1.4.3. Coefficient de diffusion des chlorures	20
1.4.4. Fixation des chlorures	20
1.5. Seuil critique des chlorures dans le béton	22
1.6. Effet de la carbonatation	23
1.7. Effet des cycles gel-dégel	25
1.8. Effet des incertitudes	27
1.9. Conclusion	27

<b>Chapitre 2 : Modélisation des incertitudes</b>	30
2.1. Introduction	30
2.2. Classes des incertitudes	31
2.3. Approche probabiliste	32
2.3.1. Variable aléatoire	32
2.3.2. Calcul probabiliste – simulation Monte Carlo	33
2.3.3. Analyse de la fiabilité	36
2.3.3.1. Scénarii et domaines de défaillance	36
2.3.3.2. Fonction d'état limite	36
2.3.3.3. Calcul de la fiabilité	37
2.4. Approche d'intervalle	38
2.4.1. Concept de variable d'intervalle	38
2.4.2. Analyse d'intervalle	39
2.4.2.1. Approche arithmétique	40
2.4.2.2. Approche d'optimisation	40
2.4.2.3. La méthode des vertex	41
2.4.2. Analyse de la fiabilité	41
2.5. Approche floue ou possibiliste	42
2.5.1. Concept de variable floue	42
2.5.2. Analyse floue	44
2.5.3. Analyse de la fiabilité	46
2.6. Représentation numérique des incertitudes	47
2.7. Conclusion	47
<b>Chapitre 3 : Modélisation déterministe de la pénétration des chlorures dans le béton</b>	50
3.1. Introduction	50
3.2. Equations gouvernantes	50
3.3. Paramètres des équations gouvernantes	51
3.3.1. Transport des chlorures	51
3.3.1.1. Coefficient de diffusion des chlorures	51
3.3.1.2. Capacité de fixation des chlorures	53
3.3.1.3. Facteur de conversion d'unité $\mu$	56
3.3.2. Transport de l'humidité	57
3.3.2.1. Coefficient de diffusion de l'humidité	57
3.3.2.2. Capacité d'humidité	57
3.3.2. Transfert de chaleur	59
3.4. Conditions aux limites	59
3.4.1. Transport des chlorures	59
3.4.2. Transport de l'humidité	60
3.4.3. Transfert de chaleur	61
3.5. Formulation numérique	61
3.6. Algorithme de solution	65
3.7. Performance numérique du modèle	68
3.7.1. Optimisation des paramètres numériques du modèle	69

3.7.1.1. Optimisation du maillage	69
3.7.1.2. Optimisation de l'incrément de temps	69
3.7.2. Comparaison avec des résultats expérimentaux	71
3.7.2.1. Essais de Andrade <i>et al.</i>	71
3.7.2.2. Essais de Ababneh	71
3.7.3. Effet des paramètres du matériau	72
3.7.3.1. Effet du rapport eau/ciment	72
3.7.3.2. Effet de la teneur en agrégats	73
3.7.3.3. Effet du temps de cure humide	74
3.7.3.4. Effet de la composition du ciment	75
3.7.4. Effet des conditions météorologiques	76
3.8. Conclusion	81
<b>Chapitre 4 : Modélisation non-déterministe de l'initiation de la corrosion des armatures induite par les chlorures</b>	<b>83</b>
4.1. Introduction	83
4.2. Fonction de probabilités floue	84
4.3. Simulation Monte Carlo floue	84
4.4. Choix des paramètres incertains	87
4.5. Fonction de surface de réponse	89
4.6. Modélisation des paramètres incertains	90
4.6.1. Rapport eau/ciment et fraction volumique des agrégats	90
4.6.2. Temps de cure humide	91
4.6.3. Concentration critique des chlorures	91
4.6.4. Profondeur d'enrobage	92
4.7. Modélisation stochastique des conditions environnementales	92
4.8. Résultats et discussion	93
4.8.1. Fonction de probabilité floue	94
4.8.2. Effet du nombre d'échantillons de Monte Carlo	98
4.8.3. Effet du nombre de niveaux de coupe- $\alpha$	98
4.8.4. Effet du modèle des conditions d'exposition	101
4.8.5. Effet des incertitudes épistémiques	102
4.9. Conclusion	105
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>107</b>
<b>Références</b>	<b>110</b>
<b>Annexe A : Calcul des matrices élémentaires</b>	<b>119</b>
<b>Annexe B : Modèles climatiques</b>	<b>124</b>

## Liste des figures

<b>Figure</b>	<b>Description</b>	<b>Page</b>
1.1	Phases de la dégradation du béton par corrosion des armatures	7
1.2	Mécanisme de la corrosion des aciers en béton armé	8
1.3	Volumes relatifs du fer et des produits de la rouille	9
1.4	Représentation schématique du taux de corrosion pour différentes conditions du béton	13
1.5	Conséquences de la corrosion des armatures du béton	14
1.6	Exemples des conséquences de la corrosion des armatures du béton : (a) fissuration du béton, (b) éclatement et délaminage de l'enrobage, (c) réduction de la section d'une barre due à la corrosion par piqûres et (d) rupture fragile des torons de précontrainte due à la fragilisation par l'hydrogène	15
1.7	Effet de la fixation sur la pénétration des chlorures après 50 ans d'exposition	21
1.8	Capacité de fixation des chlorures dans le béton avant et après carbonatation	24
1.9	Capacité de fixation des chlorures en fonction de la carbonatation du béton	24
1.10	Effet des cycles gel-dégel sur la pénétration des chlorures pour différents nombres de cycles	26
1.11	Coefficient de diffusion apparent des chlorures en fonction du nombre de cycles gel-dégel	26
2.1	Méthodologie de la simulation Monte Carlo	34
2.2	Formes simples des fonctions d'appartenance ou de distribution de possibilité	43
2.3	Procédure d'analyse floue en utilisant la méthode de discrétisation de coupe- $\alpha$	45
3.1	Procédure de résolution globale du problème de pénétration des chlorures	66
3.2	Procédure de résolution de chacun des processus de transport considérés	67
3.3	Dalle de béton utilisée dans les simulations numériques	68
3.4	Influence de la taille du maillage sur les profils de chlorures libres simulés	
3.5	Influence de l'incrément de temps sur les profils de chlorures libres simulés	70
3.6	Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de Andrade <i>et al.</i>	71
3.7	Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de Ababneh	72
3.8	Effet du rapport eau/ciment sur la pénétration des chlorures dans le béton	73
3.9	Effet de la fraction volumique des agrégats sur la pénétration des chlorures dans le béton	73
3.10	Effet du temps de cure humide sur la pénétration des chlorures dans le béton	74
3.11	Effet du type de ciment sur la pénétration des chlorures dans le béton	75
3.12	Situation géographiques des villes côtières choisies	76
3.13	Températures et humidités relatives à Annaba du 12/07/2019 au 10/07/2020	77
3.14	Températures et humidités relatives à Abou Dabi du 12/07/2019 au 10/07/2020	77

<b>3.15</b>	Températures et humidités relatives à Accra du 12/07/2019 au 10/07/2020	78
<b>3.16</b>	Températures et humidités relatives à Oslo du 12/07/2019 au 10/07/2020	78
<b>3.17</b>	Effet des caractéristiques climatiques des villes choisies sur la pénétration des chlorures (10 ans d'exposition)	80
<b>3.18</b>	Effet des caractéristiques climatiques des villes choisies sur la pénétration des chlorures (25 ans d'exposition)	80
<b>4.1(a)</b>	Fonction de possibilité triangulaire $\mu_{\tilde{x}}(x)$ de la variable floue $\tilde{x}$	85
<b>4.1(b)</b>	Fonction de probabilité floue $\tilde{F}_X(x)$ d'une variable de distribution normale de valeur moyenne floue comme défini par $\tilde{x}$	85
<b>4.2</b>	Organigramme de l'analyse probabiliste floue de l'initiation de la corrosion des armatures de béton	86
<b>4.3</b>	Modélisation des conditions d'exposition pour trois ans : (a) température et (b) concentration en chlorures	94
<b>4.4</b>	Probabilité floue d'initiation de la corrosion : FDC supérieure, inférieure et nominale	95
<b>4.5</b>	Fonctions de densité de probabilité floues discrète et ajustées du temps d'initiation de la corrosion pour le cas étudié : limites supérieures, inférieures et nominales	96
<b>4.6</b>	Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion.	97
<b>4.7</b>	Fonction de probabilité floue d'initiation de la corrosion pour différents nombres d'échantillons de Monte Carlo	99
<b>4.8</b>	Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion pour différents nombres d'échantillons de Monte Carlo	99
<b>4.9</b>	Effet du nombres d'échantillons de Monte Carlo sur l'erreur relative	100
<b>4.10</b>	Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion pour différents nombres de niveaux de coupe $\alpha$	100
<b>4.11</b>	Effet du modèle des conditions d'exposition sur la probabilité floue d'initiation de la corrosion : FDC supérieure, inférieure et nominale	101
<b>4.12</b>	Effet du modèle des conditions d'exposition sur le temps d'initiation de la corrosion : fonctions de densité supérieure, inférieure et nominale	102

## Liste des tableaux

<b>Tableau</b>	<b>Description</b>	<b>Page</b>
3.1	Energies d'activation pour des pâtes de ciment faites en OPC	53
3.2	Composition minéralogique approximative des principaux types de ciment Portland exprimée en pourcentages pondéraux [%]	55
3.3	Valeurs des constantes d'évaluation du degré d'hydratation des différents composants du ciment	55
3.4	Facteurs de correction de $V_m$ et $n$ relatives au type de ciment	59
3.5	Correspondance entre les expressions simplifiées et explicites des équations différentielles gouvernantes	62
3.6	Paramètres du matériau utilisés dans les simulations	68
4.1	Valeurs de référence utilisées dans l'analyse de sensibilité	88
4.2	Sensibilité du modèle de pénétration des chlorures aux différents paramètres	88
4.3	Description des paramètres incertains considérés	93
4.4	Effet des incertitudes épistémiques sur le temps d'initiation de la corrosion : taux de variation de la limite supérieure par rapport à la limite inférieure	104
4.5	Effet des incertitudes épistémiques sur le temps d'initiation de la corrosion : changement relative de la largeur d'intervalle	104

## Liste des symboles

$\mathbf{1} [ ]$	Fonction indicatrice
$\frac{\partial C_t}{\partial C_f}$	Capacité de fixation des chlorures du béton
$\frac{\partial w}{\partial H}$	Capacité d'humidité du béton
$\left(\frac{\partial W}{\partial H}\right)_{agg}$	Capacité d'humidité des granulats
$\left(\frac{\partial W}{\partial H}\right)_{cp}$	Capacité d'humidité de la pâte de ciment
$\alpha_i$ ( $i= C_3S, C_2S, C_3A, C_4AF$ )	Degré d'hydratation de chacun des composants du ciment
$\beta_{C-S-H}$	Rapport du poids du gel C-S-H au poids du béton
$\beta_{Cl}$	Coefficient de transfert des chlorures de surface
$\beta_H$	Coefficient de transfert de l'humidité de surface
$\beta_{sol}$	Rapport du volume de la solution interstitielle au poids du béton
$\beta_T$	Coefficient de transfert de chaleur convectif
$\Gamma$	Matrice de covariance
$\gamma$	Paramètre d'intégration numérique du temps
$\kappa$	Processus aléatoire
$\tilde{\kappa}$	Moyenne d'un processus aléatoire
$\lambda_i$	Valeurs propres de la fonction de covariance
$\mu$	un facteur de conversion de l'unité de la concentration des chlorures libres en grammes de chlorures par grammes de béton
$\mu_{\tilde{x}}$	Fonction de possibilité d'une variable floue
$\xi_i$	Variation aléatoires normales
$\rho$	Densité du béton
$\rho(X_i, X_j)$	Coefficient de corrélation de deux variables aléatoires
$\sigma_X$	Ecart type de la variable aléatoire $X$
$\sigma_X^2$	Variance de la variable aléatoire $X$
$\emptyset$	Potentiel électrique
$\psi_i$	Fonctions propres de la fonction de covariance
$\rho_{sol}$	Densité de la solution interstitielle
$\mathbf{C}$	Fonction de covariance

$C$	Chaleur spécifique du béton
$C_{Env}$	Concentration des chlorures dans le milieu environnant
$C_f$	Concentration des chlorures libres
$C_{fi}$	Concentration des ions totaux de l'espèce 'i'
$C_s$	Concentration des chlorures en surface
$C_t$	Concentration des chlorures totaux
$C_{th}$	Concentration critique des chlorures dans le béton
$C_{ti}$	Concentration des ions totaux de l'espèce 'i'
$cov(X_i, X_j)$	Covariance de deux variables aléatoires
$D_{agg}$	Diffusivité des granulats
$D_{app}$	Coefficient apparent de diffusion des chlorures du béton
$D_{Cl}$	Coefficient de diffusion des chlorures du béton
$D_{cp}$	Diffusivité de la pâte de ciment
$D_H$	Coefficient de diffusion de l'humidité du béton
$D_{Hagg}$	Coefficient de diffusion de l'humidité des granulats
$D_{Hcp}$	Coefficient de diffusion de l'humidité de la pâte de ciment
$D_i$	Coefficient de diffusion dans la solution interstitielle de l'espèce 'i'
$D_T$	Conductivité thermique du béton
$d$	Profondeur d'enrobage
$E[X]$	Espérance d'une variable aléatoire $X$
$erf$	Fonction erreur
$F$	Constante de Faraday
$F_X$	Fonction de distribution cumulative
$\tilde{F}_X$	Fonction de distribution cumulative floue
$\overline{F}_X$	Borne supérieure d'une fonction de distribution cumulative floue
$\underline{F}_X$	Borne inférieure d'une fonction de distribution cumulative floue
$f_1$	Facteur reflétant l'effet du rapport eau/ciment et du temps de cure humide sur le coefficient de diffusion des chlorures du béton
$f_2$	Facteur reflétant l'effet des granulats et de la pâte de ciment sur le coefficient de diffusion des chlorures du béton

$f_3$	Facteur reflétant l'effet de l'humidité relative sur le coefficient de diffusion des chlorures du béton
$f_4$	Facteur reflétant l'effet de la température sur le coefficient de diffusion des chlorures du béton
$f_5$	Facteur reflétant l'effet de la concentration des chlorures libres sur le coefficient de diffusion des chlorures du béton
$f_{agg}$	Pourcentage pondéral des granulats
$f_{an}$	Fraction volumique des phases unhydratés du ciment
$f_{C-S-H}$	Fraction volumique du gel C-S-H
$f_{CH}$	Fraction volumique de la portlandite CH et de l'ettringite
$f_{CP}$	Fraction volumique des pores capillaires
$f_{core}$	Fraction volumique des noyaux unhydratés des grains de ciment
$f_{cp}$	Pourcentage pondéral de la pâte de ciment
$f_{X_1 X_2 \dots X_n}$	Fonction de densité de probabilité conjointe
$f_x$	Fonction de densité de probabilité
$g$	Fonction d'état limite
$g_i$	Fraction volumique des granulats du béton
$g_1$	Facteur reflétant la dépendance de la fonction de surface de réponse à la composition du béton et les conditions de cure
$g_2$	Facteur reflétant la dépendance de la fonction de surface de réponse à la profondeur du béton
$H$	Humidité relative
$H_c$	Humidité relative critique
$H_{Env}$	Humidité relative dans le milieu environnant
$J_C^S$	Flux des chlorures normal à la surface du béton
$J_m^S$	Flux de l'humidité normal à la surface du béton
$m_X$	Moyenne de la variable aléatoire $X$
$n(H, T)$	Isotherme d'adsorption d'eau du béton
$n_{agg}(H, T)$	Isotherme d'adsorption d'eau des granulats
$n_{cp}(H, T)$	Isotherme d'adsorption d'eau de la pâte de ciment
$n_k$	Nombre de termes de discrétisation de Karhunen-Loève
$P_f$	Probabilité de défaillance

$\tilde{P}_f$	Probabilité floue de défaillance
$q_T^s$	Flux de chaleur convectif à travers la surface du béton
<b>R</b>	Fiabilité
$R$	Constante des gaz parfaits ( $R = 8.314 \text{ J/mol. } ^\circ\text{K}$ )
$r^+$	Taux de changement de la concentration des chlorures totaux quand un paramètre est augmenté lors de l'analyse de sensibilité
$r^-$	Taux de changement de la concentration des chlorures totaux quand un paramètre est diminué lors de l'analyse de sensibilité
$S$	Aire de la surface des pores du béton
$s$	Moyenne carrée du taux de changement de la concentration des chlorures lors de l'analyse de sensibilité
$s_{max}$	Moyenne carrée maximale du taux de changement de la concentration des chlorures lors de l'analyse de sensibilité
$T$	Température
$T_0$	Température de référence ( $T_0 = 296 \text{ } ^\circ\text{K}$ )
$T_{Env}$	Température du milieu environnant
$t$	Time
$t_0$	Temps de cure humide du béton
$t_e$	Temps équivalent d'hydratation du béton
$U$	Energie d'activation du processus de diffusion
$V_{an}$	Volume des phases unhydratés du ciment
$V_{cp}$	Volume des pores capillaires
$V_m$	Capacité d'humidité monocouche
$V_p$	Porosité
$V_p^c$	Porosité critique
$V_{sol}$	Volume de la solution interstitielle
$W_{con}$	Poids du béton
$W_{C-S-H}$	Poids du gel C-S-H
$W_i$ ( $i = C_3S, C_2S, C_3A, C_4AF$ )	Pourcentage massique initial des composants du ciment
$W_{sol}$	Poids de la solution interstitielle
$w$	Teneur en eau du béton
$w/c$	Rapport eau/ciment
$X$	Variable aléatoire

$X$	Profondeur de béton depuis la surface
$x$	Variable d'intervalle
$\tilde{x}$	Point central d'un intervalle
$\bar{x}$	Rayon d'un intervalle
$\bar{x}$	Borne supérieure d'un intervalle
$\underline{x}$	Borne inférieure d'un intervalle
$\tilde{x}$	Variable floue
$z_i$	Nombre de charge de l'espèce ' $i$ '

## **Liste des annexes**

**Annexe A** : Calcul des matrices élémentaires

**Annexe B** : Modèles climatiques

## **Introduction générale**

Durant les dernières décennies, et de crainte d'altérer la qualité de vie des générations futures sur le globe terrestre, le concept de développement durable s'est intégré dans toutes les activités socio-économiques. L'industrie de construction, qui est parmi les activités humaines majeures, a un impact considérable sur la société, l'économie et l'environnement. Une construction durable assurera la préservation des ressources en matières premières, la limitation des dépenses relatives à la réalisation et la maintenance des ouvrages et la protection de l'environnement vis-à-vis des émissions des gaz nocifs et des déchets de démolition.

Durant leur service, les structures en béton sont sujettes à plusieurs facteurs de dégradation, physiques et chimiques. Parmi les facteurs physiques les cycles d'échauffement-refroidissement et les cycles de mouillure-séchage. Parmi les facteurs chimiques les attaques par les acides, par des ions agressifs comme les chlorures et les sulfates ou par des fluides comme le dioxyde de carbone. Les facteurs chimiques englobent aussi les réactions entre les constituants du béton comme la réaction alkali-silicate. Les facteurs de dégradation peuvent être aussi de nature biologique, comme la bactérie réductrice du soufre. Quand ces facteurs sont combinés avec les charges mécaniques, ils accélèrent le vieillissement et la dégradation du béton et par conséquence compromettre la sécurité, la fonctionnalité et la durabilité de la structure et réduire sa durée de service.

La corrosion des armatures du béton est la cause de dégradation la plus répandue, en particulier pour les structures situées dans des environnements contaminés aux ions chlorures (eau de la mer, eau souterraine salée, eau usée et sels de dégivrage) et/ou au dioxyde de carbone (zone urbaine à très fort trafic ou zone à forte activité industrielle). L'acier noyé dans le béton est généralement passif vis-à-vis de la corrosion. Cette passivation est assurée par une couche protectrice d'oxyde de fer et une forte alcalinité du béton. La couche d'oxyde de fer peut être détruite par une attaque des chlorures, tandis que le degré d'alcalinité peut être réduit par la carbonatation du béton. Si une des conditions de passivation est compromise, les armatures de béton deviennent corrodables. La corrosion de l'acier entraîne une réduction de la section des armatures, la fissuration, l'écaillage et la délamination du béton en raison de la formation de la rouille à l'interface béton-acier. La réparation ou le remplacement d'un élément dégradé d'une structure engendre des dépenses supplémentaires considérables. Le coût direct des réparations et de l'entretien induits par la corrosion des ponts routiers américains est d'environ huit milliards de dollars par an, tandis que les coûts indirects causés par les retards de la circulation et la perte

de productivité sont estimés à dix fois le précédent. Pour une meilleure gestion du cycle de vie des ouvrages, il est nécessaire de développer des modèles de performance à long terme pour prévoir les éventuels désordres et évaluer leurs durées de vie afin de s'assurer de leur durabilité.

Dans les zones côtières ou très froides, l'attaque des chlorures est la cause principale de la corrosion des armatures de béton. Ce mécanisme de dégradation se produit en deux étapes : initiation et propagation. Dans la première étape, les ions chlorures pénètrent dans la couche d'enrobage pour atteindre les armatures, et dans la deuxième, les armatures se corrodent et provoquent la perte de section transversale et la fissuration du béton. La première étape est beaucoup plus longue que la deuxième et sa fin est généralement considérée comme la fin de la durée de service de l'ouvrage. Pour cela, on s'intéresse beaucoup plus au transport des chlorures dans le béton qu'à la corrosion des barres elle-même.

Plusieurs mécanismes contribuent au transport des chlorures à l'intérieur du béton. Ces mécanismes sont influencés par les propriétés du béton et les conditions environnementales de service. En zones marines ou en régions froides où les sels de déverglaçage sont fréquemment utilisés, les quantités importantes des ions chlorures auxquelles sont exposées les structures en béton accélèrent la dégradation induite par la corrosion des armatures. Dans les régions où il y a une forte variation de l'humidité relative du milieu environnant de façon à créer des cycles de séchage/humidification, une quantité importante des chlorures est entraînée à l'intérieur du béton par le mouvement de l'eau. En régions froides, où la température ambiante descend souvent en dessous de 0°C en période hivernale, les cycles gel-dégel causés par la variation de la température entre le jour et la nuit peuvent causer un endommagement de la microstructure du béton et par conséquent les propriétés de transfert de masse sont altérées. Pour s'assurer de la performance du béton, un modèle de prédiction de la pénétration des chlorures dans les structures en béton mises en œuvre dans de telles régions doit tenir compte de tous les mécanismes impliqués et les facteurs influents.

Dans la modélisation du transport des chlorures dans le béton, les paramètres relatifs au matériau, à la géométrie et aux conditions environnementales présentent tous des incertitudes considérables. Ces incertitudes sont généralement prises en compte en utilisant une analyse fiabiliste basée sur la théorie des probabilités. Cependant, cela nécessite une description complète de tous les paramètres incertains, basée sur des données de performance de structures similaires dans des conditions telles que celles de service. Dans ce cas les incertitudes sont connues comme étant aléatoires. Dans certaines situations, cette description ne peut être faite de façon précise en raison d'un manque d'information dû soit à la difficulté de collecter les

données soit au coût relatif important. Dans de telles situations, il y a souvent recours aux avis d'experts pour avoir une estimation ou une description des paramètres incertains, et les incertitudes sont connues comme étant épistémiques. Pour une analyse fiable de la pénétration des chlorures, ces incertitudes épistémiques doivent être prise en compte de façon différente à celles aléatoires afin de refléter et d'examiner l'effet du type d'incertitudes sur la durée d'initiation de la corrosion.

L'objectif principal de ce travail est la modélisation de la pénétration des chlorures dans les structures en béton en tenant compte de l'effet des conditions environnementales et du type d'incertitudes impliquées, afin d'estimer le temps d'initiation de la corrosion. Pour ce faire, le travail est subdivisé en deux parties. Premièrement, une modélisation mécanique déterministe couplant le transport des chlorures, la diffusion de l'humidité et le transfert de chaleur en utilisant une approche multi-échelles. Deuxièmement, une modélisation non-déterministe de l'initiation de la corrosion engendrée par l'attaque des chlorures et basée sur la théorie des probabilités imprécises, pour prendre en considération l'effet des incertitudes aléatoires et/ou épistémiques impliquées.

Cette thèse est divisée en quatre chapitres : un chapitre consacré à une revue de la littérature, un chapitre consacré à une description des méthodes de modélisation des incertitudes et un chapitre consacré à chacune des deux parties de la modélisation déterministe et non-déterministe. Elle débute par une introduction décrivant la problématique traitée et une conclusion résumant les résultats trouvés.

Le premier chapitre présente une recherche bibliographique couvrant tous les aspects relatifs à la corrosion des armatures de béton engendrée par l'attaque des chlorures. Il commence par la description du mécanisme de la corrosion des armatures, ses formes, ses conséquences et les facteurs influents. Ensuite, vient une présentation des types de modèles de la durée de service des ouvrages en béton. Une attention spéciale est accordée aux modèles mécaniques de la pénétration des chlorures dans le béton, où les mécanismes de transport impliqués, leurs équations gouvernantes et les paramètres du matériau correspondant sont décrits, tout en examinant les travaux précédents. Puis vient une discussion des effets de l'interaction du transport des chlorures avec d'autres mécanismes de dégradation tels que l'attaque de gel et la carbonatation. Et enfin, le chapitre se termine par une revue des études antérieures visant la prise en compte de l'effet des incertitudes dans la modélisation de la durée de service des ouvrages en béton.

Le deuxième chapitre présente les différentes méthodes de modélisation des incertitudes pour la considération de leur effet lors d'une analyse numérique. Il commence par une classification des incertitudes selon leur nature. Ensuite, l'approche probabiliste de modélisation des incertitudes est décrite brièvement. Les variables aléatoires, les méthodes de calcul probabiliste et l'analyse de la fiabilité sont tous présentées. Ensuite, l'approche de modélisation des incertitudes par des intervalles est présentée. Le concept de variables d'intervalle est défini en premier, puis les méthodes d'analyse d'intervalle sont présentées et la mesure de fiabilité est définie. Ensuite, la modélisation des incertitudes par des variables floues est présentée. Le concept de variable floue est défini en premier, puis les méthodes de calcul avec des variables floues sont présentées et la substitution de la notion de probabilité de défaillance par possibilité de défaillance est discutée. Finalement, la convenance d'utilisation de chacune des approches de modélisation des incertitudes est discutée.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation déterministe de la pénétration des chlorures dans le béton. Il commence par la description des équations gouvernantes des phénomènes impliqués, c'est-à-dire le transport des chlorures, de l'humidité et le transfert de chaleur, et de tous les paramètres correspondant. Ensuite, vient la formulation numérique des équations gouvernantes par une approche mixte éléments finis-différences finies, tout en décrivant l'algorithme de résolution. Et finalement, le chapitre se clôture par un examen de la performance numérique du modèle développé à travers la comparaison avec des résultats expérimentaux précédents et une étude paramétrique investiguant l'effet des propriétés du matériau et des conditions climatiques.

Le quatrième chapitre est destiné à l'analyse fiabiliste de l'initiation de la corrosion induite par l'attaque des chlorures. Il débute par la description de l'approche mixte probabiliste-floue adoptée pour la modélisation des incertitudes épistémiques. Ensuite, la méthode d'analyse fiabiliste proposée est présentée. Le choix et la modélisation des paramètres incertains sont justifiés. Ensuite, la fonction de surface de réponse développée pour l'évaluation de la fonction d'état limite est présentée et la modélisation stochastique des conditions environnementales est décrite. Finalement, la durabilité d'une station d'épuration des eaux usées de la région de Tébessa vis-à-vis de la corrosion des armatures de béton est étudiée en utilisant le modèle développé, tout en analysant sa sensibilité aux différents paramètres incertains et aux modèles des conditions d'exposition.

## **Chapitre 1 : Corrosion induite par l'attaque des chlorures**

### **1.1. Durabilité des structures en béton :**

La disponibilité des matières premières pour la fabrication du ciment Portland, le constituant principal du béton, ainsi que du sable et des graviers, ses autres constituants importants, a fait du béton un matériau de construction universel. Il est utilisé dans la plupart des constructions tels que les bâtiments, les ponts, les autoroutes, les aéroports, les barrages, les silos, les réservoirs, les canaux, les égouts, les pipelines et bien d'autres structures qui constitue l'infrastructure de base de la société moderne. Bien que le béton de qualité moyenne puisse être produit sans avoir des connaissances approfondies, la production d'un béton de haute qualité nécessite un savoir-faire et une perception scientifique et technologique.

Lorsque la production en masse du béton a commencé au début du vingtième siècle, il était généralement admis que le béton est résistant à toute attaque chimique ou effet environnemental, et qu'il ne devait supporter que les charges structurelles provenant des différentes charges appliquées à la structure. Cependant, l'expérience a depuis montré sa sensibilité à certains types d'agents chimiques et environnementaux, bien que le processus de dégradation soit très lent. Actuellement, il est courant que l'humidité, la température, la présence d'agents chimiques agressifs tels que les acides, l'oxygène, le dioxyde de carbone, les chlorures et les sulfates, ainsi que les propriétés physiques et la composition chimique et minéralogique du béton affectent la durabilité des structures en béton.

D'après la commission 201 de l'Institut Américain de Béton (ACI) [1], *la durabilité du béton à base de ciment portland est définie par sa capacité à résister aux intempéries, aux attaques chimiques, à l'abrasion ou à tout autre processus de détérioration.* En d'autres mots, un béton durable doit conserver sa forme, sa qualité et sa fonctionnalité lorsqu'il est exposé à son environnement de service. Néanmoins, il n'existe aucun matériau qui est intrinsèquement durable. Par interaction avec l'environnement, la microstructure du béton va changer au cours de son service, et en conséquence, ses propriétés seront altérées. La durée de service du béton est achevée lorsque la détérioration de ses propriétés atteint un niveau où son utilisation est jugée dangereuse ou inacceptable. La dégradation du matériau constitutif d'une structure nécessite sa réparation ou son remplacement, ce qui engendre des dépenses supplémentaires très importantes. L'augmentation des coûts de gestion des structures due aux dégradations du matériau et ses implications sur la société et l'environnement ont créé un besoin urgent pour

développer des méthodes de conception pour la durabilité et des modèles de prédiction de la durée de service des structures.

De nos jours, la mitigation des problèmes de durabilité est devenue primordiale. A cet effet, plusieurs efforts ont été faits afin d'élaborer des règlements indépendants pour la conception de béton durable et de l'intégrer au même stade que la conception de béton résistant. Dans ce sens, l'Institut Américain de Béton (ACI) [1], la Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux, systèmes de construction et ouvrages (RILEM) [2] et la Fédération Internationale de Béton (FIB) [3] ont établi des guides ou rapports techniques qui donnent des recommandations et des règles pratiques pour l'évaluation de la durabilité d'une structure en béton et l'estimation de sa durée de service. Cependant, en raison du manque de connaissances sur la microstructure du béton, de la complexité et de la synergie des processus de transport des agents agressifs et des processus de détérioration et de l'interaction entre les contraintes mécaniques et environnementales, l'obtention de méthodes générales et de modèles holistiques capables de prendre en considération tous les mécanismes de dégradation est une tâche très difficile, pourtant nécessaire.

La corrosion des armatures est une cause majeure de la dégradation prématurée des structures en béton armé implantées dans des régions marines ou froides. Elle est principalement due à la pénétration des ions chlorures, et peut entraîner une perte de l'intégrité structurelle qui affecte la capacité portante et éventuellement provoque l'effondrement. Les sources de chlorures dans le béton peuvent être internes (à partir des composants du béton) ou externes (principalement les sels de déverglaçage ou l'eau de mer). L'acier noyé dans le béton est généralement protégé contre la corrosion par un film mince d'oxyde de fer ( $Fe_2O_3$ ). Ce film peut être détruit si la concentration en chlorures à la profondeur d'enrobage atteint une valeur seuil. L'autre condition de passivation des armatures est la forte alcalinité ( $pH > 13$ ) du béton due à l'hydratation du ciment. Cette condition peut être compromise si le niveau de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) dissous dans la solution interstitielle à la profondeur d'enrobage atteint un seuil critique. En raison des contraintes dues à la formation de la rouille, la corrosion des armatures entraîne la réduction de la section des barres, la fissuration, l'écaillage et même l'éclatement du béton.

La pénétration des chlorures dans le béton est un processus complexe, auquel plus d'un mécanisme contribuent. Elle est influencée par de nombreux facteurs, principalement les propriétés du béton et les conditions environnementales. Dans les régions froides et marines, où la fréquence des cycles de mouillage/séchage et de chauffage/refroidissement est élevée, en plus des longues périodes d'exposition aux chlorures, le risque et le taux de détérioration sont

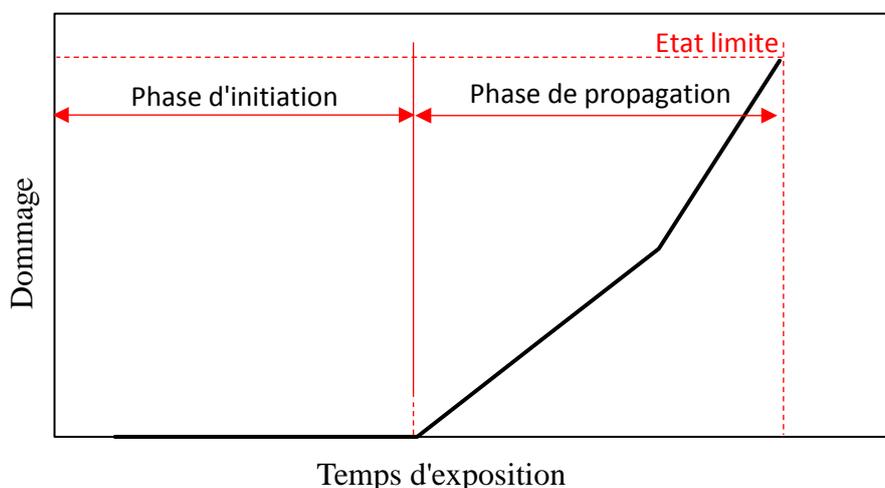
élevés. Il est connu que l'augmentation de la température diminue la viscosité des fluides, et par conséquent accélère l'écoulement du liquide contenant les chlorures dans le béton. Les cycles de gel et de dégel dans les régions froides endommagent la microstructure du béton qui finit par se fissurer, ce qui accélère la pénétration d'agents externes dans le béton. Les cycles de mouillage et de séchage augmentent le taux de pénétration des chlorures contenus dans l'eau. En conséquence, pour mieux protéger le béton, un modèle qui prédit l'entrée des chlorures dans les structures en béton mises en œuvre dans de telles régions doit prendre en compte tous ces facteurs.

## 1.2. Corrosion des armatures dans le béton :

### 1.2.1. Mécanisme de la corrosion dans le béton :

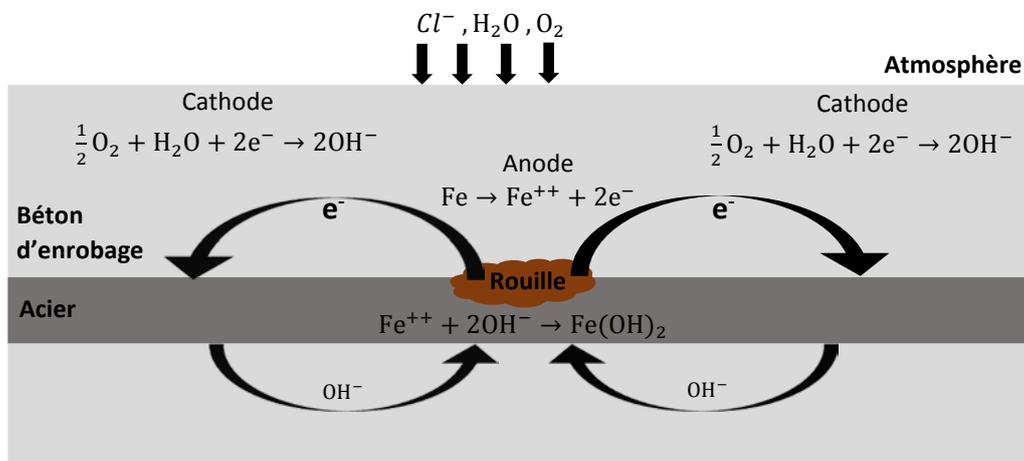
La corrosion peut être définie comme une attaque destructive et involontaire du métal, due à son interaction avec le milieu environnant [4]. Bien qu'il existe plusieurs types de corrosion, dans le béton, elle demeure de nature électrochimique. Cela signifie qu'une réaction chimique se produit entre la surface des armatures et la solution interstitielle du béton, dans laquelle des électrons sont transférés d'une matière à une autre.

La corrosion des armatures dans le béton est un processus à deux phases : la phase d'initiation ou d'incubation et la phase de propagation [5] (Figure 1.1). Durant la phase d'initiation, les agents corrosifs sont transportés à travers le béton vers les barres d'armature, mais aucune perte de section transversale de l'acier ne se produit. Au stade de la propagation, la structure se détériore du fait de la perte de section transversale des armatures et de l'accumulation des produits de corrosion autour de la surface des barres, ce qui provoque la fissuration du béton.



**Figure 1.1.** Phases de la dégradation du béton par corrosion des armatures [5].

Dans la corrosion induite par les chlorures, l'étape d'initiation correspond à la pénétration des ions chlorures dans le béton et à leur accumulation autour de la surface des armatures. Lorsque la teneur en chlorures au niveau des barres atteint une certaine valeur, le film qui protège l'acier sera détruit et la passivation de l'acier est compromise. Ceci marque le début de la phase de propagation. Comme l'acier est dépassivé, et avec la présence d'eau et d'oxygène, les réactions de corrosion commencent à se produire comme illustré à la figure (1.2). La présence d'ions chlorures génère un gradient de potentiel électrochimique qui provoque l'oxydation de l'acier (région anodique) à travers la réaction :



**Figure 1.2.** Mécanisme de la corrosion des aciers en béton armé [6].

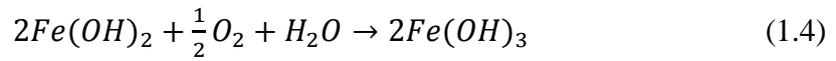
Les électrons libres se déplacent vers la région cathodique et des ions hydroxydes se forment suite à la réduction de l'oxygène dissous :



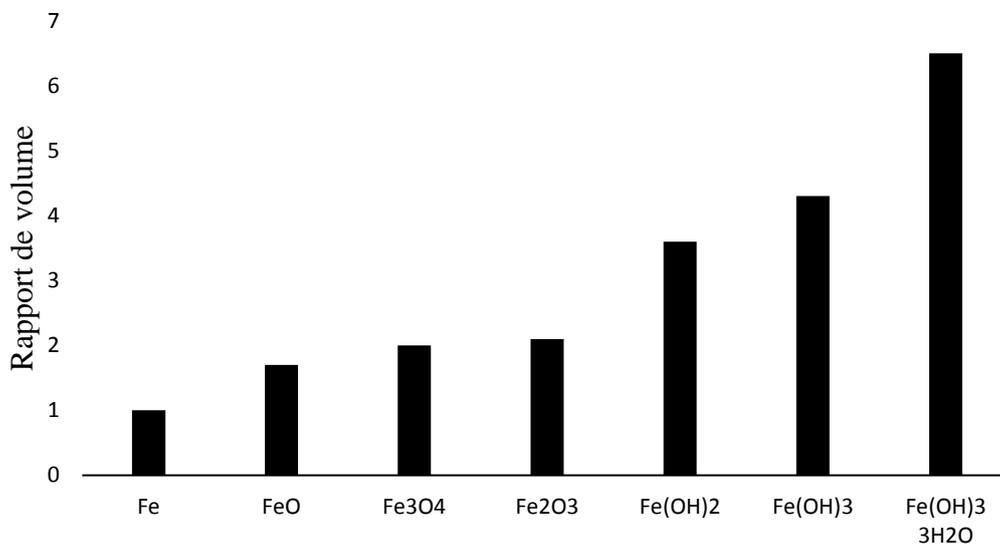
Les ions hydroxydes formés se déplacent à travers la solution interstitielle du béton vers la région anodique où ils se combinent avec les ions ferreux dissous pour former de l'hydroxyde ferreux, c'est-à-dire :



S'il existe suffisamment d'oxygène en zone anodique, l'hydroxyde ferreux peut encore être oxydé en d'autres produits de corrosion :



La transformation de l'oxyde ferreux en états d'oxydation plus élevés s'accompagne d'une augmentation de volume (Figure 1.3). Cette expansion exerce des contraintes de traction sur le béton environnant, provoquant une fissuration et même un éclatement du béton quand la résistance à la traction du béton est dépassée.



**Figure 1.3.** Volumes relatifs du fer et des produits de la rouille [7].

### 1.2.2. Formes de la corrosion :

Selon la manière dont elle se manifeste, la corrosion des métaux peut être classée en plusieurs formes [4]:

- La corrosion uniforme ou généralisée se produit de manière plus ou moins régulière sur toute la surface. Elle est observée sur les métaux exposés aux milieux acides.
- La corrosion galvanique se produit lorsque deux métaux ayant des compositions et des potentiels de corrosion différents sont couplés tout en étant exposés à un électrolyte. Le métal le moins noble ou le plus réactif dans l'environnement particulier subira une corrosion accélérée par le métal le plus inerte. Elle est observée dans les barres en acier galvanisé.

- La corrosion caverneuse survient à la suite de différences de concentration d'ions ou de gaz dissous dans la solution électrolytique, principalement l'oxygène. Elle est observée dans les fissures ou autres endroits peu accessibles à l'oxygène.
- La corrosion par piqûres est une forme d'attaque très localisée, dans laquelle de petites cavités ou trous se forment. Elle pénètre habituellement de la surface extérieure vers l'intérieur dans une direction presque verticale. Il s'agit d'un type de corrosion extrêmement insidieux, souvent non détecté et avec très peu de pertes matérielles jusqu'à la défaillance. C'est la forme la plus observée dans les armatures sous attaque de chlorures.
- La corrosion sous contraintes résulte de l'action commune entre contraintes mécaniques de traction et réactions électrochimiques. De petites fissures se forment puis se propagent dans une direction perpendiculaire aux contraintes, et la rupture peut éventuellement se produire.
- La fragilisation par l'hydrogène est, au sens strict, un mécanisme de dégradation plutôt qu'une forme de corrosion. Cependant, elle est souvent produite par l'hydrogène qui est générée des réactions de corrosion. L'hydrogène dans sa forme atomique se diffuse de façon interstitielle à travers le réseau cristallin de l'acier et des concentrations faibles peuvent provoquer des fissures. Une réduction significative de la ductilité et de la résistance à la traction se produit menant à une rupture fragile de façon catastrophique. Ce phénomène est observé souvent dans les torons de précontrainte ou les aciers de très haute résistance.

### **1.2.3. Facteurs influençant la corrosion des armatures :**

Les facteurs capables d'influencer le taux et la vitesse de corrosion des armatures de béton peuvent être regroupés dans deux catégories : des facteurs liés au matériau et des facteurs liés au milieu environnant.

#### **1.2.3.1. Facteurs liés au matériau :**

##### *1.2.3.1.1. L'enrobage :*

L'enrobage de béton protège physiquement les aciers en constituant une barrière vis-à-vis des agents agressifs. Egalement, il le protège chimiquement grâce au pH élevé de la solution interstitielle du béton, lequel maintient stable la couche protectrice formée sur les aciers. Une augmentation de l'enrobage décélère la pénétration d'agents agressifs et allonge la durée de service de la structure.

#### *1.2.3.1.2. Le rapport Eau/Ciment :*

Un rapport (Eau/Ciment) élevé augmente la taille et la quantité des pores et améliore l'interconnexion du réseau poreux, ce qui favorise la pénétration des agents agressifs. Par contre, la réduction de ce rapport diminue la taille et la quantité des pores ce qui rend les espaces plus restreints et discontinus, et par conséquent, la pénétration d'agents agressifs est limitée.

#### *1.2.3.1.3. Le degré d'hydratation du ciment :*

La taille des pores et l'interconnexion du réseau poreux diminue en fonction du degré d'hydratation, ce qui entraîne par le fait même une diminution de la diffusion des agents agressifs. Le degré d'hydratation dépend essentiellement du temps et des conditions de cure. Une cure humide prolongée favorise l'hydratation du ciment et prévient les phénomènes de retrait et assure des performances élevées en peau de béton. De même, un traitement thermique améliore la microstructure et les caractéristiques mécaniques du béton.

#### *1.2.3.1.4. La composition du ciment :*

Les propriétés caractérisant la durabilité du béton (principalement la perméabilité aux différents agents agressifs) sont liées aux différents teneurs des phases minérales du ciment, résultant en des taux différents des réactions d'hydratation et donc différents teneurs en cristaux cimentaires. Un ciment contenant plus de  $C_2S$  que  $C_3S$  résulte en un béton moins perméable et donc plus durable, du fait que l'hydratation de  $C_2S$  produit plus de C-S-H et moins de C-H comparativement à l'hydratation de  $C_3S$ . De plus, les ciments contenant des niveaux élevés de  $C_3A$  peuvent fixer chimiquement une plus grande quantité des ions chlorures, résultant en une pénétration décélérée de ces derniers.

#### *1.2.3.1.5. Dosage en ciment :*

Les pores constituent le chemin d'accès pour la pénétration et la circulation des agents agressifs. Le volume et la connectivité des pores augmentent avec et la diminution du dosage en ciment. Donc, un dosage en ciment élevé a un effet ralentisseur de la pénétration des agents agressifs.

#### *1.2.3.1.6. La teneur en agrégats :*

En présence des agrégats, une couche plus poreuse que la matrice cimentaire appelée interface de transition (ITZ) est formée autour des agrégats. Plus la teneur en agrégats est élevée plus les zones de transition des agrégats voisins se rapprochent jusqu'à un certain niveau où elles deviennent interconnectées d'où une augmentation de la porosité et donc la diffusivité des

agents agressifs dans la pâte de ciment. Par contre, les agrégats ont généralement une diffusivité beaucoup plus faible que celle de la pâte de ciment, et donc la diffusivité effective du béton (mélange agrégats et ciment) est autant plus faible que la teneur en agrégats augmente.

#### 1.2.3.2. Facteurs liés au milieu environnant :

##### *1.2.3.2.1. L'humidité relative :*

La solution contenue dans les pores du béton assure les réactions de corrosion et la diffusion ionique. L'humidité du béton influe sur la passivation ou la corrosion des armatures. Lorsque l'humidité du béton est faible, la pénétration de certains gaz tels que l'oxygène ou le dioxyde de carbone est facilitée ; par contre, la diffusion des ions tels que les chlorures ou les réactions de la corrosion ne se produisent qu'en présence de liquide. De plus, le mouvement d'eau causé par un gradient d'humidité relative peut transporter par convection des agents agressifs en solution et donc accélérer le processus de dégradation.

##### *1.2.3.2.2. La température :*

Une basse température ralentit la diffusion ionique d'agents agressifs et les réactions chimiques de corrosion, alors qu'une haute température produit le contraire. De plus, des températures extrêmes hautes ou basses peuvent provoquer des dégradations du béton ce qui augmente la pénétration d'agents agressifs.

##### *1.2.3.2.3. La teneur en oxygène :*

La présence d'oxygène dissous en solution interstitielle est primordiale pour la réaction dite cathodique de la corrosion (réaction produisant des ions hydroxydes OH<sup>-</sup>). L'élévation de la teneur en oxygène augmente la vitesse de la réaction de dissolution du métal.

##### *1.2.3.2.4. La teneur en agents agressifs :*

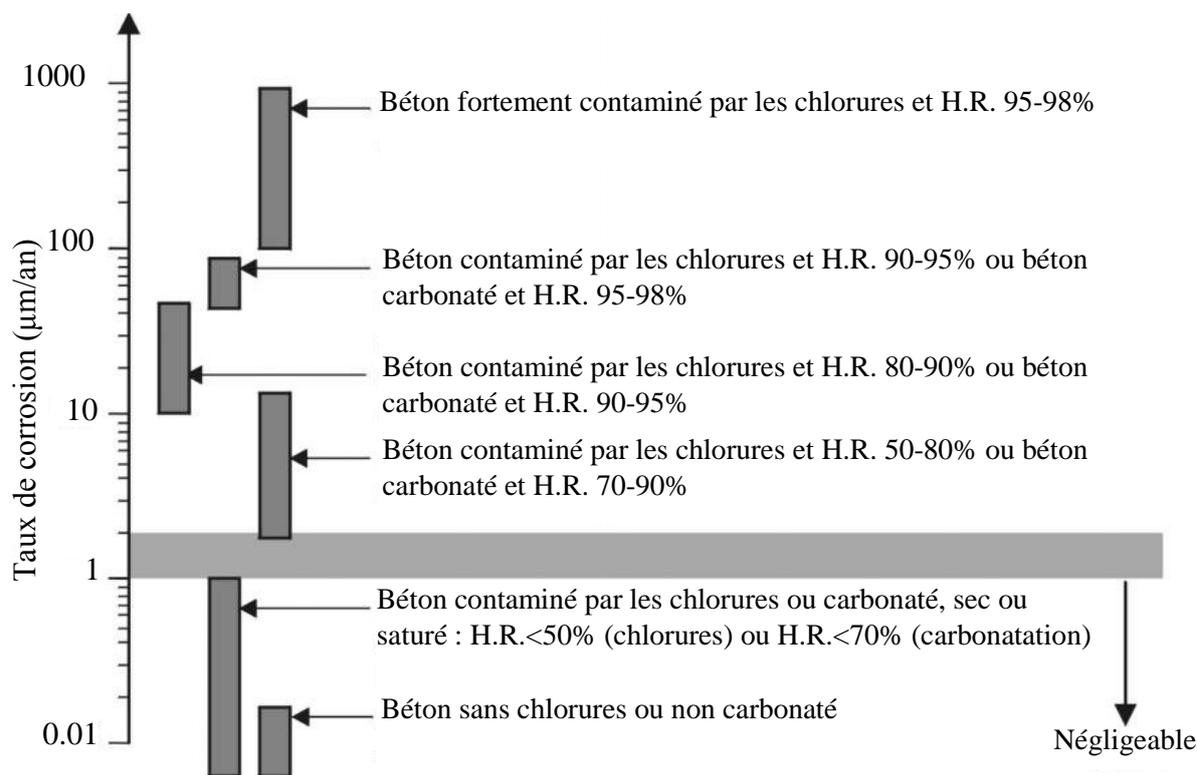
Les chlorures peuvent s'introduire dans le béton sous forme ionique en phase liquide contrairement à la carbonatation où le CO<sub>2</sub> pénètre en phase gazeuse. Une teneur élevée en chlorures ou en CO<sub>2</sub> dans le milieu environnant accélère leur transport dans le béton et donc la corrosion des armatures.

#### **1.2.4. Taux de la corrosion :**

Le taux de corrosion est généralement exprimé par le taux de pénétration et est mesuré en µm/an. Souvent, en particulier dans les tests au laboratoire, il est exprimé en unités

électrochimiques, c'est à dire en mA/m<sup>2</sup> ou en μA/cm<sup>2</sup>. Dans le cas de l'acier, 1 mA/m<sup>2</sup> ou 10 μA/cm<sup>2</sup> correspond à une perte de masse égale à environ 90 g/m<sup>2</sup>.ans et un taux de pénétration d'environ 11,7 μm/an.

Le taux de corrosion peut être considéré comme négligeable s'il est inférieur à 2 μm/an, faible entre 2 et 5 μm/an, modéré entre 5 et 10 μm/an, intermédiaire entre 10 et 50 μm/an, élevé entre 50 et 100 μm/an et très élevé pour des valeurs supérieures à 100 μm/an. La figure (1.4) montre les plages typiques de variation du taux de corrosion dans des bétons contaminés aux chlorures ou en dioxyde de carbone en fonction de l'humidité relative (R.H.) de l'environnement.

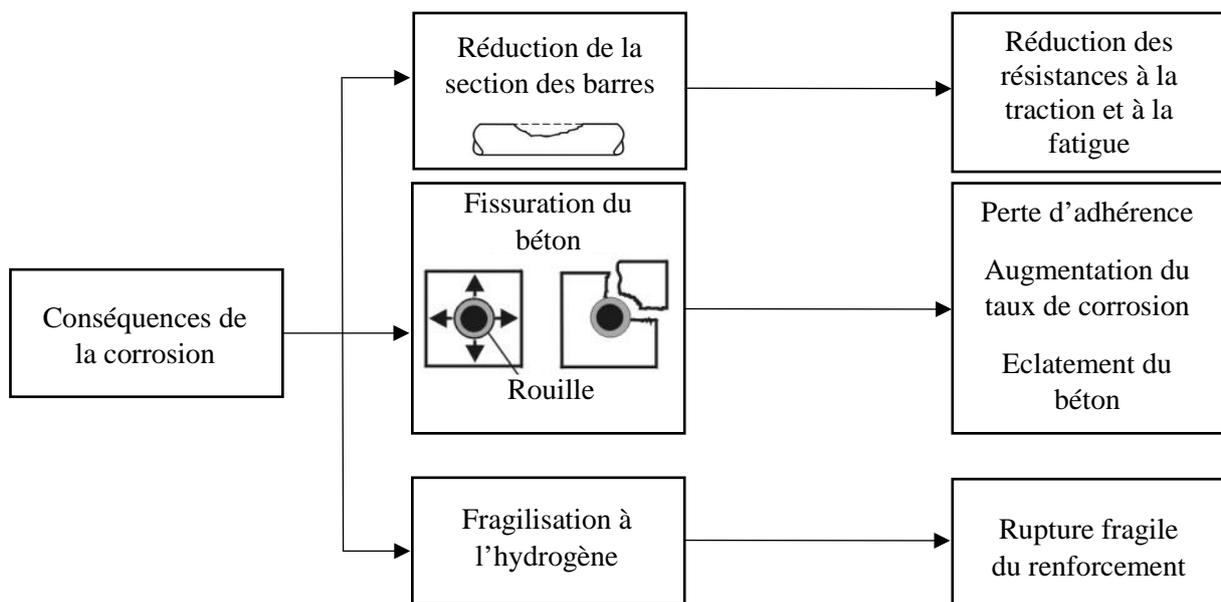


**Figure 1.4.** Représentation schématique du taux de corrosion pour différentes conditions du béton [8].

### 1.2.5. Conséquences de la corrosion :

Les principales conséquences d'une attaque corrosive sont illustrées dans la figure (1.5). La corrosion est souvent marquée par des taches de rouille qui apparaissent sur la surface externe du béton, ou un endommagement de l'enrobage de béton produit par l'expansion des produits de corrosion. En effet, ces produits occupent un volume beaucoup plus important que l'acier d'origine des barres. En fonction de leur composition et du degré d'hydratation du béton, le volume des produits de corrosion peut être de 2 à 6 fois supérieur à celui du fer dont ils sont

dérivés (figure 1.3). Par conséquent, les produits de corrosion peuvent produire des contraintes de traction qui génèrent des fissures dans la couche d'enrobage de béton (Figure 1.6a). Cela peut causer un effritement dans une zone localisée ou un délaminage complet de la couche d'enrobage (Figure 1.6b). Une réduction de l'adhérence entre les armatures et le béton peut également se produire. En cas de corrosion localisée, la section transversale du ferrailage peut être considérablement réduite (Figure 1.6c) et donc sa capacité portante et sa résistance à la fatigue. Enfin, dans des conditions très particulières conduisant à la fragilisation par l'hydrogène des aciers à haute résistance, la rupture fragile de certains types de torons de précontrainte peut avoir lieu (Figure 1.6d).



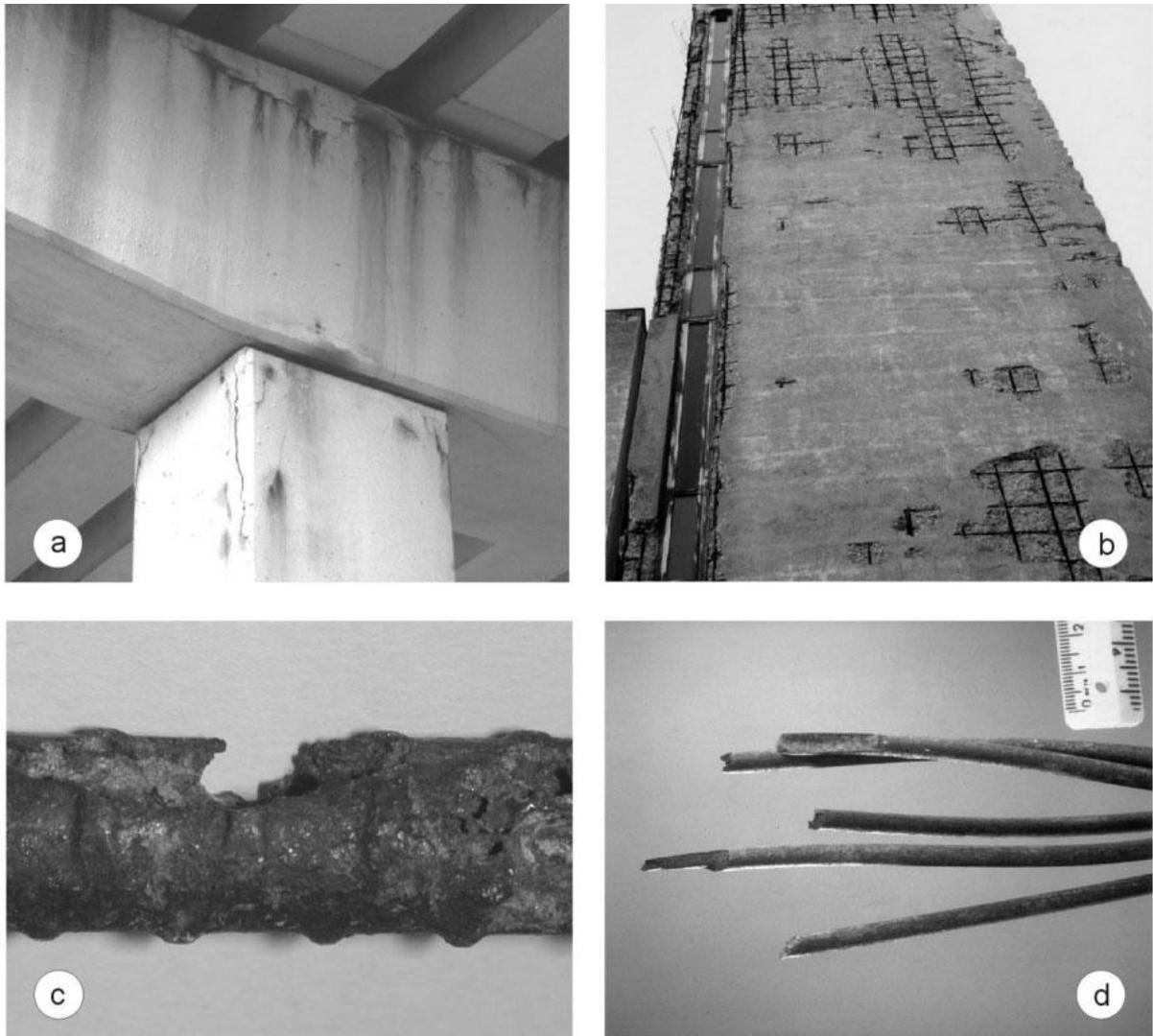
**Figure 1.5.** Conséquences de la corrosion des armatures du béton [8].

### 1.3. Modélisation de la durée de vie des structures en béton :

La prédiction de la durée de vie est importante car elle contribue aux objectifs sociaux étroitement liés à la prolongation de la durée de service, ce qui réduit les coûts de gestion du cycle de vie, et à l'amélioration de la durabilité environnementale.

Traditionnellement, les concepteurs prédisaient la durée de vie des structures en béton sur la base de jugements qui tiennent en compte l'expérience avec des structures dans des environnements similaires. Au fil des années, cette approche a permis aux ingénieurs de développer des recommandations générales et, en conséquence, des codes pratiques ont été élaborés pour la conception de structures durables. La progression rapide de la science des matériaux, du calcul technologique du béton et de l'information, ont permis le développement de modèles de prédiction de la performance, capables d'estimer la durée de vie du béton avec

un degré de confiance plus élevé relativement à ce qui était possible auparavant. Cependant, l'utilisation de ces modèles est entravée par le manque de modélisateurs expérimentés et par le fait qu'il n'y a pas de prescriptions normalisées pour l'acceptation et l'utilisation des modèles.



**Figure 1.6.** Exemples des conséquences de la corrosion des armatures du béton : (a) fissuration du béton, (b) éclatement et délaminage de l'enrobage, (c) réduction de la section d'une barre due à la corrosion par piqûres et (d) rupture fragile des torons de précontrainte due à la fragilisation par l'hydrogène [8].

Les modèles de prédiction de la durée de vie peuvent être regroupées en trois grandes catégories [10] : empiriques, mécanique et semi-empiriques. L'utilité d'un modèle parmi les trois catégories dépend de la connaissance de ses limites.

Un modèle empirique fait des prédictions sur la base de relations observées entre la durée de vie, la composition du béton et les conditions d'exposition, sans chercher à comprendre les

raisons scientifiques derrière ces relations. Dans cette catégorie on trouve les modèles utilisant les méthodes d'intelligence artificielle telles que les réseaux de neurones et la logique floue [11-13].

En revanche, un modèle mécanique (ou physico-chimique) fournit des prévisions de la durée de vie en se basant sur des descriptions mathématiques des phénomènes impliqués dans la dégradation du béton. La plupart des modèles mécaniques nécessitent la compréhension de la microstructure du béton avant et pendant le processus de dégradation. Dans cette catégorie, dans le cas de l'attaque par chlorures, on trouve les modèles basés sur la deuxième loi de Fick [14-21] et les modèles basés sur l'équation de Nernst-Planck [22-24].

Les modèles semi-empiriques combinent les caractéristiques des modèles mécaniques et empiriques. Ils tendent à utiliser des expressions mathématiques plus simples que les modèles mécaniques et les prédictions sont faites en utilisant des paramètres d'ajustement calibrés sur la base de données de la performance de bétons de composition connue, in situ ou en laboratoire. Dans cette catégorie on trouve le fameux modèle à fonction d'erreur [3, 5, 25].

Les modèles empiriques et semi-empiriques sont limités à fournir des prédictions pour des structures en béton et des conditions environnementales dont les données de durée de vie sont déjà disponibles ou doivent être déterminées expérimentalement. Pourtant plus compliquée, l'utilisation des modèles mécaniques est plus avantageuse car ils sont applicables à toutes les compositions de béton et conditions environnementales.

#### **1.4. Modélisation mécanique de la pénétration des chlorures dans le béton :**

Les chlorures de sources externes peuvent entrer dans le béton par une combinaison de processus :

- Diffusion ionique due à un gradient de concentration entre la surface extérieure du béton et la solution interstitielle, dans le cas de béton saturé.
- Absorption d'eau contenant des ions chlorures dans le cas d'un béton non saturé (convection).
- Migration électrique due à un gradient de potentiel électrique. Ce mécanisme est important lorsque le gradient de potentiel électrique est élevé, ce qui n'est pas le cas dans les situations courantes des structures en béton [9].

Traditionnellement, il existe deux approches pour la modélisation de la pénétration des chlorures dans le béton. La première approche est basée sur la théorie classique de la diffusion

à un niveau macroscopique, il s'agit de la deuxième loi de Fick. La deuxième approche est basée sur les lois d'électrochimie, en particulier l'équation de Nernst-Plank.

Le taux des ions chlorures traversant une surface perpendiculaire à la direction de la diffusion peut être exprimé en utilisant la deuxième loi de Fick [26] :

$$\frac{\partial C_t}{\partial t} = Div[D_{Cl} grad(C_f)] \quad (1.5)$$

Dans laquelle  $C_t$  et  $C_f$  sont les concentrations des chlorures totaux et libres dans le béton respectivement et  $D_{Cl}$  est le coefficient de diffusion des chlorures dans le béton.

En utilisant la loi de Nernst-Plank, le taux des ions traversant une surface peut être exprimé par [24] :

$$\frac{\partial(C_{ti})}{\partial t} = \frac{z_i F}{RT} Div[D_i C_{fi} grad(\phi)] \quad (1.6)$$

Dans laquelle  $C_{ti}$  et  $C_{fi}$  sont les concentrations des ions totaux et libres de l'espèce "i",  $\phi$  est le potentiel électrique,  $D_i$  est le coefficient de diffusion dans la solution interstitielle de l'espèce "i",  $z_i$  est le nombre de charge de l'espèce "i",  $F$  est la constante de Faraday,  $R$  est la constante des gaz parfaits et  $T$  est la température absolue [°K].

Une caractéristique commune des deux approches est que les paramètres dans les équations différentielles gouvernantes sont tous des paramètres effectifs à une échelle macroscopique. La différence entre les deux approches réside dans le fait que la loi de Fick considère une seule espèce d'ions, à savoir les chlorures, tandis que l'équation de Nernst-Plank inclut les effets de couplage de la diffusion multi-espèces (Na, K, etc., en plus des chlorures). De plus, la loi de Nernst-Plank est valable au niveau moléculaire, et il est difficile de prendre en compte l'effet de la structure interne du béton, tel que les effets de la structure des pores, de la pâte de ciment et des agrégats [18].

#### **1.4.1. Diffusion des chlorures :**

Les chlorures peuvent être présents dans le béton dans différents états : dissous dans la solution interstitielle du béton (chlorures libres), fixés chimiquement aux produits d'hydratation du ciment ou adsorbés physiquement dans les parois des pores [14]. Il est généralement admis que seuls les chlorures libres influencent la dégradation du béton. Les premiers modèles ne prenaient pas en compte les effets de la fixation des chlorures et de l'adsorption sur les parois des pores et restaient plutôt élémentaires. En supposant que le coefficient de diffusion et la

concentration des chlorures à la surface sont constants dans le temps et dans l'espace, Crank [26] a obtenu une solution analytique à la deuxième loi de Fick pour un milieu semi-infini unidimensionnel :

$$C_t(x, t) = C_s \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{D_{app}t}} \right) \right) \quad (1.7)$$

où  $C_t(x, t)$  est la concentration totale des chlorures à un instant  $t$  et une profondeur  $x$ ,  $C_s$  est la concentration des chlorures en surface,  $D_{app}$  est le coefficient apparent de diffusion des chlorures et  $\operatorname{erf}$  est la fonction erreur.

L'hypothèse du coefficient de diffusion constant peut être valable pour les structures en service depuis longtemps. L'hypothèse d'une concentration constante à la surface peut être valable pour les structures totalement immergées dans de l'eau salée [16]. Cependant, ce serait une simplification excessive du problème puisque le coefficient de diffusion des chlorures dépend de plusieurs facteurs tels que l'humidité, la température, l'âge du béton, etc. Une concentration constante à la surface ne simule pas la plupart des situations de la vie réelle.

Amey *et al.* [16] ont développé une méthodologie pour prédire la durée de vie des structures marines en béton. La durée de vie recherchée peut être obtenue en estimant le temps d'initiation de la corrosion en utilisant une solution analytique simplifiée, et le temps de dégradation notable, obtenu en fixant un critère de défaillance. La méthode est capable d'estimer la durée de vie des différents composants des structures marines en supposant différentes conditions aux limites qui simulent les différents environnements dans lesquels elles servent. Hansen et Saouma [17] ont modélisé le problème de la diffusion des chlorures en utilisant la méthode des éléments finis. Ils ont pris en compte l'effet de la température et du temps sur le processus de diffusion. Dans leur modèle numérique, ils ont constaté qu'en présence de barres d'armatures, la concentration des chlorures à la profondeur de recouvrement était plus élevée que lorsqu'il n'y avait pas de barres d'armatures dans le béton. Xi et Bazant [18] ont modélisé la diffusion des chlorures en utilisant une approche multi-échelles et ont utilisé la méthode des différences finies pour résoudre les équations différentielles gouvernantes. Les modèles utilisés des paramètres du matériau prenaient en compte l'effet de la température, de l'âge, la composition, la microstructure et la capacité de fixation des chlorures du béton. De plus, les paramètres ont été considérés comme dépendant de la concentration en chlorures, ce qui a rendu le système non linéaire.

### 1.4.2. Diffusion des chlorures et convection :

Les travaux mentionnés précédemment portaient sur du béton saturé et ne prenaient pas en compte l'effet de l'humidité. Dans les environnements où la surface du béton est soumise à des cycles de mouillage-séchage, le transport de chlorures dû à la pénétration d'eau doit être pris en compte.

Lorsqu'un béton partiellement saturé est mouillé, l'eau est rapidement absorbée par succion capillaire, apportant avec elle des chlorures dissous. Pendant les périodes sèches, l'eau à la surface s'évapore en laissant les ions chlorures dans la solution interstitielle.

Saetta *et al.* [14], dans leur modèle, ont pris en compte les effets de l'humidité et de la température et ont ainsi pu simuler la pénétration des chlorures dans des structures en béton non saturé exposées à des environnements marins ou dans des régions où la variation de température est importante entre les périodes fraîches et les périodes chaudes. L'effet de l'humidité a été incorporé en ajoutant un terme de flux convectif au terme de flux diffusif dans la deuxième loi de Fick:

$$\frac{\partial C_t}{\partial t} = \underbrace{Div[D_{Cl}grad(C_f)]}_{Diffusion} + \underbrace{C_f \frac{\partial w}{\partial t}}_{Convection} \quad (1.8)$$

où  $w$  est la teneur en eau évaporable dans le béton.

Les modèles de matériaux utilisés par Saetta *et al.* étaient non linéaires et les conditions aux limites adoptées étaient de type flux. La méthode consiste à résoudre, en utilisant la technique des éléments finis, le problème de transfert de chaleur, puis le problème de diffusion d'humidité, puis le problème de pénétration des chlorures. Martin-Pérez *et al.* [19] et Isgor *et al.* [27] ont suivi la même méthodologie que Saetta *et al.* et ont associé la pénétration des chlorures au transfert de chaleur et d'humidité et ont en outre pris en compte le stade de propagation de la corrosion. Toutefois, Isgor *et al.* ont utilisé des modèles différents des paramètres du matériau et ont pris en compte la présence du dioxyde de carbone qui accélère la vitesse de détérioration en réduisant le pH de la solution interstitielle et en libérant davantage dans la solution interstitielle des chlorures qui ont été initialement fixés [5]. Ils ont également pris en compte le rayonnement et la convection dans le processus de transfert de chaleur. Ababneh *et al.* [21] ont étendu les travaux de Xi et Bazant [18] sur le béton saturé au béton non saturé. Suwito *et al.* [22] ont fait la même extension qu'Ababneh, mais en utilisant un outil de calcul en parallèle par les éléments finis.

Cependant, dans tous les travaux mentionnés ci-dessus, le couplage avec la chaleur et l'humidité était à sens unique, c'est-à-dire l'effet de la chaleur et de l'humidité sur la pénétration des ions chlorures. On pense que la présence des chlorures a une influence sur le transfert de chaleur et le mouvement de l'humidité, mais peu de travail est fait dans ce domaine en raison de la difficulté à déterminer les conditions de couplage.

#### **1.4.3. Coefficient de diffusion des chlorures :**

Dans les premiers modèles, le coefficient de diffusion des chlorures était considéré comme constant et estimé expérimentalement [16,26]. Frey *et al.* [15] ont estimé le coefficient de diffusion des chlorures à l'aide de la théorie de la cinétique chimique et de certaines séries d'expériences. Nagesh *et al.* (1998) ont mis au point une méthode permettant d'estimer le coefficient de diffusion du béton. Elle consiste, après avoir mesuré expérimentalement la concentration en chlorures, à résoudre la deuxième loi de Fick pour trouver le coefficient de diffusion.

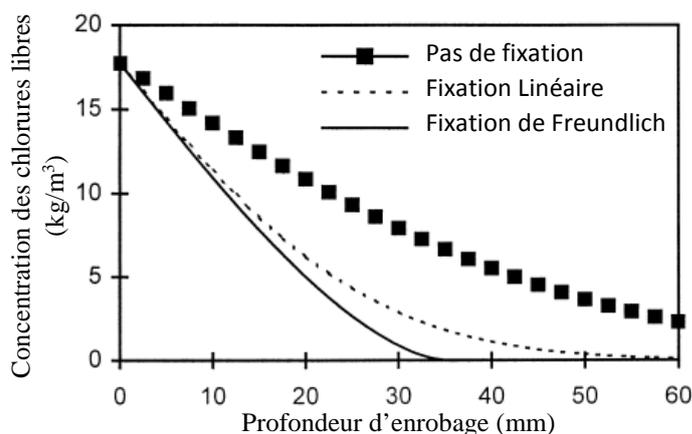
L'expérience a montré que le coefficient de diffusion des chlorures dans le béton dépend de nombreux facteurs tels que la porosité, le type de ciment, le type de cation associé aux ions chlorures, la température, l'humidité relative et les conditions de cure. L'hypothèse que le coefficient de diffusion est constant n'est donc pas correcte. Plusieurs efforts ont été faits afin de proposer des modèles pratiques pour le coefficient de diffusion des chlorures dans le béton. Parmi les expressions proposées, certaines tiennent en compte l'effet d'un seul facteur, tels que le modèle de Hobbs *et al.* [29] qui exprime l'effet du rapport Eau/Ciment (E/C) et les modèles de Matsumura *et al.* [30] et Samson *et al.* [31] qui expriment l'effet de la température. D'autres modèles tiennent en compte l'effet de plusieurs facteurs simultanément, tels que le modèle de Saetta *et al.* [14] qui exprime l'influence de la température, de l'humidité relative et de l'âge du béton et le modèle de Xi et Bazant [18] qui exprime l'influence de la composition du béton (rapport E/C et fraction volumique des granulats), du temps de cure humide, de la température, de l'humidité relative et de la concentration des chlorures. Dans ce travail, le modèle de Xi et Bazant a été adopté et une description détaillée sera donnée dans le troisième chapitre.

#### **1.4.4. Fixation des chlorures :**

La principale forme de fixation des chlorures dans le béton est la réaction avec le C<sub>3</sub>A dans le ciment portland pour former du chloro-aluminate de calcium hydraté (3CaO.Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.CaCl<sub>2</sub>.10H<sub>2</sub>O), connu par le sel de Friedel. Les ciments à fortes teneurs en C<sub>3</sub>A peuvent fixer une plus grande quantité d'ions chlorures. De plus grandes quantités de chlorures sont fixées lorsque

celles-ci proviennent des constituants du béton [32]. Cependant, la quantité des chlorures fixés n'est pas permanente. Il existe un état d'équilibre entre les chlorures libres et les chlorures fixés, de sorte qu'il y a toujours des chlorures libres dans la solution interstitielle [33]. La présence d'ions sulfates peut entraîner la libération d'ions chlorures en raison de la formation préférentielle du sulfo-aluminate de calcium hydraté. De même, la carbonatation de l'enrobage de béton a un effet similaire en libérant dans la solution interstitielle des ions chlorures précédemment fixés [5].

La diffusion des ions chlorures dans le béton s'accompagne d'une fixation physique et chimique qui réduit la concentration des chlorures libres à une profondeur donnée, ce qui diminue la tendance à une diffusion ultérieure (figure 1.7). L'effet de la fixation des chlorures dans le béton sur l'initiation de la corrosion a deux aspects : premièrement, le taux de transport ionique dans le béton est réduit, car la quantité d'ions mobiles disponibles est également réduite par les mécanismes de fixation ; et deuxièmement, la réduction des chlorures libres dans le béton entraîne l'accumulation de faibles quantités de chlorures à la surface des armatures.



**Figure 1.7.** Effet de la fixation sur la pénétration des chlorures après 50 ans d'exposition [19].

Les propriétés de fixation d'un système cimentaire spécifique sont généralement définies sous la forme d'un isotherme de fixation ou de liaison. L'isotherme de fixation donne la quantité des chlorures fixés exprimée en fonction des chlorures présents dans la solution à une température donnée. Les isothermes de fixation décrivent la relation entre les chlorures libres et les chlorures fixés à l'équilibre, c'est-à-dire il est supposé que cet équilibre est instantanément établi lorsque les conditions dans les pores du béton changent [33]. Buenfield et Newman [32] ont étudié les facteurs influençant la fixation des chlorures dans le béton. Ils ont constaté que, pour les chlorures de source externe, le rapport E/C avait peu d'effet sur la fixation des chlorures et que le niveau de fixation augmente avec le temps d'exposition. En outre, Tang et Nilsson [33] ont

constaté que la capacité de liaison ou de fixation des chlorures dépend fortement de la teneur en gel C-S-H dans le béton, quel que soit le rapport E/C et la teneur en agrégats. Leurs travaux expérimentaux ont abouti à l'adoption, en tant qu'isotherme de fixation des chlorures, de l'isotherme d'adsorption de Freundlich pour des concentrations élevées en chlorures libres et de l'isotherme d'adsorption de Langmuir pour des niveaux faibles de concentration en chlorures libres. Une description détaillée de ces isothermes sera donnée dans le deuxième chapitre.

### **1.5. Seuil critique des chlorures dans le béton :**

La dépassivation des armatures du béton peut survenir en raison d'une diminution du pH de la solution interstitielle due à la carbonatation de la couche d'enrobage du béton, ou à une dégradation localisée de la couche protectrice d'oxyde de fer due à la présence d'une quantité suffisante de chlorures libres à la profondeur d'enrobage. C'est cette quantité d'ions chlorures qu'on appelle la concentration seuil ou seuil critique des chlorures. Elle dépend de la composition du béton, du type de ciment utilisé, du type de sel transporté et des conditions environnementales. L'atteinte de cette quantité de chlorures à la profondeur des armatures correspond au début de la corrosion et donc à l'initiation du stade de propagation.

Les concentrations critiques des chlorures dans le béton ont été exprimées comme étant un pourcentage des chlorures totaux par masse de béton, un pourcentage des chlorures totaux par masse de ciment ou de matériaux de cimentation, une concentration des chlorures libres dans la solution interstitielle ou un rapport de concentration des ions chlorures libres sur les ions hydroxydes dans la solution interstitielle du béton. Le niveau critique des chlorures exprimé en terme de teneur totale en chlorures par masse de béton ou de ciment est plus pratique qu'en terme de teneur en chlorures libres en raison de la difficulté de déterminer la teneur en chlorures de la solution interstitielle. Les valeurs rapportées dans la littérature varient dans de très larges intervalles en raison des différentes procédures expérimentales de détermination et des facteurs influant. De nombreuses normes exigent des valeurs seuil non supérieures à 0,4% par poids de ciment [1,2]. Dans [3], une distribution bêta a été proposée avec une valeur moyenne de 0,6% par poids de ciment, un écart type de 0,15% et des limites inférieure et supérieure de 0,2% et 2% respectivement. Pour les bétons confectionnés avec du ciment résistant aux sulfates et des rapports E/C allant de 0.3 à 0.75, de nombreux chercheurs ont rapporté des valeurs allant de 0,4% à 1,5% par poids de ciment [60]. De nombreux types de distributions probabilistes, telles que les fonctions uniformes [61], normales [62] et log-normales [63], ont été proposées pour représenter la variabilité du niveau critique des chlorures.

Une teneur en chlorures supérieure au seuil critique n'est pas le seul paramètre décisif pour déterminer la durée de vie des structures en béton armé exposées à des environnements contenant des chlorures. Le taux de corrosion dépend d'autres paramètres tels que la température, la teneur en oxygène à la surface des armatures et la teneur en humidité. López et González [64] ont étudié l'effet du degré de saturation des pores sur le taux de corrosion du ferrailage et ont trouvé que les conditions optimales sont lorsque l'enrobage de béton est partiellement saturé, plus précisément lorsque l'humidité relative est comprise entre 60% et 70%.

### 1.6. Effet de la carbonatation :

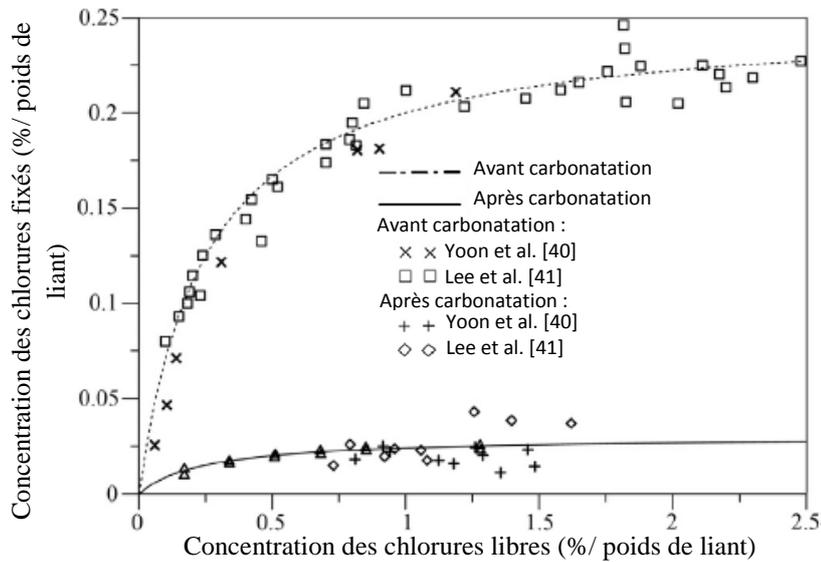
L'interaction entre la carbonatation du béton et la pénétration des chlorures a été l'objet de plusieurs études expérimentales [34-41]. Les effets contradictoires de la carbonatation rendent très difficile de savoir si elle accélère ou décélère la pénétration des chlorures. La carbonatation des produits d'hydratation du ciment affecte la structure poreuse du béton. Les ions chlorures fixés sont libérés dans la solution interstitielle après la réaction des sels de Friedel avec le dioxyde de carbone selon :



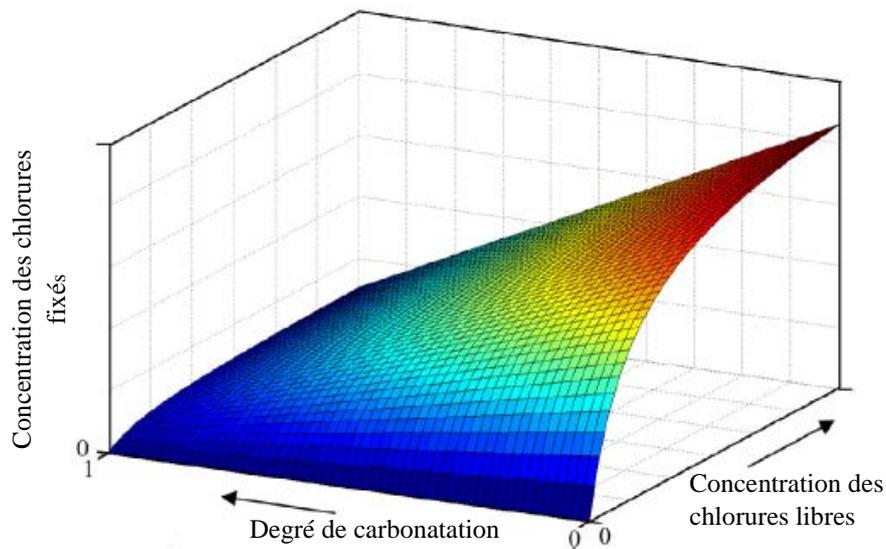
La capacité de liaison résiduelle après carbonatation est inférieure à 20% de la capacité initiale [40-41]. La différence entre la capacité de fixation avant et après carbonatation est montrée dans la figure (1.8). De plus, la carbonatation est accompagnée d'une diminution de la teneur en eau du béton. Cela résulte en une augmentation considérable de la teneur en chlorures libres, créant ainsi un gradient de concentration entre la zone de béton carbonaté et non carbonaté. Ce gradient induit la diffusion des chlorures libres de la zone carbonatée vers la zone non carbonatée.

D'un autre côté, le changement de la structure poreuse du béton due à la carbonatation réduit la porosité générale. Cette diminution de la porosité signifie une diminution possible des coefficients de diffusion des chlorures et de la vapeur d'eau. Toutefois, l'effet de la carbonatation sur le coefficient de diffusion des chlorures dépend de la nature de la matrice cimentaire. Si le béton est à base de ciment portland, la carbonatation engendre une légère diminution du coefficient de diffusion des chlorures. Par contre, pour des bétons avec des remplacements partiels du ciment, la carbonatation augmente le coefficient de diffusion des chlorures de façon considérable. Plus le taux de remplacement du ciment augmente, plus le coefficient de diffusion des chlorures augmente. Globalement, la carbonatation du béton

accélère la pénétration des chlorures et la faible réduction du coefficient de diffusion due à la diminution de la porosité est largement dépassée par la réduction de la capacité de fixation.



**Figure 1.8.** Capacité de fixation des chlorures dans le béton avant et après carbonatation [42].



**Figure 1.9.** Capacité de fixation des chlorures en fonction de la carbonatation du béton [42].

L'effet de la carbonatation doit être pris en considération lors de la modélisation de la pénétration des chlorures dans le béton. Dans leur modèle, Meijers *et al.* [43] ont supposé que dans la zone carbonatée du béton, la capacité de fixation des chlorures devient nulle et la teneur en eau diminue de 20%. Par conséquent, le coefficient de diffusion des chlorures et le flux dû à la convection diminue de 20%. Ils ont supposé qu'un endroit particulier du béton est considéré carbonaté si l'humidité relative descend au-delà de 60%, aucune analyse de la carbonatation n'a

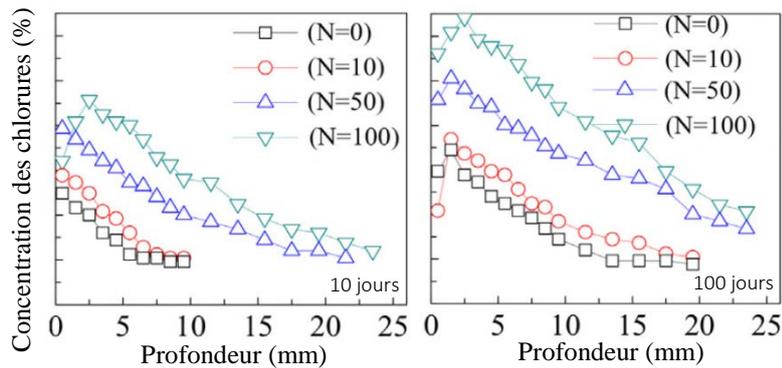
été entretenue. Isgor [44] a proposé d'en ajouter un terme à l'équation de Fick représentant la quantité des chlorures libérés. Zhu *et al.* [42] ont estimé l'initiation de la corrosion des armatures sous l'effet combiné de la pénétration des chlorures et la carbonatation. L'effet de la carbonatation sur la capacité de fixation des chlorures a été pris en compte à travers un coefficient réducteur qui dépend linéairement du degré de carbonatation. Le coefficient réducteur atteint une valeur maximale de 0.88 après carbonatation complète du béton (figure 1.9). De même, les coefficients de diffusion des chlorures et de l'humidité ont été réduits avec un facteur qui tient compte du changement de la porosité suite aux réactions de carbonatation du béton. Li *et al.* [45] ont utilisé la solution analytique de la deuxième loi de Fick avec deux coefficients apparents de diffusion des chlorures, déterminés expérimentalement pour une zone carbonatée et une zone non-carbonatée. Le coefficient apparent de diffusion dans la zone carbonatée est 60% supérieur à celui de la zone non-carbonatée.

### **1.7. Effet des cycles gel-dégel :**

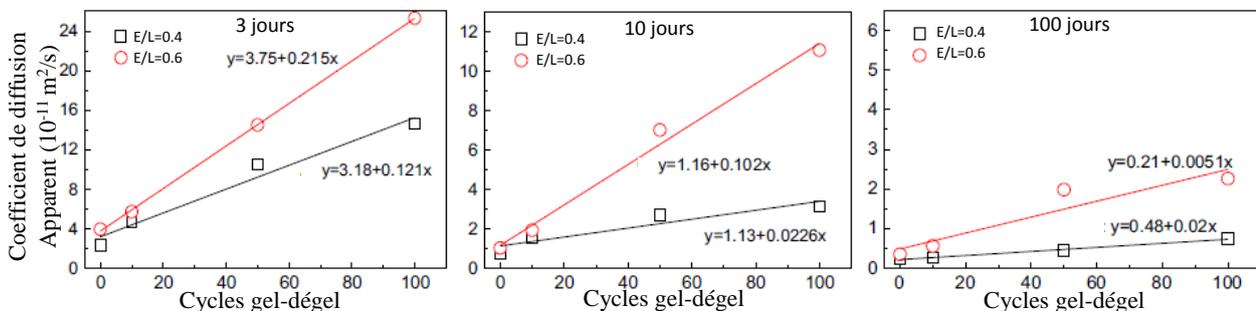
Lorsque la température atteint des valeurs inférieures à 0 °C, l'eau interstitielle du béton peut geler, entraînant une augmentation de volume d'environ 9%. Généralement, le béton résiste bien aux contraintes de traction générées. Cependant, les cycles de gel et dégel peuvent causer des dommages, entraînant la fissuration, l'écaillage ou l'éclatement du béton, et éventuellement sa désintégration complète. L'effet des cycles gel-dégel sur la durabilité du béton a fait l'objet d'une quantité massive de recherche depuis les années cinquante. Cependant, il existe toujours plusieurs théories qui expliquent les mécanismes de dégradation [46]. Actuellement, la microfissuration du béton est justifiée par les théories de la pression hydraulique, de la pression osmotique, de la pression de cristallisation et des lentilles de glace [47]. En présence de sels en surface et sous basses températures, un écaillage se produit sans affecter les propriétés du béton en profondeur.

La dégradation sous cycles gel-dégel accélère le transport de l'eau et des chlorures à l'intérieur du béton (figure 1.10). Plusieurs études ont été réalisées pour investiguer l'effet des basses températures sur la détérioration induite par l'attaque des chlorures. Ces études consistaient en des campagnes expérimentales en laboratoire [48-57] et des inspections in situ [57] visant à caractériser, qualitativement et quantitativement, l'interaction entre le transport des agents agressifs extérieurs et la dégradation du matériau causée par l'attaque de gel pour différentes compositions de béton et différentes matrices cimentaires. Pour des rapports Eau/Liant (E/L) élevés, le taux de transport des chlorures augmente, mais la tendance n'est pas si évidente pour de petits rapports E/L (inférieurs à 0.45). Dans ce dernier cas, la fissuration est principalement

superficielle et parallèle à la surface et donc n'a pas un impact significatif sur la pénétration des chlorures [57]. Le coefficient de diffusion apparent des chlorures augmente avec le degré de dégradation sous l'attaque de gel : une proportionnalité linéaire avec le nombre de cycles gel-dégel ou avec le module d'élasticité dynamique a été observée [53,57]. L'ajout d'entraineurs d'air ou d'additifs tels que la fumée de silice, les cendres volantes ou les laitiers de hauts fourneaux améliore la résistance du béton à l'action combinée des attaques de gel et des chlorures [49]. Une matrice cimentaire contenant des laitiers de hauts fourneaux (avec un rapport E/L approprié) a montré une meilleure performance [55]. L'effet de la température minimale atteinte lors du gel est prépondérant par rapport à celui de la fréquence des cycles gel-dégel [56]. Théoriquement, une fréquence élevée (courte période) cause une congélation rapide de l'eau interstitielle, provoquant des contraintes de traction plus importantes. De plus, sur une même durée, il y aura un plus grand nombre de cycles gel-dégel ce qui engendre des dommages plus importants. Mais la présence de plusieurs facteurs influant et l'intervention de plusieurs mécanismes dans le transport des chlorures et l'attaque de gel ont menés vers des résultats inattendus.



**Figure 1.10.** Effet des cycles gel-dégel sur la pénétration des chlorures pour différents nombres de cycles [53].



**Figure 1.11.** Coefficient de diffusion apparent des chlorures en fonction du nombre de cycles gel-dégel [53].

La prise en compte de l'effet des cycles gel-dégel dans la modélisation de la pénétration des chlorures a été faite principalement à travers des facteurs correcteurs du coefficient de diffusion apparent et de la concentration en surface [50,54,56]. Les facteurs correcteurs sont exprimés en fonction du taux de dommage causé par un certain nombre de cycles gel-dégel. Li *et al.* [51] et Jiang *et al.* [58,59] ont développé des modèles mésoscopiques dans lesquels le transport des chlorures a été couplé à la dégradation du béton sous cycles gel-dégel. Li *et al.* [51] ont établi un coefficient de diffusion mésoscopique qui dépend de la variation de la porosité lors des cycles gel-dégel. Cette variation de porosité a été évaluée à travers la détermination des contraintes générées par l'action de gel puis l'estimation de la fissuration résultante. Jiang *et al.* [58,59] ont considéré l'effet de l'attaque de gel sur le coefficient de diffusion et la capacité de fixation des chlorures à travers l'introduction de paramètres qui reflètent la variation temporaire de la microstructure du béton causée par l'hydratation du ciment et les dommages sous cycles gel-dégel. Une relation exponentielle entre la porosité du béton et le nombre de cycles gel-dégel a été supposée et utilisée pour déterminer ces paramètres de couplage.

### **1.8. Effet des incertitudes :**

Un modèle compréhensif pour la corrosion induite par la pénétration des chlorures dans le béton doit considérer les incertitudes relatives aux phénomènes impliqués, pour obtenir des prédictions rationnelles de la durée de service des structures. Il existe trois sources d'incertitudes dans le problème : la première est relative aux propriétés du matériau, la deuxième est relative aux incertitudes dans le modèle utilisé et ses paramètres et la troisième concerne le caractère aléatoire des conditions environnementales. Ces incertitudes peuvent être classées en deux catégories : aléatoire et épistémique. L'incertitude aléatoire est la variation aléatoire inhérente au système physique modélisé ou à l'environnement considéré. L'incertitude épistémique est une déficience potentielle dans toute partie du processus de modélisation due à un manque de connaissances. Traditionnellement, une approche probabiliste est utilisée pour prendre en compte l'effet des incertitudes venant de différentes sources. Une analyse probabiliste consiste à intégrer un modèle mécanique dans un cadre stochastique qui utilise les simulations de Monte Carlo pour considérer le caractère aléatoire du phénomène. Kong *et al.* [65] ont investigué l'effet des incertitudes dans la composition du béton et les conditions de cure sur la pénétration des chlorures dans un béton saturé. Le modèle de Xi et Bazant [18] a été utilisé pour l'évaluation de la fonction d'état limite. Bastidas-Arteaga *et al.* ont utilisé une approche fiabiliste pour estimer la durée de vie des structures sujettes à la corrosion dans le cas de béton non saturé [66] et sous l'effet d'un chargement statique [67], de la fatigue [67-68] et de la biodétérioration [69].

Ils ont aussi étudié l'effet du caractère aléatoire des conditions météorologiques et du réchauffement climatique sur le temps d'initiation de la corrosion [70]. Le modèle de Martin-Pérez *et al.* [19] a été utilisé pour l'évaluation de la fonction d'état limite. Zhu *et al.* [71-72] ont considéré l'effet des incertitudes dans les propriétés du béton et les conditions d'exposition sur l'initiation de la corrosion causée par l'action combinée de la carbonatation et la pénétration des chlorures. Li *et al.* [73-75] ont investigué la durabilité des structures de la jonction marine reliant Hong Kong et Macau en Chine, en utilisant une approche fiabiliste sur la base du modèle de la FIB [3]. Une campagne expérimentale énorme a été entreprise pour déterminer les paramètres aléatoires du modèle et deux critères de défaillances ont été adoptés, à savoir l'initiation de la corrosion et la dégradation de la couche de surface sous corrosion. Tous les travaux précédemment cités ont accentué l'importance de la prise en compte des incertitudes pour une prédiction fiable de la durabilité des structures en béton.

Les méthodes probabilistes ont été critiquées pour différentes raisons. Premièrement, une analyse fiable de la durabilité nécessite une description probabiliste complète de toutes les variables aléatoires, ce qui est rarement trouvée en raison du travail expérimental énorme requis ou de la difficulté de faire des expériences [76]. Deuxièmement, les méthodes probabilistes sont très coûteuses en temps de calcul, surtout les simulations Monte Carlo. Et finalement, elles mènent au paradoxe que la réponse moyenne diffère de la réponse avec les moyennes des variables aléatoires d'entrée [77]. Plusieurs méthodes non probabilistes ont été développées pour estimer la solution de problèmes avec des paramètres incertains, surtout lorsque ces paramètres manquent de données pour une caractérisation probabiliste précise (incertitude épistémique). Une excellente revue de ces méthodes est fournie par Moens *et al.* [76,78]. Dans ces méthodes, les paramètres incertains peuvent être représentés par des variables d'intervalles ou des variables floues. Une variable d'intervalle peut avoir toutes les valeurs possibles contenues dans un intervalle arithmétique défini par une borne inférieure et une borne supérieure. Il n'y a aucune fréquence d'occurrence associée aux valeurs possibles. Une variable floue peut avoir toutes les valeurs contenues dans un intervalle arithmétique défini par des bornes inférieure et supérieure et une fréquence d'occurrence variant graduellement de 0 à 1 est associée à chaque valeur possible. Cette fréquence d'occurrence ou taux de crédibilité est assignée de façon subjective et est basée sur l'expérience de l'analyste et ses connaissances sur le problème traité. Une description détaillée des théories d'analyse probabiliste, d'analyse d'intervalle ou d'analyse floue est donnée dans le deuxième chapitre.

Les méthodes non-probabilistes peuvent être combinées aux méthodes probabilistes menant ainsi à la théorie des probabilités imprécises. Cette théorie consiste à modéliser une variable de fonction de probabilités mal connue avec une famille de distributions de probabilités possibles. Un moyen pratique d'y parvenir est la stratégie de bornage, dans laquelle les bornes supérieure et inférieure de toutes les distributions de probabilités candidates sont spécifiées [79]. La théorie des probabilités d'intervalles [79-83] et la théorie des probabilités floues [83-85] font partie des techniques simples et à faible coût de calcul qui utilisent la stratégie de bornage. Dans ce travail, une approche mixte probabiliste floue a été adoptée pour l'étude de la durabilité des structures en béton exposées aux chlorures en tenant compte de la nature aléatoire ou épistémique des incertitudes. Une description détaillée de cette approche est donnée dans le quatrième chapitre.

### **1.9. Conclusion :**

Dans ce chapitre, une description du mécanisme de la corrosion des armatures induite par l'attaque des chlorures, ses formes, ses conséquences et les facteurs influents ont été présentés. La corrosion des armatures se produit en deux phases : initiation et propagation. Durant la phase d'initiation, les ions chlorures s'introduisent à l'intérieur du béton et s'accumulent au voisinage des armatures jusqu'à atteindre un niveau critique. Une fois le seuil critique atteint, la corrosion devient active et la phase de propagation commence. Les produits de la corrosion exercent des pressions internes qui provoquent la fissuration du béton. La corrosion des armatures résulte en une réduction de la section des barres et une perte d'adhérence ce qui réduit la résistance à la traction des éléments en béton.

La pénétration des chlorures dans le béton se fait par diffusion et/ou par convection. La modélisation mécanique de la pénétration des chlorures est valide pour toutes les compositions du béton et les conditions de service. Dans ce travail, une approche multi-échelle est adoptée pour développer un modèle de prédiction des profils des chlorures dans le béton, et qui tient compte des conditions climatiques variables.

## Chapitre 2 : Modélisation des incertitudes

### 2.1. Introduction :

L'aptitude à prédire numériquement la performance à long terme d'une structure sous chargement statique, dynamique ou environnemental est d'une grande valeur scientifique et économique. Au stade de la conception, une analyse fiable de la durabilité des structures en béton armé réduit les dépenses relatives aux inspections et réparations éventuelles, à travers l'élaboration d'une stratégie de gestion du cycle de vie avec un coût de validation minimal. De plus, elle permet une optimisation basée sur la performance à un stade précoce, sans recourir à une investigation expérimentale intensive. Cependant, il existe un scepticisme général envers la validation numérique de la durabilité des structures en utilisant des modèles déterministes, du fait de la présence des incertitudes dans la description mathématique de la réalité physique. Cela a inspiré une utilisation alternative des capacités croissantes des calculateurs modernes. Au lieu de passer un temps supplémentaire dans le développement de modèles raffinés qui traitent avec plus de détails les phénomènes étudiés, il est peut-être meilleur de passer ce temps dans l'inclusion des incertitudes dans les modèles existants. D'un point de vue fiabiliste, cela augmente substantiellement la crédibilité de l'analyse numérique.

Les approches non-déterministes sont devenues très communes pour la validation des modèles numériques à travers l'estimation de leur fiabilité. L'objectif de ces analyses est la description de la performance de la structure étudiée dans ses conditions de service en tenant en considération toutes les variations possibles ou les incertitudes présentes dans le modèle ou son environnement. Généralement, cela consiste à quantifier la probabilité que la structure conçue accomplira sa fonction avec succès pendant la durée de service prévue. L'application de ces approches aux problèmes de durabilité des structures en béton a révélé que des variations considérées négligeables du modèle ou ses paramètres mènent vers des variations non négligeables dans les résultats. On distingue principalement trois approches non-déterministes : l'approche probabiliste, l'approche possibiliste ou floue et l'approche d'intervalle. Selon la nature et la quantité d'informations disponibles, les incertitudes présentes dans un problème peuvent être décrites et analysées par une de ces approches. Les méthodes probabilistes nécessitent généralement beaucoup d'informations sur les grandeurs d'entrées. Par conséquent, leur applicabilité est limitée lorsque peu d'informations sont disponibles sur les quantités non déterministes dans le modèle. Les analyses d'intervalle ou floue conviennent au traitement des incertitudes présentant un manque d'informations. Ce chapitre donne une description des

différentes approches non-déterministes et leur applicabilité pour l'analyse des problèmes à paramètres incertains.

## **2.2. Classes des incertitudes :**

Le non-déterminisme dans une simulation de la réalité physique peut être classé en deux catégories : aléatoire et épistémique [86]. Une incertitude aléatoire est définie comme la variation inhérente au système physique modélisé ou l'environnement considéré. En se référant à l'analyse numérique, une incertitude aléatoire est généralement décrite par une quantité distribuée définie sur une plage de valeurs possibles. On suppose que la valeur numérique exacte attachée à la représentation de la propriété variable du modèle se situe dans cette plage, mais elle variera d'une unité à l'autre ou d'un temps à l'autre. Idéalement, des informations objectives sur la plage de variation et la fréquence d'occurrence de la grandeur variable dans cette plage sont disponibles. Dans la littérature, certains qualifient cette incertitude d'irréductible. Le terme irréductible fait référence au fait que même lorsque toutes les informations sur la propriété particulière sont disponibles, elle ne peut pas être déterminée de façon déterministe. Des exemples typiques d'incertitudes aléatoires sont les effets environnementaux (température, humidité, ...) et les propriétés des matériaux hétérogènes.

L'incertitude épistémique est définie comme une déficience potentielle dans toute phase ou activité du processus de modélisation due à un manque de connaissances. Le mot potentielle souligne que la déficience peut se produire ou non. Cette définition indique essentiellement que l'incertitude est causée par des informations incomplètes résultant soit de l'imprécision, de la non-spécificité ou de la dissonance. L'imprécision caractérise des informations mal définies, peu claires ou indistinctes. C'est généralement le résultat du jugement humain sur des quantités inconnues. La non-spécificité fait référence à la disponibilité d'un certain nombre de modèles différents décrivant le même phénomène. Plus le nombre d'alternatives est grand, plus la non-spécificité est grande. La dissonance fait référence à l'existence de preuves contradictoires du phénomène décrit, par exemple lorsqu'il existe des preuves qu'une quantité appartient à des plages disjointes. Il est possible que des informations objectives limitées soient disponibles, par exemple lorsqu'une plage de valeurs possibles est connue. Dans la plupart des cas, cependant, les informations sur les incertitudes sont subjectives et basées sur des avis d'experts. Dans la littérature, cette incertitude est dite réductible, car lorsque plus d'informations sont disponibles elle peut être transformée en incertitude aléatoire ou même estimée de façon déterministe. Les incertitudes épistémiques existent généralement dans les endroits difficiles à modéliser, tels que

les joints, et les changements imprévisibles dans le temps des propriétés des matériaux, comme le vieillissement.

### 2.3. Approche probabiliste :

#### 2.3.1. Variable aléatoire :

L'objectif d'une description probabiliste d'une grandeur incertaine est de définir un domaine de valeurs possibles et de donner des informations sur la fréquence d'occurrence de cette grandeur à l'intérieur de ce domaine. Cela est atteint à travers la définition d'une fonction de densité de probabilité  $f_X(X)$  pour la variable  $X$  sur le domaine des valeurs possibles. La probabilité que la valeur de cette quantité appartient à un certain intervalle  $[a, b]$  est donnée par :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (2.1)$$

La variable  $X$ , nommée variable aléatoire, est caractérisée par une moyenne  $m_X$  et un écart type  $\sigma_X$  (la racine carrée de la variance  $\sigma_X^2$ ) donnés par :

$$m_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (2.2)$$

$$\sigma_X^2 = E[(X - E[X])^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_X)^2 f_X(x) dx \quad (2.3)$$

Le coefficient de variation est défini comme étant le rapport entre l'écart type et la moyenne. Pour plusieurs variables aléatoires, la fonction de densité de probabilité est étendue à plusieurs dimensions en utilisant la fonction de densité de probabilité conjointe  $f_{X_1 X_2 \dots X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . La moyenne de chaque variable est définie de la même façon que pour les fonctions de densité à une seule variable. La covariance donne une mesure de l'interdépendance entre les différentes variables aléatoires :

$$cov(X_i, X_j) = E \left[ (X_i - m_{X_i}) (X_j - m_{X_j}) \right] \quad (2.4)$$

$$cov(X_i, X_j) = \iint_{-\infty}^{+\infty} (x_i - m_{X_i}) (x_j - m_{X_j}) f_{X_1 X_2 \dots X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_i dx_j \quad (2.5)$$

Le coefficient de corrélation de deux variables est donné par :

$$\rho(X_i, X_j) = \frac{cov(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \quad (2.6)$$

La matrice de covariance  $\Gamma$  contient toutes les variances individuelles et les covariances de toutes les variables aléatoires et est exprimée par :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} var(X_1) & cov(X_1, X_2) & \cdots & cov(X_1, X_n) \\ cov(X_2, X_1) & var(X_2) & \cdots & cov(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(X_n, X_1) & cov(X_n, X_2) & \cdots & var(X_n) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Si l'espérance du produit de deux variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  est égale au produit des espérances des deux variables, elles sont dites décorréélées :

$$E[X_i, X_j] = E[X_i] E[X_j] \quad (2.8)$$

Si la fonction de densité de probabilité conjointe de deux variables aléatoires  $X_i$  et  $X_j$  est égale au produit des fonctions de densité de probabilité de chaque variable, les variables aléatoires sont indépendantes :

$$f_{X_i X_j}(x_i, x_j) = f_{X_i}(x_i) f_{X_j}(x_j) \quad (2.9)$$

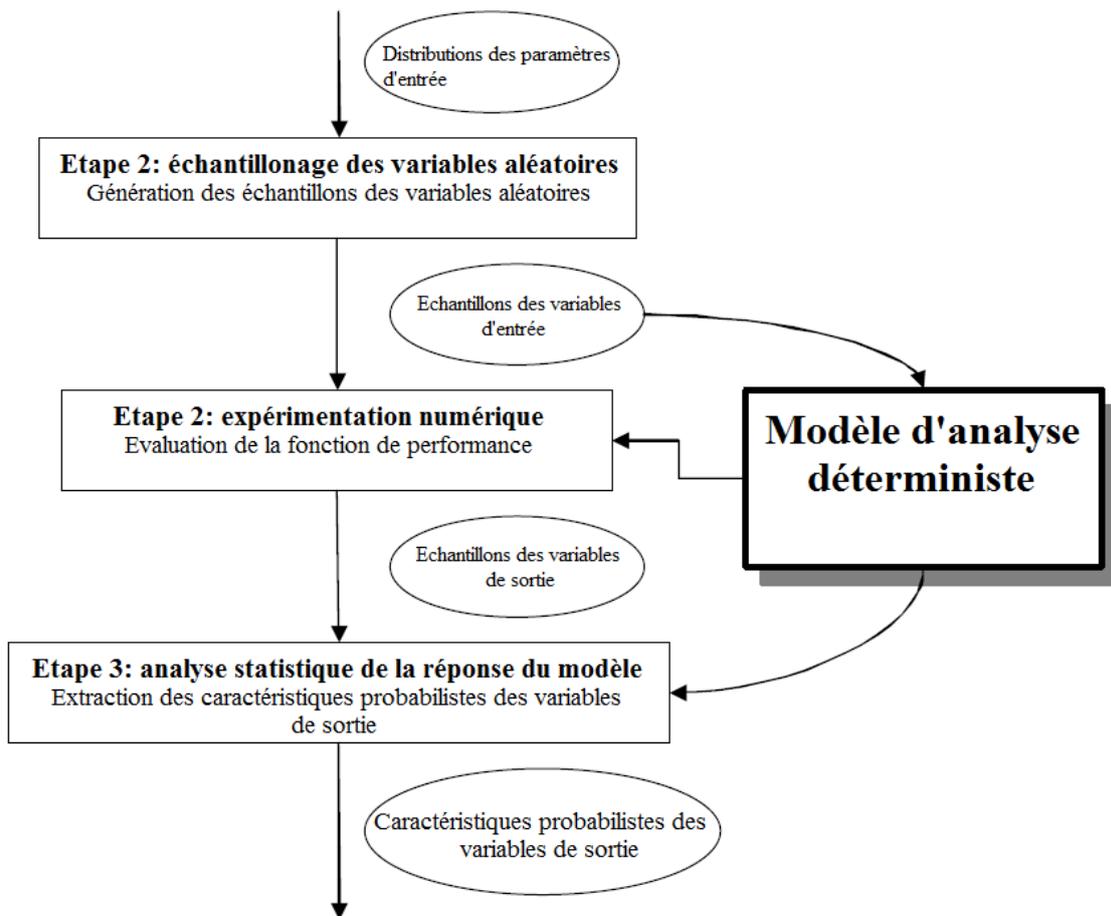
Il existe plusieurs types de fonction de densité de probabilité capable de décrire les variables aléatoires. Une revue détaillée de ces lois et leur applicabilité peut être trouvée dans [87].

### 2.3.2. Calcul probabiliste – simulation Monte Carlo :

Il existe plusieurs méthodes pour le traitement et l'analyse des problèmes comportant des variables aléatoires. Le calcul probabiliste consiste essentiellement à un calcul d'intégrale. L'intégration peut être faite de manière directe dans le cas de fonctions de probabilités de formes simples. L'intégration numérique est possible si le domaine d'intégration est borné. Dans les simulations numériques des problèmes physiques, et surtout dans le contexte de la modélisation par la méthode des éléments finis, le calcul probabiliste se fait généralement en utilisant la méthode de simulation. La méthode de simulation Monte Carlo est communément utilisée pour estimer l'effet de la variabilité aléatoire des différents paramètres sur les résultats attendus. Elle est considérée comme l'outil probabiliste ultime capable de faire les calculs de tous les types des analyses numériques sans exception [78]. La croissance exponentielle des capacités des machines de calcul ces dernières décennies a stimulé son très vaste utilisation.

Le principe de base de la méthode de simulation de Monte Carlo est d'effectuer l'analyse numérique déterministe de manière répétée sur un grand nombre d'échantillons des paramètres d'entrée. Les caractéristiques statistiques souhaitées des quantités de réponse, telles que la valeur moyenne, la variance et les probabilités des événements spécifiques, sont ensuite

évaluées sur la base des échantillons de sortie obtenus. L'échantillonnage sur les grandeurs d'entrée est effectué de telle manière que les échantillons représentent les caractéristiques probabilistes de chaque paramètre. La figure (2.1) illustre la procédure générale de la méthode de simulation Monte Carlo. Trois étapes sont nécessaires dans le processus de simulation : premièrement l'échantillonnage sur les variables d'entrée aléatoires  $\mathbf{X}$ , ensuite l'évaluation des quantités de réponse  $\mathbf{Y}$  et finalement l'analyse statistique sur les quantités de réponse du modèle.



**Figure 2.1.** Méthodologie de la simulation Monte Carlo [88].

L'aspect le plus important d'une bonne simulation de Monte Carlo est la disponibilité d'une représentation probabiliste fiable des paramètres d'entrée via les fonctions de densité de probabilité. S'il existe une corrélation entre les quantités d'entrée, la fonction de densité de probabilité conjointe est idéalement requise. Dans la plupart des cas, cependant, l'interdépendance entre les paramètres d'entrée est inconnue et, par conséquent, négligée en

supposant que toutes les quantités d'entrée sont indépendantes. Cette hypothèse simplifie la procédure de simulation mais il ne faut pas négliger son effet.

La procédure d'échantillonnage est basée sur la description numérique de la fonction de densité de probabilité d'entrée de chaque paramètre et est exécutée à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires. Deux étapes sont impliquées dans ce processus : premièrement la génération des variables aléatoires uniformément réparties entre 0 et 1, ensuite la transformation des valeurs de la variable uniforme obtenue en valeurs de variables aléatoires qui suivent les distributions données. Il existe plusieurs méthodes d'échantillonnage qui peuvent être utilisées pour générer des nombres aléatoires, telles que l'échantillonnage directionnel, l'échantillonnage adaptatif, l'échantillonnage par importance et l'échantillonnage par hypercube latin [88].

Après tirage de  $N$  échantillons des variables d'entrée  $\mathbf{X}$  et l'obtention de  $N$  évaluations des quantités de réponse  $\mathbf{Y}$ , les caractéristiques statistiques de  $\mathbf{Y}$  peuvent être obtenues. La moyenne et la variance sont données par :

$$m_{\mathbf{Y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.10)$$

$$\sigma_{\mathbf{Y}}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - m_{\mathbf{Y}})^2 \quad (2.11)$$

Si la défaillance est définie par l'évènement  $g \leq 0$ , la probabilité de défaillance est calculée par :

$$P_f = P(g \leq 0) = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{X_1 X_2 \dots X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.12)$$

Où  $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  est le vecteur variables aléatoires et  $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  sont les réalisations du vecteur  $\mathbf{X}$ .

L'équation peut être écrite sous la forme :

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{1}[g(\mathbf{x}) \leq 0] f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.13)$$

Où  $\mathbf{1}[ ]$  est la fonction indicatrice qui prend la valeur de un si  $g \leq 0$  et de zéro si  $g > 0$ .

D'après l'équation (2.13),  $P_f$  est équivalente à l'espérance (valeur moyenne) de  $\mathbf{1}[g(\mathbf{x}) \leq 0]$ .

Elle peut être alors estimée par :

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}[g(\mathbf{x}_i) \leq 0] = \frac{N_f}{N} \quad (2.14)$$

Où  $N_f$  est le nombre d'échantillons menant à  $g \leq 0$  et  $N$  est le nombre total des échantillons tirés.

La fiabilité est la probabilité que  $g > 0$ , elle peut être estimée par :

$$\mathbf{R} = (g > 0) = 1 - P_f = \frac{N - N_f}{N} \quad (2.15)$$

De façon similaire au calcul de la probabilité de défaillance, les fonctions de distribution cumulatives (FDC) des quantités de réponse  $\mathbf{Y}$  peuvent être obtenues par :

$$F_Y(y) = P(g \leq y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{1}[g(\mathbf{x}_i) \leq y] \quad (2.16)$$

Où la fonction indicatrice  $\mathbf{1}[\ ]$  prend la valeur de un si  $g \leq y$  et de zéro si  $g > y$ .

Les fonctions de densités de probabilité (FDP) des quantités de réponse  $\mathbf{Y}$  peuvent être obtenues par différentiation numérique des fonctions de distribution cumulatives.

### 2.3.3. Analyse de la fiabilité :

#### 2.3.3.1. Scénarii et domaines de défaillance :

Pour s'assurer qu'une structure va remplir ses fonctions dans les meilleures conditions jusqu'à l'atteinte de la fin de sa durée de service prévue, la vérification de certains scénarii possibles de défaillance est nécessaire, tout en évaluant exhaustivement les paramètres qui y participent. Un scénario de défaillance est généralement décrit par une ou plusieurs fonctions de performance délimitant deux domaines : un domaine de défaillance lorsque la fonction de performance est négative et un domaine de sécurité lorsque la fonction de performance est positive. La frontière entre ces deux domaines est appelée surface d'état limite ou de défaillance.

#### 2.3.3.2. Fonction d'état limite :

Les états de défaillance correspondent à des situations considérées comme inacceptables. L'évaluation de ces situations dépend de l'état limite pris en compte. En pratique, deux types d'états limites peuvent être distingués [89] :

1. Etat limite de service : les conséquences d'un dépassement sont d'ordre économique (esthétique, confort...);
2. Etat limite ultime : les conséquences d'un dépassement peuvent compromettre la sécurité de la structure (plastification, instabilité, fatigue...)

Chaque mode de défaillance est associé à une fonction d'état limite  $g(X)$  définie dans l'espace des variables aléatoires et qui permet de délimiter deux domaines distincts de performance par une surface d'état limite :

$$\begin{cases} g(X) > 0 & \text{domaine de sécurité} \\ g(X) \leq 0 & \text{domaine de défaillance} \\ g(X) = 0 & \text{surface d'état limite} \end{cases} \quad (2.17)$$

Dans la plupart des situations, la fonction d'état limite peut être exprimée dans une forme simple :

$$g(X) = R - S \quad (2.18)$$

Où  $R$  est une résistance caractéristique du système considéré et  $S$  est une contrainte ou sollicitation obtenue par la modélisation de son comportement ou de sa performance.

Dans le cas de la corrosion des armatures de béton, les deux phases de la corrosion permettent de définir les deux états limites de service et ultime. En effet, l'état limite de service correspond à l'initiation de la corrosion qui ne cause aucun dommage du matériau ni compromis l'intégrité structurale de l'ouvrage. Seulement, les coûts de maintenance après initiation de la corrosion sont beaucoup plus importants qu'avant. L'état limite ultime correspond à la perte de la capacité portante suite à la diminution de la section des armatures, la perte d'adhérence et la fissuration ou l'éclatement du béton d'enrobage causés par le développement de la corrosion dans le temps. Pour des raisons économiques et du fait de la courte durée entre le début de la corrosion des armatures de béton et la perte de la capacité portante, la prédiction de la durée de vie vis-à-vis de la corrosion est basée sur l'estimation du temps d'initiation de la corrosion. Pour le cas de la corrosion induite par l'attaque des chlorures, cela est équivalent au temps d'atteinte de la concentration critique en chlorures au voisinage des armatures. La fonction d'état limite correspondant à l'initiation de la corrosion peut être alors exprimée par :

$$g(X) = C_{th} - C_t(d, t) \quad (2.19)$$

Où  $C_{th}$  est la concentration critique en chlorures du béton et  $C_t(d, t)$  est la concentration en chlorures totaux à un instant  $t$  à la profondeur d'enrobage  $d$ .

### 2.3.3.3. Calcul de la fiabilité :

La fiabilité d'une conception est définie comme étant la probabilité qu'elle va assurer ses fonctions sur une période de temps prédéfinie (durée de vie) dans certaines conditions de service. L'analyse fiabiliste est déjà appliquée et incorporée dans les spécifications de

conception des structures de génie civil à travers des coefficients de sécurité. La fonction de performance ou d'état limite associée à chaque mode de défaillance possible permet de calculer la fiabilité de la conception vis-à-vis du mode de défaillance considéré à travers l'estimation de la probabilité de défaillance (équation (2.12)). L'évaluation de la probabilité de défaillance par intégration directe est très difficile et il y a souvent recourt à des méthodes d'approximation. Il existe plusieurs méthodes de calcul approximatif de la fiabilité telles que les méthodes de fiabilité du premier ordre et du second ordre, la méthode de la valeur moyenne et les méthodes de simulation. Les méthodes du premier ordre, du second ordre et de la valeur moyenne nécessitent des informations sur les dérivées de la fonction d'état limite par rapport aux paramètres aléatoires d'entrée. Par conséquent, elles sont plus appropriées lorsqu'une expression analytique de la fonction d'état limite est disponible. Ce n'est généralement pas le cas pour l'évaluation de la fiabilité basée sur l'analyse par éléments finis, où la relation entre les paramètres du modèle et la fonction d'état limite est implicite. Dans ce cas, une expression approximative de la fonction d'état limite peut être obtenue en utilisant la méthode de surface de réponse [90]. Cependant, la précision de ces méthodes diminue lorsque la plage de variabilité des paramètres devient large car l'approximation est basée sur des informations locales.

Actuellement, les méthodes de simulations sont les plus populaires pour la prédiction de la fiabilité d'une certaine conception. Cela est principalement dû au fait qu'elles sont faciles à utiliser, simples et nécessitent peu de connaissances en théorie des probabilités. Leur principal inconvénient est qu'elles sont coûteuses en temps de calcul. Cependant, en combinaison avec une approximation par surface de réponse de la fonction d'état limite, leur efficacité peut être augmentée. En utilisant une simulation Monte Carlo, la probabilité de défaillance peut être estimée par l'équation (2.14).

## **2.4. Approche d'intervalle :**

### **2.4.1. Concept de variable d'intervalle :**

La forme la plus simple de la modélisation numérique non-probabiliste des incertitudes est la variable d'intervalle. Une variable ou scalaire d'intervalle est défini sur une plage continue dans le domaine des nombres réels. Cette plage est délimitée par une borne supérieure et une borne inférieure. Si les deux bornes peuvent être des réalisations du scalaire d'intervalle, l'intervalle est dit fermé. Une variable d'intervalle peut être définie par :

$$\mathbf{x} = \{x \mid x \in \mathbb{R}; \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (2.20)$$

Où  $\underline{x}$  et  $\bar{x}$  sont les bornes inférieure et supérieure de la variable d'intervalle  $x$ .

Une notation alternative pour  $x$  est  $[\underline{x}, \bar{x}]$ . Le point central et le rayon de l'intervalle sont définis respectivement comme étant :

$$\check{x} = \frac{\bar{x} + \underline{x}}{2} \quad (2.21)$$

$$\bar{x} = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{2} \quad (2.22)$$

Une matrice d'intervalle  $[X]$  est l'ensemble des matrices pour lesquelles chaque coefficient  $x_{ij}$  est inclus dans son scalaire d'intervalle  $x_{ij}$  correspondant.

$$[X] = \{[X] \mid x_{ij} \in x_{ij}\} \quad (2.23)$$

Une matrice ou un vecteur d'intervalle nécessite que des scalaires d'intervalle soient définis pour chaque entrée de la matrice ou du vecteur. Selon la définition de l'équation (2.23), une matrice ou un vecteur d'intervalle comprend toutes les combinaisons d'entrées tant qu'elles sont dans les limites de leur scalaire d'intervalle. Cela signifie qu'ils présument implicitement l'indépendance entre toutes les entrées. Par conséquent, un vecteur d'intervalle représente un hypercube dans un espace multidimensionnel général.

L'évaluation d'une fonction générale  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  qui dépend de variables d'intervalles  $x_1, x_2, \dots, x_n$  doit prendre en considération toutes les combinaisons possibles des valeurs appartenant aux intervalles des variables concernées.

#### 2.4.2. Analyse d'intervalle :

Le but de l'analyse d'intervalle est d'obtenir le maximum d'informations significatives sur le comportement physique simulé en se basant sur une description d'intervalle de l'incertitude sur certains paramètres d'entrée du problème. Etant donné que la description de l'incertitude d'entrée d'intervalle ne donne aucune information sur la fréquence d'appartenance des paramètres incertains dans les limites d'intervalle, le problème se réduit à trouver la plage du résultat de l'analyse. Numériquement, cela signifie que la procédure de résolution doit se concentrer sur la recherche des résultats minimaux et maximaux de l'analyse déterministe en tenant compte de toutes les valeurs possibles qui se trouvent à l'intérieur de l'intervalle qui décrit l'incertitude. Il existe principalement trois catégories d'approches d'analyse d'intervalle : l'arithmétique d'intervalle, l'optimisation et la méthode des vertex.

### 2.4.2.1. Approche arithmétique :

A travers des opérations arithmétiques d'intervalle, l'approche arithmétique consiste à transformer la procédure numérique déterministe en une procédure d'intervalle équivalente. Cette transformation se fait sur la base des opérations arithmétiques d'addition, de soustraction, de multiplication et de division des scalaires d'intervalle :

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}] \quad (2.24)$$

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = [\underline{a} - \bar{b}, \bar{a} - \underline{b}] \quad (2.25)$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\min\{\bar{a} \times \bar{b}, \bar{a} \times \underline{b}, \underline{a} \times \bar{b}, \underline{a} \times \underline{b}\}, \max\{\bar{a} \times \bar{b}, \bar{a} \times \underline{b}, \underline{a} \times \bar{b}, \underline{a} \times \underline{b}\}] \quad (2.26)$$

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \mathbf{a} \times \left[ \frac{1}{\bar{b}}, \frac{1}{\underline{b}} \right], 0 \notin \mathbf{b} \quad (2.27)$$

En remplaçant chaque opération de base dans le code de calcul déterministe par son homologue dans l'arithmétique d'intervalle, le code de calcul d'intervalle est ainsi généré. Il devient alors possible d'obtenir la plage de variation des grandeurs de réponse. L'inconvénient de cette approche arithmétique est que cette plage de variation est une approximation conservatrice de la plage exacte, au point où elle ne peut pas être utile pour des applications pratiques. C'est pour cette raison que l'approche d'optimisation est la plus utilisée dans l'analyse d'intervalle [76].

### 2.4.2.2. Approche d'optimisation :

L'objectif de l'approche d'optimisation est de trouver les bornes inférieure et supérieure de la réponse d'une procédure numérique déterministe par le biais d'un algorithme de recherche à l'intérieur du domaine défini par les variables d'intervalle. L'analyse d'intervalle devient alors un problème d'optimisation dans lequel la fonction cible est la réponse de la procédure numérique déterministe, les variables de recherche sont les paramètres incertains et les contraintes sont les intervalles délimitant les valeurs des paramètres incertains. Dans ce contexte, deux méthodes d'optimisation sont populaires : l'optimisation globale et l'optimisation par surface de réponse.

Dans l'optimisation globale, la recherche des optima se fait par une évaluation itérative de la fonction cible (les grandeurs de réponse) dans des points désignés du domaine de recherche. Il existe plusieurs techniques d'optimisation qui ont été utilisées pour l'analyse d'intervalle telles que la recherche directionnelle [91], la programmation linéaire [92] et les algorithmes

génétiques [93]. L'inconvénient de cette approche est qu'elle peut être très coûteuse en temps de calcul.

Dans l'approche de surface de réponse, la fonction cible est approximée par une fonction de réponse appropriée. L'optimisation est ensuite exécutée sur cette surface de réponse. Cette approche permet de réduire énormément le temps de calcul par rapport à l'optimisation globale, mais sa précision dépend entièrement du degré d'exactitude de la fonction de surface de réponse [94].

#### 2.4.2.3. La méthode des vertex :

Cette méthode a été introduite par Dong *et al.* [95]. Elle permet une approximation des bornes des intervalles des grandeurs de réponse d'une procédure numérique à variables d'intervalles. Les bornes des grandeurs de réponse sont obtenues par l'introduction à l'analyse de toutes les combinaisons possibles des bornes des paramètres d'entrée puis la sélection des valeurs extrêmes parmi tous les résultats. S'il existe  $N$  variables d'intervalles  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ , il y a  $2^N$  combinaisons des bornes ou vertex dont l'analyse doit être effectuée pour chacune. Si ces combinaisons sont notées  $C_j$ , les bornes des résultats sont données par :

$$\left[ \underline{y}, \overline{y} \right] \approx \left[ \min_j f(C_j), \max_j f(C_j) \right]; j = 1, \dots, 2^N \quad (2.28)$$

Dans la littérature, la méthode des vertex est la plus utilisée dans l'analyse d'intervalle, et surtout dans l'analyse floue. Malgré sa simplicité, cette méthode a quelques inconvénients. Premièrement, le temps de calcul augmente exponentiellement avec le nombre de variables incertaines. Cela limite son application à des problèmes à quelques variables d'intervalles. Pour réduire le temps de calcul, une fonction de surface de réponse peut être utilisée pour trouver directement les combinaisons donnant à une réponse optimale [90]. Deuxièmement, si la relation entre la procédure numérique déterministe et les paramètres d'intervalles n'est pas monotone, cette méthode ne mène pas vers une solution précise.

#### 2.4.2. Analyse de la fiabilité :

L'application du concept d'analyse d'intervalle dans l'étude de la fiabilité numérique est souvent appelée anti-optimisation. Ce nom provient du fait que parmi toutes les valeurs numériques des bornes des variables d'intervalles d'entrée, celles dont le résultat de l'analyse est le moins favorable sont les plus intéressantes du point de vue de la fiabilité. Trouver ce résultat le moins

favorable équivaut mathématiquement à effectuer une optimisation numérique visant le résultat le plus défavorable par rapport aux variables d'intervalles d'entrée.

Le concept d'anti-optimisation a été introduit comme la base d'une étude de fiabilité non probabiliste par Ben Haim [96, 97]. Le concept de probabilité de défaillance qui sert de moyen de mesure de la fiabilité est remplacé par une plage de comportement acceptable. Cela signifie que la conception doit garantir que les performances restent dans un domaine acceptable, sans spécifier une probabilité de défaillance. La fiabilité devient alors un critère précis (ayant des valeurs possibles de 1 ou 0) distinguant les conceptions acceptables ou inacceptables. L'avantage le plus important du concept d'anti-optimisation est qu'il élargit l'objectivité des études de fiabilité à des variables incertaines dont seulement la plage de variation est connue, car le modèle d'intervalle représente parfaitement ces incertitudes sans avoir besoin d'informations additionnelles généralement subjectives. Pour certains cas, si la fiabilité requise tend vers un, la procédure d'anti-optimisation aboutit au même choix de paramètres de conception qu'une analyse probabiliste [98]. L'anti-optimisation se révèle dans ce cas bien moins coûteuse en temps de calcul.

## **2.5. Approche floue ou possibiliste :**

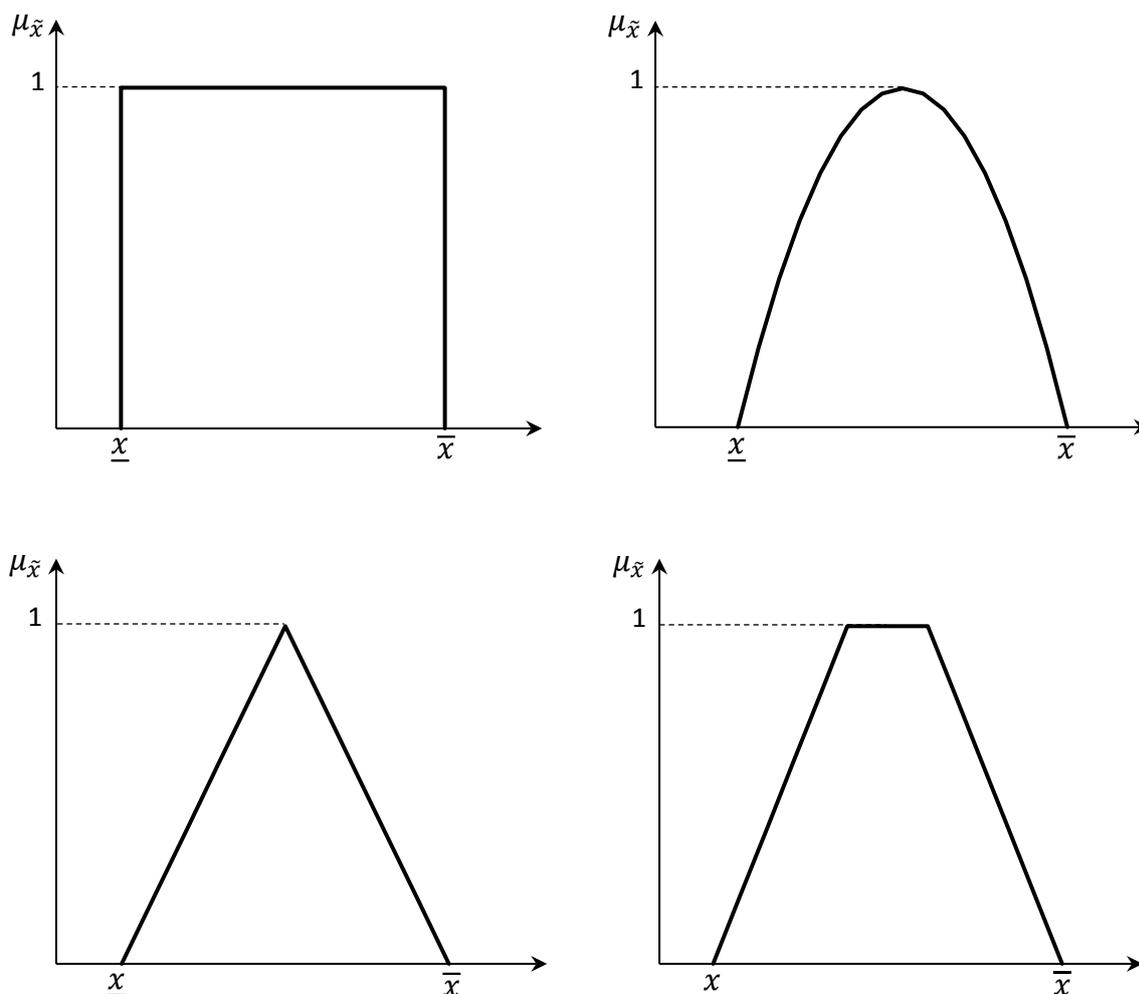
### **2.5.1. Concept de variable floue :**

Le concept de logique floue a été introduit pour la première fois par Zadeh [99] en 1965. Contrairement à la logique classique, où un élément peut soit appartenir soit ne pas appartenir à un ensemble, dans la logique floue, une appartenance partielle peut avoir lieu et est exprimée à l'aide d'une fonction d'appartenance. La fonction d'appartenance décrit le degré d'appartenance de chaque élément dans l'ensemble flou. Ses valeurs peuvent graduellement varier entre 0 pour non appartenance totale et 1 pour appartenance totale. Cette transition graduelle dans la description de l'appartenance peut être utilisée dans la représentation des incertitudes correspondant aux paramètres d'une analyse numérique. Ainsi, des variables incertaines représentées en utilisant le concept flou sont nommées variables floues. Une variable floue  $\tilde{x}$  peut être définie par :

$$\tilde{x} = \{(x, \mu_{\tilde{x}}) \mid x \in [\underline{x}, \bar{x}]; \mu_{\tilde{x}}(x) \in [0, 1]\} \quad (2.29)$$

$\mu_{\tilde{x}}$  est la fonction d'appartenance et  $[\underline{x}, \bar{x}]$  est le domaine des valeurs possibles de  $\tilde{x}$ . Dans le contexte de la représentation des variables incertaines, la fonction d'appartenance peut être considérée comme une fonction de distribution de possibilité. Le degré d'appartenance devient

le taux de crédibilité ou la possibilité que la variable floue  $\tilde{x}$  prend une quelconque valeur  $x$ . Une classe appelée variable floue normale est généralement utilisée dans la représentation des variables incertaines. Dans une variable floue normale, il existe au moins un point où la possibilité est égale à un et la possibilité est strictement croissante à gauche de ce point normal ou nominal et strictement décroissante à droite. Il existe plusieurs formes des fonctions de distribution de possibilité, la figure (2.2) montrent celles couramment utilisées.



**Figure 2.2.** Formes simples des fonctions d'appartenance ou de distribution de possibilité.

Bien qu'elle peut être faite en utilisant des opérations algorithmiques (réseaux de neurones, algorithmes génétiques), la construction des fonctions de distribution possibiliste se fait généralement de façon subjective (intuition, inférence, préférence) sur la base de l'expérience et la compréhension humaine du phénomène traité [100]. Dans l'analyse numérique floue, la connaissance de la forme précise de la distribution de possibilité n'est pas si importante, car les méthodes approchées généralement utilisées s'intéressent seulement aux intervalles

correspondant à certains niveaux de possibilité [100]. Ainsi, l'utilisation de différentes formes de distributions possibilistes mène généralement vers des résultats quasi identiques.

### 2.5.2. Analyse floue :

L'objectif de l'analyse floue est de trouver une description floue de certaines quantités de réponse d'une procédure déterministe dans laquelle les paramètres d'entrée sont modélisés à l'aide de variables floues. Elle passe par trois étapes :

1. La combinaison des différents paramètres flous d'entrée  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$  ;
2. Le calcul des grandeurs de réponse  $y_j = f(X_j)$  correspondant à chaque combinaison des paramètres d'entrée  $X_j = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ;
3. La construction des fonctions de distribution de possibilité des grandeurs de réponse  $\mu_{\tilde{y}}(y)$ ;

Pour  $n$  paramètres d'entrée flous et  $m$  combinaisons possibles de réalisation de ceux-ci, la valeur de la possibilité pour chaque combinaison est la plus petite valeur des possibilités de toutes les variables d'entrée:

$$\mu(X_j) = \text{Min} \{ \mu(x_i); i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \} \quad (2.30)$$

La valeur de la possibilité de la grandeur de réponse floue  $\tilde{y}$  pour une valeur spécifique  $y^*$  est la plus grande possibilité de toutes les combinaisons d'entrée résultant en  $y^*$  :

$$\mu_{\tilde{y}}(y^*) = \text{Max} \{ \mu(X_j); y^* = f(X_j); j = 1, \dots, m \} \quad (2.31)$$

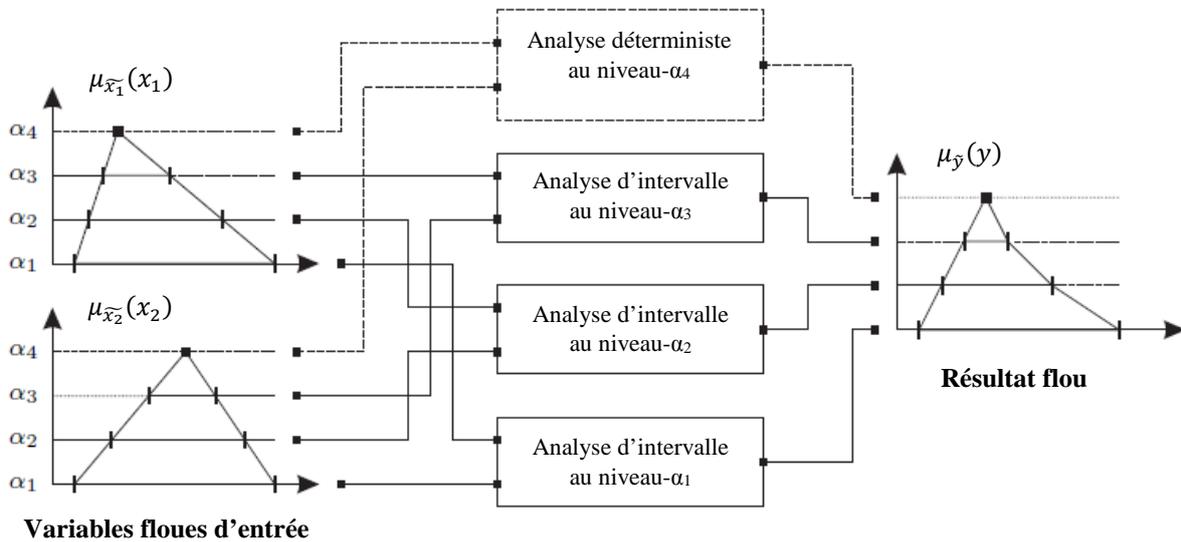
Les deux équations (2.30) et (2.31) constitue le principe d'extension développé par Zadeh [99]. Ce principe décrit la relation entre les distributions possibilistes des paramètres d'entrée et celle des quantités de réponse. En théorie des probabilités, la probabilité d'un résultat est égale au produit des probabilités des événements constituants, alors qu'en théorie des ensembles flous, la possibilité d'un résultat est égale à la possibilité minimale des événements constituants (en considérant que les événements dans les deux cas sont indépendants). Lorsque le résultat peut être atteint de plusieurs façons, en théorie des probabilités, la probabilité d'un résultat est donnée par la somme des probabilités de toutes les voies, tandis que dans la théorie floue, la possibilité du résultat est donnée par la possibilité maximale de toutes les possibilités [90].

L'inconvénient du principe d'extension est qu'il ne peut pas être directement implémenté dans un contexte numérique. Pour chaque valeur  $y$  du résultat, il faut toutes les combinaisons

possibles de réalisation des paramètres flous d'entrée pour déterminer la valeur de la possibilité correspondante. Comme un nombre infini de combinaisons possibles de réalisation des variables floues d'entrée peut exister, une méthode numérique approximative est nécessaire pour calculer les grandeurs de réponse floues. Une approche couramment utilisée, connue sous le nom de la méthode de niveau- $\alpha$  ou de coupe- $\alpha$  [90], consiste à analyser les variables d'entrée à un niveau de possibilité  $\alpha$  spécifique. Chaque niveau  $\alpha$  est associé à des sous-ensembles  $X_{i\alpha}$  de variables floues  $\tilde{x}_i$  définies comme:

$$X_{i\alpha} = \{x_i \in \tilde{x}_i, \mu_{\tilde{x}_i}(x_i) \geq \alpha\} \quad (2.32)$$

Cela signifie que chaque coupe- $\alpha$  est l'intervalle résultant de l'intersection de la fonction de distribution de possibilité à  $\mu_{\tilde{x}_i}(x_i) = \alpha$  (figure (2.3)). Après la dérivation des coupes- $\alpha$  de toutes les quantités d'entrée à un niveau spécifique, une analyse d'intervalle général est effectuée sur ces intervalles. L'intervalle de sortie obtenu est une intersection de la fonction de distribution du résultat au niveau  $\alpha$  et représente par conséquent une coupe- $\alpha$  du résultat. Cela signifie qu'une approximation discrétisée de la fonction de distribution possibiliste du résultat peut être obtenue en répétant la procédure de niveau- $\alpha$  à un certain nombre de niveaux, comme le montre la figure (2.3).



**Figure 2.3.** Procédure d'analyse floue en utilisant la méthode de discrétisation de coupe- $\alpha$  [76].

Toutes les méthodes d'analyse d'intervalle décrites précédemment peuvent être utilisées pour déterminer l'intervalle de sortie à chaque niveau de coupe- $\alpha$ , mais la méthode des vertex est celle la plus adoptée dans l'analyse floue car elle est la moins coûteuse en temps de calcul. Une analyse floue en utilisant la méthode des vertex passe par 5 étapes :

1. La représentation des paramètres d'entrée flous en utilisant la méthode de niveau- $\alpha$ ;
2. Ensuite, la formation de toutes les combinaisons possibles des valeurs maximales et minimales des paramètres d'entrée à chaque niveau  $\alpha$ ;
3. Puis le calcul de toutes les valeurs des grandeurs de réponse pour toutes les combinaisons à chaque niveau  $\alpha$  ;
4. Puis la sélection des valeurs maximales et minimales des grandeurs de réponse comme valeurs extrêmes de la réponse floue au niveau  $\alpha$ .
5. Et enfin, après le calcul des valeurs extrêmes des grandeurs de réponse à tous les niveaux  $\alpha$ , construction des fonctions de distribution de possibilité des grandeurs de réponse.

### **2.5.3. Analyse de la fiabilité :**

L'approche possibiliste peut être utilisée comme outil pour l'étude de la fiabilité numérique des systèmes. Les résultats d'une analyse floue peuvent servir pour définir une possibilité de défaillance [101]. Cependant, cette possibilité de défaillance est relative car elle est influencée par la subjectivité généralement incorporée implicitement dans la définition des paramètres flous d'entrée. Cela signifie que si plusieurs personnes traitent le même problème, généralement différentes valeurs de la possibilité de défaillance vont être obtenues. De plus, l'interprétation des résultats d'une analyse fiabiliste possibiliste doit être faite dans le contexte de manque d'information et par rapport aux choix de l'analyste dans la définition des paramètres flous d'entrée. Pour cela, cette approche est extrêmement difficile à standardiser dans des règles générales d'analyse de fiabilité.

Un autre principe a été adopté par Catallo [93] et Biondini *et al.* [102] pour l'étude de la fiabilité en utilisant l'analyse floue. Sur la base de la technique de coupe- $\alpha$ , une anti-optimisation peut être faite à chaque niveau de discrétisation. Cela peut servir pour la dérivation du niveau- $\alpha$  pour lequel la marge de sécurité requise est atteinte. Les intervalles obtenus par l'intersection des fonctions de distributions de possibilités des paramètres d'entrée à ce même niveau- $\alpha$  définissent la plage des valeurs admissibles pour les propriétés non-déterministes. Identiquement au concept de possibilité de défaillance, la plage des valeurs admissibles issue de l'anti-optimisation aux niveaux- $\alpha$  est affectée par la subjectivité dans la définition des paramètres d'entrée. Cela mène vers la conclusion que l'utilisation de l'approche floue pour l'étude de la fiabilité n'assure pas une mesure absolue de la qualité d'une conception.

## 2.6. Représentation numérique des incertitudes :

Généralement, dans les modèles éléments finis non-déterministes ou les modèles de prédiction des dégradations des structures, l'approche probabiliste est appliquée pour la description de la variabilité des paramètres incertains, sans tenir compte de la classe de non-déterminisme. Pour cela, toutes les quantités non-déterministes sont représentées par des variables aléatoires à travers l'introduction d'une densité de probabilité appropriée. Cependant, cette description probabiliste ne représente pas nécessairement les informations objectives disponibles. L'approche probabiliste convient aux incertitudes aléatoires, où les informations objectives sur la plage et la probabilité de la quantité dans cette plage peuvent être incorporées sans ambiguïté dans la fonction de densité de probabilité. De plus, le résultat probabiliste de l'analyse donnera une indication de la fréquence réelle d'occurrence attendue du phénomène analysé. Il est cependant important que toutes les informations soient disponibles pour que le modèle représente de manière réaliste la variabilité. Si plus d'une propriété incertaine est présente dans le modèle, la corrélation entre les différentes variabilités pourrait jouer un rôle important dans l'analyse probabiliste. Idéalement, la fonction de densité de probabilité conjointe décrivant l'interdépendance de toutes les propriétés non déterministes du modèle doit être disponible. Souvent, lorsque les corrélations croisées sont inconnues, les variables aléatoires sont supposées indépendantes les unes des autres.

Pour les incertitudes épistémiques, la représentation par une quantité aléatoire à travers une seule fonction de densité de probabilité n'est pas suffisante. L'ignorance de la cause et la façon dont une propriété varie ne rend pas une telle variation aléatoire [78]. Lorsque la plage de variabilité est connue mais que les informations sur la probabilité d'occurrence sont manquantes, toutes les fonctions de densité de probabilité possibles sur cette plage doivent être prises en considération dans l'analyse. L'analyste ne sélectionnera généralement que quelques modèles probabilistes qu'il considère cohérents avec les informations limitées disponibles ou les plus appropriés pour obtenir le plus de connaissances possibles sur le résultat. Si les connaissances disponibles sont fournies par l'analyste sur la base de son expérience, la fonction de densité de probabilité adoptée est dite subjective. Dans ce contexte, les méthodes bayésiennes sont de plus en plus populaires pour la modélisation de l'incertitude subjective. Le principal avantage de l'utilisation de l'approche bayésienne pour la modélisation de l'incertitude subjective est que les procédures probabilistes disponibles peuvent être facilement appliquées pour l'analyse. L'atout principal de l'approche bayésienne est sa capacité à intégrer les informations objectives qui deviennent progressivement disponibles.

Récemment, l'application générale du concept probabiliste a été critiquée [76]. Premièrement, une description probabiliste complète d'une certaine propriété nécessite un volume important de données, parfois difficile ou même impossible à acquérir du fait de la complexité du processus de collection ou son coût trop important. Deuxièmement, le temps de calcul d'une analyse probabiliste, souvent en utilisant la méthode de simulation Monte Carlo, est trop élevé. Pour le cas d'incertitudes épistémiques, la valeur ajoutée des résultats d'une analyse probabiliste ne justifie pas le coût de calcul. Cela rend les approches non-probabilistes plus appropriées pour la modélisation des incertitudes épistémiques.

Lorsque les bornes supérieure et inférieure d'une propriété non-déterministe sont bien définies mais que des informations sur le type de distribution sont manquantes, l'approche d'intervalle représente parfaitement les informations disponibles. L'analyse d'intervalle est beaucoup plus rapide qu'une analyse probabiliste mais ne fournit aucune information sur la probabilité d'occurrence du problème étudié. L'omission d'une fonction de densité de probabilité connue par le biais du concept d'intervalle ne peut être justifiée que lorsque les informations probabilistes ne sont pas requises ou que le coût de calcul de l'analyse est plus important que les résultats d'une analyse probabiliste.

Lorsque les informations disponibles sur une variable proviennent de jugements d'experts sur la crédibilité des plages des valeurs possibles, ou dans le cas de variables linguistiques d'aide à la prise de décision, l'approche floue est la plus appropriée pour la description de ces informations. Le problème principal de la représentation d'une propriété à travers un ensemble flou, est que le niveau d'appartenance ou de crédibilité attribué aux différentes valeurs est entièrement basé sur un avis subjective de l'analyste. Par conséquent, les résultats flous obtenus à partir de l'analyse ne peuvent être interprétés qu'en référence aux variables d'entrée floues supposées. Cela pose une restriction importante à l'utilisation de l'approche floue à des fins de validation ou d'optimisation de conceptions numériques. Pour les incertitudes aléatoires décrites par des fonctions de densité de probabilité, certains chercheurs [103] ont proposé des méthodes pour leur conversion vers des fonctions de possibilité compatibles. Cependant, il est irrationnel d'appliquer l'approche floue aux incertitudes aléatoires. Le remplacement d'une description probabiliste objective par une autre subjective floue résulte dans une perte non justifiée d'informations précieuses.

Dans certains cas, les incertitudes épistémiques peuvent être représentées par une approche mixte appelée théorie des probabilités imprécises. Cette approche consiste à modéliser une fonction de probabilité connue de manière imprécise avec une famille de fonctions de

probabilités possibles. L'enveloppe de cette famille de fonctions de probabilités est appelée boîte de probabilités et elle peut être définie de plusieurs façons. La façon la plus pratique est de définir deux bornes supérieure et inférieure délimitant toutes les fonctions de probabilité possibles. Cette approche convient le mieux aux variables dont la fonction de distribution probabiliste est bien connue mais des données distinctes existent sur ses paramètres, ou aux cas où plusieurs types de densités de probabilités peuvent représenter une seule variable. Elle peut être aussi appliquée au cas d'existence des bornes supérieure et inférieure d'une variable non-déterministe et même au cas de variables subjectives. Cette approche possède deux avantages : premièrement elle permet de tenir compte de toute information disponible et la représenter de la façon la plus appropriée et deuxièmement elle permet de traiter les incertitudes de toutes natures qui coexistent dans un problème par le biais d'une seule procédure de calcul.

## **2.7. Conclusion :**

Dans ce chapitre, une présentation des sources des incertitudes, leurs classes et les méthodes de description a été faite. Les incertitudes sont classées en deux catégories : aléatoires et épistémiques. Trois approches de base peuvent être utilisées pour la description des incertitudes, à savoir, l'approche probabiliste, l'approche d'intervalle et l'approche floue. La convenance de chaque approche pour la modélisation des incertitudes aléatoires et épistémiques a été discutée.

Dans ce travail, une approche probabiliste floue a été adoptée pour l'étude de la durabilité des structures en béton exposées aux chlorures en tenant compte de la nature aléatoire ou épistémique des incertitudes. Une description détaillée de cette approche est donnée dans le quatrième chapitre.

## Chapitre 3 : Modélisation déterministe de la pénétration des chlorures dans le béton

### 3.1. Introduction :

La pénétration des chlorures dans le béton est un processus complexe qui implique de nombreux mécanismes de transport. Les ions chlorures pénètrent dans le béton saturé, entraînés par un gradient de concentration. Ce mécanisme est nommé diffusion. Dans le béton non saturé, sous gradient de pression, le mouvement de l'humidité contribue au transport des chlorures (convection). Ces mécanismes de transport dépendent des propriétés des matériaux et des conditions climatiques. Un modèle holistique de pénétration des chlorures devrait prendre en compte tous ces mécanismes de transport et les paramètres influents. Dans ce travail, l'approche multi-échelle développée par Xi *et al.* [18] pour des bétons saturés et étendue par Ababneh *et al.* [21] pour des bétons non saturés est adoptée. Au niveau macroscopique, le problème est formulé sur la base de la théorie de la diffusion. Au niveau mésoscopique, l'effet des granulats et de la pâte de ciment sur les paramètres des matériaux est incorporé sur la base de la théorie des matériaux composites. Au niveau microscopique, l'effet de la structure des pores de la pâte de ciment est pris en compte dans l'évaluation de la capacité de fixation des chlorures. Dans ce chapitre, les équations différentielles régissant les phénomènes impliqués et les paramètres associés sont présentés. Ensuite, la formulation numérique des équations différentielles et la procédure de résolution sont décrites. Finalement, la performance numérique du modèle de simulation est testée à travers la comparaison avec des résultats expérimentaux et l'étude de la sensibilité aux paramètres du matériau et aux conditions climatiques.

### 3.2. Equations gouvernantes :

Les équations régissant le problème de la pénétration des chlorures dans le béton non saturé, et qui impliquent le transfert de chaleur et le transport d'humidité, peuvent être décrites mathématiquement par le système d'équations différentielles à dérivées partielles suivantes [21]:

$$\frac{\partial C_t}{\partial C_f} \frac{\partial C_f}{\partial t} = \underbrace{Div[D_{Cl} grad(C_f)]}_{Diffusion} + \underbrace{\mu C_f \frac{\partial W}{\partial t}}_{Convection} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial t} = Div[D_H grad(H)] \quad (3.2)$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = Div[D_T grad(T)] \quad (3.3)$$

Dans le système d'équations ci-dessus, il existe trois variables d'état : la concentration des chlorures libres  $C_f$ , l'humidité relative dans les pores  $H$  et la température  $T$ . L'équation (3.1) décrit le processus de pénétration des chlorures dans le béton, dans laquelle,  $C_t$  et  $C_f$  sont respectivement la concentration des chlorures totaux et libres dans le béton en grammes de chlorures par grammes de béton,  $W$  est la teneur en eau évaporable,  $D_{Cl}$  est le coefficient de diffusion des chlorures du béton,  $\frac{\partial C_f}{\partial C_t}$  est la capacité de fixation des chlorures du béton et  $\mu$  est un facteur de conversion de l'unité du deuxième terme dans le côté droit de l'équation (3.1) en grammes de chlorures par grammes de béton. L'équation (3.2) caractérise le processus de diffusion de l'humidité dans le béton, dans laquelle  $H$  est l'humidité relative des pores du béton,  $D_H$  est le coefficient de diffusion de l'humidité du béton et  $\frac{\partial W}{\partial H}$  est la capacité d'humidité du béton. L'équation (3.3) représente le transfert de chaleur dans le béton, dans laquelle,  $T$  est la température du béton dans [°C],  $D_T$  est la conductivité thermique du béton,  $C$  est la chaleur spécifique du béton et  $\rho$  est la densité du béton. Tous les paramètres des équations différentielles gouvernantes sont des paramètres du matériau et dépendent de ses propriétés. L'utilisation de modèles fiables des paramètres du matériau améliore la précision de la simulation des processus de transport couplés.

### 3.3. Paramètres des équations gouvernantes :

#### 3.3.1. Transport des chlorures :

##### 3.3.1.1. Coefficient de diffusion des chlorures :

La diffusivité des ions de chlorures dans le béton peut être estimée en utilisant la méthode des facteurs multiples comme suit [18] :

$$D_{Cl} = f_1(w/c, t_0) \times f_2(g_i) \times f_3(H) \times f_4(T) \times f_5(C_f) \quad [cm^2/day] \quad (3.4)$$

$f_1$  exprime l'effet du rapport eau sur ciment  $w/c$  et le temps de cure humide du béton  $t_0$  sur le coefficient de diffusion des chlorures. Une expression pour  $f_1$  a été proposée par Xi et Bazant [18]:

$$f_1(w/c, t_0) = \frac{28-t_0}{62.5} + \left(0.25 + \frac{28-t_0}{300}\right) \times (w/c)^{6.55} \quad (3.5)$$

Le deuxième facteur  $f_2$  considère l'effet de l'action composée des agrégats et de la pâte de ciment sur le coefficient de diffusion du béton. Ce facteur peut être évalué en utilisant le modèle développé par Christensen [104] pour un matériau composite à deux phases :

$$f_2(g_i) = D_{cp} \times \left( 1 + \frac{g_i}{\frac{1-g_i}{3} + \frac{1}{\left(\frac{D_{agg}}{D_{cp}}\right)^{-1}}} \right) [cm^2/day] \quad (3.6)$$

Où  $g_i$  est la fraction volumique des agrégats du béton,  $D_{cp}$  et  $D_{agg}$  sont les diffusivités de la pâte de ciment et des agrégats respectivement.  $D_{cp}$  et  $D_{agg}$  peuvent être évaluées en utilisant le modèle proposé par Martys *et al.* [105] :

$$D = \frac{2 \times (1 - (V_p - V_p^c))}{S^2} \times (V_p - V_p^c)^{4.2} \quad (3.7)$$

Où  $V_p$  est la porosité,  $S$  est l'aire de la surface des pores et  $V_p^c$  est la porosité critique (la porosité à laquelle l'espace des pores est percolé pour la première fois). La porosité critique  $V_p^c$  peut être prise 3% pour la pâte de ciment [105]. La porosité de la pâte de ciment  $V_p$  peut être estimée par l'isotherme d'absorption d'eau de la pâte de ciment à la saturation :

$$V_p = 2.5 \times n_{cp}(1, T) \quad (3.8)$$

Où le coefficient de multiplication, 2.5, est un facteur de conversion de fraction pondérale en fraction volumique. L'aire de la surface des pores  $S$  peut être estimée par la capacité monocouche d'humidité  $V_m$  [106].

La valeur de  $D_{agg}$  peut être obtenue en utilisant l'équation (3.7) si  $S$ ,  $V_p$  et  $V_p^c$  des granulats sont connus ou peut être prise en tant que constante, en général  $10^{-12} cm^2/s$ .

Le troisième facteur,  $f_3(H)$ , prend en compte l'effet de l'humidité relative sur le coefficient de diffusion des chlorures. Un modèle proposé par Bazant et Najjar [107] peut être employé :

$$f_3(H) = \left[ 1 + \frac{(1-H)^4}{(1-H_c)^4} \right]^{-1} \quad (3.9)$$

Où  $H_c$  est le niveau critique d'humidité auquel le coefficient de diffusion chute à mi-chemin entre ses valeurs maximale et minimale ( $H_c=0.75$ ).

Le quatrième facteur,  $f_4(T)$ , considère l'effet de la température sur le coefficient de diffusion des chlorures. Ceci peut être fait en utilisant la loi d'Arrhenius comme suit :

$$f_4(T) = \exp \left[ \frac{U}{R} \times \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (3.10)$$

Dans laquelle  $U$  est l'énergie d'activation du procédé de diffusion,  $R$  est la constante de gaz ( $8.314 J/mol \cdot ^\circ K$ ),  $T$  et  $T_0$  sont la température courante et de référence respectivement en Kelvin

( $T_0 = 296 \text{ }^\circ\text{K}$ ). Les valeurs de l'énergie d'activation,  $U$ , pour une pâte de ciment faite de ciment Portland Ordinaire ( OPC ) sont indiquées dans le tableau (3.1).

Rapport eau sur ciment $w/c$	Energie d'activation [kJ/mol]
0.4	41.8±4.0
0.5	44.6±4.3
0.6	32.0±2.4

**Tableau 3.1.** Energies d'activation pour des pâtes de ciment faites en OPC [18].

Le cinquième facteur,  $f_5(C_f)$ , exprime la dépendance du coefficient de diffusion des chlorures à la concentration en chlorures libres, et il est donné comme suit :

$$f_5(C_f) = 1 - k_{ion} \times C_f^m \quad (3.11)$$

Où  $k_{ion}$  et  $m$  sont des constantes, 8.333 et 0.5, respectivement [18].

### 3.3.1.2. Capacité de fixation des chlorures :

Sur la base des essais de Tang et Nilsson [33], Xi et Bazant [18] ont développé un modèle pour la capacité de fixation des chlorures. Pour des niveaux élevés de la concentration des chlorures libres, la fixation des chlorures obéit à l'isotherme d'adsorption de Freundlich :

$$\frac{\partial C_f}{\partial C_t} = \frac{1}{1 + \frac{A 10^B \beta_{C-S-H} \left( \frac{C_f}{35.45 \beta_{sol}} \right)^{A-1}}{35450 \beta_{sol}}} \quad (3.12)$$

Avec  $A = 0.3788$  et  $B = 1.14$ , sont des constantes du matériau et sont relatives à l'adsorption des chlorures.

Pour des niveaux bas de la concentration des chlorures libres, la fixation des chlorures obéit à l'isotherme d'adsorption de Langmuir :

$$\frac{\partial C_f}{\partial C_t} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha \left( \beta C_f + \frac{1}{\alpha} \right)^2}} \quad (3.13)$$

Dans lequel :

$$\alpha = \frac{k' C_{bm} \beta_{C-S-H}}{35450 \beta_{sol}} \quad (3.14)$$

$$\beta = \frac{1000}{C_{bm} \beta_{C-S-H}} \quad (3.15)$$

Avec  $k'=75.841$  et  $C_{bm}=5.4083$ .

En supposant que  $C_f$  est égale à zéro (des valeurs négligeables) et après des simplifications, on peut écrire :

$$\frac{\partial C_f}{\partial C_t} = \frac{1}{1 + 0.01157 \times \frac{\beta_{C-S-H}}{\beta_{sol}}} \quad (3.16)$$

Comme on l'observe, la capacité de fixation dépend de deux paramètres  $\beta_{C-S-H}$  et  $\beta_{sol}$ .  $\beta_{sol}$  est le rapport du volume de la solution des pores au poids du béton [L/g].

$$\beta_{sol} = \frac{V_{sol}}{W_{con}} = \frac{W_{sol}}{\rho_{sol} W_{con}} = \frac{n(H,T)}{\rho_{sol}} \quad (3.17)$$

Avec  $V_{sol}$  et  $W_{sol}$  sont le volume et le poids de la solution des pores,  $W_{con}$  est le poids du béton,  $\rho_{sol}$  est la densité de la solution interstitielle en [g/L]. Le rapport du poids de la solution des pores à celui du béton,  $\frac{W_{sol}}{W_{con}}$ , est l'isotherme d'adsorption des chlorures. En raison du manque de résultats expérimentaux sur les isothermes d'adsorption des chlorures du béton, l'isotherme d'adsorption de l'eau,  $n(H, T)$ , est employé à sa place.

Le paramètre  $\beta_{C-S-H}$  est le rapport du poids du gel de C-S-H à celui du béton [g/g]. Il détermine l'effet de la composition du ciment à un certain âge du béton sur la fraction pondérale du gel C-S-H et peut être écrits comme suit :

$$\beta_{C-S-H} = \frac{W_{C-S-H}}{W_{con}} \quad (3.18)$$

Où  $W_{C-S-H}$  et  $W_{con}$  sont le poids du gel de C-S-H et le poids total du béton. Un modèle développé par Jennings et Tennis [108] est employé pour estimer les pourcentages volumiques des différents produits d'hydratation. Le modèle considère cinq phases différentes de la pâte de ciment : noyaux unhydratés des particules de ciment, produits intérieurs d'hydratation, produits extérieurs d'hydratation, pores capillaires et l'hydroxyde de calcium (portlandite). Le volume de C-S-H est la somme des produits intérieurs et extérieurs de l'hydratation. La fraction volumique de C-S-H est :

$$f_{C-S-H} = \frac{V_{C-S-H}}{V_{total}} = \frac{V_{total} - V_{an} - V_{CP}}{V_{total}} = 1 - f_{an} - f_{CP} \quad (3.19)$$

Où  $V_{total}$  est le volume total, que on l'assume constant ;  $V_{CP}$  et  $f_{CP}$  sont le volume et la fraction volumique des pores capillaires ;  $V_{an}$  et  $f_{an}$  sont le volume et la fraction volumique des noyaux unhydratés des grains de ciment et de toutes les phases cristallines telles que la portlandite (CH) et l'ettringite.

La fraction volumique des pores capillaires est donnée par :

$$f_{CP} = [(1 - c) - c \times \Omega] \times p \quad (3.20)$$

Où :

$$c = \frac{1}{1 + \frac{w}{c}} \quad (3.21)$$

$$p = \frac{\rho_c \times \left(1 + \frac{w}{c}\right)}{1 + \frac{w}{c} \times \frac{\rho_c}{\rho_w}} \quad (3.22)$$

Où  $\rho_c$  et  $\rho_w$  sont les densités du ciment et de l'eau, et  $w/c$  et le rapport eau sur ciment.

$$\Omega = 0.437\alpha_{C_3S}W_{C_3S} + 0.503\alpha_{C_2S}W_{C_2S} + 0.397\alpha_{C_3A}W_{C_3A} + 0.136\alpha_{C_4AF}W_{C_4AF} \quad (3.23)$$

Où  $W_i$  ( $i = C_3S, C_2S, C_3A, C_4AF$ ) est le pourcentage de masse initial des composants du ciment, il dépend du type de ciment. Des valeurs approximatives pour les différents  $W_i$  sont indiquées dans le tableau (3.2).  $\alpha_i$  ( $i = C_3S, C_2S, C_3A, C_4AF$ ) est le degré de la réaction d'hydratation de chaque composant de ciment.  $\alpha_i$  est donné par :

$$\alpha_i = 1 - e^{-a_i(t-b_i)^{c_i}} \quad (2.24)$$

Où  $t$  est le temps en jours et  $a_i, b_i$  et  $c_i$  sont des constantes déterminées expérimentalement et données dans le tableau (3.3).

Type	C <sub>3</sub> S	C <sub>2</sub> S	C <sub>3</sub> A	C <sub>4</sub> AF	CSH <sub>2</sub>
I	50	25	12	8	5
II	45	30	7	12	5
III	60	15	10	8	5
IV	25	50	5	12	4
V	40	40	4	10	4

**Tableau 3.2.** Composition minéralogique approximative des principaux types de ciment Portland exprimée en pourcentages pondéraux [%] [7].

Composant	Nomenclature	Structure chimique	$a_i$	$b_i$	$c_i$
C <sub>3</sub> S	Silicate tricalcique	3CaO.SiO <sub>2</sub>	0.7	0.9	0.25
C <sub>2</sub> S	Silicate bicalcique	2CaO.SiO <sub>2</sub>	0.12	0	0.46
C <sub>3</sub> A	Aluminate tetracalcique	3CaO.Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.77	0.9	0.28
C <sub>4</sub> AF	Ferro-aluminate tetracalcique	4CaO.Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> .Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.55	0.9	0.26

**Tableau 3.3.** Valeurs des constantes d'évaluation du degré d'hydratation des différents composants du ciment [109].

La fraction volumique des noyaux unhydratés des grains de ciment, des cristaux de CH et de l'ettringite est donnée par :

$$f_{an} = f_{core} + f_{CH} + f_{AFm} \quad (3.25)$$

La fraction volumique des noyaux unhydratés des particules de ciment est comme suit :

$$f_{core} = c \frac{1-\psi}{\rho_c} p \quad (3.26)$$

Où  $\rho_c$  est la densité du ciment.  $\psi$  est donné par :

$$\psi = \alpha_{C_3S} W_{C_3S} + \alpha_{C_2S} W_{C_2S} + \alpha_{C_3A} W_{C_3A} + \alpha_{C_4AF} W_{C_4AF} \quad (3.27)$$

Les fractions volumiques des cristaux de CH et de l'ettringite sont données par :

$$f_{CH} = c(0.189\alpha_{C_3S}W_{C_3S} + 0.058\alpha_{C_2S}W_{C_2S})p \quad (3.28)$$

$$f_{AFm} = c(0.849\alpha_{C_3A}W_{C_3A} + 0.472\alpha_{C_4AF}W_{C_4AF})p \quad (3.29)$$

$c$  et  $p$  sont donnés par les équations (3.21) et (3.22) respectivement, les  $W_i$  sont dans le tableau (3.2), et les  $\alpha_i$  sont déterminées en utilisant (3.24) et le tableau (3.3).

Quand la fraction volumique de C-S-H est calculée à partir de l'équation (3.19), elle doit être convertie en fraction pondérale de C-S-H puisque  $\beta_{C-S-H}$  est définie en grammes de gel de C-S-H par grammes de béton. Les valeurs typiques des densités spécifiques de béton et de C-S-H sont très proches (2.3 et 2.34), et ainsi,  $\beta_{C-S-H} = f_{C-S-H}$  sans perte significative de précision [18].

### 3.3.1.3. Facteur de conversion d'unité $\mu$ :

Le paramètre  $\mu$ , dans l'équation (3.1), est un facteur de conversion d'unité pour convertir l'unité du deuxième terme dans le côté droit aux grammes de chlorures par grammes de béton, et il est donné par [21] :

$$\mu = \frac{1}{\rho_{sol}\beta_{sol}} \quad (3.30)$$

$\rho_{sol}$  est la densité de la solution interstitielle en grammes de solution par litre [g/L].  $\beta_{sol}$  est le rapport du volume de la solution interstitielle au poids du béton en [L/g], et il est donné par l'équation (3.17). Pour simplification,  $\rho_{sol}$  sera prise comme la densité de l'eau.

### 3.3.2. Transport de l'humidité :

#### 3.3.2.1. Coefficient de diffusion de l'humidité :

En utilisant la théorie des matériaux composites [104], qui considère le béton comme un matériau à deux phases, le coefficient de diffusion de l'humidité du béton peut être évalué comme suit :

$$D_H = \left( 1 + \frac{g_i}{[1-g_i]/3+1/[(D_{Hagg}/D_{Hcp})-1]} \right) \times D_{Hcp} \text{ [cm}^2/\text{day]} \quad (3.31)$$

Où  $g_i$  est la fraction volumique des agrégats,  $D_{Hcp}$  et le  $D_{Hagg}$  sont les coefficients de diffusion de l'humidité de la pâte de ciment et des agrégats.

Le coefficient de diffusion de l'humidité des agrégats est très petit du fait que les pores des agrégats sont discontinus et enveloppés par la pâte de ciment, et ainsi, il peut être négligé. Le coefficient de diffusion de l'humidité de la pâte de ciment peut être estimé par une formule empirique [110] comme suit :

$$D_{Hcp} = \alpha_h + \beta_h \times \left( 1 - 2^{-10\gamma_h \times (H-1)} \right) \text{ [cm}^2/\text{day]} \quad (3.32)$$

Où  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$  et  $\gamma_h$  sont des coefficients calibrés sur la base d'essais et sont donnés comme suit:

$$\alpha_h = 1.05 - 3.8 \times w/c + 3.56 \times (w/c)^2 \quad (3.33)$$

$$\beta_h = -14.4 + 50.4 \times w/c - 41.8 \times (w/c)^2 \quad (3.34)$$

$$\gamma_h = 31.3 - 136 \times w/c + 162 \times (w/c)^2 \quad (3.35)$$

Avec  $w/c$  le rapport eau sur ciment.

#### 3.3.2.2. Capacité d'humidité :

La capacité d'humidité du béton peut être simplement évaluée par la moyenne des capacités d'humidité des agrégats et de la pâte de ciment [111,112] comme suit :

$$\frac{\partial W}{\partial H} = f_{agg} \times \left( \frac{\partial W}{\partial H} \right)_{agg} + f_{cp} \times \left( \frac{\partial W}{\partial H} \right)_{cp} \quad (3.36)$$

Où  $W$  est la teneur en eau évaporable,  $f_{agg}$  et  $f_{cp}$  sont les pourcentages pondéraux des agrégats et de la pâte de ciment,  $\left( \frac{\partial W}{\partial H} \right)_{agg}$  et  $\left( \frac{\partial W}{\partial H} \right)_{cp}$  sont les capacités de l'humidité des agrégats et de

la pâte de ciment, qui peuvent être calculées en utilisant le modèle développé par Xi *et al.* [106,110].

La teneur en eau est donnée par l'isotherme d'adsorption BET, en grammes d'eau par grammes de matériau, comme suit :

$$W = n(H, T) = \frac{C \times V_m \times k \times H}{[1 - k \times H] \times [1 + (C - 1) \times k \times H]} \text{ [g/g]} \quad (3.37)$$

Où  $H$  et  $T$  sont l'humidité relative et la température,  $C$ ,  $k$  et  $V_m$  (la capacité d'humidité monocouche) sont donnés par :

$$C = \exp\left(\frac{855}{T}\right) \quad (3.38)$$

$$k = \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right) \times C - 1}{C - 1} \quad (3.39)$$

$$n = \begin{cases} (2.5 + 15/t_e) \times (0.33 + 2.2 \times w/c) & \text{if } t_e > 5 \text{ days and } 0.3 < w/c < 0.6 \\ 5.5 \times (0.33 + 2.2 \times w/c) & \text{if } t_e \leq 5 \text{ days} \\ 0.99 \times (2.5 + 15/t_e) & \text{if } w/c \leq 0.3 \\ 1.65 \times (2.5 + 15/t_e) & \text{if } w/c \geq 0.6 \end{cases} \quad (3.40)$$

$$V_m = \begin{cases} (0.068 - 0.22/t_e) \times (0.85 + 0.45 \times w/c) & \text{if } t_e > 5 \text{ days and } 0.3 < w/c < 0.6 \\ 0.024 \times (0.85 + 0.45 \times w/c) & \text{if } t_e \leq 5 \text{ days} \\ 0.985 \times (0.068 - 0.22/t_e) & \text{if } w/c \leq 0.3 \\ 1.12 \times (0.068 - 0.22/t_e) & \text{if } w/c \geq 0.6 \end{cases} \quad (3.41)$$

Où  $w/c$  est le rapport eau sur ciment et  $t_e$  est le temps d'hydratation équivalent, donné comme suit :

$$t_e = t[1 + (7.5 - 7.5H)^4]^{-1} \quad (3.42)$$

Où  $H$  est l'humidité relative des pores et  $t$  est le temps réel d'hydratation.

Les valeurs de  $V_m$  et  $n$  sont multipliés par quelques facteurs de correction liés au type de ciment utilisé. Les valeurs de ces facteurs sont indiquées dans le tableau (3.4).

Pour les agrégats, les valeurs de  $V_m$  et  $n$  peuvent être déterminés en utilisant les relations suivantes:

$$V_m = 0.0647V_{agg} \quad (3.43)$$

$$n = 4.063N_{agg} \quad (3.44)$$

Pour les agrégats denses,  $V_{agg} = 0.05$  et  $N_{agg} = 1$ .

Type de ciment	Facteur corrigeant $V_m$	Facteur corrigeant $n$
I	0.9	1.1
II	1	1
III	0.85	1.15
IV	0.6	1.5

**Tableau 3.4.** Facteurs de correction de  $V_m$  et  $n$  relatives au type de ciment.

La capacité d'humidité de chacun de la pâte de ciment et des granulats peut être déterminée en utilisant l'expression :

$$\frac{\partial W}{\partial H} = \frac{C \times k \times V_m + W \times H \times (1 + (C-1) \times k \times H) - W \times H \times (1 - k \times H) \times (C-1)}{(1 + (C-1) \times k \times H) \times (1 - k \times H)} \quad (3.45)$$

### 3.3.2. Transfert de chaleur :

Afin de simplifier le problème, tous les paramètres liés au problème de transfert de chaleur seront pris comme constant dans le temps et l'espace, et ainsi, l'analyse du transfert de chaleur sera linéaire. Cette simplification est justifiée par le fait que l'évolution de la microstructure du béton dans le temps et le changement de la température et de l'humidité ont des effets relativement négligeables sur la conductivité thermique et la chaleur spécifique [113]. Les valeurs typiques pour les propriétés thermiques du béton, c'est-à-dire la conductivité thermique et la chaleur spécifique, rapportées dans la littérature sont [114] :

- La conductivité thermique s'étend entre 1.4 et 3.6 [ $W/m \cdot ^\circ C$ ].
- La chaleur spécifique s'étend entre 840 et 1170 [ $J/kg \cdot ^\circ C$ ].

### 3.4. Conditions aux limites :

#### 3.4.1. Transport des chlorures :

Les conditions aux limites simulant l'entrée des chlorures dans le béton sont imposées en spécifiant le flux des chlorures traversant la surface du béton (conditions aux limites de type Neumann), qui dépend de la concentration en chlorures dans le milieu environnant, de la concentration des chlorures sur la surface et du flux d'humidité en surface du béton. Le transfert des chlorures à travers la surface de béton est calculé à partir de [14] :

$$J_C^S = \underbrace{\beta_{Cl}(C_f - C_{Env})}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{C_{Env} J_m^S}_{\text{Convection}} \quad (3.46)$$

Où :

$J_C^s$  est le flux des chlorures normal à la surface du béton [(g/g).cm/jour].

$J_m^s$  est le flux d'humidité entrante représentant le mouillage de la surface du béton [cm/jour].

$C_f$  la concentration des chlorures libres à la surface [g/g].

$C_{Env}$  la concentration des chlorures dans le milieu environnant [g/g de solution].

$\beta_{Cl}$  le coefficient de transfert des chlorures de surface [cm/jour], dont la valeur s'étend entre  $864 \times 10^4$  et  $5184 \times 10^4$  [cm/jour] [14].

Le terme convectif, qui représente la contribution du mouvement de l'eau dans le transport des ions chlorures dans le béton, est fixé à zéro lorsque la surface est dans des conditions de séchage, étant donné que les ions chlorures resteront dans la surface du béton lors de l'évaporation de l'eau [14].

### 3.4.2. Transport de l'humidité :

Le transport de l'humidité à partir de l'environnement externe à la surface du béton (mouillage) ou vice versa (séchage) est évalué à partir de [14] :

$$J_m^s = \beta_H (H - H_{Env}) \quad (3.47)$$

Où :

$J_m^s$  est le flux de l'humidité normal à la surface du béton [cm/jour].

$H$  est l'humidité relative des pores à la surface du béton.

$H_{Env}$  est l'humidité relative dans le milieu environnant.

$\beta_H$  est le coefficient de transfert de l'humidité de surface [cm/jour]. Akita *et al.* [115] ont rapporté des valeurs de  $\beta_H$  qui s'étendent entre 2.1 et 3.6 [cm/jour].

Lorsque la valeur de  $J_m^s$  est négative, l'humidité est transférée à partir de l'environnement vers la surface du béton ( $H_{Env} > H$ ), ce qui simule des états de mouillage du béton. Lorsque la valeur de  $J_m^s$  est positive, l'humidité est transférée à partir de la surface du béton vers l'environnement ( $H_{Env} < H$ ), ce qui simule des conditions de séchage du béton. Une surface en béton parfaitement scellée peut être simulée en supposant  $\beta_H = 0$ .

### 3.4.3. Transfert de chaleur :

Le transfert de chaleur à travers la surface du béton est calculé à partir de [14] :

$$q_T^S = \beta_T (T - T_{Env}) \quad (3.48)$$

Où :

$q_T^S$  est le flux de chaleur convectif à travers la surface du béton [ $W/m^2$ ].

$T$  est la température dans la surface du béton [ $^{\circ}C$ ].

$T_{Env}$  est la température dans le milieu environnant [ $^{\circ}C$ ].

$\beta_T$  est le coefficient de transfert de chaleur convectif [ $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$ ]. Bazant *et al.* [113] l'ont déterminé pour être 0.07 [ $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$ ]. Cependant, Khan *et al.* [116] ont rapporté des valeurs de  $\beta_T$  entre 6.2 et 9.3 [ $W/m^2 \cdot ^{\circ}C$ ].

Lorsque la valeur de  $q_T^S$  est négative, la chaleur est transférée de l'environnement vers la surface du béton ( $T_{Env} > T$ ), ce qui simule des conditions de chauffage du béton. Lorsque la valeur de  $q_T^S$  est positive, la chaleur est transférée de la surface du béton vers l'environnement ( $T_{Env} < T$ ), ce qui simule des conditions de refroidissement de béton.

### 3.5. Formulation numérique :

Une solution analytique du système d'équations qui régissent les phénomènes qui contribuent à la pénétration des chlorures dans le béton est impossible en raison de la dépendance des diverses propriétés des matériaux et des conditions aux limites sur les paramètres physiques du béton et le temps d'exposition. Cependant, cet ensemble d'équations peut être résolu numériquement dans l'espace comme un problème à valeur limite et dans le temps comme un problème à valeur initiale à l'aide d'une formulation par la méthode des éléments finis à deux dimensions, dans laquelle les conditions aux limites appropriées sont appliquées pour simuler les variations des conditions d'exposition. L'intégration des équations différentielles dans le temps se fait par application de la méthode des différences finies pour déterminer les variations dans le temps des différentes variables dans le béton.

Les équations différentielles régissant les trois processus de transport, à savoir (3.1), (3.2) et (3.3), peuvent être écrites dans un format unifié comme suit :

$$\kappa \frac{\partial \Phi}{\partial t} = Div[Dgrad(\Phi)] + \xi \frac{\partial h}{\partial t} \Phi \quad (3.49)$$

où  $\Phi$  est la variable de champ principale. Les correspondances entre les variables de l'équation (3.49) et les équations (3.1), (3.2) et (3.3), sont indiquées dans le tableau (3.5). Selon que  $\xi$  est nulle ou non, l'équation (3.49) peut être réduite à la même forme des équations (3.1), (3.2) et (3.3).

Problème physique	$\Phi$	$\kappa$	$D$	$\beta$	$\xi$	$\eta$	$h$
Pénétration des chlorures	$C_f$	$\frac{\partial C_t}{\partial C_f}$	$D_{Cl}$	$\beta_{Cl}$	$\mu \frac{\partial w}{\partial H}$	$C_{Env} [\beta_{Cl} - \beta_H (H - H_{Env})]$	$H$
Diffusion de l'humidité	$H$	$\frac{\partial W}{\partial H}$	$D_H$	$\beta_H$	0	$\beta_H H_{Env}$	0
Transfer de chaleur	$T$	$\rho C$	$D_T$	$\beta_T$	0	$\beta_T T_{Env}$	0

**Tableau 3.5 :** Correspondance entre les expressions simplifiées et explicites des équations différentielles gouvernantes.

L'application de la méthode des résidus pondérés de Galerkin [117] à l'équation (3.49) donne :

$$\int_{\Omega} W \cdot \left[ \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial t} - Div[Dgrad(\Phi)] - \xi \frac{\partial h}{\partial t} \Phi \right] d\Omega = 0 \quad (3.50)$$

Où  $W$  est une fonction de pondération et  $\Omega$  est le domaine du problème.

En utilisant le théorème de Green [118], qui stipule que :

$$\int_{\Omega} \Psi \cdot \nabla \varphi d\Omega = \oint_{\Gamma} \Psi \cdot \varphi n d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \Psi \cdot \varphi d\Omega \quad (3.51)$$

Où  $\Gamma$  représente la limite du domaine et  $n$  la normale à la surface extérieure du domaine.

L'équation (3.50) peut être écrite comme suit :

$$\int_{\Omega} W \cdot \kappa \frac{\partial \Phi}{\partial t} d\Omega - \oint_{\Gamma} W \cdot D \cdot \nabla(\Phi) n d\Gamma + \int_{\Omega} \nabla W \cdot D \cdot \nabla(\Phi) d\Omega - \int_{\Omega} W \cdot \left[ \xi \frac{\partial h}{\partial t} \Phi \right] d\Omega = 0 \quad (3.52)$$

L'équation (3.52) est résolue en divisant le domaine  $\Omega$  en éléments finis, dans lequel la variable de champ  $\Phi$  est exprimé en termes de ses valeurs nodales selon l'équation:

$$\Phi^e = [N] \cdot \{\bar{\Phi}\}^e \quad (3.53)$$

Où  $[N]$  est un vecteur contenant les fonctions de forme des éléments associés à chaque noeud, et  $\{\bar{\Phi}\}^e$  est un vecteur contenant les valeurs nodales inconnues. L'exposant (e) fait référence à des valeurs élémentaires. On fait la même représentation avec les autres variables d'état :

$$h^e = [N].\{\bar{h}\}^e \quad (3.54)$$

Dans la méthode de Galerkin, on utilise une fonction de pondération de la forme :

$$W = [N].\{c\} \quad (3.55)$$

Substituant les équations (3.53), (3.54) et (3.55) dans (3.52), nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \{c^T\} \left( \int_{\Omega^e} [N^T].\kappa.[N] d\Omega^e \right) \frac{\partial\{\bar{\Phi}\}^e}{\partial t} - \left\{ \oint_{\Gamma^e} [N^T].D.\nabla\Phi^e n d\Gamma^e \right\} + \\ & \left\{ \int_{\Omega^e} [\nabla N^T].D.[\nabla N] d\Omega^e \right\} \{\bar{\Phi}\}^e - \{\bar{\Phi}\}^e \left\{ \int_{\Omega^e} [N].[N^T].\xi.[N] d\Omega^e \right\} \frac{\partial\{\bar{h}\}^e}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

Comme  $\{c^T\}$  est arbitraire, on peut écrire :

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{\Omega^e} [N^T].\kappa.[N] d\Omega^e \right\} \frac{\partial\{\bar{\Phi}\}^e}{\partial t} + \left\{ \int_{\Omega^e} [\nabla N^T].D.[\nabla N] d\Omega^e \right\} \{\bar{\Phi}\}^e \\ & - \{\bar{\Phi}\}^e \left\{ \int_{\Omega^e} [N].[N^T].\xi.[N] d\Omega^e \right\} \frac{\partial\{\bar{h}\}^e}{\partial t} = \left\{ \oint_{\Gamma^e} [N^T].D.\nabla\Phi^e n d\Gamma^e \right\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Si on note par  $[B] = [\nabla N]$ , et sachant que le flux est donnée par :

$$J = -D.\nabla\Phi n = \beta\Phi - \eta \quad (3.58)$$

L'équation (3.57) devient :

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{\Omega^e} [N^T].\kappa.[N] d\Omega^e \right\} \frac{\partial\{\bar{\Phi}\}^e}{\partial t} + \\ & \left\{ \int_{\Omega^e} [B^T].D.[B] d\Omega^e + \oint_{\Gamma^e} \beta [N^T].[N] d\Gamma^e - \frac{\partial\{\bar{h}\}^e}{\partial t} \int_{\Omega^e} [N].[N^T].\xi.[N] d\Omega^e \right\} \{\bar{\Phi}\}^e = \\ & \oint_{\Gamma^e} \eta [N^T] d\Gamma^e \end{aligned} \quad (3.59)$$

Dans une notation matricielle, l'équation précédente peut être écrite comme suit :

$$[A^e] \frac{\partial\{\bar{\Phi}\}^e}{\partial t} + [K^e] \{\bar{\Phi}\}^e = \{F^e\} \quad (3.60)$$

Où :

$$[A^e] = \int_{\Omega} \kappa [N^T].[N] d\Omega \quad (3.61)$$

$$[K^e] = \int_{\Omega} D [B^T].[B] d\Omega + \oint_{\Gamma} \beta [N^T].[N] d\Gamma - \frac{\partial\{\bar{h}\}^e}{\partial t} \int_{\Omega} \xi [N].[N^T].[N] d\Omega \quad (3.62)$$

$$\{F^e\} = \oint_{\Gamma} \eta [N^T] d\Gamma \quad (3.63)$$

La méthode d'évaluation des matrices  $[A^e]$  et  $[K^e]$  et du vecteur  $\{F^e\}$  pour des éléments triangulaires et rectangulaires est décrite dans l'annexe A. Après l'évaluation de toutes les matrices et vecteurs élémentaires, toutes les contributions des éléments sont combinées en utilisant une méthode de rigidité directe pour obtenir des matrices et vecteurs globaux, et donc, l'équation (3.60) est généralisée pour gouverner l'ensemble du domaine. Il convient de noter que les intégrales le long des limites des éléments doivent être évalués là où le flux est spécifié. L'équation (3.60) devient de la forme :

$$[A]\{\dot{\Phi}\} + [K]\{\Phi\} = \{F\} \quad (3.64)$$

Où  $\dot{\Phi}$  désigne la première dérivée par rapport au temps. L'équation (3.64) est intégrée dans le temps au moyen d'une approximation par différences finies [119] :

$$\begin{aligned} ([A] + \gamma\Delta t[K])^{t+\Delta t}\{\Phi\}^{t+\Delta t} &= ([A] + (1 - \gamma)\Delta t[K])^t\{\Phi\}^t \\ &+ \Delta t \left( (1 - \gamma)\{F\}^t + \gamma\{F\}^{t+\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Où  $\gamma$  est un paramètre compris entre 0 et 1, et  $\Delta t$  est un incrément de temps. L'équation (3.65) évalue les grandeurs physiques à l'instant  $t + \Delta t$ , à savoir,  $\{\Phi\}^{t+\Delta t}$ , comme une fonction des quantités au pas de temps précédent, à savoir  $\{\Phi\}^t$ . Cela résulte en un système d'équations algébriques non linéaires pour les cas de diffusion d'humidité et de transport des chlorures et un système d'équations linéaires pour le cas de transfert de chaleur. Dans ce dernier cas, le système d'équations algébriques linéaires peut être résolu en utilisant l'une des méthodes connues, telle que l'élimination de Gauss. Dans le cas de système d'équations algébriques non linéaires, la méthode de Newton Raphson a été utilisée [120]. Pour un système de la forme :

$$[K(\Phi)]\{\Phi\} = \{F\} \quad (3.66)$$

Dans lequel la matrice de rigidité dépend de la variable inconnue  $\{\Phi\}$ , la solution peut être obtenue par une procédure itérative (MNR) comme suit :

$$\{\Phi^i\} = \{\Phi^{i-1}\} + \{\Delta\Phi^i\} \quad (3.67)$$

Où l'exposant désigne le nombre d'itération, et

$$\{\Delta\Phi^i\} = [K_T]^{-1} \left\{ \{F\} - [K(\Phi^{i-1})]\{\Phi^{i-1}\} \right\} \quad (3.68)$$

Où  $[K_T]$  est la matrice du Jacobien du système, donné comme suit :

$$[K_T] = [K(\Phi)] + \left[ \frac{\partial [K(\Phi)]}{\partial \Phi} \right] \{\Phi\} \quad (3.69)$$

La matrice dans le second terme du côté droit signifie que chaque coefficient  $ij$  est évaluée par le produit de la  $i$ ème ligne de  $[K]$  différenciée par rapport à  $\Phi_j$  et le vecteur  $\{\Phi\}$ .

La différence entre la méthode régulière de Newton Raphson et la méthode modifiée est que, dans la méthode modifiée, la matrice du Jacobien est évaluée une seule fois au début des itérations, contrairement à celle régulière, où la matrice du Jacobien est évaluée pour chaque itération.

### 3.6. Algorithme de solution :

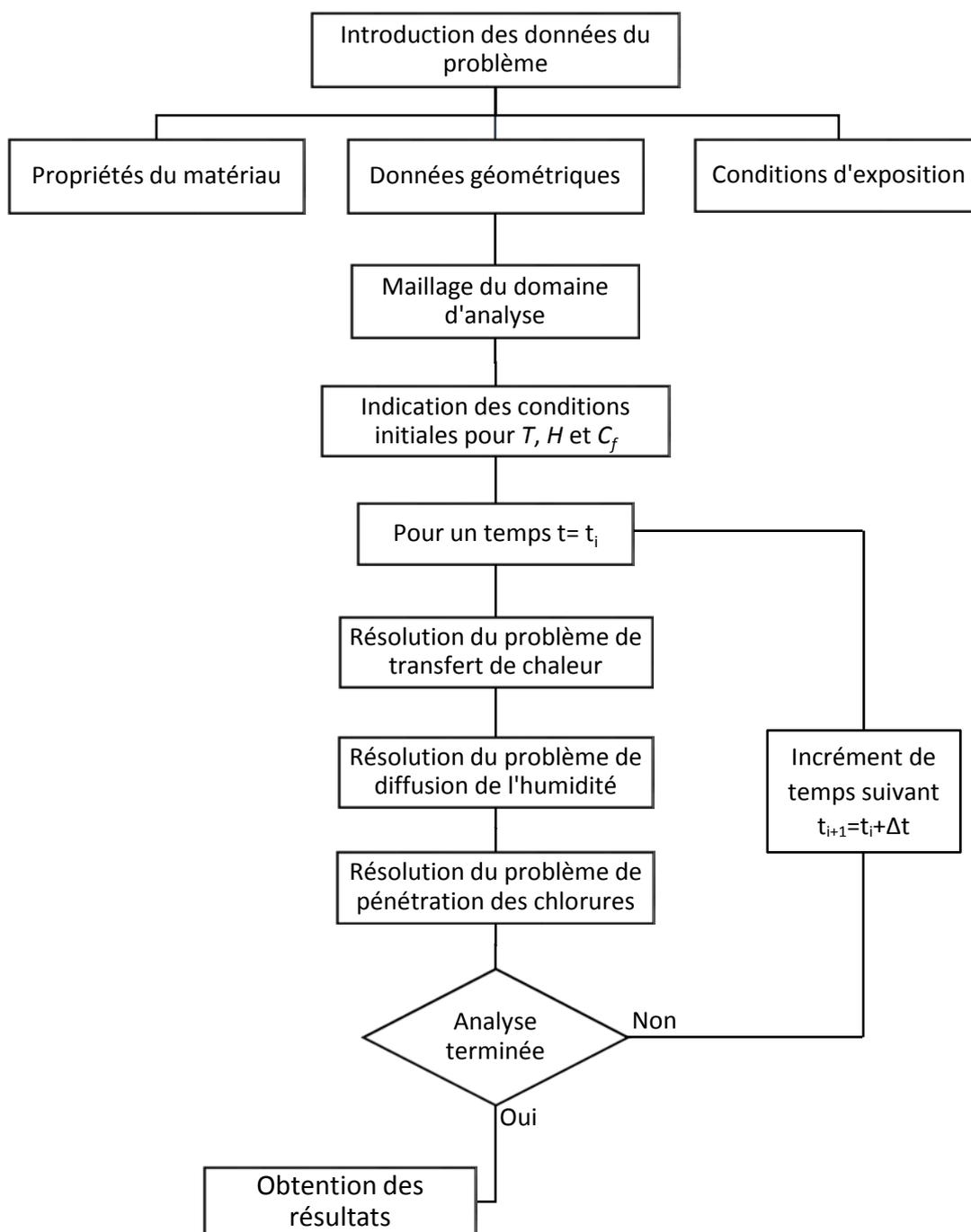
Pour la résolution numérique du système d'équations (3.1), (3.2) et (3.3), une procédure itérative a été utilisée. Si, au moment du pas de temps  $n$ , les vecteurs de la solution  $\{T^n\}$ ,  $\{H^n\}$  et  $\{C_f^n\}$  sont connus, et on cherche à estimer les mêmes vecteurs au pas de temps  $n+1$ , on procède comme suit (figure (3.1)):

1. Résoudre l'équation de transfert de chaleur, ce qui est dans notre formulation, un problème linéaire indépendant de la diffusion de l'humidité et du transport des chlorures.
2. Résoudre l'équation non linéaire décrivant le transport de l'humidité, qui dépend de  $\{T^{n+1}\}$ , et  $\{H^{n+1}\}$ .  $\{T^{n+1}\}$  est connue après la résolution de l'équation de transfert de chaleur. La résolution de l'équation de diffusion de l'humidité est effectuée en utilisant la méthode MNR dans laquelle les valeurs de  $\{H^{n+1}\}$  sont recalculées jusqu'à atteindre la précision requise définie au moyen d'une norme de convergence. Un nombre maximal d'itérations est fixé, même si la précision requise n'est pas atteinte.
3. Résoudre l'équation régissant le problème de la pénétration des chlorures. Etant donné que  $\{T^{n+1}\}$ , et  $\{H^{n+1}\}$  sont connues à présent, en utilisant la même procédure que celle de l'étape (2), le profil des chlorures libres,  $\{C_f^{n+1}\}$ , est déterminé.

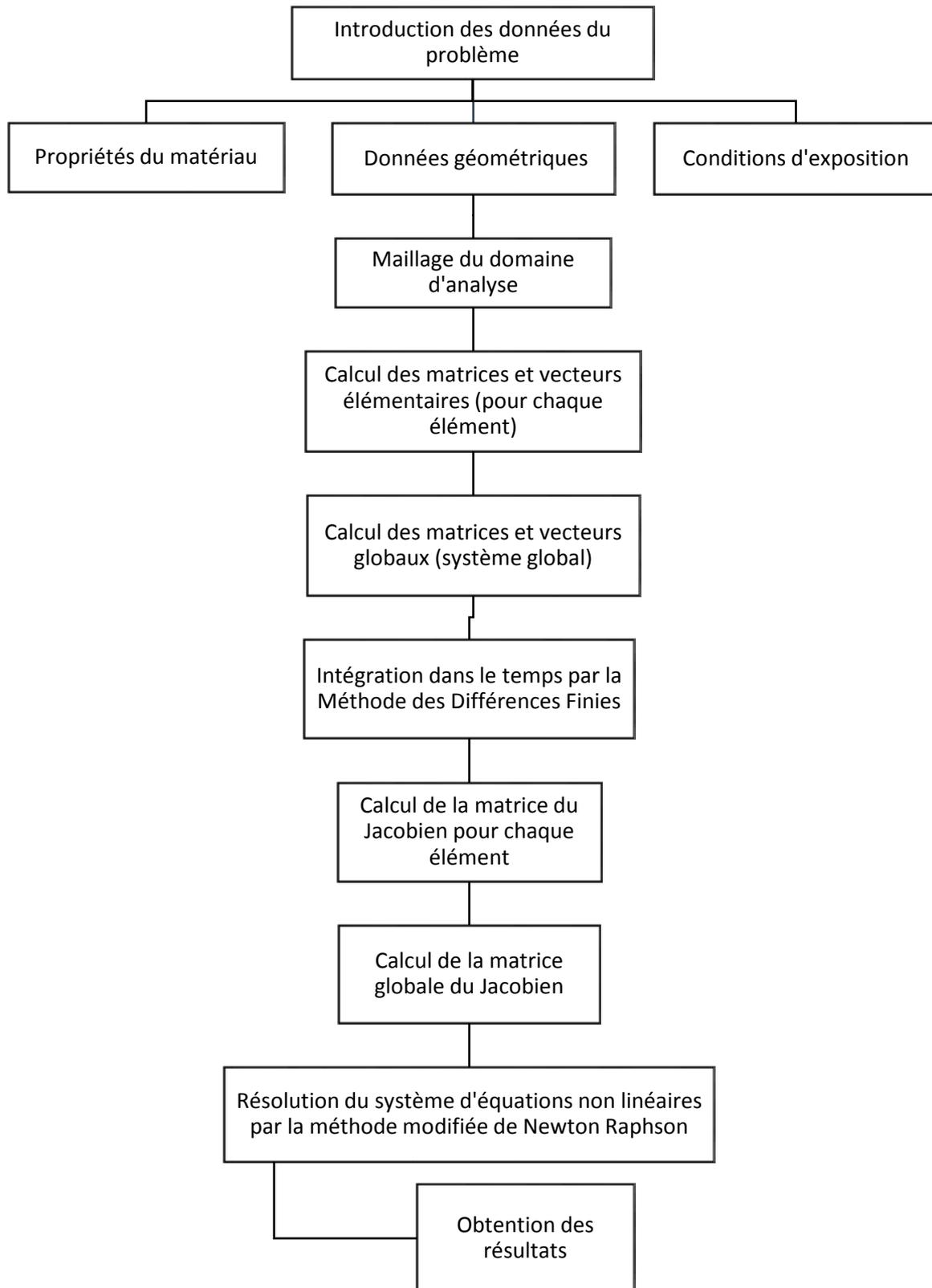
Dans chacune des étapes précédentes, c'est-à-dire pour chaque phénomène, et à chaque instant, l'obtention de la quantité de réponse recherchée (température, humidité relative ou concentration en chlorures libres) passe par les étapes suivantes (figure 3.2):

1. Après introduction des données du problème, c'est-à-dire les propriétés du matériau, les données géométriques et les conditions d'exposition, et après maillage du domaine d'analyse, on procède au calcul des matrices et vecteurs de conditions aux limites de tous les éléments de discrétisation.
2. Après l'obtention de tous les vecteurs et les matrices élémentaires, on procède à calculer les vecteurs et matrices globaux du système (assemblage des matrices et vecteurs élémentaires).

3. Calcul des matrices et vecteurs relatives à l'application de la méthode des différences finies (intégration dans le temps).
4. Calcul de la matrice du Jacobien du système d'équations non linéaires résultant de l'application de la méthode des différences finies.
5. Résolution du système d'équations non linéaires par la méthode modifiée de Newton Raphson et obtention de la quantité recherchée.



**Figure 3.1.** Procédure de résolution globale du problème de pénétration des chlorures.



**Figure 3.2.** Procédure de résolution de chacun des processus de transport considérés.

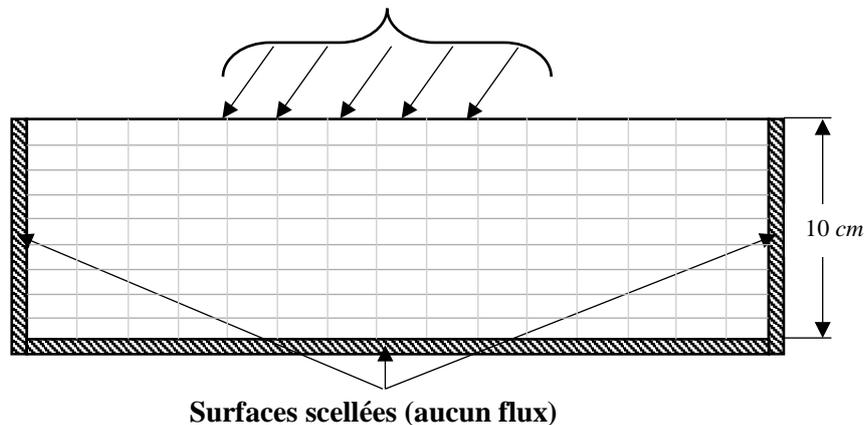
### 3.7. Performance numérique du modèle :

Le modèle mathématique et la procédure de solution décrits précédemment sont implémentés dans un code de calcul sur MATLAB. Pour examiner la performance numérique du modèle de prédiction et l'effet des différents paramètres influençant la pénétration des chlorures dans le béton, une dalle de béton de 10 cm de profondeur similaire à la dalle illustrée dans la figure (3.3) a été utilisée. Seule la face supérieure a été exposée à des flux de chaleur, d'humidité et de chlorures, les autres faces étant scellées (aucun flux n'est autorisé). Les paramètres du matériau, pour tous les cas analysés, sauf mentionné autrement, sont donnés dans le tableau (3.6). Le facteur de pondération relatif à l'intégration temporelle,  $\gamma$ , a été considéré égal à 0,667, car il conduit à une solution inconditionnellement stable [19].

Chaleur spécifique, $C$	1170 [J/kg. °C]
Conductivité thermique, $D_T$	3.6 [W/m. °C]
coefficient de transfert de chaleur convectif, $\beta_T$	0.07 [W/m <sup>2</sup> . °C]
coefficient de transfert de l'humidité de surface, $\beta_H$	$2.43 \times 10^{-7}$ [m/s]
coefficient de transfert des chlorures de surface, $\beta_{Cl}$	1 [m/s]
Type de ciment	I
Temps de cure	28 jours

**Tableau 3.6 :** Paramètres du matériau utilisés dans les simulations.

#### Surface exposée aux $Cl$ , température et humidité relatives ambiantes



**Figure 3.3.** Dalle de béton utilisée dans les simulations numériques.

Dans les paragraphes suivants, premièrement, le choix de la taille du maillage et de l'incrément de temps à adopter dans les simulations numériques est fait par optimisation. Ensuite, Une comparaison avec des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature est effectuée pour valider les prédictions du modèle proposé. Une étude paramétrique est ensuite menée dans le

but d'étudier la sensibilité du modèle aux différentes propriétés du matériau. Finalement, l'effet des conditions météorologiques sur le transport des chlorures est investigué.

### **3.7.1. Optimisation des paramètres numériques du modèle :**

Pour obtenir les meilleures performances possibles du modèle développé dans ce travail, la taille du maillage et l'incrément de temps doivent être optimisés. Ceci peut être réalisé en utilisant différentes tailles d'éléments et différents incréments de temps, puis en adoptant ceux qui donnent la meilleure précision possible avec le moins d'effort de calcul. Pour ce faire, la dalle de béton illustrée à la figure (3.3) a été exposée à une solution de chlorure de sodium de 5% de concentration et à une humidité relative de 100% sur le côté supérieur. La température de l'environnement était de 25°C. La dalle était initialement exempte de chlorures, à 50% d'humidité relative et à 15 ° C de température. Le rapport eau/ciment du béton était de 0,55 et la fraction volumique des granulats était de 0,65.

#### *3.7.1.1. Optimisation du maillage :*

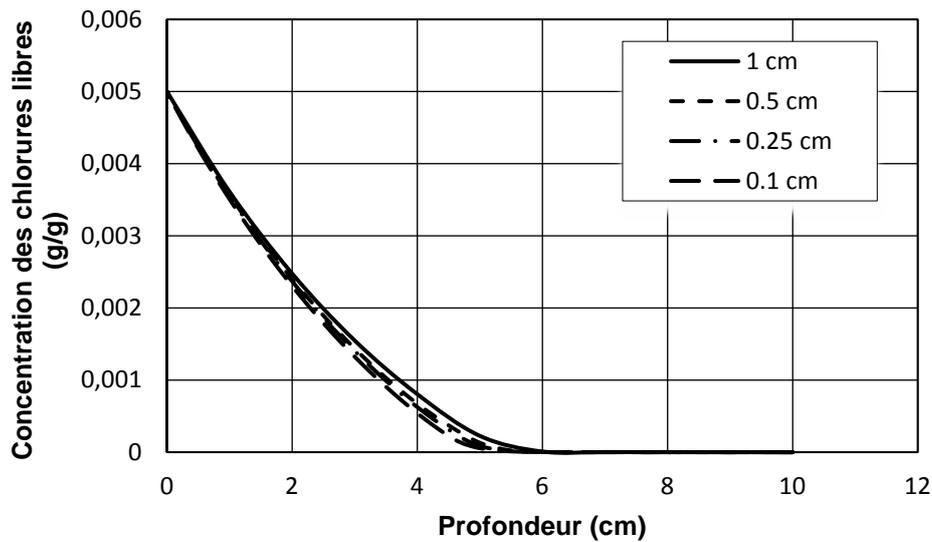
Pour optimiser la taille du maillage, la dalle de béton a été discrétisée en utilisant respectivement des éléments rectangulaires (carrés) à quatre nœuds de 0,1×0,1 cm, 0,25×0,25 cm, 0,5×0,5 cm et 1×1 cm. La variation de la concentration des chlorures libres avec la profondeur après un an d'exposition est illustrée à la figure (3.4). La profondeur de pénétration est mesurée à partir de la surface exposée de la dalle de béton. Elle montre que, quelle que soit la taille de l'élément, les solutions numériques obtenues pour les différentes tailles de maillage sont assez identiques. Le maillage de 0,25×0,25 cm donne le même résultat que l'autre maillage plus raffiné de 0,1×0,1 cm, et le temps de calcul est fortement plus court car moins d'éléments sont nécessaires dans l'analyse. Dans les autres exemples, un maillage de 0,25×0,25 cm sera adopté.

#### *3.7.1.2. Optimisation de l'incrément de temps :*

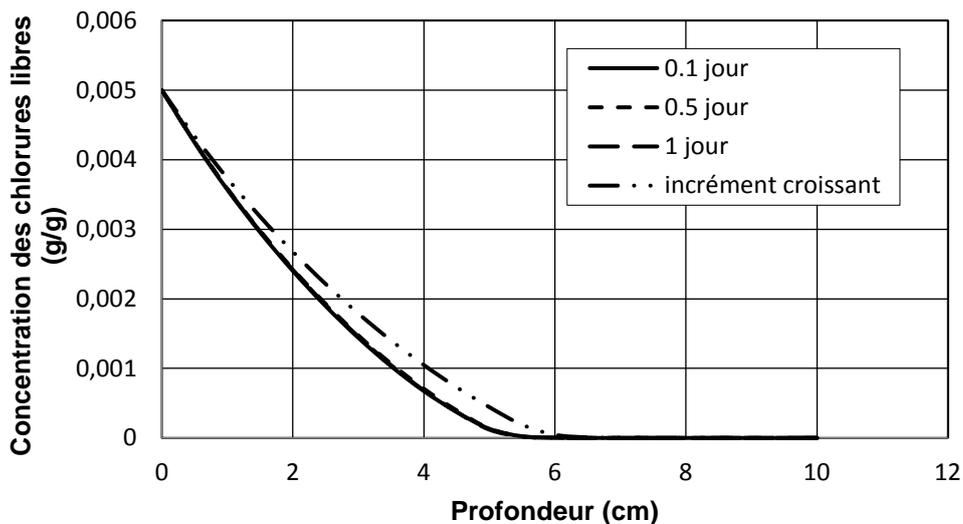
Afin d'optimiser le pas de temps, des simulations avec 0,1 jour, 0,5 jour, 1 jour et un pas de temps croissant linéairement (par incrément de 0,003 et à partir de 0,1 jour) comme incréments de temps ont été effectuées sur une période d'un an. La variation de la concentration des chlorures libres avec la profondeur est illustrée dans la figure (3.5).

Les résultats obtenus pour les trois cas à pas de temps constant sont les mêmes, malgré les différents pas de temps utilisés. Cependant, le résultat obtenu pour le cas qui a utilisé un pas de temps croissant est un peu plus élevé que ceux obtenus pour les cas à pas de temps constant. Cela peut être dû au fait qu'au fur et à mesure que le temps augmente, le pas de temps devient

même supérieur à 1 jour, ce qui peut conduire à une solution surestimée. Cependant, cela ne devrait pas se produire, car le taux de diffusion des chlorures dans le béton diminue avec le temps en raison de la formation des produits d'hydratation du ciment, et donc, peu de changements peuvent se produire en peu de temps. Pour éviter un tel problème, un pas de temps constant d'un jour sera utilisé dans les exemples à venir, à l'exception des cas où le temps de simulation est très court et de l'ordre du jour. Dans ces derniers cas, un pas de temps de 0,1 jour sera utilisé.



**Figure 3.4.** Influence de la taille du maillage sur les profils de chlorures libres simulés.

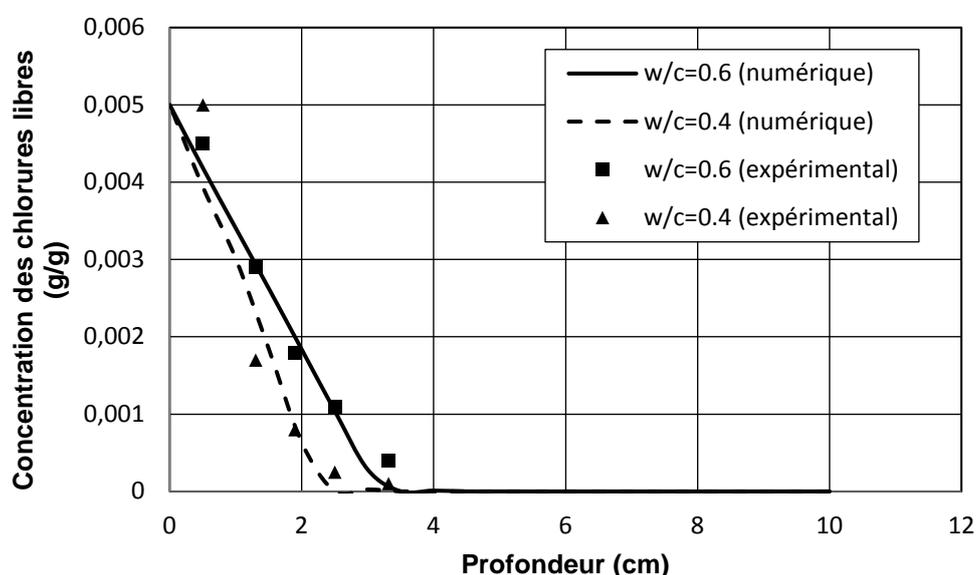


**Figure 3.5.** Influence de l'incrément de temps sur les profils de chlorures libres simulés.

### 3.7.2. Comparaison avec des résultats expérimentaux :

#### 3.7.2.1. Essais de Andrade *et al.* [121] :

Les résultats expérimentaux des essais de Andrade *et al.* [121] sur une dalle de béton similaire à celle illustrée à la figure (3.3) et exposée à des conditions similaires à celles décrites dans la section précédente, sont comparés aux résultats numériques obtenus par le code de calcul développé dans ce travail, voir la figure (3.6). Deux types de béton avec des rapports eau/ciment 0,4 et 0,6 et une fraction volumique des agrégats de 0,75 ont été exposés à une solution de NaCl de concentration 5% pendant 90 jours. On peut voir, à partir de la figure (3.6), que les simulations du présent modèle s'approchent très bien des résultats des essais pour la pénétration des chlorures dans le béton partiellement saturé.

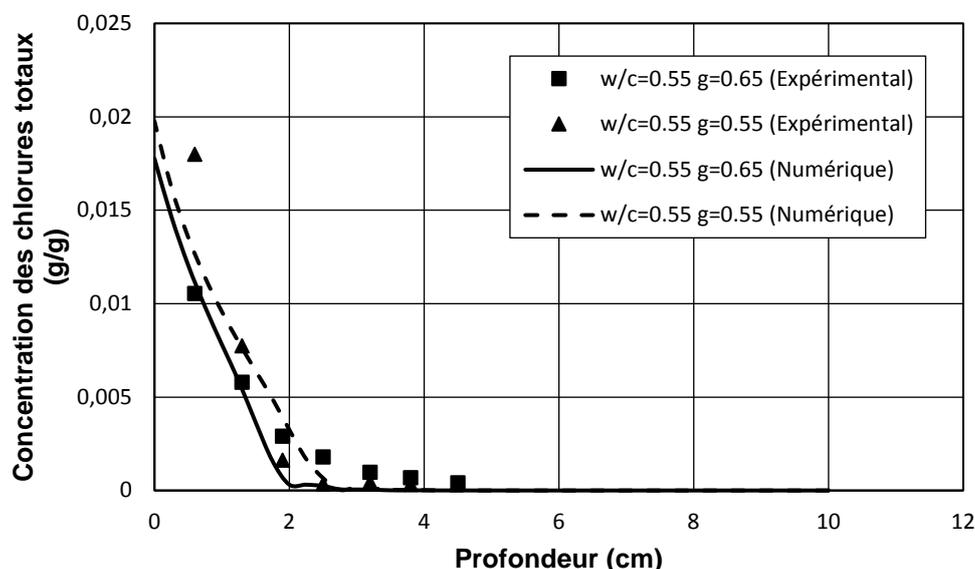


**Figure 3.6.** Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de Andrade *et al.* [121].

#### 3.7.2.2. Essais de Ababneh [9] :

Les résultats expérimentaux reportés par Ababneh [9] sont comparés à ceux obtenus numériquement en utilisant le modèle développé dans cette étude. Les échantillons de deux différents mélanges de béton, avec un rapport eau/ciment de 0,55 et des fractions volumiques des agrégats de 0,55 et 0,65, ont été exposés pendant 100 jours à une solution de NaCl de concentration 8%. La comparaison est illustrée en terme de chlorures totaux dans la figure (3.7). On peut remarquer que les résultats prédits par le modèle sont en accord, à un degré acceptable,

avec les résultats des tests de pénétration des chlorures. Cela met au point l'aptitude du modèle développé à prédire les profils de chlorures réels.



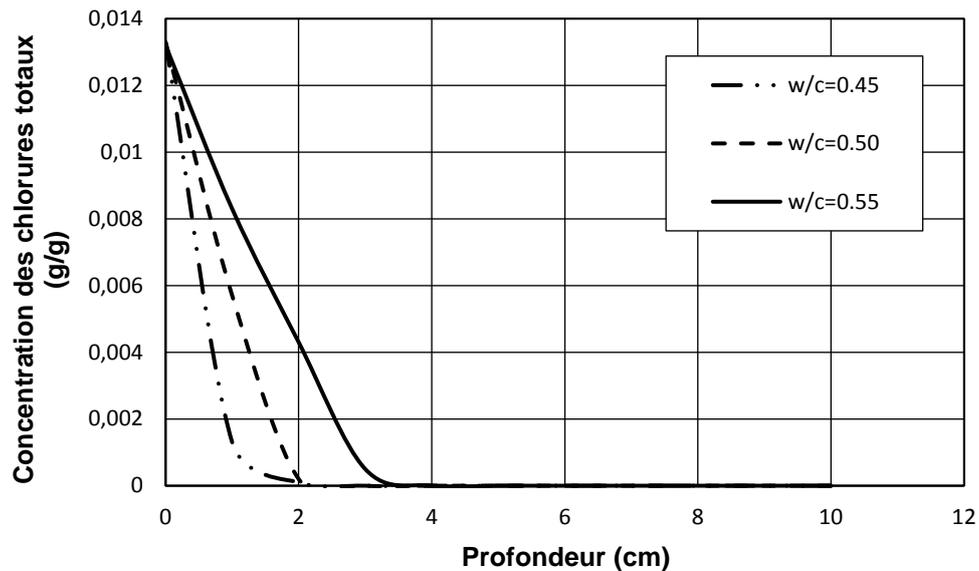
**Figure 3.7.** Comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux de Ababneh [9].

### 3.7.3. Effet des paramètres du matériau :

#### 3.7.3.1. Effet du rapport eau/ciment :

Pour illustrer la sensibilité du modèle numérique au rapport eau/ciment ( $w/c$ ), les profils des chlorures totaux dans la dalle de la figure (3.3) ont été déterminés pour trois valeurs de  $w/c$  (0.45, 0.50 et 0.55) avec une fraction volumique des agrégats de 0.65. La dalle a été exposée à des conditions similaires à celles de la section précédente, c'est-à-dire une solution de NaCl de 5% de concentration, une humidité relative de 100% et une température de 25°C. Les résultats obtenus après un an d'exposition sont montrés dans la figure (3.8).

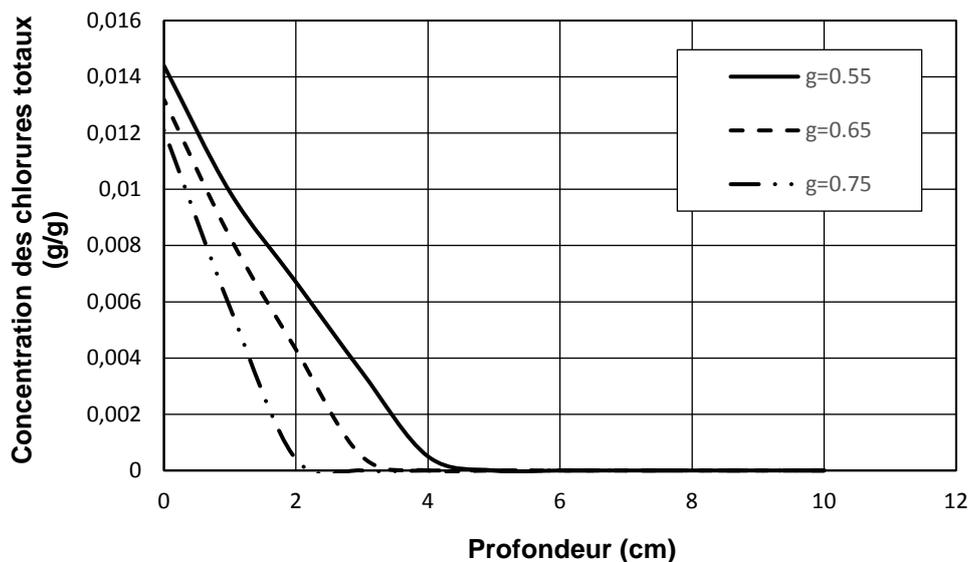
La figure (3.8) montre que plus le rapport ( $w/c$ ) augmente plus la concentration en chlorures totaux est élevée et donc la pénétration des chlorures est accélérée. Cela est dû à la perméabilité de la pâte de ciment qui devient de plus en plus élevée lorsque le rapport ( $w/c$ ) augmente, ce qui favorise la pénétration des chlorures. Par contre, un rapport ( $w/c$ ) petit, réduit la taille des pores et rend le réseau poreux plus tortueux et discontinu, ce qui améliore la résistance du béton à la pénétration des chlorures.



**Figure 3.8.** Effet du rapport eau/ciment sur la pénétration des chlorures dans le béton.

### 3.7.3.2. Effet de la teneur en agrégats :

Pour étudier l'effet de la teneur en agrégats, les profils des chlorures totaux pour trois valeurs différentes de la fraction volumique des agrégats ont été déterminés, avec un rapport ( $w/c$ ) de 0.55. La dalle de béton sujet des simulations a été exposée pendant un an à des conditions identiques à celles des sections précédentes. Les résultats obtenus sont montrés dans la figure (3.9).



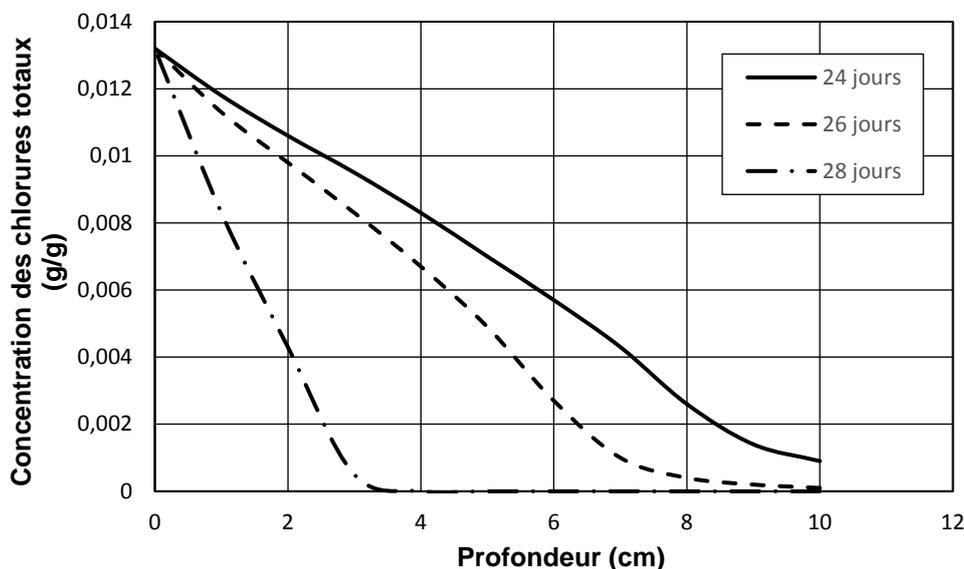
**Figure 3.9.** Effet de la fraction volumique des agrégats sur la pénétration des chlorures dans le béton.

La figure (3.9) montre que la concentration en chlorures totaux augmente lorsqu'on diminue la teneur en agrégats. Même si la diminution de la teneur en agrégats réduit la porosité de la pâte de ciment par la réduction de l'inter-connectivité des interfaces de transition, la diffusivité globale du béton augmente car les agrégats constituent le composant majeur du mélange de béton et ont une diffusivité beaucoup plus faible que celle de la pâte de ciment, ce qui justifie l'accélération de la pénétration des chlorures.

### 3.7.3.3. Effet du temps de cure humide :

Pour investiguer l'effet du temps de cure humide du béton, les profils des chlorures totaux pour trois durées différentes de cure ont été déterminés, avec un rapport ( $w/c$ ) de 0.55 et une fraction volumique des agrégats de 0.65. La dalle de béton sujet des simulations a été exposée pendant un an à des conditions identiques à celles des sections précédentes. Les résultats obtenus sont montrés dans la figure (3.10).

D'après la figure (3.10), plus la durée de cure humide est prolongée plus la pénétration des ions chlorures est décélérée et les profils des chlorures totaux diminuent. Une cure humide prolongée assure une meilleure hydratation du ciment ce qui entraîne la réduction de la taille des pores et de l'inter-connectivité du réseau poreux. De plus, elle prévient la fissuration due au retrait et assure des performances élevées en peau de béton.

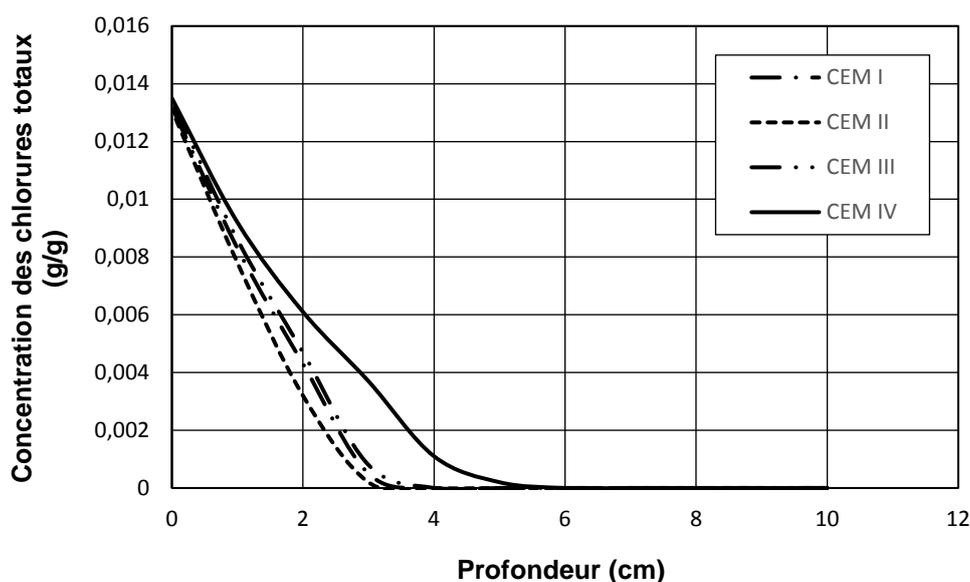


**Figure 3.10.** Effet du temps de cure humide sur la pénétration des chlorures dans le béton.

#### 3.7.3.4. Effet de la composition du ciment :

Afin d'investiguer l'influence de la composition du ciment sur la pénétration des chlorures, différents types de ciments, à savoir CEM I, CEM II, CEM III et CEM IV, ont été utilisés dans les simulations des profils de chlorures totaux. La composition minéralogique des ciments est donnée dans le tableau (3.2). Le rapport eau/ciment ( $w/c$ ) et la fraction volumique des agrégats ont été pris 0.55 et 0.65 respectivement. La dalle de béton sujet des simulations a été exposée pendant un an à des conditions identiques à celles des sections précédentes. Les résultats obtenus sont montrés dans la figure (3.11).

La figure (3.11) montre que le ciment de type II donne la meilleure performance vis-à-vis de la pénétration des chlorures. Cela est dû à une combinaison de plusieurs facteurs. Premièrement, la quantité importante de  $C_2S$  résulte en une plus grande quantité de gel C-S-H ce qui réduit énormément les vides capillaires et leur inter-connectivité. De plus, le gel C-S-H possède une très grande surface spécifique, ce qui favorise la fixation physique des ions par adsorption. Deuxièmement, les quantités équilibrées de  $C_2S$  et  $C_3S$  mènent vers une hydratation adéquate au jeune âge du béton et à long terme. Le  $C_3S$  s'hydrate plus rapidement par rapport au  $C_2S$  et est responsable de la réduction de la perméabilité à court terme. Le  $C_2S$  s'hydrate lentement et réduit la perméabilité au fur et à mesure que le béton vieillit. Cela conduit à une perméabilité convenable au cours de la durée de service de la structure. Finalement, la teneur modérée en  $C_3A$  favorise la fixation chimique des chlorures et contribue à la résistance globale à la pénétration des chlorures.



**Figure 3.11.** Effet du type de ciment sur la pénétration des chlorures dans le béton.

Les ciments de types I et III sont moins performant que le ciment de type II. Malgré la teneur plus importante en  $C_3A$  par rapport au type II, la faible teneur en  $C_2S$  mène vers la production d'une quantité plus petite de gel C-S-H. Les vides capillaires sont alors plus spacieux et mieux connectés et la fixation physique est moins importante. Cela résulte en une perméabilité plus importante et donc une résistance plus faible à la pénétration des chlorures.

Le ciment de type IV est le moins performant, du fait des faibles teneurs en  $C_3A$  et  $C_3S$ . Malgré la grande teneur en  $C_2S$ , la durée de simulation relativement courte peut être insuffisante pour l'hydratation de toute cette quantité. Si la durée de simulation était beaucoup plus longue, plus de gel C-S-H sera produit et la perméabilité sera réduite. Mais ça sera peut-être tard, car une grande quantité des chlorures aurait déjà été transportée à l'intérieur du béton.

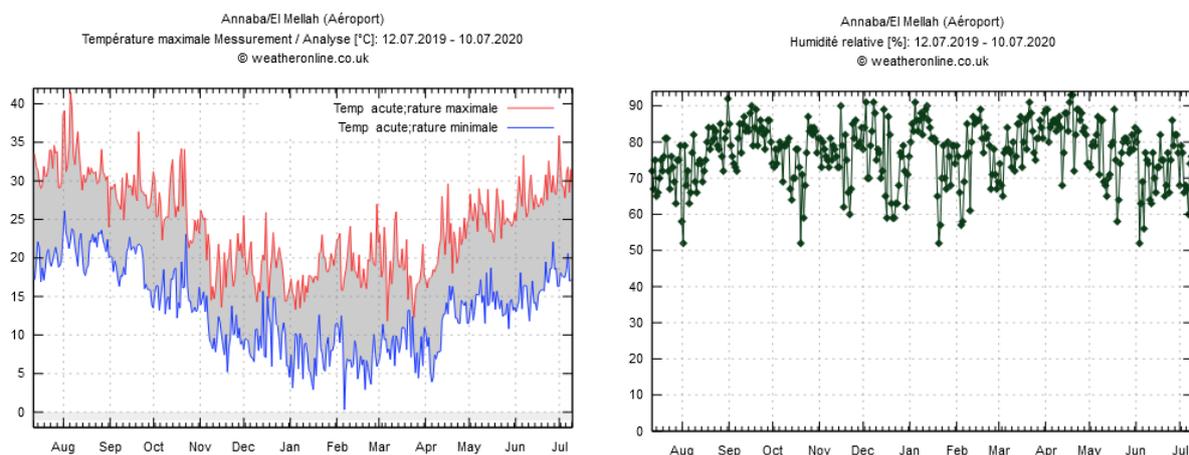
### 3.7.4. Effet des conditions météorologiques :

Pour étudier l'effet des conditions climatiques sur le transport des chlorures dans le béton, des données météorologiques de quatre villes côtières situées dans des zones climatiques différentes ont été utilisées pour simuler les profils de chlorures totaux. Les villes ont été choisies de façon à avoir des climats chaud et humide, très chaud et humide, très chaud et sec et finalement froid et humide. Le choix d'étudier ces villes, au lieu de définir des scénarii climatiques, est effectué pour pouvoir disposer de données météorologiques réelles et par conséquent cohérentes et représentatives des conditions réelles de service. Les villes choisies sont les suivantes :



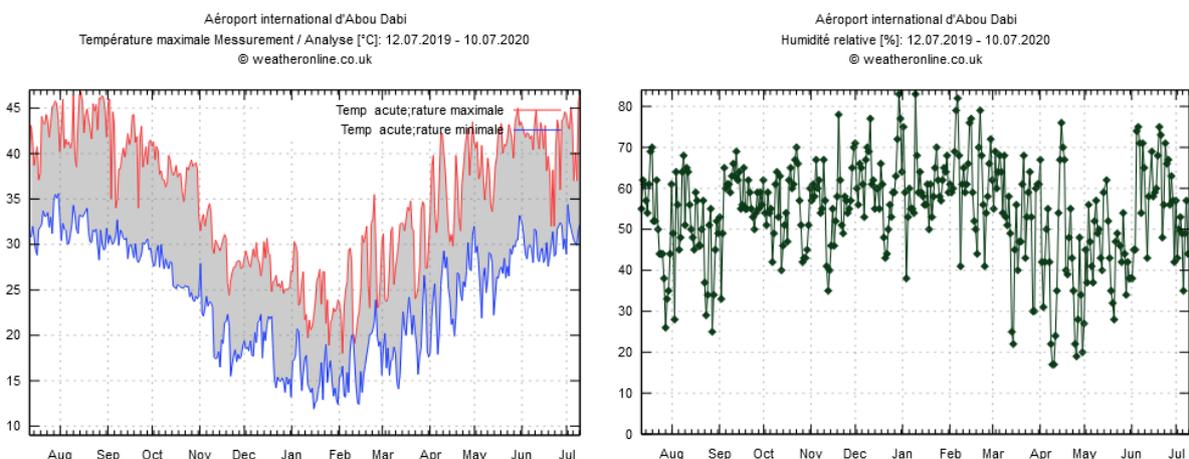
**Figure 3.12.** Situation géographique des villes côtières choisies.

1. Annaba, située à l'extrême est de l'Algérie, bénéficie d'un climat méditerranéen chaud à l'été et doux à l'hiver. L'humidité relative est élevée et peu variable au cours de l'année. La figure (3.13) montre la variation de la température et de l'humidité relative enregistrées à la station météorologique de l'aéroport d'Annaba au cours de l'année passée [122].



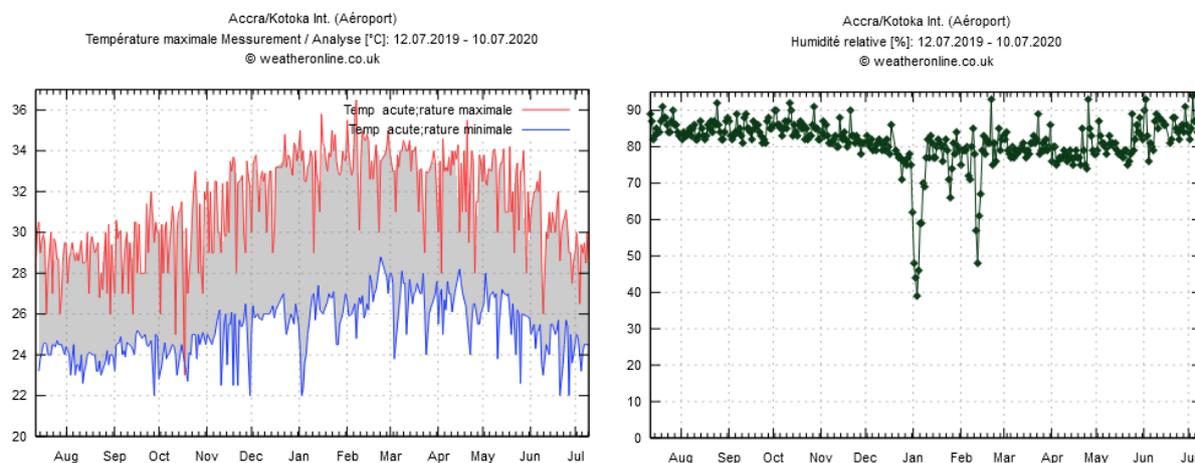
**Figure 3.13.** Températures et humidités relatives à Annaba du 12/07/2019 au 10/07/2020 [122].

2. Abou Dabi, la capitale des Emirats Arabes Unis, bénéficie d'un climat aride subtropical chaud au cours de l'année avec des températures assez élevées pendant l'été. L'humidité relative est basse par rapport aux zones côtières habituelles du fait de la proximité du désert. La figure (3.14) montre la variation de la température et de l'humidité relative enregistrées à la station météorologique de l'aéroport d'Abou Dabi au cours de l'année passée [123].



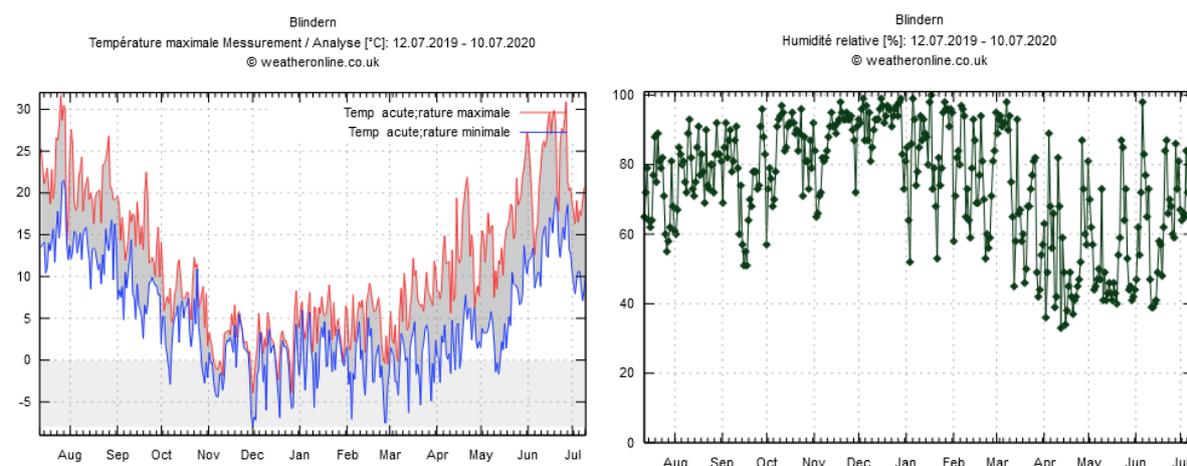
**Figure 3.14.** Températures et humidités relatives à Abou Dabi du 12/07/2019 au 10/07/2020 [123].

3. Accra, la capitale du Ghana, bénéficie d'un climat équatorial chaud et très humide au cours de toute l'année. La figure (3.15) montre la variation de la température et de l'humidité relative enregistrées à la station météorologique de l'aéroport d'Accra au cours de l'année passée [124].



**Figure 3.15.** Températures et humidités relatives à Accra du 12/07/2019 au 10/07/2020 [124].

4. Oslo, la capitale de la Norvège, bénéficie d'un climat continental très froid pendant un long hiver (du mois d'octobre jusqu'au mois de mai) et relativement chaud pendant l'été. L'humidité relative est très variable pendant l'année avec des gradients allant jusqu'à 60%. La figure (3.16) montre la variation de la température et de l'humidité relative enregistrées au cours de l'année passée à la station météorologique du campus de Blindern à l'Université d'Oslo [125].



**Figure 3.16.** Températures et humidités relatives à Oslo du 12/07/2019 au 10/07/2020 [125].

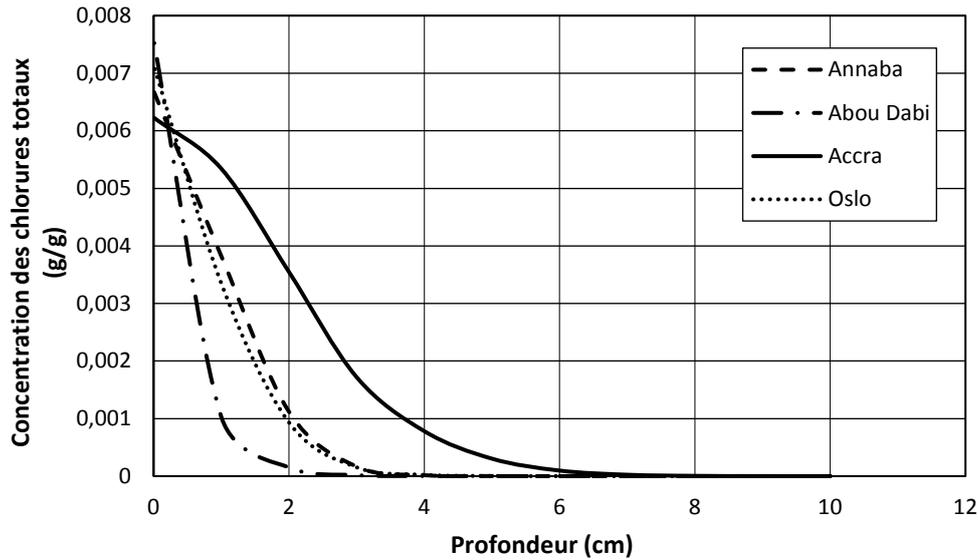
La dalle de béton sujet des simulations a été exposée à une concentration de chlorures de 15 kg/m<sup>3</sup> (l'équivalent de 0.75%), considérée identique pour toutes les villes, afin de refléter

l'influence des caractéristiques climatiques différentes de chaque ville. En réalité, le niveau d'agressivité de l'eau de mer diffère selon la situation géographique et varie entre 10 à 21 kg/m<sup>3</sup>. La dalle est supposée lointaine du littoral (sans contact direct avec l'eau de mer) et les ions chlorures sont dus aux embruns. Le rapport eau/ciment ( $w/c$ ) et la fraction volumique des agrégats ont été pris 0.55 et 0.65 respectivement. Le ciment utilisé est de type II. Les conditions initiales de température et d'humidité relative sont prises égales à celles enregistrées au début de la période considérée (mi-juillet). En utilisant une régression non linéaire (Curve Fitting Tool de MATLAB), et sur la base des données météorologiques, un modèle climatique a été développé pour chaque ville pour être utilisé lors des simulations. Le modèle climatique développé est présenté dans l'annexe B. Puisque l'incrément de temps adopté est de 1 jour, la température moyenne journalière a été utilisée lors des simulations. Les profils de chlorures totaux obtenus après 10 et 25 ans d'exposition sont montrés dans les figures (3.17) et (3.18).

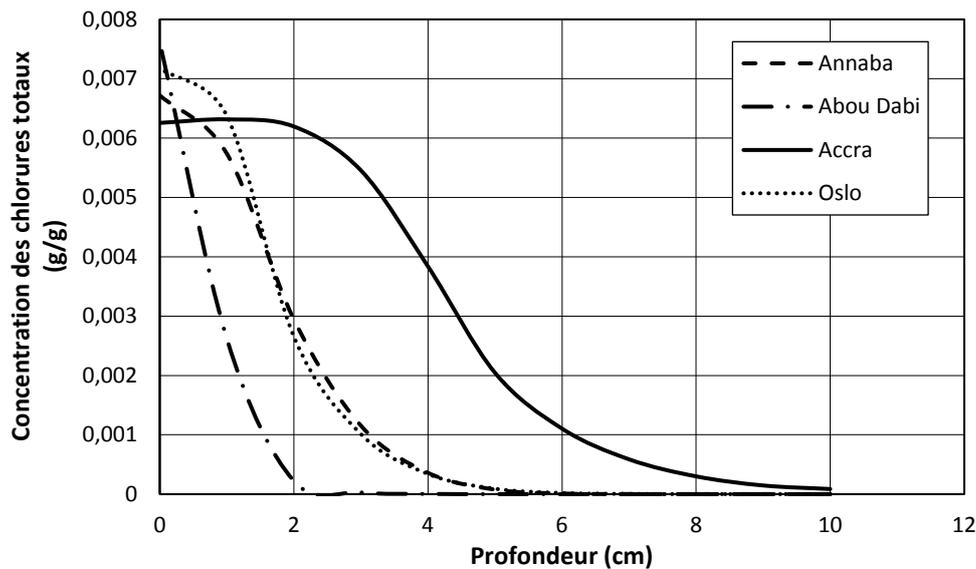
Les figures (3.17) et (3.18) montrent que la pénétration des chlorures dans le béton est considérablement affectée par les conditions climatiques de service. Parmi les quatre villes, le climat d'Accra est le plus favorable au transport des chlorures. La température moyenne et l'humidité relative élevées toute l'année à Accra (température moyenne entre 26°C et 32°C et humidité relative au-dessus de 80%) accélèrent la pénétration des chlorures et par conséquent l'initiation de la corrosion. Pour une concentration critique en chlorures de 0.1% (g de chlorures/g de béton) et un enrobage de 4 cm, cette limite est presque atteinte après 10 ans d'exposition et largement dépassée après 25 ans. La dégradation induite par la corrosion des armatures est alors assez rapide pour des structures en béton armé implantées dans cette région.

Pour atteindre la durée de service désirée, des précautions spéciales doivent être prises telles que la réduction de la perméabilité du béton (réduction du rapport  $w/c$  et/ou utilisation d'additifs minéraux), l'augmentation de l'enrobage ou encore l'utilisation de produits inhibiteurs de corrosion.

Malgré les températures très élevées à Abou Dabi (température moyenne entre 23°C et 39°C), la pénétration des chlorures est plus lente par rapport aux autres villes. Cela est principalement dû aux faibles humidités relatives comprises entre 35% et 70%, ce qui favorise l'évaporation de l'eau interstitielle et rend difficile le mouvement des ions chlorures à l'intérieur du béton relativement sec. Cela signifie que la corrosion des armatures dans un climat sec est très peu nuisible aux structures en béton armé.



**Figure 3.17.** Effet des caractéristiques climatiques des villes choisies sur la pénétration des chlorures (10 ans d'exposition).



**Figure 3.18.** Effet des caractéristiques climatiques des villes choisies sur la pénétration des chlorures (25 ans d'exposition).

Les conditions climatiques des villes d'Annaba et d'Oslo présentent un cas intermédiaire entre Accra et Abou Dabi : moins chaud et humide. Les profils des chlorures résultant sont plus élevés par rapport à celui d'Abou Dabi et plus petits par rapport à celui d'Accra. Malgré les températures significativement plus faibles à Oslo durant l'hiver, la pénétration des chlorures à Oslo et Annaba se produit pratiquement à la même vitesse. Cela est dû aux variations importantes de l'humidité relative à Oslo durant l'année, ce qui crée des cycles mouillure – séchage et augmente la quantité des chlorures transportés par le mouvement de l'eau sous

gradients de pression (convection). Cela montre l'effet prédominant de l'humidité relative sur le transport des chlorures dans le béton par rapport à la température. Il est à noter que pour Oslo la température descend fréquemment en dessous de 0°C en période hivernale. Les cycles gel-dégel résultant peuvent induire des dommages importants au matériau béton (fissuration) et par conséquent le taux de pénétration des chlorures peut être plus élevé. L'effet des cycles gel-dégel n'est pas pris en compte dans ce travail.

Une autre remarque peut être faite concernant la concentration des chlorures en surface de béton. Il peut être clairement observé la différence entre les différentes villes dans la quantité des chlorures réellement présente dans la surface de béton. Cette quantité dépend du flux des chlorures traversant la surface de béton, qui à son tour dépend des conditions d'exposition. Les cycles mouillure – séchage ont un effet prédominant et accélèrent l'accumulation des ions chlorures en surface de béton. Ces cycles peuvent être causés par les vagues ou les marées si la structure est très proche du littoral (contact direct avec l'eau de mer) ou par une variation importante de l'humidité relative de l'environnement si la structure n'est pas proche du littoral (sans contact direct avec l'eau de mer). Pour cela, la concentration des chlorures en surface de béton est la plus élevée à Abou Dabi et Oslo, où l'humidité relative varie fréquemment et avec des gradients très importants. La faible différence dans la concentration en surface en faveur d'Abou Dabi peut être due aux températures beaucoup plus élevée par rapport à Oslo. Pour Annaba, la concentration des chlorures en surface est plus petite du fait des plus faibles gradients de variation de l'humidité relative. A Accra, où l'humidité relative est quasi constante durant l'année, la concentration des chlorures en surface est la plus faible. Cela montre encore une fois l'importance de l'humidité relative dans le transport des chlorures et sa prédominance par rapport à la température.

### **3.8. Conclusion**

Dans ce chapitre, un modèle de la pénétration des chlorures dans le béton a été présenté. La formulation mathématique impliquait le couplage du transfert de chaleur et du transport de l'humidité et des ions chlorures. Les paramètres du matériau impliqués dans les équations différentielles couplées ont été modélisés par une approche multi-échelles pour une caractérisation plus réaliste du transport des ions chlorures. Les équations gouvernantes ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des éléments finis, dans laquelle l'intégration temporelle a été effectuée à l'aide d'un schéma aux différences finies et les systèmes d'équations non linéaires ont été résolus en utilisant la méthode de Newton Raphson modifiée. Le modèle

est capable de traiter différentes conditions d'exposition. D'après l'étude analytique réalisée, les conclusions suivantes ont pu être tirées :

- Le modèle proposé s'est montré prometteur comme outil pour la prédiction des profils de chlorures dans le béton et l'estimation du temps d'initiation de la corrosion. La comparaison des prédictions du modèle à quelques résultats expérimentaux disponibles a démontré sa capacité à simuler les profils de chlorures avec une bonne précision. Cela signifie que l'interpolation linéaire des variables de champ sur les éléments finis est convenable au problème de pénétration des chlorures et assure une bonne précision.
- L'étude de l'effet de la taille des éléments et de l'incrément de temps sur les performances du modèle a montré que, dans une plage raisonnable, la taille des éléments et l'incrément de temps ont un effet insignifiant sur les résultats obtenus.
- L'étude paramétrique entreprise a montré la sensibilité du modèle proposé aux différents facteurs caractérisant le béton. L'augmentation du rapport Eau/Ciment et/ou la réduction de la fraction volumique des agrégats résultent en des profils de chlorures plus élevés. La prolongation de la cure humide du béton résulte en une pénétration plus faible des chlorures. L'utilisation d'un ciment de type II assure la meilleure performance du béton vis-à-vis de la pénétration des chlorures, tandis qu'un ciment de type IV offre la mauvaise performance.
- L'étude de l'effet des conditions climatiques a montré leur importance et la nécessité de leur prise en compte pour une estimation crédible et plus précise des profils de chlorures. Bien que la température a une influence importante sur le transport des chlorures, celle de l'humidité relative est prédominante. Un climat chaud est favorable à la pénétration des chlorures si l'humidité relative est élevée. Plus la fréquence et le gradient de variation de l'humidité relative sont importants, plus la quantité des chlorures transportés par convection est élevée et la pénétration des chlorures est accélérée.

## **Chapitre 4 : Modélisation non-déterministe de l'initiation de la corrosion des armatures induite par les chlorures**

### **4.1. Introduction**

La corrosion des armatures est une cause majeure de la dégradation des structures en béton armé exposées aux chlorures. Pour une meilleure gestion du cycle de vie, il est nécessaire de développer des modèles capables de prédire la performance à long terme des structures et de prévoir les éventuels désordres. La détérioration du béton induite par la corrosion est généralement modélisée en deux phases : l'initiation et la propagation. La durabilité des structures est souvent évaluée par le temps d'initiation de la corrosion plutôt que par l'analyse des dommages induits, car ces derniers entraînent une perte de la capacité portante peu après la dépassement des armatures [72]. La prédiction de la durée de service des structures doit prendre en considération les incertitudes qui proviennent de la description mathématique des phénomènes modélisés, des propriétés des matériaux, de la géométrie et des conditions environnementales. Selon les informations disponibles sur ces incertitudes, elles peuvent être classées en deux catégories : aléatoires et épistémiques. S'il existe des données objectives suffisantes pour une description probabiliste des incertitudes, elles sont considérées comme étant aléatoires. Les incertitudes épistémiques proviennent d'un manque d'informations sur la variabilité des propriétés concernées. Une analyse fiabiliste de la durabilité des structures en béton existantes nécessite un travail intensif au laboratoire et des essais in situ pour recueillir suffisamment d'informations sur l'état actuel, afin de pouvoir prédire les performances à long terme. Parfois, cela ne peut pas être justifié économiquement ou tout simplement impossible car le temps de service est trop court, telles que les structures récemment mises en service.

Dans cette partie du travail, un modèle de prédiction de la durée de service des structures en béton armé sujettes aux chlorures qui tient compte du caractère aléatoire et/ou épistémique des paramètres incertains est proposé. Ce modèle permet d'estimer le temps d'initiation de la corrosion en utilisant des données disponibles insuffisantes ou des informations subjectives basées sur des avis d'experts. En outre, le modèle de pénétration des chlorures utilisé ne nécessite aucune étude expérimentale préalable pour déterminer les paramètres du modèle pour la composition du béton utilisé, contrairement à d'autres modèles [3,14] où au moins le coefficient de diffusion des chlorures du béton et la teneur en chlorures en surface doivent être déterminés. Seules la composition du béton et les conditions de cure sont nécessaires, donc il

convient aux cas où une étude expérimentale in situ n'est pas possible telles que les structures récentes.

Dans ce chapitre, la formulation des incertitudes épistémiques en utilisant des fonctions de probabilités floues est décrite et le concept d'analyse stochastique floue est présenté. Ensuite, le choix et la modélisation des paramètres incertains du modèle sont présentées. Ensuite, la méthodologie de surface de réponse pour l'estimation de la fonction d'état limite est présentée. Par la suite, la modélisation stochastique des conditions environnementales est décrite. Finalement, comme application, la durabilité des bassins en béton de la station d'épuration des eaux usées nouvellement construite à Tébessa est analysée à l'aide de la méthodologie proposée.

## 4.2. Fonction de probabilités floue

Habituellement, une variable incertaine aléatoire  $X$  est définie avec une fonction de distribution cumulative (FDC) notée  $F_X(x)$ . Si des données suffisantes pour définir une modélisation probabiliste unique ne sont pas disponibles, et que seul un intervalle fermé  $[\underline{F}_X(x), \overline{F}_X(x)]$  peut-être trouvé pour délimiter les valeurs possibles de  $F_X(x)$ , la paire des deux FDC  $\underline{F}_X(x)$  et  $\overline{F}_X(x)$  définit "une boîte de probabilité". La boîte de probabilité forme une enveloppe de la famille de toutes les distributions de probabilité possibles. En pratique, une boîte de probabilité peut être construite en supposant raisonnablement le type de distribution, tandis que les paramètres de distribution ne sont estimés que sous forme d'intervalles [79]. En utilisant la théorie des ensembles flous, une autre manière d'estimer les paramètres de distribution consiste à évaluer progressivement et subjectivement la possibilité que ces paramètres atteignent ou soient limités par certaines valeurs. La fonction de possibilité,  $\mu_{\tilde{x}}(x)$ , a des valeurs comprises entre zéro pour la possibilité minimale qu'un paramètre atteigne une valeur et un dans le cas de la possibilité maximale. La subjectivité étant inhérente à ces fonctions, il n'y a aucune restriction quant à leur forme, et de simples fonctions triangulaires ou trapézoïdales (figure (4.1(a))) peuvent fournir une précision acceptable [84]. Une fonction de probabilité floue, notée  $\tilde{F}_X(x)$ , est une boîte de probabilité construite à l'aide de paramètres flous pour la distribution de probabilité supposée (figure (4.1(b))).

## 4.3. Simulation Monte Carlo floue :

L'analyse de fiabilité d'un processus avec des incertitudes aléatoires et épistémiques peut être effectuée en utilisant une analyse combinée floue et basée sur l'échantillonnage. L'analyse floue est entretenue en utilisant la méthode de discrétisation au niveau- $\alpha$  et la méthode des vertex

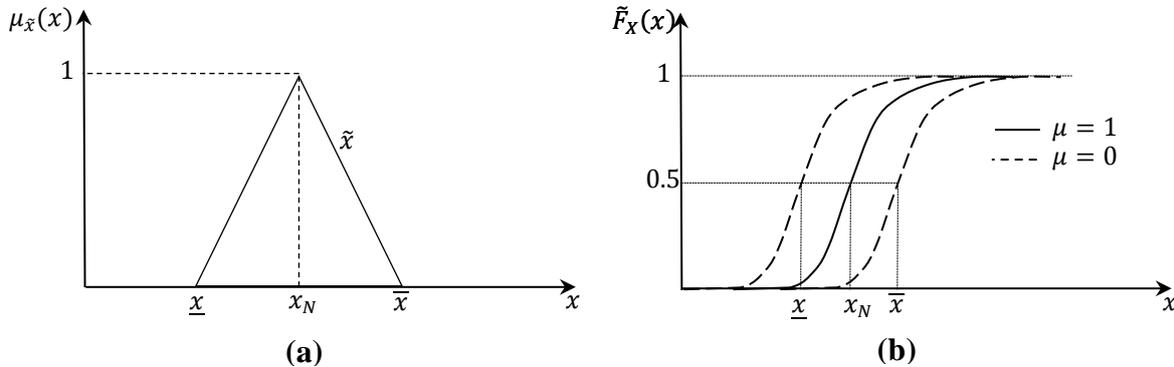
décrites au deuxième chapitre (section (2.5.2)). Le calcul probabiliste est effectué en utilisant la méthode de simulation Monte Carlo. Pour le cas de l'analyse de durabilité des structures en béton exposées aux chlorures, l'approche proposée vise à calculer une fonction floue de la probabilité d'initiation de la corrosion des armatures  $\tilde{P}_f(t)$ . En utilisant la simulation de Monte Carlo, la probabilité d'initiation de la corrosion au temps  $t_i$  est estimée par:

$$P_f(t_i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{1}[g(X_j, t_i) \leq 0] \quad (4.1)$$

Dans laquelle,  $N$  est le nombre total des tirages de Monte Carlo,  $X_j$  est la  $j$ ème évaluation des paramètres aléatoires combinés  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $g(\cdot)$  est la fonction d'état limite,  $\mathbf{1}[\cdot]$  est la fonction indicatrice qui prend une valeur de 1 si  $g(\cdot) \leq 0$  et 0 dans le cas échéant. La fonction d'état limite dans le cas de l'étude de l'initiation de la corrosion est donnée par :

$$g(X, t) = C_{th}(X) - C_t(X, t) \quad (4.2)$$

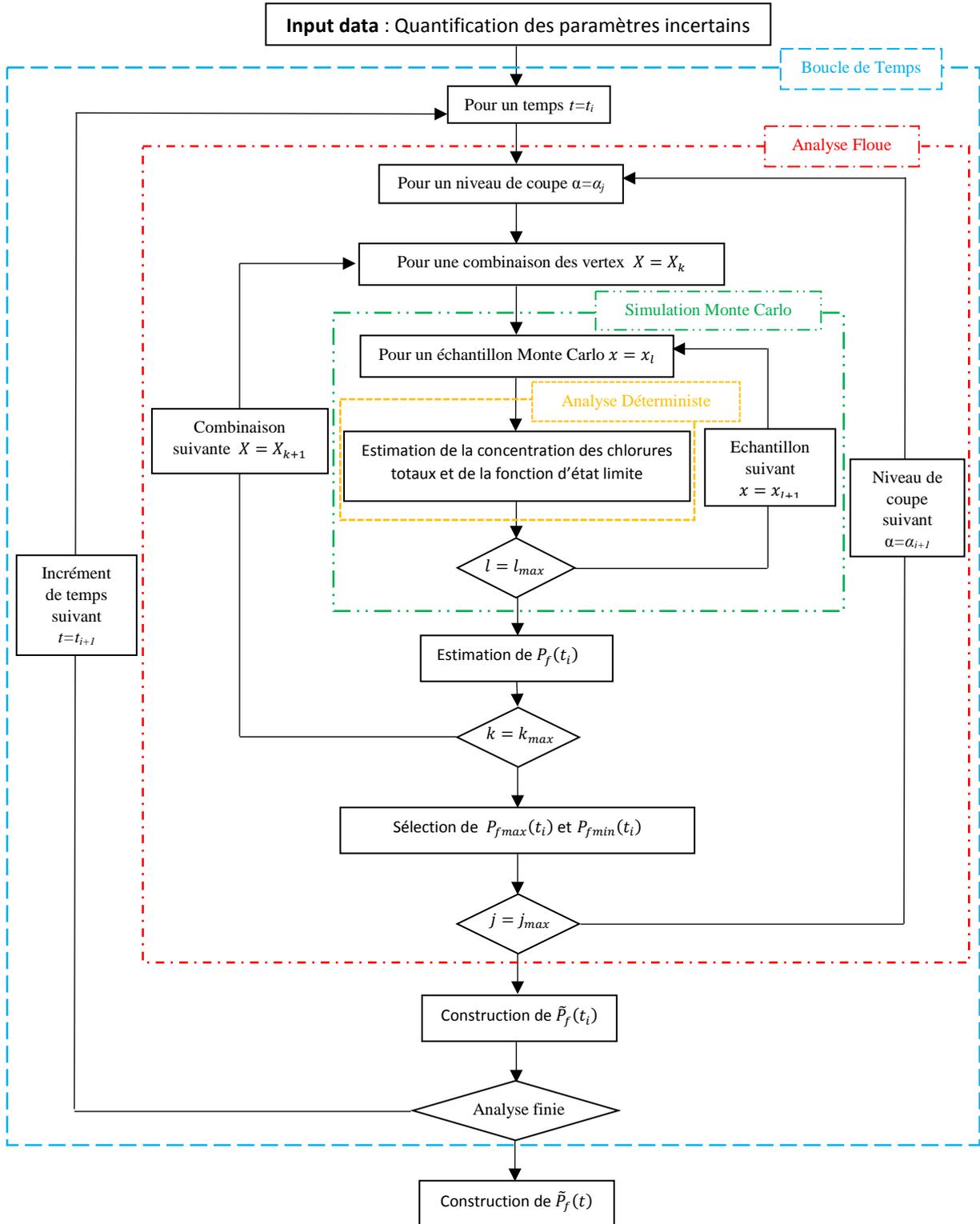
Dans laquelle,  $C_{th}$  est la concentration seuil des chlorures dans le béton et  $C_t$  est la concentration des chlorures totaux dans le béton à la profondeur d'enrobage.  $C_t$  est calculée en utilisant le modèle déterministe de la pénétration des chlorures développé et décrit au troisième chapitre.



**Figure 4.1.** (a) Fonction de possibilité triangulaire  $\mu_{\tilde{x}}(x)$  de la variable floue  $\tilde{x}$ . (b) Fonction de probabilité floue  $\tilde{F}_X(x)$  d'une variable de distribution normale de valeur moyenne floue comme défini par  $\tilde{x}$ .

Pour le cas de paramètres aléatoires flous, la probabilité d'initiation de la corrosion au temps  $t_i$  est calculée à chaque niveau- $\alpha$  pour toutes les combinaisons possibles de vertex des variables d'entrée, puis les valeurs maximal et minimal  $P_{f\alpha max}$  et  $P_{f\alpha min}$  sont sélectionnées comme vertex pour la fonction de probabilité floue. Une fois les vertex à tous les niveaux- $\alpha$  sont obtenus, la fonction de probabilité floue  $\tilde{P}_f(t_i)$  peut être construite. La figure (4.2) montre

l'algorithme développé pour déterminer la fonction de probabilité floue  $\tilde{P}_f(t)$  de l'initiation de la corrosion et estimer la durée de vie des structures en béton exposées aux chlorures.



**Figure 4.2.** Organigramme de l'analyse probabiliste floue de l'initiation de la corrosion des armatures de béton.

#### 4.4. Choix des paramètres incertains :

Comme le modèle de pénétration des chlorures implique plusieurs paramètres, la prise en compte de tous ces paramètres comme étant incertains entraînerait un coût de calcul élevé. Afin de réduire le temps de calcul, seules les incertitudes liées à un nombre limité de paramètres clés sont à considérer. L'analyse de sensibilité peut fournir des informations quantitatives utiles sur l'influence de chaque paramètre du modèle. Cela aide à déterminer lesquels sont les plus influents afin de réduire le nombre de variables incertaines.

Une analyse de sensibilité unidirectionnelle est adoptée dans ce travail [71]. Cette analyse consiste à varier à chaque fois un seul paramètre du modèle avec un pourcentage donné par rapport à une certaine valeur de référence, puis calculer le taux de changement de la concentration des chlorures totaux à la profondeur d'enrobage. Chaque paramètre  $x_i$  est augmenté et diminué de 10% par rapport à sa valeur de référence, et les taux de changement de la concentration des chlorures sont donnés par :

$$r^+(x_i) = \frac{|C_t(\Delta x_i) - C_t(x_{i,ref})|}{C_t(x_{i,ref})} \text{ pour } \Delta x_i > 0 \quad (4.3)$$

$$r^-(x_i) = \frac{|C_t(\Delta x_i) - C_t(x_{i,ref})|}{C_t(x_{i,ref})} \text{ pour } \Delta x_i < 0 \quad (4.4)$$

$$\Delta x_i = \pm k x_{i,ref} \quad (4.5)$$

Où  $r^+(x_i)$  est le taux de changement de la concentration des chlorures totaux quand le paramètre  $x_i$  est augmenté par un gradient  $\Delta x_i$ ,  $r^-(x_i)$  est le taux de changement de la concentration des chlorures totaux quand le paramètre  $x_i$  est diminué par un gradient  $\Delta x_i$ ,  $x_{i,ref}$  est la valeur de référence du paramètre  $x_i$ ,  $C_t(\Delta x_i)$  est la concentration des chlorures totaux à la profondeur d'enrobage correspondant au changement  $\Delta x_i$  du paramètre  $x_i$ ,  $C_t(x_{i,ref})$  est la concentration des chlorures totaux à la profondeur d'enrobage correspondant à la valeur de référence  $x_{i,ref}$  et  $k$  est le coefficient de variation pris égal à 0.1 dans cette étude (un pourcentage de 10%). Le calcul de la concentration des chlorures totaux se fait à l'aide du modèle déterministe de la pénétration des chlorures développé au troisième chapitre pour une période d'exposition de 10 ans et un enrobage de 30mm. Les valeurs de référence des paramètres du modèle sont données au tableau (4.1).

Paramètre	Valeur de référence
Rapport eau/ciment $w/c$	0.5
Fraction volumique des agrégats $g_i$	0.65
Temps de cure humide $t_0$	24 [jours]
Conductivité thermique $D_T$	2160 [J/jour/cm . °C]
Chaleur spécifique $C$	1 [J/g . °C]
Coefficient de transfert de chaleur convectif $\beta_T$	0.6048 [J/jour/cm <sup>2</sup> . °C]
Coefficient de transfert de l'humidité de surface $\beta_H$	2.85 [cm/jour]
Coefficient de transfert des chlorures de surface $\beta_{Cl}$	3024×10 <sup>4</sup> [cm/jour]

**Tableau 4.1.** Valeurs de référence utilisées dans l'analyse de sensibilité.

Ensuite, la moyenne carrée du taux de changement de la concentration des chlorures est calculée par :

$$s(x_i) = \sqrt{r^+(x_i)^2 + r^-(x_i)^2} \quad (4.6)$$

La moyenne carrée maximale du taux de changement de la concentration des chlorures est définie comme :

$$s_{max} = \text{Max}\{s(x_i)\} \quad (4.7)$$

Le critère pour le jugement de la sensibilité du modèle à un paramètre  $x_i$  est comme suivant :

$$\begin{aligned} \frac{s_{max}}{s(x_i)} < 2.5 & \quad \text{très sensible} \\ 2.5 \leq \frac{s_{max}}{s(x_i)} < 10 & \quad \text{sensible} \\ \frac{s_{max}}{s(x_i)} > 10 & \quad \text{très peu sensible} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Paramètre	Taux de changement de la concentration des chlorures			$\frac{s_{max}}{s(x_i)}$	Jugement
	$r^+(x_i)$	$r^-(x_i)$	$s(x_i)$		
$g_i$	57%	57%	80.81%	1	Très sensible
$w/c$	45%	45%	64.28%	1,257	Très sensible
$t_0$	9.09%	9.09%	12.85%	6,28	sensible
$D_T$	0	0	0	>>10	Très peu sensible
$C$	0	0	0	>>10	Très peu sensible
$\beta_T$	0	0	0	>>10	Très peu sensible
$\beta_H$	0	0	0	>>10	Très peu sensible
$\beta_{Cl}$	0	0	0	>>10	Très peu sensible

**Tableau 4.2.** Sensibilité du modèle de pénétration des chlorures aux différents paramètres.

Les taux de changements de la concentration des chlorures ainsi que leurs moyennes carrées résultant de l'étude de sensibilité sont données dans le tableau (4.2). Il peut être directement observé que les paramètres les plus influents sont la fraction volumique des agrégats  $g_i$ , le rapport eau/ciment  $w/c$  et à un degré moindre le temps de cure humide  $t_0$ . Pour cela, dans l'étude de l'initiation de la corrosion, seules les incertitudes relatives à ces trois paramètres sont prises en considération. De plus, les incertitudes relatives à deux autres paramètres trouvés très influents sur l'initiation de la corrosion [3] sont aussi prises en compte. Ces paramètres sont la profondeur d'enrobage  $d$  et la concentration critique en chlorures du béton  $C_{th}$ .

#### 4.5. Fonction de surface de réponse :

Afin de réduire son coût de calcul, un modèle complexe peut être approché par une simple relation entre les grandeurs d'entrée et de sortie. La relation développée est appelée fonction de surface de réponse. Dans cette étude, pour réduire le temps de calcul dû aux exécutions du code éléments finis de la pénétration des chlorures, une fonction de surface de réponse est utilisée pour estimer la concentration des chlorures totaux dans le béton pour l'évaluation de la fonction d'état limite. A chaque pas de temps, des expériences numériques sont effectuées en utilisant le modèle déterministe de la pénétration des chlorures et des valeurs de la concentration des chlorures totaux sont obtenues pour différentes combinaisons de valeurs des paramètres d'entrée. Ensuite, une fonction explicite reliant les paramètres d'entrée à la concentration des chlorures totaux est développée en utilisant une régression multilinéaire. Sur la base de l'analyse de sensibilité, les paramètres clés considérés comme variables d'entrée de la fonction de surface de réponse sont le rapport eau/ciment  $w/c$ , la fraction volumique des granulats  $g_i$ , le temps de cure humide  $t_0$  et la profondeur du béton à partir de la surface  $X$ . Plusieurs formes de fonctions de surface de réponse ont été testées en utilisant Multilinear Regression Tool de MATLAB (regstats) pour approximer le modèle déterministe de la pénétration des chlorures. La forme la plus proche et qui donne l'erreur la plus faible dans l'estimation de la concentration des chlorures totaux est la suivante :

$$C_t(X, t) = g_1 \left( t, \frac{w}{c}, g_i, t_0 \right) \times g_2(t, X) \quad (4.9)$$

Où  $g_1 \left( t, \frac{w}{c}, g_i, t_0 \right)$  reflète l'influence de la composition du béton et les conditions de cure et  $g_2(t, X)$  reflète l'influence de la profondeur de béton.  $g_1$  et  $g_2$  ont les formes suivantes :

$$g_1 \left( t, \frac{w}{c}, g_i, t_0 \right) = a_0(t) + a_1(t) \frac{w}{c} + a_2(t) g_i + a_3(t) t_0 + a_4(t) \frac{w}{c} g_i + a_5(t) \frac{w}{c} t_0 + a_6(t) g_i t_0 \quad (4.10)$$

$$g_2(t, X) = b_0(t) + b_1(t) X + b_2(t) X^2 \quad (4.11)$$

Où  $a_i(t)$  et  $b_i(t)$  sont des constantes déterminées à chaque incrément de temps en utilisant une régression multilinéaire (la fonction `regstats` sur MATLAB). Le temps de cure humide est limité à une valeur maximale de 28 jours.

#### 4.6. Modélisation des paramètres incertains :

Dans ce travail, la durabilité vis-à-vis de la corrosion des armatures induite par les chlorures des différents bassins en béton (décantation, aération, clarification et désinfection) de la nouvelle station d'épuration des eaux usées de Tébesa est analysée. La température moyenne annuelle sur le site du projet varie de 5 à 35 °C. La teneur en ions chlorures des eaux usées provenant du réseau d'égouts varie de 100 à 500 mg/L. Le béton utilisé pour la construction des bassins a un rapport nominal eau/ciment ( $w/c$ ) de 0,4 et une fraction volumique agrégats/ béton ( $g_i$ ) de 0,75. En raison de la teneur élevée en sulfate du sol sur le site du projet, du ciment Portland résistant aux sulfates (CRS) a été utilisé. Le temps de cure humide ( $t_0$ ) variait de 3 à 15 jours en fonction de la chaleur d'hydratation générée et des conditions météorologiques. L'épaisseur de l'enrobage du béton ( $d$ ) des bassins est fixée à 70 mm. En plus de la variation aléatoire des conditions environnementales, tous les paramètres du béton cités ci-dessus sont connus pour impliquer des incertitudes importantes. Certaines de ces incertitudes sont de nature épistémique, car peu ou pas d'essais sur terrain ont été entrepris pour déterminer leurs propriétés statistiques. Pour être utilisées pour une évaluation fiable de la durabilité, elles doivent être définies avec les autres incertitudes aléatoires. Seules les incertitudes relatives à la fraction volumique des agrégats  $g_i$ , le rapport eau/ciment  $w/c$ , le temps de cure humide  $t_0$ , la profondeur d'enrobage  $d$  et la concentration critique en chlorures du béton  $C_{th}$  sont considérées.

##### 4.6.1. Rapport eau/ciment et fraction volumique des agrégats :

Les incertitudes dans le rapport eau/ciment  $w/c$  et la fraction volumique des granulats du béton  $g_i$  peuvent résulter du non-respect des spécifications du mélange de béton. L'état hydrique des granulats au moment du malaxage influe de manière significative sur les mesures des différentes proportions et surtout la quantité d'eau libre à réagir avec le ciment. Il existe de

nombreuses techniques pour déterminer les valeurs réelles de  $w/c$  et  $g_i$  tels que l'analyse physico-chimique, l'analyse microscopique à fluorescence et l'analyse microscopique à balayage électronique, mais aucune n'est normalisée et universellement acceptée [126]. Hormis les spécifications nominales, aucune enquête sur les valeurs réelles de  $w/c$  et  $g_i$  n'a été effectuée. Dans la littérature, peu de travaux sont effectués pour déterminer les propriétés statistiques de ces paramètres de la composition du béton. Le rapport eau/ciment et la fraction volumique des granulats sont supposés suivre une distribution lognormale avec les valeurs nominales de conception comme valeurs moyennes et un écart type variant de 0 à 10% des valeurs moyennes (coefficient de variation de 0 à 0.1) comme mesure de l'imprécision possible du modèle supposé. Le coefficient de variation est modélisé par une variable floue avec une fonction de possibilité triangulaire comme dans la figure (4.1(a)).

#### **4.6.2. Temps de cure humide :**

Le temps de traitement humide du béton  $t_0$  variait de 3 à 15 jours selon la saison et la chaleur générée par l'hydratation du ciment. La cure était plus courte lorsqu'une faible chaleur était produite. Malheureusement, aucun enregistrement de la durée de traitement des différents segments de béton n'a été conservé. Aux fins de l'analyse de durabilité, et pour couvrir toutes les valeurs possibles incluses dans l'intervalle ci-dessus, une distribution lognormale a été adoptée pour le temps de cure avec une moyenne et un coefficient de variation flous de fonctions de possibilité triangulaires et variant respectivement de 8 à 10 jours et de 0 à 0.1, comme mesure de l'imprécision de la distribution supposée.

#### **4.6.3. Concentration critique des chlorures :**

Le niveau critique des chlorures  $C_{th}$  dans le béton est l'un des facteurs qui affectent de manière significative la corrosion des armatures. Cela dépend des propriétés du béton et des conditions environnementales. Les valeurs rapportées dans la littérature varient dans des plages très larges en raison des différentes procédures de test et des facteurs influents. De nombreuses normes exigent des valeurs seuils ne dépassant pas 0,4% en poids de ciment [1,2]. Dans le code de modélisation de la durée de service de la *fib* [3], une distribution bêta a été proposée avec une valeur moyenne de 0,6% en poids de ciment, un écart type de 0,15% et des bornes inférieure et supérieure de 0,2% et 2% respectivement. Pour les bétons fabriqués avec du CRS et des rapports eau/ciment allant de 0,3 à 0,75, de nombreux chercheurs ont rapporté des valeurs allant de 0,4% à 1,5% [60]. De nombreux types de fonctions de probabilité telles que la fonction uniforme [61], la fonction normale [62] et la fonction lognormale [63] ont été trouvées représentatives de

la variabilité de  $C_{th}$ . La disponibilité de données non spécifiques, c'est-à-dire différentes fonctions de probabilité avec différentes valeurs des paramètres statistiques, rend impossible de choisir une plage et une représentation fiable du niveau seuil des chlorures. Pour se conformer à toutes les données rapportées, dans cette étude,  $C_{th}$  est représenté à l'aide d'une fonction de probabilité floue en adoptant une distribution lognormale avec une moyenne et un coefficient de variation flous de formes triangulaires et bornés respectivement par 0,7 et 0,9 (% en poids de ciment) et 0 et 0,2.

#### 4.6.4. Profondeur d'enrobage :

L'épaisseur d'enrobage  $d$  est un facteur clé pour contrôler les performances à long terme du béton. Des données suffisantes sont disponibles pour obtenir les caractéristiques statistiques de l'épaisseur du revêtement en béton. Elle est représentée par une distribution lognormale avec une valeur moyenne de 70 mm et un coefficient de variation de 0,1 [3].

#### 4.7. Modélisation stochastique des conditions environnementales :

Les conditions environnementales, auxquelles sont exposées les structures en béton durant leur durée de vie, varient de manière aléatoire au cours du temps. Pour cela, une prédiction fiable du temps d'initiation de la corrosion nécessite une modélisation stochastique de la variabilité des conditions d'exposition, à savoir la température  $T_{Env}$ , l'humidité relative  $H_{Env}$  et la concentration des chlorures  $C_{Env}$ . Les conditions environnementales constantes dans le temps, telles que pour des structures marines submergées, sont généralement modélisées par une variable aléatoire suivant une distribution lognormale [66, 70, 71]. Les conditions environnementales variables sont modélisées par un processus stochastique. Un processus stochastique est une famille de variables aléatoires  $\kappa(t, x)$  indexées sur le temps  $t$ , avec  $x$  appartenant au domaine des événements aléatoires  $\Omega$ . Une variable aléatoire associée à chaque  $\omega \in \Omega$  une réalisation  $\kappa(\omega)$ , tandis qu'un processus aléatoire associé à chaque  $\omega \in \Omega$  une fonction  $\kappa(t, \omega)$ . Pour un instant donné  $\tau$ ,  $\kappa(\tau, x)$  est une variable aléatoire.

Il est difficile de connaître les lois des processus aléatoires. Pour cela, en modélisation, le processus aléatoire est remplacé par un ensemble fini de variables aléatoires. La méthode d'expansion de Karhunen-Loève offre un moyen simple pour la représentation d'un processus stochastique. Elle permet de le discrétiser en une partie déterministe et une partie aléatoire décomposée sur la base des valeurs et fonctions propres de la fonction de covariance [66] :

$$\kappa(t, x) = \tilde{\kappa}(t) + \sum_{i=1}^{n_k} \sqrt{\lambda_i} \psi_i(t) \xi_i(x) \quad (4.12)$$

Où  $\bar{\kappa}(t)$  est la moyenne du processus et constitue la partie déterministe,  $n_k$  est le nombre de termes de discrétisation considérés,  $\xi_i(x)$  est un ensemble de variables aléatoires normales,  $\lambda_i$  et  $\psi_i(t)$  sont les valeurs propres et les fonctions propres correspondantes de la fonction de covariance  $C(t_1, t_2)$ . Les valeurs propres et les fonctions propres peuvent être déterminées en utilisant l'expression suivante :

$$\int_D C(t_1, t_2) \psi_i(t_2) dt_2 = \lambda_i \psi_i(t_1) \quad (4.13)$$

où  $D$  est le domaine de temps.  $C(t_1, t_2)$  doit être définie et positive. Dans ce travail elle est supposée avoir une forme exponentielle [71] :

$$C(t_1, t_2) = e^{\left(\frac{-|t_1 - t_2|}{l}\right)} \quad (4.14)$$

où  $l$  est la longueur de corrélation et doit être exprimée en même unité que  $t$ . Si  $D = [-b, b]$  alors  $l = 2b$ .

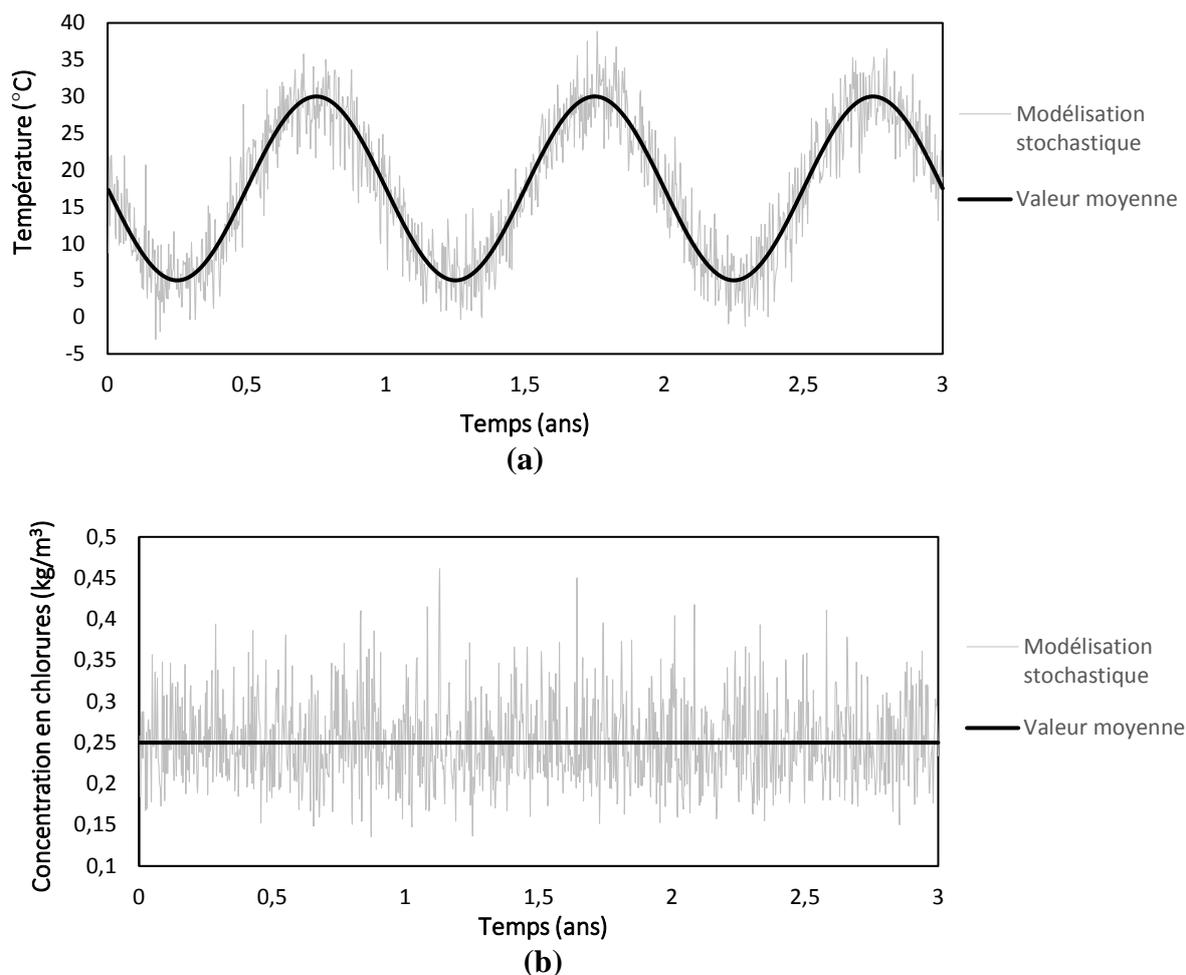
Pour les stations d'épuration, les bassins en béton sont presque toujours pleins. Les valeurs moyennes de l'humidité relative externe et de la concentration en chlorures des eaux usées peuvent être considérées comme constantes dans le temps, tandis que celles de la température ambiante suivent une fonction trigonométrique. La figure (4.3) montre la modélisation stochastique de la température externe et la concentration en chlorures pour le cas étudié.

#### 4.8. Résultats et discussion :

Pour évaluer la durabilité des bassins en béton de la station de traitement des eaux usées, un mur en béton armé entièrement submergé a été étudié avec un seul côté exposé aux eaux usées. La figure (4.3) montre la modélisation stochastique de la température ambiante et de la teneur en chlorures des eaux usées pendant une période de trois ans, tandis que l'humidité relative était considérée comme constante à 100%. Le tableau (4.3) résume les caractéristiques des paramètres incertains considérés dans l'analyse. Les paramètres flous représentés par leurs bornes supérieure et inférieure ont une fonction de possibilité triangulaire isocèle.

Paramètre	Type	Distribution	Moyenne	Coefficient de variation
$w/c$	Aléatoire flou	Log-normal	0.4	[0,0.1]
$g_i$	Aléatoire flou	Log-normal	0.75	[0,0.1]
$t_0$	Aléatoire flou	Log-normal	[8,10] jours	[0,0.1]
$C_{th}$	Aléatoire flou	Log-normal	[0.7,0.9] % pds de ciment	[0,0.2]
$d$	Aléatoire	Log-normal	70 mm	0.1

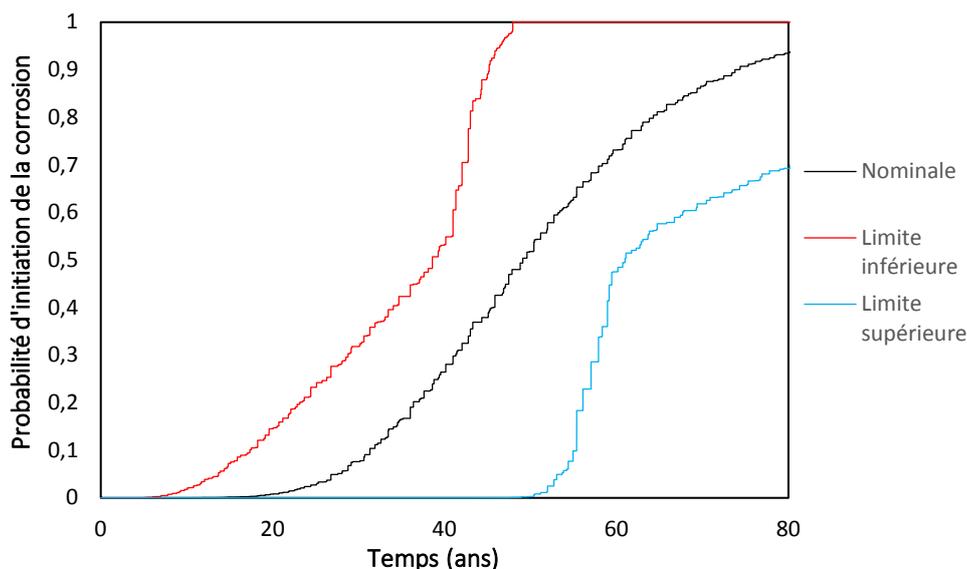
**Tableau 4.3.** Description des paramètres incertains considérés.



**Figure 4.3.** Modélisation des conditions d'exposition pour trois ans : (a) température et (b) concentration en chlorures.

#### 4.8.1. Fonction de probabilité floue :

La probabilité floue d'initiation de la corrosion des armatures de béton a été obtenue à l'aide de la simulation de Monte Carlo floue (MCF) décrite dans la section (4.3). Au total, 5140000 simulations MCF ont été réalisées à chaque incrément de temps, résultant de la combinaison de 20000 échantillons Monte Carlo et de cinq niveaux- $\alpha$  de discrétisation floue. Pour réduire l'effort de calcul et sur la base des données générées à partir du modèle mécanique de pénétration des chlorures, la fonction de surface de réponse développée est utilisée pour évaluer la fonction d'état limite. Comme la fonction d'état limite est monotone, l'utilisation de la méthode des vertex dans l'analyse floue est appropriée et ne nécessite pas d'effectuer une optimisation combinatoire pour réduire le coût de calcul.

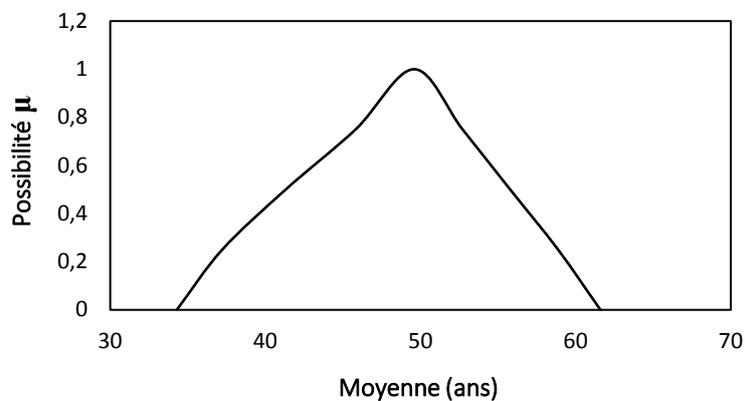


**Figure 4.4.** Probabilité floue d'initiation de la corrosion : FDC supérieure, inférieure et nominale.

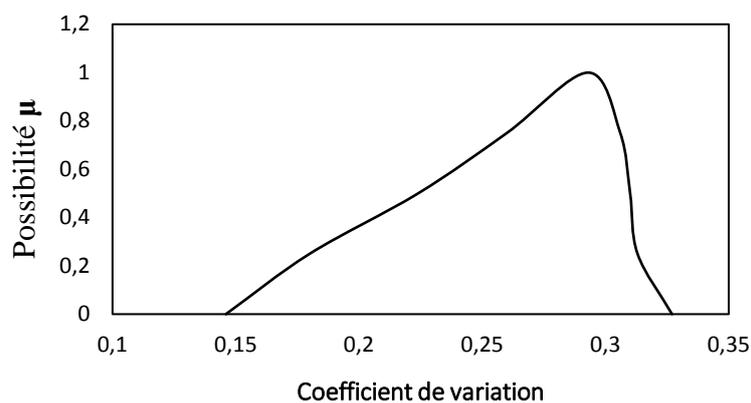
La figure (4.4) montre les limites supérieure et inférieure calculées de la FDC floue du temps d'initiation de la corrosion ( $\mu = 0$ ). La FDC nominale correspond au cas des paramètres à valeur unique des variables aléatoires ( $\mu = 1$ ). On voit clairement la grande dispersion dans les limites de la probabilité floue d'initiation de la corrosion, par rapport à la probabilité nominale obtenue en utilisant une analyse probabiliste traditionnelle avec des paramètres à valeur unique des variables aléatoires (en négligeant la nature épistémique des incertitudes). La grande dispersion est due aux incertitudes épistémiques inhérentes aux variables d'entrée. Par rapport à la limite inférieure de la probabilité de défaillance, la limite supérieure est environ 60% plus élevée au milieu de la durée de vie et environ 200% plus élevée au début ou vers la fin de la durée de vie. Par rapport à la limite inférieure de la moyenne du temps d'initiation de la corrosion, la limite supérieure est 75% plus élevée, tandis que pour l'écart type, la limite supérieure est 120% plus élevée. Par rapport à leurs bornes inférieures, les paramètres des incertitudes épistémiques varient de l'ordre de 10% (écarts types de  $w/c$ ,  $g_i$  et  $t_0$ ), 20% (moyenne de  $t_0$  et écart-type de  $C_{th}$ ) et 30% (moyenne de  $C_{th}$ ). Cela signifie que la plage de variation de la probabilité de défaillance floue a été considérablement amplifiée par rapport aux variables d'entrée. Cela démontre l'importance des incertitudes épistémiques et l'importance de les traiter d'une manière qui reflète leur influence sur la durée de vie ultime. La modélisation et le traitement des incertitudes épistémiques de la même manière que les incertitudes aléatoires peuvent conduire à une évaluation moins fiable de la durée de vie, dans laquelle une surestimation du temps d'initiation de la corrosion est possible. La grande dispersion de la probabilité de défaillance



compacté pendant une longue période de cure humide. Dans le climat chaud et sec au site du projet, une courte cure humide ne garantit pas le développement adéquat de la microstructure du béton, de sorte que la perméabilité du béton sera compromise.



(a)



(b)

**Figure 4.6.** Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion.

La figure (4.5) montre les fonctions de densité de probabilité calculées du temps d'initiation de la corrosion. Les résultats numériques obtenus à partir des simulations sont ajustés à une fonction de distribution de probabilité appropriée. Le temps d'initiation de la corrosion suit approximativement une distribution de valeur extrême généralisée (VEG) avec des paramètres flous. La figure (4.6) montre la moyenne et le coefficient de variation flous estimés du temps d'initiation de la corrosion. Les résultats sont obtenus pour une période de 85 ans. La distribution VEG est souvent utilisée pour modéliser la valeur la plus petite ou la plus grande parmi un ensemble de valeurs aléatoires indépendantes distribuées de manière identique, ce qui est le cas pour la probabilité floue d'initiation de la corrosion. A chaque niveau  $\alpha$  de

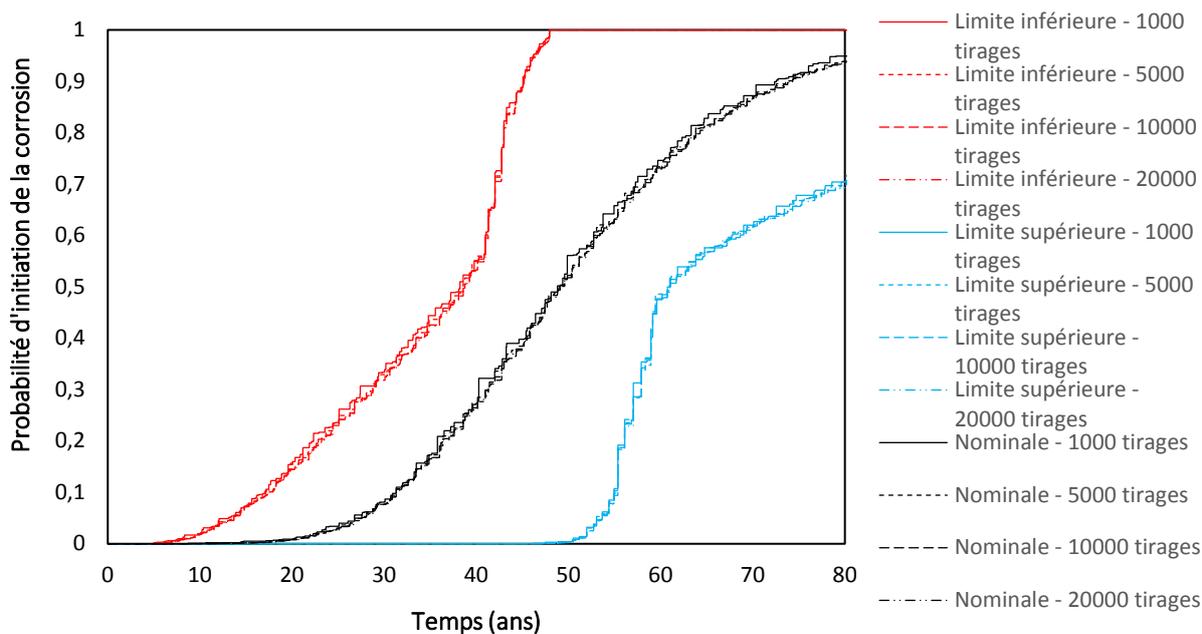
discrétisation, la probabilité de défaillance est calculée pour toutes les combinaisons possibles de valeurs des paramètres d'entrée flous et les valeurs les plus petites et les plus grandes sont sélectionnées comme bornes de la probabilité floue. Pour chaque combinaison de valeurs discrètes des paramètres flous, le temps d'initiation de la corrosion suit approximativement une distribution lognormale, comme démontré pour le cas de la probabilité nominale. Ceci est conforme aux résultats rapportés par des études précédentes [66,71].

#### **4.8.2. Effet du nombre d'échantillons de Monte Carlo :**

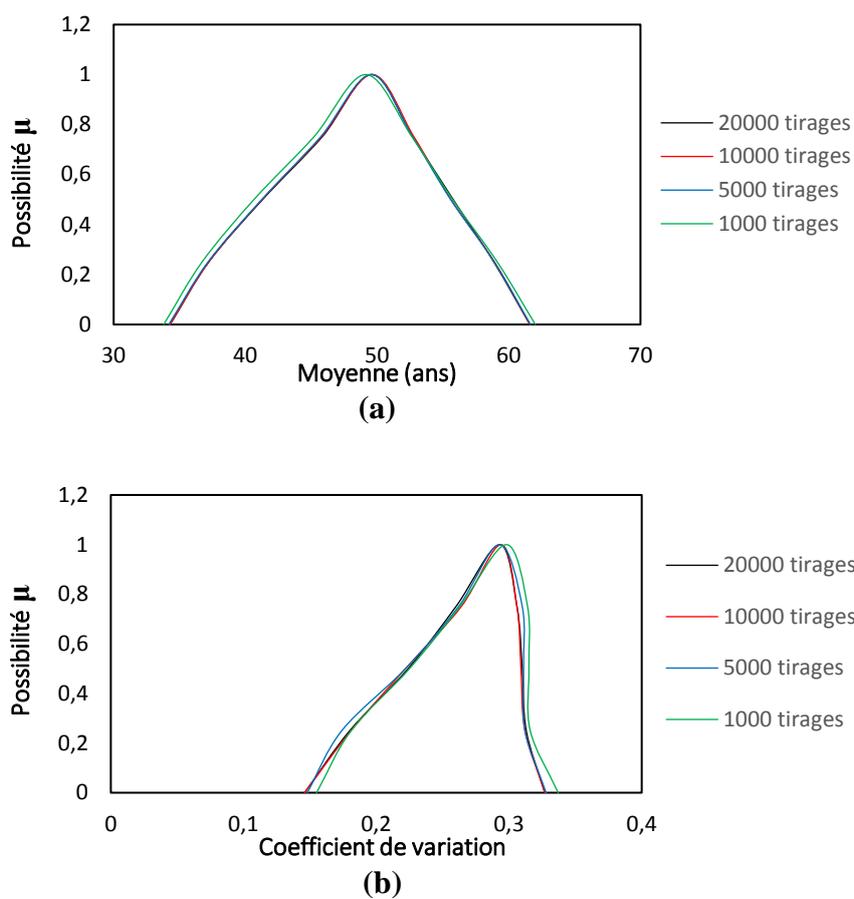
Pour investiguer l'effet du nombre d'échantillons de Monte Carlo sur la précision d'estimation de la probabilité d'initiation de la corrosion, des simulations avec 1000, 5000, 10000 et 20000 échantillons ont été entreprises. Cinq niveaux de discrétisation ont été adoptés pour l'analyse floue, totalisant 257000, 1285000, 2570000 et 5140000 simulations respectivement pour chaque cas à chaque incrément de temps. La figure (4.7) montre les FDC supérieurs, inférieurs et nominales du temps d'initiation de la corrosion obtenues pour tous les cas avec différents nombres d'échantillons de Monte Carlo. La moyenne et le coefficient de variation des fonctions de densité de probabilité floues du temps d'initiation de la corrosion (selon la distribution VEG) pour les différents cas sont présentés à la figure (4.8). Il y a très peu de différence entre les probabilités d'initiation de la corrosion obtenues en utilisant différents nombres d'échantillons de Monte Carlo. Bien que l'erreur relative diminue quand le nombre de tirages de Monte Carlo augmente (figure (4.9)), le changement maximal est d'environ 5%. Ainsi, l'utilisation d'un plus petit nombre d'échantillons réduirait le coût de calcul sans affecter significativement la précision. Dans le reste de ce travail, 1000 échantillons de Monte Carlo seront utilisés dans les simulations. Il convient de noter que l'erreur relative a été calculée en référence au cas avec 20000 échantillons, car aucune solution analytique n'existe pour le problème.

#### **4.8.3. Effet du nombre de niveaux de coupe- $\alpha$ :**

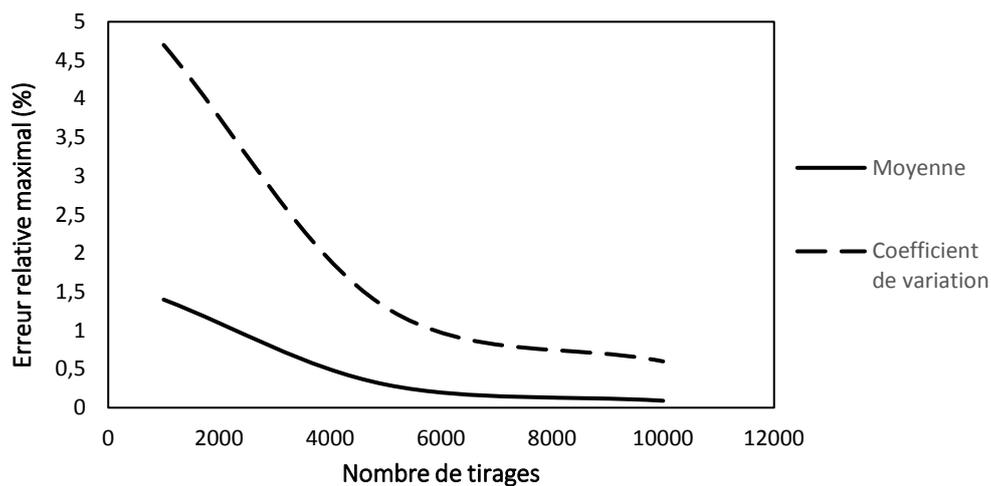
L'effet du nombre de niveaux de coupe  $\alpha$  dans l'analyse floue sur l'estimation de la probabilité d'initiation de la corrosion a été examiné par l'utilisation de 5, 8, 10 et 15 niveaux de discrétisation. 1000 échantillons de Monte Carlo ont été utilisés, totalisant respectivement 257000, 449000, 577000 et 897000 simulations à chaque incrément de temps. La moyenne et le coefficient de variation des fonctions de densité floues du temps d'initiation de la corrosion pour les différents cas sont présentés dans la figure (4.10). Les estimations sont faites sur la



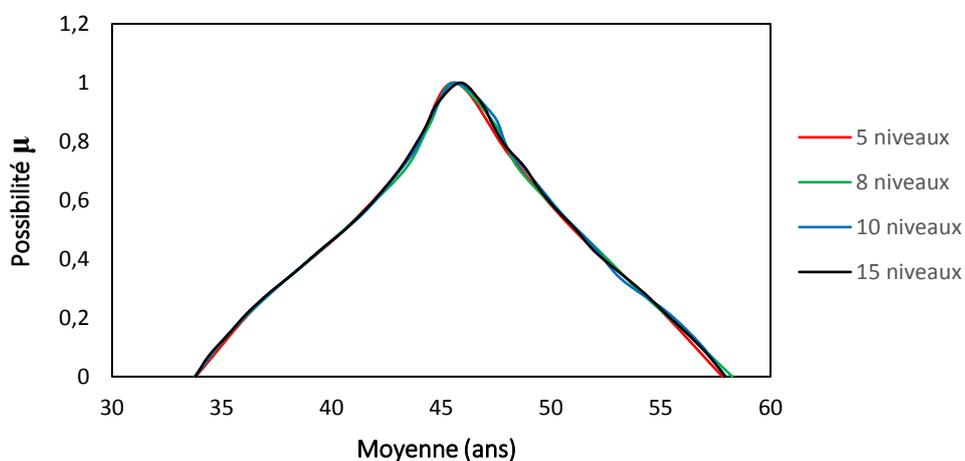
**Figure 4.7.** Fonction de probabilité floue d'initiation de la corrosion pour différents nombres d'échantillons de Monte Carlo.



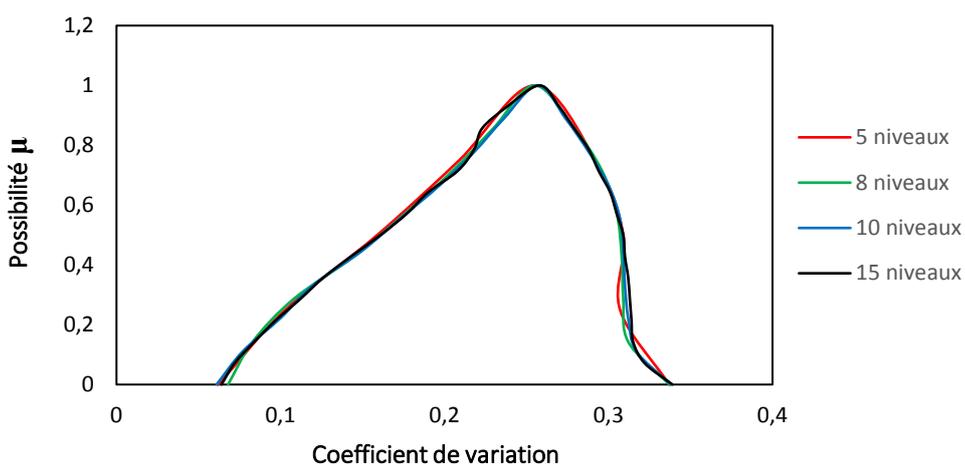
**Figure 4.8.** Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion pour différents nombres d'échantillons de Monte Carlo.



**Figure 4.9.** Effet du nombre d'échantillons de Monte Carlo sur l'erreur relative.



(a)



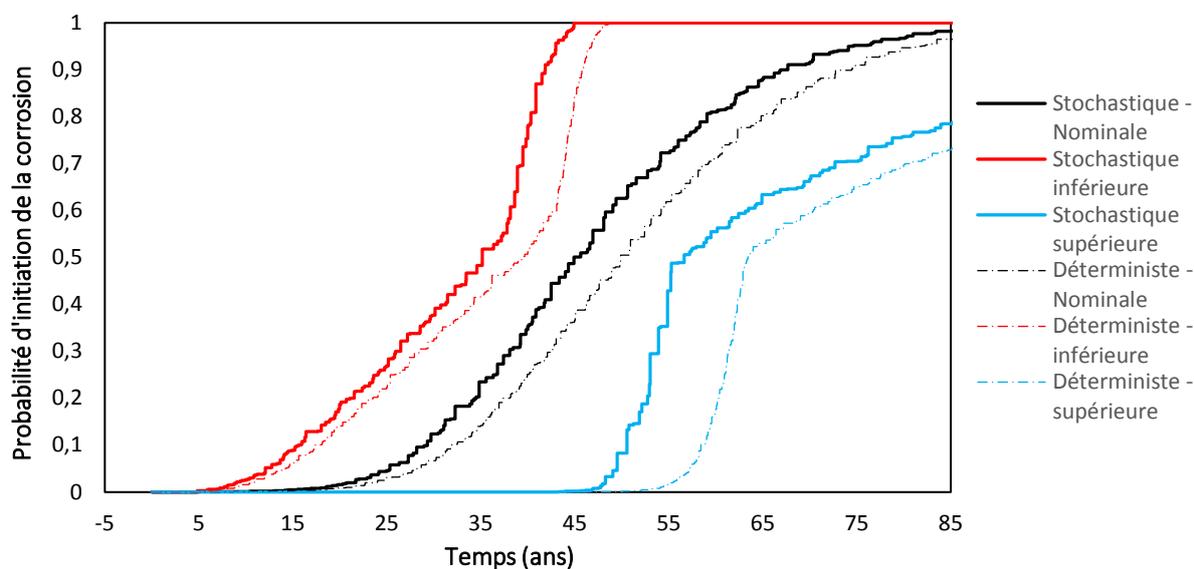
(b)

**Figure 4.10.** Valeur moyenne floue (a) et coefficient de variation flou du temps d'initiation de la corrosion pour différents nombres de niveaux de coupe  $\alpha$ .

base de simulations sur une période de 70 ans. Les résultats obtenus montrent que la forme et les limites des paramètres flous de la distribution de probabilité ne sont pas significativement affectées par le nombre de niveaux de discrétisation. L'utilisation de 15 niveaux  $\alpha$  a entraîné une variation maximale de 0,7% et 3% de la moyenne et du coefficient de variation respectivement par rapport à 5 niveaux  $\alpha$ , tandis que le coût de calcul est plus de 3 fois plus élevé. Cela suggère que l'utilisation de 5 niveaux  $\alpha$  est appropriée et garantira une précision acceptable.

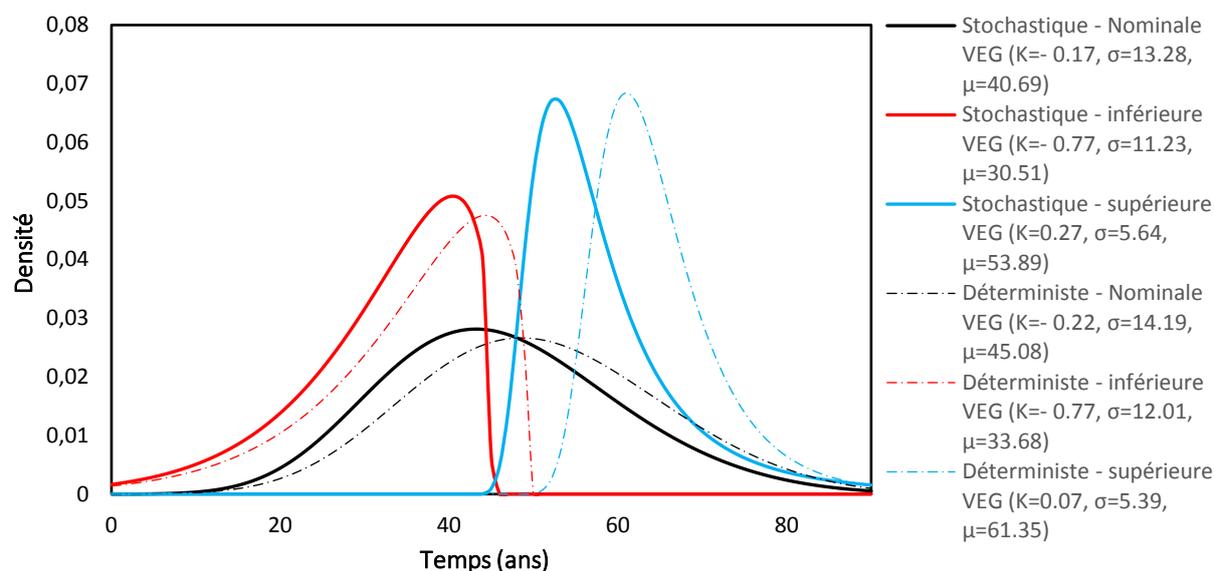
#### 4.8.4. Effet du modèle des conditions d'exposition :

L'influence du type de modèle des conditions environnementales a été examinée au moyen de simulations utilisant deux catégories de modèles. Dans la première catégorie, la température quotidienne moyenne était considérée comme variant de façon sinusoïdale sur une période d'un an tandis que la teneur en chlorures des eaux usées était considérée comme constante dans le temps. Cette catégorie de modèle des conditions environnementales est appelée déterministe. Dans la deuxième catégorie, la température quotidienne moyenne et la teneur en chlorures des eaux usées ont été considérées comme variant de manière stochastique et modélisées à l'aide de la procédure décrite à la section (4.7), avec des valeurs moyennes calculées à l'aide des modèles déterministes et d'une durée de corrélation d'un an. Les modèles de conditions d'exposition utilisés sont ceux illustrés à la figure (4.3).



**Figure 4.11.** Effet du modèle des conditions d'exposition sur la probabilité floue d'initiation de la corrosion : FDC supérieure, inférieure et nominale.

Les fonctions de distribution cumulatives supérieures, inférieures et nominales obtenues et les fonctions de densité de probabilité ajustées du temps d'initiation de la corrosion sont montrées dans les figures (4.11) et (4.12) respectivement. Il peut être observé que la modélisation stochastique des conditions d'exposition a légèrement accéléré l'initiation de la corrosion. Par rapport au cas de la modélisation déterministe des conditions environnementales, une translation vers la gauche des fonctions de distribution cumulatives et des fonctions de densité s'est produite, résultant en une diminution d'environ 10 à 12% de la moyenne du temps d'initiation de la corrosion. Ceci est dû aux valeurs extrêmes de température et de concentration des chlorures qui sont possibles pour le cas de la modélisation stochastique, et qui accélèrent la pénétration des chlorures dans le béton. Comme les structures sont exposées à des conditions environnementales aléatoires pendant leur service, l'inclusion d'un modèle stochastique pour ces conditions permettrait une évaluation fiable de l'initiation de la corrosion.



**Figure 4.12.** Effet du modèle des conditions d'exposition sur le temps d'initiation de la corrosion : fonctions de densité supérieure, inférieure et nominale.

#### 4.8.5. Effet des incertitudes épistémiques :

La nature des incertitudes inhérentes aux paramètres du modèle à prendre en compte dans une analyse de durabilité des structures en béton peut influencer de manière significative la fiabilité des résultats obtenus. Les incertitudes épistémiques entraîneront une évaluation moins précise inévitable du temps d'initiation de la corrosion car il sera exprimé par une distribution de probabilité imprécise ; une distribution de probabilité floue dans le cas de cette étude. Comme une incertitude épistémique est la conséquence d'un manque de connaissances, elle peut être

réduite et transformée en incertitude aléatoire si plus d'informations sont disponibles. Il est alors important de savoir à quels paramètres avec des incertitudes épistémiques le modèle est le plus sensible, de sorte que les efforts seront concentrés sur ces paramètres pour collecter plus de données dans le but d'améliorer la précision.

Dans le but d'étudier la sensibilité du modèle aux paramètres incertains épistémiques, le temps d'initiation de la corrosion floue a été estimé pour les cas où chacun des paramètres incertains épistémiques est considéré séparément. Ensuite, le taux de variation de la borne supérieure par rapport à la borne inférieure de la moyenne et du coefficient de variation du temps d'initiation de la corrosion a été calculé pour chaque cas considéré. Plus le taux de variation est élevé, plus la sensibilité du temps d'initiation de la corrosion à l'incertitude épistémique du paramètre considéré est importante. De plus, le changement relatif de la largeur de l'intervalle délimité par les bornes inférieure et supérieure de la moyenne et du coefficient de variation du temps d'initiation de la corrosion a été calculé pour chaque cas par rapport à celui où tous les paramètres épistémiques incertains sont considérés simultanément. Plus le changement relatif de la largeur de l'intervalle est petit, plus la sensibilité du temps d'initiation de la corrosion à l'incertitude épistémique du paramètre considéré est élevée.

Comme le montrent les tableaux (4.4) et (4.5), la teneur critique en chlorures  $C_{th}$  est le paramètre avec des incertitudes épistémiques qui influence le plus le temps d'initiation de la corrosion avec un changement presque nul pour la largeur de l'intervalle de la moyenne et 62% pour la largeur de l'intervalle du coefficient de variation. Le taux de variation de la borne supérieure de la moyenne par rapport à la borne inférieure est près de 90% avec un coefficient de variation allant de 0 à 0,294. Avec un taux de variation de 30% pour la moyenne de  $C_{th}$  et un coefficient de variation allant de 0 à 0,2, on voit clairement l'impact énorme sur la probabilité floue d'initiation de la corrosion. La non-spécificité des données disponibles sur  $C_{th}$  a conduit à une imprécision significative dans l'évaluation du temps d'initiation de la corrosion. Si  $C_{th}$  est déterminé plus précisément, l'incertitude épistémique du temps d'initiation de la corrosion sera réduite jusqu'à 70% (réduction de la largeur de l'intervalle et du taux de variation des bornes), comme indiqué pour le cas où seules les incertitudes correspondant à  $w/c$ ,  $g_i$  and  $t_0$  sont combinées. C'est pourquoi des recherches supplémentaires sont nécessaires pour définir avec précision le niveau critique des chlorures pour des bétons avec une composition et des constituants similaires à ceux du cas étudié.

Pour les incertitudes épistémiques correspondant à  $w/c$  et  $g_i$ , qui sont basées sur l'avis de l'analyste, le coefficient de variation allant de 0 à 0,1 (taux de variation de 10%) a conduit à un taux de variation de la moyenne du temps d'initiation de la corrosion variant de 11% à 15% et un coefficient de variation allant de 0 à presque 0,18. L'intervalle entre les limites supérieure et inférieure de la moyenne du temps de début de la corrosion n'est que de 6 ans. Cela signifie que si l'on se fie à l'avis de l'analyste, l'imprécision dans l'évaluation de la durée de vie de la structure est mineure et seules des erreurs insignifiantes pourraient se produire.

Paramètres incertains	Moyenne			Coefficient de variation	
	Limite inférieure (ans)	Limite supérieure (ans)	Taux de variation (%)	Limite inférieure	Limite supérieure
$w/c$	42.69	49.31	15.51	0.018	0.177
$g_i$	43.89	49.05	11.75	0	0.145
$t_0$	42.82	57.32	33.86	0.076	0.0765
$w/c, g_i$ et $t_0$	41.22	49.21	19.38	0.016	0.296
$C_{th}$	31.91	60.16	88.53	0	0.294
Tous combinés	33.81	62.02	83.43	0.156	0.337

**Table 4.4.** Effet des incertitudes épistémiques sur le temps d'initiation de la corrosion : taux de variation de la limite supérieure par rapport à la limite inférieure.

Paramètres incertains	Moyenne		Coefficient de variation	
	Largeur (ans)	Changement relatif (%)	Largeur	Changement relatif (%)
$w/c$	6.62	76.53	0.159	12.15
$g_i$	5.16	81.71	0.145	19.89
$t_0$	14.5	48.6	0.0005	99.72
$w/c, g_i$ et $t_0$	7.99	71.68	0.28	54.69
$C_{th}$	28.25	0.142	0.294	62.43
Tous combinés	28.21	0	0.181	0

**Table 4.5.** Effet des incertitudes épistémiques sur le temps d'initiation de la corrosion : changement relative de la largeur d'intervalle.

Pour les incertitudes épistémiques correspondant au temps de cure humide  $t_0$ , qui sont dues à des données imprécises, le taux de variation de 20% de la moyenne et le coefficient de variation

allant de 0 à 0,1 ont entraîné un plus grand taux de variation de la moyenne du temps d'initiation de la corrosion (presque 34%) avec un coefficient de variation de 0,076. Cela en fait de  $t_0$  la variable épistémique ayant le deuxième plus important impact sur la durée de vie estimée. Cependant, cet impact est réduit lorsque  $t_0$  est combiné à  $w/c$  et  $g_i$  (le taux de variation de la moyenne du temps d'initiation de la corrosion est réduit à 19%). Cela conduit au fait que les incertitudes épistémiques correspondant au niveau critique des chlorures  $C_{th}$  sont prédominantes dans l'évaluation du temps de déclenchement de la corrosion.

#### 4.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, une méthode est proposée pour l'évaluation du temps d'initiation de la corrosion des armatures induite par la pénétration des chlorures dans le béton. Les incertitudes aléatoires et épistémiques inhérentes aux paramètres contrôlant le problème modélisé sont prises en compte simultanément. Pour éviter une fausse fiabilité résultant de la négligence des incertitudes épistémiques, ces dernières ont été modélisées à l'aide de fonctions de probabilité floue. L'analyse de fiabilité a été réalisée à l'aide d'une simulation hybride Monte Carlo floue. En tant qu'application, la durabilité des bassins en béton d'une station d'épuration a été analysée. Les résultats obtenus ont conduit aux conclusions suivantes :

- Le temps d'initiation de la corrosion est mieux adapté à une distribution de valeur extrême généralisée avec des paramètres flous. Ceci est cohérent avec la vocation de la distribution VEG, car les bornes de la probabilité floue d'initiation de la corrosion sont les valeurs les plus petites et les plus grandes parmi toutes les probabilités calculées pour toutes les combinaisons de variables d'entrée floues discrétisées.
- La probabilité floue d'initiation de la corrosion estimée est très clairesmée en raison d'importantes incertitudes épistémiques dans les paramètres d'entrée. Réduire l'ampleur des incertitudes épistémiques diminuera la dispersion des résultats. Le niveau seuil des chlorures dans le béton est le paramètre incertain épistémique le plus influent. Si ce niveau est défini avec plus de précision, la dispersion de la distribution floue du temps d'initiation de la corrosion sera réduite jusqu'à 70% pour le cas étudié.
- Pour le cas étudié, la durabilité des bassins en béton de la station d'épuration est compromise beaucoup plus tôt que prévu. La durée de vie aurait pu être considérablement prolongée si la période de cure humide était plus longue. Des investigations supplémentaires et une inspection précoce sont nécessaires pour éviter une détérioration prématurée et des dépenses d'entretien très importantes.

- Une évaluation fiable de la dégradation du béton induite par la corrosion devrait tenir compte de la nature aléatoire des conditions environnementales. La modélisation stochastique des conditions d'exposition a accéléré la pénétration des chlorures dans le béton et, par conséquent, la corrosion des armatures.
- La méthode proposée est avantageuse pour évaluer l'initiation de la corrosion dans les structures en béton armé existantes, en particulier récemment construites, où peu ou pas de données sur leurs performances sont disponibles.

## Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, une méthode pour l'analyse de la durabilité des structures en béton armé vis-à-vis de la corrosion induite par l'attaque des chlorures a été proposée. Cette méthode prend en considération la variabilité des conditions environnementales et la présence d'incertitudes de différentes natures dans les paramètres d'entrée. Cet objectif a été atteint en deux étapes : premièrement, une modélisation déterministe de la pénétration des chlorures dans le béton, et deuxièmement, l'inclusion de l'effet des incertitudes pour une évaluation fiable du temps d'initiation de la corrosion. Le modèle déterministe de la pénétration des chlorures a été développé à travers la résolution, en utilisant une technique mixte éléments finis – différences finies, d'un système d'équations différentielles partielles régissant les phénomènes impliqués, à savoir le transport des chlorures, la diffusion de l'eau et le transfert de chaleur. Le modèle non-déterministe de l'analyse de l'initiation de la corrosion a été implémenté en utilisant une approche mixte probabiliste possibiliste, dans laquelle les incertitudes épistémiques ont été modélisées par des fonctions de probabilités floues et l'analyse fiabiliste a été performée en utilisant des simulations de Monte Carlo couplées à une analyse floue par la méthode des vertex. La variabilité des conditions environnementales a été prise en compte à travers une modélisation stochastique en utilisant l'expansion de Karhunen-Loève. Les résultats de cette étude ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Le modèle déterministe de la pénétration des chlorures développé est capable de simuler avec une bonne précision les profils de chlorures issues d'expériences au laboratoire. Cela signifie qu'il convient très bien à l'utilisation pour l'estimation du temps d'initiation de la corrosion induite par les chlorures.
- Les conditions climatiques ont une influence très importante sur le transport des chlorures dans le béton, et éventuellement sur le temps d'initiation de la corrosion. La température a un effet important, mais celui de l'humidité relative est prédominant. Un climat chaud et humide favorise le transport des chlorures, et par conséquent, accélère l'initiation de la corrosion comparativement à un climat chaud et sec. Une humidité relative variable au cours du temps accélère le transport des chlorures. Plus la fréquence et le gradient de variation de l'humidité relative sont élevés, plus grande est la quantité des ions chlorures transportés par convection. Si la fréquence et le gradient de variation de l'humidité relative sont élevés, l'effet de la température devient mineur.
- La prise en compte de la nature épistémique des incertitudes à travers l'approche proposée assure une étude fiable de la durabilité des structures et évite une surestimation

du temps d'initiation de la corrosion. Plus l'ampleur des incertitudes épistémiques est importante plus éloignées sont les bornes du temps d'initiation de la corrosion. Le temps d'initiation de la corrosion reflète le contexte de manque d'information dans lequel il est estimé et il est facilement repérable lesquels des paramètres incertains ont le plus d'impact sur la précision des résultats obtenus.

- Pour le cas étudié, la concentration critique des chlorures dans le béton est le paramètre incertain qui a le plus d'impact sur la précision d'estimation du temps d'initiation de la corrosion. Si l'ampleur des incertitudes épistémiques est réduite à travers une caractérisation plus rigoureuse du niveau seuil des chlorures, le degré de dispersion des résultats est substantiellement atténué.
- A travers le cas étudié, il a été montré l'importance de la prolongation de la cure humide du béton pour assurer un développement adéquat de la microstructure et par conséquent garantir une bonne résistance à l'attaque des chlorures et prolonger la durée de service des structures.
- Le temps d'initiation de la corrosion estimé par l'approche proposée est mieux adapté à une distribution de valeur extrême généralisée avec des paramètres flous.
- La prise en compte des valeurs extrêmes des conditions environnementales (température, humidité et concentration des chlorures), à travers une modélisation stochastique de ces dernières, a résulté en une accélération de l'initiation de la corrosion. Les modèles déterministes des conditions d'expositions généralement adoptés sont basés sur des valeurs moyennes et leur utilisation peut mener à une surestimation de la durée de service des structures.
- La méthode proposée est avantageuse pour l'étude de la durabilité vis-à-vis de la corrosion induite par les chlorures lorsque les investigations expérimentales pour collecter des données de performance à long terme ne peuvent pas être justifiées économiquement ou ne sont pas possibles tel que pour des structures récentes.
- L'utilisation de l'approche probabiliste floue permet d'intégrer l'expérience acquise par l'analyste sur la variabilité et les incertitudes des paramètres en manque de données, et l'interprétation des résultats obtenus doit être faite dans ce contexte.

Pour poursuivre les recherches faites dans cette thèse, plusieurs pistes ont été identifiées :

- L'analyse de l'initiation de la corrosion sous l'action combinée de l'attaque des chlorures et la carbonatation.

- L'analyse de l'initiation de la corrosion sous l'action combinée de l'attaque des chlorures et l'attaque de glace.
- L'extension du modèle proposé pour l'inclusion de l'effet des charges mécaniques sur l'initiation de la corrosion.
- La prise en compte de l'effet du changement climatique sur l'analyse de l'initiation de la corrosion.

## Références

- [1] RILEM Technical Committee 130-CSL. Durability design of concrete structures. RILEM Report 14, International Union of Testing and Research Laboratories for Materials and Structures. E & FN Spon, an imprint of Chapman & Hall, London, (1996).
- [2] ACI Committee 201. Guide to durable concrete. ACI Committee Report 201.2R-01. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, (2001).
- [3] International Federation for Structural Concrete (fib). Model code for service life design. fib Bulletin, 34, Lausanne, (2006).
- [4] W. D. Callister, D. G. Rethwisch. Materials science and engineering: an introduction. John Wiley & Sons, Inc., (8<sup>th</sup> ed.) USA, (2010).
- [5] K. Tuutti. Corrosion of steel in concrete (Technical Report). Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm (1982).
- [6] G. K. Glass. Reinforcement corrosion, in J. Newman, B. S. Choo (ed.) Advanced concrete technology: concrete properties. Butterworth-Heinemann, Oxford, (2003), pp. 218-244.
- [7] P. K. Mehta, P. J. M. Monteiro. Concrete Microstructure, Properties, and Materials. McGraw-Hill, (3<sup>rd</sup> ed.) New York, (2006).
- [8] L. Bertolini, B. Elsener, P. Pedferri, R. B. Polder. Corrosion of steel in concrete: Prevention, Diagnosis, Repair. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, (2004).
- [9] A. Ababneh. The coupled effect of moisture diffusion, chloride penetration and freezing-thawing on concrete durability. Ph.D. Dissertation, University of Colorado, Boulder, CO, USA, (2002), pp 207.
- [10] D. Mitchell, G. Frohnsdorff. Service life modeling and design of concrete structures for durability. Concrete International, December (2004) 57-63.
- [11] M. B. Anoop, K. B. Rao, T. V. S. R. A. Rao. Application of fuzzy sets for estimating service life of reinforced concrete structural elements in corrosive environments. Engineering Structures 24 (2002) 1229-1242.
- [12] H-W Song, S-J Kwon. Evaluation of chloride penetration in high performance concrete using neural network algorithm and micro pore structure. Cement and Concrete Research 39 (2009) 814-824.
- [13] J. Sobhani, A. A. Ramezani pour. Service life of the reinforced concrete bridge deck in corrosive environments: A soft computing technique. Applied Soft Computing 11(2011) 3333-3346.
- [14] A. V. Saetta, R. Scotta, R. Vitaliani. Analysis of chloride diffusion into partially saturated concrete. ACI Materials Journal 90(5) (1993) 441-451.
- [15] R. Frey, T. Balogh, GL. Balázs. Kinetic method to analyze chloride diffusion in various concretes. Cement and Concrete Research 24(5) (1994) 863-873.
- [16] S. L. Amey, D. A. Johnson, M. A. Miltenberger, H. Farzam. Predicting the service life of concrete marine structures: An environmental methodology. ACI Structural Journal 95(2) (1998) 205-214.

- [17] E. J. Hansen, V. E. Saouma. Numerical simulation of reinforced concrete deterioration - Part 1: Chloride diffusion. *ACI Materials Journal* 96(2) (1999) 173-180.
- [18] Y. Xi, Z. P. Bazant. Modeling chloride penetration in saturated concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering* 11(1) (1999) 58-65.
- [19] B. Martin-Pérez, H. Zibara, R.D. Hooton, M.D.A. Thomas. A study of the effect of chloride binding on service life predictions. *Cement and Concrete Research* 30 (2000) 1215-1223.
- [20] B. Martin-Pérez, S.J. Pantazopoulou, M.D.A. Thomas. Numerical solution of mass transport equations in concrete structures. *Computers and Structures* 79 (2001) 1251-1264.
- [21] A. Ababneh, F. Benboudjema, Y. Xi. Chloride penetration in nonsaturated concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering* 15(2) (2003) 183-191.
- [22] C. Andrade. Calculation of chloride diffusion coefficients in concrete from ionic migration measurements. *Cement and Concrete Research* 23 (1993) 724-742.
- [23] S. Chatterji. Transportation of ions through cement based materials, Part I. Fundamental equations and basic measurement techniques. *Cement and Concrete Research* 24(5) (1994) 907-912.
- [24] Y. Wang, L. Li, C. L. Page. Modeling of chloride ingress into concrete from a saline environment. *Journal of Building and Environment* 40 (2005) 1573-1582.
- [25] DuraCrete. Probabilistic performance based durability design of concrete structures. The European Union – Brite Euram III, Project BE95-1347, Report R15 (2000).
- [26] J. Crank. *Mathematics of diffusion*. Oxford University Press, (2<sup>nd</sup> ed.) London, (1975).
- [27] O. B. Isgor, A. G. Razaqpur. Predicting the initiation and propagation of corrosion in reinforced concrete structures. 4th Structural Specialty Conference of the Canadian Society of Civil Engineering, Montréal, June 5-8, (2002).
- [28] M. Nagesh, B. Bishwajit. Modeling of chloride diffusion in concrete and determination of diffusion coefficients. *ACI Materials Journal*, 95(2) (1998), 113-120.
- [29] D.W. Hobbs. Aggregate influence on chloride ion diffusion into concrete. *Cement and Concrete Research*, 29 (12) (1999) 1995-1998.
- [30] T. Matsumura, K. Shirai, T. Saegusa. Verification method for durability of reinforced concrete structures subjected to salt attack under high temperature conditions. *Nuclear Engineering and Design* 238(5) (2008) 1181-1188.
- [31] E. Samson, J. Marchand. Modeling the effect of temperature on ionic transport in cementitious materials. *Cement and Concrete Research* 37(3) (2007) 455-468.
- [32] N. R. Buenfield, J. B. Newman. Factors influencing chloride binding in concrete. *Cement and Concrete Research* 20 (1990) 291-300.
- [33] L. Tang, L. O. Nilsson. Chloride binding capacity and binding isotherms of OPC pastes and mortars. *Cement and Concrete Research* 23 (1993) 247-253.

- [34] V. T. Ngala, C. L. Page. Effects of carbonation on pore structure and diffusional properties of hydrated cement pastes. *Cement and Concrete Research* 27(7) (1997) 995-1007.
- [35] P. Chindaprasirt, S. Rukzon, V. Sirivivatnanon. Effect of carbon dioxide on chloride penetration and chloride ion diffusion coefficient of blended Portland cement mortar. *Construction and Building Materials* 22 (2008) 1701–1707.
- [36] R. Liu, L. Jiang, J. Xu, C. Xiong, Z. Song. Influence of carbonation on chloride-induced reinforcement corrosion in simulated concrete pore solutions. *Construction and Building Materials* 56 (2014) 16–20.
- [37] H. Kuosa, R.M. Ferreira, E. Holt, M. Leivo, E. Vesikari. Effect of coupled deterioration by freeze–thaw, carbonation and chlorides on concrete service life. *Cement & Concrete Composites* 47 (2014) 32–40.
- [38] H. Ye, X. Jin, C. Fu, N. Jin, Y. Xu, T. Huang. Chloride penetration in concrete exposed to cyclic drying-wetting and carbonation. *Construction and Building Materials* 112 (2016) 457–463.
- [39] W. Liu, H. Cui, Z. Dong, F. Xing, H. Zhang, T. Y. Lo. Carbonation of concrete made with dredged marine sand and its effect on chloride binding. *Construction and Building Materials* 120 (2016) 1–9.
- [40] I. Yoon, Deterioration of concrete due to combined reaction of carbonation and chloride penetration: experimental study, *Key Engineering Materials* 348–349 (2007) 729–732.
- [41] M. Lee, S. Jung, B. Oh. Effects of carbonation on chloride penetration in concrete. *ACI Materials Journal* 110(5) (2013) 559–566.
- [42] X. Zhu, G. Zi, Z. Cao, X. Cheng. Combined effect of carbonation and chloride ingress in concrete. *Construction and Building Materials* 110 (2016) 369–380.
- [43] S. J. H. Meijers, J. M. J. M. Bijen, R. De Borst, A. L. A. Fraaij. Computational results of a model for chloride ingress in concrete including convection, drying-wetting cycles and carbonation. *Materials and Structures* 38 (2005) 145-154.
- [44] O. B. Isgor. A durability model for chloride and carbonation induced steel corrosion in reinforced concrete members. Ph.D. Dissertation, Carleton University, Ottawa, Ontario, Canada, (2001), pp 268.
- [45] K. Li, Y. Zhang, S. Wang, J. Zeng. Impact of carbonation on the chloride diffusivity in concrete: experiment, analysis and application. *Materials and Structures* 51 (2018) 164.
- [46] S. H. Smith, C. Qiao, P. Suraneni, K. E. Kurtis, W. J. Weiss. Service-life of concrete in freeze-thaw environments: Critical degree of saturation and calcium oxychloride formation. *Cement and Concrete Research* 122 (2019) 93–106.
- [47] K. Li. *Durability Design of Concrete Structures: Phenomena, Modeling, and Practice*. John Wiley & Sons, Singapore, (2016).
- [48] J. Wawrzeńczyk, A. Molendowska. Evaluation of concrete resistance to freeze-thaw based on probabilistic analysis of damage. *Procedia Engineering* 193 (2017) 35 – 41.

- [49] C. W. Chung, C. S. Shon, Y. S. Kim. Chloride ion diffusivity of fly ash and silica fume concretes exposed to freeze–thaw cycles. *Construction and Building Materials* 24 (2010) 1739–1745.
- [50] Y. Wang, Z. Liu, K. Fu, Q. Li, Y. Wang. Experimental studies on the chloride ion permeability of concrete considering the effect of freeze–thaw damage. *Construction and Building Materials* 236 (2020) 117556.
- [51] B. Li, J. Mao, T. Nawa, Z. Liu. Mesoscopic chloride ion diffusion model of marine concrete subjected to freeze-thaw cycles. *Construction and Building Materials* 125 (2016) 337–351.
- [52] Y. Wang, Y. Cao, P. Zhang, Y. Mad, T. Zhao, H. Wang, Z. Zhang. Water absorption and chloride diffusivity of concrete under the coupling effect of uniaxial compressive load and freeze–thaw cycles. *Construction and Building Materials* 209 (2019) 566–576.
- [53] P. Zhang, Y. Cong, M. Vogel, Z. Liu, H. S. Müller, Y. Zhu, T. Zhao. Steel reinforcement corrosion in concrete under combined actions: The role of freeze-thaw cycles, chloride ingress, and surface impregnation. *Construction and Building Materials* 148 (2017) 113–121.
- [54] X. Zhang, L. Wang, J. Zhang. Mechanical behavior and chloride penetration of high strength concrete under freeze-thaw attack. *Cold Regions Science and Technology* 142 (2017) 17–24.
- [55] S. Kessler, C. Thiel, C. U. Grosse, C. Gehlen. Effect of freeze–thaw damage on chloride ingress into concrete. *Materials and Structures* 50 (2017) 121-133.
- [56] M. Ferreira, H. Kuosa, M. Leivo, E. Holt. Concrete performance subject to coupled deterioration in cold environments. *Nuclear Engineering and Design* 323 (2017) 228–234.
- [57] H. Kuosa, R.M. Ferreira, E. Holt, M. Leivo, E. Vesikari. Effect of coupled deterioration by freeze–thaw, carbonation and chlorides on concrete service life. *Cement & Concrete Composites* 47 (2014) 32–40.
- [58] W. Jiang, X. Shen, J. Xia, L. Mao, J. Yang, Q. Liu. A numerical study on chloride diffusion in freeze-thaw affected concrete. *Construction and Building Materials* 179 (2018) 553–565.
- [59] W. Jiang, X. Shen, S. Hong, Z. Wu, Q. Liu. Binding capacity and diffusivity of concrete subjected to freeze-thaw and chloride attack: A numerical study. *Ocean Engineering* 186 (2019) 106093.
- [60] U. Angst, B. Elsener, C. K. Larsen, Ø. Vennesland. Critical chloride content in concrete – A review. *Cement and Concrete Research* 39 (2009) 1122-1138.
- [61] F. Duprat. Analyse probabiliste de la fiabilité des poutres en béton armé corrodées. *Revue Française de Génie Civil* 8 (2-3) (2004) 261 – 288.
- [62] D. Izquierdo, C. Alonso, C. Andrade, M. Castellote. Potentiostatic determination of chloride threshold values for rebar depassivation: Experimental and statistical study. *Electrochimica Acta* 49 (17-18) (2004) 2731 – 2739.
- [63] M. P. Enright, D. M. Frangopol. Survey and evaluation of damaged concrete bridges.

Journal of Bridge Engineering 5(1) (2000) 31 – 38.

[64] W. López, J., González. Influence of the degree of pore saturation on the resistivity of concrete and corrosion rate of steel reinforcement. *Cement and Concrete Research* 23(2) (1993) 368-376.

[65] J. S. Kong, A. N. Ababneh, D. M. Frangopol, Y. Xi. Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete. *Probabilistic Engineering Mechanics* 17 (2002) 305-315.

[66] E. Bastidas-Arteaga, A. Chateauneuf, M. Sanchez-Silva, Ph. Bressolette, F. Schoefs. A comprehensive probabilistic model of chloride ingress in unsaturated concrete. *Engineering Structures* 33 (2011) 720-730.

[67] Xiao-Hui Wang, Emilio Bastidas-Arteaga, Yang Gao. Probabilistic analysis of chloride penetration in reinforced concrete subjected to pre-exposure static and fatigue loading and wetting-drying cycles. *Engineering Failure Analysis* 84 (2018) 205–219.

[68] E. Bastidas-Arteaga, Ph. Bressolette, A. Chateauneuf, M. Sanchez-Silva. Probabilistic lifetime assessment of RC structures under coupled corrosion–fatigue deterioration processes”. *Structural Safety* 31 (2009) 84-96.

[69] E. Bastidas-Arteaga, M. Sanchez-Silva, A. Chateauneuf, M.R. Silva. Coupled reliability model of biodeterioration, chloride ingress and cracking for reinforced concrete structures. *Structural Safety* 30(2008) 110-129.

[70] E. Bastidas-Arteaga, A. Chateauneuf, M. Sanchez-Silva, Ph. Bressolette, F. Schoefs. Influence of weather and global warming in chloride ingress into concrete: A stochastic approach. *Structural Safety* 32 (2010) 238-249.

[71] X. Zhu, G. Zi, W. Lee, S. Kim, J. Kong. Probabilistic analysis of reinforcement corrosion due to the combined action of carbonation and chloride ingress in concrete. *Construction and Building Materials* 124 (2016) 667–680.

[72] X. Zhu, G. Zi, L. Sun, I. You. A simplified probabilistic model for the combined action of carbonation and chloride ingress. *Magazine of Concrete Research* 71(7) (2019) 327-340.

[73] Q. Li, K. Li, X. Zhou, Q. Zhang, Z. Fan. Model-based durability design of concrete structures in Hong Kong–Zhuhai–Macau sea link project. *Structural Safety* 53 (2015) 1-12.

[74] Q. Li, X. Ye. Surface deterioration analysis for probabilistic durability design of RC structures in marine environment. *Structural Safety* 75 (2018) 13-23.

[75] K. Li, D. Zhang, Q. Li, Z. Fan. Durability for concrete structures in marine environments of HZM project: Design, assessment and beyond. *Cement and Concrete Research* 115 (2019) 545-558.

[76] D. Moens, M. Hanss. Non-probabilistic finite element analysis for parametric uncertainty treatment in applied mechanics: Recent advances. *Finite Elements in Analysis and Design* 47 (2011) 4-16.

[77] W. Chiang, W. Dong, F. S. Wong. Dynamic response of structures with uncertain parameters: A comparative study of probabilistic and fuzzy sets models. *Probabilistic*

Engineering Mechanics 2(2) (1987) 82-91.

[78] D. Moens, D. Vandepitte. Recent advances in non-probabilistic approaches for non-deterministic dynamic finite element analysis. Archives of computational Methods in Engineering 13(3) (2006) 389-464.

[79] H. Zhang. Durability reliability analysis for corroding concrete structures under uncertainty. Mechanical Systems and Signal Processing 101 (2018) 26–37.

[80] V. Sarveswaran, J.W. Smith, D.I. Blockley, Reliability of corrosion-damaged steel structures using interval probability theory. Structural Safety 20 (1998) 237–255.

[81] M. Zhang, M. Beer, S.T. Quek, Y.S. Choo. Comparison of uncertainty models in reliability analysis of offshore structures under marine corrosion. Structural Safety 32 (2010) 425–432.

[82] H. Choi, J. Seo, Safety assessment using imprecise reliability for corrosion-damaged structures. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering 24 (2009) 293–301.

[83] H. Zhang, L. Ha, Q. Li, M. Beer. Imprecise probability analysis of steel structures subject to atmospheric corrosion. Structural Safety 67 (2017) 62–69.

[84] F. Altmann, J.-U. Sickert, V. Mechtcherine, M. Kaliske. A fuzzy-probabilistic durability concept for strain-hardening cement-based composites (SHCCs) exposed to chlorides Part 1: Concept development. Cement & Concrete Composites 34 (2012) 754–762.

[85] F. Altmann, J.-U. Sickert, V. Mechtcherine, M. Kaliske. A fuzzy-probabilistic durability concept for strain-hardening cement-based composites (SHCCs) exposed to chlorides Part 2: Application example. Cement & Concrete Composites 34 (2012) 763–770.

[86] A. Der Kiureghian, O. Ditlevsen. Aleatory or epistemic? Does it matter? Structural Safety 31 (2009) 105–112.

[87] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myers, K. Ye. Probability and statistics for engineers and scientists. Pearson, (9<sup>th</sup> ed.) Boston, (2012).

[88] M. Lemaire, A. Chateauneuf, J. C. Mitteau. Structural reliability. ISTE Ltd and John Wiley & Sons, London, (2009).

[89] J. Kabbara. Evaluation fiabiliste de l'impact des facteurs climatiques sur la corrosion des poutres en béton armé : application au cas libanais. Thèse de Doctorat, Université Blaise Pascal, Aubière, Clermont-Ferrand, France, (2010), pp 158.

[90] U.O. Akpan, T.S. Koko, I.R. Orisamolu, B.K. Gallant. Practical fuzzy finite element analysis of structures. Finite Elements in Analysis and Design 38 (2001) 93–111.

[91] S. Rao, L. Chen. Numerical solution of fuzzy linear equations in engineering analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering 43 (1998) 391–408.

[92] U. Köylüoğlu, I. Elishakoff. A comparison of stochastic and interval finite elements applied to shear frames with uncertain stiffness properties. Computers & Structures 67 (1998) 91–98.

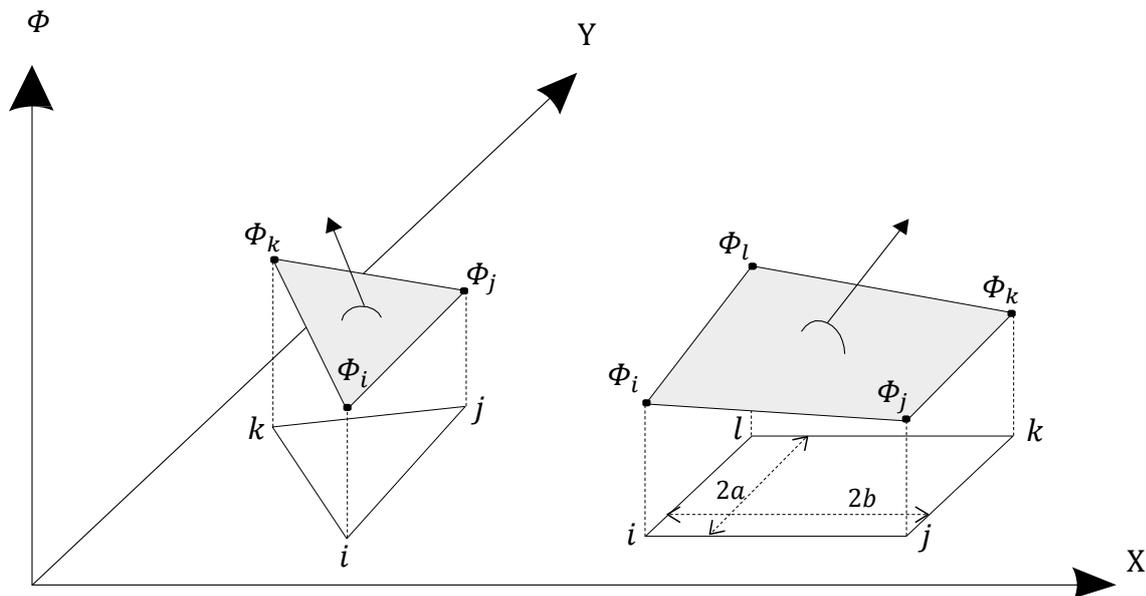
- [93] L. Catallo. Genetic anti-optimization for reliability structural assessment of precast concrete structures. *Computers & Structures* 82 (13–14) (2004) 1053–1065.
- [94] U. Akpan, T. Koko, I. Orisamolu, B. Gallant. Fuzzy finite element analysis of smart structures. *Smart Materials and Structures* 10 (2001) 273–284.
- [95] W. Dong, H. Shah. Vertex method for computing functions of fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems* 24 (1987) 65–78.
- [96] Y. Ben-Haim. A non-probabilistic concept of reliability. *Structural Safety* 14 (1994) 227-245.
- [97] Y. Ben Haim. A Non-Probabilistic Measure of Reliability of Linear Systems based on Expansion of Convex Models. *Structural Safety* 17 (1995) 91–109.
- [98] M. Zingales, I. Elishakoff. Anti-Optimization Versus Probability in an Applied Mechanics Problem: Vector Uncertainty. *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics* 67 (2000) 472–483.
- [99] L. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control* 8 (1965) 338–353.
- [100] T. J. Ross. *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley & Sons, Ltd, (3<sup>rd</sup> ed.) USA, (2010).
- [101] J. Sawyer, S. Rao. Strength-based reliability and fracture assessment of fuzzy mechanical and structural systems. *AIAA Journal* 37(1) (1999) 84–92.
- [102] F. Biondini, F. Bontempi, P. Malerba. Fuzzy reliability analysis of concrete structures. *Computers & Structures* 82(13-14) (2004) 1033–1052.
- [103] M. Civanlar, H. Trussell. Constructing Membership Functions Using Statistical Data. *Fuzzy Sets and Systems* 18 (1986) 1–13.
- [104] R. M. Christensen. *Mechanics of composite materials*, Wiley, New York (1979).
- [105] N. S. Martys, S. Torquato, D. P. Bentz. Universal scaling of fluid permeability for sphere packing. *Physical Review E* 50 (1) (1994) 403-408.
- [106] Y. Xi, Z. P. Bazant. Moisture diffusion in cementitious materials: Adsorption isotherm. *Advanced Cement Based Materials* 1 (1994) 248-257.
- [107] Z. P. Bazant, L. J. Najjar. Nonlinear water diffusion of nonsaturated concrete. *Matériaux et Constructions* 5(1) (1972) 3-20.
- [108] H. M. Jennings, P. D. Tennis. A model for the developing microstructure in Portland cement paste. *Journal of American Ceramic Society* 77(2) (1994) 3161-3172.
- [109] H. F. W. Taylor. A method for predicting alkali ion concentrations in cement pore solutions. *Advances in Cement Research* 1(1) (1987) 5-17.
- [110] Y. Xi, Z. P. Bazant. Moisture diffusion in cementitious materials: Moisture capacity and diffusivity. *Advanced Cement Based Materials* 1 (1994) 258-266.

- [111] Y. Xi. A model for moisture capacities of composite materials: I Formulation. *Computational Materials Science* 4 (1995) 78-92.
- [112] Y. Xi. A model for moisture capacities of composite materials: II Application to concrete. *Computational Materials Science* 4 (1995) 65-77.
- [113] Z. Bazant, W. Thonguthai. Pore pressure and drying of concrete at high temperature. *Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE* 104 (1978) 1059-1079.
- [114] A. Neville. *Properties of Concrete*. Pearson, (5<sup>th</sup> ed.) Harlow, 2011.
- [115] H. Akita, T. Fujiwara, Y. Ozaka. A practical procedure for the analysis of moisture transfer within concrete due to drying. *Magazine of Concrete Research* 49(179) (1997) 129-137.
- [116] A. A. Khan, W. D. Cook, D. Mitchell. Thermal properties and transient thermal analysis of structural members during hydration. *ACI Materials Journal* 95(3) (1998) 293-303.
- [117] D. L. Logan. *A First Course in the Finite Element Method*. Thomson, (4<sup>th</sup> ed.) Toronto, (2007).
- [118] E. Kreyszig. *Advanced engineering mathematics*. John Wiley & Sons, Inc., (9<sup>th</sup> ed.) USA, (2006).
- [119] J. H. Argyris, L. E. Vaz, K. J. William. Higher Order Methods for Transient Diffusion Analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 12 (1977) 243-278.
- [120] E. T. Lee, J. W. Wang. *Statistical Methods for Survival Data Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., (3<sup>rd</sup> ed.) New Jersey, (2003).
- [121] C. Andrade, D. Whiting. A comparison of chloride ion diffusion coefficients derived from concentration gradients and non-steady state accelerated ionic migration. *Materials and Structures* 29 (1996) 476-484.
- [122] <https://www.wofrance.fr/Algerie/Annaba.htm> , consulté le 10/07/2020.
- [123] <https://www.wofrance.fr/Emiratsarabesunis/AbouDabi.htm> , consulté le 10/07/2020.
- [124] <https://www.wofrance.fr/Ghana/Accra.htm> , consulté le 10/07/2020.
- [125] <https://www.wofrance.fr/Norvege/Oslo.htm> , consulté le 10/07/2020.
- [126] H.S. Wong, N.R. Buenfield. Determining the water-cement ratio, cement content, water content and degree of hydration of hardened cement paste: Method development and validation on paste samples. *Cement and Concrete Research* 39 (2009) 957-965.

## Annexe A : Calcul des matrices élémentaires

### A.1. Description des éléments :

Puisque les intégrales exprimées dans les équations (3.61), (3.62) et (3.63) ne nécessitent que des premières dérivées spatiales des fonctions de forme des éléments finis, la formulation a été basée sur une distribution linéaire des variables de champ, c'est-à-dire  $C_f$ ,  $H$ , et  $T$ , par rapport à  $x$  et  $y$ . Les deux éléments utilisés pour discrétiser le domaine d'analyse sont l'élément triangulaire linéaire à trois nœuds et de côtés droits et l'élément rectangulaire bilinéaire à trois nœuds et de côtés droits, représentés sur la figure (A.1).



**Figure A.1.** Types d'éléments utilisés dans la discrétisation du domaine d'analyse.

#### A.1.1. Élément triangulaire linéaire :

L'élément triangulaire linéaire a des côtés droits avec un nœud à chaque coin. Il y a un seul degré de liberté associé à chaque nœud, c'est-à-dire la variable de champ  $\Phi$ , qui est approximée sur la région triangulaire par:

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \quad (\text{A.1})$$

Où  $N_i$ ,  $N_j$  et  $N_k$  sont les fonctions de forme associées respectivement à chacun des nœuds  $i$ ,  $j$  et  $k$ , et  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$  et  $\Phi_k$  sont les valeurs nodales correspondantes de  $\Phi$ . Les fonctions de formes de cet élément sont données par :

$$N_i = \frac{1}{2S} (a_i + b_i x + c_i y) \quad (\text{A.2})$$

$$N_j = \frac{1}{2S} (a_j + b_j x + c_j y) \quad (\text{A.3})$$

$$N_k = \frac{1}{2S} (a_k + b_k x + c_k y) \quad (\text{A.4})$$

Avec :

$$a_i = X_j Y_k - X_k Y_j, a_j = X_k Y_i - X_i Y_k, a_k = X_i Y_j - X_j Y_i \quad (\text{A.5})$$

$$b_i = Y_j - Y_k, b_j = Y_k - Y_i, b_k = Y_i - Y_j \quad (\text{A.6})$$

$$c_i = X_k - X_j, c_j = X_i - X_k, c_k = X_j - X_i \quad (\text{A.7})$$

Où  $(X_i, Y_i)$ ,  $(X_j, Y_j)$  et  $(X_k, Y_k)$  sont les coordonnées des nœuds dans le système global,  $S$  est l'aire du triangle calculée par :

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{vmatrix} \quad (\text{A.8})$$

### A.1.2. Élément rectangulaire bilinéaire :

L'élément rectangulaire bilinéaire a des côtés droits avec un nœud à chaque coin. Il mesure  $2b$  de long et  $2a$  de large comme le montre la figure (A.1). La variable de champ  $\Phi$  est approximée sur la région rectangulaire par:

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k + N_l \Phi_l \quad (\text{A.9})$$

Où  $N_i$ ,  $N_j$ ,  $N_k$  et  $N_l$  sont les fonctions de forme associées respectivement à chacun des nœuds  $i$ ,  $j$ ,  $k$  et  $l$ , et  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$ ,  $\Phi_k$  et  $\Phi_l$  sont les valeurs nodales correspondantes de  $\Phi$ . Les fonctions de formes, en fonction des coordonnées du système local dont l'origine est située au nœud  $i$ , sont données par :

$$N_i = \left(1 - \frac{x'}{2b}\right) \left(1 - \frac{y'}{2a}\right) \quad (\text{A.10})$$

$$N_j = \frac{x'}{2b} \left(1 - \frac{y'}{2a}\right) \quad (\text{A.11})$$

$$N_k = \frac{x' y'}{4ab} \quad (\text{A.12})$$

$$N_l = \frac{y'}{2a} \left(1 - \frac{x'}{2b}\right) \quad (\text{A.13})$$

## A.2. Evaluation des intégrales élémentaires :

Les intégrales dans les équations. (3.61), (3.62) et (3.63) ont été évalués de façon analytique pour les éléments triangulaires linéaires et rectangulaires bilinéaires et sont présentés dans les sections suivantes.

### A.2.1. Élément triangulaire linéaire :

#### A.2.1.1. Matrice de capacité :

$$[A] = \int_{\Omega} \kappa [N]^T \cdot [N] d\Omega = \kappa \frac{S}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Où  $S$  est l'aire du triangle.  $\kappa$  est évaluée au centre de l'élément et est considérée comme représentative de tout l'élément.

#### A.2.1.2. Matrice de propriété :

$$[K] = [K1] - [K2] + [K3] \quad (\text{A.15})$$

$$[K1] = \int_{\Omega} D [B]^T \cdot [B] d\Omega = \frac{D}{4S} \begin{bmatrix} b_i^2 + c_i^2 & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ b_i b_j + c_i c_j & b_j^2 + c_j^2 & b_k b_j + c_k c_j \\ b_i b_k + c_i c_k & b_k b_j + c_k c_j & b_k^2 + c_k^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Où  $D$  est calculée au centre de l'élément et les valeurs de  $b$  et  $c$  sont données dans (A.6) et (A.7).

$$\begin{aligned} [K2] &= \{\dot{h}\} \int_{\Omega} \xi [N]^T \cdot [N] \cdot [N] d\Omega \\ &= \xi \frac{S}{60} \begin{bmatrix} 6\dot{h}_i + 2\dot{h}_j + 2\dot{h}_k & 2\dot{h}_i + 2\dot{h}_j + \dot{h}_k & 2\dot{h}_i + \dot{h}_j + 2\dot{h}_k \\ 2\dot{h}_i + 2\dot{h}_j + \dot{h}_k & 2\dot{h}_i + 6\dot{h}_j + 2\dot{h}_k & \dot{h}_i + 2\dot{h}_j + 2\dot{h}_k \\ 2\dot{h}_i + \dot{h}_j + 2\dot{h}_k & \dot{h}_i + 2\dot{h}_j + 2\dot{h}_k & 2\dot{h}_i + 2\dot{h}_j + 6\dot{h}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Où  $\dot{h}_i$ ,  $\dot{h}_j$  et  $\dot{h}_k$  sont les valeurs nodales de  $\frac{dh}{dt}$ .

$$[K3] = \oint \beta [N]^T \cdot [N] d\Gamma = \underbrace{\frac{\beta}{6} l_{ij} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{side } ij} + \underbrace{\frac{\beta}{6} l_{jk} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{side } jk} + \underbrace{\frac{\beta}{6} l_{ki} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{side } ki} \quad (\text{A.18})$$

Où  $l_{ij}$ ,  $l_{jk}$  et  $l_{ki}$  sont les longueurs des côtés  $ij$ ,  $jk$  et  $ki$  respectivement. L'équation (A.18) ne s'applique qu'aux côtés du triangle où les flux sont spécifiés.

**A.2.1.3. Vecteur action environnementale :**

$$\{F\} = \oint \eta [N]^T d\Gamma = \underbrace{\frac{\eta}{2} l_{ij} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\text{side } ij} + \underbrace{\frac{\eta}{2} l_{jk} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}_{\text{side } jk} + \underbrace{\frac{\eta}{2} l_{ki} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}}_{\text{side } ki} \quad (\text{A.19})$$

Juste comme pour l'équation (A.18), (A.19) ne s'applique qu'aux côtés du triangle où les flux sont spécifiés.

**A.2.2. Élément rectangulaire bilinéaire :****A.2.2.1. Matrice de capacité :**

$$[A] = \int_{\Omega} \kappa [N]^T \cdot [N] d\Omega = \kappa \frac{ab}{9} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Où  $2a$  et  $2b$  sont la longueur et la largeur du rectangle respectivement.

**A.2.2.2. Matrice de propriété :**

$$[K] = [K1] - [K2] + [K3] \quad (\text{A.21})$$

$$[K1] = \int_{\Omega} D [B]^T \cdot [B] d\Omega$$

$$= \frac{D}{6ab} \begin{bmatrix} 2(a^2 + b^2) & -(2a^2 - b^2) & -(a^2 + b^2) & (a^2 - 2b^2) \\ -(2a^2 - b^2) & 2(a^2 + b^2) & (a^2 - 2b^2) & -(a^2 + b^2) \\ -(a^2 + b^2) & (a^2 - 2b^2) & 2(a^2 + b^2) & -(2a^2 - b^2) \\ (a^2 - 2b^2) & -(a^2 + b^2) & -(2a^2 - b^2) & 2(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$[K2] = \{\dot{h}\} \int_{\Omega} \xi [N]^T \cdot [N] \cdot [N] d\Omega = \xi \frac{ab}{36} \begin{bmatrix} k^{11} & k^{12} & k^{13} & k^{14} \\ k^{21} & k^{22} & k^{23} & k^{24} \\ k^{31} & k^{32} & k^{33} & k^{34} \\ k^{41} & k^{42} & k^{43} & k^{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$k^{11} = 9\dot{h}_i + 3\dot{h}_j + \dot{h}_k + 3\dot{h}_l \quad (\text{A.24})$$

$$k^{12} = k^{21} = 3\dot{h}_i + 3\dot{h}_j + \dot{h}_k + \dot{h}_l \quad (\text{A.25})$$

$$k^{13} = k^{31} = \dot{h}_i + \dot{h}_j + \dot{h}_k + \dot{h}_l \quad (\text{A.26})$$

$$k^{14} = k^{41} = 3\dot{h}_i + \dot{h}_j + \dot{h}_k + 3\dot{h}_l \quad (\text{A.27})$$

$$k^{22} = 3\dot{h}_i + 9\dot{h}_j + 3\dot{h}_k + \dot{h}_l \quad (\text{A.28})$$

$$k^{32} = k^{23} = \dot{h}_i + 3\dot{h}_j + 3\dot{h}_k + \dot{h}_l \quad (\text{A.29})$$

$$k^{42} = k^{24} = \dot{h}_i + \dot{h}_j + \dot{h}_k + \dot{h}_l \quad (\text{A.30})$$

$$k^{33} = \dot{h}_i + 3\dot{h}_j + 9\dot{h}_k + 3\dot{h}_l \quad (\text{A.31})$$

$$k^{34} = k^{43} = \dot{h}_i + \dot{h}_j + 3\dot{h}_k + 3\dot{h}_l \quad (\text{A.32})$$

$$k^{44} = 3\dot{h}_i + 1\dot{h}_j + 3\dot{h}_k + 9\dot{h}_l \quad (\text{A.33})$$

$$[K3] = \oint \beta [N]^T \cdot [N] d\Gamma =$$

$$\underbrace{\frac{\beta}{3} b \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{side } ij} + \underbrace{\frac{\beta}{3} a \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{side } jk} + \underbrace{\frac{\beta}{3} b \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{side } kl} + \underbrace{\frac{\beta}{3} a \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{side } li} \quad (\text{A.34})$$

### A.2.2.3. Vecteur action environnementale :

$$\{F_2\} = \oint \eta [N]^T d\Gamma = \eta b \underbrace{\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\text{side } ij} + \eta a \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}_{\text{side } jk} + \eta b \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}_{\text{side } kl} + \eta a \underbrace{\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}}_{\text{side } li} \quad (\text{A.35})$$

Les équations (A.34) et (A.35) ne s'appliquent qu'aux côtés du rectangle où les flux sont spécifiés.

## Annexe B : Modèles climatiques

Sur la base des données météorologiques disponibles pour les quatre villes considérées dans l'étude de l'effet des conditions climatiques, un modèle pour la variation annuelle de la température moyenne journalière et un autre pour la variation annuelle de l'humidité relative moyenne journalière ont été développés en utilisant une régression non linéaire par l'outil Curve Fitting Tool de MATLAB.

### B.1. Modèle de la variation de la température :

L'équation qui s'adapte mieux aux enregistrements de la température des quatre villes est de la forme :

$$T \cong \sum_{i=1}^4 a_i \times \sin(b_i \times rt + c_i) \quad (\text{B.1})$$

Où  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  sont des constantes et  $rt$  est le reste de la division du temps en jours sur 365 (nombre de jours par an). Les coefficients  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  pour les quatre villes considérées sont données dans le tableau (B.1).

Coefficient	Annaba	Abou Dabi	Accra	Oslo
$a_1$	37.93	48.76	357.1	6.539
$b_1$	0.008674	0.007193	0.005409	0.003034
$c_1$	-0.03419	0.1716	1.396	1.851
$a_2$	27.86	29.54	330.6	125.3
$b_2$	0.0143	0.01412	0.005714	0.02613
$c_2$	1.977	1.924	4.53	-0.1017
$a_3$	1.553	0.6887	0.345	118.8
$b_3$	0.05128	0.05212	0.03995	0.02682
$c_3$	0.8971	-0.2183	-0.4673	2.922
$a_4$	2.175	1.337	0.3751	1.946
$b_4$	0.1503	0.0673	0.06737	0.0825
$c_4$	3.167	2.11	-0.5524	-1.549

**Tableau B.1.** Valeurs des coefficients du modèle de la température.

Les tableaux (B.2), (B.3), (B.4) et (B.5) donnent une comparaison entre les valeurs réelles de la température moyenne journalière et les valeurs obtenues par le modèle développé pour les quatre villes considérées. La température moyenne journalière considérée est celle du premier jour du mois.

Mois	Température réelle	Température calculée
Juillet	25.5	25.45
Aout	32.5	30.34
Septembre	24.5	24.17
Octobre	22.5	19.45
Novembre	20	20.07
Décembre	17	15.39
Janvier	9.5	7.36
Février	8	8.58
Mars	16.5	15.42
Avril	16.5	16.86
Mai	20	17.31
Juin	20	22.83

**Tableau B.2.** Valeurs réelles et calculées de la température moyenne journalière en [°C] pour la ville de Annaba.

Mois	Température réelle	Température calculée
Juillet	37	37.04
Aout	38.5	39.04
Septembre	38	38.33
Octobre	34.5	34.64
Novembre	27.5	27.27
Décembre	24	23.32
Janvier	21.5	21.35
Février	18	18.03
Mars	23.5	20.87
Avril	28	28.37
Mai	35	34.49
Juin	38	38.71

**Tableau B.3.** Valeurs réelles et calculées de la température moyenne journalière en [°C] pour la ville de Abou Dabi.

Mois	Température réelle	Température calculée
Juillet	26.5	26.18
Aout	27	27.09
Septembre	27	26.94
Octobre	26.5	27.04
Novembre	28.5	28.11
Décembre	28	28.71
Janvier	28	29.77
Février	31	31.43
Mars	31.5	31.45
Avril	30	30.78
Mai	31	30.86
Juin	29	29.76

**Tableau B.4.** Valeurs réelles et calculées de la température moyenne journalière en [°C] pour la ville de Accra.

Mois	Température réelle	Température calculée
Juillet	19.5	17.49
Aout	20.5	21.04
Septembre	13.5	13.11
Octobre	8	5.83
Novembre	2	3.50
Décembre	-6	-2.47
Janvier	1.5	-0.64
Février	-3	-3.27
Mars	-4	-3.99
Avril	0.5	2.67
Mai	8.5	6.3
Juin	19	16.59

**Tableau B.5.** Valeurs réelles et calculées de la température moyenne journalière en [°C] pour la ville de Oslo.

**B.2. Modèle de la variation de l'humidité relative :**

L'équation qui s'adapte mieux aux enregistrements de l'humidité relative des quatre villes est de la forme :

$$T \cong \sum_{i=1}^7 a_i \times \sin(b_i \times rt + c_i) \quad (\text{B.2})$$

Où  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  sont des constantes et  $rt$  est le reste de la division du temps en jours sur 365 (nombre de jours par an). Les coefficients  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  pour les quatre villes considérées sont données dans le tableau (B.6).

Coefficient	Annaba	Abou Dabi	Accra	Oslo
$a_1$	88.04	140.5	146.9	149.9
$b_1$	0.000255	0.000155	0.006255	0.008136
$c_1$	2.069	0.4151	0.9431	-0.139
$a_2$	6.647	8.669	74.5	103.5
$b_2$	0.02857	0.03039	0.01295	0.0153
$c_2$	-0.4277	0.5804	3.148	1.386
$a_3$	3.317	1.792	20.76	47.02
$b_3$	0.04547	0.05419	0.02816	0.02101
$c_3$	-0.6484	-1.946	3.907	3.354
$a_4$	1.797	6.305	11.04	4.683
$b_4$	0.071	0.07288	0.03864	0.06101
$c_4$	1.658	1.289	4.988	-0.02163
$a_5$	4.75	7.024	4.353	5.299
$b_5$	0.08975	0.209	0.06399	0.08847
$c_5$	1.65	0.2106	4.22	-0.05094
$a_6$	4.473	6.275	2.633	3.087
$b_6$	0.148	0.1844	0.07006	0.0983
$c_6$	4.292	-0.4858	6.238	1.921
$a_6$	3.923	3.014	4.567	3.418
$b_6$	0.185	0.1245	0.2066	0.1276
$c_6$	4.12	4.309	-2.761	0.6855

**Tableau B.6.** Valeurs des coefficients du modèle de l'humidité relative.

Les tableaux (B.7), (B.8), (B.9) et (B.10) donnent une comparaison entre les valeurs réelles de l'humidité relative moyenne journalière et les valeurs obtenues par le modèle développé pour les quatre villes considérées. L'humidité relative moyenne journalière considérée est celle du premier jour du mois.

Mois	Humidité relative réelle	Humidité relative calculée
Juillet	72	71.76
Aout	80	78.35
Septembre	92	92.95
Octobre	80	80.75
Novembre	75	75.09
Décembre	78	79.24
Janvier	70	66.28
Février	66	69.09
Mars	68	68.39
Avril	80	80.86
Mai	74	74.56
Juin	84	82.76

**Tableau B.7.** Valeurs réelles et calculées de l'humidité relative moyenne journalière en [%] pour la ville de Annaba.

Mois	Humidité relative réelle	Humidité relative calculée
Juillet	62	61.57
Aout	62	61.67
Septembre	55	55.15
Octobre	63	62.94
Novembre	50	50.41
Décembre	55	53.50
Janvier	75	76.05
Février	60	62.93
Mars	72	68.34
Avril	68	68.92
Mai	48	48.36
Juin	55	55.52

**Tableau B.8.** Valeurs réelles et calculées de l'humidité relative moyenne journalière en [%] pour la ville de Abou Dabi.

Mois	Humidité relative réelle	Humidité relative calculée
Juillet	90	87.76
Aout	82	82.37
Septembre	89	87
Octobre	90	87.32
Novembre	88	86.02
Décembre	80	81.88
Janvier	75	78.41
Février	75	80.43
Mars	85	85.57
Avril	87	86.89
Mai	88	84.45
Juin	93	90.68

**Tableau B.9.** Valeurs réelles et calculées de l'humidité relative moyenne journalière en [%] pour la ville de Accra.

Mois	Humidité relative réelle	Humidité relative calculée
Juillet	80	75.74
Aout	80	81.12
Septembre	80	80.72
Octobre	82	79.10
Novembre	84	85.39
Décembre	92	94.39
Janvier	85	86.99
Février	97	94.02
Mars	95	97.15
Avril	67	68.22
Mai	80	75.38
Juin	62	61.89

**Tableau B.10.** Valeurs réelles et calculées de l'humidité relative moyenne journalière en [%] pour la ville de Oslo.