

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Larbi Tebessi-Tébessa
Faculté des Sciences Exactes et des Sciences de la Nature et de la Vie
Département : des science de la matière



MEMOIRE DE MASTER
Domaine : Sciences de la Matière
Filière : Physique
Option : Physique de la matière condensée
Thème

***Etude de la Coexistence de Quelques
Types de synchronisation dans les
Systèmes Chaotiques Dynamiques***

Présenté par :

BOUCETTA Dounia & BERRAH Sabrina

Devant le jury :

Mlle M.Bouhellal	Professeur	Université de Tébessa	Présidente
Mr T. Ziar	M.C .A	Université de Tébessa	Rapporteur
Mr M.A.Tag	M.C .B	Université de Tébessa	Examineur

Date de soutenance : 25 /06/2019



Déclaration sur l'honneur de non-Plagiat
 (À joindre obligatoirement au mémoire; Remplie et signée)



Nous soussignions

Nom, prénom: **Boucetta Dounia & Benah Sabrina**

N° de carte d'étudiant: (1) **34019097** (2) **201312734**

Régulièrement inscrits (es) en **Master** au **Département Sciences de la Matière**

Année universitaire: **2018/2019**

Domaine: **Sciences de la matière**

Filière: **Physique**

Spécialité: **condensée**

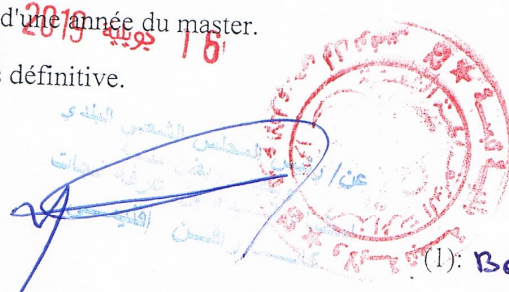
Intitulé du mémoire: **étude de la coexistence de la quelque type de synchronisation dans les systèmes chaotiques dynamiques**

Attestons que notre mémoire est un travail original et que toutes les sources utilisées ont été indiquées dans leur totalité. Nous certifions également que nous n'avons ni recopié ni utilisé des idées ou des formulations tirées d'un ouvrage, article, ou mémoire, en version imprimée ou électronique, sans mentionner précisément leur origine et que les citations intégrales sont signalées entre guillemets.

Sanctions en cas de plagiat prouvé:

Les étudiants seront convoqués devant le conseil de discipline, les sanctions prévues selon la gravité du plagiat sont:

- L'annulation du mémoire avec possibilité de le refaire sur un sujet différent.
- L'exclusion d'une année du master.
- L'exclusions définitive.



Fait à Tébessa, le: **16 / 7 / 2019**

Signature des étudiants (es):

(1): **Boucetta**

(2): **Benah**

تیسرے جی. اے. 16/07/19

اصطلاحات :-
- بلاغ حسینیت
- بولتہ دنیا

الموضوع = تعارف بتصویح الکفر

تعارف و بشر فنانہ، اصطلاحات :- بلاغ حسینیت و بولتہ دنیا۔
! کی محبت اگنا تھی کہ تم زردیغ الاضیاء کو مارد سے من کرنا
کمزور = التفریح بعنوان

Etude de la coexistence de quelques Types
de synchronisation dans les systèmes
chaotiques Dynamiques.

وہی اسیر تھی امانت فاقہ الاحترام والتقدير

الاستاذ الموقر
زیار توفیق
اکبر

اصطلاحات :-
بلاغ حسینیت
بولتہ دنیا

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ملخص

الهدف من هذا العمل في سياق مذكرة الماستر هذه هو تقديم دراسة إمكانية تعايش (coexistence) عدة التزامات في الأنظمة الفوضوية، حيث بدأنا في الفصل الأول بتقديم بعض التعاريف والمفاهيم العامة عن الأنظمة الدينامية الفوضوية مع التركيز على دراسة إمكانية مزامنة نظامين فوضويين بتقديم دراسة لبعض أنواع التزامن وكذا طرق تحقيقها.

في الفصل الثاني تطرقنا بإسهاب إلى دراسة إمكانية تعايش (Coexistence) التزامن التام مع التزامن المضاد وذلك بتقديم هيئة التزامنة عبد - سيد وتعريفين للترامين مع اقتراح خوارزمية لاختيار متغيرات الحالة القابلة للزامنة المضادة من بين متغيرات الحالة الثلاثة للنظام المقترح لدراسة مزامنته وهو النظام الموحد (Le système unifié) ، تطبيق الخوارزمية مكننا من اختيار متغيري الحالة الأولين للزامنة المضادة، ومتغير الحالة الثالث للترامين التام وقمنا بحساب أخطاء التزامن الثلاثة، ثم انهينا العملية باختيار دالة التحكم المناسبة مع برهان ثبات حلول معادلات أخطاء التزامن بين النظام عبد المتحكم فيه والنظام السيد وذلك باستخدام طريقة ليابونوف (Lyapunov).

في الفصل الثالث على أساس طريقة أويلر (Euler)، قمنا بمحاكاة النظام الموحد (Le système unifié) بإعادة اكتشاف الخاصية المهمة للأنظمة الفوضوية وهي حساسيتها المفرطة للشروط الابتدائية ، وكذا رسم جوائز النظام الموحد، ثم قمنا بمحاكاة لدراسة التطور الزمني بين متغيرات الحالة للنظام السيد ومقابلتها في النظام العبد في حالة غياب دالة التحكم وفي حالة وجودها، أخيراً قمنا بمحاكاة التطور الزمني لأخطاء التزامن، المحاكاة مكنتنا من التأكد من فعالية مقاربتنا للتحقق من إمكانية تعايش التزامن التام مع التزامن المضاد.

الكلمات المفتاحية: التعايش، الفوضى ، التزامن ، النظام الفوضوي الموحد، ليابونوف ، المحاكاة.

Abstract

The purpose of our work in this Master dissertation is to provide a study of the possibility of the coexistence of several synchronizations in chaotic systems. The first chapter presents some general definitions and concepts of chaotic dynamical systems, focusing on the possibility of synchronizing two chaotic systems and the presentation of some types of synchronization as well as the methods to realize them.

In the second chapter, we examined in detail the possibility of coexistence of complete synchronization with anti-synchronization. We presented the master-slave configuration and the definitions of the two types of synchronizations. We have suggested an algorithm for the choice of the state variables that execute the anti-synchronization among the three state variables of the unified chaotic system proposed for the synchronization, the application of the algorithm allowed us to choose the first two state variables for anti synchronization and the third state variable for complete synchronization. We calculated the three synchronization errors, completed the process by selecting the appropriate controller, and finally demonstrated the stability of the errors system solutions of the synchronization between the controlled slave system and the master system using the Lyapunov stability method.

In the third chapter and based on the Euler method, we simulated the unified chaotic system by rediscovering one of the important properties of chaotic systems which is their high sensitivity to initial conditions. We plot the attractors of the unified system, then simulated a study of the temporal evolutions between the state variables of the master system and their corresponding ones of the slave system in the absence of the controller and also in the presence of the controller. Finally, we simulated the temporal evolution of synchronization errors. The last simulations performed allowed us to show the effectiveness of our approach to ensure the coexistence of synchronization and anti synchronization.

Keywords: coexistence, chaos, synchronization, anti synchronization, unified chaotic system, Lyapunov, simulation.

Résumé

Le but de notre travail, dans le cadre de ce mémoire, est de présenter une étude de la possibilité de la coexistence de plusieurs synchronisations dans des systèmes chaotiques. Le premier chapitre présente quelques définitions et concepts généraux des systèmes dynamiques chaotiques, en mettant l'accent sur la possibilité de synchroniser deux systèmes chaotiques et la présentation de quelques types de synchronisation ainsi que les méthodes pour les réaliser.

Dans le deuxième chapitre, nous avons examiné en détail la possibilité de la coexistence de la synchronisation complète avec l'anti synchronisation. On a présenté la configuration maître-esclave et les définitions des deux types de synchronisations. Nous avons suggéré un algorithme pour le choix des variables d'état qui exécutent l'anti synchronisation parmi les trois variables d'état du système chaotique unifié proposé pour la synchronisation, l'application de l'algorithme nous a permis de choisir les deux premières variables d'état pour l'anti synchronisation et la troisième variable d'état pour la synchronisation complète. Nous avons calculé les trois erreurs de synchronisation, complété le processus en sélectionnant le contrôleur approprié et enfin nous avons démontré la stabilité des solutions des systèmes d'erreurs entre le système esclave contrôlé et le système maître en utilisant la méthode de stabilité de Lyapunov.

Dans le troisième chapitre et en se basant sur la méthode d'Euler, nous avons simulé le système chaotique unifié en redécouvrant l'une des propriétés importantes des systèmes chaotiques qui est leur grande sensibilité aux conditions initiales. Nous avons tracé les attracteurs du système unifié, puis simulé une étude des évolutions temporelles entre les variables d'état du système maître et leurs correspondantes du système esclave en l'absence du contrôleur et aussi en présence du contrôleur. Nous avons simulé, finalement, l'évolution temporelle des erreurs de synchronisation. Les dernières simulations exécutées nous ont permis de montrer l'efficacité de notre approche pour s'assurer de la coexistence de la synchronisation et de l'anti synchronisation.

Mots-clés: coexistence, chaos, synchronisation, système chaotique unifié, Lyapunov, simulation.

Dédicaces

Au nom du dieu le clément et le miséricordieux louange à
ALLAH le tout puissant.

Je dédie ce modeste travail en signe de respect, reconnaissance et de
Remerciement:

A mes chers parents, qui m'ont aidé de près et de loin.
A mes chères sœurs ; FADHILA, SORAYA, HOUDA, SAFA, MES FRERES ;
YOUCEF et ISMAÏL.

A mon mari MONCEF et mon fils IYAD MOTASAM BILLAH.

A toutes mes chères amies.

A toute ma famille des deux cotés, qui portent le nom BERRAH
Et ABABSIA.

A tout ceux qui ont participé à l'élaboration de ce modeste travail et tous ceux
qui nous sont chers.

M^{me} Sabrina BERRAH.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire

À Mon Très Cher Père

À qui je dois ce que je suis

À la Meilleure Maman du Monde

Artisane de Ma Réussite

À mes frères, ABED EL HAK et BADEREDDINE et SŒURS SOUMIA et

RAYEN.

Pour toute leur compréhension et

Encouragements dans la réalisation de ce travail.

À toute ma grande famille Toute les voisins.

A mes collègues d'études.

Mes fidèles amies.

HANANE,AWATEF, MERIEME, KHAWLA

A Tous ...

Dounia BOUCETTA

Remerciement

En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, **ALLAH** le tout puissant, de nous avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés.

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au département des sciences de la matière de la faculté des sciences exactes et des sciences de la nature et de la vie de l'Université Larbi Tébessi de Tébessa.

Ma plus grande gratitude va à notre encadreur dr T. ZIAR, pour sa disponibilité, la confiance qu'il nous a accordée. Nous avons profité pendant longtemps du savoir et du savoir-faire dont nous avons pu bénéficier au cours de nombreuses discussions. Nous aimerons aussi le remercier pour l'autonomie qu'il nous a accordée, et ses précieux conseils qui nous ont permis de mener à terme ce travail.

Nous exprimons nos vifs remerciements à melle BOUHELLAL Mouna professeur à l'université Larbi Tébessi de Tébessa pour avoir accepté de présider le jury de notre soutenance.

Nous remercions mr TAG Mohamed Amine maître de conférence B à l'université Larbi Tébessi de Tébessa d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Afin de n'oublier personne, nos vifs remerciements s'adressent aussi à tous ceux qui nous ont aidés à la réalisation de ce modeste mémoire.

SABRINA & DOUNIA



TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIERES	I
LISTE DES FIGURES	II
INTRODUCTION GENERALE.....	III
<u>CHAPITRE I</u> : Généralités sur les systèmes dynamiques chaotiques	
I.1 Introduction.	3
I.2 Quelques définitions.....	3
I-2-1 Le chaos et ses caractéristiques	3
I-2-2 La synchronisation des systèmes dynamiques	4
I-2-3 Les type de synchronisation dans les systèmes chaotiques.....	4
I.3 Méthodes de synchronisation.....	5
I-3-1. Méthode du contrôleur actif.....	5
I-3-2. Méthode du Backstepping.....	6
I-3-3. Méthode du mode glissant.....	8
I.4 Méthodes d'étude de la stabilité des systèmes dynamiques continus non linéaires.....	10
I-4-1 La méthode de Lyapunov	10
I.5 Conclusion.....	10
<u>CHAPITRE II</u> : Coexistence de la synchronisation et anti-synchronisation dans les systèmes chaotiques.	
II. 1 Introduction	11
II.2 Définitions de la synchronisation complète et l'anti synchronisation.....	11
II-2-1 Définition 1	11
II-2-2 Définition 2	12
II-2-3 Algorithme 1.....	12
II.3 Étude de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti-synchronisation lors de la synchronisation de deux systèmes chaotiques unifiés identiques.....	13
II-3-1 Présentation de la configuration maitre -esclave.....	13
II-3-2 Choix des variables d'états pour l'anti synchronisation.....	13
II-3-3 Choix du contrôleur u	15

II.4 Preuve de la réalisation de la coexistence de synchronisation et d'anti-synchronisation dans les systèmes chaotiques unifiés.....	16
II.5 Conclusion.....	17
CHAPITRE III : Simulations des différents résultats.	
III.1 Introduction.....	18
III.2 Méthode utilisée.....	18
III. 3 Quelques simulations sur le système chaotique unifié.....	18
III-3-1 Les tracés des attracteurs.....	18
III-3-2 Sensibilité aux conditions initiales du système chaotique unifi...	21
III.4 Résultats de la simulation de l'étude de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti synchronisation entre deux systèmes chaotique unifiés.....	23
III.5 Conclusion.....	26
Conclusion générale.....	27
Bibliographie.....	28

Liste des figures

Figure	Titre	Page
Fig.3.1	<i>Attracteurs du système chaotique de Lorentz en 2D et 3D pour les conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$.</i>	19
Fig.3.2	<i>Attracteurs du système chaotique de Chen en 2D et 3D pour les conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$.</i>	20
Fig. 3.3	<i>Attracteurs du système chaotique de Lu en 2D et 3D pour les conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$.</i>	21
Fig. 3.4	<i>Evolutions temporelles des variables d'états x, y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Chen ($\theta=0.75$).</i>	22
Fig. 3.5	<i>Evolutions temporelles des variables d'états x, y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Lorentz ($\theta=0$).</i>	22
Fig. 3.6	<i>Evolutions temporelles des variables d'états x, y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Lü ($\theta=0.8$).</i>	23
Fig. 3.7	<i>Evolutions temporelles des variables d'états des systèmes maitres et esclave en l'absence du contrôleur $u = k_1 E_2$.</i>	24
Fig. 3.8	<i>Evolutions temporelles des variables d'états des systèmes maitres et esclave en présence du contrôleur $u = k_1 E_2$.</i>	24
Fig. 3.9	<i>Evolutions temporelles des variables d'états des erreurs contrôlées.</i>	25



INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La synchronisation des systèmes dynamiques chaotiques a été observée pour la première fois par Pecora et Carroll en 1990 [1, 2]. Depuis lors, un intérêt croissant a été porté à l'étude de la synchronisation du chaos en raison de plusieurs applications potentielles. Récemment, plusieurs phénomènes de synchronisation typiques ont été identifiés, tels que la synchronisation complète (CS), la synchronisation de phase (PS), la synchronisation en retard (LS), la synchronisation généralisée (GS), l'anti-synchronisation (AS), la synchronisation projective (PS), etc. Divers travaux ont été consacrés à la réalisation de ces types de synchronisations (voir les références [3-10]).

Si on prend l'exemple les deux types de synchronisations : la synchronisation complète (CS) et l'anti synchronisation (AS), il est bien connu que la synchronisation complète, entre le système maître présenté par la dynamique de ses variable d'états $\dot{x} = F(x)$ et le système esclave présenté, aussi, par la dynamique de ses variable d'états $\dot{y} = F(y)$, est équivalente à la stabilité asymptotique globale (GAS) du système dynamique des erreurs e qui représente la différence entre les états des systèmes maître et les états du système esclave. De même, l'anti synchronisation entre le système maître et le système esclave est équivalente à la stabilité asymptotique globale (GAS) du système dynamique des erreurs E qui est définie par la somme des états du système maître et des états du système esclave.

Pour concevoir un contrôleur simple et pratiquement réalisable du point de vue de la théorie du contrôle, il est nécessaire que les origines des systèmes d'erreurs e et E soient des points d'équilibre des systèmes d'erreurs $\dot{e} = F(y) - F(x)$ et $\dot{E} = F(y) + F(x)$, respectivement, où $e = y - x$ et $E = y + x$. Evidemment, $e = 0$, c'est-à-dire que $y = x$, est un point d'équilibre du système d'erreur $\dot{e} = F(y) - F(x)$. Alors que $E = 0$, c'est-à-dire que $y = -x$ est un point d'équilibre du système d'erreur $\dot{E} = F(y) + F(x)$ si et seulement si $F(-x) = -F(x)$. Ainsi, réaliser l'anti-synchronisation est plus complexe et difficile que la synchronisation complète. En fait, cette condition nécessaire n'est pas prise en compte dans la plupart des travaux existants sur l'anti-synchronisation des systèmes chaotiques (voir, par exemple, Refs. [11- 13]). De plus, les contrôleurs obtenus pour réaliser l'anti-synchronisation des systèmes chaotiques sont structurellement complexes, c'est-à-dire que certains contrôleurs sont nécessaires pour contrecarrer les termes redondants qui font de sorte que E n'est pas le point d'équilibre du système des erreurs $\dot{E} = F(y) + F(x)$.

Les travaux existants sur la synchronisation sont principalement axés sur la recherche du même phénomène de synchronisation dans un système chaotique donné, c'est-à-dire que toutes les variables d'état du système esclave se synchronisent de manière identique avec les états correspondants du maître. Par exemple, si deux systèmes réalisent une synchronisation (ou une anti synchronisation, ou une synchronisation retardée, ou toute autre forme de synchronisation), cela implique que chaque paire de variables d'état entre les deux systèmes maître et esclave est complètement synchronisée (ou anti-synchronisée, ou retardée synchronisée, ...etc.). Dans les références [14-16] et quelques autres travaux, il a été souligné que la synchronisation et l'anti-synchronisation pourraient coexister dans des systèmes chaotiques. Puisqu'il existe plusieurs variables possibles pouvant synchroniser ou anti synchroniser dans un système chaotique typique, mais les conditions de sélection des variables de synchronisation appropriées du maître pour l'anti-synchronisation n'est pas étudié profondément.

Ce mémoire est organisé comme suit. Dans le premier chapitre, nous avons présenté quelques définitions et concepts généraux des systèmes dynamiques chaotiques, en mettant l'accent sur la possibilité de synchroniser deux systèmes chaotiques et la présentation de quelques types de synchronisation ainsi que les méthodes pour les réaliser.

Dans le chapitre deux, nous discutons de la coexistence de la synchronisation complète (CS) et l'anti synchronisation (AS) par le biais de la synchronisation de deux systèmes chaotiques unifiés continus identiques en présentant un algorithme pour déterminer les variables d'états du système maître devant être anti-synchronisées avec les variables d'états correspondantes du système esclave. Dans le chapitre trois, des simulations sont exécuter sous MATLAB pour redécouvrir la grande sensibilité aux conditions initiales du système chaotique abordé dans le présent mémoire, à savoir Le système unifié. La coexistence de l'anti-synchronisation et de la synchronisation dans les systèmes chaotiques étudiés est illustré par la simulation des évolutions temporelles cote à cote des variables d'états maîtres avec les variables d'états esclaves correspondantes ainsi que évolution temporelle des erreurs de synchronisation ce qui dénote de l'efficacité de la stratégie de contrôle étudiée, enfin une conclusion générale résume les principaux résultats obtenus dans ce mémoire.



CHAPITRE I :

généralités sur les systèmes dynamiques chaotiques.

I.1 Introduction :

La majorité des références qui stipulent que ce sont les travaux d'Henri Poincaré sur la mécanique céleste et la mécanique statistique, vers 1900, qui sont à l'origine de la découverte de la dynamique chaotique des systèmes non-linéaires. Le but de ce chapitre est de mieux faire connaître les conditions nécessaires pour qu'un système dynamique ait un comportement chaotique. Nous partirons de quelques définitions préliminaires permettant de cerner les caractéristiques essentielles des systèmes dynamiques chaotiques. Nous proposons ensuite quelques définitions et concepts du chaos avec leurs caractéristiques. Enfin, nous nous sommes concentrés sur la synchronisation et mentionnés ses types et méthodes.

I.2 Quelques définitions:

I-2-1 Le chaos et ses caractéristiques:

• **Le chaos** est défini généralement comme un comportement particulier d'un système dynamique, déterministe, non linéaire, la notion de déterminisme provenant du fait que le système considéré est complètement caractérisé par son état initial et sa dynamique. La théorie du chaos est un domaine des études en mathématiques, avec des applications dans plusieurs disciplines comme la physique, l'ingénierie, la biologie, l'économie, la météorologie, la sociologie et la philosophie. [17-21]

Les propriétés du chaos peuvent être résumé dans les caractéristiques suivantes :

- ✓ **La non-linéarité** : l'évolution irrégulière du comportement d'un système chaotique est due aux non linéarités.
- ✓ **Le déterminisme** : un système chaotique a des règles fondamentales déterministes et non probabilistes.
- ✓ **La sensibilité aux conditions initiales** : le système manifeste une très haute sensibilité aux changements de conditions.
- ✓ **L'imprévisibilité** : en raison de la sensibilité aux conditions initiales, qui peuvent être connues seulement à un degré fini de précision.

I-2-2 La synchronisation des systèmes dynamiques :

La synchronisation du chaos a trouvé des applications importantes dans domaines tels que les communications sécurisées, le cryptage des données, etc... En 1990, Pecora et Carroll ont développé des techniques de contrôle pour synchroniser deux processus chaotiques identiques et ont montré que certains systèmes chaotiques peuvent être complètement synchronisés. Depuis lors, la synchronisation du chaos a été largement explorée dans divers domaines, notamment dans: les systèmes physiques, les systèmes chimiques, les systèmes écologiques et les systèmes de communication. [22-25]

I-2-3 Les type de synchronisation dans les systèmes chaotiques :

Soient deux systèmes chaotiques définis par les systèmes (1.1) et (1.2) et qui présentent le système maître et le système esclave respectivement :

$$\dot{x}_m(t) = G(x_m) \quad (1.1)$$

$$\dot{x}_s(t) = G(x_s) \quad (1.2)$$

Où $x_m(t)$ et $x_s(t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ sont les vecteurs d'état des systèmes maître et esclave respectivement et $G: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ est une fonction numérique non linéaire.

La relation des erreurs (1.3), nous donne les types de synchronisation

$$\|e_i(t)\| = \left\| (x_{im}(t) - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_{js}(t)) \right\| \rightarrow \mathbf{0} ; i = 1, 2, \dots, n \quad (1.3)$$

Où $\alpha_{ij} (i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, n)$ représentent les éléments d'une matrice. L'avantage remarquable de l'expression de l'erreur de synchronisation donnée par l'équation (1.3) est qu'elle inclut tous les types de synchronisations définies jusqu'à présent.

- Quand $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{nn} = 1$ et $\alpha_{ij} = 0 \ i \neq j$ L'erreur est celle d'une synchronisation complète (CS).
- Alors que pour $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{nn} = -1$ et $\alpha_{ij} = 0, \ i \neq j$ cela représente l'anti-synchronisation (AS).
- Quand $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{nn} = \alpha$ et $\alpha_{ij} = 0, \ i \neq j$ la synchronisation est dite projective.

- pour : $\alpha_{11} \neq \alpha_{22} \neq \dots \neq \alpha_{nn} \neq 0$ Et $\alpha_{ij} = 0$ $i \neq j$.

la synchronisation est dite projective hybride d'état complet (FSHP).

- Quand $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \dots = \alpha_{nn} = 0$ et $\alpha_{ij} \neq 0, i \neq j$ la synchronisation est dite disloquée.
- Enfin quand $\alpha_{11} \neq \alpha_{22} \neq \dots \neq \alpha_{nn}$ et $\alpha_{ij} \neq 0$ $i \neq j$ un type plus général de synchronisation peut être obtenu, étant donné que ce cas chaque variable système maître $x_{im}(t)$ synchronise avec une combinaison linéaire des variables du système esclave $x_{is}(t)$.

$$(\alpha_{i1}x_{s1}(t) + \alpha_{i2}x_{s2}(t) + \dots + \alpha_{in}x_{sn}(t)) \quad (1.4)$$

I.3 Méthodes de synchronisation :

Cette section est consacrée à la présentation de diverses méthodes de synchronisation les plus performantes et les plus rencontrées.

I-3-1 Méthode du contrôleur actif :

L'application du contrôle actif pour la synchronisation des systèmes chaotiques a été proposée par Bai et Lomgren [26], c'est une technique efficace qui a montré sa puissance non seulement pour la synchronisation des systèmes identiques, mais aussi pour la synchronisation des systèmes non identiques. De plus, cette méthode offre une simplicité remarquable pour l'implémentation de l'algorithme. Soit deux systèmes chaotiques à synchroniser, maître et esclave, définis par :

$$\dot{x}_{im}(t) = Gx_m(t) + f(x_m(t)); \quad (1.5)$$

et

$$\dot{x}_{is} = Gx_s(t) + h(x_s(t)) + u ; \quad (1.6)$$

Pour que les deux systèmes se synchronisent, il faut que l'erreur entre les trajectoires des deux systèmes converge vers zéro lorsque le temps tend vers l'infini.

Cette erreur est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}_s - \dot{x}_m \\ &= Gx_s(t) + h(x_s(t)) - Gx_m(t) - f(x_m(t)) + u \end{aligned} \quad (1.7)$$

L'erreur peut être exprimée comme suit :

$$\dot{e}(t) = Ge(t) + h(x_s(t)) - f(x_m(t)) + u \quad (1.8)$$

Le contrôleur u est proposé comme suit :

$$u = v + f(x_m(t)) - h(x_s(t)) \quad (1.9)$$

D'où v est le contrôleur actif, défini par :

$$v = Le(t) \quad (1.10)$$

D'où L est une matrice de contrôle inconnue. On obtient donc, la formule finale de l'erreur :

$$\dot{e}(t) = (G - L)e(t) \quad (1.11)$$

Donc le problème de la synchronisation entre le système maître (1.5) et le système esclave (1.6) est transformé en problème de zéro-stabilité du système (1.11). Maintenant, le Théorème qui suit est un résultat immédiat de la théorie de la stabilité des systèmes dynamiques linéaires continus.

Théorème :

Le système maître (1.5) et le système esclave (1.6) sont globalement synchronisés sous la loi du contrôle (1.10), si et seulement si la matrice de contrôle L est choisie telles que les valeurs propres de $(G - L)$ se trouvant à l'intérieur du disque de l'unité,

- **Avantage de la méthode**

- La technique du contrôleur actif est efficace non seulement pour la synchronisation des systèmes identiques, mais aussi pour la synchronisation des systèmes non identiques.

- cette méthode offre une simplicité remarquable pour l'implémentation de l'algorithme.

I-3-2 Méthode du Backstepping:

La méthode du Backstepping est une méthode récursive qui se base sur le choix d'une fonction de Lyapunov avec la conception du contrôleur nécessaire[27]. En considère que le système maître et le système esclave sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_{m1} = f_1(x_{m1}; x_{m2}) \\ \dot{x}_{m2} = f_2(x_{m1}; x_{m2}; x_{m3}) \\ \vdots \\ \dot{x}_{mn} = f_n(x_{m1}; x_{m2}; \dots x_{mn}) \end{cases} \quad (1.12)$$

et

$$\begin{cases} \dot{x}_{s1} = f_1(x_{s1}; x_{s2}) \\ \dot{x}_{s2} = f_2(x_{s1}; x_{s2}; x_{s3}) \\ \vdots \\ \dot{x}_{sn} = f_n(x_{s1}; x_{s2} \dots; x_{sn}) \end{cases} \quad (1.13)$$

D'où f_1 est une fonction linéaire, f_i ($i = 1; 2; 3; n$), sont des fonctions non-linéaires et u est un contrôleur qui doit être choisi convenablement pour obtenir la synchronisation entre les systèmes (1.12) et (1.13). L'erreur de synchronisation est définie comme suit :

$$\begin{cases} e_1 = x_{s1} - x_{m1} \\ e_2 = x_{s2} - x_{m2} \\ \vdots \\ e_n = x_{sn} - x_{mn} \end{cases} \quad (1.14)$$

Alors, la dynamique du système d'erreur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = g_1(e_1; e_2) \\ \dot{e}_2 = g_2(e_1; e_2; e_3) \\ \vdots \\ \dot{e}_n = g_n(e_1; e_2; \dots e_n) + u \end{cases} \quad (1.15)$$

D'où g_1 est une fonction linéaire, et g_i , ($i = 2; 3; \dots n$), sont des fonctions non-linéaires. L'objectif est de calculer une loi de contrôle u qui assure la convergence du système e_i ; ($i = 1; 2; \dots; n$); Vers l'origine en utilisant l'algorithme backstepping. Pour cela le système d'erreur (1.14) doit être décomposé en sous-système :

$$e_1, (e_1, e_2), (e_1, e_2, e_3) \dots \dots (e_1, e_2, \dots e_n)$$

Et pour chaque sous-système on définit une fonction de Lyapunov V positive :

$$\dot{V}_j(e_j, u_j, \alpha_j) \quad (1.16)$$

D'où j est l'ordre du sous-système, u_j, α_j représentent, respectivement, la loi de contrôle et le contrôleur virtuel du sous système d'ordre j ; u_j et α_j sont calculés à chaque fois de telle sorte que $\dot{V}_j < 0$

- Avantages de la méthode : Il existe plusieurs avantages dans cette méthode :
 - Elle présente une procédure systématique pour la sélection du contrôleur.
 - Elle peut être appliquée à différents systèmes chaotiques.
 - Elle offre la possibilité de réaliser la synchronisation avec un seul contrôleur.
 - Le contrôleur calculé offre une simplicité dans l'implémentation de l'algorithme.

I-3-3 Méthode du mode glissant :

Dans la théorie du contrôle robuste, la méthode du mode glissant est souvent pratiquée en raison de ses avantages inhérents, telles que la réalisation facile, la réponse rapide et une bonne performance transitoire ainsi que sa sensibilité aux incertitudes des paramètres et des perturbations externes.

Soit les systèmes chaotiques maîtres et esclave donnés par les formés suivantes :

$$\dot{x}_{im}(t) = Gx_m(t) + f(x_m(t)); \quad (1.17)$$

et

$$\dot{x}_{is} = Gx_s(t) + h(x_s(t)) + u ; \quad (1.18)$$

Où $x_m(t)$ et $x_s(t) \in R^n$, sont les états des systèmes maîtres et esclave, respectivement,

$G \in R^{n \times n}$ Une matrice constante, $f \in R^{n \times n}$ est une fonction non-linéaire

et $u \in R^n$ est un contrôleur à déterminer. L'erreur entre le système maître (1.17) et le système esclave (1.18) est définie par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}_s - \dot{x}_m$$

La dynamique de l'erreur peut s'écrire comme suit :

$$\dot{e} = Ae + \eta(x_m, x_s) + u \quad (1.19)$$

D'où $\eta(x_m, x_s) = (Gx_m(t)) - (Gx_s(t))$ Si on se base sur le principe du contrôle actif pour éliminer la partie non-linéaire du système d'erreur (2.19), la loi de contrôle u est choisie comme suit :

$$u = Bv - \eta(x_m, x_s) \quad (1.20)$$

D'où v est le contrôleur actif et B un vecteur constant de gain qui doit être calculé de telle sorte que le couple (A, B) soit contrôlable. En substituant (1.20) dans (1.19), la dynamique de l'erreur est simplifiée comme suit :

$$\dot{e} = Ae + Bv \quad (1.21)$$

Ainsi, le problème de synchronisation peut être remplacé par un équivalent problème de la stabilisation de la solution $e = 0$ du système (1.20) par un choix approprié du contrôleur en mode glissant.

Dans la méthode du mode glissant, nous définissons la surface de glissements, comme suit :

$$s(e) = Ce = \sum_{j=1}^n c_j e_j \quad (1.22)$$

Où c : est un vecteur constant à déterminer, et le système contrôlé doit satisfaire :

$$s(e) = 0, \dot{s}(e) = 0 \text{ Alors, on peut écrire :}$$

$$\dot{s}(e) = C(Ae + Bv) \quad (1.23)$$

Donc le contrôleur v est donné par :

$$v = -(CB^{-1})CAe \quad (1.24)$$

D'où C est choisi de telle sorte que $CB \neq 0$. L'existence de (CB^{-1}) est une condition nécessaire. La nouvelle forme de l'erreur de synchronisation est donnée par :

$$\dot{e} = [I - B(CB^{-1})C]Ae \quad (1.25)$$

Pour assurer la stabilité asymptotique du système contrôlé, le vecteur C doit être choisi de telle sorte que les parties réelles des valeurs propres de la matrice

$[I - B (CB^{-1}) C] A$ Soient toutes négatives.

I.4 Méthodes d'étude de la stabilité des systèmes dynamiques continus non linéaires :

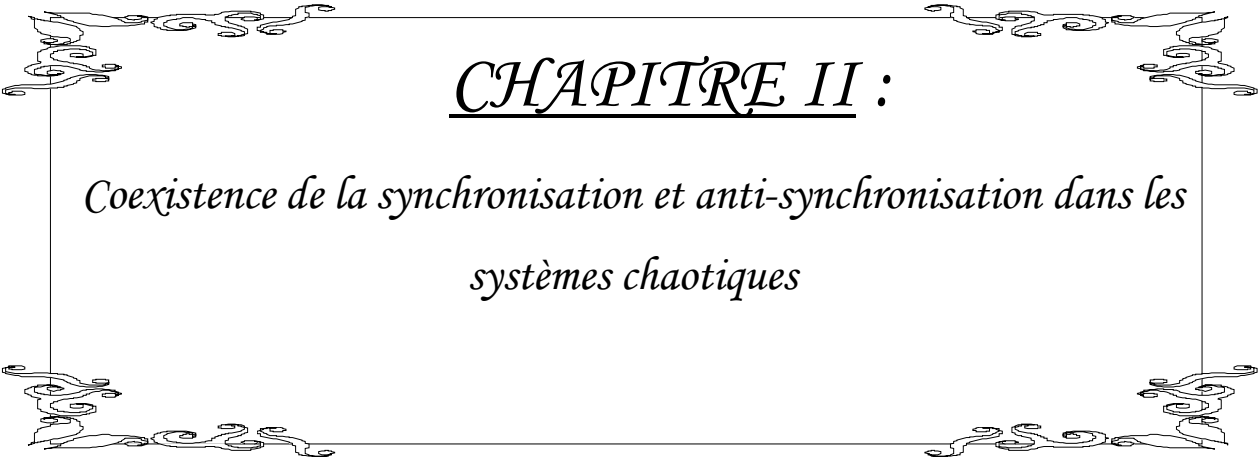
Pour l'analyse de la stabilité et, principalement, lorsque les systèmes non linéaires ne permettent pas une linéarisation ou lorsque le modèle linéaires est loin de représenter le comportement réel du système, on utilise généralement des méthodes plus ou moins difficiles à mettre en œuvre, parmi ces méthodes, on peut citer : la méthode des portraits de phase, le critère de Popov, la méthode directe de Lyapunov et la méthode des normes vectorielles. Dans tout ce qui suit et pour la vérification de la stabilité des systèmes d'erreurs, on se limite à la méthode de Lyapunov. [28,30]

I-4-1 La méthode de Lyapunov :

La méthode de Lyapunov, permettant l'analyse de la stabilité directement à partir des équations décrivant les systèmes, ne nécessite pas la détermination explicite des solutions de ces équations. En effet, la détermination d'une fonction scalaire $v(x)$, dite de Lyapunov, définie positive dans l'espace d'état, dont la dérivée par rapport au temps $\dot{v}(x)$ est une fonction définie négative, suffit pour pouvoir conclure à la stabilité asymptotique du système dynamique continu non linéaire du type (1.1).

I. 5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce premier chapitre quelques définitions et concepts généraux des systèmes dynamiques chaotiques, en mettant l'accent sur la possibilité de synchroniser deux systèmes chaotiques et la présentation de quelques types de Synchronisation ainsi que les méthodes pour les réaliser.



CHAPITRE II :

*Coexistence de la synchronisation et anti-synchronisation dans les
systèmes chaotiques*

II. 1 Introduction

Dans cette partie, nous présentons quelques définitions et résultats sur la configuration maître-esclave pour mettre en évidence l'étude de la coexistence des deux types de synchronisation : la synchronisation complète et l'anti synchronisation lors de la synchronisation de deux systèmes chaotiques identiques.

II. 2 Définitions de la synchronisation complète et l'anti synchronisation

Considérons le système chaotique suivant:

$$\dot{x} = G(x) \tag{2.1}$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des variables d'états, $G(x) = (G_1(x); G_2(x); \dots G_n(x))^T$ est un vecteur de fonctions continues tel que $G(0) = 0$.

Le système (2.1) est dit système maître. Le système esclave est donné par

$$\dot{y} = G(y) + u \tag{2.2}$$

Où $y \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des variables d'états et u est le contrôleur à déterminer.

Premièrement, commençons par définir l'état de l'erreur de synchronisation comme $e = y - x$, alors la dynamique de l'erreur sera donnée par :

$$\dot{e} = G(y) - G(x) + u \tag{2.3}$$

Où $e \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des variables d'états des erreurs.

Définition 1

Le système maître (2.1) synchronise Le système esclave (2.2) si et seulement si la condition suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$$

est satisfaite.

Deuxièmement, considérons l'erreur de l'anti synchronisation définie par

$E = y + x$, alors la dynamique de l'erreur sera donnée par :

$$\dot{E} = G(y) + G(x) + u \tag{2.4}$$

Où $E \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur des variables d'états des erreurs et u est le contrôleur à désigner ultérieurement.

Définition 2

Le système maître (2.1) anti synchronise Le système esclave (2.2) si et seulement si la condition suivante :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|E(t)\| = 0$$

est satisfaite.

Algorithme 1.

Dans la cette section nous présentons un algorithme pour déterminer les variables d'état du système maître qui vont anti synchroniser les variables d'état correspondantes du système esclave.

- **Étape 1:** nous sélectionnons d'abord la variable x_1

Si $G_1(x) = G_{11}(x_1) + G_{12}(x_2, \dots, x_n)$ est une fonction impaire, ou

$G_{11}(x_1) = \alpha_1 x_1$, nous pouvons définir $E_1 = x_1 + y_1$, où α_1 est un nombre réel.

- **Étape 2:** Si $G_{12}(x_2, \dots, x_n) = \alpha_2 x_2 + G_{13}(x_3; \dots; x_n)$ nous devons définir

$$E_2 = y_2 + x_2, \text{ où } \alpha_2 \text{ est un nombre réel.}$$

Sinon, si $G_2(x) = G_{21}(x_2) + G_{22}(x_1; x_3; \dots; x_n)$ est une fonction impaire, ou si $G_{21}(x_2) = \alpha_3 x_2$, nous pouvons définir $E_2 = y_2 + x_2$, où α_3 est un nombre réel. Ensuite, nous déterminons si $E_2 = x_2 + y_2$ convient ou non en fonction de la condition selon laquelle l'origine est un point d'équilibre du système d'erreur.

- **Étape 3:** Lorsque $i \rightarrow n$ nous pouvons définir $E_i = y_i + x_i$ ou

$e_i = y_i - x_i$ Par la procédure similaire à l'étape 2.

II. 3 Étude de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti-synchronisation lors de la synchronisation de deux systèmes chaotiques unifiés identiques.

II- 3-1 Présentation de la configuration maitre-esclave :

Nous considérons le système unifié suivant comme étant le système maitre:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\theta + 10)(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = (28 - 35\theta)x_1 + (29\theta - 1)x_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - \frac{8+\theta}{3}x_3 \end{cases} \quad (2.5)$$

Et le système suivant comme étant le système esclave non contrôlé

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = (25\theta + 10)(y_2 - y_1) \\ \dot{y}_2 = (28 - 35\theta)y_1 + (29\theta - 1)y_2 - y_1y_3 \\ \dot{y}_3 = y_1y_2 - \frac{8+\theta}{3}y_3 \end{cases} \quad (2.6)$$

Où (x_1, x_2, x_3) et (y_1, y_2, y_3) sont les variables d'état du système maitre et système esclave ; θ est une constante réelle présentant.

II- 3-2 Choix des variables d'états pour l'anti synchronisation

Selon l'algorithme 1, nous pouvons définir $E_1 = x_1 + y_1$ puisque

$$G_1(x) = (25\theta + 10)(x_2 - x_1)$$

La dynamique de l'erreur E_1 peut être donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{x}_1 + \dot{y}_1 \\ &= (25\theta + 10)(x_2 - x_1) + (25\theta + 10)(y_2 - y_1) \\ &= g_1(x, y, e_3, E) = (25\theta + 10)(E_2 - E_1) \end{aligned}$$

De même nous devrions définir $E_2 = x_2 + y_2$ et la dynamique de l'erreur E_2 peut être donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 &= \dot{x}_2 + \dot{y}_2 \\ &= (28 - 35\theta)x_1 + (29\theta - 1)x_2 - x_1x_3 + (28 - 35\theta)y_1 + (29\theta - 1)y_2 - \\ &\quad y_1y_3 \end{aligned}$$

$$=(28 - 35\theta)(x_1 + y_1) - (x_1 + y_1)(y_3 - x_3) - x_3(x_1 + y_1) + x_1(y_3 - x_3) + (29\theta - 1)(x_2 + y_2)$$

$$= g_2(x, y, e_3, E) = (28 - 35\theta)E_1 - E_1e_3 - x_3E_1 + x_1e_3 + (29\theta - 1)E_2$$

Et puisque Si on défini :

$$\begin{aligned} \dot{E}_3 &= \dot{x}_3 + \dot{y}_3 \\ &= x_1x_2 - \frac{8+\theta}{3}x_3 + y_1y_2 - \frac{8+\theta}{3}y_3 \\ &= -\frac{8+\theta}{3}E_3 + x_1x_2 + y_1y_2 \\ &= -\frac{8+\theta}{3}E_3 + x_1x_2 + (E_1 - x_1)(E_2 - x_2) \\ &= -\frac{8+\theta}{3}E_3 + E_1E_2 - x_1E_2 - x_2E_1 + 2x_1x_2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Il est clair que $E_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$) n'est pas un point d'équilibre du système des erreurs. En fait, le côté gauche de l'équation (2.7) est égal à zéro. Cependant, le côté droit n'est pas égal à zéro, mais égal à $2x_1x_2$. Par conséquent, nous devrions définir $e_3 = y_3 - x_3$ et la dynamique de l'erreur e_3 peut être donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 &= \dot{y}_3 - \dot{x}_3 \\ &= y_1y_2 - \frac{8+\theta}{3}y_3 - x_1x_2 - \frac{8+\theta}{3}x_3 \\ &= (x_1 + y_1)(x_2 + y_2) - x_2(x_1 + y_1) - x_1(x_2 + y_2) - \frac{8+\theta}{3}(y_3 - x_3) \\ &= g_3(x, y, e_3, E) = E_1E_2 - x_2E_1 - x_1E_2 - \frac{8+\theta}{3}e_3 \end{aligned}$$

Et enfin on obtient le système d'erreur indiqué par (2.8).

Puis laissez $E_i = y_i + x_i$ ($i = 1, 2$) et $e_3 = y_3 - x_3$ de sorte que le système d'erreur obtenu

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = g_1(x, y, e_3, E) = (25\theta + 10)(E_2 - E_1) \\ \dot{E}_2 = g_2(x, y, e_3, E) = (28 - 35\theta)E_1 - E_1e_3 - x_3E_1 + x_1e_3 + (29\theta - 1)E_2 \\ \dot{e}_3 = g_3(x, y, e_3, E) = E_1E_2 - x_2E_1 - x_1E_2 - \frac{8+\theta}{3}e_3 \end{cases} \quad (2.8)$$

Ou $E = (E_1, E_2)^T$.

II-3-3 Choix du contrôleur u

Remarque 2 :

Le système (2.5) étant chaotique, pour le système d'erreurs non contrôlé (2.8), il existe

$\lambda_i > 0 (i = 1, 2)$, qui satisfait

$$g_i(x, y, e_3, E) \leq \lambda_i E_i^2, i = 1, 2 \text{ et } e_3 g_3(x, y, e_3, E) \leq \lambda_3 e_3^2 \quad (2.9)$$

Notez que si $E_2 = 0$, le sous-système du system (2.8) suivant

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = -(25\theta + 10)E_1 \\ \dot{e}_3 = -x_2 E_1 - \frac{8+\theta}{3} e_3 \end{cases} \quad (2.10)$$

Est Globalement asymptotiquement stable (GAS) quelle que soit la valeur de θ .

Par conséquent, nous pouvons ajouter le contrôleur $u = (0, k_1 E_2, 0)^T$ au système esclave non contrôlé (2.6) et le système des erreurs contrôlées devient

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = (25\theta + 10)(E_2 - E_1) \\ \dot{E}_2 = (28 - 35\theta)E_1 - E_1 e_3 - z_m E_1 + x_m e_3 + (29\theta - 1)E_2 + k_1 E_2 \\ \dot{e}_3 = E_1 E_2 - y_m E_1 - x_m E_2 - \frac{8+\theta}{3} e_3 \end{cases} \quad (2.11)$$

Le système esclave contrôlé sera présenté comme

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = (25\theta + 10)(y_2 - y_1) \\ \dot{y}_2 = (28\theta - 35)y_1 + (29\theta - 1)y_2 - y_1 y_3 + k_1 E_2 \\ \dot{y}_3 = y_1 y_2 - \frac{8+\theta}{3} y_3 \end{cases} \quad (2.12)$$

Où le gain de rétroaction k_1 est adapté conformément à la loi suivante.

$$\dot{k}_1 = -\gamma E_2^2 \quad (2.13)$$

Et $\gamma > 0$ est un nombre arbitraire.

Ensuite, nous allons prouver que la coexistence de la synchronisation et de l'anti-synchronisation dans les systèmes chaotiques unifiés est réalisée par le contrôleur $u = (0, k_1 E_2, 0)^T$ Où x_1 et x_2 anti-synchronisent y_1 et y_2 respectivement, tandis que x_3 synchronise y_3 .

II.4 Preuve de la réalisation de la coexistence de synchronisation et d'anti-synchronisation dans les systèmes chaotiques unifiés

Afin de faciliter l'analyse, nous nous référons aux systèmes (2.11) et (2.12) en tant que systèmes d'augmentation, et introduisons la fonction de Lyapunov définie positive suivante.

$$V(E, e_3, k_1) = \frac{1}{2}(e_3^2 + E^T E) + \frac{1}{2\gamma}(k_1 + L_1)^2 \quad (2.13)$$

Où

$$L_1 > M \sup_{E_2 \neq 0} \frac{e_3^2 + E^T E}{E_2^2}, \quad M = \max_{i=1}^3 \lambda_i \quad (2.14)$$

Ensuite, nous donnons le résultat principal suivant.

Théorème (1)

Partant de n'importe quelles valeurs initiales du système des erreurs contrôlé (2.11), les orbites $(E(t), e_3(t))^T$ convergent vers l'origine comme $t \rightarrow +\infty$, c'est-à-dire que la coexistence de la synchronisation et de l'anti-synchronisation des systèmes chaotiques unifiés est réalisée par le contrôleur $u = (0, k_1 E_2, 0)^T$.

- **Démonstration**

En dérivant la fonction de Lyapunov le long des trajectoires du système d'augmentation, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= E_1 \dot{E}_1 + E_2 \dot{E}_2 + \dot{e}_3 e_3 + \frac{1}{\gamma}(k_1 + L_1) \dot{k}_1 \\ &= E_1 g_1(x, y, e_3, E) + E_2 (g_2(x, y, e_3, E) + k_1 E_2) + e_3 g_3(x, y, e_3, E) \\ &\quad - (k_1 + L_1) E_2^2 \\ &= E_1 g_1(x, y, e_3, E) + E_2 g_2(x, y, e_3, E) + e_3 g_3(x, y, e_3, E) - L_1 E_2^2 \\ &\leq M(E_1^2 + E_2^2 + e_3^2) - L_1 E_2^2 < 0 \end{aligned}$$

Selon la théorie de stabilité de Lyapunov, le point d'équilibre du système des erreurs (11.8) est GAS. Ceci complète la démonstration.

II.5. Conclusion

On s'appuyons sur un algorithme prédéfini, nous avons choisi les variables d'états du système à anti synchronisé, déterminer le contrôleur approprié, poser la dynamique du système des erreurs, proposé un théorème pour la coexistence et enfin démontrer le théorème en se basant sur la théorie de stabilité de Lyapunov Pour valider les résultats théoriques ci-dessus, nous allons effectuer des simulations numériques dans le prochain chapitre.



CHAPITRE III :

simulations des différents résultats.

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va simuler le système dynamique chaotique unifier par l'étude de la sensibilité initiale avec leurs attracteurs, et simulé la probabilité de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti synchronisation entre deux système chaotique unifier.

III.2 Méthode utilisée:

La méthode la plus simple pour transformer les équations différentielles en des équations de différence est la méthode d'Euler

$$\frac{dy}{dt} = f(x, y, z) \rightarrow \frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta t} = f(x_n, y_n, z_n, \dots) \quad (3.1)$$

Qui nous permet d'écrire y_{n+1} comme :

$$y_{n+1} = \Delta t (f(x_n, y_n, z_n, \dots)) + y_n. \quad (3.2)$$

L'approche nous a permis de transformer les équations différentielles en des équations de différence:

Le système unifié sera donné par :

$$\begin{cases} x_{n+1} = ((25\theta + 10)(y_n - x_n))\Delta t + x_n \\ y_{n+1} = ((28 - 35\theta)x_n + (29\theta - 1)y_n - x_n z_n)\Delta t + y_n \\ z_{n+1} = (x_n y_n - ((8 + \theta)/3)z_n)\Delta t + z_n \end{cases} \quad (3.3)$$

Ont a opté pour la méthode simple d'Euler pour sa simplicité et son efficacité pour modéliser les équations et tracer les trajectoires

III.3 Quelques simulations sur le système chaotique unifié :

III-3-1 Les tracés des attracteurs :

Nous considérons le système unifié suivant [31] :

$$\begin{cases} \dot{x} = (25\theta + 10)(y - x) \\ \dot{y} = (28 - 35\theta)x + (29\theta - 1)y - xz \\ \dot{z} = xy - \frac{8+\theta}{3}z \end{cases} \quad (3.4)$$

Où $(x; y; z)^T$, est le vecteur des variables d'états du système unifié, θ est une constante réelle présentant le seul paramètre du système unifié.

Ce système présente un comportement chaotique dans une large gamme du paramètre θ .

- ✓ Pour $\theta=0$, on obtient le système (3.5) dit système de Lorenz avec ses attracteurs en 3D et 2D présentés sur la figure Fig.3.1 pour conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$:

$$\begin{cases} \dot{x} = 10(y - x) \\ \dot{y} = 28x - y - xz \\ \dot{z} = xy - \frac{8}{3}z \end{cases} \quad (3.5)$$

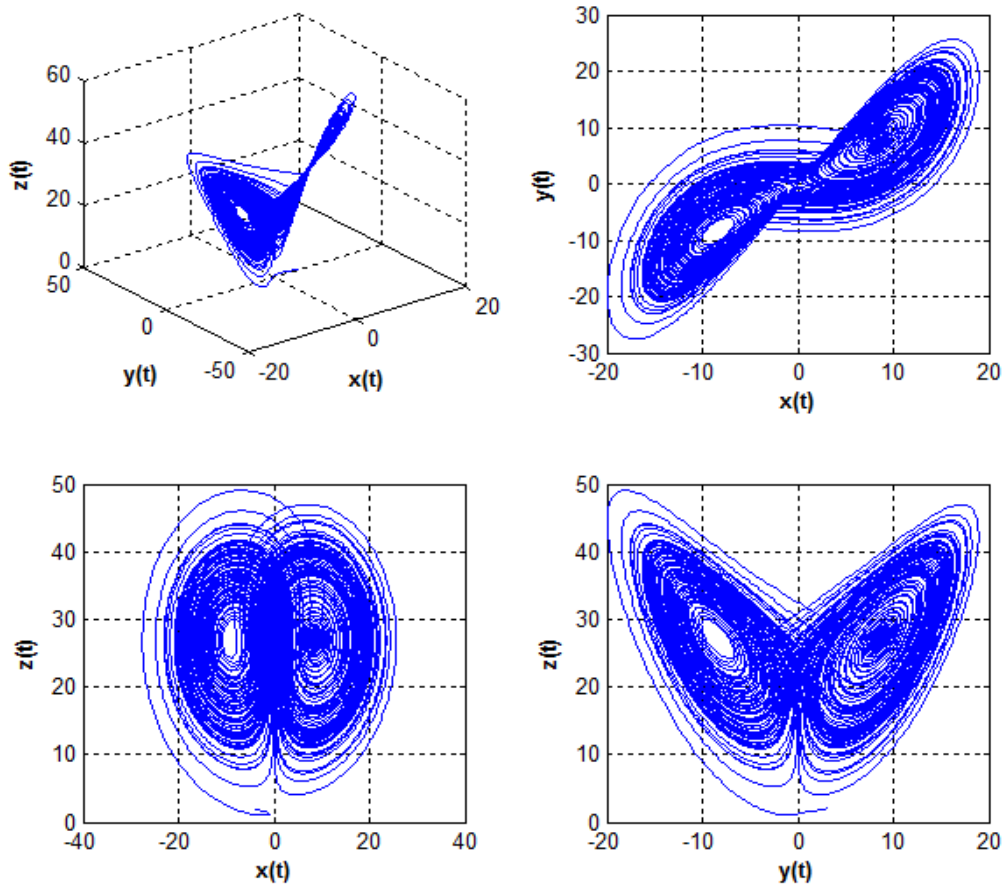


Fig.3.1 attracteurs du système chaotique de Lorenz en 2D et 3D pour les conditions initiale $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$.

- ✓ Pour $\theta = 3/4$, on obtient le système (3.6) dit système de *Chen* avec ses attracteurs en 3D et 2D présentés sur la figure Fig.3.2 pour les mêmes conditions initiales.

$$\begin{cases} \dot{x} = 28.75(y - x) \\ \dot{y} = 1.75x + 20.75y - xz \\ \dot{z} = xy - \frac{8.75}{3}z \end{cases} \quad (3.6)$$

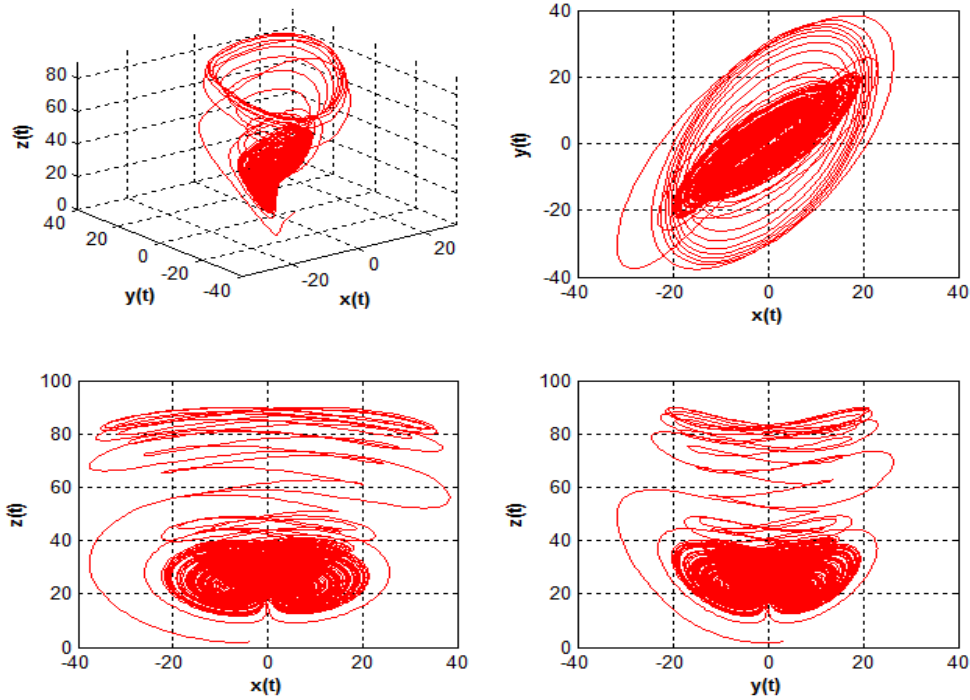


Fig.3.2 attracteurs du système chaotique de *Chen* en 2D et 3D pour les conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$

- ✓ Pour $\theta = 0,8$, on obtient le système (3.7) dit système de *Lu* avec ses attracteurs en 3D et 2D présentés sur la figure 3.3 :

$$\begin{cases} \dot{x} = 30(y - x) \\ \dot{y} = 22.2y - xz \\ \dot{z} = xy - \frac{8.8}{3}z \end{cases} \quad (3.7)$$

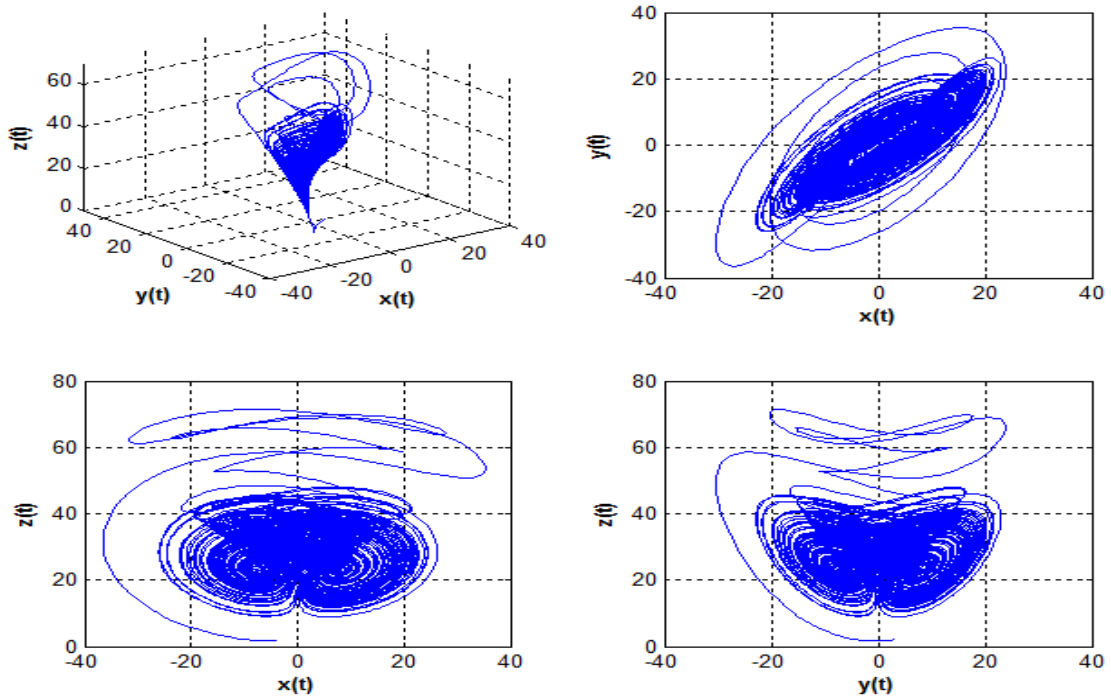


Fig.3.3 attracteurs du système chaotique de Lu en 2D et 3D pour les conditions initiales $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$

III-3-2 Sensibilité aux conditions initiales du système chaotique unifié :

Dans cette partie et pour vérifier la sensibilité aux conditions initiales, on a lancé des simulations sur le système (1) avec ses trois variantes : le système de Lorenz ($\theta=0$), le système de Lü ($\theta=0.75$) et enfin le système de Chen ($\theta=0.8$) et cela pour deux conditions initiales très peu différentes (différence d'un sur dix mille), $(x(0), y(0), z(0)) = (3, -4, 2)$ et $(x(0), y(0), z(0)) = (3.0001, -4.0001, 2.0001)$. Les évolutions temporelles sont données sur les figures : Fig.04, Fig.05 et Fig.06 qui montrent la grande sensibilité à la condition initiales remarquée par les divergences dans le temps entre les mêmes états présentant une différence d'un sur dix mille entre les conditions initiales.

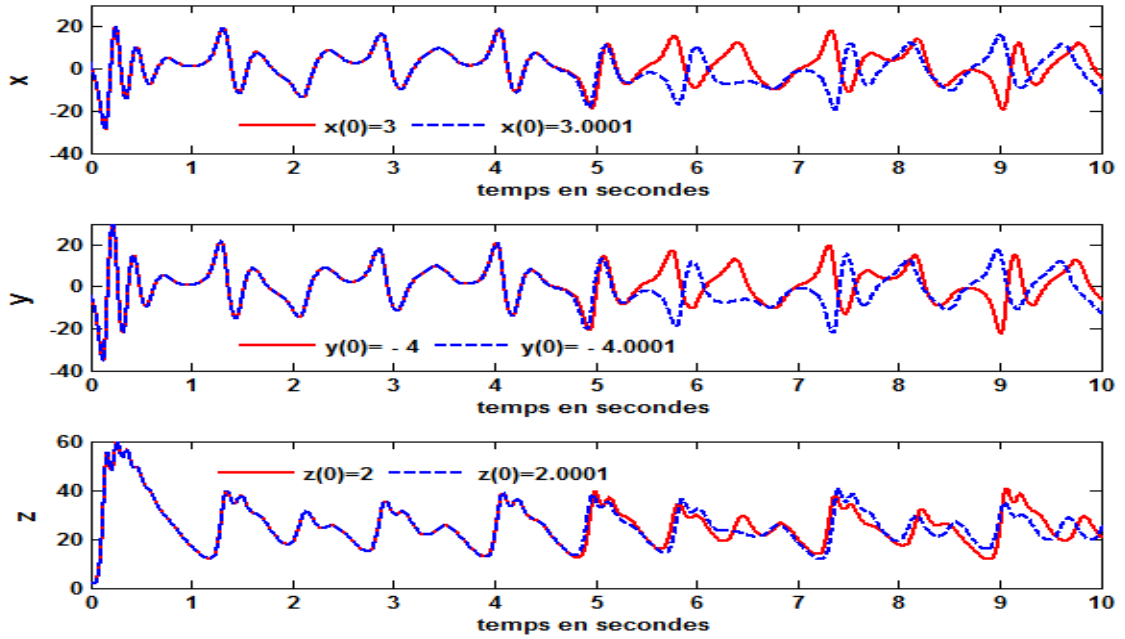


Fig.3.4 Evolutions temporelles des variables d'états x , y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Chen ($\theta=0.75$)

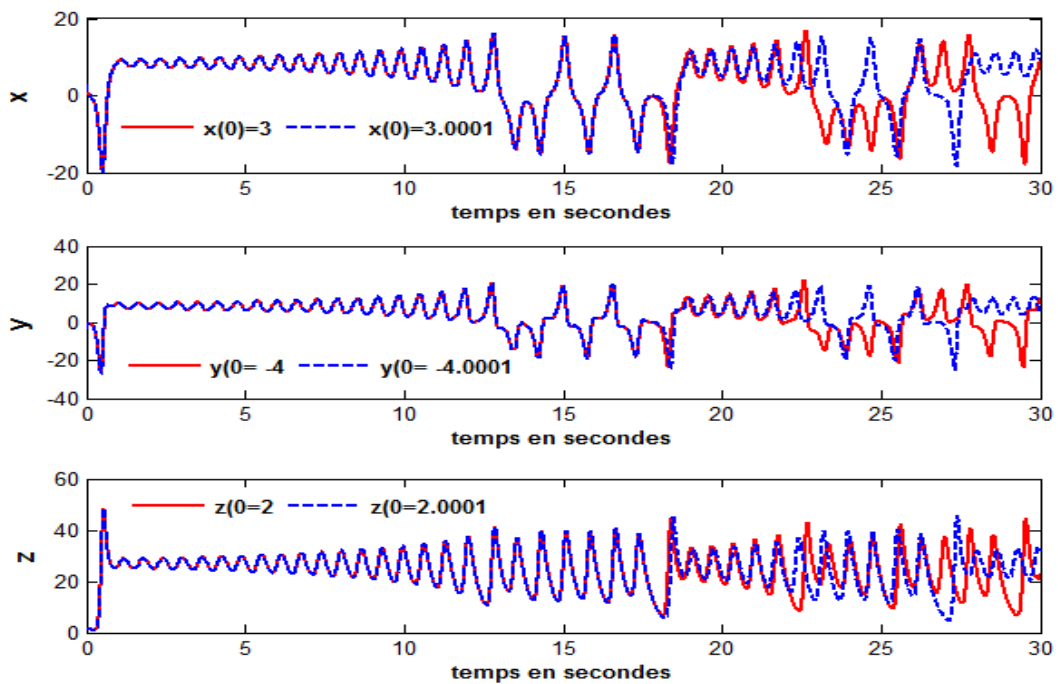


Fig.3.5 Evolutions temporelles des variables d'états x , y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Lorentz ($\theta=0$)

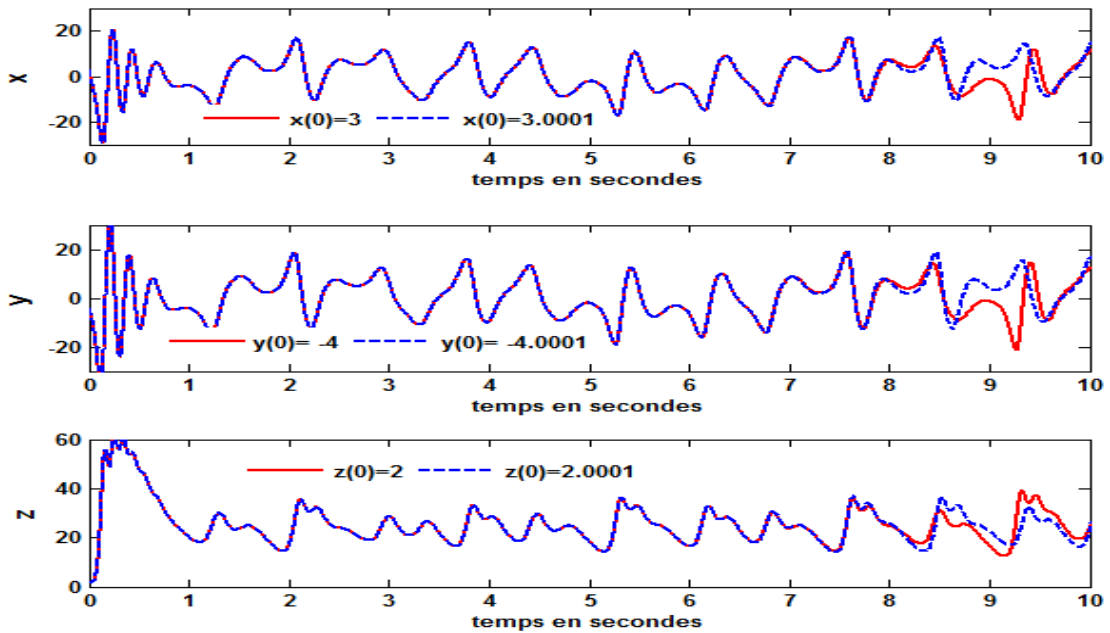


Fig.3.6 Evolutions temporelles des variables d'états x , y et z pour différentes conditions initiales pour le système de Lü ($\theta=0.8$)

Les évolutions temporelles sont données sur les figures : Fig.04, Fig.05 et Fig.06, qui montrent la grande sensibilité aux conditions initiales remarquée par la divergence dans le temps entre les mêmes états présentant une différence d'un sur dix mille entre les conditions initiales. La rapidité de la divergence est remarquée dans le système de Chen après cinq (05) seconde puis vient le système de Lü après huit (08) secondes et enfin vient le système de Lorenz après dix huit (18) secondes.

III.4 Résultats de la simulation de l'étude de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti synchronisation entre deux systèmes chaotique unifiés : [31-34]

Le système maître et le système esclave contrôlé sont donnés par les équations des systèmes (2.5) et le système (2.12) respectivement du chapitre précédent.

Le système des erreurs contrôlées, issues de la synchronisation de la variable d'état y_3 du système esclave avec la variable d'état x_3 du système maître ainsi que l'anti synchronisation des variables d'état y_1 et y_2 du système esclave avec les

variables d'état x_1 et x_2 du système maître respectivement, est donné par le système (2.11) du chapitre précédent.

Avec le choix suivant des conditions initiales :

$$x_1(0) = -2, x_2(0) = 3, x_3(0) = 4 \text{ et } y_1(0) = 4, y_2(0) = -1, y_3(0) = -2$$

et $\theta = 0.75$ et $k_1(0) = -1$, on a lancé des simulations sous MATLAB pour tracer les évolutions temporelles des variables d'état du système (2.5) maître et du système esclave contrôlé (2.12).

Les figures Fig.3.7, et Fig.3.8 montrent ces évolutions en l'absence et en présence du contrôleur respectivement. La figure Fig.3.9 montre l'évolution temporelle des erreurs de synchronisation.

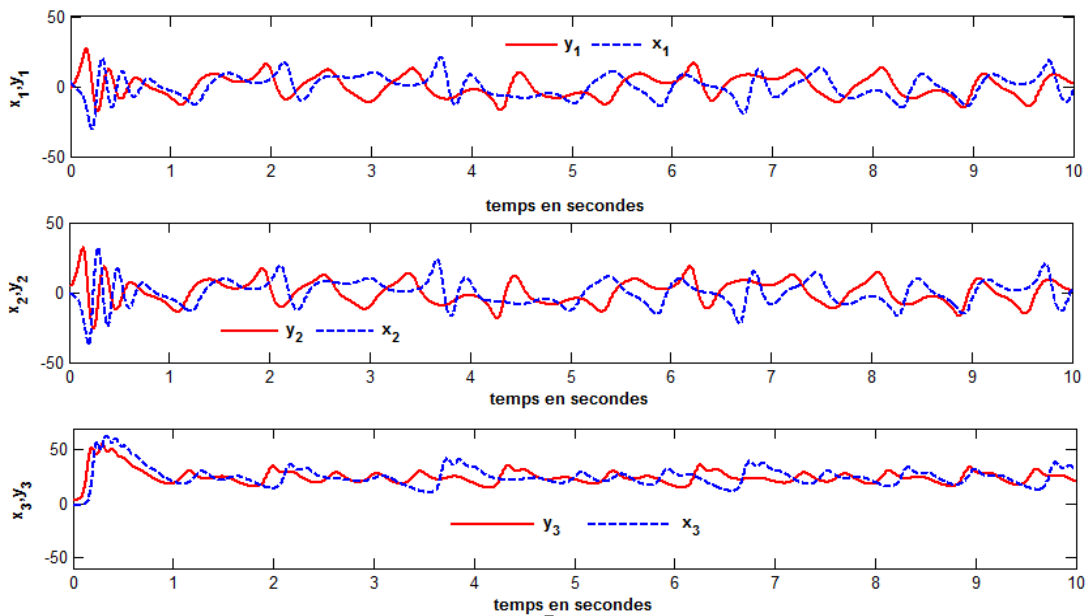


Fig.3.7 Evolutions temporelles des variables d'états des systèmes maître et esclave en l'absence du contrôleur $u = k_1 E_2$

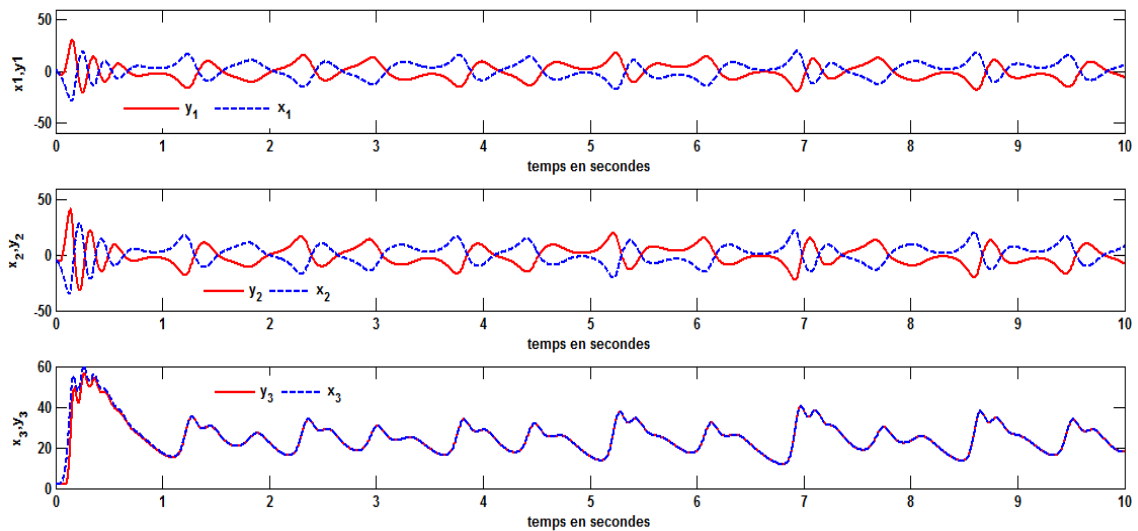


Fig.3.8 Evolutions temporelles des variables d'états des systèmes maître et esclave en présence du contrôleur $u = k_1 E_2$

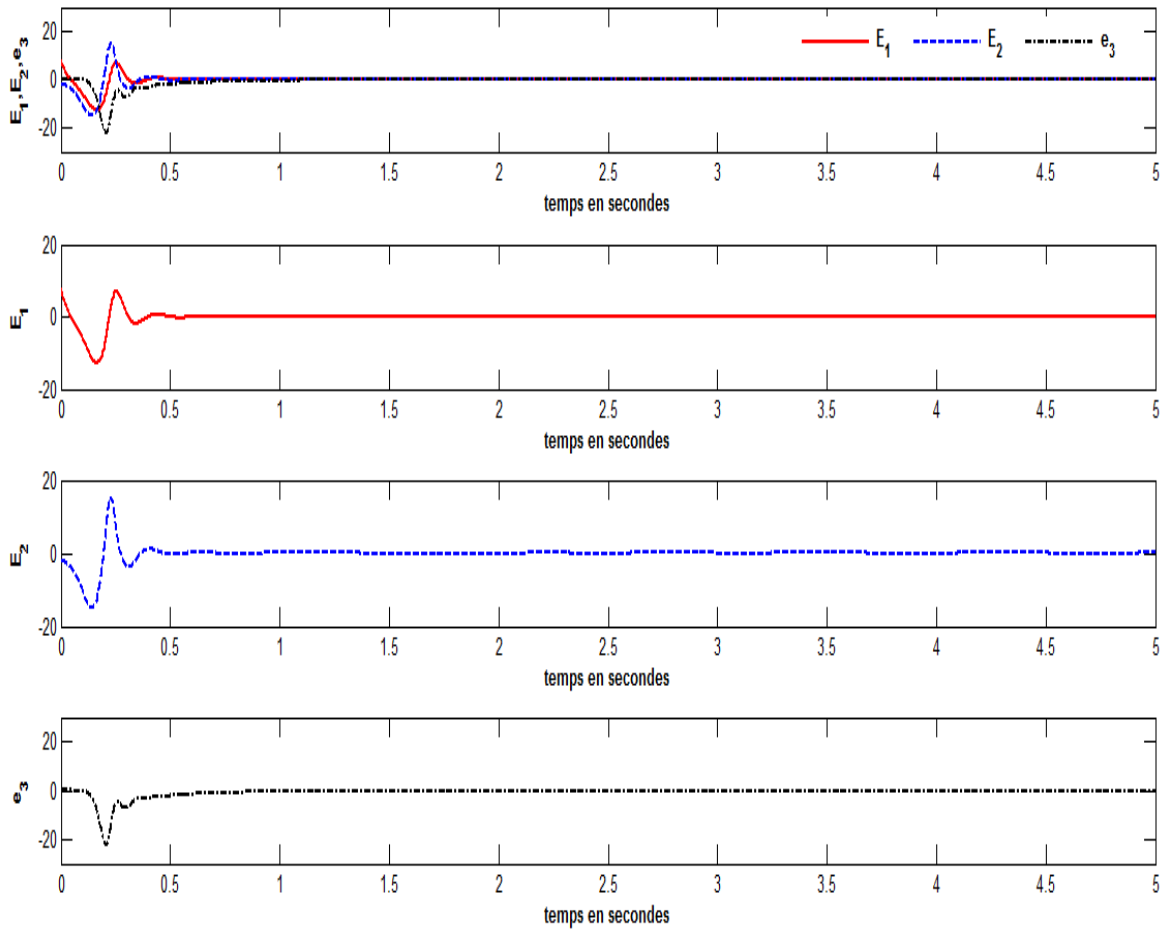


Fig.3.9 Evolutions temporelles des variables d'états des erreurs contrôlées.

Les figures de la Fig.3.9 présentent la dynamique des erreurs et montrent bien qu'elles sont stabilisées ce qui implique que le contrôleur choisi réalise bien la coexistence de la synchronisation et de l'anti synchronisation lors de la synchronisation des deux systèmes chaotiques unifiés. De plus, les figures de la Fig.3.8 présentent les dynamiques des variables d'état ; dans lesquelles, il est clairement montré que x_1 et x_2 anti-synchronisent y_1 et y_2 respectivement, tandis que x_3 synchronise y_3 .

III.5 Conclusion

En conclusion, nous avons réalisé la synchronisation et l'anti-synchronisation simultanément dans les systèmes chaotiques unifiés. Un algorithme nous a permis de déterminer les variables d'état du système maître devant anti synchronisés les variables d'état correspondantes du système esclave. Une loi de contrôle pour les systèmes chaotiques uniformes a été présentée pour garantir la coexistence de la synchronisation et de l'anti-synchronisation. Enfin, des simulations numériques, sous MATLAB, ont été réalisées pour valider les méthodes proposées et montrer l'efficacité de leurs approches.



CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

La théorie du chaos propose pour l'univers un modèle déterministe tout en laissant un espace au hasard, et une dimension à l'imprévisible. Le travail développé dans le cadre de ce mémoire a eu pour objectif une étude sur la possibilité de la coexistence de deux types de synchronisation des systèmes chaotiques identiques continus. L'application a été faite sur l'étude de la coexistence de la synchronisation complète et de l'anti synchronisation lors d'une synchronisation de deux systèmes chaotiques unifiés continus identiques. L'approche présentée est confirmée par des simulations sous MATLAB basées sur la méthode d'Euler pour la résolution des équations différentielles. Nous avons pu voir les évolutions temporelles des états des systèmes maître et esclave ainsi que les erreurs de synchronisation pour confirmer l'efficacité de l'approche et la possibilité de la coexistence de plusieurs types de synchronisation des systèmes chaotiques, chose qui peut être bénéfique pour d'éventuelles applications dans différents domaines : la sécurisation de l'information, la cryptographie ... etc.

Bibliographie

- [1] Pecora, L.M. & Carroll, T.L., 1990. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 64(8), pp.821–824.
- [2] Pecora, L. & Carroll, T., 1992. Synchronized chaotic signals and systems. [Proceedings] ICASSP-92: 1992 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing.
- [3] Li, C. & Yan, J., 2006. Generalized projective synchronization of chaos: The cascade synchronization approach. *Chaos, Solitons & Fractals*, 30(1), pp.140–146.
- [4] Ge, Z.-M. & Chen, C.-C., 2004. Phase synchronization of coupled chaotic multiple time scales systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 20(3), pp.639–647.
- [5] Jia, Q., 2007. Projective synchronization of a new hyperchaotic Lorenz system. *Physics Letters A*, 370(1), pp.40–45. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2007.05.028>.
- [6] Yan, J. & Li, C., 2006. Generalized projective synchronization for the chaotic Lorenz system and the chaotic Chen system. *Journal of Shanghai University (English Edition)*, 10(4), pp.299–304.
- [7] Li, P. & Cao, J., 2007. Stabilisation and synchronisation of chaotic systems via hybrid control. *IET Control Theory & Applications*, 1(3), pp.795–801.
- [8] Vaidyanathan, S. & Pakiriswamy, S., 2012. Generalized Projective Synchronization of Double-Scroll Chaotic Systems Using Active Feedback Control. *Advances in Computer Science and Information Technology. Networks and Communications*, pp.111–118.
- [9] Pakiriswamy, S. & Vaidyanathan, S., 2012. Generalized Projective Synchronization of Three-Scroll Chaotic Systems via Active Control. *Advances in Computer Science and Information Technology. Computer Science and Engineering*, pp.146–155.
- [10] Vaidyanathan, S. & Sampath, S., 2012. Anti-synchronization of four-wing chaotic systems via sliding mode control. *International Journal of Automation and Computing*, 9(3), pp.274–279.
- [11] Zhang, Y., & Sun, J. (2004). Chaotic synchronization and anti-synchronization based on suitable separation. *Physics Letters A*, 330(6), 442-447
- [12] Hu, J., Chen, S., & Chen, L. (2005). Adaptive control for anti-synchronization of Chua's chaotic system. *Physics Letters A*, 339(6), 455-460.
- [13] Hammami, S., Benrejeb, M., Feki, M., & Borne, P. (2010). Feedback control design for Rössler and Chen chaotic systems anti-synchronization. *Physics Letters A*, 374(28), 2835-2840.
- [14] Q. ZHANG, J. LÜ and S. CHEN: Coexistence of anti-phase and complete synchronization in the generalized Lorenz system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 15 (2010), 3067-3072.

- [15] R. GUO: Simultaneous synchronization and anti-synchronization of two identical New 4D chaotic systems, *Chinese Physics Letters*, 28 (2011), 040205.
- [16] Z. WANG and X. SHI: Coexistence of anti-synchronization and complete synchronization of delay hyperchaotic Lü systems via partial variables, *J. of Vibration and Control*, 19 (2013), 2199-2210.
- [17] Fujisaka, H. & Yamada, T., 1983. Stability Theory of Synchronized Motion in Coupled-Oscillator Systems. *Progress of Theoretical Physics*, 69(1), pp.32–47.
- [18] Yamada, T. & Fujisaka, H., 1983. Stability Theory of Synchronized Motion in Coupled-Oscillator Systems. II: The Mapping Approach. *Progress of Theoretical Physics*, 70(5), pp.1240–1248
- [19] Alligood, K.T. et al., 1997. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. *Physics Today*, 50(11), pp.67–68.
- [20] Ott, E., 2002. *Chaos in Dynamical Systems*. Available at: <http://dx.doi.org/10.1017/cbo9780511803260>.
- [21] Ott, E., Grebogi, C. and Yorke, J.A., 1990. Controlling chaos. *Physical review letters*, 64(11), p.1196.
- [22] González-Miranda, J.M., 2004. *Synchronization and Control of Chaos - An Introduction for Scientists and Engineers*.
- [23] Anstett, F., 2006. *Les systèmes dynamiques chaotiques pour le chiffrement: synthèse et cryptanalyse* (Doctoral dissertation, Université Henri Poincaré-Nancy I).
- [24] Lakshmanan, M. & Murali, K., 1996. *Chaos in Nonlinear Oscillators: Controlling and Synchronization*. World Scientific Series on Nonlinear Science Series A.
- [25] Hammami, S., 2009. *Sur la stabilisation de systèmes dynamiques continus non linéaires exploitant les matrices de formes en flèche: application à la synchronisation de systèmes chaotiques* (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Lille).
- [26] Bai, E. W., & Lonngren, K. E. (1997). Synchronization of two Lorenz systems using active control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 8(1), 51-58.
- [27] Xiao-Qun, W., & Jun-An, L. (2003). Parameter identification and backstepping control of uncertain Lü system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 18(4), 721-729.
- [28] Lin, H., & Antsaklis, P. J. (2009). Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results. *IEEE Transactions on Automatic control*, 54(2), 308-322.
- [29] Lefschetz, S. (1965). *Stability of nonlinear control systems*. MARTIN MARIETTA CORP BALTIMORE MD RESEARCH INST FOR ADVANCED STUDIES.
- [30] Goldhirsch, I., Sulem, P. L., & Orszag, S. A. (1987). Stability and Lyapunov stability of dynamical systems: A differential approach and a numerical method. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 27(3), 311-337.

- [31] Wu, X., Li, J., & Chen, G. (2008). Chaos in the fractional order unified system and its synchronization. *Journal of the Franklin Institute*, 345(4), 392-401.
- [32] Ren, L., Guo, R., & Vincent, U. E. (2016). Coexistence of synchronization and anti-synchronization in chaotic systems. *Archives of Control Sciences*, 26(1), 69-79.
- [33] Q. ZHANG, J. LÜ and S. CHEN: Coexistence of anti-phase and complete synchronization in the generalized Lorenz system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 15 (2010), 3067-3072.
- [34] R. GUO: Simultaneous synchronization and anti-synchronization of two identical new 4D chaotic systems, *Chinese Physics Letters*, 28 (2011), 040205.