الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة العربي التبسي – تبسة –
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم: علوم المادة

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر
الميدان: علوم المادة
التخصص: فيزياء المادة المكثفة

العنوان:

إعادة تفسير الديناميكا الحرارية الخفية في إطار الفيزياء الحديثة

إعداد الطالبتين:

غزلان صفاء　　　　كناز وفاء

لجنة المناقشة:

رواق النواري	أستاذ محاضر أ	رئيس	جامعة العربي التبسي
بوديار عبيد	أستاذ محاضر ب	مقرر	جامعة العربي التبسي
بوقرورة حمزة	أستاذ محاضر ب	ممتحن	جامعة العربي التبسي

السنة الجامعية: 2020/2019

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Larbi Tébessa –Tébessa
Faculté des Science Exactes et des Sciences de la Nature et de la Vie

Déclaration sur l'honneur de non-Plagiat

(À joindre obligatoirement au mémoire; Remplie et signée)

Nous soussignions

Nom, prénom: Ghozlane Safa & Kennaz Wafa

N° de carte d'étudiant: (1) 34020728 (2) 34021798

Régulièrement inscrits (es) en **Master** au **Département Sciences de la Matière**

Année universitaire:**2019/2020**

Domaine:**Sciences de la matière**

Filière:**Physique**

Spécialité: physique de la matiére Condensée

Intitulé du mémoire: إعادة تفسير الديناميك الحرارية الذرية
في إطار الفيزياء الحديثة

Attestons que notre mémoire est un travail original et que toutes les sources utilisées ont été indiquées dans leur totalité. Nous certifions également que nous n'avons ni recopié ni utilisé des idées ou des formulations tirées d'un ouvrage, article, ou mémoire, en version imprimée ou électronique, sans mentionner précisément leur origine et que les citations intégrales sont signalées entre guillemets.

Sanctions en cas de plagiat prouvé:

Les étudiants seront convoqués devant le conseil de discipline, les sanctions prévues selon la gravité du plagiat sont:

- L'annulation du mémoire avec possibilité de le refaire sur un sujet différent.
- L'exclusion d'une année du master.
- L'exclusions définitive.

Fait à Tébessa, le: 25/10/2020

Signature des étudiants (es):

(1): (2):

Université Larbi Tebessi- Tébessa

Faculté des sciences exactes et des sciences de la nature et de la vie

Département ...science de la matière...

Filière : ..physique...............................

Spécialité :..physique de la matière Condensée

Année universitaire 2019/2020

Formulaire de levée de réserves après soutenance d'un Mémoire de Master

Données d'identification du candidats(es) :

Nom et prénom du candidat : Ghozlane Safa et Kennoz Wafa.

Intitulé du Sujet : إعادة تفسير الديناميكا الكونية في إطار الفيزياء الحديثة

Données d'identification du membre de jury :

Nom et prénom : Rouag Nouari

Grade : M.C.A

Lieu d'exercice : Université Larbi Tebessi- Tébessa

Vu le procès-verbal de soutenance de la thèse sus citée comportant les réserves suivantes :

Les Corrections ont êtes faite, je donne un avis favorable pour délivre le diplôme.

Et après constatation des modifications et corrections suivantes :

....

....

....

....

Je déclare en ma qualité de président de jury de soutenance que le mémoire cité remplit toutes les conditions exigées et permet au candidat de déposer son mémoire en vue de l'obtention de l'attestation de succès.

Le 25/10/2020

Président de jury de soutenance : (Nom/Prénom et signature)

2020

وفاء

صفاء

بسم الله الرحمان الرحيم

إهداء

الحمد لله عز وجل على منه و عونه لإتمام هذه المذكرة

الحمد لله الذي يسر لي أسباب النجاح

أهدي هذا إلى أحلى كلمتين يرددهما لساني إلى أجمل كائنين عرفتهما عيوني إلى والدي الكريمين تاج رأسي حفظهما الله

إلى جدتي و جدي أداما الله في عمرهما إلى منهم أغلى من أيامي

إلى إخوتي أمال، أشرف، يوسف إلى روح أخي الغالي رحمه الله

إلى جميع الذين أحببتهم و أحبوني إلى أصدقائي وفقهم الله

إلى أستاذي الدكتور "بوديار عبيد" على كل ما قدمه لي من توجيهات و معلومات قيمة ساهمت في إثراء موضوع دراستنا

إلى الذين مهدوا لي طريق العلم و المعرفة إلى جميع أساتذتي الأفاضل

الطالبة: كناز وفاء

إهداء

أحمد الله عز وجل على منه وعونه لإتمام هذه المذكرة
إلى الذي وهبني كل ما يملك حتى أحقق له أماله، إلى من كان يدفعني قدما نحو الأمام لنيل المبتغى، إلى الذي سهر على تعليمي بتضحيات جسام، إلى مدرستي الأولى في الحياة، أبي الغالي على قلبي أطال الله في عمره.إلى التي وهبت فلذة كبدها كل العطاء والحنان، إلى التي صبرت على كل شيء التي رعتني حق الرعاية وكانت سندي في الشدائد، وكانت دعواها لي بالتوفيق، تتبعتني خطوة بخطوة في عملي، إلى من ارتحت بابتسامتها، أمي أعز ملاك على القلب والعين جزاها الله عني خير الجزاء، أطال الله عمرها.إليهما أهدي هذا العمل المتواضع لكي أدخل على قلبهما شيئا من السعادة إلى إخوتي وأختي الغالية على قلبي الذين تقاسموا معي عبء الحياة
كما أهدي ثمرة جهدي لأستاذي الكريم الدكتور:" بوديار عبيد " على كل ما قدمه لي من توجيهات ومعلومات قيمة ساهمت في إثراء موضوع دراستنا في جوانبها المختلفة.
إلى من سرنا سويا ونحن نشق الطريق معا نحو النجاح والإبداع إلى من تكاتفنا يدا بيد ونحن نقطف زهرة تعلمنا إلى صديقاتي وزميلاتي. إلى من علموني حروفا من ذهب وكلمات وعبارات من أسمى وأجلى عبارات في العلم إلى من صاغوا لي من علمهم حروفا ومن فكرهم منارة تنير لنا مسيرة العلم والنجاح إلى أساتذتي الكرام.
إلى كل هؤلاء أهدي هذا العمل.

الطالبة: غزلان صفاء

شكر و عرفان

"من لم يشكر الناس لم يشكر الله"
صدق رسول الله صلى الله عليه وسلم

الحمد لله على إحسانه والشكر له على توفيقه وامتنانه ونشهد أن لا إله إلا الله وحده لا شريك له تعظيما لشأنه ونشهد أن سيدنا محمد عبده ورسوله الداعي إلى رضوانه صلى الله عليه وعلى آله وأصحابه وأتباعه وسلم.

بعد شكر الله سبحانه وتعالى على توفيقه لنا لإتمامنا هذا البحث المتواضع نتقدم بجزيل الشكر إلى الوالدين العزيزين اللذان أعانانا وشجعانا على الاستمرار في مسيرة العلم والنجاح، وإكمال الدراسة الجامعية والبحث، كما نتوجه بالشكر الجزيل إلى من شرفنا بإشرافه على مذكرة بحثنا الأستاذ الدكتور،"بوديار عبيد" الذي لن تكفينا حروف هذه المذكرة لإيفائه حقه بصبره الكبير علينا، ولتوجيهاته العلمية التي لا تقدر بثمن، والتي ساهمت بشكل كبير في إتمام واستكمال هذا العمل، إلى كل أساتذة قسم علوم المادة،كما نتوجه بخالص شكرنا وتقديرنا إلى كل من ساعدنا من قريب أو من بعيد على إنجازنا وإتمامنا هذا العمل.

وشكرا

ملخص

نهدف من خلال هذه المذكرة إلى إعادة استخراج بعض قوانين الترموديناميك الخفي لجسيم، دون الاعتماد على الترموديناميك النسبي، حيث تمكنا من التوصل إلى شكل تغير الطاقة الداخلية لجسيم وحيد مشابه تماما لقانون تغير الطاقة الداخلية لغاز مثالي.

إن الطريقة المستعملة هنا مكنتنا من تطبيقها في عدة مجالات، حيث مكنتنا من تحديد قيمة المجالات الثلاثة للتجاذب والتنافر في فيزياء الجسيمات الأولية بدقة عالية، بالإضافة إلى استخدامها في إعادة إيجاد قانون إشعاع الجسم الأسود بطريقة جديدة. كما استطعنا تطبيقها في ميدان الناقلية الفائقة حيث تمكنا من الحصول على الشكل التقريبي لمنطقة الطاقة الممنوعة بجوار درجة الحرارة الحرجة.

الكلمات المفتاحية

دو بروغلي، ترموديناميك خفي، جسيم معزول

Abstract

Through this research, we aim to reproduce some of the hidden thermodynamics laws of a particle, without relying on the relativistic thermodynamics, where we were able to come up with a form of changing the internal energy of a single particle that is quite similar to the law of changing the internal energy of an ideal gas. The method used here enabled us to apply it in several areas, where it enabled us to determine the value of the three areas of attraction and repulsion in elementary particle physics with high accuracy, in addition to using it to re-create the law of black body radiation in a new way. Also, we were able to apply it in the field of superconductivity, so we were able to obtain the approximate shape of the energy area near the critical temperature.

Key words

De Broglie, hidden thermodynamics, isolated particle

قائمة الرموز

δA	مبدأ الفعل الأصغر	$\mathcal{L}$	دالة لاغرانج
T	الطاقة الحركية	U	الطاقة الداخلية
v	سرعة النقطة المادية	$d\tau$	الزمن الذاتي للنقطة المادية
c	سرعة الضوء	dl	مقدار التنقل
m_0	الكتلة السكونية	$\vec{p}$	شعاع كمية الحركة
p_x، p_y، p_z	كميات الحركة	m	الكتلة الحركية
W	الطاقة الكلية	E	الطاقة الكلية للنظام
u_i، u_4	مركبات السرعة الرباعية	I_i، I_4	المركبات الرباعية
$\vec{I}$	الشعاع الرباعي	T_0	درجة الحرارة المطلقة
V	الحجم	M_0	الكتلة الذاتية الكلية
Q	كمية الحرارة	A	كمية العمل
F	القوة المطبقة على الجسم	$\Delta\mathcal{L}$	التغير في دالة لاغرانج
R، R_0	معلمين غاليليين	Q_0	كمية الحرارة الذاتية
S	الأنتروبي	T	درجة الحرارة

$\delta_{M_0}\mathcal{L}$	مقدار التغير في دالة لاغرانج	I، $\acute{I}$	معلمين عطاليين
w	سرعة تحرك معلم بالنسبة لمعلم آخر	p	الضغط
γ	معامل تحويل لورنتز	$\vec{K}$	القوة المعطاة للجسم
$K_{\acute{x}}$، $K_{\acute{y}}$، $K_{\acute{z}}$	المركبات الديكارتية للقوة	$\hat{n}'$	الشعاع الناضمي على السطح
$s_{\acute{x}}$، $s_{\acute{y}}$، $s_{\acute{z}}$	مركبات الشعاع	$\vec{G}$	شعاع كمية الحركة
n	عدد المولات في الغاز	R	ثابت الغازات المثالية
P_i	الاحتمال	R	مقدار حقيقي
$S(\vec{x},t)$	طور دالة الموجة	H	الهاملتونيان
$\vec{x}$	مسار الجسيم	N_i	عدد الحالات الميكروسكوبية
V	الكمون الكلاسيكي	Q	الطاقة الكامنة الكمومية
$\hbar$	ثابت بلانك	$\psi(\vec{x},t)$	دالة الموجة
$\rho(\vec{x},t)$	كثافة الاحتمال	N	عدد الجسيمات
W	سرعة الانتشار	$\vec{\mathrm{E}}$	الحقل الكهربائي
$\vec{B}$	الحقل المغناطيسي	$\vec{H}$، $\vec{D}$	شعاعين

الحساسية الكهربائية	ε	الحساسية المغناطيسية	μ
سعة الموجة	ϕ	معامل الانكسار	n
طول الموجة	λ	شعاع الموجة	$\vec{k}$
تردد الموجة	ω	المسار الضوئي الهندسي	nz
طول الموجة	L	سعة الموجة	$\mathrm{A}(r)$
شعاع الوحدة	$\vec{n}$	التغير في السطح	ds
تواتر الموجة	ν	سرعة انتشار الموجة	u
سعة انتشار الموجة الميكانيكية	ϕ_{mech}	سعة انتشار الموجة الضوئية	ϕ_{opt}
السعة الحقيقية للموجة	$a(\vec{r},t)$	العدد الموجي	k
التواتر الداخلي للجسيم	ν_c	الطور الحقيقي للموجة	$\varphi(\vec{r},t)$
الطاقة الذاتية للجسيم	W_0	ثابت بولتزمان	K_β
القيمة المتوسطة للكتلة	$\bar{M}_0$	العمل المنجز على الجسيم	δI
التغير في الطاقة	ΔE	الحرارة المقدمة من طرف الخزان الحراري الخفي	$\delta_{M_0}\mathcal{L}$

Δt	التغير في الزمن	v، v_0	الحجم
H_0	هاملتوني الحالة الأساسية	H_I	هاملتوني التفاعل
$\delta\mathcal{E}_0$	الجزء الحقيقي	$\mathcal{E}\delta$	الجزء التخيلي
$\hbar\vec{k}$	كمية حركة الجسيم	ρ	كثافة الطاقة
δE	الطاقة المتبادلة	ρ_ν	الكثافة الطيفية للطاقة
e	أساس اللوغارتم النيبيري	r_0	وسيط حر
r	البعد	$\mathrm{T_c}$	درجة الحرارة الحرجة
ξ_0	الحجم الصغير لباقة الموجة	E_g	عصابة الطاقة الممنوعة

فهرس الأشكال

قائمة الجداول

الفهرس

المقدمة العامة

إن التطور التكنولوجي المتسارع وخاصة في السنوات الأخيرة، حيث أصبحت الأجهزة متناهية في الصغر، وأصبح الكلام في المجتمعات الفيزيائية يدور حول دراسة أعداد صغيرة من الجسيمات، حيث تصبح قوانين الترموديناميكا المعروفة جيدا والمبنية على تواجد أعداد كبيرة من الجسيمات لا يمكن تطبيقها على الأعداد الصغيرة والتي قد تكون معزولة.

إن أول من تطرق إلى وجود نوع آخر من الترموديناميك، يختلف بشكل جذري عن الترموديناميك الذي نعرفه، هو **دوبروغلي،** حيث نشر ذلك في مقالة سماها ترموديناميك الجسم المعزول، أو الترموديناميك **الخفي.**

لقد عالج دوبروغلي هذه المسألة اعتمادا على تحويلات لورنتز في الميكانيك النسبي، وعلى الميكانيك الكمي الذي لايزال في طور التأسيس. ولكن مع تقدم السنوات تبين عدم وجود اتفاق بين علماء الفيزياء حول تحويل نسبي معياري للمقادير الترموديناميكية مثل درجة الحرارة وغيرها وقد تم استخدام الديناميك الحرارية النسبية في استخراج أهم نتائج الترموديناميك الخفية لذلك رأينا أنه من الأنسب التطرق إلى بعض العلاقات النسبية و ذلك انطلاقا من مبدأ الفعل الأصغر لذلك قمنا بتقسيم المذكرة إلى أربعة فصول كالتالي:

تكلمنا في الفصل الأول عن الديناميك الحرارية النسبية و تم التطرق فيه إلى بعض العبارات النسبية كالعبارة العامة للطاقة و العبارة العامة لكمية الحرارة و كذلك درجة حرارة جسيم متحرك و بعض التحويلات النسبية حيث تم التوصل في الأخير إلى أنه لا يوجد تحويل عام لدرجة الحرارة في إطار النسبية الخاصة حسب التعريفات المختلفة المقدمة من عدة علماء.

أما الفصل الثاني فتحدثنا فيه على ديناميك المتغيرات الخفية و تم التطرق فيه إلى أبرز النظريات نظرية دوبروغلي-بوم لتفسير الطبيعة الإحصائية الاحتمالية لميكانيك الكم بناءا على المتغيرات الخفية و أيضا إلى العلاقة بين معادلة الانتشار و الضوء الهندسي و نتيجة تكافئ مبدأ فيرما و مبدأ موبرتيس و استخراج عبارة الطاقة الكامنة الكوانتية. و تحدثنا في الفصل الثالث عن كيفية ظهور فكرة الترموديناميك الخفي وأهم علاقاته الرياضية وعن كيفية اشتقاق دوبروغلي لترموديناميك الجسيم المعزول أو ما يعرف بالترموديناميك الخفي و ذلك من أجل إيجاد شكل واضح للثنائية موجة-جسيم.

وأخيرا خصصنا الفصل الرابع، إعادة استخراج بعض قوانين الترموديناميك الخفي لجسيم، دون الاعتماد على التحويلات النسبية للترموديناميك التي لا تزال مثار جدل. بل اعتمدنا على مفاهيم ميكانيك الكم اللانسبي، ثم قمنا بمحاولة تطبيقها في عدة مجالات معروفة.

الفصل الأول:

الديناميك الحرارية النسبية

1-1- الديناميكا النسبية:

يعتمد ميكانيكا نيوتن على مجموعة المعالم الغاليلية التي تحول الزمن كمقدار مطلق، ولكن بفضل التجارب المهمة مثل تجربة ميكلسون ومورلي التي برهنت صمود سرعة الضوء بالنسبة لجميع الملاحظين. أدت إلى التخلي عن مفهوم الزمن المطلق وأدت إلى ظهور النسبية الخاصة لأينشتاين، وبما أنه قد تم استعمال الديناميكا الحرارية النسبية في استخراج أهم نتائج الديناميكا الحرارية الخفية، فقد رأينا أنه من الأنسب التطرق إلى بعض العلاقات النسبية المهمة في هذا الفصل. [1-3]

يمكن التوصل إلى العبارات العامة للنسبية الخاصة عن طريق مبدأ الفعل الأصغر الموضح في المعادلة التالية:

$$\delta \mathrm{A} = \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = 0 \qquad (1\text{-}1)$$

حيث $\mathcal{L}$ هي دالة لاغرانج، وتعطي العبارة (1-1) المعادلة:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \qquad (1\text{-}2)$$

$$\mathcal{L} = T - U \qquad (1\text{-}3)$$

من المعتاد في النسبية الخاصة أن نرفق كل "حدث" بأربعة إحداثيات t, x, y, z في فضاء رباعي الأبعاد يسمى فضاء "مينكوفسكي" أو فضاء "الزمكان"، تمثل حركة النقاط المادية في هذا الفضاء بمجموعة متتابعة من الأحداث تشكل ما يسمى "الخط العالمي" وعند الانتقال من معلم غاليلي إلى إحداثيات أخرى، يجب استخدام تحويلات "لورنتز"، ولكن مع ذلك توجد مقادير صامدة بالنسبة لهذه التحويلات مثل:

$$ds = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = \sqrt{c^2dt^2 - dl^2} \qquad (1\text{-}4)$$

حيث تمثل كل من dx, dy, dz, dt التغير الحاصل في الإحداثيات داخل نظام "غاليلي" على جزء صغير من "الخط العالمي"، ويمكن إعادة كتابة (1-4)كما يلي:

$$ds = c\, dt\sqrt{1 - \beta^2} = c\, d\tau \qquad (1\text{-}5)$$

حيث تكتب سرعة النقطة المادية بالعبارة:

$$v = \beta c = \frac{dl}{dt} \qquad (1\text{-}6)$$

حيث c: هي سرعة الضوء بينما $d\tau$ يسمى بالزمن الذاتي للنقطة المادية:

$$d\tau = dt\sqrt{1-\beta^2} \tag{1-7}$$

وهو المجال الزمني الذي يتم قياسه بواسطة ساعة ترافق النقطة المادية في حركتها، بينما تنتقل بمقدار dl خلال مجال زمني "$d\tau$"، حيث تمثل العلاقة (1-7) تباطئ الزمن.

عند تطبيق مبدأ الفعل الأصغر في المعادلة (1-1) بين حدثين $P(x_0, y_0, z_0, t_0)$ و $Q(x_1, y_1, z_1, t_1)$ حيث يتم التكامل بين النقطتين Q وP،نجد أن:

$$\mathcal{L} = -m_0c^2\sqrt{1-\beta^2} \tag{1-8}$$

حيث m_0 هي ثابت وتسمى الكتلة "السكونية " وهي تصف كتلة النقطة المادية عندما تكون سرعتها معدومة. كما تسمح لنا المعادلات (1-1)و (1-8) أن نكتب:

$$\mathrm{A} = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\, dt = -m_0c^2 \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{1-\beta^2}\, dt = -\int_P^Q m_0c\, ds \tag{1-9}$$

وإذا كانت النقطة المادية تخضع إلى حقل ماU تصبح:

$$\delta\mathrm{A} = \delta \int_P^Q \left(-m_0c^2\sqrt{1-\beta^2} - U\right) dt = 0 \tag{1-10}$$

وهو يعطي معادلات لاغرانج:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -\frac{\partial U}{\partial x} \tag{1-11}$$

ومن السهل كتابة كميات الحركة للاغرانج كما يلي:

$$p_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = \frac{m_0\dot{x}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1-12}$$

ويمكننا أن نعرف شعاع كمية حركة $\vec{p}$ بالعبارة:

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{\mathrm{v}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1-13}$$

وبالتالي نجد العلاقة التالية:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\overrightarrow{grad}U \tag{1-14}$$

كما يمكننا أن نكتب$\vec{p} = m\vec{\mathrm{v}}$حيث m هي:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{1-15}$$

تسمى "الكتلة الحركية" للنقطة المادية، وهي تزداد بزيادة سرعة النقطة. ومن خلال العبارة السابقة نجد أن سرعة الضوء c هي سقف السرعات في الكون.

1-2- العبارة العامة للطاقة:

العبارة العامة للمعادلات التي وجدناها سابقا تسمح لنا بكتابة:

$$W = \dot{x}p_x + \dot{y}p_y + \dot{z}p_z - \mathcal{L} \tag{1-16}$$

ويمكننا كتابة الاشتقاق الكلي بالنسبة للزمن:

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial \mathrm{t}} \tag{1-17}$$

ونلاحظ أن W يكون ثابت إذا كان الحقل الخارجي ثابت أثناء الحركة، وهذا يؤدي إلى اعتبار W مساوية لطاقة النقطة المادية.

في الميكانيك الكلاسيكي يكون $\mathcal{L} = T - U$ بينما $E = T + U$ و بما أن $\mathcal{L} = -m_0c^2\sqrt{1-\beta^2} - U$

و كذلك باستعمال المعادلة (1-13) نجد:

$$W = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + U \tag{1-18}$$

وهي عبارة الطاقة الكلية للنقطة المادية والتي تظهر كمجموع للطاقة الكامنة U و الحد $\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

فمن أجل $\beta = 0$ حيث يكون الملاحظ يتحرك مع النقطة المادية فإن m_0c^2 هي الطاقة الذاتية للنقطة المادية. بينما في حالة الحركة بسرعة βc فإن الطاقة الحركية للنقطة المادية هي:

$$T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 \tag{1-19}$$

وهو ما عبر عنه أينشتاين بقوله: "كل كتلة m تحوي كمية من الطاقة تساوي m_0c^2"، ويمكننا تسميته الزيادة في الطاقة بسبب الحركة من الحالة الساكنة إلى السرعة βc، بالطاقة الحركية ونكتبها بالعبارة:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (1\text{-}20)$$

ويمكننا التحقق بسهولة عن طريق عملية نشر، من أجل $\beta \ll c$ أن العبارة (1-20) تصبح $\frac{1}{2} m_0 v^2$. ويمكننا في النهاية أن نكتب:

$$W = m_0 c^2 + T + U = m_0 c^2 + E \quad (1\text{-}21)$$

حيث $E = T + U$، فبينما يمكن ل E أن تكون موجبة أو سالبة فإن W في الغالب موجبة.
و يمكننا تعريف مركبات السرعة الرباعية كما يلي:

$$u_i = \frac{dx_i}{ds} = \frac{dx_i}{dt}\frac{dt}{ds} = \frac{v_i}{c\sqrt{1-\beta^2}} \qquad i = \overline{1,3} \quad (1\text{-}22)$$

$$u_4 = \frac{d(ct)}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

وبضرب عبارة الشعاع الرباعي السابق في المقدار الثابت $m_0 c^2$ يمكننا الحصول على عبارة الشعاع الرباعي لكمية الحركة:

$$\mathrm{I}_i = \frac{m_0 v_i}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad i = \overline{1,3} \quad (1\text{-}23)$$

$$\mathrm{I}_4 = \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{W}{c}$$

ونلاحظ أن المركبات المكانية الثلاثة هي عبارة عن كميات الحركة المعروفة لدينا، بينما المركبة الرابعة (الزمنية) هي عبارة عن الطاقة الكلية مقسومة على سرعة الضوء. والشعاع الرباعي $\vec{\mathrm{I}}$ يجمع بين كميات الحركة والطاقة في نفس الكائن الهندسي.

الجزء الحركي لهاملتون الفعل هو:

$$\int -m_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}\, dt = -\int m_0 c\, ds \quad (1\text{-}24)$$

وهو مقدار ثابت (صامد)، إذا كان تجوال هذا الشعاع الرباعي على خط عالمي. وهذا يعطي:

$$\mathrm{A} = \int_P^Q \mathcal{L} dt = -\int_P^Q \left(\vec{\mathrm{I}}.\overrightarrow{ds}\right) \quad (1\text{-}25)$$

من أجل جسم حر.

3-1- الحرارة و النسبية الخاصة:

من السهل التأكد بأن الأنتروبي هي مقدار صامد بتحويلات "لورنتز"، حيث أنه وحسب تعريف بولتزمان ، الأنتروبي تتناسب مع لوغاريتم عدد الحالات الممكنة وبالتالي بما أنها تعتمد على العد، فلن يتغير باستخدام التحويلات النسبية. ومن أجل استنتاج التغير النسبي لدرجة الحرارة نحتاج إلى إدخال عدة اعتبارات. فإذا كان جسم Cفي حالة توازن ترموديناميكي عند درجة حرارة مطلقة $\mathrm{T_0}$، ويمتلك حجم ثابت V_0 عند تصوره في معلم غاليلي R_0. مرتبط به فعلى سبيل المثال: الغاز الموجود داخل وعاء صلب حجمهV_0 عند درجة حرارة $\mathrm{T_0}$. [4].

فإذا كانت M_0 هي الكتلة الذاتية الكلية للجسمCوبالنسبة لمعلم غاليلي آخر يكون الجسم يملك سرعة $v = \beta c$ متجانسة إنسحابيا، ونفرض أيضا أنه يوجد مصدر حراري في هذا المعلم يعطي الجسم Cكمية حرارة Qوبما أن الجسم سوف يحتفظ بسرعته βc حسب الغرض، فإن طاقته $\frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ، يمكنها أن تتزايد نتيجة استلامه كمية حرارة Qوكمية عمل Aفي حالة وحيدة، وهي أن تتغير كتلته الذاتية من الحالة الابتدائية M_0 إلى حالة نهائية $M_0 + \Delta\mathrm{M}_0$، وبكلمات أخرى الحرارة والعمل الذي يتلقاه الجسم C في أثناء حركته سوف يزيد مقدار طاقته الداخلية، وهذا يكافئ زيادة في كتلته الذاتية.

وحسب مبدأ إنحفاظ الطاقة يمكننا أن نكتب:

$$\frac{\Delta M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = Q + A \tag{1-26}$$

فإذا رمزنا للقوة المطبقة على الجسم C بالرمزF، فإن مشتق كمية الحركة بالنسبة للزمن يساوي القوة F في كل لحظة و هذا يعطي:

$$\frac{(M_0 + \Delta M_0)v}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \int F\, dt = \frac{1}{v}\int Fv\, dt = \frac{A}{v} \tag{1-27}$$

و بما أن v ثابتة حسب الفرضية، و $A = \int Fv\, dt$ فإن:

$$\frac{\Delta M_0}{\sqrt{1-\beta^2}} v^2 = A \tag{1-28}$$

حيث نلاحظ أن العمل المطبق على الجسم تكافؤه كتلة و العكس صحيح. و بمقارنة (1-28) و المعادلة (1-26) نجد:

$$A = \frac{\beta^2}{1-\beta^2} Q$$

$$Q = \Delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} = -\Delta \mathcal{L} \qquad (1\text{-}29)$$

حيث $\Delta \mathcal{L}$ تمثل التغير في دالة لاغرانج نتيجة تغير الكتلة الذاتية للجسم C. و لهذا نستنتج أنه من أجل جسم يحتفظ بسرعة ثابتة $v = \beta c$ في معلم R عندما يتلقى كمية حرارة Q فمن الضروري أن تقابل كمية الحرارة هذه، مقدار عمل منجز A يعطى بالعبارة (1-29). و يمكننا أن نستنتج بسهولة أن:

$$\Delta M_0 = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{c^2}(A+Q) = \frac{Q}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (1\text{-}30)$$

و بالعودة إلى المعلم R_0، و بما أن الجسم C لا يتغير بالنسبة لهذا المعلم، فلا يوجد أي عمل يبذل خلال هذه العملية المتخيلة. و الظاهر فقط هو كمية الحرارة Q_0 التي دخلت الجسم C و لذلك:

$$\frac{Q_0}{c^2} = \Delta M_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{Q}{c^2} \qquad (1\text{-}31)$$

و منه نستنتج تحويل عبارة كمية الحرارة من R_0 إلى R:

$$Q = Q_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (1\text{-}32)$$

و بما أن الأنتروبي $S = \int \frac{dQ}{\mathrm{T}}$ هي مقدار صامد بتحويل "لورنتز" فإن درجة الحرارة المطلقة للجسم تتحول من R_0 إلى R بالعبارة:

$$\mathrm{T} = \mathrm{T}_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (1\text{-}33)$$

1-4- العبارة العامة لكمية الحرارة:

لقد برهنا العبارة (1-29) بالاعتماد على ثبوت سرعة الجسم C و يمكننا التحرر من هذا الشرط، و الحصول على علاقة كمية الحرارة التي يتبادلها الجسم مع تغير كتلته الذاتية كما يلي:

$$\delta Q = -\delta_{M_0} \mathcal{L} \qquad (1\text{-}34)$$

حيث $\delta_{M_0}\mathcal{L}$ تعني مقدار تغير دالة "لاغرانج" عندما تتغير الكتلة الذاتية، بينما تبقى بقية المتغيرات التي يتعلق بها $\mathcal{L}$ ثابتة.

$$\delta W = \delta \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\delta M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{M_0 c^2 \beta \, \delta\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}} \tag{1-35}$$

$$Fv\,\delta t = \delta A = \delta \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} v$$
$$= \frac{\delta M_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{M_0 v\,\delta v}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{M_0 v^2}{(1-\beta^2)^{3/2}} \beta\,\delta\beta$$

و هذا يقودنا إلى:

$$\delta W - \delta A = \frac{\delta M_0 (c^2 - v^2)}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{M_0 v\,\delta v}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{M_0 \beta\,\delta\beta (c^2 - v^2)}{(1-\beta^2)^{3/2}} \tag{1-36}$$
$$= \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}$$

و سوف نحصل على:

$$\delta Q = \delta W - \delta A = \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} = -\delta_{M_0} \mathcal{L} \tag{1-37}$$

و قد حصلنا على هذه النتيجة حتى لو كانت السرعة متغيرة.

1-5- درجة حرارة جسيم متحرك:

لا يزال بناء نظرية الديناميكا الحرارية النسبية مثيرا للجدل بعد أكثر من 110 سنوات، ولحد الساعة لا يوجد اتفاق بين العلماء عن تحويلات المقادير الترموديناميكية بين المعالم الغاليلية المتحركة بالنسبة لبعضها، كما أن العلماء غير متأكدين إذا كان هناك حل أصلا لهذه المشكلة. [5]

ابتداءا من بلانك و أينشتاين ، بعض الكتاب اقترحوا منطقهم الخاص، مستنتجين أن الجسم المتحرك ينبغي أن يبدو أبرد، أسخن، أو بنفس درجة الحرارة المقاسة من طرف الملاحظ المحلي. في هذا الجزء سوف نتكلم عن مختلف النظريات للترموديناميكا النسبية، مع التركيز على الاعتبارات الفيزيائية التي اعتمدت عليها كل نظرية.

إن عملية بناء نظرية للترموديناميك مبنية على نتائج النسبية الخاصة، هي مسألة قديمة، يمكن أن نتبع تاريخها إلى مائة سنة، حيث طرحت هذه المسألة مباشرة بعد نجاح أينشتاين في طرح فكرته الخاصة بالنسبية، و المسألة المطروحة كما يلي: نعتبر جملة A في حالة توازن ترموديناميكي، ويوجد هنالك معلمين عطاليين I و $\acute{I}$، حيث يكون المعلم I ساكن بالنسبة للجملة A، بينما يتحرك $\acute{I}$ بسرعةw بالنسبة للمعلم I. [6-7]

السؤال المطروح هو: هل يمكن أن نجد عبارات تحويل للمقادير الترموديناميكية (مثل الحرارة، الضغط، كمية الحرارة، الأنتروبي...) للجملة A في المعلم$\acute{I}$؟

قد يبدو السؤال للوهلة الأولى سهلا: ولكن لا توجد إجابة قياسية لحد الساعة، وذلك منذ اقتراح كل من أينشتاين و بلانك العبارة التحويل الخاصة لهما:

$$\acute{T} = \frac{T}{\gamma} \quad ; \quad \acute{S} = S \quad ; \quad \acute{p} = p \tag{1-38}$$

حيث $\gamma = \left(1 - \frac{w}{c}\right)^{-\frac{1}{2}}$ هي معامل تحويل لورنتز بينما c هي سرعة الضوء، وهذه النتيجة تعني بأن النظام A ينبغي أن يبدو أبرد عند النظر إليه من قبل الملاحظ المتحرك بالنسبة إليه. ولكن كل من الضغط و الأنتروبي يبقيان ثابتين. وقد كانت هذه النتائج متقبلة من قبل مجتمع الفيزيائيين لأزيد من 50 سنة. [8]

ومع ذلك فقد أعاد أوت النظر في الموضوع وقد اقترح تقريبا آخر للمسألة. أعطاه تحويل آخر للحرارة كما يلي:

$$\acute{T} = \gamma\, T \tag{1-39}$$

وهذا التحويل يعني أن الجسم المتحرك يبدو أسخن، وهذا عكس النتيجة التي توصل إليها كل من أينشتاين و بلانك قبل 50 سنة.

ولقد لقيت نتيجة أوت لتحويل درجة الحرارة الكثير من التشجيع، من قبل فيزيائيين تتبعوا مقالته الأولى. ولكن هذه الفرحة لم تدم طويلا، فبعد بضع سنوات اقترح لاندسبارغ بأن الحرارة ينبغي أن تبقى صامدة بتحويل لورنتز ، وتحويله يكتب كما يلي:

$$\acute{T} = T \quad ; \quad \acute{S} = S \quad ; \quad \acute{p} = p \tag{1-40}$$

هذه النظرات الثلاثة أدت بالفيزيائيين إلى إنتاج الكثير من المقالات توافق أحد النظريات أو الأخرى. و بعد ثلاث سنوات من نتيجة لاند سبارغ ظهرت هناك نظرية رابعة تم اقتراحها من طرف كل من سالغارولي وكافاليري.

ونتيجتهما هو أنه لا يوجد معنى لتعريف درجة الحرارة إلا في المعلم I، وبالتالي لا يوجد تحويل لورنتز عام لدرجة الحرارة ولبقية المقادير الترموديناميكية. [9]

ومن الملفت للانتباه أن أينشتاين لم يتبنى ولم يشجع أي من هذه الاتجاهات في بقية حياته. وبسبب صعوبة اختبار هذه النظريات تجريبيا، فقد بقيت المسألة مفتوحة إلى حد الساعة!!! ولا يوجد اتفاق حول النتيجة الصحيحة من الخاطئة.

1-5-1- تحويل أينشتاين و بلانك:

في سنة 1907 نشر أينشتاين أول نظرية للترموديناميكا النسبية. حيث اعتبر نظام فيزيائي لا يصدر منه إشعاع مطلقا. أينشتاين قال بما أن النظام الترموديناميكي هو في حالة سكون بالنسبة للمعلم $\acute{I}$ و يتحرك بسرعة $w\hat{x}$ بالنسبة للمعلم I، فإن المركبات الديكارتية لقوة معطاة$\vec{K}$ تتحول كما يلي:

$$K_{\acute{x}} = K_x \quad ; \quad K_{\acute{y}} = K_y/\gamma \quad ; \quad K_{\acute{z}} = K_z/\gamma \tag{1-41}$$

فإذا أنتجت هذه القوة ضغط ، فيمكننا أن نكتب:

$$K_{\acute{x}} = \acute{p}\acute{s}_x \quad ; \quad K_{\acute{y}} = \acute{p}\acute{s}_y \quad ; \quad K_{\acute{z}} = \acute{p}\acute{s}_z$$

حيث $\hat{n}' = \left(\acute{s}_x , \acute{s}_y , \acute{s}_z\right)$ هو الشعاع الناضمي على السطح الذي يطبق عليه الضغط ومتجه إلى داخل الجسم. كما أنه أعطى تحويل مركبات الشعاع $\hat{n}'$ كما يلي:

$$s_{\acute{x}} = s_x \quad ; \quad s_{\acute{y}} = s_y/\gamma \quad ; \quad s_{\acute{z}} = s_z/\gamma \tag{1-42}$$

و بالتالي القوة في المعلم I هي:

$$K_x = \acute{p}s_x \quad ; \quad K_y = \acute{p}s_y \quad ; \quad K_z = \acute{p}s_z \tag{1-43}$$

و هذا يعني مباشرة أن الضغط هو نفسه $\acute{p} = p$.

لقد اعتبر أينشتاين نفس فرضية الأنتروبي الخاصة ببلانك ، أي اعتبر أن الأنتروبي لا تتعلق باختيار المعلم، لأن اعتبار المعلم I هو المتحرك، يمكن أن يتم عكسه واعتبار $\acute{I}$ هو المتحرك. كما اقترح أينشتاين أن كمية الحرارة المتبادلة تكتب في المعلم $\acute{I}$ كتفاضل كلي كما يلي:

$$d\acute{Q} = d\acute{E} + \acute{p}d\acute{V} - \vec{w}.\overrightarrow{dG'} \tag{1-44}$$

حيث E هي الطاقة الكلية للنظام، وليست فقط الطاقة الداخلية U، بينما يمثل الشعاع $\vec{G}$ كمية الحركة، و باستخدام مجموعة التحويلات:

$$E' = \gamma\left[mc^2 + E + \left(\frac{w}{c}\right)^2 pV\right] \tag{1-45}$$

$$\vec{G} = \gamma\left[m + \left(\frac{E + pV}{c^2}\right)\right]\cdot\vec{w} \tag{1-46}$$

وبأخذ تحويل لورنتز للحجم V، بعين الاعتبار نجد:

$$dE' = \gamma\left[dE + \left(\frac{w}{c}\right)^2 (Vdp + pdV)\right] \tag{1-47}$$

$$d\vec{G} = \gamma \frac{w}{c^2}(dE + \mathrm{p}dV + Vd\mathrm{p}) \tag{1-48}$$

وباستخدام المعادلة (44-1) نجد التحويل التالي:

$$dQ' = dQ/\gamma \tag{1-49}$$

وباعتبار العلاقة الترموديناميكية بين كمية الحرارة المتبادلة و الأنتروبي:

$$dQ = \mathrm{T}\,dS \tag{1-50}$$

وهذا يمكن أينشتاين لاستخراج العلاقة:

$$\mathrm{T}' = \frac{\mathrm{T}}{\gamma} \tag{1-51}$$

وهذا يعني أن الجسم المتحرك يبدو أبرد ، وهذا التحويل لدرجة الحرارة يدعمه بلانك والعديد من الفيزيائيين. لأكثر من 50 سنة.

1-5-2- تحويل أوت :

قام أوت سنة 1963 بمراجعة هذه المسألة، حيث انطلق من اعتبار أن الحرارة ينبغي أن يتم تحويلها كما تحول الطاقة وهذا يعني:

$$dQ' = \gamma\, dQ \tag{1-52}$$

وهذا عكس ما توصل إليه في المعادلة (49-1).

كما أن أوت اعتبر صمود الأنتروبي بتحويلات لورنتز، وعلى هذا الأساس توصل إلى النتيجة الأخرى:

$$\mathrm{T}' = \gamma\,\mathrm{T} \tag{1-53}$$

لقد توصل إدوارد أوت إلى نتيجة أن الجسم المتحرك يبدو أسخن، وهذا عكس ما توصل إليه أينشتاين و بلانك . لقد أخذ أوت نفس فرضية أينشتاين الخاصة بثبوت الضغط، وقد تم تدعيم نتيجته هذه من قبل العديد من الباحثين. الذين توصلوا إلى نفس النتائج، وعلى سبيل المثال تمكن ساتكليف باستخدام نتائج أوت من التوصل إلى معادلة الحالة لغاز مثالي وكذلك لتغير الأنتروبي:

$$\gamma^2 \mathrm{p}V = \mathrm{nRT} \qquad ; \qquad dS = \frac{1}{\mathrm{T}}(dU + \gamma^2 \mathrm{p}dV) \tag{1-54}$$

هذه العبارات ليست متغيرة، و هذه النتيجة في تناقض مع فرضيات أينشتاين حيث اعتبر أن الصيغة الرياضية للقانون الأول و الثاني للترموديناميكا ينبغي أن تكون متغيرة. بالإضافة فإن معادلة الحالة للغازات المثالية لا تملك نفس الشكل في جميع المعالم. و هذا يرجع إلى أن

اشتقاق هذه المعادلات المذكورة أخذت بعين الاعتبار القيمة المتوسطة لسرع هذا العدد الكبير من الجسيمات دون أخذ القوى الموجودة بين هذه الجسيمات بعين الاعتبار، و بالتالي لا يتعلق بسرعة مركز الكتلة للنظام المدروس.

كما استعمل ساتكليف التعريف الإحصائي للأنتروبي، و الذي هو قياس لعدد الحالات الميكروسكوبية للنظام المدروس، و يعطي الاحتمال P_i من أجل أن يكون النظام في الحالة الميكروسكوبية N_i، و تحت هذه الشروط فينبغي للأنتروبي أن تكون صامدة بتحويلات لورنتز و قد توصل إلى نفس النتائج الموجودة في العلاقة (1-53) و لكنه توصل إلى علاقة أخرى خاصة بتحويل الضغط:

$$\acute{p} = \gamma^2 p \tag{1-55}$$

و قد أكد ساتكليف أن هذا التحويل ضروري لضمان صحة معادلة الحالة للغاز المثالي و كذلك تغير الأنتروبي:

$$pV = nRT \qquad ; \qquad dS = \frac{1}{T}(dU + p\,dV) \tag{1-56}$$

و لتفسير التناقض بين عبارة التحويل التي توصل إليها في المعادلة (1-55) و العبارة التي توصل إليها كل من أوت و أرزلي فقد إفترض بأن عبارة الضغط التي تخصه ناتجة عن تعريف ترموديناميكي، بينما الآخرين فقد استعملوا التعريف الميكانيكي للضغط.

و من الضروري أن نشير إلى أن أينشتاين. بعد قيامه بمراجعة الترموديناميك النسبي مع فون لاو سنة 1952، استنتج أن التحويل الصحيح لدرجة الحرارة هو التحويل المقترح من طرف أوت – أرزلي و قد جاء موقفه من هذه النظرية، من نتيجة دراسته تبادل الحرارة بين خزانين حراريين (L) و $(\acute{L})$، حيث يمتلك كلاهما نفس درجة الحرارة السكونية T. و قد إعتبر أينشتاين أن $\Delta\acute{Q} = \gamma\,\Delta Q$ لأن كمية الحرارة مجرد طاقة.

وهذه النتيجة قد وجدها أينشتاين منذ 10 سنوات قبل أوت و لكنه لم يتم نشرها.

1-5-3- درجة الحرارة لا تتغير:

إن وجود حلين متناقضين لنفس المسألة، و نتج عن ذلك جدلا مستمرا حول التحويل الصحيح لدرجة الحرارة. و ظهرت العديد من المقالات المهمة التي تدرس هذه المسألة بين السنوات 1960 إلى 1970. و ضمن هذه الدراسات ظهرت نظرية ملفتة للانتباه سنة 1966 حيث اقترح لاند سبارغ أن درجة الحرارة صامدة بتحويل لورنتز. و قدم تعميم غير معهود لتعريف درجة الحرارة المستعمل من قبل أينشتاين كما يلي:

$$\frac{1}{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,\mathrm{p}} \tag{1-57}$$

و هي صالحة في جميع المعالم العطالية، و لكن E في هذه المعادلة هي الطاقة الكلية للنظام الفيزيائي، و ليست فقط الطاقة الداخلية U كما هو مألوف.

فبينما يكون هذا التعريف للاند سبارغ صحيحا من الناحية الرياضية، فهو متناقض مع التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة، الناتجة من دراسة الحركة النسبية لعدد كبير من الجسيمات بالنسبة لمركز الكتلة الخاص بهذه الجسيمات. و على هذا الأساس فجميع التعاريف الإحصائية لا يمكنها أن تتعلق بسرعة مركز الكتلة للنظام، و بالتالي:

$$\acute{\mathrm{T}} = \mathrm{T} \tag{1-58}$$

و قد اقترح لاند سبارغ تعريف جديد لدرجة الحرارة، تضمن صمودها بتحويلات لورنتز، و تعميم جديد لتعريف درجة الحرارة في الترموديناميكا النسبية يعطى بالعبارة:

$$\frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,\mathrm{p}} \tag{1-59}$$

هذه النتيجة تضمن الطاقة الداخلية صامدة بتحويلات لورنتز، و بما أن $\mathrm{T}dS$ هي أيضا صامدة، فيمكننا تعريف درجة الحرارة بالشكل:

$$\frac{1}{\mathrm{T}} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,\mathrm{p}} \tag{1-60}$$

في جميع المعالم، و قد تم تبني هذه النظرة من طرف العديد من الفيزيائيين. [10]

فمثلا اعتبر كل من كافاليري و سالاجاريلي أن مبدأ درجة الحرارة لا معنى له إلا إذا كان القياس "محليا"، و هذا لا يحدث إلا في المعالم الساكنة بالنسبة للنظام المدروس، و بالتالي فدرجة الحرارة صامدة بتحويلات لورنتز، و هذا يتفق مع التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة.كما أن أينشتاين قام بتغيير فهمه لدرجة الحرارة و أصبح يدعم فكرة صمود درجة الحرارة بتحويلات لورنتز. [11]

لقد أردنا أن نبين في هذا الجزء مدى غموض مفهوم درجة الحرارة النسبية و كيف أن العلماء افترقوا إلى مجموعة من الآراء.

1-5-4- لا يوجد تحويل عام لدرجة الحرارة:

لم تمضي فترة طويلة على تقديم لاند سبارغ لعبارة درجة الحرارة التي تضمن الصمود أمام تحويلات لورنتز، فقد تحول إلى التركيز على مسألة تعريف درجة الحرارة في حد ذاتها،

ففي البداية معتمدا على التعريف الحركي لدرجة الحرارة في إطار النسبية الخاصة، ثم قام في المرحلة الثانية بدراسة التحويلات النسبية الصحيحة.

كما قام بتصميم تجارب عقلية تسمح بإيجاد التحويل النسبي الصحيح لدرجة الحرارة، و رغم صعوبة تحقيق هذه التجارب على أرض الواقع إلا أنه استنتج في النهاية أن تحويل درجة الحرارة ينبغي أن يكون موجود.

و على هذا الأساس و في عدم وجود أدلة تجريبية حقيقية فقد احتدم النقاش حول هذا الموضوع، فبعد التطورات التي قدمها كل من أوت و أينشتاين ، بدأ بعض الباحثين بدراسة الفرضيات الأساسية لمختلف النظريات الخاصة بالترموديناميك النسبي، بهدف تحديد النظرية الصحيحة. و قد توصل كل من كافاليري و سالاجاريلي إلى أن التعريفات المختلفة لدرجة الحرارة قد أدت إلى تحويلات نسبية مختلفة.

فعلى سبيل المثال الفرق بين التعريف " الحركي " و التعريف " الديناميكي ". ففي التعريف الحركي تكون الجملة المدروسة ساكنة بالنسبة للمعلم I، و الذي يحوي جميع وسائل القياس اللازمة لقياس حالتها الترموديناميكية.

بينما يكون المعلم $\acute{I}$ متحرك بسرعة w، و السؤال الذي يطرح هو كيف سوف يقيس الملاحظ $\acute{I}$ بقياس المقادير الترموديناميكية للنظام الموجود في المعلم I.

بينما من ناحية أخرى في حالة التعريف الديناميكي. تكون الجملة المدروسة في البداية ساكنة بالنسبة للمعلم $\acute{I}$، ثم تبدأ في الحركة و السؤال يصبح كيف يمكن للملاحظ $\acute{I}$ قياس الخواص الترموديناميكية للجملة السابقة أثناء الحركة. و المسألة هنا هو أن وضع الجملة في حالة حركة سوف يقود إلى تغيير خواصها الترموديناميكية، و بالتالي كل ميكانيزم يعطي الحالة الترموديناميكية للجملة المتحركة سوف يقود إلى تحويلات نسبية مختلفة للمقادير الترموديناميكية للجملة المدروسة.

وقد بين نيوبورج وبعض الباحثين الآخرين أن التعريفات المختلفة للحالة الترموديناميكية سوف تؤدي إلى تحويلات مختلفة لدرجة الحرارة. وهذه النتيجة تدعم النظرية القائلة بعدم وجود تحويل عام لدرجة الحرارة في إطار النسبية الخاصة [12_15].

الفصل الثاني:

ديناميكا المتغيرات الخفية

لقد كان الفهم المقدم من طرف مدرسة "كوبنهاقن" لميكانيك الكم الذي يقدمه على الشكل الاحتمالي، متفق تماما مع النتائج والحقائق التجريبية الخاصة بالعالم الميكروسكوبي على مستوى الذرات، الجزيئات، الأنوية والجسيمات الأولية. حيث يعتمد هذا التفسير على دالة الموجة التي تحمل المعلومات الاحتمالية. ولكن دون أن تنفي بأن دالة الموجة يمكن أن تحمل خواص أخرى.

توجد تفسيرات أخرى للميكانيك الكمي، أو ما يسمى بنظرية دوبروغلي – بوم للموجة المرشدة أو الموجهة. والتي تعتبر من أبرز النظريات المقبولة لتفسير ميكانيك الكم بناءا على "المتغيرات الخفية"، حيث تسمح هذه النظرية بإدخال مبدأ السببية في ميكانيك الكم، مع العلم أن هذا المبدأ ليس ضروريا في تفسير مدرسة كوبنهاقن .

2-1- مبدأ نظرية دوبروغلي – بوم:

هذا التقريب تم اقتراحه من طرف لويس دوبروغلي سنة 1927 في مؤتمر سولفاي ، حيث اقترح أن تقوم دالة الموجة بمهمتين أساسيتين:

- **الأولى:** أن الموجة تحمل معلومة عن المكان المحتمل لوجود الجسيم (وهذا مطابق للمفهوم القياسي).
- **الثانية:** تقوم بالتأثير "بقوة" على الموقع الخاص بالجسيم.

وبناءا على وجهة نظر "دوبروغلي"، فدالة الموجة هذه سوف تتصرف كدليل موجي يدل الجسيم أو يقوده إلى الأماكن التي تكون فيها دالة الموجة أكثر كثافة. وقد عاد دوبروغلي إلى تطوير هذه الفكرة بعد أن تخلى عنها لمدة 25 سنة، وذلك بعد أن علم أن ديفيد بوم قد توصل إلى هذا المبدأ من خلال نظرية مكتملة.

حيث قام ديفيد بوم بنشر مقالتين مهمتين سنة 1952. يقترح فيهما فهما آخر لميكانيك الكم مبني على فكرة "المتغيرات الخفية". حيث تمكن بوم من توسيع فكرة دوبروغلي إلى الحالة التي تحوي عدد كبير من الجسيمات.

وفي الحقيقة فإن نموذج بوم لميكانيك الكم هو تطبيق عملي لفكرة "دوبروغلي" للدليل الموجي. حيث اعتبر بوم وجود "متغيرات خفية" وهذا يعني أن دالة الموجة غير مكتملة، وحتى تكتمل يجب إضافة متغيرات أو وسائط إلى صياغة ميكانيك الكم، وهذه الوسائط هي موقع أو إحداثيات جميع الجسيمات التي تؤثر في النظام المدروس.

حيث يتم تحضير النظام بحيث، عند لحظة $t = 0$ يكون مرفق بدالة موجة $\psi(\vec{x}, 0)$ معروفة بشكل مثالي، حيث أنه أثناء تطور النظام نفقد المعلومة حول الإحداثية $\vec{x}$، وللحصول عليها يجب القيام بعدة قياسات وإعادتها عدة مرات وبالتالي نكون قد دخلنا في

حسابات إحصائية بسبب فقدنا للتوزيع الأساسي لإحداثيات الجسيم. وقد وضع بوم مجموعة من المسلمات كما يلي:

1- يضم كل نظام فيزيائي فردي موجة تنتشر في الفضاء والزمن معا، مع جسيم نقطي يتحرك باستمرار تحت تأثير وتوجيه هذه الموجة.
2- توصف هذه الموجة رياضيا بحل معادلة شرودنجر.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \tag{2-1}$$

3- يمكننا تتبع حركة الجسيم بإيجاد حل المعادلة:

$$\dot{\vec{x}} = \frac{1}{m} \vec{\nabla} \mathrm{S}(\vec{x}, t)\Big|_{\vec{x}=\vec{x}(t)} \tag{2-2}$$

حيث $\vec{x}$ هي الإحداثيات، S هو طور الدالة $\psi(\vec{x}, t)$ بينما m هي كتلة هذا الجسيم حيث يمكننا حل المعادلة السابقة بتحديد شروط ابتدائية $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$، وهذه الشروط هي العوامل الوحيدة التي تدخلها النظرية والتي هي غير موجودة في دالة الموجة $\psi(\vec{x}, t)$، أما السرعة الابتدائية فهي محددة بمجرد معرفتنا للطورS. وتكون هناك مجموعة من الحركات الممكنة مرفقة لكل موجة، يتم إنتاجها عن طريق تغيير $\vec{x}_0$.

4- احتمال أن نجد الجسيم بين$\vec{x}$ و $\vec{x} + d\vec{x}$ عند اللحظة الزمنية t يعطى بالعبارة:

$$\mathrm{R}^2(\vec{x}, t)d^3x \tag{2-3}$$

حيث $\mathrm{R}^2 = |\psi|^2$، R هو مقدار حقيقي.

هذه الفرضيات الأربعة تسمح لنا بوضع شروط ابتدائية على R حيث $\mathrm{R}^2(\vec{x}, 0) = \mathrm{R}_0^2(\vec{x})$ للجسيم المرافق لدالة الموجة.

فحسب نظرية بوم للميكانيك الكمي غير النسبي يتم تبرير إدخال الجسيم عن طريق كتابة دالة الموجة على شكل قطبي أي

$$\psi = \mathrm{R}e^{iS/\hbar} \tag{2-4}$$

و عن طريق فصل الجزء الحقيقي عن الجزء التخيلي في معادلة شرود نجر، توصل بوم إلي نتيجة أساسية باعتبار وصف جسيم وحيد: تتم حركة الجسيم تحت تأثير الدليل الموجي وفق المعادلة التالية:

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t} + \frac{|\nabla \mathrm{S}|^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 \mathrm{R}}{\mathrm{R}} + \mathrm{V} = 0 \tag{2-5}$$

حيث V هو كمون كلاسيكي، و هذه المعادلة مطابقة للمعادلة الكلاسيكية لهاملتون – جاكوبي باستثناء ظهور حد جديد هو:

$$Q = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\vec{\nabla}^2 R}{R} \tag{2-6}$$

هذا الحد يملك وحدة الطاقة، و يحتوي على ثابت بلانك و بالتالي فهو يعرف "كمون كمي". وبعد حسابات رياضية توصل بوم إلي أنه يمكننا التعبير عن معادلة الحركة للجسيم (2-2) بالمعادلة:

$$m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = -\vec{\nabla}(V + Q) \tag{2-7}$$

حيث $\vec{x} = \vec{x}(t)$ هو مسار هذا الجسيم المرفوق بدالة الموجة التي وصفناها سابقا.

و المعادلة (2-7) هي مجرد القانون الثاني لنيوتن في الميكانيك الكلاسيكي، مع استثناء و هو وجود الحد الإضافي Q الخاص بالكمون الكمي.

و على ضوء المعادلة السابقة، فإن حركة الجسيم تتم بتوجيه الموجة تحت تأثير قوة كلية هي عبارة عن مجموع:

- قوة كلاسيكية مشتقة من كمون كلاسيكي.
- قوة كمومية مشتقة من كمون كمي.

و لذلك و عند دراسة المبادئ الرياضية التي اعتمد عليها كل من بوم و دوبروغلي من أجل إيجاد هذه النظرية كما تم نشرها سنة 1952 من طرف بوم . نجد أنه تم اعتبار كل جسيم و بشكل كامل لا لبس فيه بأن كل جسيم يتبع مسار محدد$\vec{x} = \vec{x}(t)$ في الفضاء و الزمن، هذا المسار ينتج من تأثير كمون كلاسيكي و كمون كمي و يتطور وفق المعادلة (2-5) أو المعادلة المكافئة لها (2-7). بالإضافة إلي وجود مجموعة من معادلات الاستمرارية لكثافة الاحتمال $\rho(\vec{x}, t)$:

$$-\frac{\partial\rho}{\partial t} = \vec{\nabla}.(\rho\frac{\overrightarrow{\nabla S}}{m}) \tag{2-8}$$

و ينبغي أن نؤكد هنا على أن الكمون الكمي، ليس حدا موجودا داخل النظرية الكمومية المقترحة من طرف مدرسة كوبنهاقن و لكنه حد انبثق من معادلة شرودنجر، و بدونه لا تكون الطاقة الكلية للنظام محفوظة.

حيث أن الحد $-\frac{\partial S}{\partial t}$ في المعادلة (2-5) يعبر عن الطاقة الكلية للجسيم، بينما يعبر الحد $\frac{|\nabla S|^2}{2m}$ عن الطاقة الحركية. و لذلك يمكننا أن نكتب المعادلة (2-5) بشكل مكافئ لها كما يلي:

$$\frac{\left|\overrightarrow{\nabla \mathrm{S}}\right|^2}{2m}-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\vec{\nabla}^2\mathrm{R}}{\mathrm{R}}+\mathrm{V}=-\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t} \qquad (2\text{-}9)$$

و التي تبدو بأنها قانون إنحفاظ حقيقي للطاقة في ميكانيك الكم، حيث يمكننا أن نرى بسهولة أنه بدون الحد Q

$$\mathrm{Q}=\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\vec{\nabla}^2\mathrm{R}}{\mathrm{R}} \qquad (2\text{-}10)$$

لا تكون الطاقة محفوظة، و هذا يعني أن الكمون الكمي يلعب دور أساسي في صياغة ميكانيك الكم.

و يمكن تعميم المعادلات السابقة في حالة عدد كبير من الجسيمات و ذلك باعتبار دالة الموجة التالية:

$$\psi=\mathrm{R}(\vec{x}_1,\vec{x}_2,\dots,\vec{x}_N,t)e^{iS(\vec{x}_1,\dots\vec{x}_N,t)/\hbar} \qquad (2\text{-}11)$$

معرفة في الفضاء IR^{3N} و بإتباع نفس الخطوات السابقة في حالة جسم وحيد، نجد أنه تتم حركة هذه المجموعة من الجسيمات بفعل توجيه دالة الموجة ψ و تخضع و تتفق مع قانون الحركة:

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t}+\sum_{i=1}^{N}\frac{|\nabla_i \mathrm{S}|^2}{2m_i}+\mathrm{Q}+\mathrm{V}=0 \qquad (2\text{-}12)$$

حيث Q هو الكمون الكمي ل N جسيم و يكتب:

$$\mathrm{Q}=\sum_{i=1}^{N}\frac{-\hbar^2}{2m_i}\frac{\nabla_i^2\mathrm{R}}{\mathrm{R}} \qquad (2\text{-}13)$$

كما يمكننا التعبير عن المعادلة (2-12) بالشكل التالي:

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{|\nabla_i \mathrm{S}|^2}{2m_i}+\mathrm{Q}+\mathrm{V}=-\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t} \qquad (2\text{-}14)$$

و التي يمكن اعتبارها قانون إنحفاظ حقيقي للطاقة في ميكانيك الكم الخاص بعدد كبير من الجسيمات. بينما تصبح معادلة الحركة للجسيم رقم (i) متعلقة بإحداثيات جميع الجسيمات في الجملة المدروسة كما يلي:

$$m_i \frac{\partial^2 \vec{x}_i}{\partial t^2} = -[\nabla_i \mathrm{Q}(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n) + \nabla_i \mathrm{V}_i(\vec{x}_i)] \qquad (2\text{-}15)$$

وهو عبارة عن شكل كمي لقانون نيوتن الخاص بجملة متعددة من الجسيمات، ومن خلال المعادلة (2-15) نلاحظ أن المساهمة في القوة الكلية المؤثرة على الجسيم رقم (i) تأتي من الكمون الكمي. حيث $\nabla_i \mathrm{Q}$ هي دالة في إحداثيات جميع الجسيمات. كما أن معادلة الاستمرارية لكثافة الاحتمال تصبح:

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\nabla}_i . \left(\rho \frac{\vec{\nabla}_i S}{m} \right) \qquad (2\text{-}16)$$

العنصر الأساسي في الصياغة الرياضية لنظرية دوبروغلي – بوم هو الكمون الكمي. و بغض النظر عن عبارته الرياضية فهو يمتلك خواص مختلفة تماما عن تلك المعروفة في الكمونات الكلاسيكية مثل الكمون الكهرومغناطيسي.

حيث أن تعريف الكمون الكمي في المعادلة (2-10) أو المعادلة (2-13) للجسيمات المتعددة، يظهر بوضوح بأنه يتعلق بكيفية تغير سعة دالة الموجة في الفضاء، و هذا بسبب وجود مؤثر "الابلاس". حيث أن تأثير هذا الكمون على الجسيم لحظي و غير محلي.

كما أن ظهور سعة الموجة في المقام يبرر لنا لماذا يستطيع الكمون الكمي إنتاج تأثير قوي على المدى الطويل، و ليس من الضروري أن يتخامد مع زيادة المسافة، و هذا على الرغم من تخامد الموجة في حد ذاتها.[16-19]

2-2 – العلاقة بين معادلة الانتشار والضوء الهندسي:

لقد رأينا في الجزء السابق أن معادلة هاملتون – جاكوبي :

$$H\left(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}, t\right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \qquad (2\text{-}17)$$

حيث H : هو الهاملتونيان، بينما S هو الفعل:

$$\mathrm{S} = \int L\, dt + \mathrm{S}_0 \qquad (2\text{-}18)$$

وتعتبر معادلات هاملتون- جاكوبي التي لا يتعلق فيها الهاملتوني صراحة بالزمن، مهمة وتكتب كما يلي:

$$H\left(q_i,\frac{\partial S}{\partial q_i}\right)+\frac{\partial S}{\partial t}=0 \tag{2-19}$$

وعند فصل المتغيرات الزمانية والمكانية بوضع

$$S(q_i,\alpha_i,t)=W(q_i,\alpha_i)-\beta_1 t \tag{2-20}$$

نجد ما يلي:

$$H\left(q_i,\frac{\partial W}{\partial q_i}\right)=\beta_1 \tag{2-21}$$

تتعلق حركة أي نقطة في الأوساط المستمرة، بحركة جميع النقاط المادية التي تشكل هذا الوسط في نفس الوقت، وسرعة الانتشار تصف هذا الوسط الذي تنتشر فيه الأمواج. ففي الضوء مثلا الذي يمكنه الانتشار في الفراغ تشكل بسرعة الضوء ثابت كوني، " c".

وتتعلق معادلة الانتشار بمعادلات ماكسويل للكهرومغناطيسية، ففي الفراغ أي في غياب الشحن الكهربائية والتيارات تكتب معادلات ماكسويل في وحدات SI كما يلي:

$$\begin{gathered}\vec{\nabla}\wedge\vec{E}+\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=0\\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\\ \vec{\nabla}\wedge\vec{H}-\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=0\\ \vec{\nabla}\cdot\vec{D}=0\end{gathered} \tag{2-22}$$

تربط الحساسية المغناطيسية μ والكهربائية ε بين الحقلين المغناطيسي والكهربائي $\vec{B}$ و $\vec{E}$ مع كل من الشعاعين $\vec{H}$و $\vec{D}$ على الترتيب كما يلي:

$$\begin{gathered}\vec{D}=\varepsilon\vec{E}\\ \vec{B}=\mu\vec{H}\end{gathered} \tag{2-23}$$

باشتقاق معادلة ماكسويل الثالثة بالنسبة للزمن نجد:

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\wedge\vec{H}-\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}=0 \tag{2-24}$$

وهذا يعطي المشتق الزمني للحقل الكهربائي و المغناطيسي:

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2-25}$$

ولكن معادلة ماكسويل الأولى تعطي:

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2-26}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \wedge \vec{E}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة (2-25) نجد:

$$-\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) - \mu\, \varepsilon\, \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2-27}$$

و بحسابات بسيطة:

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \vec{E} \tag{2-28}$$

وبما أن $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$ نتحصل على معادلة انتشار الموجة:

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon\, \mu\, \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2-29}$$

وبإدخال قرينة الانكسار n للوسط الذي تنتشر فيه الموجة:

$$\varepsilon\, \mu = n^2 / c^2 \tag{2-30}$$

ومن أجل تفادي اختلاط رمز الحقل E مع الطاقة فسوف نستبدل الرمز ϕ وبالتالي فمعادلة الانتشار:

$$\nabla^2 \phi - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \tag{2-31}$$

فإذا كان معامل الانكسار "n" ثابت في هذا الوسط فحل المعادلة السابقة يعطى ببساطة بالدالة الأسية:

$$\phi = \phi_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \tag{2-32}$$

وهذا الحل يحقق معادلة الانتشار (2-31) إذا تحقق الشرط:

$$k = \frac{n}{c}\, \omega = \frac{2\pi n}{\lambda} = k_0 n \tag{2-33}$$

ومن أجل التبسيط يمكن اعتبار $\vec{k}$ يوازي $\overrightarrow{oz}$:

$$\phi = \phi_0 e^{ik_0(nz-ct)} \tag{2-34}$$

والهدف من هذه الكتابة هو إظهار علاقة الحل بالمسار الضوئي الهندسي "nz"، وبتخيل تعلق معامل الانكسار "n" بوسط الانتشار وأنه يتغير ببطئ وبالتالي فالحل سوف لا يكون مختلف كثيرا عن الحل في المعادلة (2-34) ويأخذ الشكل التالي:

$$\phi = e^{\mathrm{A}(r)+ik_0[L(r)-ct\,]} \tag{2-35}$$

حيث $\mathrm{A}(r)$ يعبر عن السعة وهو مقدار حقيقي، بينما يعبر "L" عن المسار الضوئي.

وبتعويض (2-35) في المعادلة (2-31) نجد:

$$\begin{aligned} &ik_0\left[\nabla^2 L + 2\vec{\nabla}\mathrm{A}\,.\,\vec{\nabla}L\right]\phi \\ &\quad + \left[\nabla^2\mathrm{A} + \left(\vec{\nabla}\mathrm{A}\right)^2 - k_0^2\left(\vec{\nabla}L\right)^2 + n^2k_0^2\right]\phi = 0 \end{aligned} \tag{2-36}$$

بفصل الجزء الحقيقي عن الجزء التخيلي نحصل على المعادلتين المترابطتين المتعلقتين بكل منL و A كما يلي:

$$\begin{gathered} \nabla^2\mathrm{A} + \left(\vec{\nabla}\mathrm{A}\right)^2 + k_0^2\left[n^2 - \left(\vec{\nabla}L\right)^2\right] = 0 \\ \nabla^2 L + 2\vec{\nabla}L\cdot\vec{\nabla}\mathrm{A} = 0 \end{gathered} \tag{2-37}$$

وباستخدام تقريب الضوء الهندسي، حيث لا يتغير معامل الانكسار"n" كثيرا، أو بكلام آخر لا يتغير"n" بمقدار محسوس على مسافة من رتبة طول الموجة. كما أن تقريب الضوء الهندسي يعتبر طول الموجة λ صغير بالمقارنة مع أي تغير في الوسط الذي تنتشر فيه الموجة.

والحد المسيطر في المعادلة (2-37) هو الحد الذي يحوي k_0^2 وهكذا نحصل على المعادلة الأيقونية للضوء:

$$\left(\vec{\nabla}L\right)^2 = n^2 \tag{2-38}$$

وبالتالي نحصل على:

$$L = \int n\,ds \tag{2-39}$$

ومبدأ فيرما يقول أن تغاير المسار الضوئي L هو:

$$\delta\int n\,ds = 0 \tag{2-40}$$

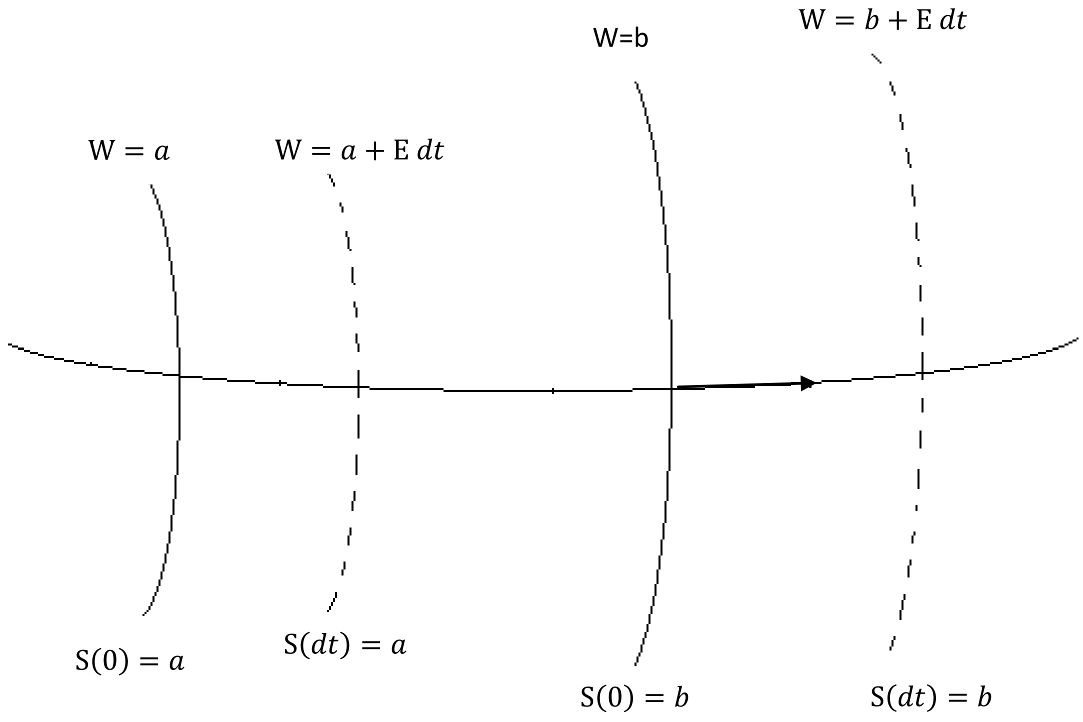
كما أن نظرية مالس تخبرنا أن أشعة الضوء الهندسي ليست سوى الخطوط العمودية على سطوح الموجة أو ما يسمى بالسطوح متساوية الطور.[20]

2-3- الميكانيكا و الأمواج:

بالعودة إلى المعادلة (2-20) حيث يكون H لا يتعلق صراحة بالزمن في معادلة هاملتون – جاكوبي:

$$\mathrm{S}(q,P,t)=\mathrm{W}(q,P)-\mathrm{E}t \qquad (2\text{-}41)$$

حيث أن اعتبار السطح S=ثابت، عبارة عن جهة انتشار الموجة في فضاء الطور.



الشكل 2-1: يمثل الشكل جهة انتشار الموجة في فضاء الطور باعتبار السطح S ثابت.

من أجل حساب سرعة انتشار سطوح الأمواج هذه حيث S=ثابت و هذا يعطي:

$$dS=\vec{\nabla}\mathrm{S}.\,d\vec{x}+\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t}dt=0 \qquad (2\text{-}42)$$

و بإدخال شعاع الوحدة $\vec{n}$ و عنصر الطول $ds=\vec{n}.\,d\vec{x}$ فإن المعادلة السابقة تصبح:

$$\left|\vec{\nabla}\mathrm{S}\right|\frac{ds}{dt}+\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t}=0 \qquad (2\text{-}43)$$

و بالتالي فمعادلة انتشار الأمواج الميكانيكية هي:

$$u = \frac{ds}{dt} = -\frac{\frac{\partial s}{\partial t}}{|\vec{\nabla} S|} = \frac{E}{|\vec{\nabla} W|} \tag{2-44}$$

فإذا اعتبرنا نظام يحوي جسيم وحيد، واستخدام الإحداثيات الديكارتية كإحداثيات معممة، فإن معادلة هاملتون- جاكوبي تؤول إلى معادلة إنحفاظ للطاقة كما يلي:

$$\frac{1}{2m}\left[\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2\right] + V = E \tag{2-45}$$

حيث اعتبرنا أن العلاقات التالية محققة:

$$H = \frac{P^2}{2m} + V = E \quad ; \quad p_i = \frac{\partial W}{\partial q_i} = (\vec{\nabla} W)_i$$

و بإدخال الطاقة الحركية T يمكننا أن نكتب ما يلي:

$$(\vec{\nabla} W)^2 = 2m\,(E - V) = 2mT \tag{2-46}$$

و يمكننا استنتاج سرعة انتشار الأمواج الميكانيكية، حيث أن$\vec{p} = \vec{\nabla} W$ وبالتالي نحصل على:

$$u = \frac{E}{p} = \frac{E}{mv} = \frac{E}{\sqrt{2mT}} \tag{2-47}$$

و بربط هذه النتيجة مع مبدأ المسار الضوئي الهندسي الذي وجدناه سابقا:

$$\begin{cases} (\vec{\nabla} W)^2 = 2mT \\ (\vec{\nabla} L)^2 = n^2 \end{cases} \tag{2-48}$$

و هذا التشابه يسمح لنا بكتابة مبدأ فيرما من جديد و لكن مع قرينة انكسار ميكانيكية هي $n = \sqrt{2mT}$ و بالتالي نحصل على مكافئ مبدأ فيرما و هو مبدأ موبرتيس :

$$\delta \int \sqrt{2mT}\, ds = 0 \tag{2-49}$$

2-4- نتيجة تكافؤ مبدأ فيرما و مبدأ موبرتيس:

إن التكافؤ بين مبدأ فيرما من جهة و مبدأ موبرتيس من جهة أخرى، و ذلك باعتبار W متناسب مع L بينما S متناسب مع$k_0\,(L - ct)$

$$\begin{cases} k_0(L-ct) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}L - 2\pi\,\nu\,t \\ \mathrm{S} = \mathrm{W} - \mathrm{E}t \end{cases} \tag{2-50}$$

و هذا يعطي العلاقة المهمة $\mathrm{E} = h\nu$، و لكن عند استنتاج هذه العلاقة h مجرد ثابت تناسب و لم نقل بأنه ثابت بلانك.

كما أنه من المعلوم العلاقة التي تربط بين طول الموجة λ مع تواتر الموجة، و سرعة انتشارها u:

$$\lambda = \frac{\mathrm{u}}{\nu} = \frac{\mathrm{E}}{p}\frac{1}{\nu} = \frac{h\nu}{p}\frac{1}{\nu} \tag{2-51}$$

و هذا يعطي أهم علاقة في ميكانيك الكم وهي $\lambda = \frac{h}{p}$. لقد رأينا إذن، أنه بدلا من تتبع مسارات الجسيمات التي تشكل النظام المدروس، يمكننا تتبع حركة "موجة ميكانيكية"، يتم وصف سطح الموجة رياضيا بواسطة معادلة $\mathrm{S}(q,P,t)$ هاملتون – جاكوبي ، حيث ينتشر هذا السطح بسرعة $\mathrm{u} = \mathrm{E}/p$ و تملك الموجة تواتر $\nu = \mathrm{E}/h$ ، و هذا يماثل انتشار موجة ضوء ϕ_{opt}:

$$\phi_{opt} = e^{\mathrm{A}(r)}e^{ik_0(L-ct)} \tag{2-52}$$

بينما يمكننا أن نقدم الموجة الميكانيكية بالشكل:

$$\phi_{mech} = e^{\mathrm{A}(r)}\,exp\left[\frac{i}{\hbar}(\mathrm{W}-\mathrm{E}t)\right] = e^{\mathrm{A}(r)}\,exp\left[\frac{i}{\hbar}\mathrm{S}\right] \tag{2-53}$$

و السؤال المطروح، هو هل هذه الموجة موجودة فعلا أم أنها مجرد موجة تخيلية تتعلق بنموذج رياضي فقط ؟ و هذا السؤال المفتوح سوف يتكرر مرارا عند مناقشة معنى الميكانيك الموجي.

إن التكافؤ الواضح بين ϕ_{opt} وϕ_{mech} يمكن استعماله من أجل الحصول على معادلة انتشار غير متعلقة بالزمن مثل انتشار ϕ_{opt} في الفضاء. حيث يمكننا أن ندخل دالة سلمية ψ تخص الميكانيك الموجي و تحقق نفس المعادلة.

و بالعودة إلى معادلة الانتشار (2-31) نجد:

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\phi}{dt^2} = 0 \tag{2-54}$$

بالتعويض في هذه المعادلة نجد:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = (-ik_0c)^2\phi = -k_0^2c^2\phi \tag{2-55}$$

مع أخذ عبارة العدد الموجي كما يلي:

$$k = k_0 n = k_0\frac{c}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2-56}$$

و هذا يعطي المعادلة المستقلة عن الزمن:

$$\nabla^2\phi + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\phi = 0 \tag{2-57}$$

حيث ϕ هي سعة الموجة الضوئية، بالاستمرار بمبدأ التشابه، لابد من وجود موجة ميكانيكية $\phi_{mech} = \psi$ بحيث:

$$\nabla^2\psi + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\psi = 0 \tag{2-58}$$

و باستخدام عبارة λ نجد:

$$\nabla^2\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(\mathrm{E} - \mathrm{V})\psi = 0 \tag{2-59}$$

وهي ليست سوى معادلة شرودنجر في ميكانيك الكم حيث يمثل الثابت h ثابت بلانك. و لكننا تحصلنا على المعادلة السابقة من خلال وصف انتشار دالة موجة ψ (في الفضاء و ليست في الزمن) التي تصف انتشار سطوح هاملتون-جاكوبي و استخدام تقريب الصغر في λ بالنسبة لتغير الوسط الذي تنتشر فيه الموجة.

و يمكننا العودة إلى معادلة هاملتون-جاكوبي بجعل الثابت $h \to 0$ و أخذ الحل من الشكل:

$$\psi(x,y,z,t) = e^{\frac{i}{\hbar}\mathrm{S}(x,y,z,t)} \tag{2-60}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial t} &= \frac{-\hbar^2}{2m}\left[\frac{i}{\hbar}\nabla^2\mathrm{S} - \frac{1}{\hbar^2}\left(\vec{\nabla}\mathrm{S}\right)^2\right] + \mathrm{V} \\ &= \frac{1}{2m}\left(\vec{\nabla}\mathrm{S}\right)^2 + \mathrm{V} - \frac{i\hbar}{2m}\nabla^2\mathrm{S} \end{aligned} \tag{2-61}$$

و عندما نجعل $\hbar \to 0$ نحصل مباشرة على معادلة هاملتون - جاكوبي في الميكانيك الكلاسيكي أي:

$$-\frac{\partial S}{\partial t}=\frac{1}{2m}\left(\vec{\nabla}S\right)^2+V \tag{2-62}$$

5-2- الطاقة الكامنة الكوانتية:

من البديهي أن تمتلك دالة الموجة $\psi(\vec{r},t)$ سعة حقيقية $a(\vec{r},t)$ و طور حقيقي $\varphi(\vec{r},t)$ بحيث يمكننا كتابتها كما يلي:

$$\psi(\vec{r},t)=a(\vec{r},t)\,exp\left(\frac{i}{\hbar}\,\varphi(\vec{r},t)\right) \tag{2-63}$$

بتعويض هذه العبارة في المعادلة (2-59) حيث يكون المشتق الزمني كما يلي:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left(i\hbar\frac{\partial a}{\partial t}-a\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)exp\left(\frac{i}{\hbar}\,\varphi(\vec{r},t)\right) \tag{2-64}$$

أما الاشتقاق بالنسبة للإحداثيات فهو:

$$\vec{\nabla}\psi=\vec{\nabla}a\,exp\left(\frac{i}{\hbar}\varphi\right)+\frac{i}{\hbar}\vec{\nabla}\varphi\,a\,exp\left(\frac{i}{\hbar}\varphi\right) \tag{2-65}$$
$$\nabla^2\psi=\left[\nabla^2a+\frac{2i}{\hbar}\vec{\nabla}a.\vec{\nabla}\varphi+\frac{ia}{\hbar}\nabla^2\varphi-\frac{1}{\hbar^2}(\nabla\varphi)^2a\right]exp\left(\frac{i}{\hbar}\varphi\right)$$

بجمع حدود المعادلة معا نجد:

$$\left(i\hbar\frac{\partial a}{\partial t}-a\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)=-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\nabla^2a+\frac{2i}{\hbar}\vec{\nabla}a\,.\vec{\nabla}\varphi+\frac{ia}{\hbar}\nabla^2\varphi-\frac{a}{\hbar^2}(\nabla\varphi)^2\right]+Va \tag{2-66}$$

و عند فصل الجزء الحقيقي و التخيلي نجد:

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial t}=-\frac{1}{2m}\left[\hbar^2\frac{\nabla^2a}{a}-(\nabla\varphi)^2\right]+V \tag{2-67}$$

$$\frac{\partial a}{\partial t}=-\frac{1}{m}\vec{\nabla}a.\vec{\nabla}\varphi-\frac{1}{2m}a\nabla^2\varphi \tag{2-68}$$

المعادلة (2-67) يمكن كتابتها كما يلي:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\left[\frac{1}{2m}\left(\vec{\nabla}\varphi\right)^2+\mathrm{V}\right]+\mathrm{Q}=0 \qquad (2\text{-}69)$$

حيث يسمى الحد Q بالطاقة الكامنة الكمومية:

$$\mathrm{Q}=\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 a}{a} \qquad (2\text{-}70)$$

وعند إهمال الحد المعبر عن الطاقة الكامنة أي $\mathrm{Q}\rightarrow 0$ نعود الى المعادلة الكلاسيكية لهاملتون-جاكوبي. [20-23]

الفصل الثالث:

الترموديناميك

الخفي لدوبروغلي

لقد ساهم دوبروغلي بشكل واضح في نشأة ميكانيك الكم و قد أصبح ذلك مقنعا بحلول سنة 1951 من أجل إيجاد شكل واضح للثنائية موجة-جسيم، و قام بتطويرها بين 1926-1927 تحت اسم " نظرية الحل المضاعف " حيث اعتبر الجسيم كنقطة مادية شديدة التركيز و متموضعة داخل حقل الموجة و تنتقل تحت قانون " الدليل الموجي ".

و قد رأى دوبروغلي أنه يجب إكمال هذا الشكل بإدخال شكل من التقلبات الحرارية العشوائية المرافقة لحركة الجسيم، و هذا يعرف "بوجود خزان حراري خفي " يتفاعل كل جسيم معه بشكل ثابت.

و يعرف هذا الخزان الخفي بالوسط التحت كمي لكل من بوم – فيجير، و هذا ما دفع دوبروغلي لتطوير نظرية تسمى " ترموديناميكا الجسيم المعزول " و قد قدم في هذه النظرية مجموعة من المبادئ و مجموعة من التطبيقات. [24]

1-3-فكرة الترموديناميك الخفي:

من المعلوم أن الصيغة الإحصائية للترموديناميك، تم تطويرها في نهاية القرن الماضي من طرف كل من بولتزمان وجيبس . و مع ذلك و في نفس المرحلة نجح كل من هاملتون و بولتزمان بنفسه في إيجاد إتفاق أو توافق بين بعض المقادير المقدمة في الترموديناميك و بعض المقادير الموجودة في الميكانيك الكلاسيكي، دون أخذ قوانين الفيزياء الإحصائية في الإعتبار. و قد تم نسيان هذه الفكرة بشكل طويل.

و خلال السنوات من 1946 إلى 1948 قام معهد هنري – بوينكاري بإصدار مجموعة من المقالات في ما يسمى دفاتر الفيزياء قام دوبروغلي بمحاولة إعادة صياغة واختبار هذه الفكرة القديمة، و من الطبيعي أن يحاول تقريب نتائجها مع ما يعرفه من مبادئ الميكانيك الموجي.

و قام بإرفاق حركة الجسيم بدرجة حرارة T مع سرعة βc، كما أعطاه تواتر داخلي دوري بحيث:

$$\nu_c = \nu_0\sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_0 c^2}{h}\sqrt{1-\beta^2} \qquad (3\text{-}1)$$

و ترتبط درجة الحرارة تلك مع التواتر الداخلي للجسيم ب:

$$K_\beta \mathrm{T} = h\nu_c \qquad (3\text{-}2)$$

حيث K_β يمثل ثابت بولتزمان، كما قام دوبروغلي بإعادة تعريف الأنتروبي للجسيم المعزول انطلاقا من مبدأ الفعل الأصغر بمفهوم الميكانيك الكلاسيكي.

و لم يتوقف دوبروغلي عند هذه التشابهات و لكنها جعلته أكثر فضولا تجاهها. و قد صرح بهذه الفكرة في مقالة نشرها في دفاتر الفيزياء في سنة 1948 قائلا: "يبدو أن هناك مرحلة تكون لترموديناميك النقاط المادية، حيث يمكن السعي وراءه من خلال الميكانيك الموجي؛ و من الصعب القول أين سيقود هذا المسار، ولكن يمكننا أن نشير إلى نقطة الانطلاق" و قد انطلق دوبروغلي من كون الترموديناميك يرجع أساسا إلى حسابات إحصائية مفهومة بالنسبة لكل الجمل الفيزيائية المعقدة، و لكن دوبروغلي لم يستوعب وجود بعض القوانين التي تنطبق على جسيم معزول و قد بقي لعدة سنوات محاولا تطوير نظرية جديدة تخص هذه الجسيمات المعزولة. [23]

حيث أن فكرته المتعلقة بوجود الحل المضاعف في ميكانيك الكم، أوحت له بوجود وسط تحت- كمي ، و هذا يبرر لنا أصل هذه القوانين الغريبة، حيث أن الجسيم الذي يبدو لنا معزولا على المستوى الميكروسكوبي، يمكنه تبادل الطاقة و كمية الحركة مع وسط تحت- كمي و بالتالي سوف يلعب هذا الوسط دور الخزان الحراري بالنسبة للجسيم المتصل به باستمرار.

و بهذه الفكرة، لم يعد هناك أي مفارقة أو تناقض في محاولة تطوير الديناميكا الحرارية للجسيمات المعزولة. و هذا ما حاول دوبروغلي القيام به سنة 1962. و قد سماه "الترموديناميكا الخفية للجسيمات".

3-2-الصيغة الرياضية للترموديناميك الخفي:

لقد تكلمنا و برهنا في الفصل الأول بعض العلاقات المهمة في الترموديناميك النسبي، حيث يمتلك الجسيم درجة حرارة ذاتية T_0 و كمية حرارة ذاتية Q_0، بينما من أجل ملاحظ يتحرك بالنسبة لهذا الجسيم بسرعة βc فهو يملك درجة حرارة T و كمية حرارة Q و هي مرتبطة وفق العلاقة:

$$\mathrm{T} = \mathrm{T}_0\sqrt{1-\beta^2} \quad , \quad Q = Q_0\sqrt{1-\beta^2} \tag{3-3}$$

حيث نتجت العلاقتان السابقتان من صمود الأنتروبي $S = S_0$ و قبل أن نبدأ في الحسابات لابد من توضيح بعض الاصطلاحات المستعملة.

فإذا كان A هي دالة في الكتلة الذاتيةM_0 للجسيم و بعض الوسائط الأخرى مثل السرعة و الإحداثيات لهذا الجسيم. فإن معنى الرمز $[\delta A]_{M_0}$ هو تغير صغير عند تغيير جميع الوسائط، مع بقاء ثابت= M_0 بينما ترمز δ_{M_0} إلى التغير الصغير في Aعندما تتغير M_0فقط بينما تبقى بقية الوسائط ثابتة. و بما أن M_0 هي الكتلة السكونية للجسيم في معلمه الذاتي و طاقته الذاتية هي $W_0 = M_0c^2$.

فإذا حدث تغير صغير δM_0 فإن طاقته الذاتية تتغير ب $\delta W_0 = \delta M_0 c^2$ و هذا لا يحدث إلا إذا استقبل أو أعطى كمية من الطاقة δW_0، و بما أن هذه الطاقة الداخلية يتم تخزينها في داخل الجسم فإنه يجب أن نعتبر أن الكمية $\delta M_0 c^2$ هي كمية حرارة δQ_0.

أما من وجهة الملاحظ المتحرك بالنسبة لهذا الجسيم بسرعة βc، فإن كمية الحرارة المستقبلة أو الممنوحة من طرف هذا الجسيم تكون بالشكل:

$$\delta Q = \delta Q_0 \sqrt{1-\beta^2} = \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} \tag{3-4}$$

و من المعروف جيدا في الديناميك النسبي، فإن دالة لاغرانج بالنسبة للملاحظ سوف تكتب كما يلي:

$$\mathcal{L} = -M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} + \cdots \tag{3-5}$$

حيث أن الحدود المتبقية الغير مكتوبة لا تتعلق ب M_0 و لذلك نحصل على:

$$\delta Q = -\delta_{M_0} \mathcal{L} \tag{3-6}$$

و عندما نضع أنفسنا في النظام الذي يتحرك بالنسبة للجسيم بسرعة βc، يمكننا أن نكتب الصيغتين التاليتين في الديناميكا النسبية:

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad \frac{d}{dt}\left[\frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\right] = f \tag{3-7}$$

و باستخدام العبارة الثانية يمكننا حساب العمل المطبق على الجسيم خلال مجال زمني δt:

$$\delta \boldsymbol{I} = f v\, \delta t = v\, \delta \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{3-8}$$

عند اعتبار الكتلة الذاتية ثابتة كما هو معتاد في الميكانيك النسبي، يمكننا التأكد أن العمل المنجز في العبارة السابقة هو:

$$[\delta \boldsymbol{I}]_{M_0} = [\delta W]_{M_0} \tag{3-9}$$

أما إذا كانت الكتلة الذاتية متغيرة، فإن العمل المنجز على الجسيم هو:

$$\delta \boldsymbol{I} = [\delta \boldsymbol{I}]_{M_0} + \delta_{M_0} \boldsymbol{I} = [\delta W]_{M_0} + \frac{v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \delta M_0 \tag{3-10}$$

ولكن من ناحية أخرى لدينا

$$\delta W = [\delta W]_{M_0} + \frac{c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\delta M_0 \qquad (3\text{-}11)$$

وبالمقارنة بين المعادلتين 10 و11 نستنتج أن:

$$\delta W = \delta \boldsymbol{I} + \delta M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (3\text{-}12)$$

ومن أجل الاستمرار في حسابات الترموديناميك الخفي فإنه يجب أن نتقبل إمكانية تطبيق هذه الصيغة:

$$\delta Q = -\delta_{M_0}\mathcal{L} \qquad (3\text{-}13)$$

على الجسيم المعزول في المستوى الميكروفيزيائي. حيث يكون الجسيم في اِتصال مستقر مع الخزان الحراري الخفي، حيث نعتبر أنه يمتلك درجة حرارة T معرفة بالعبارة:

$$K_\beta \mathrm{T} = h\nu_c = h\nu_0\sqrt{1-\beta^2} = m_0 c^2\sqrt{1-\beta^2} \qquad (3\text{-}14)$$

يمكننا تعريف الأنتروبي من خلال إرجاعها إلى وجود الخزان الحراري و هو نظام معقد جدا. وقد أخذ دوبروغلي هذا من الطريقة المستعملة من قبل أينشتاين في عمله المتعلق بالتقلبات، حيث تمكن من كتابة الأنتروبي S للخزان الحراري الخفي بالعبارة:

$$S = S_0 + S(M_0) \qquad (3\text{-}15)$$

حيث S_0 هو الجزء من الأنتروبي المستقل عن تقلبات قيمة الكتلة الذاتية M_0 للجسيم، بينما $S(M_0)$ هو الجزء الأصغر من الأنتروبي المتعلق بقيمةM_0 وبالتالي سوف يكون لدينا:

$$\delta_{M_0} S = \delta S(M_0) = -\frac{\delta Q}{\mathrm{T}} = \frac{\delta_{M_0}\mathcal{L}}{\mathrm{T}} \qquad (3\text{-}16)$$

الإشارة التي تظهر قبل δQ ناتجة عن كون δQ هي الحرارة المقدمة من طرف الخزان الحراري الخفي للجسيم.

وباستخدام المعادلات (5) و (6) نحصل على:

$$\delta S(M_0) = -K_\beta \frac{\delta M_0}{m_0} \qquad (3\text{-}17)$$

والتي تعطي أخيرا هذه العلاقة الأساسية:

$$S = S_0 - K_\beta \frac{M_0}{m_0} \qquad (3\text{-}18)$$

في الواقع ومن خلال علاقة بولتزمان التي تربط الأنتروبي بالإحتمال، فإن احتمال وجود الكتلة M_0 لتقلبات الكتلة الذاتية يجب أن تكون متناسبة مع $e^{\frac{S}{K_\beta}}$، وبالتالي متناسبة مع $e^{-\frac{M_0}{m_0}}$. ويمكننا أن نستنتج من خلال هذا، أن القيمة المتوسطة للكتلةM_0 للجسيم خارج أي حقل قوى (كلاسيكي أو كمي) هو:

$$\bar{M}_0 = \frac{\int_0^\infty M_0 e^{-\frac{M_0}{m_0}} dM_0}{\int_0^\infty e^{-\frac{M_0}{m_0}}\, dM_0} = m_0 \tag{3-19}$$

وبالتالي تظهر لنا الكتلة الذاتيةm_0 الثابتة التي تنسب للجسيم التي تظهر كقيمة متوسطة للكتلة اللحظية M_0 والتي هي تتقلب.

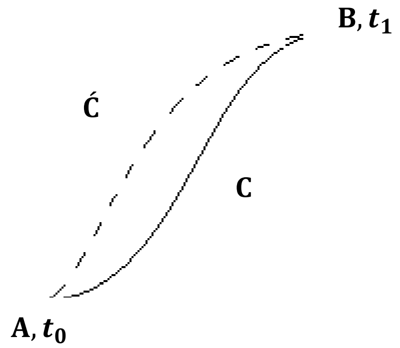
النتيجة الأخرى المهمة لهذه النظرية هو وجود رابط بين مبدأ الفعل الأصغر والمبدأ الثاني للترموديناميك. فمبدأ الفعل الأصغر لهاملتون يخبرنا بأن الحركة الطبيعية لجسيم تتوافق مع قوانين الديناميكا.

حيث أنه إذا انطلق جسيم من النقطة **A** عند اللحظةt_0 و وصل إلى النقطة **B** عند اللحظة t_1، فإن تكامل الفعل المأخوذ على طول حركته هو الأصغر بالمقارنة مع نفس التكامل المأخوذ بطرق مختلفة من النقطة **A** إلى النقطة **B** بين نفس اللحظتين الزمنيتين.

وهذا يعبر عنه رياضيا بالعبارة :

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta\mathcal{L}]_{M_0} dt = 0 \quad ; \quad \int_{t_0}^{t_1} [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} dt > 0 \tag{3-20}$$

حيث أن التغاير في التكاملين تم في ثبوت الكتلة M_0 وبالطبع تكون مساوية للكتلة الذاتية الطبيعية m_0.



الشكل 3-1 : يمثل مسار الجسيم عند المواضع الثلاثة

ولقد اعتبر دوبروغلي أنه إذا كان **ACB** هو المسار الطبيعي، فإن المسار **AĆB**، لا يعود للحركات الوهمية أو الافتراضية المتخيلة من قبل الفيزيائيين النظريين كما هو معتبر في العادة. ولكن يمكن تفسيره بأن تقلبات الكتلةM_0 تحدث على طول المسار بين اللحظتين t_0 و t_1.

ومن خلال مبدأ هاملتون، فالمسار المتقلب **AĆB** ينبغي أن يحدد بالمعادلة:

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta(\mathcal{L} + \delta\mathcal{L})\, dt = \int_{t_0}^{t_1} (\delta\mathcal{L} + \delta^2\mathcal{L}) dt = 0 \qquad (3\text{-}21)$$

وبما أنه لا يمكن اعتبار الكتلة الذاتية ثابتة هنا، فإنه ينبغي أن نكتب:

$$\delta\mathcal{L} = [\delta\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}\mathcal{L} \;\;;\;\; \delta^2\mathcal{L} = [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}^2\mathcal{L} \qquad (3\text{-}22)$$

حيث يشير الحد $\delta_{M_0}^2\mathcal{L}$ إلى الحدود في $\delta^2\mathcal{L}$ التي تتعلق بتغير في الكتلة M_0 وبالتالي نحصل على:

$$\int_{t_0}^{t_1} \{[\delta\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}\mathcal{L} + [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}^2\mathcal{L}\} dt = 0 \qquad (3\text{-}23)$$

وهذا على طول المسار **AĆB**، حيث يكون الحد الأول من التكامل معدوم، حسب مبدأ هاملتون، ويمكن التحقق من أن الحد الرابع مهمل بالمقارنة مع بقية الحدود الأخرى، وبأخذ العلاقة (3-20) بعين الاعتبار نجد أن:

$$-\int_{t_0}^{t_1} \delta_{M_0}\mathcal{L}\, dt = -(t_1 - t_0)\, \overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}} = \int_{t_0}^{t_1} [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} dt \;\; > 0 \qquad (3\text{-}24)$$

حيث $\overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}}$ هي القيمة المتوسطة بين t_0 و t_1.

وبما أن $(t_1 - t_0)$ موجب و $-\delta_{M_0}\mathcal{L}$ هي الحرارة المقدمة من طرف الخزان الحراري الخفي للجسيم. حيث نلاحظ أن القيمة المتوسطة الزمنية لهذا المقدار من الحرارة مساوية للصفر على المسار الطبيعي، بينما يكون موجب على المسار المتقلب. وبمعنى أخر، تنقص قيمة الأنتروبيS عند الانتقال من $\mathbf{ACB}$ إلى $\mathbf{AC\acute{B}}$.

وبالتالي فالأنتروبي تأخذ قيمة عظمى على المسار الطبيعي بالمقارنة مع التقلبات، وبالتالي فالمسار الطبيعي يكون أكثر احتمالا من المسار المتقلب. وبالتالي وجدنا رابط قوي بين مبدأ الفعل الأصغر والقانون الثاني للترموديناميكا. [24]

والنتيجتين المهمتين اللتين ينبغي التركيز عليهما وتعبران عن ترموديناميكا الجسيمات المعزولة، هما صالحتان في المعالم الغاليلية.

$$K_\beta \mathrm{T} = h\nu_c \qquad\qquad S = S_0 - K_\beta \frac{M_0}{m_0} \tag{3-25}$$

الفصل الرابع:

الدراسة النظرية

لقد لاحظنا في الفصول السابقة كيفية اشتقاق دوبروغلي لنوع جديد من الترموديناميك، سماه بترموديناميك الجسيم المعزول، أو الترموديناميك الخفي.

في هذا الفصل سوف نحاول استخراج بعض الخواص و لكن باستخدام الفيزياء الحديثة المبنية على أساس ميكانيك الكم.

4-1- الحسابات:

سوف نحاول أن نحدد الطاقة التي يتبادلها جسيم محصور في حجم محدود يمكنه أن يتقلص ($\delta\upsilon < 0$) كما يمكنه أن يتمدد ($\delta\upsilon > 0$) و هذا تحت تأثير التفاعل. ومبدأ التنظيم التالي:

$$\int |\psi|^2 \, d\upsilon = 1 \tag{4-1}$$

يعبر عن حقيقة أن الجسيم موجود بالتأكيد داخل الحجم المدروس. الذي يشكل بداخله حالة إنتقالية، فإذا كانت مدة حياة هذه الحالة الكمية الانتقالية Δt. فيمكننا أن نكتب بجوار موضع الجسيم x هذه العلاقة:

$$\psi(x,t)\psi^*(x,t) \sim \upsilon^{-1} \tag{4-2}$$

و باعتبار هاملتون الجسيم H يكتب للحظة قصيرة بالعبارة:

$$H = H_0 + H_I \tag{4-3}$$

حيث H_0 هو هاملتوني الحالة الأساسية بينما يعبر H_I عن التفاعل بحيث:

$$H_I\psi \sim (\delta\mathcal{E}_0 + i\delta\mathcal{E})\psi \tag{4-4}$$

حيث يعبر $\delta\mathcal{E}_0$ عن الجزء الحقيقي بينما $\delta\mathcal{E}$ هو الجزء التخيلي. فعندما يصبح الحجم υ أقل من الحجم الأساسي، فسوف تتزايد قيمة الطاقة الحركية و كمية الحركة، و العكس بالعكس. و بالتالي سوف يكون هناك تغير في قيمة الطاقة يكتب بالعبارة:

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}_0 = \delta\mathcal{E}_0 + i\delta\mathcal{E} \tag{4-5}$$

عندما نقوم بالتأثير على طرفي المعادلة (4-2) بمؤثر الطاقة $i\hbar\partial_t$ نحصل على ما يلي:

$$i\hbar\partial_t\psi\psi^* + i\hbar\partial_t\psi^*\psi = i\hbar\partial_t\upsilon^{-1} \tag{4-6}$$

بالتعويض في المعادلة (4-6) و استخدام المعادلة (4-2) نجد:

$$\delta\mathcal{E} = -\frac{\hbar}{2}\partial_t \log\upsilon \tag{4-7}$$

و بما أن الجسيم يكون محجوز في الحجم υ فهذا يعني أن:

$$\hbar\vec{k}\,.\vec{\nabla}\upsilon = 0 \tag{4-8}$$

حيث تعبر $\hbar\vec{k}$ عن كمية حركة الجسيم، و من السهل التحقق من هذه العبارة [25]:

$$\frac{\partial\upsilon}{\partial t} = \frac{\delta\upsilon}{\delta t} \tag{4-9}$$

بتعويض المعادلة (4-9) في المعادلة (4-7) نجد:

$$\delta t\ \delta\mathcal{E} = -\frac{\hbar}{2}\frac{\delta\upsilon}{\upsilon} \tag{4-10}$$

ومن خلال المعادلة الأخيرة يمكننا أن نرى بسهولة أنه إذا كان هناك تمدد في الحجم أي ($\delta\upsilon$ يكون موجب) فبالضرورة $\delta\mathcal{E}$ تكون سالبة و هذا يعني أن الطاقة تنبعث من الحجم υ، أما العكس أي تقلص الحجم ($\delta\upsilon$ سالب) فالطاقة المتبادلة تكون موجبة ($0 < \delta\mathcal{E}$) و هذا يعني أن الحجم يتلقى طاقة من الوسط الخارجي.

بإدخال أو تعريف كثافة الطاقة $\rho \geq 0$ حيث:

$$\rho = -\frac{\delta\mathcal{E}}{\delta\upsilon} \tag{4-11}$$

باستخدام المعادلة (4-11) فإن المعادلة (4-10) تتحول إلى:

$$\rho\ \upsilon\ \delta t = \frac{\hbar}{2} \tag{4-12}$$

و يمكن حساب الطاقة المتبادلة δE من أجل عملية عكوسة:

$$\delta E = \int_0^{\upsilon} \rho\, d\upsilon\ \geq\ \rho\,\upsilon \tag{4-13}$$

باستخدام المعادلات السابقة. سوف نحصل على هذا الشكل من علاقة عدم التعيين في الطاقة و الزمن:

$$\delta E.\delta t\ \geq\ \frac{\hbar}{2} \tag{4-14}$$

و هذا يعني أنه لا يمكن للنظام أن يمتص أو يصدر طاقة δE خلال مدة زمنية أصغر من $\hbar/2\delta E$.

و باستخدام العلاقة (4-10) يمكننا حساب القيمة المتوسطة ΔE للطاقة المتبادلة $\delta\mathcal{E}$ خلال مجال زمني Δt كما يلي:

$$\Delta E = -\frac{\hbar}{2\,\Delta t}\int_{\upsilon_0}^{\upsilon}\frac{\delta\upsilon}{\upsilon} \qquad (4\text{-}15)$$

حيث يعبر كل من υ_0 و υ عن الحجم عند اللحظتين الزمنيتين t و $t + \Delta t$ على الترتيب، و بالتالي نحصل على:

$$\Delta E\,\Delta t = -\frac{\hbar}{2}\log\frac{\upsilon}{\upsilon_0} \qquad (4\text{-}16)$$

4-2- النتائج و التطبيقات:

4-2-1- في الترموديناميك الخفي:

عندما نعتبر الحجم الماكروسكوبي V، الذي يمكن تقسيمه إلى N حجم ميكروسكوبي υ الذي يحوي كل منها جسيم وحيد "معزول". أي أنه لا يوجد تفاعل بين العدد N من الجسيمات، و بالتالي يمكننا حساب التغير في الطاقة الداخلية للحجم V كما يلي:

$$\Delta U = N\,\Delta E \qquad (4\text{-}17)$$

باستخدام المعادلة (4-16) و استعمال الرمز $\tau = \Delta t$ نجد:

$$\Delta U = -\frac{N\,\hbar}{2\,\tau}\log\frac{V}{V_0} \qquad (4\text{-}18)$$

بالمقارنة بين (4-18) مع التغير الأدياباتيكي للطاقة الداخلية الخاصة بغاز مثالي[26] الذي يعطي نفس شكل المعادلة مع اختلاف في الثوابت:

$$\Delta U = -NK_\beta \mathrm{T}\log\frac{V}{V_0} \qquad (4\text{-}19)$$

نتمكن من الحصول على شكل من عدم التعيين و لكن بواسطة عبارة طاقة ترموديناميكية أي[27]:

$$\tau\,.\,K_\beta \mathrm{T} = \frac{\hbar}{2} \qquad (4\text{-}20)$$

حيث ترمز T إلى درجة الحرارة بينما يعبر K_β عن ثابت بولتزمان.

و نلاحظ أننا قد توصلنا إلى هذه النتائج رغم إنطلاقنا من جسيم وحيد معزول.

4-2-2- إشعاع الطاقة:

إذا كان النظام المدروس υ لا يستطيع أن يمتص أو يشع طاقة إلا بمقادير محددة أي مكممة بمعنى:

$$\Delta E = \begin{cases} h\nu \ , \ \ \upsilon < \upsilon_0 \ \rightarrow \text{إمتصاص} \\ -h\nu \ \ , \ \ \upsilon > \upsilon_0 \rightarrow \text{إنبعاث} \end{cases} \tag{4-21}$$

باستخدام المعادلات 16 , 20 , 21 نحصل على:

$$h\nu = K_\beta \mathrm{T} \log \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \tag{4-22}$$

ففي حالة $\Delta E > 0$ هذا يعني أن $\upsilon_0 = \upsilon + \delta\upsilon$ حيث تكون $\delta\upsilon$ موجبة أيضا، و من خلال المعادلة 22 نستطيع أن نكتب:

$$\frac{\delta\upsilon}{\upsilon} = \mathrm{e}^{\frac{h\nu}{K_\beta \mathrm{T}}} - 1 \tag{4-23}$$

خلال زمن الإسترخاء تكون الأمواج المستقرة هي الموجودة فقط داخل الحجم υ، و حتى يتحقق هذا ينبغي أن تكون الأطوال الموجية من رتبة أبعاد الحجم الذي يحوي هذه الأمواج أي $\upsilon \sim a\,\lambda^3$، حيث a هو ثابت تناسب كما أنه يمكننا كتابة الكثافة الطيفية للطاقة ρ_ν كما يلي:

$$\rho_\nu = \frac{\delta E}{\delta\upsilon\ \delta\nu} = \frac{h\ \delta\nu}{\delta\nu\ \delta\upsilon} = \frac{h}{\delta\upsilon} \tag{4-24}$$

و باستبدال الحجم υ بالعبارة $\upsilon = ac^3\nu^{-3}$ في المعادلة 23 نحصل على الكثافة الطيفية للطاقة ρ_ν بدلالة التواتر ν كما يلي:

$$\rho_\nu = a^{-1}\frac{h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{K_\beta \mathrm{T}}} - 1} \tag{4-25}$$

و هي كما نلاحظ متطابقة مع عبارة إشعاع الجسم الأسود المحسوبة من طرف بلانك [28] مع العلم أننا انطلقنا من مبدأ الترموديناميك الخفي.

بالمقارنة مع العبارة الدقيقة لإشعاع الجسم الأسود نجد أن الثابت a هو $\frac{1}{8\pi}$. و نحصل على نفس النتيجة في حالة $\Delta E = -h\nu$ و $\upsilon > \upsilon_0$.

4-2-3- مجال التفاعل:

المعادلة (4-16) تستطيع أن تعطي نفس معنى علاقة عدم التعيين (طاقة – زمن) في الحالتين التاليتين:

أولا: تكون علاقة عدم التعيين محققة في حالة الطاقة المتبادلة السالبة ($\Delta E < 0$) إذا وفقط إذا كان $\upsilon \geq e\upsilon_0$

حيث e هي أساس اللوغارتم النيبيري، ونجد:

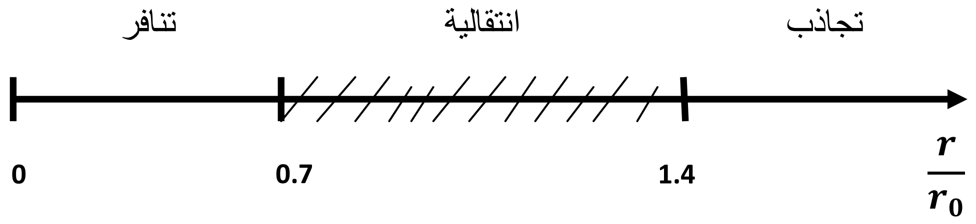
$$(-)\ \Delta E \quad \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \tag{4-26}$$

ثانيا: تتحقق علاقة عدم التعيين (طاقة – زمن) مرة أخرى في حالة الطاقة المتبادلة الموجبة ($\Delta > 0$)، إذا وفقط إذا كان $\upsilon_0 \geq e\upsilon$ ونحصل على:

$$(+)\ \Delta E \quad \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \tag{4-27}$$

فمثلا من أجل حجم كروي أو ذوتناظر كروي $\upsilon \sim r^3$ نجد أنه في حالة الطاقة السالبة $\Delta E < 0$ تكون هناك منطقة تجاذب في حالة $r \geq 1{,}4\ r_0$

بينما في حالة الطاقة الموجبة أي $\Delta E > 0$ فتكون هناك منطقة تنافر في المنطقة $r \leq 0{,}7\ r_0$



الشكل (4-1) : المناطق الثلاثة الناتجة عن فكرة الترموديناميك الخفي [29-30]

ومن أجل مقارنة هذه المناطق الثلاثة مع نتائج أخرى لمناطق أو مجالات التفاعل ، مثل التفاعل نكليون – نكليون في الأنوية، فإننا نلاحظ أن r_0 هو وسيط حر (كيفي) أي أن $\frac{r}{r_0}$ عديم الوحدة وهذا يساعد على التطبيق في مجالات مختلفة في الفيزياء فعلى سبيل المثال يكون كمون التفاعل بين جزيئي أكسجين $O_2 - O_2$ وكذلك التفاعل نكليون – نكليون متشابهين كثيرا من ناحية الشكل.

فإذا أخذنا r_0 من رتبة طول موجة كومبتون للبيون حيث $\mu^{-1} = r_0 \simeq 1{,}4\, fm$

نستطيع إجراء المقارنة التالية كما في الجدول التالي:

	التنافر	الوسط	التجاذب
حساباتنا النظرية	$r \leq 0{,}7$	$0{,}7 \leq r \leq 1{,}4$	$r \geq 1{,}4$
حسابات تكيتاني	$r \leq 0{,}7$	$0{,}7 \leq r \leq 1{,}5$	$r \geq 1{,}5$

الجدول (4-1): مقارنة بين النتائج التي توصلنا إليها من مبدأ الترموديناميك الخفي مع المناطق الثلاثة لتكيتاني حيث تم أخذ البعد r بوحدات طول موجة كومبتون للبيون أي $r_0 \sim 1{,}4\, fm$. [30-29]

4-2-4- منطقة فوق الناقلية الممنوعة:

يمكن التعامل مع طول الترابط في المواد فائقة الناقلية كما لو أنه حجم ثنائية زوج كوبر [31]، حيث تعطي كل من نظرية BCS و GL طول الترابط بالعلاقة

$$\xi \sim \xi_0 (1-t)^{-\frac{1}{2}} \tag{4-28}$$

حيث t هو عبارة $\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T_c}}$ ، و $\mathrm{T_c}$هي درجة الحرارة الحرجة، بينما ξ_0 يعبر عن أصغر حجم لباقة الموجة التي يمكن أن تكونها ناقلات الشحنة.

من أجل كسر ثنائية كوبر نحتاج إلى طاقة $E_g = 2\Delta(\mathrm{T})$ ويتشكل نتيجة لذلك اِثنين من شبه الجسيمات المثارة.

حيث أن $\Delta(\mathrm{T})$ تتزايد من الصفر عند $\mathrm{T_c}$ إلى قيمة محددة [32] $E_g(0) = 2\Delta(0)$.

سوف يخسر النظام (الحجم) طاقة $\Delta E = -\Delta$ من أجل إنشاء واحد فقط من شبه الجسيمات، باستخدام المعادلات 17 و 21 مع اعتبار الحجم $\upsilon \sim r^3$ بينما $\upsilon_0 \sim (\xi - \xi_0)^3$ كما في الشكل نجد:

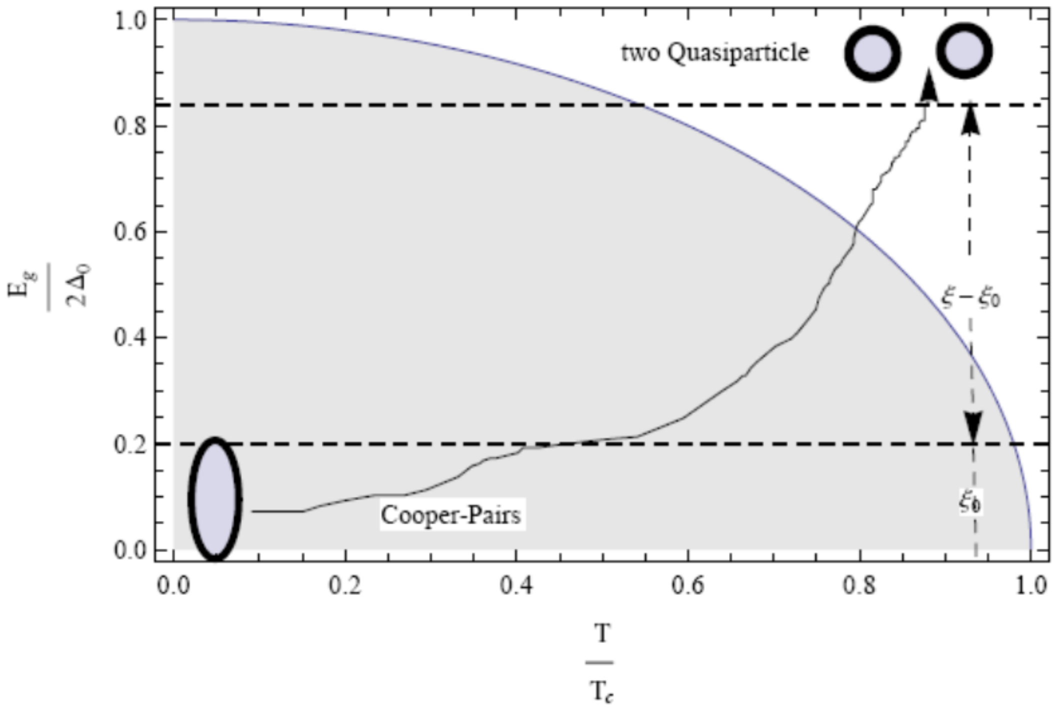
$$\Delta = 3K_\beta \mathrm{T} \log\left(1 - \sqrt{1-t}\right)^{-1} \tag{4-29}$$

وعند النهاية، بجوار $\mathrm{T_c}$ أي $t \longrightarrow 1$ تصبح المعادلة السابقة:

$$\Delta \sim 3K_\beta \mathrm{T_c} \sqrt{1-t} \tag{4-30}$$

وهذه النتيجة متوافقة بشكل جيد مع النتائج الأخرى المعروفة [33] حيث:

$$\Delta \sim 3{,}06\, K_{\beta} \mathrm{T_c} \sqrt{1-t} \qquad (4\text{-}31)$$



[34]**الشكل(4-2)** : تغيرات منطقة فوق الناقلية الممنوعة بدلالة تغيرات درجة الحرارة

النتيجة العامة

لقد حاولنا في هذه المذكرة، إعادة استخراج بعض قوانين الترموديناميك الخفي لجسيم، دون الاعتماد على التحويلات النسبية للترموديناميك التي لا تزال مثار جدل. بل اعتمدنا على مفاهيم ميكانيك الكم **اللانسبي،** حيث تمكنا من التوصل إلى شكل تغير الطاقة الداخلية لجسيم وحيد مشابه تماما لقانون تغير الطاقة الداخلية لغاز مثالي يحوي عدد كبير من الجسيمات، ولكن بشرط تغيير فهمنا لدرجة الحرارة التي تصبح مرتبطة بالزمن المميز للجسيم المعزول، وفق علاقة تشبه مبدأ الإرتياب لهايزنبرغ.

إن الطريقة المستعملة هنا مكنتنا من تطبيقها في عدة مجالات، حيث مكنتنا من تحديد قيمة المجالات الثلاثة للتجاذب والتنافر في فيزياء الجسيمات الأولية بدقة عالية، بالإضافة إلى استخدامها في إعادة إيجاد قانون إشعاع الجسم الأسود بطريقة جديدة. كما استطعنا تطبيقها في ميدان الناقلية الفائقة حيث تمكنا من الحصول على الشكل التقريبي لمنطقة الطاقة الممنوعة بجوار درجة الحرارة الحرجة.

المصادر و المراجع

[1] L. de Broglie, The thermodynamics of the isolated particle (Gauthier-Villars Editor, Paris, 1964), pp. 1–98.

[2] L. de Broglie, Recherches sur la theorie des quanta (Ann. de Phys., 10th series, t. III, Paris, 1925), pp. 1–73.

[3] Wang, C.-Y. Thermodynamics Since Einstein. Adv. Nat. Sci. 6, 13–17 (2013).

[4] e C. Farias, V. A. Pinto and P. S. Moya. What is the temperature of a moving body? Scientific Reports, volume 7, Article number: 17657 (2017)

[5] A.S. Parvan. Lorentz transformations of the thermodynamic quantities. Annals of Physics, 401:130 – 138, 2019.

[6] Pathria, R. K. Lorentz transformation of thermodynamic quantities. Proc. Phys. Soc. 88, 791 (1966).

[7] Callen, H. & Horwitz, G. Relativistic Thermodynamics. Am. J. Phys. 39, 938–947 (1971).

[8] J. L. Lebowitz, N. G. van Kampen, J. E. Mayer, and J. L. Jackson. Discussion of relativistic thermodynamics. J. Phys. Soc. Jap. Suppl., 26:321, 1969.

[9]Landsberg, P. T. & Matsas, G. E. A. The impossibility of a universal relativistic temperature transformation. Physica A 340, 92–94 (2004).

[10]Bíró, T. S. & Ván, P. About the temperature of moving bodies.Europhys. Lett. 89, 30001 (2010).

[11]Liu, C. Einstein and Relativistic Thermodynamics In 1952: A Historical and Critical Study of a Strange Episode in the History of Modern Physics. Br. J. Hist. Sci. 25, 185–206 (1992).

[12]Nakamura, T. K. Three Views of a Secret in Relativistic Thermodynamics,. Prog. Theor. Phys. 128, 463–475 (2012).

[13]Arzeliès, H. Transformation relativiste de la température et de quelques autres grandeurs thermodynamiques. Nuovo Ciment. 35, 792–804 (1965).

[14]Manfred, R. Thermodynamics meets Special Relativity–or what is real in Physics? [cond-mat, physics:gr-qc, physics:hep-th] (2008), arXiv: 0801.2639.

[15]Przanowski, M. & Tosiek, J. Notes on thermodynamics in special relativity,. Phys. Scr. 84, 055008 (2011).

[16] Davide Fiscaletti, Geometry of Quantum Potential, The: Entropic Information of the Vacuum,World Scientific, (2018)

[17] Luis de la Peña, The Emerging Quantum: The Physics Behind Quantum Mechanics, Springer (2015)

[18] D. Bohm, “A new suggested interpretation of quantum theory in terms of hidden variables. Part I”, Physical Review 85, 166–179 (1952).

[19] D. Bohm, “A new suggested interpretation of quantum theory in terms of hidden variables. Part II”, Physical Review 85, 180–193 (1952).

[20] Edgard Elbaz, The Quantum Theory of Particles, Fields, and Cosmology, Springer-Verlag Berlin Heidelberg (1998)

[21] P.R. Holland, The Quantum Theory of Motion, Cambridge University Press, Cambridge (1993).

[22] Travis Norsen, The Pilot-Wave Perspective on Quantum Scattering and Tunneling, Physics: Faculty Publications, Smith College (2013).

[23] Tim Maudlin, Philosophy of physics : quantum theory, Princeton University Press, (2019)

[24] Louis De Broglie, La thermodynamique « cachée » des particules, Annales de l'I. H. P., section A, tome 1, no 1 (1964), p. 1-19
[25] M.H. Al-Hashimi, U.J. Wiese, Annals of Physics, 327, 1-28 (2012)

[26] H. Kerson, Introduction to Statistical Physics, Taylor and Francis Group-LLC,New York (2010)

[27] J. Uffink, J.V. Lith, Foundations of Physics, 29, 655 (1999)
[28] D.Wolfgang, Atoms, molecules and photons, Springer-Verlag Berlin Heidelberg
[29] M. Taketani, S. Nakamura, M. Sasaki, Prog.Theor.Phys, 6, 581 (1951)
[30] M. Taketani, Prog.Theor.Phys.Suppl, 3, 1 (1956)

[31] V.V. Schmidt, The Physics of Superconductor: Introduction to Fundamentalsand Applications, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg (1997)

[32] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, McGraw-Hill,Inc,New York(1996)
[33] A.A. Abrikosov, Fundamental of the theory of metals, North-Holland (1988)

[34] Energy gap of superconductor close to Tc without CC+