

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algerienne Democratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

Université Larbi Tébessi – Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil

## MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

**En : Génie Civil**

**Spécialité : Structure**

**Par : Mohammed-Aymen FARAH**

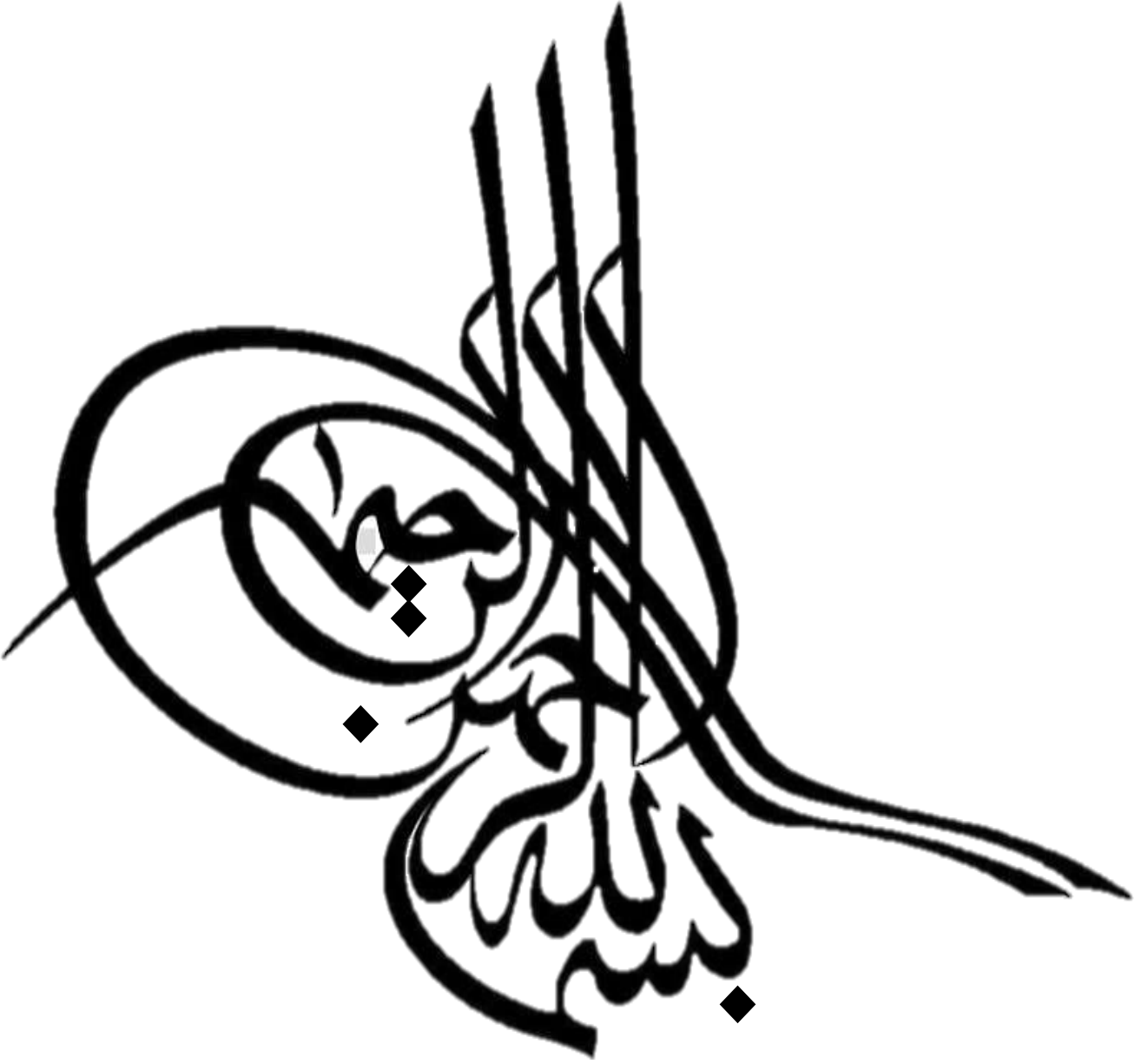
**Sujet**

# FLAMBEMENT THERMIQUE DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES HYBRIDES

Présenté et soutenu publiquement, le 23/06/2021, devant le jury composé de :

M. El-Hadi HARKATI	Professeur	Président
M. Mohamed-Lamine SALHI	Docteur	Rapporteur
M. Djamel BOUTAGOUGA	Docteur	Examineur 1

Promotion : 2020/2021.



# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse,  
leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,*

*A mes chers frères et sœurs, pour leurs encouragements  
permanents, et leur soutien moral,*

*A tous mes amis, pour leur appui et leur  
encouragement,*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit  
de votre soutien infailible,*

*Merci d'être toujours là pour moi.*

# *Remerciement*

Le plus grand remerciement à **ALLAH**, créateur de l'univers de nous avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve et le bonheur.

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de recherche ; Monsieur **M. Lamine SALHI** pour m'avoir proposé un sujet fort intéressant et pour la confiance qu'il m'a accordée. Il m'a dirigé tout au long de cette étude. Je le remercie aussi pour sa grande disponibilité, ainsi que pour sa profonde humanité et ses encouragements qui m'ont beaucoup aidé.

Mes remerciements s'adressent également, au membre du jury qui ont bien voulu accepter de juger ce travail.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements ainsi que ma grande gratitude et reconnaissance envers tous mes enseignants du département de « Génie civil ». D'université de Tébessa.

Enfin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## Liste de notations et symbole

Les symboles	Les Notations
[...]	Matrice
{...}	Vecteur
[...] <sup>-1</sup>	Matrice inverse
[...] <sup>T</sup>	Matrice transposée
∫	Intégrale
Σ	La somme
∂	La dérivée
∫	Intégrale
H	Épaisseur de la plaque
[C]	Matrice de rigidité
[S]	Matrice de souplesse
[Q' <sub>ij</sub> ]	La matrice de rigidité réduite hors axes principaux
[T]	la matrice de changement
$v_c$	Volume de matériau composite
$v_f$	Volume de fibre
$v_m$	Volume de matrice
$V_m$	Fraction volumique de matrice
$V_f$	Fraction volumique de fibre
$\varepsilon_f$	Déformation de fibre
$\varepsilon_m$	Déformation de matrice
$\varepsilon_c$	Déformation de composite
$\sigma_f; \sigma_m; \sigma_c$	Contrainte suivant (fibre, matrice, composite).
$A_m ; A_f$	Les Aries des sections droites de la fibre et de la matrice
$E_1$	Module de Young longitudinale
$E_2$	Module de Young transversale
$G_{ij}$	Module de cisaillement longitudinal
$\nu_{ij}$	Coefficient de Poisson longitudinal
$\sigma_{ij}$	Des contraintes
$\varepsilon_{ij}$	Des déformations
{ $\sigma$ }	Vecteur des contraintes

$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$	Vecteur des déformations
$S_{ijkl}$	Tenseur de souplesse
$C_{ijkl}$	Tenseur d'élasticité
$u, v$	Déplacement suivant $x, y$
$W$	Déplacement suivant $z$
$Q_x; Q_y$	Rotation autour $x$ et $y$
$K$	Nom de la couche
$\Theta$	Angle d'orientation des fibres
$Q_x$	Force de cisaillement dans la direction $x$
$Q_y$	Force de cisaillement dans la direction $y$
$M_x ; M_y$	Moments de flexion suivant les directions $x$ et $y$
$M_{xy}$	Moment de torsion
$N_x ; N_y$	Contraintes Normales
$N_{xy}$	Contrainte de cisaillement
$[A_{ij}]$	Matrice de rigidité en membrane
$[B_{ij}]$	Matrice de couplage membrane-flexion-torsion.
$[D_{ij}]$	Matrice de rigidité en flexion
$[H_{ij}]$	Matrice de cisaillement
$U$	Champs des déplacements
$F_{ij}$	Cisaillement hors plan
$K_{ij}$	Facteur de correction en cisaillement
$\sigma_x ; \sigma_y; \sigma_z$	Contrainte normales
$\varepsilon_x$	Déformation dans les directions $x$
$\varepsilon_y$	Déformation dans les directions $y$
$\varepsilon_z$	Déformation dans les directions $z$
$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0; \varepsilon_{xy}^0$	Déformation membranaire
$\sigma_{xz} \sigma_{yz}$	Résultante de cisaillement
$\Theta_x ; \Theta_y$	Les rotations des sections droites autour des axes $x$ et $y$
$g_{xz}^0; g_{yz}^0$	La déformation en cisaillement moyenne
$Q'_{ij} :$	Coefficient de rigidité
$h_k$	Partie supérieure de l'épaisseur de la plaque stratifiée
$h_{k-1}$	Partie inférieure de l'épaisseur de la plaque stratifiée

$\alpha_1$	Le coefficient de dilatation thermique longitudinal
$\alpha_2$	Le coefficient de dilatation thermique transversal
$\Delta$	La variation de température
$N^T$	La force thermique
$M^T$	De moment thermique
A	Longueur de la plaque
B	Largeur de la plaque
a/b	Rapport de la longueur sur la largeur de la plaque.
H	L'épaisseur de la plaque
a/h	Rapport de la longueur sur l'épaisseur de la plaque.

**Les abréviations :**

**CPT** : classical plate theory.

**FSDT** : first –ordre shear deformation plate theory.

**HDST** : High-order Shear Deformation Plate Theorie.

**CCCC** : encastrée sur les quatre côtes.

**SSSS** : simplement appuyée sur les quatre côtes

## Liste des Tableau

<b>Tableau VI.1.</b> Les unités dans ABAQUS .....	69
<b>Tableau VI.2.</b> Les conditions aux limites. ....	70
<b>Tableau VI.3.</b> Les caractéristiques géométriques et mécaniques d'une plaque isotrope carrée simplement appuyées pour le premier type de matériau.....	70
<b>Tableau VI.4.</b> Les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée pour le premier type de matériau. ....	71
<b>Tableau VI.5.</b> Les caractéristiques géométriques et mécaniques des plaques stratifiées symétrique simplement appuyés.....	72
<b>Tableau VI.6.</b> Les températures critiques de flambement des plaques stratifiées symétrique rectangulaire simplement appuyées. ....	72
<b>Tableau VI.7.</b> Propriétés des matériaux T300/5208 et E-glass/Epoxy .....	75
<b>Tableau VI.8.</b> Température critique des plaque stratifiées et stratifiées hybrides simplement appuyées (SS). ....	76
<b>Tableau VI.9.</b> Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides symétrique encastree (CC).....	79
<b>Tableau VI.10.</b> Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybride croisées simplement appuyées (SS).....	81
<b>Tableau VI.11.</b> Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides symétrique encastree (CC).....	83



## Liste des figures

<b>Figure.1.</b> Application des matériaux composites dans le secteur aéronautique.....	2
<b>Figure.2.</b> Evolution du pourcentage de matériaux composites en masse dans la gamme d'avion Airbus aux cours des 40 dernières années. ....	3
<b>Figure.3.</b> Application des matériaux composites dans le secteur espace.....	3
<b>Figure.4.</b> Application des matériaux composites dans le secteur automobile .....	3
<b>Figure.5.</b> Application des matériaux composites dans le secteur ferroviaire .....	4
<b>Figure.6.</b> Application des matériaux composites dans le secteur naval.....	4
<b>Figure.7.</b> Application des matériaux composites dans le secteur médical.....	4
<b>Figure.8.</b> Application des matériaux composites dans le secteur sport .....	5
<b>Figure.9.</b> Application des matériaux composites dans le secteur Génie civil.....	5

### Chapitre I : Généralité sur les matériaux composites

<b>Figure I.1.</b> Structure d'un matériau composite.....	9
<b>Figure I.2.</b> Principaux matériaux de renfort. ....	9
<b>Figure I.3.</b> Différente famille de matrice .....	10
<b>Figure I.4.</b> Monocouche.....	12
<b>Figure I.5.</b> Composite sandwich .....	12
<b>Figure I.6.</b> Les constituants d'un composite stratifié .....	13
<b>Figure I.7.</b> Composite stratifiée .....	13
<b>Figure I.8.</b> Structure d'un composite stratifié unidirectionnels.....	14
<b>Figure I.9.</b> Convention d'un signe pour la désignation d'un stratifié.....	14
<b>Figure I.10.</b> Schématisation de l'effet miroir sur la stratification.....	16
<b>Figure I.11.</b> Configurations des stratifiés hybrides. (a) Inter-couches et (b) intra-couches .....	17
<b>Figure I.12.</b> Illustration des différents niveaux d'investigation au sein d'une Structure composites stratifiées hybride.....	18
<b>Figure I.13.</b> Cellule élémentaire d'un composite unidirectionnel .....	19
<b>Figure I.14.</b> Schéma simplifié d'une traction longitudinale .....	20
<b>Figure I.15.</b> Schéma simplifié d'une traction transversale .....	21
<b>Figure I.16.</b> Schéma simplifié d'un essai de cisaillement longitudinal .....	21

## Chapitre II : Comportement et théorie des plaques stratifiées

<b>Figure II.1.</b> Schéma d'étude du comportement mécanique d'une structure en matériau composite	33
<b>Figure II.2.</b> Représentation schématique d'un matériau orthotrope avec trois plans de symétrie.	36
<b>Figure II.3.</b> Matériaux transversalement isotropes	37
<b>Figure II.4.</b> Axes principaux et axes de référence d'une couche stratifiée	39
<b>Figure II.5.</b> : Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des Stratifiées	41
<b>Figure II.6.</b> Schématisation des résultantes en membrane	43
<b>Figure II.7.</b> Schématisation des déformations dans le cas de Théorie de la Déformation de Cisaillement de Première Ordre (FSDT)	48
<b>Figure II.8.</b> : Schématisation des résultantes en membrane	51
<b>Figure II.9.</b> Schématisations des moments de flexion et de torsion	52
<b>Figure II.10.</b> Schématisation des résultantes en cisaillement	53

## Chapitre III : Phénomène de flambement thermique des plaques stratifiées

<b>Figure III.1.</b> Schématisation du flambage	56
<b>Figure III.2.</b> Schématisation du Flambement mécanique	56
<b>Figure III.3.</b> Schématisation du Flambement thermique	58

## Chapitre IV : Modélisation des plaques stratifiées hybrides

<b>Figure IV.1.</b> Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d ABAQUS	69
<b>Figure IV.2.</b> Les quatre premiers modes de flambement thermique d'un plaque isotrope carrée simplement appuyée.	71
<b>Figure IV.3.</b> Les modes de flambement thermique avec les trois types d'éléments ABAQUS et la présentation graphique de plaque stratifiée symétriques rectangulaire simplement appuyés.	73
<b>Figure IV.4.</b> Les types des plaques stratifiées hybrides	76
<b>Figure IV.5.</b> Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétriques rectangulaires simplement appuyées.	77
<b>Figure IV.6.</b> Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'aspect a/b simplement appuyée (SS)	78
<b>Figure IV.7.</b> Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides croisées encastées (CC)	79
<b>Figure IV.8.</b> Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'aspect a/b encastées (CC)	80
<b>Figure IV.9.</b> Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents	

rappports d'épouseur (a/h) simplement appuyées (SS).....82

**Figure IV.10.** Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'épouseur (a/h) simplement appuyées

(SS).....83

**Figure IV.11.** Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybride croisées simplement appuyée et encastré .....84

**Résumé :**

Les matériaux composites sont largement utilisés dans pratiquement tous les secteurs civils et industriels et dans de nombreux domaines. Souvent, les structures en matériaux composites notamment les plaques stratifiées hybrides sont sujettes à de sérieux chargements sévères tels que les températures élevées qui peuvent affecter significativement le comportement de ce type de structures.

L'objectif de ce travail est de modéliser des plaques stratifiées hybrides avec différentes couches de matériaux composites afin d'étudier numériquement l'effet de la température sur la stabilité des plaques stratifiées hybrides, en utilisant un logiciel (ABAQUS) basé sur la méthode des éléments finis.

De plus, une vaste étude paramétrique sur le flambement thermique de plaques stratifiées hybrides est présentée. Dans cette étude, plusieurs paramètres ont été pris en considération, tel que, le type du matériau, les conditions aux limites, la stratification, le rapport d'aspect, et le rapport d'épaisseur. La comparaison des résultats obtenus avec des solutions de références, déterminés analytiquement, et ceux obtenus par d'autres modèles d'éléments finis disponibles dans la littérature, a montré la performance et la précision de modélisation proposée. Il a été conclu que la température critique de flambement peut être significativement affectée par les paramètres considérés.

**Mots clés :** plaques stratifiées, plaques stratifiées hybride, flambement thermique, matériaux composite, effet de la température. Élément fini,

## المخلص:

تستخدم المواد المركبة على نطاق واسع في جميع القطاعات المدنية والصناعية تقريبًا وفي العديد من المجالات. في كثير من الأحيان، تخضع الهياكل المصنوعة من المواد المركبة، ولا سيما الألواح المصفحة الهجينة، لأحمال شديدة مثل درجات الحرارة المرتفعة التي يمكن أن تؤثر بشكل كبير على سلوك هذا النوع من الهياكل. الهدف من هذا العمل هو نمذجة صفائح هجينة بطبقات مختلفة من المواد المركبة من أجل دراسة تأثير درجة الحرارة على ثبات الصفائح الهجينة باستخدام برنامج (ABAQUS) المعتمد على طرق العناصر المنتهية. في هذه الدراسة، تم أخذ العديد من الخصائص بعين الاعتبار، مثل نوع المادة، والظروف الحدية، والطبقات، الشكل الهندسي، وكذلك السمك من أجل إظهار مدى تأثيرها على سلوك الانبعاج الحراري لصفائح ذات طبقات هجينة. أظهرت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها من البحوث المرجعية المحددة تحليليًا، وتلك التي تم الحصول عليها بواسطة نماذج العناصر المنتهية، الأداء الجيد ودقة النمذجة المقترحة. وقد تم استنتاج أن درجة الحرارة الحرجة للانبعاج يمكن أن تتأثر بشكل كبير بالخصائص التي تم النظر فيها.

**الكلمات المفتاحية:** الصفائح ذات الطبقات، الصفائح الهجينة ذات الطبقات الانبعاج الحراري، المواد المركبة، أثر الحرارة العناصر المنتهية.

## **Abstract :**

Composite materials are widely used in virtually all civil and industrial sectors and in many fields. Often, structures made of composite materials, in particular hybrid laminated plates, are subject to serious severe loads such as high temperatures which can significantly affect the behavior of this type of structure. The objective of this work is to model hybrid laminate plates with different layers of composite materials in order to numerically study the effect of temperature on the stability of hybrid laminate plates, using software (ABAQUS) based on the Finite elements methods.

In addition, a large parametric study on thermal buckling of hybrid laminate plates is presented.

In this study, several parameters were taken into account, such as, material type, boundary conditions, stratification, aspect ratio, and thickness ratio. The comparison of the results obtained with reference solutions, determined analytically, and those obtained by other finite element models available in the literature, showed the performance and precision of the proposed modeling. It was concluded that the critical buckling temperature can be significantly affected by the considered parameters.

**Key words:** laminate plates, hybrid laminate plates, thermal buckling, composite materials, temperature effect, Finite elements.

## Table des matières

<b>Remerciement</b> .....	I
<b>Liste des symboles</b> .....	II
<b>Liste des tableaux</b> .....	III
<b>Liste des figures</b> .....	2
<b>Résumés</b> .....	3
<b>ملخص</b> .....	4
<b>Abstract</b> .....	2
<b>Table des matières</b> .....	3
<b>Introduction générale</b> .....	4

### Chapitre I : Généralité sur les matériaux composites

I.1. Introduction .....	8
I.2. Historique .....	8
I.3. Définition de matériaux composite .....	8
I.4. Constituants d'un matériau composite.....	9
I.5. Définitions de base .....	10
I.6. Les type des matériaux composites .....	11
a) Grande diffusion .....	11
b) Hautes performances.....	11
I.7. Les caractéristiques des matériaux composites .....	11
I.8. Architecture des matériaux composites.....	12
I.8.1. Monocouche.....	12
I.8.2. Les sandwiches .....	12
I.8.3. Les stratifier .....	13
I.8.3.1. Les orientations des fibres de composite stratifiées .....	13
I.8.3.2. Les stratifiés à base des fibres unidirectionnels .....	14
I.8.3.3. Désignation des structures stratifiées .....	14

a) Angles positifs et négatifs.....	14
b) Désignation des stratifiées.....	15
c) Stratifiés symétriques.....	15
d) Pourquoi la symétrie miroir ? .....	15
e) Séquence.....	16
I.8.3.4. Stratifier Hybride.....	17
I.9. Les avantages et inconvénients de matériaux composite.....	18
I.10. Les caractéristiques mécaniques d'un pli composite .....	19
I.10.1. Module d'Young longitudinal.....	20
I.10.2. Modules de Young transversal E2 .....	21
I.10.3. Module de cisaillement longitudinal G12.....	21
I.10.4. Coefficient de Poisson longitudinal V12 .....	22
I.11. Synthèse bibliographique .....	22
I.11.1. Plaques composites Starifiés .....	22
■ Eléments finis basés sur utilisée la théorie classique des stratifiée.....	22
■ La théorie de cisaillement du premier ordre .....	23
■ la théorie de cisaillement de l'ordre supérieur .....	24
I.11.2. Plaques composites Starifiés hybrides .....	25
I.12. Conclusion.....	30

## **Chapitre II : Comportement et théorie des plaques stratifiées**

II.1. Introduction.....	32
II.2. Historique des plaques .....	32
II.3. Définition des plaques .....	32
II.4. Domaine d'utilisation des plaques.....	32
II.5. Comportement des plaques stratifiées .....	32
II.5.1. Loi de comportement des stratifiées .....	34
II.5.2. La relation contrainte – déformation .....	34
II.5.2.1. Différents Types des matériaux.....	35
a) Matériaux anisotropes.....	35
b) Matériaux orthotropes.....	36
C) Matériaux transversalement isotropes (unidirectionnels) .....	37



d) Matériaux isotropes .....	38
II.5.3. Relation contrainte-déformation plane .....	39
II.5.4. Relation contrainte déformation pour une orientation des fibres .....	39
II.6. Les théories des plaques composites stratifiées.....	40
II.6.1. Théorie Classique des Stratifiés (CLT) .....	40
II.6.1.1 Les hypothèses de la Théorie de Kirchhoff.....	41
II.6.2. Le champ de déplacements de la théorie CLT.....	41
II.6.2.1 Expression du champ des déformations.....	42
a) Des déformations en membrane .....	42
b) Des déformations en flexion et torsion.....	42
II.6.2.2 Le champ de contraint.....	43
II.6.3. Expression des résultantes et des moments .....	43
a) Résultantes en membrane .....	43
II.6.4. Équation constitutive .....	44
II.6.5. Influence de l'empilement des couches .....	44
a) Couche isotrope .....	44
b) Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux .....	45
c) Couche orthotrope non rapportée à ses axes.....	45
II.6.6. Les type de stratifiée .....	45
▪ Stratifiés symétriques .....	45
▪ Stratifiés croisés .....	46
▪ Stratifiés croisés symétriques.....	46
▪ Stratifiés antisymétriques .....	46
▪ Stratifiés croisés antisymétriques .....	46
II.6.7. Théorie de la Déformation de Cisaillement de Première Ordre .....	47
II.6.7.1. Les hypothèses de la Théorie de Mindlin- Reissner .....	47
II.6.8. Le champ de déplacements de la théorie FSDT.....	48
II.6.8.1 Expression du champ des déformations.....	48
b) Des déformations en flexion et torsion.....	49
c) Le champ des déformations en cisaillement transverse.....	50
II.6.8.2. Le champ de contraint.....	50
II.6.9. Expression des résultantes et des moments .....	50
a) Résultantes en membrane .....	50
II.6.10. Équation constitutive .....	54
II.7. Conclusion .....	54

## **Chapitre III : Phénomène de flambement thermique des plaques stratifiées**

III.1. Introduction .....	56
III.2. Définition de flambement.....	56
III.2.1. Flambage mécanique.....	56
III.2.2. Flambage thermique.....	57
III.3. Relations cinématique .....	58
III.2.1. Le champ de déplacement.....	58
III.2.2. Le champ des déformations .....	59
III.2.3. Loi de comportement .....	59
III.4. Energie potentielle.....	61
III.5. Relations cinématique .....	62
III.2.1. Le champ de déplacement.....	62
III.2.2. Le champ des déformations .....	62
III.2.3. Loi de comportement .....	62
III.6. Energie potentielle.....	65
III.7. Convergence de la température critique de flambement.....	66
III.8. Conclusion.....	66

## **Chapitre IV : Modélisations des composites stratifiées hybrides**

IV.1. Introduction .....	68
IV.2. Présentations du logiciel ABAQUS .....	68
IV.3. Les éléments utilisés par ABAQUS .....	68
IV.4. Les systèmes d'unités dans le logiciel ABAQUS .....	69
<b>La première partie</b>	
IV.5. Étude comparative.....	70
a. Plaques isotrope simplement appuyée.....	70
b. Plaques stratifiées rectangulaires simplement appuyées .....	72
<b>Deuxième partie</b>	
IV.6. Etude paramétrique .....	75
IV.6. 1. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétrique rectangulaire.....	75
IV.6.1. 1. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de	

flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétrique rectangulaire encastrée .....	76
IV.6.1. 2. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétrique rectangulaire simplement appuyée. ....	79
IV.6.2. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des Plaques stratifiées hybride croisées. ....	81
IV.6.2.1. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés simplement appuyée (SS) .....	81
IV.6.2.2. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés encastré (CC). ....	83
IV.7. Conclusion .....	85
<b>Conclusion générale</b> .....	87
<b>Référence Bibliographique</b> .....	90
<b>Annexe</b> .....	98
A.1 : Modélisation sur l'ABAQUS CAE .....	98
A.1.1 : Les principaux Modules d'ABAQUS .....	98
a) Le module « PART » .....	98
b) Le module « PROPERTY » .....	98
c) Le module « ASSEMBLY » .....	98
d) Le module « STEP » .....	98
e) Le module « INTERACTION » .....	98
f) Le module « LOAD » .....	99
j) Le module « JOB » .....	99
h) Le module « MESH » .....	99
i) Le module « VISUALIZATION » .....	99
g) Le module « SKETCH » .....	99
A.1.2 : Méthodologie .....	99

---

# **INTRODUCTION GENERALE**

---

## **Introduction générale :**

Au milieu du développement et des progrès technologiques dont le monde est témoin, les matériaux traditionnels ne répondent plus aux besoins des scientifiques et des chercheurs. Ils doivent développer et utiliser des matériaux modernes qui ont des caractéristiques très élevées en conjonction avec des matériaux traditionnels (durabilité élevée, bonne ténacité, rapport de résistance élevé, poids et faibles coûts de maintenance) . Les matériaux composites sont les mieux adaptés pour répondre à ces exigences. Les matériaux composites sont devenus extrêmement importants et largement utilisés dans plusieurs domaines tels que les transports, le maritime, le sport, la santé et l'aérospatiale ; Il a également été utilisé dans le génie civil, les ingénieurs civils ont profité de ses propriétés pour renforcer, réparer et renforcer le béton et de nombreuses autres utilisations.

Une plaque composite utilisée comme élément structural est souvent soumise à différents types de chargement tel que la compression, la flexion qui peuvent causer le flambement. La plupart des investigations entreprises sur les plaques stratifiées sont dédiées à la détermination des contraintes des déformations ou des déplacements d'origines flexionnelles. L'analyse des structures au comportement d'instabilité est moins fréquente en dépit de l'importance du phénomène mis en évidence par la rupture en service de nombreuses constructions monumentales. Un cumul de connaissances et de théories des stratifiées ont été développées dans cet axe pour étudier le comportement en flambement des plaques composites, la connaissance du comportement critique s'avère alors nécessaire dans le dimensionnement de ces plaques. [57]

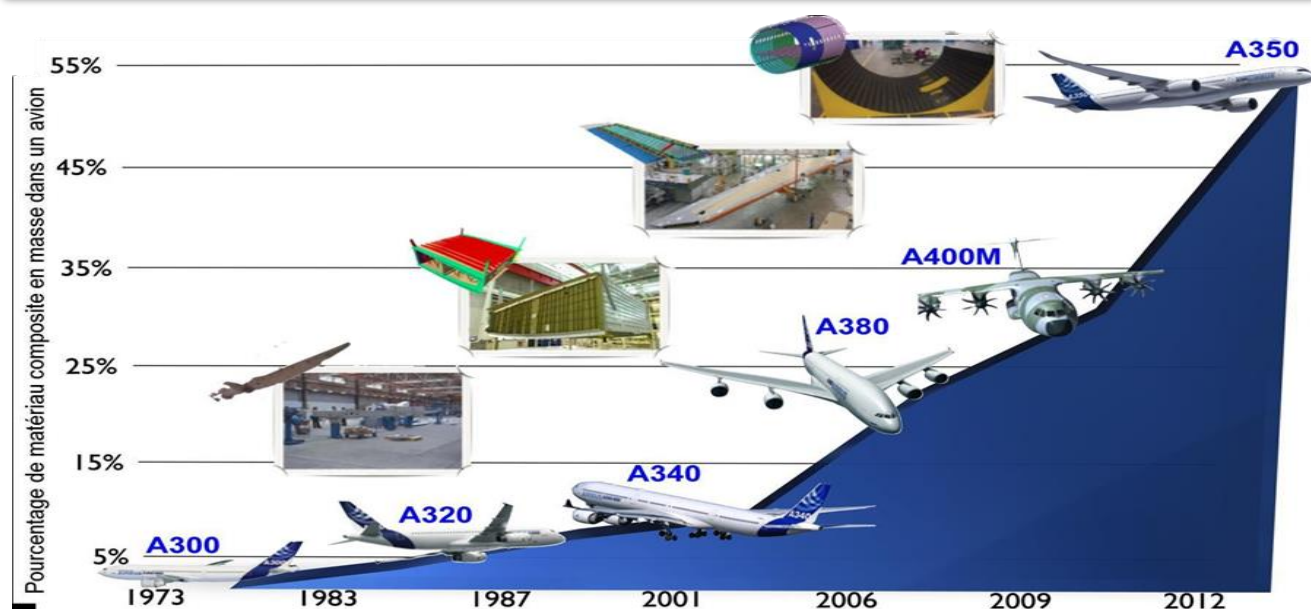
### ❖ **Domaine aéronautique.**

Plusieurs parties structurales et aérodynamiques sont en stratifié ou sandwich (dans l'A380, la pièce qui opère la jonction entre ailes et fuselage est en composite).



**Figure 1 :** Application des matériaux composites dans le secteur aéronautique. [13]

Freins en carbone (brevet Messier-Bugatti) : matrice en carbone et fibres non tissées en carbone aussi[13]

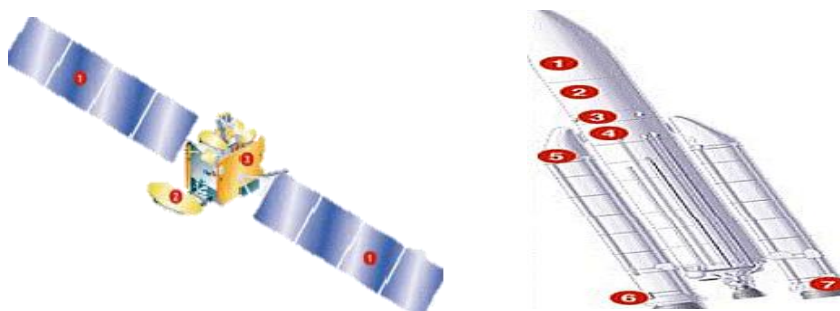


**Figure 2 :** Evolution du pourcentage de matériaux composites en masse dans la gamme d’avion Airbus aux cours des 40 dernières années. [57]

❖ **Domaine espace.**

- Parties structurales de stellites et de vecteurs (sandwich Al-C, stratifiés en C et B). Protections thermiques et structures à déformation thermique directionnelle nulle.
- L'épargne d'un kg de poids structural dans un satellite pour télécommunications permet sa substitution avec du matériel électronique pour la réalisation de canaux de transmission dont la location permet de financer le coût de mise en orbite du satellite !

[13]



**Figure 3 :** Application des matériaux composites dans le secteur espace. [13]

❖ **Domaine automobile :**

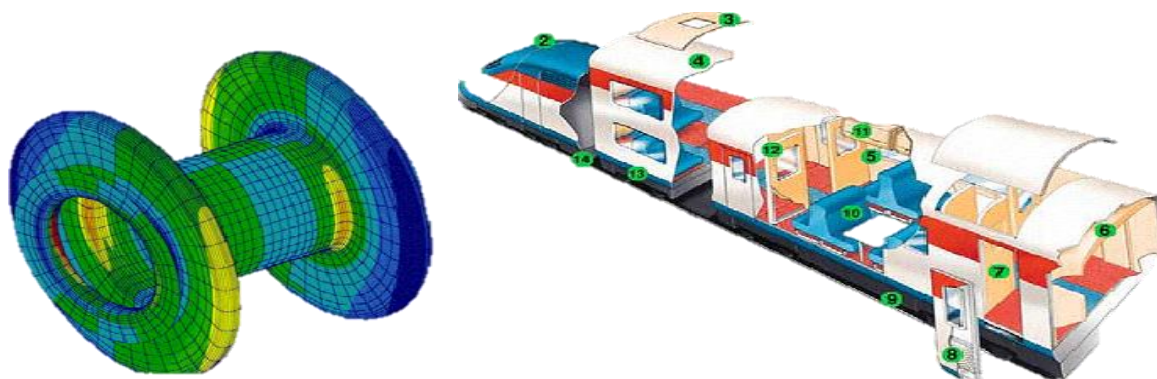
- Suspensions à lamelles en fibre de verre.
- Utilisation de plastiques renforcés dans des nombreuses parties moulées (portières, pare-choc etc.) [13]



**Figure 4 :** Application des matériaux composites dans le secteur automobile. [13]

❖ **Domaine ferroviaire.**

- Suspensions en fibre de verre.
- Parties moulées non structurales (panneaux isolants et phono-absorbants, pare-choc en panneaux sandwich etc.). [13]



**Figure 5 :** Application des matériaux composites dans le secteur ferroviaire. [13]

❖ **Domaine naval.**

- Coque en sandwich.
- Structures en composite.
- Mat et voiles en carbone. [13]



**Figure 6 :** Application des matériaux composites dans le secteur naval. [13]

❖ **Domaine Médical :**

Les applications des composites dans le domaine médical et de sécurité sont très récentes et concernent plutôt les composites hautes performances, à matrice époxy et fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone d'autre part. [58]



**Figure 7 :** Application des matériaux composites dans le secteur médical [16]

### ❖ Domaine sport.

- Coques et freins en carbone pour voitures de compétition (F1 et formule endurance).
- Vélos de compétition en carbone.
- Canoës et kayaks en fibre de verre ou de carbone.
- Skis et raquettes de tennis en composite, avec aussi contrôle passif ou actif des vibrations par systèmes piézoélectriques. [13]



**Figure 8 :** Application des matériaux composites dans le secteur sport [13]

### ❖ Domaine Electricité et électronique :

Supports de circuits imprimés, disjoncteurs, Isolant, Coffrets, ...etc. [58]

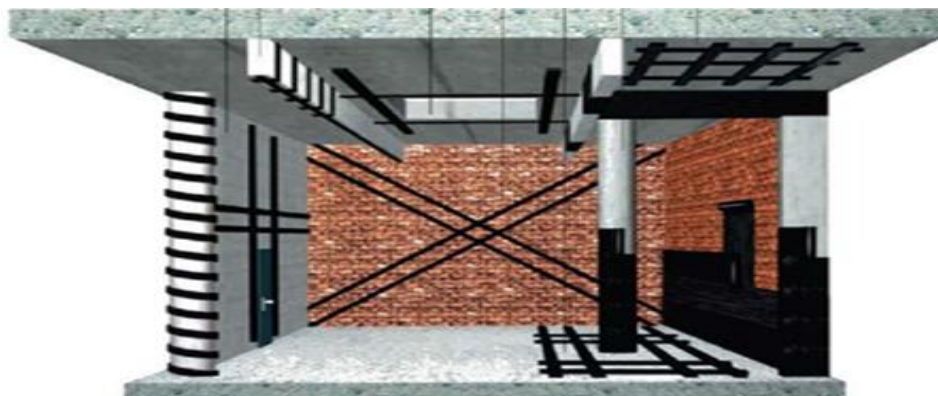
### ❖ Domaine Génie Civil :

Il existe un nombre important de pathologies structurelles issues des erreurs de calcul et de conception, des défauts de résistance dus à un chargement excessif, des dégradations de matériaux et des phénomènes accidentels.

La maintenance des ouvrages de génie civil consiste à les protéger en assurant une meilleure étanchéité ou en limitant la corrosion, à les réparer en cherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance dues à la fissuration, à les renforcer en améliorant les performances et la durabilité des ouvrages. C'est un problème de plus en plus préoccupant dans la mesure où le coût des ouvrages neufs est de plus en plus élevé et les conditions de réparation de plus en plus difficiles.

Parmi les techniques de réparations et de renforcement disponibles depuis plus d'une décennie, et l'une des plus efficaces pour les désordres structurels, est la réhabilitation par matériaux composites.

Plusieurs éléments de structure peuvent être renforcés par collage de tissus ou des plaques en matériaux composites. Ces éléments sont essentiellement les poutres, les poteaux et les dalles. [57]



**Figure 9 :** Application des matériaux composites dans le secteur Génie civil. [29]



L'objectif de ce travail est d'étudier le phénomène de flambement thermique (distribution uniforme de la température) des plaques stratifiées hybrides en utilisant le logiciel ABAQUS basé sur la méthode des éléments finis sous différentes conditions aux limites et différents paramètres.

### **Plan de mémoire :**

Le présent travail est une contribution à l'étude de l'effet de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiées hybrides, en utilisant une modélisation numérique par logiciel ABAQUS, basé sur la méthode des éléments finis. Comme on peut diviser notre travail en cinq grandes chapitres :

**Le premier chapitre**, est réservé aux généralités sur les matériaux composites avec une synthèse bibliographique sur le phénomène du flambement thermique et les modèles éléments finis utilisés dans les littératures.

**Le deuxième chapitre**, est consacré à étudier le comportement des plaques composite stratifiées, on présente aussi les principaux types des matériaux composites constitués à la présentation des théories des plaques stratifiées, notamment la théorie classique de stratifiées (CLT), et la théorie de Déformation en Cisaillement de Première Ordre (FSDT) pour décrire le comportement des plaques composites stratifiées.

Ensuite, et dans **le troisième chapitre** nous avons présenté les différents types de flambement. Ensuite nous avons étudié l'effet de la température (distribution uniforme) sur la stabilité des plaques composite.

**Le dernier chapitre**, est destiné à la validation des performances de notre modélisation numérique dans l'étude du flambement thermique des plaques composites stratifiées hybrides. Les résultats trouvés par notre modélisation, dans une série de cas test, ont été confrontés à des résultats numériques et analytiques issus de la littérature. D'autre part dans ce chapitre, une vaste étude paramétrique est présentée sur des plaques composites faites de deux types de matériaux, à savoir : le T300/5208 Graphite/Epoxy et l'E-glass/Epoxy. L'étude paramétrique porte sur l'effet de certains paramètres pouvant affecter les températures critiques de flambement des plaques composites stratifiées hybrides ; comme le rapport d'aspect, l'orientation des fibres et les conditions aux limites, le rapport d'épaisseur, et la dépendance des propriétés mécaniques à la température. Dans cette étude, nous avons présenté, aussi, l'effet des rapports des modules de Young ainsi que celui des coefficients de dilatation thermique sur les températures critiques de flambement sous différentes combinaisons de conditions aux limites.

Enfin, on termine ce travail par une conclusion générale.

# CHAPITRE

# I

## GENERALITE SUR LES MATEREAUX COMPOSITES

### Sommaire

---

I.1. Introduction.....	8
I.2. Historique .....	8
I.3. Définition de matériaux composite.....	8
I.4. Constituants d'un matériau composite .....	9
I.5. Définitions de base .....	10
I.6. Les type des matériaux composites .....	11
I.7. Les caractéristiques des matériaux composites .....	11
I.8. Architecture des matériaux composites .....	12
I.8.1. Monocouche .....	12
I.8.2. Les sandwiches .....	12
I.8.3. Les stratifier .....	13
I.8.3.1. Les orientations des fibres de composite stratifiées .....	13
I.8.3.2. Les stratifiés à base des fibres unidirectionnels .....	14
I.8.3.3. Désignation des structures stratifiées .....	14
I.8.3.4. Stratifier Hybride .....	17
I.9. Les avantages et inconvénients de matériaux composite .....	18
I.10. Les caractéristiques mécaniques d'un pli composite .....	19
I.10.1. Module d'Young longitudinal .....	20
I.10.2. Modules de Young transversal E2.....	21
I.10.3. Module de cisaillement longitudinal G12 .....	21
I.10.4. Coefficient de Poisson longitudinal V12.....	22
I.11. Synthèse bibliographique.....	22
I.11.1. Plaques composites Starifiés .....	22
I.11.2. Plaques composites Starifiés hybrides.....	25

### Conclusion

---

## **I.1. Introduction :**

Dans ce chapitre nous présentons un aperçu historique et une connaissance générale sur les matériaux composite, les différentes constituantes de composite telle que (matrice et le renfort) et les rôles de chacun, ses différents types, Et leur caractéristique. L'architecteur des matériaux composites comme (les sandwiches, les monocouches, les Stratifiées et Stratifiées Hybride). Ensuite on va voir les caractéristiques mécaniques des matériaux et quelque avantage et inconvénient de composite. Finalement on va présenter une synthèse bibliographique sur les Plaques composites Stratifiées et Stratifiées hybrides.

## **I.2. Historique :**

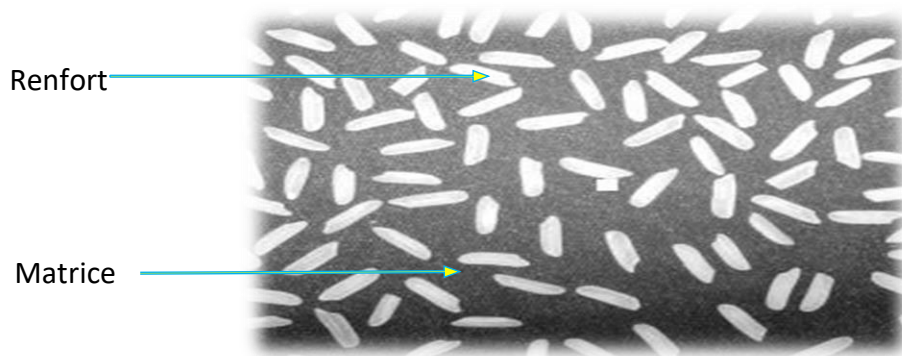
Historiquement, le concept de renforcement à base de fibre, est très ancien ; il a été utilisé par les Egyptiens dans la construction, par l'introduction de la paille dans de l'argile.

En 1942, le premier bateau à base de fibres de verre a vu le jour, et les plastiques renforcés ont fait leur apparition dans les applications aéronautiques et les composants électriques. Les fibres de carbone et de bore à haute résistance étaient introduites au début des années 60, et ont été utilisées dans les composites à haute performances en 1968. Quant aux composites à matrices métalliques, tels que le bore/aluminium, ils ont été introduits dans les années 70. Par la suite, il y a eu le développement des fibres de Kevlar (aramide) en 1973. A la fin des années 70, les applications des matériaux composites ont pris des plus d'ampleur, et ont touché les constructions aéronautique et automobile, les équipements sportifs et l'industrie biomédicale.

Les années 80 par contre ont été marquées par une augmentation spectaculaire de l'utilisation des fibres à haute performances. Actuellement, l'accent est mis sur le développement des composites destinés aux applications à hautes températures, tels que les composites à matrice métallique, à matrice céramique et carbone/carbone [1].

## **I.3. Définition de matériaux composite :**

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément [2]. Le matériau de renfort et celui de la matrice sont en général les deux matériaux qui entrent dans la formation de composites. Le rôle du matériau de renfort est d'être le renforcement [3]. La matrice a généralement pour rôle mécanique de fournir une certaine cohésion entre les différents éléments de renfort et ainsi joue le rôle de « ciment » en assurant un minimum d'homogénéité à l'ensemble [4].

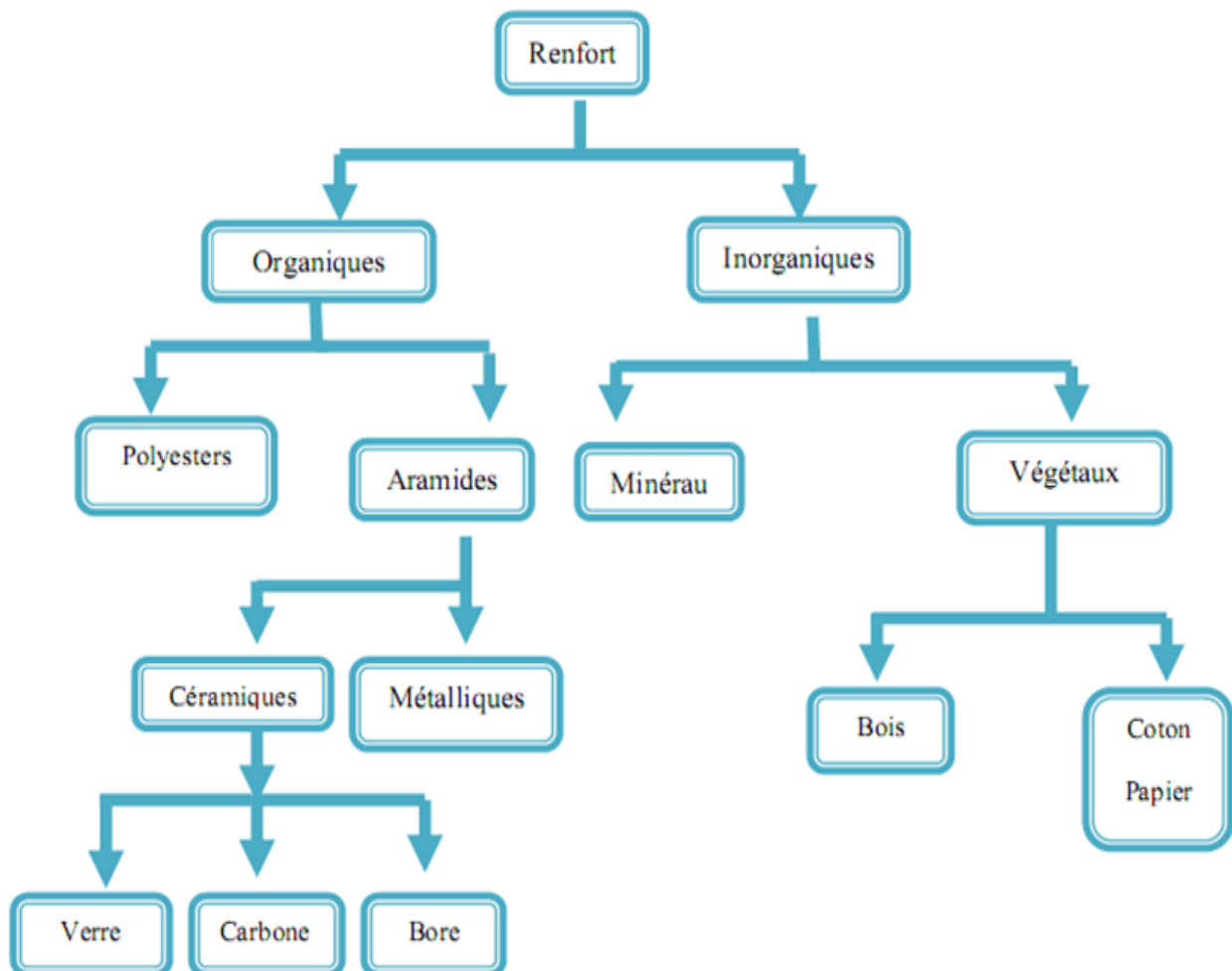


**Figure 1.1** Structure d'un matériau composite [5]

#### I.4. Constituants d'un matériau composite :

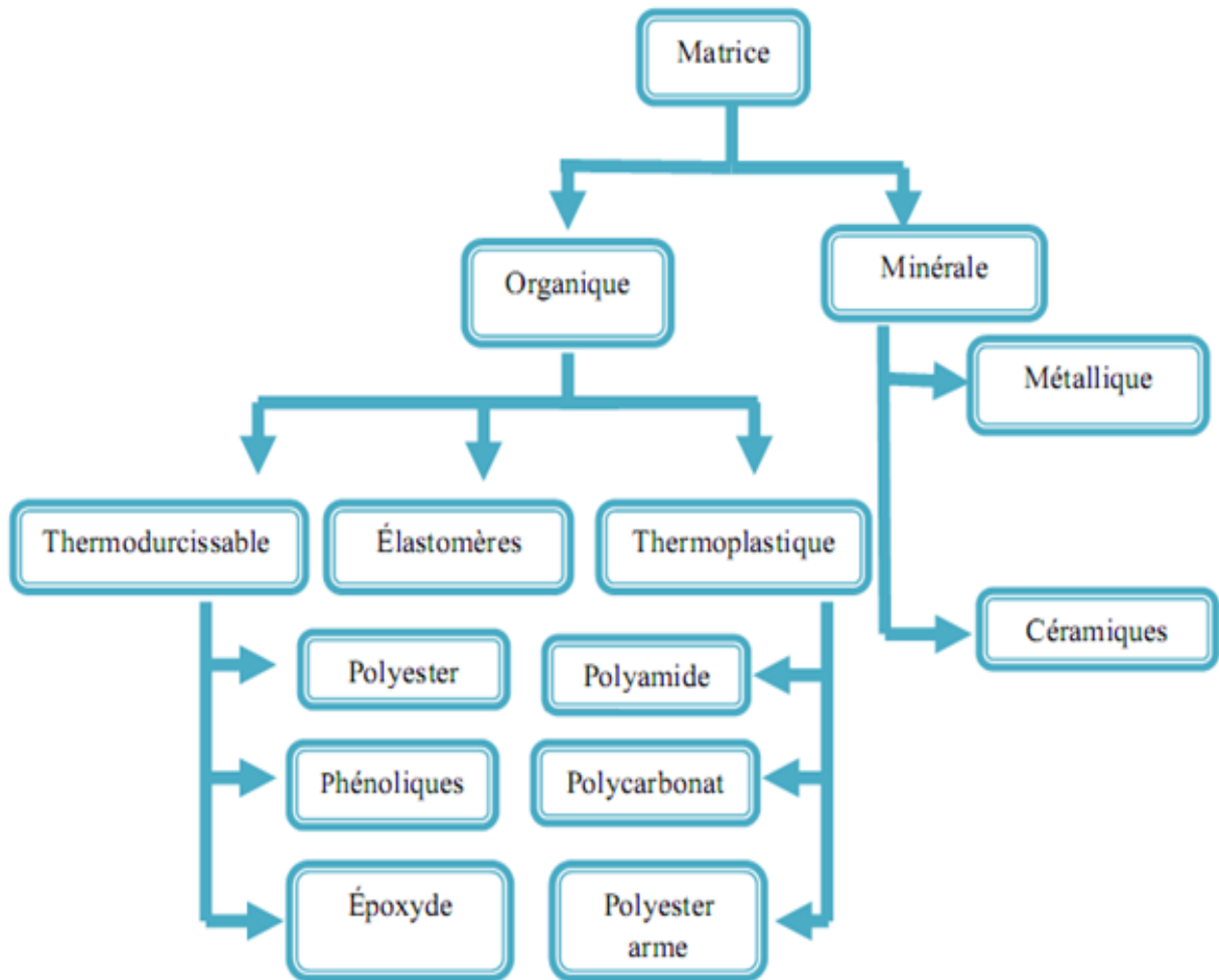
Matériau composite : association de deux constituants :

- **Le renfort** : armature par exemple, il assure la tenue mécanique (résistance à la traction). Souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques).[6]



**Figure I.2** : principaux matériaux de renfort.[7]

- **La matrice** : lie les fibres renforts, répartie les efforts (résistance à la compression) assure la protection organique. [6]



**Figure I.3** : différente famille de matrice [8].

### I.5. Définitions de base :[9]

- ✓ **Homogène** : mêmes propriétés physiques en tout point du matériau.
- ✓ **Hétérogène** : en 2 points différents, propriétés physiques différentes.
- ✓ **Isotrope** : mêmes propriétés mécaniques dans toutes les directions.
- ✓ **Isotrope transverse** : il existe un axe de symétrie. Symétrie par rapport à une droite.
- ✓ **Orthotrope** : propriétés mécaniques symétriques par rapport à deux plans orthogonaux.
- ✓ **Anisotrope** : les propriétés mécaniques sont différentes selon les différentes directions.

## **I.6. Les type des matériaux composites :**

### **a) Grande diffusion :**

Ils ont des propriétés moyennes et orientées vers les coûts. Il représente 95% des matériaux composites utilisés et a un champ d'application très large : boîtier, emballage, décoration.[11]

### **b) Hautes performances :**

Il vise à améliorer les propriétés mécaniques et thermiques tout en réduisant le plus possible le poids. Ses coûts sont très élevés, et il est destiné à des applications avancées telles que la l'aéronautique et l'espace, les armes, le sport de haut niveau. [11]

## **I.7. Les caractéristiques des matériaux composites :**

Les propriétés des matériaux composites dépendent de plusieurs facteurs et sont différentes selon les divers types de matériaux composites.

- Des propriétés de la nature et de la qualité des matériaux constitutifs.
- Des constituants, de la géométrie et de la distribution du renfort.
- De leurs interactions et de la nature de l'interface matrice-renfort.

La fabrication des pièces en matériaux composites constituées des caractéristiques principales est :

- Le gain de masse.
- La bonne tenue en fatigue (durée de vie augmentée).
- L'absence de corrosion.
- Le vieillissement sous l'action de l'humidité et de la sensibilité aux certains produits chimique.
- Tenue aux impacts et aux chocs très moyens.
- Très forte anisotropie. [10]

## I.8. Architecture des matériaux composites :

On distingue dans les matériaux composites trois types :

- Les monocouches.
- Les sandwiches.
- Les Stratifiées.

### I.8.1. Monocouche :

Les monocouches est un l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : fibres longues, fibres tissées, et fibres courtes.

[14]

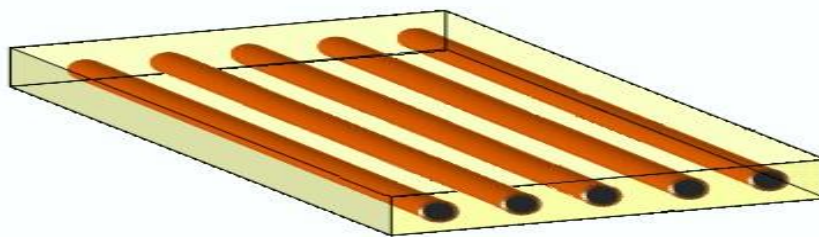


Figure I.4 : Monocouche.[15]

### I.8.2. Les sandwiches :

Les sandwiches sont des matériaux possédant deux peaux de grande rigidité et de faible épaisseur renfermant un cœur (âme) de forte épaisseur et de faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une bonne résistance à la flexion et est un excellent isolant thermique. [12]

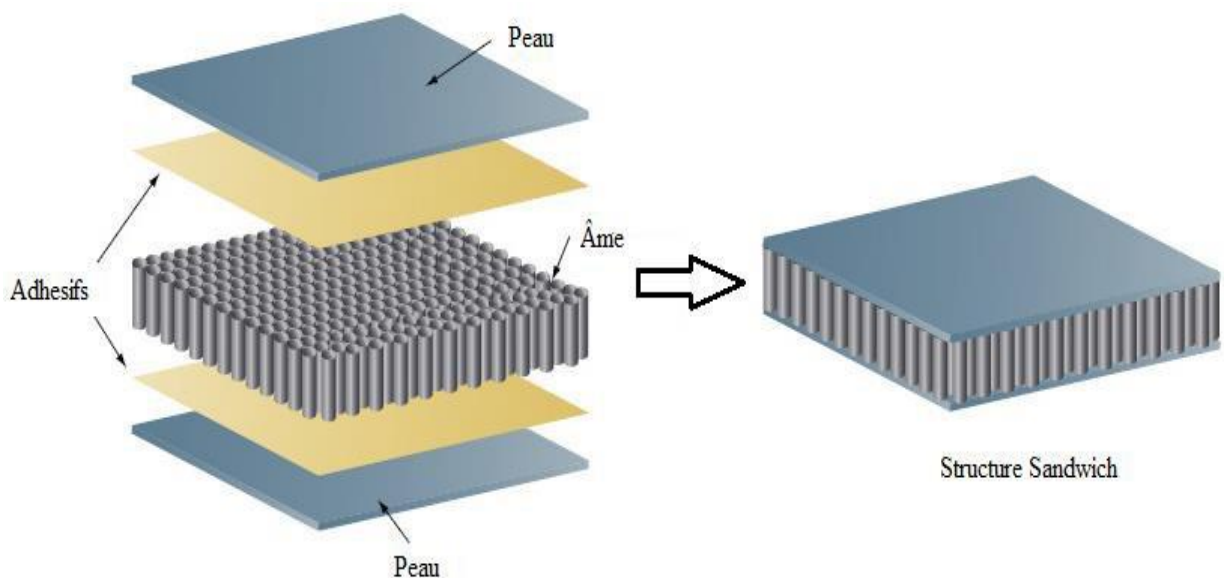


Figure I.5: Composite sandwich. [5]

### I.8.3. Les stratifiés :

Les stratifiés sont constitués de couches successives de renforts (fils, mats...etc.) Imprégnées de résine.[15]

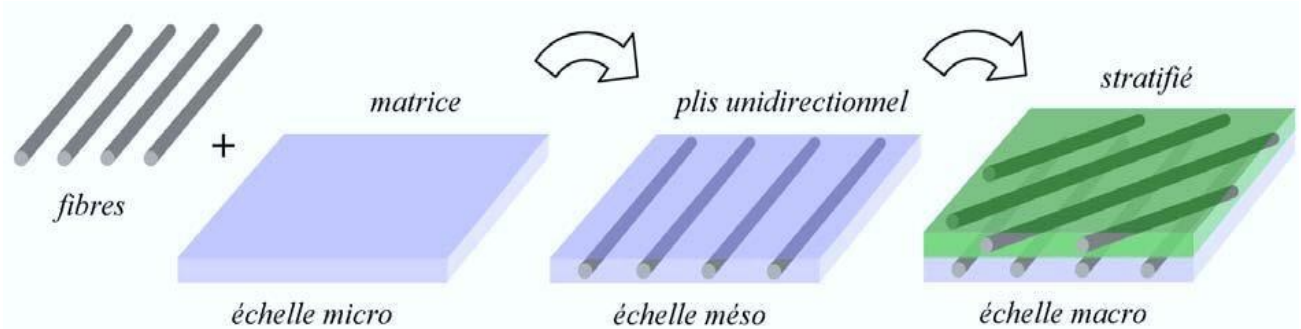


Figure I.6 : Les constituants d'un composite stratifié [16]

#### I.8.3.1. Les orientations des fibres de composite stratifiées :

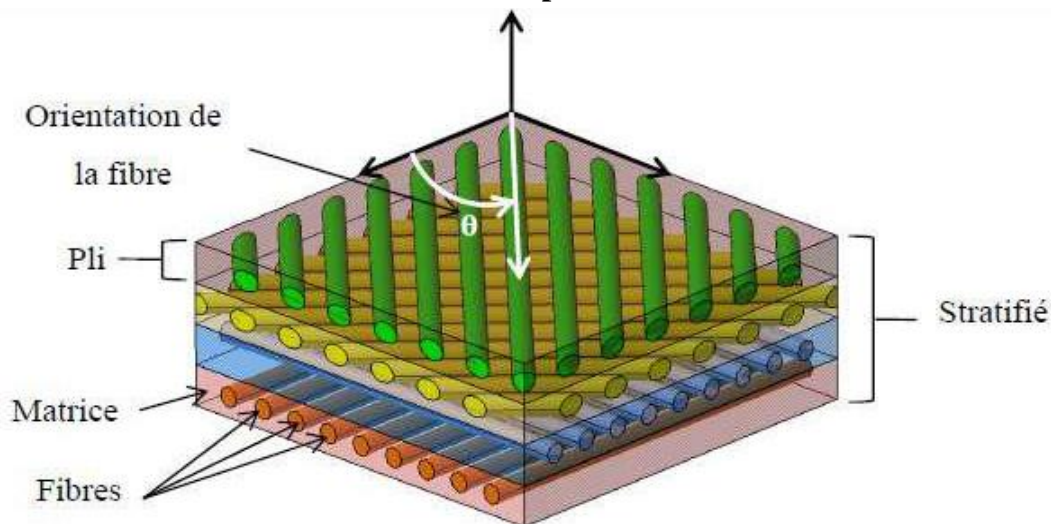


Figure I.7 : Composite stratifiée.[17]

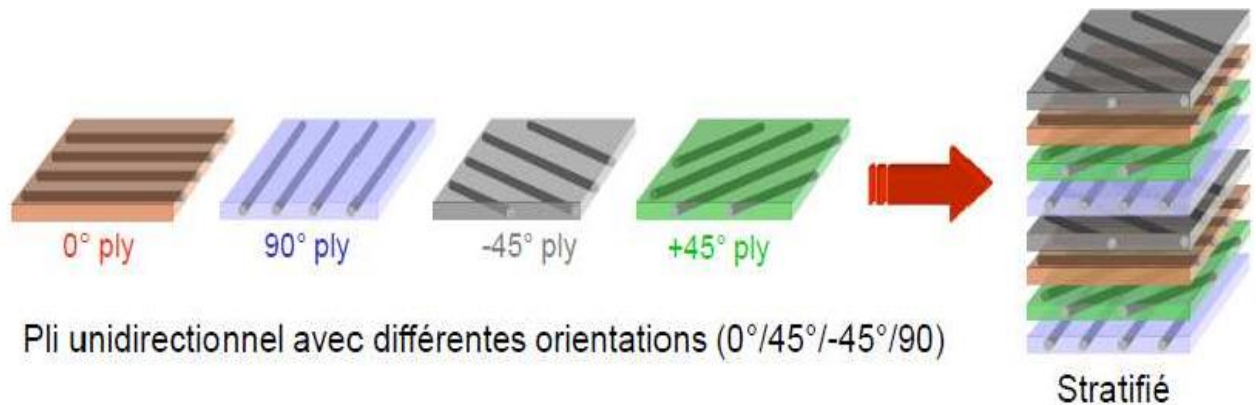
On Pourra avoir des stratifiés du type : [18]

- **Equilibré** : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction + que de couches orientées suivant la direction.
- **Symétrique** : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
- **Antisymétrique** : stratifié comportant des couches disposées non symétriquement par rapport à un plan moyen.
- **Croisé** : stratifié comportant autant de couches alternativement à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .
- **Hybride** : les couches successives comportent des fibres de natures différentes, il s'agit d'un stratifié hybride.



### I.8.3.2. Les stratifiés à base des fibres unidirectionnels :

Les stratifiés à base de fibre unidirectionnels constituent un type de stratifié de base auquel peut se ramener en théorie tout autre type de stratifié. Ces stratifiés sont constitués de couches de fibre unidirectionnels, dont la direction est décalée dans chaque couche.[15]



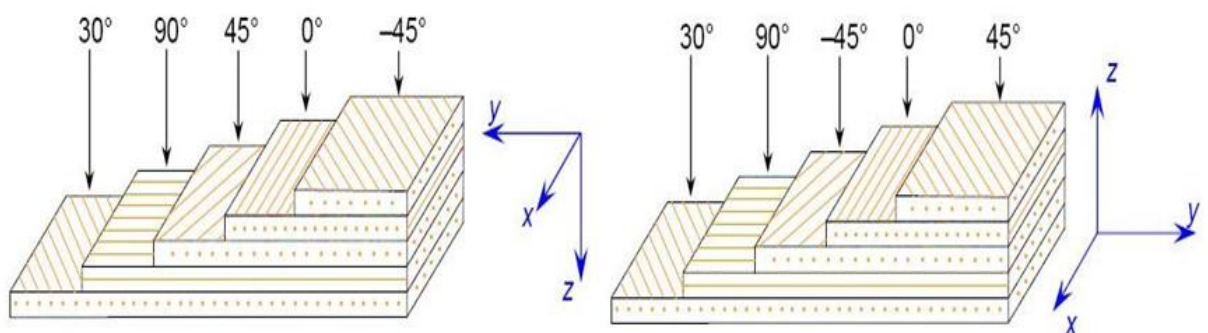
**Figure I.8 :** Structure d'un composite stratifié unidirectionnels. [19]

### I.8.3.3. Désignation des structures stratifiées :

La désignation de ces stratifiés est généralement effectuée selon le code suivant :

- Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degrés de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe x de référence.
- Les couches successives sont séparées par un (/) si leurs angles sont différents.
- Les couches successives de même orientation sont désignées par un indice numérique.
- Les couches sont nommées successives en allant d'une face à l'autre. [15].

Un exemple de désignation d'un stratifié :



**Figure I.9:** convention d'un signe pour la désignation d'un stratifié.[15]

#### **a) Angles positifs et négatifs :**

Lorsque des couches sont orientées à des angles égaux en valeurs absolues, mais de signes opposés, les signes (+) ou (-) sont utilisés. La convention pour les angles positifs ou négatifs, Dépend du système d'axes choisi une inversion peut apparaître suivant le choix. [15]

**b) Désignation des stratifiées :**

	0 °	30 °	0 °	0 °
	30 °	-60 °	-45 °	-45 °
<b>Stratifié:</b>	-30 °	-60 °	-45 °	45 °
	-45 °	0 °	45 °	-45 °
	45 °	45 °	45 °	45 °
				45 °

**Désignation:** [ ±45 / ∓30 / 0 ]    [ 45 / 0 / -60<sub>2</sub> / 30 ]    [ 45<sub>2</sub> / -45<sub>2</sub> / 0 ]    [ ± ∓ ±45 / 0 ]  
[ 45 / -45<sub>2</sub> / 45<sub>2</sub> / -45 / 0 ]

**c) Stratifiés symétriques :**

Un stratifié est symétrique si son plan moyen est plan de symétrie. Sa désignation ne nécessite alors que la moitié des couches successives.

Si le stratifié a un nombre pair de couches, la désignation débute sur une face pour finir au Plan de symétrie. Un indice S indique que le stratifié est symétrique.[15]

Par exemple :

90 °	
45 °	
45 °	
0 °	
0 °	[ 90 / 45 <sub>2</sub> / 0 ] <sub>S</sub>
45 °	
45 °	
90 °	

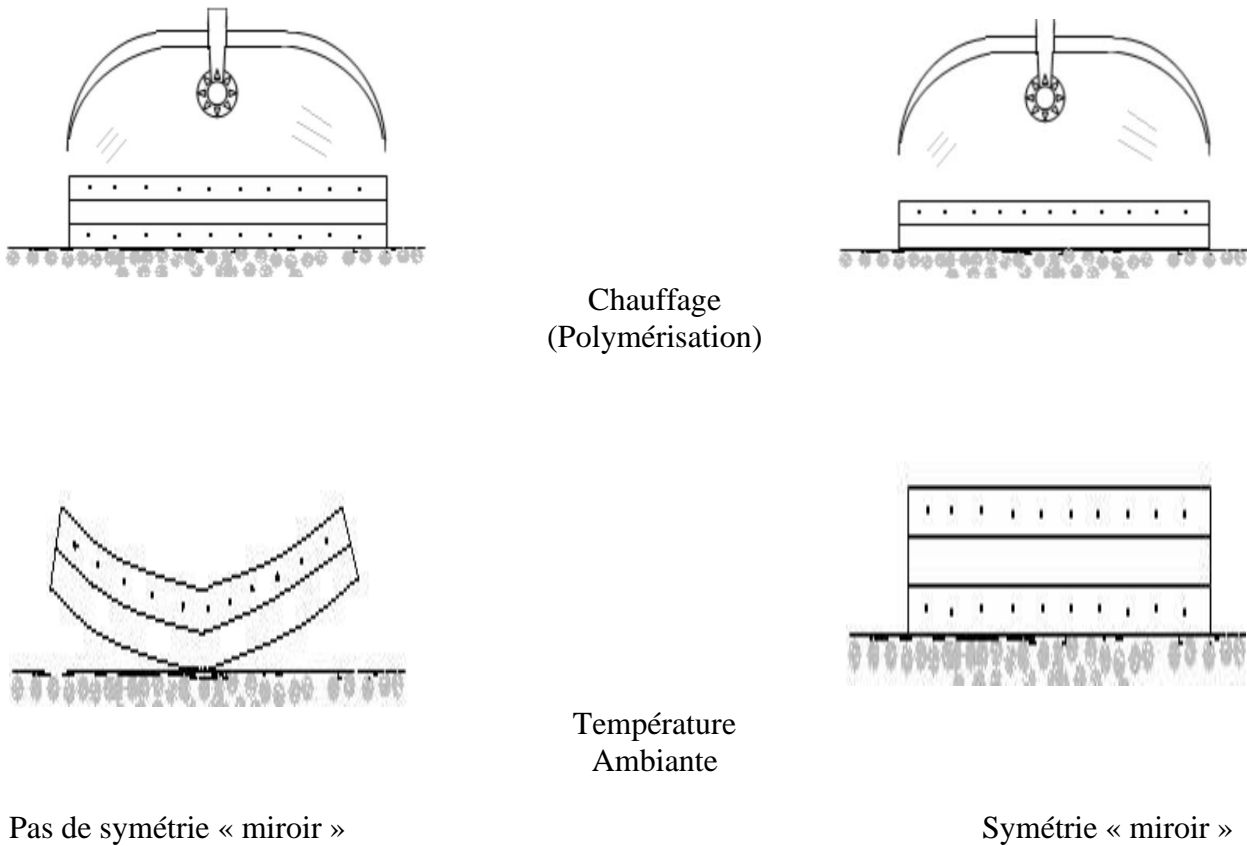
Si le stratifié comporte un nombre impair de couches, la désignation est semblable à la précédente, la couche centrale étant surlignée par exemple : [15]

90 °	
45 °	
45 °	
0 °	
45 °	[ 90 / 45 <sub>2</sub> / 0 ] <sub>S</sub>
45 °	
90 °	

**d) Pourquoi la symétrie miroir ?**

D’après Daniel ; les plis successifs imprégnés de résine sont drapés à température ambiante, puis placés dans une étuve pour la polymérisation. Dans le composite ainsi crée à chaud, la dilatation d’ensemble de la pièce, d’origine thermique, s’effectue sans qu’il y ait variation globale de sa forme Par voilement ou gauchissement. Par contre, lors du refroidissement, les plis ont tendance à se contracter différemment suivant le sens des fibres ou suivant le sens travers. De là, l’apparition des contraintes d’origine thermique. Lorsque la symétrie miroir est réalisée, elle entraîne la symétrie de ces contraintes, et

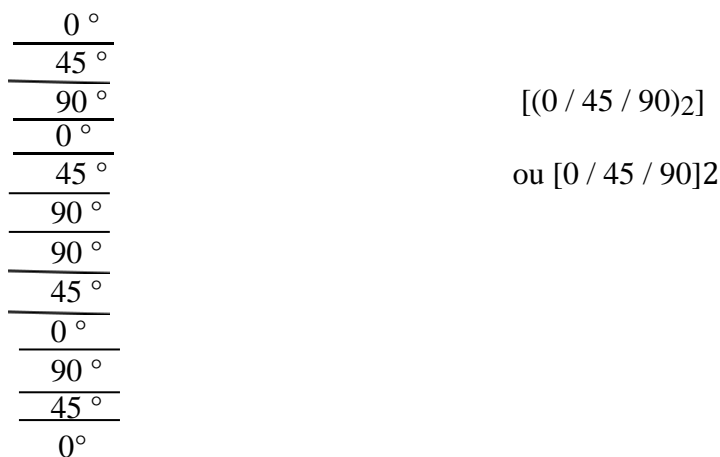
empêche ainsi l'apparition des déformations d'ensemble de la pièce : voilement, gauchissement [21], Comme l'illustre le schéma de la figure (I.10).



**Figure I.10.** Schématisation de l'effet miroir sur la stratification.[21]

**e) Séquence :**

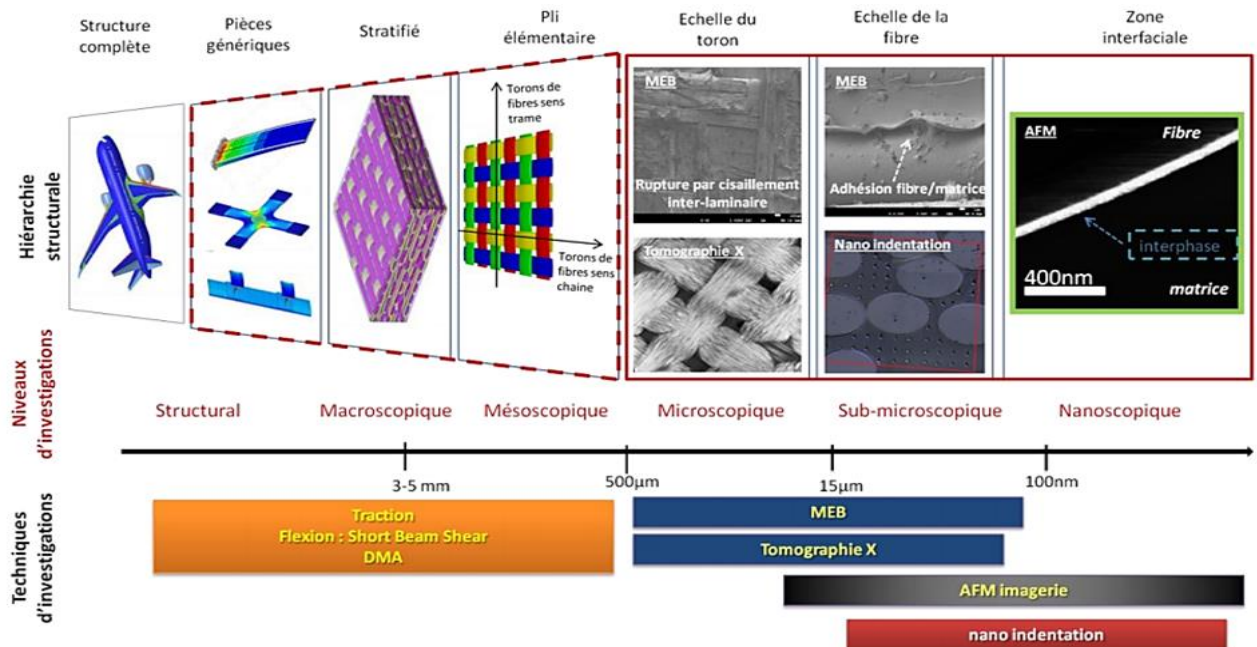
La répétition de séquences peut être indiquée par un indice indiquant le nombre de fois où





Dans la désignation du stratifié, chaque couche est indiquée par la nature des fibres qui la constituent (carbone, lin, verre, chanvre . . .). Par exemple, la désignation « [C]8 » indique un stratifié composé de 8 plis de carbone.

Les renforts peuvent adopter différentes orientations, l'empilement peut être symétrique ou antisymétrique, etc. [24]



**Figure I.12:** Illustration des différents niveaux d'investigation au sein d'une Structure composites stratifiées hybride.[25]

### I.9. Les avantages et inconvénients de matériaux composite :

Les matériaux composites ils présentent **des avantages** importants par rapport aux matériaux traditionnels il offre de nombreux avantage fonctionnel sont :

- Importantes rigidité et résistances spécifiques afin de concevoir des structures hautes performances.
- Faible sensibilité à la fatigue.
- Faible Sensibilité à la corrosion.
- Possibilité de réaliser des structures de formes complexes réduisant ainsi les coûts d'assemblages.
- Possibilité de dimensionner les structures avec des propriétés élevées uniquement dans les axes de chargement.
- Les matériaux composites sont également limités aux **inconvénients** :
- Coût important du passage matériau métallique a matériau composite, prenant en compte le coût matériau et le coût associé au procédé de fabrication.
- Forte sensibilité aux singularités géométriques (de type trou, entaille...) constituant des maillons faibles au sein de la structure. [26]

## I.10. Les caractéristiques mécaniques d'un pli composite (mélange renfort matrice) :

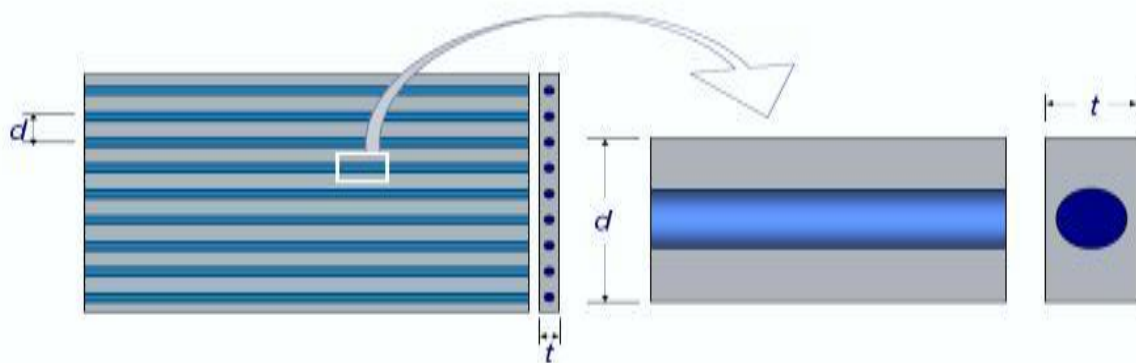
L'objectif de calcul d'un composite est déterminer les caractéristiques mécaniques du matériau à partir de ses composants on va calculer les paramètres suivants :

- Module d'Young E (longitudinale et transversal).
- Coefficient de Poisson.
- Module de cisaillement.

Un des facteurs les plus importants qui déterminent les caractéristiques mécaniques d'un matériau composite est la proportion relative de matrice et de renfort. Cette proportion peut être exprimée par la fraction volumique (ou fraction en volume). [15]

Le cas qui nous intéresse ici est celui d'une couche renforcée par des *fibres unidirectionnelles* Uniformément distribuées dans le corps de la couche [29]. Voir la figure (I .11).

Soit une cellule élémentaire de *fraction volumique*  $V = 1$  constituée de fibres et de matrice avec :



**Figure I .13 :** Cellule élémentaire d'un composite unidirectionnel. [28]

- La fraction volumique de fibres est :

$$V_f = \frac{V_f}{V_c} \quad (I.1)$$

- La fraction volumique de matrice est :

$$V_m = \frac{V_m}{V_c} \quad (I.2)$$

**Avec :**

$$V_m = 1 - V_f \quad (I.3)$$

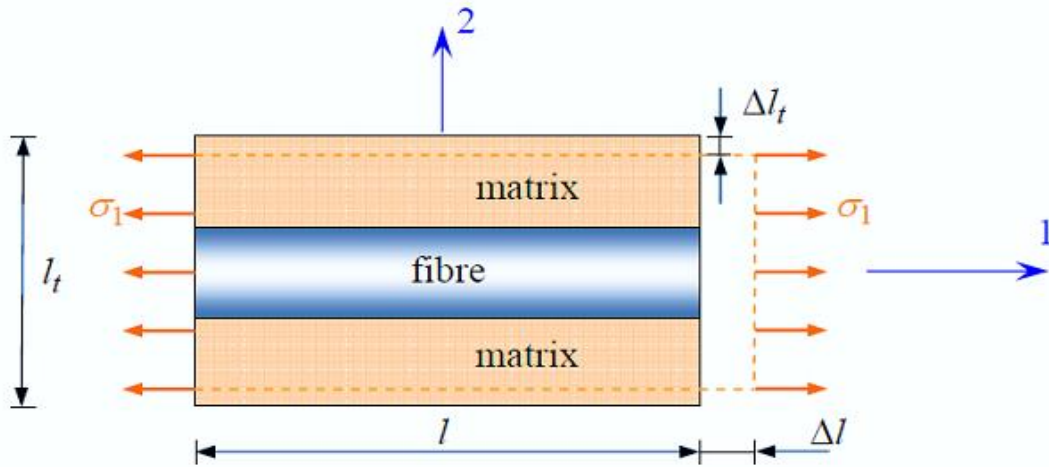
Puisque :

$$V_c = V_f + V_m \quad (I.4)$$

$V_c$ ,  $V_f$  et  $V_m$  Sont respectivement le volume de matériau composite, volume de fibre et le volume de Matrice. (Les indices  $c$ ,  $f$  et  $m$  seront systématiquement utilisés comme indices respectifs des caractéristiques du matériau composite, des fibres et de la matrice). [15]

**I.10.1. Module d'Young longitudinal :**

Le module d'Young longitudinal est déterminé dans un essai de traction longitudinal. L'hypothèse simplificatrice est de supposer une déformation uniforme dans la fibre et dans la matrice.[30]



**Figure I.14 :** Schéma simplifié d'une traction longitudinale. [27]

Le lien élastique linéaire implique :

$$\sigma_1^m = E_m \varepsilon_1^m, : \sigma_1^f = E_f \varepsilon_1^f, : \sigma_1^c = E_l \varepsilon_1^c \tag{I.5}$$

L'hypothèse d'adhérence parfaite a comme conséquence que la déformation est la même Partout (en particulier, les sections droites restent planes)

$$\varepsilon_1^m = \varepsilon_1^f = \varepsilon_1^c \tag{I.6}$$

Le lien élastique linéaire implique :

$$\sigma_1^c = E_1 \varepsilon_1^c = E_1 \varepsilon_1^f = E_l \varepsilon_1^m \tag{I.7}$$

L'équilibre impose la relation :

$$\begin{cases} \sigma_1^c A_c = \sigma_1^f A_f = \sigma_1^m A_m \\ \sigma_1^c A_c = E_1^f \varepsilon_1^f A_f + E_1^m \varepsilon_1^m A_m \\ \sigma_1^c A_c = E_1^f \varepsilon_1^c A_f + E_1^m \varepsilon_1^c A_m \\ \sigma_1^c A_c = \varepsilon_1^c (E_1^f A_f + E_1^m A_m) \end{cases} \tag{I.8}$$

**Avec :**

$$V_f = \frac{V_f}{V_c} = \frac{A_f}{A_c} \text{ Et } V_m = 1 - V_f = \frac{A_m}{A_c} \tag{I.9}$$

**Donc :**

$$\begin{cases} E_1 \sigma_1^c A_c = \varepsilon_1^c (E_1^f A_f + E_1^m A_m) \\ E_1 = \frac{E_1^f A_f + E_1^m A_m}{A_c} \end{cases} \tag{I.10}$$

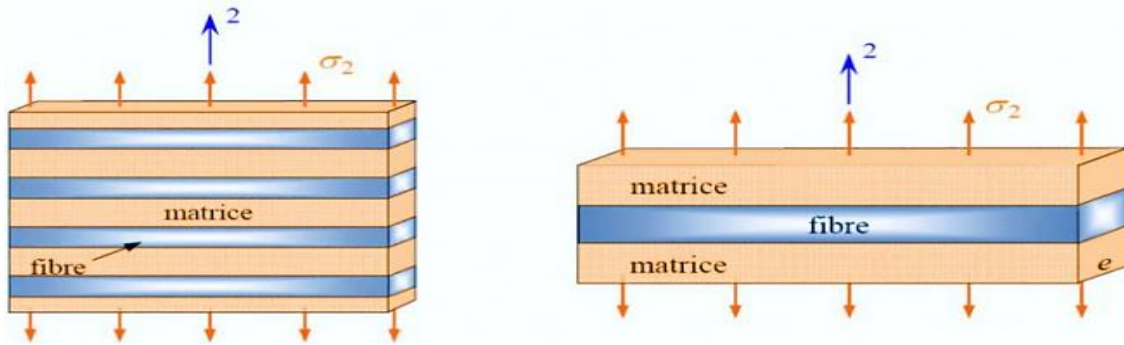
Le module de Young longitudinal peut être exprimé par :

$$E_1^c = E_1^f V_f = (1 - V_f)E_1^m \tag{I.11}$$

Cette expression est appelée la loi des mélanges pour le module d'Young dans la direction des fibres. [15]

**I.10.2. Modules de Young transversal  $E_2$  :**

Le module d'Young transverse est déterminé dans un essai de traction transverse où le Composite est chargé suivant la direction normale aux fibres.[15]



**Figure I.15 :** Schéma simplifié d'une traction transversale. [27]

L'équilibre du volume élémentaire représentatif implique que la contrainte est constante dans une section droite  $\sigma_2^c = \sigma_2^m = \sigma_2^f$  (I.12)

$$\begin{cases} V \varepsilon_1^c = \varepsilon_1^f V_f + (1-V_f)\varepsilon_1^m \\ V \frac{\sigma_2^c}{E_2} = V_f \frac{\sigma_2^c}{E_2^f} + (1 - V_f) \frac{\sigma_2^c}{E_2^m} \end{cases} \tag{I.13}$$

**Donc :**

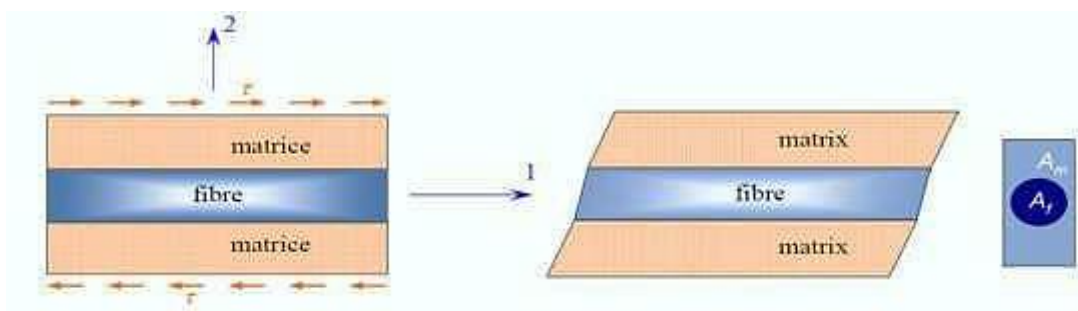
$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_2^f} = \frac{(1-V_f)}{E_2^m} \tag{I.14}$$

Le module de Young transversal peut être exprimé par :

$$E_2 = \frac{E_2^f E_2^m}{V_f E_2^f + (1-V_f)E_2^m} \tag{I.15}$$

**I.10.3. Module de cisaillement longitudinal  $G_{12}$  :**

Le module de cisaillement longitudinal  $G_{LT}$  est déterminé dans un essai de cisaillement Longitudinal. [15] (vois la figure I.14)



**Figure I.16 :** Schéma simplifié d'un essai de cisaillement longitudinal.[27]

L'équilibre du volume élémentaire représentatif implique que ce soit :



$$\tau^c = \tau^m = \tau^f \quad (\text{I.16})$$

Tandis que par le lien élastique on a :

$$\tau^m = G_m \varepsilon_{12}^m, \quad \tau^f = G_f \varepsilon_{12}^f, \quad \tau^c = G_{12} \varepsilon_{12}^c \quad (\text{I.17})$$

La compatibilité, en moyenne, de la déformation à cisaillement prescrit que ce soit :

$$V \varepsilon_{12}^c = \varepsilon_{12}^f V_f + (1 - V_f) \varepsilon_{12}^m \implies \frac{\tau^c}{G_{12}} = \frac{\tau^f}{G_f} V_f + \frac{\tau^m}{G_m} (1 - V_f) \quad (\text{I.18})$$

Module de cisaillement longitudinal peut être exprimé par :

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{v_f G_m (1 - V_f) G_f} \quad (\text{I.19})$$

#### I.10.4. Coefficient de Poisson longitudinal $V_{12}$ :

Le coefficient de Poisson est déterminé dans un essai de traction longitudinale Comme pour E1.

En utilisant l'approche du comportement mécanique du matériau [15].

Par définition :

$$V_f = -\frac{\varepsilon_2^f}{\varepsilon_1^f}, \quad V_m = -\frac{\varepsilon_2^m}{\varepsilon_1^m}, \quad V_{12} = -\frac{\varepsilon_2^c}{\varepsilon_1^c} \quad (\text{I.20})$$

Comme E2 pour la compatibilité, en moyenne, des déformations transversales impose encore

La relation :

$$\begin{cases} V \varepsilon_2^c = \varepsilon_2^f V_f + (1 - V_f) \varepsilon_2^m \\ \varepsilon_2^c = v_f \varepsilon_1^f V_f + (1 - V_f) v_m \varepsilon_1^m \\ v_{12} \varepsilon_1^c = v_f \varepsilon_1^f V_f + (1 - V_f) v_m \varepsilon_1^m \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

Coefficient de Poisson longitudinal peut être exprimé par :

$$v_{12} = v_f V_f + (1 - V_f) v_m \quad (\text{I.22})$$

Enfin Cette expression est la loi des mélanges pour le coefficient de Poisson longitudinal. [15]

### I.11. Synthèse bibliographique :

#### I.11.1. Plaques composites Starifiés :

##### ■ Éléments finis basés sur utilisée la théorie classique des stratifiée :

**Thangaratnam et al. [30]** ont utilisé un élément fini coque "semiloof" avec trente-deux degrés de liberté. Ils ont présenté une analyse sur le flambement thermique des plaques stratifiées sous différente distribution de la température, stratifications et conditions aux limites.

**Chen et Chen [31]** ont développé un élément fini rectangulaire hermitien avec quarante-huit degrés de liberté. Les auteurs ont publié une série d'articles sur le flambement thermique. Ils ont étudié les effets du rapport d'aspect, angles de stratification, l'anisotropie, conditions aux limites et la distribution de la température [31]. L'effet de la dépendance des propriétés matériels à la température [32], ainsi que le flambement thermique des plaques stratifiées cylindriques [33].

**Shiau et al. [34]** en 2010, ont utilisé un élément fini triangulaire avec cinquante-quatre degrés de liberté afin d'étudier le flambement thermique des plaques composites. Les auteurs ont examiné en détail les modes de flambement des plaques stratifiées croisées et équilibrées avec différents paramètres, à savoir : rapport d'anisotropie, angles d'orientation, stratification et condition aux limites.

**Ounis houdayfa [35]** a étudié le flambement thermique des plaques composites stratifiées minces. Un élément fini qui a été, précédemment, développé pour la flexion et le flambement mécanique est étendu vers l'étude du flambement thermique des plaques minces. L'élément qui sont utilisé c'est une combinaison entre élément membranaire iso-paramétrique et d'un élément de type Hermite de haute précision Basé sur la théorie classique des stratifiées, l'élément contient quatre nœuds avec trente-deux degrés de liberté. Plusieurs paramètres ont été pris en considération, tel que, le type du matériau, les conditions aux limites, la stratification, le rapport d'aspect, le rapport d'anisotropie et la présence d'ouverture. Il a été conclu que la température critique de flambement peut être significativement affectée par les paramètres considérés.

#### ■ La théorie de cisaillement du premier ordre :

**Chen et al. [36]** ont étudié le flambement thermique des plaques modérément épaisses avec une stratification équilibrée antisymétrique soumises à une élévation de température uniforme et non-uniforme. Les auteurs ont utilisé un élément fini à huit nœuds de type "Serendip" avec quarante degrés de liberté.

**Huang et Tauchert [37]** ont étudié les températures critiques de flambement des plaques stratifiées symétriques encastées en utilisant un élément fini Lagrangien à neuf nœuds. Il a été montré que les résultats par la méthode des éléments finis sont en bon accord avec ceux trouvés par la solution analytique.

Noor et Peters ont analysé le flambement thermomécanique des plaques [38], ainsi que le flambement et post-flambement thermique des panneaux composites stratifiées avec ou sans ouverture, sous combinaison de force mécanique et thermique.

**Prabhu et Dhanaraj [39]** ont étudié le flambement thermique des plaques stratifiées symétriques minces et épaisses. Ils ont utilisé un élément fini Lagrangien iso paramétrique à neuf nœuds avec intégration sélective.

**Kant et Babu [40]** ont traité le flambement thermique des plaques biais stratifiées et des plaques sandwichs. Deux éléments finis, précédemment, développé par les auteurs [41] ont été utilisés. L'un d'eux est basé sur la théorie de cisaillement du premier ordre avec cinq degrés de liberté et l'autre basé

sur la théorie de cisaillement d'ordre supérieur avec neuf degrés de liberté. Il a été conclu dans cette étude, que la température critique de flambement est très sensible à l'angle d'inclinaison.

**Singha et al. [42]** ont étudié le flambement et le post-flambement des plaques composites biais soumises à une combinaison de charge uni-axial de compression et une élévation uniforme de la température. Les auteurs ont développé un élément fini à quatre nœuds avec quarante degrés de liberté.

**Lee et al [43]** utiliser aussi un élément fini iso-paramétrique pour trouver la conception optimale pour les plaques stratifiées symétriques et antisymétriques pour avoir la température critique de flambement maximale.

**Prabhu et Dhanaraj [44]** Ils ont utilisé un élément fini Lagrangien iso-paramétrique à neuf nœuds avec intégration sélective. Pour étudier le flambement thermique des plaques stratifiées symétriques minces et épaisses.

**Les auteurs [45]** développé deux éléments finis, le premier élément basé sur la théorie de cisaillement du premier ordre avec cinq degrés de liberté ; et l'autre élément basé sur la théorie de cisaillement d'ordre supérieur avec neuf degrés de liberté.

**Kabir et al. [46]** ils ont étudié le flambement thermique des plaques stratifiées rectangulaires et biais, en utilisant un élément fini triangulaire à trois nœuds avec intégration complète. L'élément qui est utilisé montrer d'excellente performance avec les plaques modérément épaisses et minces.

**Ounis houdayfa[35]** a étudié de l'effet de la température sur les vibrations des plaques composites stratifiées. Deux effets sont considérés simultanément, à savoir : L'effet de la dépendance des propriétés matérielles à la température et l'effet des contraintes thermiques. A cet effet, un élément fini basé sur le modèle DDM (Displacement Discret Mindlin) a été utilisé et modifié pour prendre en compte les effets de la température.

#### ■ la théorie de cisaillement du ordre supérieur :

**Chang [47]** est le premier à utiliser la théorie d'ordre supérieur afin d'étudier le flambement thermique des plaques composites stratifiées. L'auteur a utilisé un élément fini iso paramétrique à huit nœuds avec soixante-quatre degrés de liberté.

**Babu et Kant [48]** ont étudié le flambement thermique des plaques stratifiées et des sandwichs. Les auteurs ont présenté des modèles d'éléments finis basés sur deux théories raffinées d'ordre supérieur. L'une de ces théories prend en compte l'effet de la déformation transversale normale avec treize degrés de liberté et l'autre néglige cet effet avec neuf degrés de liberté.

**Wu et Chen [49]** ont proposé un élément fini à trois nœuds, basé sur l'approche global- local d'ordre supérieur. Les auteurs ont étudié le flambement thermomécanique des plaques composites stratifiées et sandwichs.

**Lal et al. [50]** Ont étudié l'effet des propriétés aléatoires sur le comportement au flambement thermique des plaques composites stratifiées avec dépendance des propriétés matérielles à la température. Dans ce travail, les propriétés élastiques et l'épaisseur ont été considérées comme étant des variables aléatoires indépendantes. Les auteurs ont utilisé un élément fini iso paramétrique C0 à neuf nœuds, basé sur la théorie de cisaillement d'ordre supérieur avec sept degrés de liberté.

**Lee [51]** a étudié le flambement des plaques composites stratifiées en utilisant l'approche layerwise. Il a été montré qu'il existe une différence significative entre les résultats de la layerwise et ceux de la monocouche équivalente.

**Shariyat [52]** a étudié le flambement thermique des plaques composite rectangulaire avec dépendance des propriétés matérielles à la température. L'auteur a employé l'approche layerwise avec un élément Hermitien de continuité C1.

**Kumar et Singh [53]** ont utilisé modèle élément fini layerwise tridimensionnel afin d'étudier le flambement thermique des plaques composites stratifiées renforcées par des fibres à mémoire forme.

**Nali et Carrera [54]** ont utilisé l'approche de la monocouche équivalente et l'approche layerwise pour étudier le flambement thermomécanique des plaques composites stratifiées.

**Chang [55]** est le premier qui a utilisé la théorie d'ordre supérieur pour étudier le flambement thermique des plaques composites stratifiées. L'auteur a utilisé un élément fini iso-paramétrique à huit nœuds avec soixante-quatre degrés de liberté.

**Babu et Kant [56]** ont étudié le flambement thermique des plaques stratifiées et des plaques sandwichs. Les auteurs ont présenté des modèles d'éléments finis basés sur deux théories raffinées d'ordre supérieur. La première théorie prend en compte l'effet de la déformation transversale normale avec treize degrés de liberté, par contre l'autre théorie néglige l'effet de la déformation transversale normale avec neuf degrés de liberté.

### **I.11.2. Plaques composites Starifiés hybrides :**

**A. Barai et S. Durvasula [81] 1992** ont étudié les vibrations et le flambage des plaques courbes, constituées de matériaux composites stratifiés hybrides, sont étudiés à l'aide de la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre et de la théorie de la coque peu profonde de Reissner. Pour une étude initiale, seules les conditions aux limites simplement supportées sont prises en compte. Les fréquences propres et les charges critiques de flambement sont calculées à l'aide de la méthode

énergétique (approche lagrangienne) en supposant une combinaison de fonctions sinus et cosinus sous la forme de séries de Fourier doubles. Les effets de la courbure, du rapport hauteur / largeur, de la séquence d'empilement et de l'orientation des plis sont étudiés. Les fréquences non dimensionnelles et la charge de flambement critique d'un stratifié hybride se situent entre les valeurs des stratifiés constitués de toutes les couches de fibres de résistance supérieure et de moindre résistance. La courbure améliore les fréquences naturelles et elle est plus prédominante pour un panneau mince que pour un panneau épais.

**L.Belgacem D.Ouinis [69] 2012** Dans ce papier, la méthode des éléments finis est utilisé pour étudier l'effet géométrique sur le comportement en rupture des structures en composites hybrides stratifiées unidirectionnelles de séquences  $[\theta A (\theta /-\theta)C5\theta A]$ . Les effets du diamètre du pipe, de l'épaisseur de la couche et les orientations de fibre, avec et sans la présence d'entailles circulaires sur le comportement au flambement sont mis en évidences. Dans ce cas la sollicitation du flambage est induite sous l'effet du déplacement imposé. Les résultats montrent qu'à partir du diamètre  $D=400\text{mm}$  de la pipe, la valeur propre  $\lambda$  diminue avec l'augmentation du celui-ci, c.à.d. la structure devient plus sensible au flambage. Par ailleurs, quel que soit le rayon d'entaille,  $\lambda$  est quasiment stable pour chaque orientation correspondant aux épaisseurs variant dans la fourchette  $0.1\text{mm}-0.4\text{mm}$  et atteint sa valeur minimale à l'angle  $90^\circ$  qui est nettement inférieure aux autres orientations.

**Hamed Asadi et all [82] 2013** Dans cet article, les vibrations de grande amplitude et le post-flambage thermique des poutres mixtes hybrides renforcées de fibres d'alliage à mémoire de forme (SMA) avec une superposition symétrique et asymétrique sont étudiées de manière analytique. Pour prédire le comportement de la poutre stratifiée intelligente, la théorie du faisceau d'Euler-Bernoulli et le champ de déformation non linéaire de von-Karman sont utilisés. Les résultats obtenus à partir de la présente solution pour les poutres composites stratifiées sans fibre SMA sont comparés aux données homologues dans la littérature ouverte, qui valident la présente solution. Ensuite, un ensemble d'études paramétriques est réalisé pour montrer l'influence de la fraction volumique de SMA, de la quantité de précontrainte dans la fibre SMA, de l'orientation de la fibre composite, du rapport épaisseur de couche renforcée SMA sur épaisseur totale, emplacement de la couche SMA, amplitude des vibrations, conditions aux limites et température sur la caractéristique de vibration de la poutre feuilletée renforcée avec du SMA dans les domaines pré et post flambage.

**Hamed Asadi et all [83] 2014** L'instabilité des fibres d'alliage à mémoire de forme (SMA) géométriquement imparfaites renforcées avec des plaques de composite stratifié hybride (SMAHC) et soumises à une charge thermique uniforme est étudiée analytiquement. Les propriétés des matériaux des plaques SMAHC sont supposées être fonction de la température. Les équations non linéaires de la stabilité thermique des plaques sont dérivées sur la base d'une théorie de déformation par cisaillement

d'ordre supérieur incorporant la non-linéarité géométrique de von Karman via l'énergie potentielle stationnaire. Flambage thermique contrôlable de la plaque SMAHC. Des formulations de forme fermée sont présentées pour déterminer la trajectoire de déformation de charge et la température critique de flambement de la plaque. Sur la base des solutions de forme fermée développées, de nombreux résultats numériques sont présentés pour fournir un aperçu des effets de la fraction volumique, de la précontrainte, de l'emplacement et de l'orientation des fibres SMA, de la géométrie de la plaque composite, de l'imperfection géométrique et de la dépendance de la température sur la stabilité des Plaquas SMAHC. On montre qu'une application correcte des fibres SMA entraîne un retard considérable de la bifurcation thermique et de la déflexion après flambage thermique contrôlable de la plaque SMAHC. Emplacement et orientation des fibres SMA, géométrie de la plaque composite, imperfection géométrique et dépendance de la température par rapport à la stabilité des plaques SMAHC. On montre qu'une application correcte des fibres SMA entraîne un retard considérable de la bifurcation thermique et de la déflexion après flambage thermique contrôlable de la plaque SMAHC. Emplacement et orientation des fibres SMA, géométrie de la plaque composite, imperfection géométrique et dépendance de la température par rapport à la stabilité des plaques SMAHC. On montre qu'une application correcte des fibres SMA entraîne un retard considérable de la bifurcation thermique et de la déflexion après flambage thermique contrôlable de la plaque SMAHC.

**Benselama kh et al [70] 2015** Ont étudié le présent document traite L'analyse du flambement des plaques stratifiées en matériaux composites hybrides reposant sur une fondation élastique de type Winkler-Pasternak sous chargement uni et biaxiales, par un nouveau modèle de déplacement trigonométrique. Les résultats numériques obtenus par l'analyse actuelle du flambement des plaques stratifiées sont comparés à ceux trouvés dans la littérature.

**Cyril Sola [71] 2016** Les liaisons hybrides métal/composite sont fréquemment sollicitées en matage. Dans le système de transmission d'un hélicoptère, ces liaisons peuvent subir plus de  $10^9$  cycles de chargement en fatigue. La fatigue est abordée principalement sous un angle expérimental. La question de l'existence éventuelle d'une limite de fatigue est discutée, et les liens étroits entre les mécanismes d'endommagement en statique et en fatigue sont mis en évidence.

**Clement Audibert et all [85] 2017** Un nouveau composite hybride composé de fibre de kevlar et de fibres de lin est testé. Des essais de traction et des essais d'impact faibles vitesses sont réalisés dans le but d'évaluer son comportement sous sollicitation statique et dynamique. Le composite kevlar/lin semble dissiper plus d'énergie que le composite carbone. Un modèle élément finis (FE) est utilisé pour simuler l'essai d'impact sur le composite.

Un modèle matériau en dommageable est implémenté sous Abaqus explicit en utilisant un sous-programme (USFLD). L'initiation et l'évolution de l'endommagement sont pilotées par une fonction de la déformation plastique anisotrope, la rupture par un critère de type Hashin 3D. Les résultats numériques corrént correctement les courbes expérimentales. De même, l'endommagement observé visuellement et par tomographie rayon-X est bien représenté.

**Bassam Mahmoud [72] en 2017** Modélisation d'impacts sur des stratifiés composites unidirectionnels et hybrides. L'objectif de cette thèse est de développer un modèle prédictif d'impact sur stratifiés unidirectionnels de faible épaisseur afin, dans un premier temps, de mieux comprendre les mécanismes d'endommagement mis en jeu et, dans un deuxième temps, de pouvoir proposer des pistes d'amélioration de la tenue de ces structures. Les résultats donnés par le modèle ont ensuite été validés par une comparaison avec des essais d'impact à basse vitesse. Enfin, dans le but d'optimiser la tenue des stratifiés, des impacts à basse et moyenne vitesse sur des stratifiés hybrides unidirectionnels/tissus composites ont été étudiés expérimentalement et numériquement grâce à la stratégie de modélisation proposée.

**C. Audibert et al [73] en 2017** Un nouveau composite hybride composé de fibre de kevlar et de fibres de lin est testé. Des essais de traction et des essais d'impact faibles vitesses sont réalisés dans le but d'évaluer son comportement sous sollicitation statique et dynamique. Le composite kevlar/lin semble dissiper plus d'énergie que le composite carbone. Un modèle élément finis (FE) est utilisé pour simuler l'essai d'impact sur le composite. Un modèle matériau en dommageable est implémenté sous Abaqus explicit en utilisant un sous-programme (USFLD). L'initiation et l'évolution de l'endommagement sont pilotées par une fonction de la déformation plastique anisotrope, la rupture par un critère de type Hashin 3D. Les résultats numériques corrént correctement les courbes expérimentales. De même, l'endommagement observé visuellement et par tomographie rayon-X est bien représenté.

**Tossou E [74] en 2018** L'objectif de cette thèse est, d'une part, l'optimisation de la mise en œuvre des matériaux composites à travers l'étude du comportement des renforts secs en compaction et, d'autre part, le développement et la caractérisation de matériaux composites stratifiés hybrides renforcés par des fibres de carbone et de lin.

**Meriem Fehri [75] en 2018** Ont étudié le comportement mécanique des composites renforcées par des fibres de lin ainsi que le comportement mécanique et hydrique des composites hybrides. Les résultats ont montré que la position des fibres de carbone est primordiale dans l'amélioration des propriétés hydrique et mécaniques.

**Kuo Tian et all [80] en 2018** Les coques cylindriques composites ont été largement utilisées dans les réservoirs de carburant des lanceurs. Pour réduire le coût du matériau des coques en polymère

renforcé de fibres de carbone, des coques en composite de fibres hybrides composées de fibres de carbone, de fibres de verre et d'une matrice époxy seraient un choix plus prometteur. Parallèlement au développement de lanceurs de poids lourds, le diamètre d'une structure de coque requise pourrait devenir important. L'analyse du flambement des coques composites basée sur des modèles d'éléments finis détaillés prenait trop de temps. Enfin, un cadre d'optimisation à faible coût est établi pour les coques composites à fibres hybrides, au cours duquel la méthode de décomposition orthogonale appropriée est utilisée pour accélérer l'analyse de flambage. En particulier, un critère de convergence et une stratégie de base de décomposition orthogonale propre mise à jour sont proposés pour le cadre d'optimisation, visant à garantir la crédibilité du résultat optimal de flambement de décomposition orthogonale appropriée. Au moyen d'un exemple illustratif,

**Etonam Tossou et Alexandre Vivet [80] en 2019** L'objectif de ce travail est donc le développement et la caractérisation de Nouveaux composites stratifiés hybrides renforcés par des fibres de carbone et de lin choisies respectivement pour leur rigidité et leur pouvoir amortissant. La caractérisation des plaques stratifiées fabriquées en infusion de résine montre que Le composite carbone ademeilleures propriétés mécaniques et microstructurales tandis que le composite lin propose Des propriétés amortissantes très intéressantes. Les résultats montrent que l'hybridation du lin avec du carbone permet d'améliorer considérablement les faibles propriétés mécaniques du composite lin et les mauvaises propriétés amortissantes du composite carbone. Aussifaut-il noter que la séquence d'empilement des couches saune influences ignificative sur le comportement et les propriétés des stratifiés hybrides.

**Noëlle Edwige et al [76] en 2019** on se propose d'étudier l'influence de trois paramètres de fabrication dans le cadre de l'élaboration d'hybrides composites biosourcés/acier. Les résultats obtenus montrent que ces propriétés dépendent essentiellement de la répartition relative de l'acier et du composite dans l'épaisseur.

**Mohamed Ben henni [77] en 2019** On a analysé le comportement en vibrations libres de composites stratifiés à fibres hybrides en utilisant d'une part, une théorie d'ordre élevé à quatre variables qui prend en considération l'effet de cisaillement transverse lors du calcul des déformations ; et d'autre part une analyse par la méthode des éléments finis. L'équation du mouvement de la plaque stratifiée est obtenue en utilisant de principe d'Hamilton. Comme il n'y a aucune donnée disponible dans la littérature pour les plaques composites hybrides, la solution en éléments finis a été utilisée pour valider les résultats obtenus par la théorie d'ordre élevé. Les résultats montrent la bonne précision de la solution analytique proposée pour la prévision des fréquences fondamentales des plaques stratifiées hybrides.



**Vinayak Kallannavar et al [78] 2020** Ont étudié l'effet de la variation de la température et de la concentration d'humidité sur les vibrations libres réponse des plaques composites et sandwichs hybrides laminées obliques. Le couplé thermoélastique et hygro-élastique, le modèle d'élément final est formulé en utilisant la théorie de la déformation par cisaillement du premier ordre (FSDT). Température uniforme et l'augmentation de la concentration d'humidité est prise en compte pour l'analyse.

**Ashok Rajpurohit [79] 2020** Ce t vise à comprendre le comportement mécanique et l'effet synergique offerts par de tels composites hybrides sous plusieurs conditions de chargement. L'accent est mis, non seulement sur la caractérisation mécanique, mais également sur le développement et l'optimisation de nouvelles générations de renforts hybrides, permettant ainsi une hybridation aussi bien au niveau des nappes, qu'au niveau des mèches et des fibres. Les résultats présentés révèlent les avantages potentiels de l'hybridation à différents niveaux et dispersions. Les résultats ouvrent une voie pour les futurs travaux sur les composites hybrides et leurs procédés.

## **I.12. Conclusion :**

Dans ce chapitre nous sommes attachés à présenter un aperçu historique et une généralité sur les matériaux composites ; les différents types de composite notamment les plaques stratifiées ; les différents aspects. Dans le but de donner un aperçu des différents constituants tels que le composite a grande diffusion et hautes performances ; leur caractéristique mécanique. Aussi nous avons présenté la désignation des stratifiées et les avantages et inconvénients des matériaux composites.

# CHAPITRE **II** *COMPORTEMENT ET THEORIES DES PLAQUES STRATIFIEES*

---

## Sommaire

---

II.1.	Introduction.....	32
II.2.	Historique des plaques .....	32
II.3.	Définition des plaques .....	32
II.4.	Domaine d'utilisation des plaques .....	32
II.5.	Comportement des plaques stratifiées .....	32
II.5.5.	Loi de comportement des stratifiées .....	34
II.5.6.	La relation contrainte – déformation.....	34
II.5.7.	Relation contrainte-déformation plane .....	39
II.5.8.	Relation contrainte déformation pour une orientation des fibres.....	39
II.6.	Les théories des plaques composites stratifiées .....	40
II.6.1.	Théorie Classique des Stratifiés (CLT) .....	40
II.6.2.	Le champ de déplacements de la théorie CLT .....	41
II.6.3.	Expression des résultantes et des moments.....	43
II.6.4.	Équation constitutive.....	44
II.6.5.	Influence de l'empilement des couches .....	44
II.6.6.	Les type des stratifiées .....	45
II.6.7.	Théorie de la Déformation de Cisaillement de Première Ordre.....	47
II.6.8.	Expression des résultantes et des moments.....	50
II.6.9.	Équation constitutive.....	54

Conclusion

---

## II.1. Introduction :

Ce chapitre est consacré à présenter en détail les différents types des matériaux (anisotropes, orthotropes, transversalement isotropes et Matériaux isotropes). Ensuite on va voir les orientations des fibres dans le repéré local et global. Finalement on va présenter les différentes théories pour étude le comportement mécanique des plaques stratifiées parmi ces théories on peut citer : (La théorie classique des stratifiés basée sur l'hypothèse de Kirchhoff (CLT) ; La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre basée sur l'hypothèse de Reissner-Mindlin (FSDT) ; la théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur (HSDT)).

## II.2. Historique des plaques :

En 1888, Love utilise les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour les poutres, pour fonder une théorie des plaques minces. La théorie des plaques épaisses a été consolidée par Mindlin à partir des travaux de Rayleigh (1877), Timoshenko (1921), Reissner (1945) et Uflyand (1948). [60]

## II.3. Définition des plaques :

Une *plaque* est un solide limité par deux plans parallèles, dont la dimension transverse est petite en comparaison des deux autres dimensions (longueur, largeur). Les propriétés d'une plaque dépendent, en grande partie, de son *épaisseur* en fonction de ses autres dimensions. On distingue deux types des plaques :

- Les plaques minces.
- Les plaques épaisses.

On appelle  $h$  l'épaisseur de la plaque ; le plan inférieur est donc le plan  $z = -h/2$  et le plan supérieur est le plan  $z = h/2$ . [65]

## II.4. Domaine d'utilisation des plaques :

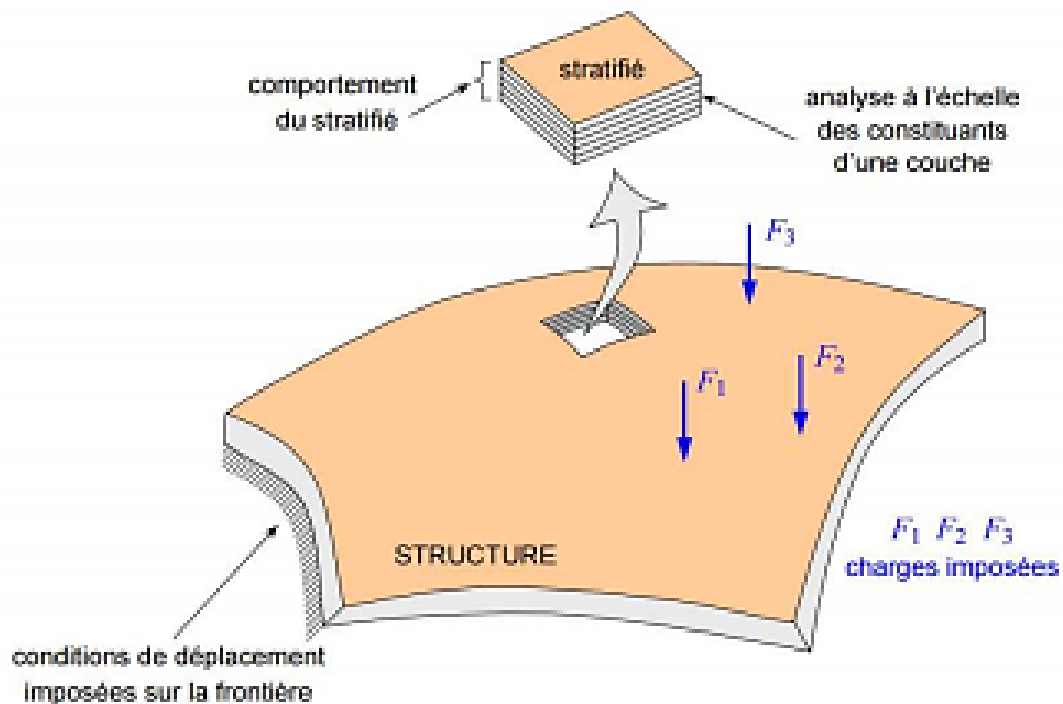
Le domaine de l'utilisation de plaque est très répandu dans tous les domaines, en particulier dans le domaine du génie civil, on utilise dans les constructions simples (habitation) ou les ouvrage d'art Elle existe sous formes différentes, y compris les circulaires et rectangulaire et d'autre formes selon la qualité de l'ouvrage. [66]

## II.5. Comportement des plaques stratifiées :

L'analyse du comportement des plaques stratifiées reste toujours un problème de recherche ouvert, en raison de leur comportement complexe. [22] L'étude du comportement mécanique des matériaux composites a pour but de connaître leur réponse à une sollicitation donnée les variables mises en jeu dans ce domaine sont : le tenseur des contraintes ( $\sigma$ ) et le tenseur des déformations ( $\epsilon$ ) [67]

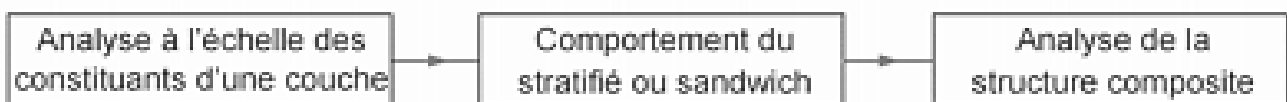
Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu sont liés par des lois appelées lois de comportement, caractérisant le comportement mécanique du milieu. L'expérience montre que de

nombreux milieux solides déformables ont pour une température donnée et dans un intervalle donné de déformation un comportement **élastique linéaire**. [15]



Pour caractériser le comportement mécanique de la structure composite il est nécessaire de connaître le champ des contraintes et celui des déplacements en tout point de la structure

#### Processus d'étude



#### Analyse à l'échelle des constituants

Analyse des propriétés élastiques et du comportement à la rupture d'une couche en fonction des constituants

#### Comportement du stratifié ou sandwich

Étude des propriétés élastiques et du comportement à la rupture du matériau stratifié ou sandwich en fonction des couches

**Figure II.1:** Schéma d'étude du comportement mécanique d'une structure en matériau composite.[87]

**II.5.1. Loi de comportement des stratifiés :**

L'étude de comportement des stratifiés contenir deux phases principales :

- L'étude du comportement mécanique de chaque pli.
- L'étude de comportement global du matériau contient de plusieurs monocouche (plis) Et appelé généralement par le comportement du stratifiés. [61]

**II.5.2. La relation contrainte - déformation :**

Les contraintes ( $\sigma_{ij}$ ) et les déformations ( $\epsilon_{kl}$ ) sont associées au tenseur de rigidité ( $C_{ijkl}$ ) en utilisant la loi de Hooke dans le domaine **élastique linéaire**. [62] On peut écrire la relation de la manière suivante :

$$\sigma = \epsilon$$

**Avec :**  $\sigma$ : Le tenseur de contraintes.

- $i, j, k, l$  prennent les valeurs 1, 2, 3.
- $\epsilon$ : Le tenseur de déformations.
- $\sigma$ : Le tenseur de contraintes.
- $C$ : Le tenseur d'élasticité.

**Ou bien :**

$\sigma = \epsilon$  Cette loi est appelée généralement la **loi de Hooke généralisée**, introduit Les 9 composantes (équation (II .22)) du tenseur des contraintes et des déformations peuvent être réduites à six composantes indépendantes à cause de sa **symétrie**. [62]

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{21} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1131} & C_{1112} & C_{1132} & C_{1113} & C_{1121} \\ & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} & C_{2232} & C_{2213} & C_{2221} \\ & & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} & C_{3332} & C_{3313} & C_{3321} \\ & & & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} & C_{2332} & C_{2313} & C_{2321} \\ & & & & C_{3131} & C_{3112} & C_{3132} & C_{3113} & C_{3121} \\ & \text{Sym} & & & & C_{1212} & C_{1232} & C_{1213} & C_{1221} \\ & & & & & & C_{3232} & C_{3213} & C_{3221} \\ & & & & & & & C_{1313} & C_{1321} \\ & & & & & & & & C_{2121} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{32} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} \end{pmatrix} \tag{II .1}$$

**Ou:**

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{23} \ \sigma_{31} \ \sigma_{12} \ \sigma_{32} \ \sigma_{13} \ \sigma_{21}\}^T \tag{II .2}$$

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_{11} \ \epsilon_{22} \ \epsilon_{33} \ \epsilon_{23} \ \epsilon_{31} \ \epsilon_{12} \ \epsilon_{32} \ \epsilon_{13} \ \epsilon_{21}\}^T \tag{II .3}$$

Ainsi, la notation tensorielle peut être contractée en utilisant la notation suivante :

Indice du tenseur : (11) (22) (33) (23, 32) (13,31) (12, 21)

Le Tenseur des contraintes :

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} = \sigma_{32} \\ \sigma_{31} = \sigma_{13} \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (II.4)$$

Le Tenseur des déformations :

$$\{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = 2\varepsilon_{32} = \gamma_{23} = \gamma_{32} \\ 2\varepsilon_{13} = 2\varepsilon_{31} = \gamma_{13} = \gamma_{31} \\ 2\varepsilon_{12} = 2\varepsilon_{21} = \gamma_{12} = \gamma_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (II.5)$$

**II.5.2.1. Différents Types des matériaux :**

**a) Matériaux anisotropes :**

La loi de Hooke peut être exprimée par :

**Avec :**

- $S_{ijkl}$  : tenseur de souplesse.

A cause de la symétrie des tenseurs on a :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij} \quad (II.6)$$

Le tenseur de rigidité en a 81 coefficients de même pour le tenseur de souplesse, pour raison de la symétrie des contraintes  $\sigma_{ij}$  et de déformation  $\varepsilon_{ij}$ , il y a une réduction des coefficients a 36 parmi ces derniers, 21 sont indépendants. [60]

On peut écrire sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (II.7)$$

Et la matrice de souplesse :

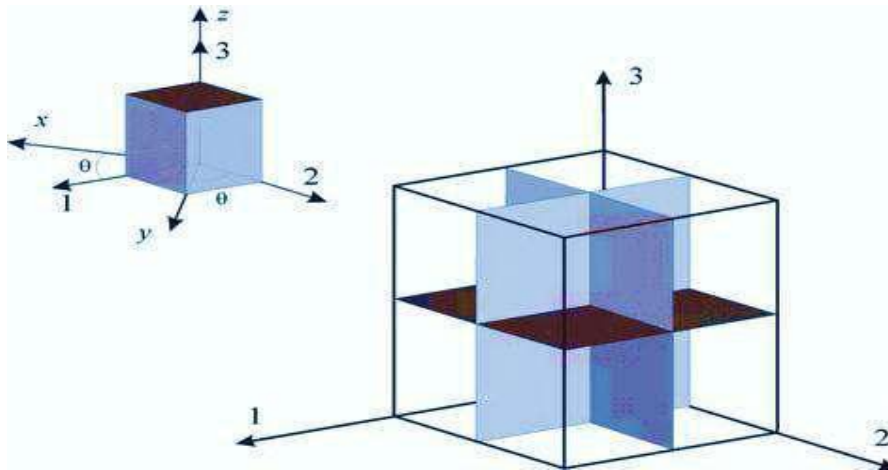
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (II.8)$$

$[C]$  et  $[S]$  est respectivement la matrice de rigidité et la matrice de souplesse (flexibilité).

**Avec :**

$$[S] = [C]^{-1} \quad (II.9)$$

**b) Matériaux orthotropes :**



**Figure II.2 :** Représentation schématique d'un matériau orthotrope avec trois plans de symétrie. [65]

Dans le matériau orthotrope les coefficients de rigidité est réduit à 9 coefficients [15]

La matrice de rigidité de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} \tag{II .10}$$

La matrice de souplesse de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \tag{II .11}$$

Les 9 modules de rigidité sont :

$E_1, E_2, E_3$  : 3 modules d'élasticité longitudinal.

$G_{12}, G_{23}, G_{31}$  :3 modules de cisaillement.

$\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$  : 3 modules de Poisson.

Les constantes de rigidités sont :

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} & C_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} & C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{12} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta} & C_{13} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta} & C_{23} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta} \\ C_{44} = G_{23} & C_{55} = G_{13} & C_{66} = G_{12} \\ \Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Les éléments de souplesse  $S_{ij}$  sont :

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{1}{E_1} & S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} & S_{13} = \frac{-\nu_{13}}{E_1} \\ S_{22} = \frac{1}{E_1} & S_{23} = \frac{\nu_{23}}{E_1} & S_{33} = \frac{1}{E_1} \\ S_{44} = \frac{1}{G_{23}} & S_{55} = \frac{1}{G_{13}} & S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$\frac{V_{ij}}{E_i} = \frac{V_{ji}}{E_j} \quad (\text{II.14})$$

La matrice de souplesse de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{21} & -\nu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_{11}}{E_{21}} & 1 & \frac{E_{31}}{E_{21}} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12} & \frac{E_{22}}{E_{21}} & \frac{E_{23}}{E_{21}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_{12}}{E_{21}} & -\nu_{23} & 1 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ -\nu_{13} & \frac{E_{23}}{E_{31}} & \frac{E_{33}}{E_{31}} & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ \frac{E_{13}}{E_{31}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

C) Matériaux transversalement isotropes (unidirectionnels) :

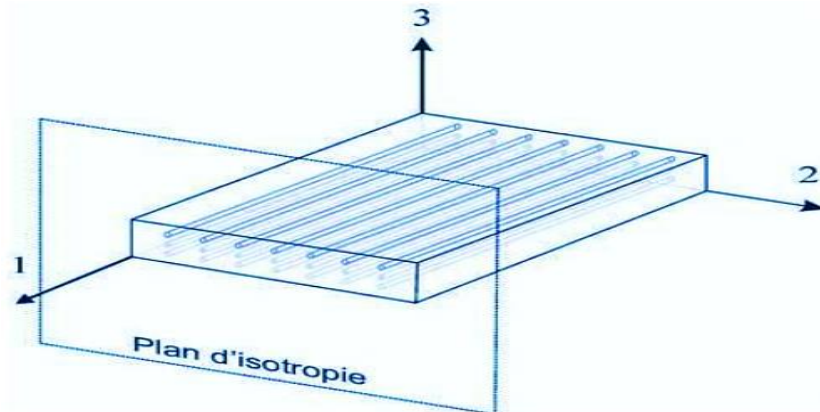


Figure II.3 : Matériaux transversalement isotropes. [61]



Le nombre de coefficients indépendants se réduit à 5 coefficients [15]

La matrice de rigidité comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

La matrice de souplesse de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$$\begin{cases} C_{13} = C_{12} & C_{33} = C_{22} & C_{55} = C_{66} & C_{44} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \\ S_{13} = S_{12} & S_{33} = S_{22} & S_{55} = S_{66} & S_{44} = 2(S_{22} - S_{23}) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

#### d) Matériaux isotropes :

Les caractéristiques mécaniques sont les même dans toutes les directions donc :

- Module d'Young :

$$E_1 = E_2 = E_3 = E \quad (\text{II.19})$$

- Coefficient de Poisson :

$$\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = \nu \quad (\text{II.20})$$

- Module de cisaillement :

$$G_{23} = G_{13} = G_{12} = G \quad (\text{II.21})$$

La matrice de souplesse de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{-\nu_{31}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{II.23})$$

### II.5.3. Relation contrainte-déformation plane :

Pour un matériau orthotrope, et dans le cas d'un état de contrainte plane, La relation contrainte Déformation peut être donnée par : [15]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 = \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

Les constantes de rigidité dans un état de contrainte plan sont : [15]

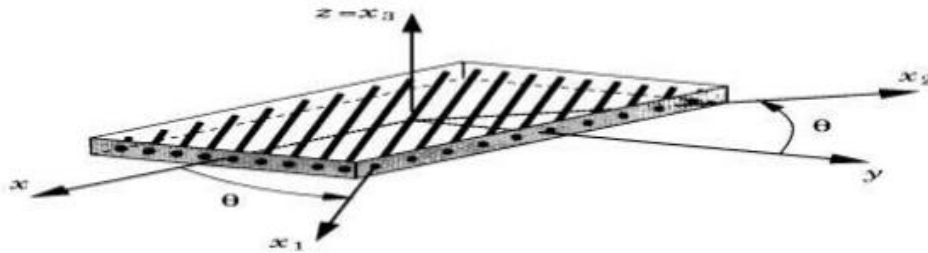
$$\begin{cases} Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & Q_{21} = Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{13} = Q_{12} & Q_{33} = Q_{22} & Q_{55} = G_{66} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Avec :

$E_1, E_2$  sont des module d'Young du matériau dans les directions 1et 2,  $G_{12}$  est le module de cisaillement, et  $\nu_{12}$  coefficients de poisson.

#### II.5.3.1. Relation contrainte déformation pour une orientation des fibres :

Les stratifié sont élaborés par l'empilement de couche successible dont la direction des fibres et variable d'une couche a l'autre. Pour faire l'étude du comportement élastique de tels stratifiés, il est nécessaire de prendre un système d'axe de référence pour l'ensemble du stratifiée, et de rapporter le comportement élastique de chaque couche à ce système de référence.[15]



**Figure II.4:** Axes principaux et axes de référence d'une couche stratifiée [63]

Les matrices de rigidité  $C'$  et de souplesse  $S'$ , exprimées dans le système de référence, sont obtenues en appliquant aux matrices de rigidité et de souplesse  $C$  et  $S$  les relations de changement de base [1] en façons suivante :

$$[C'] = [T]^{-1}[C][T] \quad (\text{II.27})$$

$$[S'] = [T]^{-1}[S][T] \quad (\text{II.28})$$

$[T]$  : C'est la matrice de changement de base.

$$[T] = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2cs \\ S^2 & C^2 & 2cs \\ CS & -CS^2 & C^2 - S^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

**Aves :**

$$c = \cos \Theta \quad s = \sin \Theta \quad (\text{II .30})$$

Les contraintes dans le repère (x, y, z) sont définies en fonction des déformations par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q'] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .31})$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .32})$$

Les contraintes en cisaillement transverse dans la couche k s'expriment suivant :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{44}' & Q_{45}' \\ Q_{45}' & Q_{55}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II .33})$$

La matrice de rigidité réduite hors axes est donnée par l'expression suivante :

$$[Q'] = [T]^{-1}[Q][T] \quad (\text{II .34})$$

Les composantes de la matrice sont :

$$\begin{cases} Q'_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ Q'_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ Q'_{16} = (Q_{11} + Q_{12} - 4Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ Q'_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ Q'_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ Q'_{66} = [Q_{11} + Q_{22} + 2(Q_{12} + 2Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ Q'_{44} = Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ Q'_{55} = Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta \\ Q'_{45} = (Q'_{44} - Q_{55}) \sin \theta \cos \theta \end{cases} \quad (\text{II .35})$$

## II.6. Les théories des plaques composites stratifiées

Les différentes théories pour étudier le comportement mécanique des plaques stratifiées parmi ces théories on peut citer :

- La théorie classique des stratifiés basée sur l'hypothèse de Kirchhoff (CLT).
- La théorie de déformation en cisaillement du premier ordre basée sur l'hypothèse de Reissner-Mindlin (FSDT).
- La théorie de déformation de cisaillement d'ordre supérieur (HSDT)

On base l'étude sur deux théories bien connues, à savoir les théories classiques des stratifiés et la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre.

### II.6.1. Théorie Classique des Stratifiés (CLT) :

Théorie Classique des Stratifiés (CLT) est basée sur les hypothèses cinématiques de Kirchhoff, employées pour l'étude de structures du type plaque, et coques courbes.

D'après cette théorie, une ligne droite et perpendiculaire à la surface moyenne indéformée de la structure, reste droite et perpendiculaire à la surface de référence, ne changeant pas sa forme dans la direction de l'épaisseur, c'est-à-dire, elle reste inextensible dans cette direction. [62]

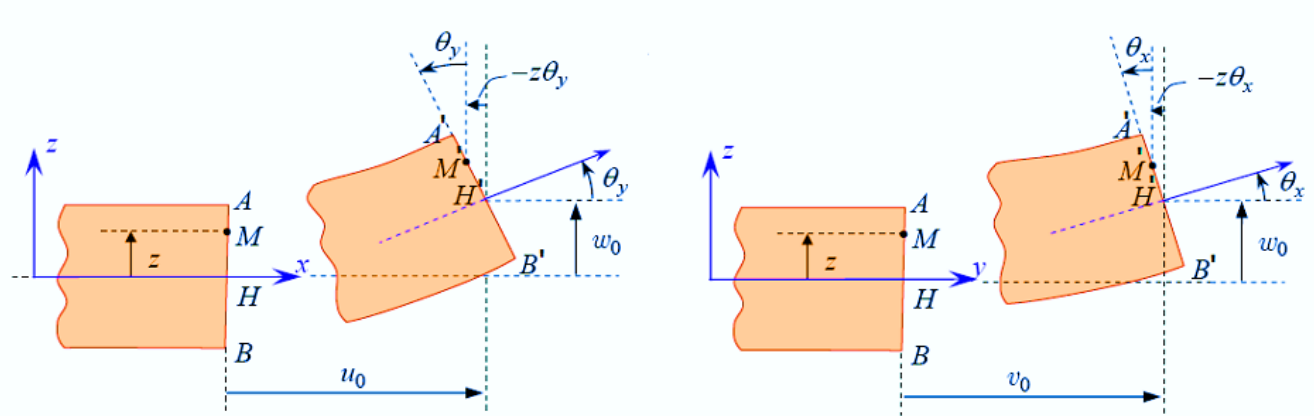
**II.6.1.1. Les hypothèses de la Théorie de Kirchhoff :**

Pour utiliser les plaques minces on peut employer la théorie de Kirchhoff les hypothèses de cette théorie sont :

- Les plis sont parfaitement liés les uns aux autres, c'est-a-dire que, entre eux il n'existe pas de glissement, ou décollement.
- Les déplacements selon des plis sont continus.
- Le matériau de chaque pli présente un comportement élastique.
- Le stratifié est considéré mince, c'est-à-dire, que les plis de la structure sont relativement minces par rapport aux dimensions planes (largeur et longueur) de la structure.
- Les déformations, les déplacements et les rotations sont petits. [62]

**II.6.2. Le champ de déplacements de la théorie CLT :**

La déformée de la normale au plan moyen (O, x, y) est alors un segment de droite normal à la déformée du plan moyen. L'ensemble des notations, utilisées dans le cas du schéma de la théorie classique des stratifiés [1]. Est schématisé sur la Figure (II .5).



**Figure II .5 :** Schématisation des déformations dans le cas de la théorie classique des Stratifiés. [15]

Le champ de déplacements de la théorie CLT est donné par l'expression suivante :

$$U = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(x; y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} \\ v_0(x; y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} \\ w_0(x; y) \end{Bmatrix} \tag{II .36}$$

- $u_0$  et  $v_0$ : sont les déplacements membranaires de la feuille moyenne.
- $w_0$ : est le déplacement hors plan de la feuille moyenne de la plaque.

**Avec :**

$$\theta_x(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial x} \quad \theta_y(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{II .37})$$

### II.6.2.1. Expression du champ des déformations :

Le champ des déformations dans le plan de la plaque s'écrit à partir du champ de déplacement est donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} = z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} & \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left[ \frac{\partial u_0}{\partial x} = \frac{\partial v_0}{\partial x} \right] - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} = z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} & \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = z \frac{\partial^2 w_0}{\partial z^2} & \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (\text{II .38})$$

Le champ des déformations est la superposition entre la déformation en membrane et la déformation en flexion et torsion. [15]

$$\varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_f \quad (\text{III .39})$$

**Avec :**

- $\varepsilon_m$  : la déformation en membrane.
- $\varepsilon_f$  : la déformation en flexion et torsion.

#### a) Des déformations en membrane :

$$\varepsilon_m = \varepsilon_m(x, y) = - \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial y} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (\text{II .40})$$

S'exprimant en fonction des déplacements ( $u_0, v_0$ ) des points suit dans le plan ( $o, x, y$ ). [15]

#### b) des déformations en flexion et torsion :

$$\varepsilon_f = z k(x, y) = z \begin{pmatrix} K_y \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \quad (\text{II .41})$$

La matrice  $K(x, y)$  est appelée *matrice des courbures* de la plaque sollicitée en flexion. [15]

**II.6.2.2. Le champ de contraint :**

A partir de l'équation (II.54) Les contraintes dans une couche k, s'expriment suivante :

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \tag{II.42}$$

Où bien :

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k K(x, y) \tag{II.43}$$

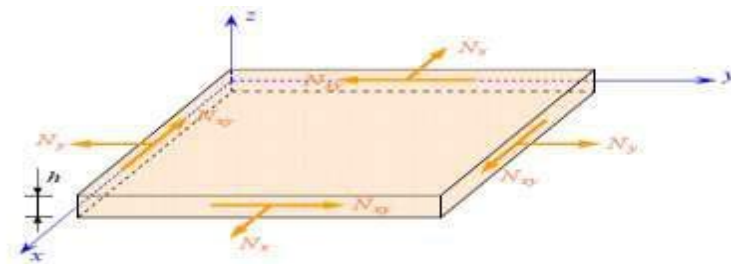
La matrice  $\sigma_k(M)$  représente la matrice de contrainte dans la couche k :  $h_k \leq z \leq h_{k-1}$ , la matrice de rigidité réduite  $Q'_k$  varie d'une couche à l'autre. [15]

**II.6.3. Expression des résultantes et des moments :[15]**

a) **Résultantes en membrane :**

$$N(x, y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{K=1}^N \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \tag{II.44}$$

$N_x, N_y$  et  $N_{xy}$  sont les résultantes par unité de longueur de plaque, successivement des contraintes Normales et de contrainte de cisaillement dans le plan (x, y), elles sont schématisées sur la figure (II.6) :



**Figure II.6 :** Schématisation des résultantes en membrane. [15]

Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés. L'expression des résultantes en membrane écrire comme suit :

$$N(x; y) = \sum_{K=1}^N \int_{h_{K-1}}^{h_K} [Q'_K \varepsilon_m(x, y) + z Q'_K K(x, y)] dz \tag{II.45}$$

$$N(x; y) = \sum_{K=1}^N \left[ Q'_K \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{K-1}}^{h_K} dz \right] + \sum_{K=1}^N \left[ Q'_K K(x, y) \int_{h_{K-1}}^{h_K} z dz \right] \tag{II.46}$$

$$N(x; y) = \left[ \sum_{K=1}^N (h_K - h_{K-1}) Q'_K \int_{h_{K-1}}^{h_K} dz \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[ \sum_{K=1}^N (h_K^2 - h_{K-1}^2) Q'_K \right] K(x, y) \tag{II.47}$$

**Soit, en définitive :**

$$M(x, y) = B_{ij} \varepsilon_m(x, y) + D_{ij} K(x, y) \tag{II.48}$$

**Avec :**

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N (h_K^2 - h_{K-1}^2) (Q'_{ij})_k \tag{II.59}$$

$$D_{IJ} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II .50})$$

L'expression développée des résultantes en membrane s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .51})$$

#### II.6.4. Équation constitutive :[15]

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée exprime les résultantes et moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. La forme matricielle est donnée par :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .52})$$

Ou sous forme contracte :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_m \\ K \end{Bmatrix} \quad (\text{II .53})$$

**Avec :**

- La matrice A est la matrice de rigidité en membrane.
- La matrice D est la matrice de rigidité en flexion.
- La matrice B est la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

**Donc :**

- Le couplage membrane-flexion résulte des termes B11, B12 et B22.
- Alors que le couplage membrane-torsion résulte des termes B16 et B26.
- Les termes D16 et D26 correspondent le couplage entre flexion – torsion.
- Les termes A16 et A26 correspondent le couplage entre traction – cisaillement.

#### II.6.5. Influence de l'empilement des couches :[15].

##### a) Couche isotrope :

Dans le cas d'une plaque en matériau homogène isotrope, le comportement élastique est décrit par le module d'Young E et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Les résultantes en membrane ( $N_x, N_y, N_{xy}$ ) dépendent uniquement des déformations en membrane ( $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0$ ) et les moments de flexion et torsion ( $M_x, M_y, M_{xy}$ ) dépendent uniquement des courbures du plan moyen ( $k_x, k_y, k_{xy}$ ). Dans le cas d'une plaque isotrope, il n'existe donc pas de couplage membrane-flexion/torsion.

### b) Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux :

Dans le cas de Couche orthotrope rapportée à ses axes principaux, les axes du matériau sont confondus avec les axes de référence de la plaque (axes de référence des contraintes et déformations exercées sur la plaque). L'équation constitutive de la plaque peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .54})$$

L'absence de couplage membrane –flexion/torsion dans le cas de couche orthotrope rapportée à ses axes principaux, s'ajoute aussi l'absence de couplage traction-cisaillement et flexion –torsion.

### C) Couche orthotrope non rapportée à ses axes :

Les axes du matériau de la couche orthotrope *ne coïncident pas* avec les axes de référence des contraintes. L'équation constitutive de la plaque orthotrope présente comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .55})$$

On Observé qu'il n'existe pas de couplage membrane-flexion / torsion dans le cas de couche orthotrope non rapportée à ses axes.

## II.6.6. Les type de stratifiée : [15].

### ▪ Stratifiés symétriques :

Dans le cas de stratifiée symétrie le coefficient  $B_{ij}$  de la matrice de rigidité sont **nuls** La forme générale de L'équation constitutive de stratifiés symétriques présente de la façon suivante :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .56})$$

Dans le cas de stratifiés symétriques ont observé qu'il n'existe pas de couplage membrane-flexion. Il en résulte que le comportement des stratifiés symétriques est plus simple à analyser que celui des stratifiés présentant un couplage membrane-flexion/torsion. En plus, les stratifiés symétriques ne



présentent pas une tendance au gauchissement due aux déformations (contractions) induites lors du refroidissement consécutif au processus de mise en œuvre des matériaux.

▪ **Stratifiés croisés :**

Dans le cas de stratifié croisé constitué des couches dont les directions principales sont orientées alternativement à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport aux directions de référence du stratifié. L'équation constitutive de stratifiés croisés est de la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .57})$$

▪ **Stratifiés croisés symétriques :**

L'équation constitutive de stratifiés croisés symétrique c'est la combinaison, entre L'équation constitutive de stratifiés symétrique et L'équation constitutive de stratifiés croisés :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .58})$$

L'absence de couplage membrane –flexion/torsion des stratifiés symétriques s'ajoute aussi l'absence de couplage traction-cisaillement et flexion –torsion.

▪ **Stratifiés antisymétriques :**

L'équation constitutive de stratifiés antisymétriques s'écrit comme suit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & A_{66} & B_{16} & B_{26} & 0 \\ 0 & 0 & B_{16} & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & B_{26} & D_{12} & D_{22} & 0 \\ B_{16} & B_{26} & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .59})$$

Cette équation montre l'existence d'un couplage membrane –torsion.

▪ **Stratifiés croisés antisymétriques :**

L'équation constitutive de stratifiés croisés antisymétriques s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & -B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & -B_{11} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} \quad (\text{II.60})$$

Cette équation montre l'existence d'un couplage traction - flexion.

**II.6.7. Théorie de la Déformation de Cisaillement de Première Ordre (FSDT) :**

Les modèles élaborés selon la Théorie de la Déformation de Cisaillement de Premier Ordre (FSDT), sont basés sur les hypothèses adoptées dans la théorie des plaques de Mindlin-Reissner, selon lesquelles une ligne droite et perpendiculaire au plan moyen d'une couche quelconque, reste droite après la déformation, toutefois, elle ne reste pas nécessairement normale à ce plan de référence après la déformation de la structure. [62]

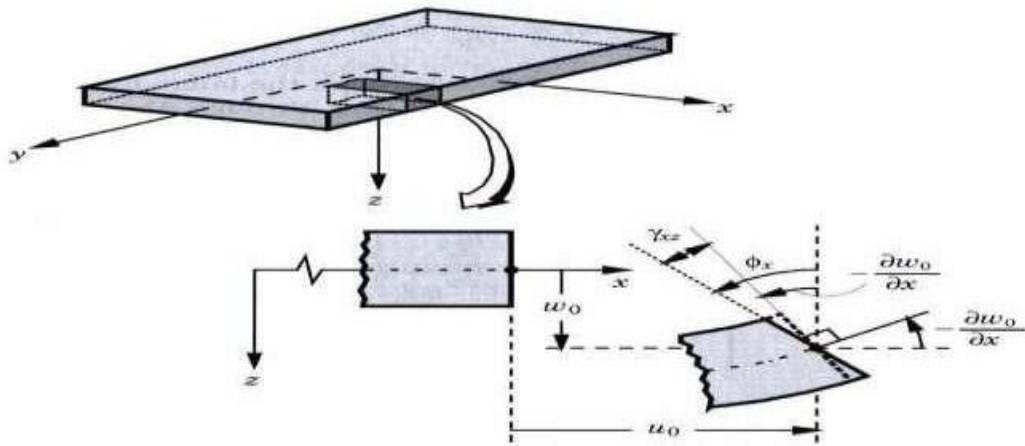
Ces théories tiennent compte des effets du cisaillement transverse et introduisent parmi les déplacements inconnus les rotations des normales [59]

**II.6.7.1. Les hypothèses de la Théorie de Mindlin- Reissner :**

- Aucune déformation ne se produit dans le plan moyen de la plaque.
- La contrainte normale ( $\sigma$ ) est négligeable devant les autres composantes.
- Toute section droite et perpendiculaire à la surface moyenne non-déformée reste droite, mais pas nécessairement perpendiculaire à la surface moyenne déformée.

La dernière hypothèse implique que la déformation de cisaillement transversale est différente de zéro, mais elle dépend également à la contrainte de cisaillement qui est nulle sur les surfaces extérieures puisque la contrainte de cisaillement devient constante suivant toute l'épaisseur de la plaque. Pour compenser cette erreur, Mindlin a proposé un facteur de correction de cisaillement à appliquer pour la force de cisaillement. [64]

**II.6.8. Le champ de déplacements de la théorie FSDT :**



**Figure II .7** Schématisation des déformations dans le cas de Théorie de la Déformation de Cisaillement de Première Ordre (FSDT) [63]

Selon la théorie de Premier Ordre (FSDT) Le champ de déplacements est donné par l’expression suivante :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y) + Z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) + Z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases} \tag{II .61}$$

**Avec :**

- $u_0, v_0$ : sont les déplacements dans le plan (x,y).
- $w_0$ : est le déplacement transverse.
- $\phi_x, \phi_y$  : sont les rotations suivant x et y.

**II.6.8.1. Expression du champ des déformations : [15]**

Le champ des déformations est déduit du champ des déplacements par dérivation comme

Indiqué ci –dessous :

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + Z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + Z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} + 0 \\ \gamma_{xy} = 2\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left[ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right] + Z \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] \\ \gamma_{xz} = 2\epsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{yz} = 2\epsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{cases} \tag{II .62}$$

Le champ des déformations est la superposition entre la déformation en membrane et la déformation en flexion et torsion :

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_f \\ \varepsilon = \varepsilon_m + ZK(x, y) \end{cases} \quad (\text{II.63})$$

**Avec :**

- $\varepsilon_m$  : la déformation en **membrane**.
- $\varepsilon_f$  : la déformation en **flexion et torsion**.

Des déformations de *membrane* :

$$\varepsilon_m + \varepsilon_m(M) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (\text{II.64})$$

En exprimant exclusivement en fonction des déplacements ( $u_0, v_0$ ) dans le plan moyen ( $Oxy$ ) des points de ce plan.

**b) Des déformations en flexion et torsion :**

$$K(x, y) = Z \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (\text{II.65})$$

La matrice  $K(x, y)$  est appelée **matrice des courbures** de la plaque sollicitée en flexion.

**Finalement**, le champ des déformations s'écrit :

$$\varepsilon_m(M) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + Z \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \quad (\text{II.66})$$

$$\varepsilon_m(M) = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (\text{II.67})$$

**c) Le champ des déformations en cisaillement transverse :**

$$\gamma_c(M) = \begin{Bmatrix} k_{yz} \\ k_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.68})$$

Dans la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse, on admet toutefois que le champ est identique dans toutes les couches.

La première approche consiste à admettre que les déformations en cisaillement sont égales aux déformations moyennes  $\phi_{yz}$  ;  $\phi_{xz}$  du stratifié soit :

$$\gamma_c(M) = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.69})$$

**II.6.8.2. Le champ de contrainte :**

A partir de l'équation (II.54) Les contraintes dans une couche k, s'expriment suivante :

$$\sigma_k(M) + \sigma_k(x, y, z) = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right] \quad (\text{II.70})$$

**Ou bien :**

$$\sigma_k(M) = \sigma_k(x, y, z) = Q'_k \varepsilon_m(x, y) + z Q'_k K(x, y) \quad (\text{II.71})$$

A partir de l'équation (II.55) Les contraintes en cisaillement transverse dans la couche k s'expriment comme suivant :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{44} & Q'_{45} \\ Q'_{45} & Q'_{55} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}_k \quad (\text{II.72})$$

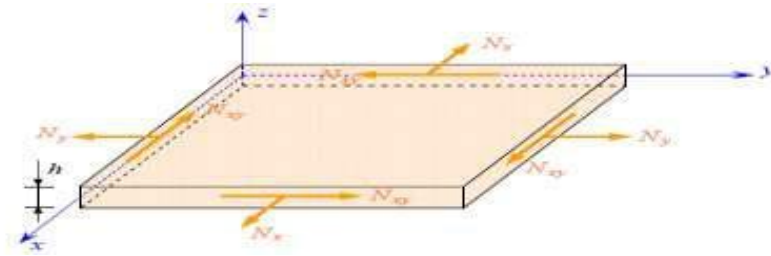
La matrice  $\sigma_k(M)$  Représente la matrice de contrainte dans la couche k :  $h_k \leq z \leq h_{k-1}$ , la matrice de Rigidité réduite  $Q'_k$  varie d'une couche à l'autre.

**II.6.9. Expression des résultantes et des moments : [15]**

**a) Résultantes en membrane :**

$$N(x, y) = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{K=1}^N \int_{h_{K-1}}^{h_K} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_K dz \quad (\text{II.73})$$

$N_x$ ,  $N_y$  et  $N_{xy}$  sont les résultantes par unité de longueur de plaque, successivement contraintes Normales et de contrainte de cisaillement dans le plan (x y). Elles sont Schématisées sur la figure (II .8) :



**Figure II .8 :** Schématisation des résultantes en membrane. [15]

Dans le cadre de la théorie classique des stratifiés. L'expression des résultantes en membrane écrire comme suit :

$$N(x, y) = \sum_{K=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} [Q'_k \varepsilon_m(x, y) + Z Q'_k K(x, y)] \quad (\text{II .74})$$

$$N(x, y) = \sum_{K=1}^N \left[ Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz \right] + \sum_{K=1}^N \left[ Q'_k K(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} z dz \right] \quad (\text{II .75})$$

$$N(x, y) = \left[ \sum_{K=1}^N (h_k - h_{k-1}) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[ \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] K(x, y) \quad (\text{II .76})$$

**Soit, en définitive**

$$N(x, y) = A_{ij} \varepsilon_m(x, y) + B_{ij} K(x, y) \quad (\text{II .77})$$

**Avec :**

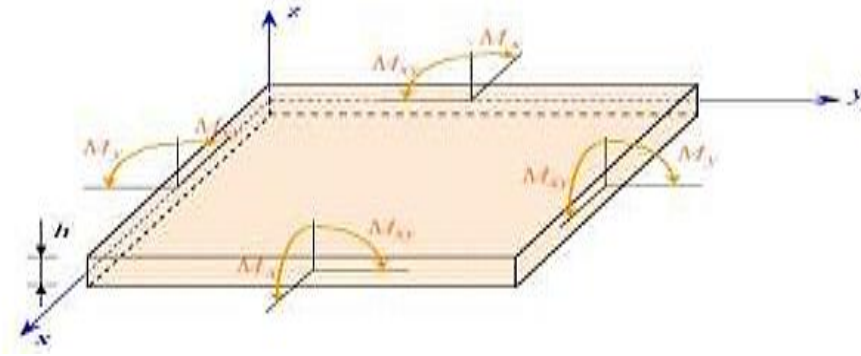
$$A_{ij} = \sum_{K=1}^N (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II .78})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II .79})$$

L'expression développée des résultantes en membre s'écrit donc :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .80})$$

$M_x$  et  $M_y$  sont les moments de flexion suivant les directions  $x$  et  $y$ , et la composante  $M_{xy}$  est le moment de torsion. Ces composantes sont schématisées sur la Figure (II .9).



**Figure II .9 :** Schématisation des moments de flexion et de torsion.[15]

$$M(x, y) = \sum_{K=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} [ZQ'_k \varepsilon_m(x, y) + Z^2 Q'_k K(x, y)] dz \quad (\text{II .81})$$

$$M(x, y) = \sum_{K=1}^N \left[ Q'_k \varepsilon_m(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} Z dz \right] + \sum_{k=1}^N \left[ Q'_k K(x, y) \int_{h_{k-1}}^{h_k} Z^2 dz \right] \quad (\text{II .82})$$

$$M(x, y) = \left[ \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_k \right] \varepsilon_m(x, y) + \left[ \frac{1}{3} \sum_{K=1}^N (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_k \right] K(x, y) \quad (\text{II .83})$$

**Soit; en définitive:**

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^N (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II .84})$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{K=1}^N (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (\text{II .85})$$

L'expression développée des moments s'écrit sous la forme :

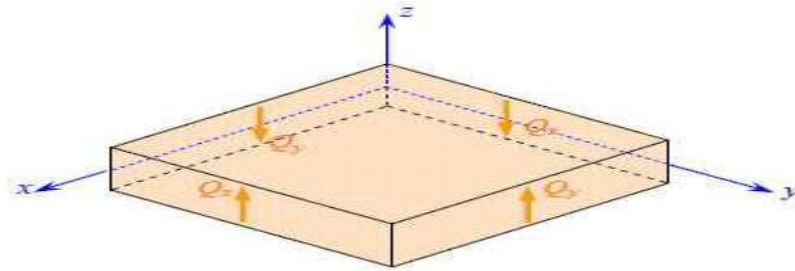
$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{II .86})$$

**d) Résultantes en cisaillement :**

On définit les résultantes en cisaillement de la même façon par :

$$Q(x, y) = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \sum_{K=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix}_k dz \quad (\text{II .87})$$

Comme les résultantes en membrane, les résultantes en cisaillement sont définies par unité de longueur du stratifié. Vois la figure (II .10) :



**Figure II .10 :** Schématisation des résultantes en cisaillement. [15]

Compte tenu des expressions (II.82) et (III. 88), l'équation des résultantes en cisaillement s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & F_{45} \\ F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{XZ}^0 \\ \gamma_{YZ}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II .88})$$

**Avec :**

$$F_{ij} = \sum_{K=1}^N (h_k - F_{k-1})(Q'_{ij})_k \quad (\text{II .89})$$

En modifiée la partie relative aux résultantes en cisaillement transverse et remplaçantes coefficients de rigidité  $F_{ij}$  par de nouveaux coefficients de rigidité en cisaillement  $H_{ij}$  du Stratifié :

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{44}F_{44} & K_{45}F_{45} \\ K_{45}F_{45} & K_{55}F_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{XZ}^0 \\ \gamma_{YZ}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II .90})$$

**Avec :**

$$H_{ij} = K_{ij}F_{ij} \quad (\text{II .91})$$

Les paramètres  $k_{ij}$  sont des facteurs de correction en cisaillement. :

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{XZ}^0 \\ \gamma_{YZ}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II .92})$$



### II.6.10. Équation constitutive :[15]

L'équation constitutive des stratifiés avec cisaillement transverse s'écrit en rassemblant les Résultantes et les moments sous la forme :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & A_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.93})$$

Finalement ; L'équation constitutive peut également être écrite sous forme contractée comme indique ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} N \\ M_f \\ Q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^0 \\ K \\ \gamma_c \end{pmatrix} \quad (\text{II.94})$$

**Avec :**

La matrice A est la matrice de rigidité en membrane.

La matrice D est la matrice de rigidité en flexion.

La matrice B est la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.

La matrice H correspond au comportement de cisaillement transverse.

### II.7. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté le comportement des plaques stratifiées. Ensuite on va voir les différents types des matériaux (anisotropes, orthotropes, transversalement isotropes et Matériaux isotropes).et présente aussi les orientations des fibres dans le repéré local et global. Les théories du comportement mécanique des plaques stratifiée ; Finalement on va présenter les déférentes théories et leurs utilisations ; ont utilisé la théorie classique des stratifiés pour les plaque minces et la théorie de déformation en cisaillement du premier ordre pour les plaques épaisses. Ces théories sont utilisées dans le troisième chapitre pour étudier le phénomène de flambement thermique.

# CHAPITRE III PHENOMENE DE FLAMBEMENT THERMIQUE DES PLAQUES STRATIFIEES

---

## Sommaire

---

III.9. Introduction .....	56
III.10. Définition de flambement.....	56
III.2.3. Flambage mécanique.....	56
III.2.4. Flambage thermique.....	57
III.11. Relations cinématique .....	58
III.2.4. Le champ de déplacement.....	58
III.2.5. Le champ des déformations .....	59
III.2.6. Loi de comportement .....	59
III.12. Energie potentielle.....	61
III.13. Relations cinématique .....	62
III.2.4. Le champ de déplacement.....	62
III.2.5. Le champ des déformations .....	62
III.2.6. Loi de comportement .....	62
III.14. Energie potentielle.....	65
III.15. Convergence de la température critique de flambement.....	66

## Conclusion

---

### III.1. Introduction :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents types de flambement. Ensuite nous avons étudié l'effet de la température (distribution uniforme) sur la stabilité des plaques composites.

### III.2. Définition de flambement :

Le flambement ou le flambage est un phénomène d'instabilité d'une structure, qui soumise à un effort normal de compression, a tendance à fléchir et à se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression [88] voir la figure (III.1)

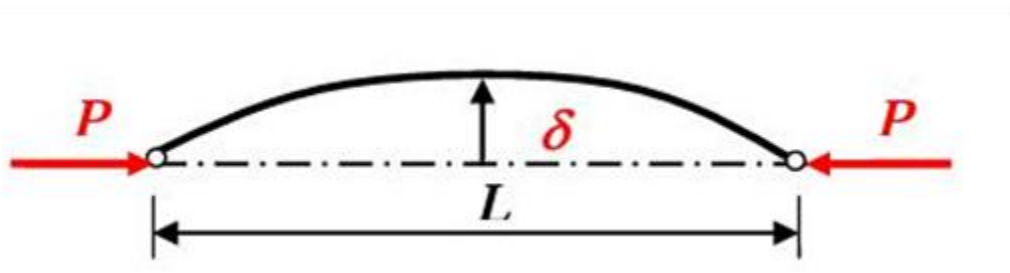


Figure III.1: Schématisation du flambage. [88]

#### III.2.1. Flambage mécanique :

Le flambage est un phénomène d'instabilité. Il peut tout particulièrement être observé pour des structures élancées (faible raideur de flexion) soumises à des contraintes de compression, au-delà d'une certaine valeur, la charge appliquée conduit à un important changement de forme de la structure qui se traduit par l'apparition brutale ou progressive de plis ou d'ondulations. Ce changement de configuration, lié aux effets des non linéarités géométriques, peut s'accompagner ou non de plasticité. La notion de flambage recouvre deux notions distinctes que nous allons préciser celle de bifurcation et celle de point limite.[57]

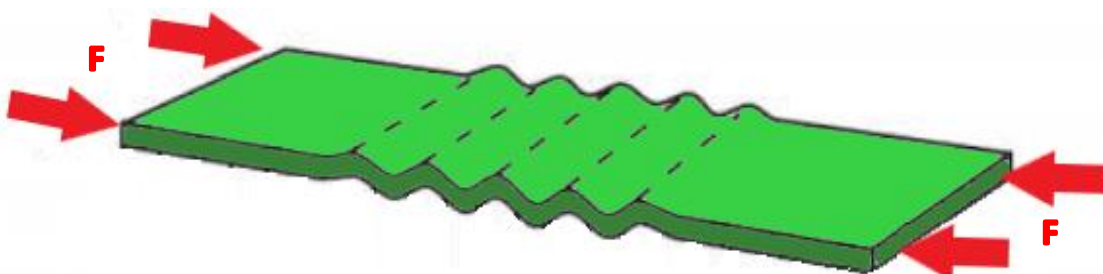


Figure III.2: Schématisation du Flambement mécanique.

### ▪ Flambage mécanique des plaques stratifiées:( approche énergétique)

Les équations constitutives d'une plaque stratifiée expriment les résultantes et moment en fonction des déformations en membrane et de courbures s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad (\text{III .1})$$

Ou sous forme contractée :

$$\begin{bmatrix} N \\ M_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \end{pmatrix} \quad (\text{III .2})$$

Donc l'énergie potentielle totale est :  $V = U - Z$

$$U = \frac{1}{2} \iint \sigma_{ij}^t \varepsilon_{ij} dx dy = \frac{1}{2} \iint \varepsilon_{ij}^t \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \varepsilon_{ij} dx dy = \frac{1}{2} \iint (\varepsilon_m, \varepsilon_f) \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_m \\ \varepsilon_f \end{pmatrix} dx dy \quad (\text{III .3})$$

$$Z_m = -\frac{1}{2} \iint \left( N_x^i \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 + N_y^i \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy}^i \left( \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \right) dx dy = \frac{1}{2} \iint (\varepsilon_{nl}^0)^t \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N \end{Bmatrix} dx dy \quad (\text{III .4})$$

$$\varepsilon_{nl}^0 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \text{ donc : } -\frac{1}{2} \iint (\varepsilon_{nl}^0)^t \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} dx dy = -\frac{1}{2} \iint \left\{ \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad \frac{\partial w_0}{\partial y} \right\} \begin{bmatrix} N_{xx} & N_{xy} \\ N_{xy} & N_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} dx dy \quad (\text{III .5})$$

#### III.2.2.Flambage thermique :

L'effet de la température sur une structure peut se manifester de deux façons. D'une part, les Propriétés élastiques de la structure dépendent de la température, donc la raideur de la structure aussi. En effet, l'augmentation de la température induit, en général, un assouplissement des matériaux et une diminution de la limite élastique. D'autre part, une variation non-uniforme ou rapide de la température, peut donner lieu à des contraintes thermiques, qui peuvent provoquer un flambement thermique.

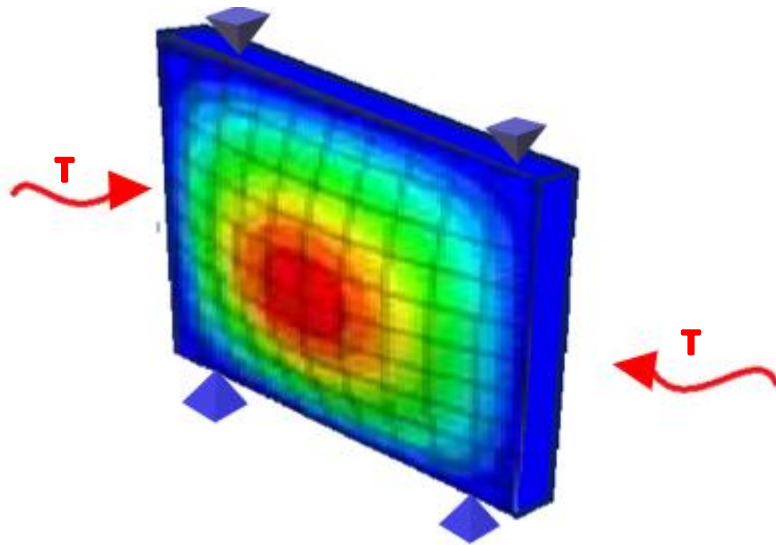
Aussi, pour les vibrations des plaques composites stratifiées soumise à l'effet de la température les fréquences propres de vibration diminuent avec l'augmentation de la température. D'autre part, si la température infligée à la plaque coïncide avec la température critique de flambement les fréquences propres tendent vers zéro. [35]

En plus de la dégradation des propriétés des matériaux, le flambement thermique est probablement le phénomène le plus important issu de l'effet de l'élévation de la température sur les structures à paroi

mince. Il a été reconnu, au début des années cinquante, comme étant l'un des problèmes les plus graves lié à l'échauffement aérodynamique [66].

L'une des causes fondamentales du flambement thermique est le blocage de la dilatation thermique. Sous certaine condition aux limites, une structure ne peut se dilater librement sous une élévation uniforme de la température, ce qui crée des contraintes thermiques capables d'agir comme des forces de compression pouvant nuire à la stabilité de la structure.

La seconde cause du flambement thermique est la variation non-uniforme de la température. En effet, quand une structure uniforme est soumise à un échauffement thermique non-uniforme, ou le contraire, la température varie d'un point à l'autre de la structure. Cette dernière, donne lieu à des contraintes thermiques internes qui peuvent aussi nuire la stabilité de la structure [35].



**Figure III.3:** Schématisation du Flambement thermique.

### III.3. Relations cinématique :

- **Théorie classique des stratifiés :**

#### III.3.1. Le champ de déplacement :

Premièrement, la théorie utilise c'est la Théorie Classique des Stratifiés (CLT), base sur le modèle classique de Kirchhoff. Le champ de déplacement à partir cette théorie est donnée par l'expression suivante :

$$U = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} \\ v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} \\ w_0(x, y) \end{Bmatrix} \quad (\text{III.6})$$

**Avec :**

- $u_0$  Et  $v_0$ : sont les déplacements membranaires de la feuille moyenne.
- $w_0$ : est le déplacement hors plan de la feuille moyenne de la plaque.

**III.3.2. Le champ des déformations :**

Le champ des déformations sont définis par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + Z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \underbrace{\{\varepsilon_L^0 + \varepsilon_{nL}^0\}}_{\{\varepsilon\}} + Z\{K\} \quad (\text{III.7})$$

**III.3.3. Loi de comportement :**

Dans le système de coordonnées locales, les relations contraintes-déformations des fibres d'un stratifié soumis à une variation de température [29], sont définie par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \left( \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (\text{III.8})$$

**Avec :**

- 1 et 2 désigne respectivement la direction longitudinale des fibres et la direction transversale normale aux fibres dans le plan de la plaque.
- $\varepsilon_1^T$  Et  $\varepsilon_2^T$  sont les déformations d'origine thermique et qui sont exprimé par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{Bmatrix} = \Delta T \begin{Bmatrix} \alpha_1(T) \\ \alpha_2(T) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.9})$$

**Avec :**

- $\alpha_1$ : le coefficient de dilatation thermique longitudinal.
- $\alpha_2$ : le coefficient de dilatation thermique transversal.
- $\Delta T$ : la variation de température.

Les composantes de la rigidité  $Q_{ij}$  sont exprimé par :

$$\begin{cases} Q_{11}(T) = \frac{E_1(T)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{11}(T) = \frac{E_2(T)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{12}(T) = Q_{21}(T) = \frac{\nu_{21}E_1(T)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2(T)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{11}(T) = G_{21}(T) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

**Avec :**

$E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}$ , sont les caractéristiques mécaniques d'une couche.

Dans le repère global du stratifié, Les relations contraintes-déformations de la couche "k" sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \left( \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k - \Delta T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k \right) \quad (\text{III .11})$$

Les efforts et les moments de la plaque sont liés aux déformations et aux courbures données par les expressions suivantes :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{Lx}^0 \\ \varepsilon_{Ly}^0 \\ \gamma_{Lxy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{Bmatrix} \quad (\text{III .12})$$

Sous forme contracte :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_L^0 \\ K \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} \quad (\text{III .13})$$

**Avec :**

- [A] : la matrice de rigidité en membrane.
- [B] : la matrice de couplage membrane –flexion torsion.
- [D] : la matrice de rigidité en flexion.

On peut définir par :

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k dz \quad (\text{III .14})$$

$$B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k z dz \quad (\text{III .15})$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k z^2 dz \quad (\text{III .16})$$

En notant par  $\sigma_{ij}$  les contraintes dans le plan, on peut écrire :

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad (\text{III .17})$$

$$M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz \quad (\text{III .18})$$

Les résultats de la force thermique sont données par :

$$M^T = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k \{\Delta T \{\alpha\}^T\} z dz \quad (\text{III .19})$$

### **III.4. Energie potentielle :**

L'énergie potentielle de déformation d'une plaque est donnée par expression suivante :

$$U = \frac{1}{2} \int_v \sigma^T \varepsilon dv \quad (\text{III .20})$$

**Avec :**

V : volume de la plaque.

Il est nécessaire déterminer la distribution des efforts membranaires en résolvant l'équation :

$$F=KX \quad (\text{III .21})$$

**Avec :**

- [K]: La matrice de rigidité globale.
- {X}: Le vecteur des déplacements global.
- {F} : Le vecteur de chargement global.

La valeur propre du phénomène de flambement thermique sont exprimé par la relation suivante :

$$K\Delta + \lambda k_g \Delta = 0 \quad (\text{III .22})$$

**Avec :**

- $\lambda$  : la charge non dimensionnelle de flambement.
- { $\Delta$ }: représente le vecteur modal.
- [K]: la matrice de rigidité globale.
- [ $k_g$ ]: la matrice géométrique globale.



### III.5. Relations cinématique :

#### ▪ Théorie de Déformation en Cisaillement de Première Ordre (FSDT) :

##### III.5.1. Le champ de déplacement :

Deuxièmement, la théorie utilise c'est la théorie de déformations en cisaillement en première ordre (FSDT), Le champ de déplacements de cette théorie est donné par l'expression suivante :

$$\begin{cases} u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) = w_0(x, y) \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

**Avec :**

- $u_0$  Et  $v_0$ : sont les déplacements dans le plan (x,y).
- $w_0$ : est le déplacement transverse.
- $\phi_x, \phi_y$ : sont les rotations suivante x et y.

##### III.5.2. Le champ des déformations :

Le champ des déformations sont définis par :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} + Z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \end{Bmatrix} = \underbrace{\{\varepsilon_L^0 + \varepsilon_{nL}^0\}}_{\{\varepsilon\}} + Z\{K\} \quad (\text{III.24})$$

$$\{\gamma\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

**Avec :**

$\{\varepsilon\}, z\{k\}, \{\gamma\}$  Sont respectivement les vecteurs déformations de membrane, de flexion et de cisaillement transverse.

##### III.5.3. Loi de comportement :

Dans le système de coordonnées locales, les relations contraintes-déformations des fibres d'un stratifié soumis à une variation de température [28], sont données par :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}(T) & Q_{12}(T) & 0 \\ Q_{21}(T) & Q_{22}(T) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(T) \end{bmatrix} \left( \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \quad (\text{III.26})$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}(T) & 0 \\ 0 & Q_{11}(T) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

**Avec :**

- 1 et 2 désigne respectivement la direction longitudinale des fibres et la direction transversale normale aux fibres dans le plan de la plaque.
- $\varepsilon_1^T$  et  $\varepsilon_2^T$  sont les déformations d'origine thermique et qui sont exprimé par :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1^T \\ \varepsilon_2^T \\ 0 \end{pmatrix} = \Delta T \begin{pmatrix} \alpha_1(T) \\ \alpha_2(T) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III .28})$$

**Avec :**

- $\alpha_1(T)$  : le coefficient de dilatation thermique longitudinal.
- $\alpha_2(T)$  : le coefficient de dilatation thermique transversal ;
- $\Delta T$  : la variation de température.

Les composantes de la rigidité  $Q_{ij}(T)$  sont exprimé par :

$$\begin{cases} Q_{11}(T) = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{11}(T) = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{12}(T) = Q_{21}(T) = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66}(T) = G_{21}(T) & Q_{44}(T) = G_{23}(T) & Q_{55}(T) = G_{13}(T) \end{cases} \quad (\text{III .29})$$

Dans le repère global du stratifié, Les relations contraintes-déformations de la couche "k" sont données par :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{21} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{61} & Q'_{62} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}_k - \Delta T \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{pmatrix}_k \quad (\text{III .30})$$

Les résultats en cisaillement sont exprimé comme suit :

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{pmatrix}_k \quad (\text{III .31})$$

Les efforts à mi-plan d'une plaque et les moments sont liés aux déformations et aux courbures par les expressions suivantes :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{Lx}^0 \\ \varepsilon_{Ly}^0 \\ \gamma_{Lxy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \\ M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{pmatrix} \quad (\text{III .32})$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III .33})$$

Sous forme contracte :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_L^0 \\ K \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \end{Bmatrix} \quad (\text{III .34})$$

$$\{Q\} = [H]\{\gamma\} \quad (\text{III .35})$$

**Avec :**

- La matrice A est la matrice de rigidité en membrane,
- La matrice D est la matrice de rigidité en flexion.
- La matrice B est la matrice de couplage membrane-flexion-torsion.
- La matrice H correspond la matrice de cisaillement transverse.

On peut définir par :

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k dz \quad (\text{III .36})$$

$$B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k z dz \quad (\text{III .37})$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k z^2 dz \quad (\text{III .38})$$

$$H_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'_{ij}]_k dz \quad (\text{III .39})$$

En notant par  $\sigma_{ij}$  les contraintes dans le plan, on peut écrire :

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad (\text{III .40})$$

$$M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz \quad (\text{III .41})$$

$$T_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad (\text{III .42})$$

Les résultats de la force thermique est :

$$N^T = \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{\Delta T \{\alpha\}^T\} dz \quad (\text{III .43})$$

Les résultats de moment thermique est :

$$M^T = \int_{-h/2}^{h/2} [Q'_{ij}]_k \{\Delta T \{\alpha\}^T\} z dz \quad (\text{III .44})$$

### III.6. Energie potentielle :

L'énergie potentielle de déformation d'une plaque est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma^T \varepsilon dv \quad (\text{III .45})$$

**Avec :**

V : volume de la plaque.

Il est nécessaire de déterminer la distribution des efforts membranaires en résolvant l'équation :

$$[K]\{X\} = \{F\} \quad (\text{III .46})$$

**Avec :**

- [K]: La matrice de rigidité globale.
- {X}: Le vecteur des déplacements global.
- {F} : Le vecteur de chargement global.

La valeur propre du phénomène de flambement thermique est exprimée par la relation suivante :

$$[K]\{\Delta\} + \lambda[k_g]\{\Delta\} = 0 \quad (\text{III .47})$$

**Avec :**

- $\lambda$  : la charge non dimensionnelle de flambement.
- $\{\Delta\}$ : représente le vecteur modal.
- $[K]$ : la matrice de rigidité globale.
- $[k_g]$ : la matrice géométrique globale.

**III.7. Convergence de la température critique de flambement :**

- **Température critique de flambement avec dépendance à la température :**

Les propriétés matérielles sont exprimées en fonction linéaire de la température et sont données par :

[52]

$$\begin{cases} E_1(T) = E_{10}(1 - E_{11}T) & G_{12}(T) = G_{120}(1 - G_{121}T) & G_{23}(T) = G_{230}(1 - G_{231}T) \\ E_2(T) = E_{20}(1 - E_{21}T) & G_{13}(T) = G_{130}(1 - G_{131}T) & \alpha_1(T) = \alpha_{10}(1 - \alpha_{11}T) \\ & \alpha_2 = \alpha_{20}(1 + \alpha_{21}T) \end{cases} \quad (\text{III .48})$$

**III.8. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons mise en évidence l'effet de la température sur la stabilité des plaques composite stratifiées qui provoque le phénomène de flambement thermique ; Ensuite nous avons basé dans notre étude sur deux théories, premièrement la théorie classique de stratifiées puis la théorie de déformations de cisaillement de premier ordre.

# CHAPITRE IV

---

## MODELISATION DES PLAQUES STRATIFIEES HYBRIDES

### Sommaire

---

I.1. Introduction .....	68
I.2. Présentations du logiciel ABAQUS .....	68
I.3. Les éléments utilisés par ABAQUS .....	68
I.4. Les systèmes d'unités dans le logiciel ABAQUS .....	69
<b>La première partie</b>	
I.5. Étude comparative .....	70
a. Plaques isotrope simplement appuyée .....	70
b. Plaques stratifiées rectangulaires simplement appuyées .....	72
<b>Deuxième partie</b>	
I.6. Etude paramétrique .....	75
IV.6. 1.Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétrique rectangulaire .....	75
IV.6.2. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des Plaques stratifiées hybrides croisées. ....	81

Conclusion

---

## IV.1. Introduction :

Le présent chapitre est consacré à l'étude numérique du flambement thermique des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides minces et épaisses. Pour ce faire un logiciel (ABAQUS) basé sur la méthode élément fin a été utilisée.

Le présent chapitre est divisé en deux parties :

Dans la première partie, nous allons présenter une étude comparative pour vérifiés et valide les résultats de modélisation des plaques isotrope et des plaques composite stratifiées sous l'effet de la température (la distribution uniforme) avec les résultats existant dans les littératures (analytique et numérique) afin de valider notre travail.

Notre modélisation est basée sur les trois éléments d'ABAQUS à savoir :

- STRI65 : élément shell triangulaire à 6 nœuds/5ddlavec intégration réduite
- S4R : élément shell à 4 nœuds avec intégration réduite.
- S8R : élément shell à 8 nœuds avec intégration réduite.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, une étude paramétrique est présentée afin de mieux comprendre le comportement de flambement thermique des plaques composites stratifiées et des plaques composites stratifiées hybride. Dans notre étude, nous prenons en considération l'influence de différents paramètres pouvant affecter la température de flambement thermique des plaques stratifiées hybride, A savoir :

- L'effet du rapport d'aspect ( $a/b$ ).
- Les types des matériaux (T300/5208 Graphite/Epoxy) Ces matériaux sont très largement utilisés dans l'industrie.
- Le rapport d'épaisseur ( $a/h$ ).
- Les conditions aux limites.

## IV.2. Présentations du logiciel ABAQUS :

ABAQUS est un code de calcul par la méthode des éléments finis créé en 1978. Il est avant tout un logiciel de modélisation de problèmes très variés en mécanique. Simuler la réponse physique des structures soumises à des chargements, des températures, des impacts ou autres conditions extérieures, Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants des problèmes linéaires et problèmes non linéaires [89].

## IV.3. Les éléments utilisés par ABAQUS [90] :

On distingue différentes grandes classes d'éléments :

- Les éléments unidimensionnels (1D) : barre ; poutre, rectiligne ou courbe

- Les éléments bidimensionnels (2D) : élasticité plane (contrainte ou déformation plane), plaques en flexion, coques courbes de forme triangulaire ou rectangulaire.
- Les éléments tridimensionnels (3D) : de forme tétraédrique, hexaédrique...etc.
- Les éléments axisymétriques : (pour les pièces présentant une symétrie de révolution au niveau de la géométrie et du chargement).
- Les autres éléments : ressorts, amortisseurs, rigides.

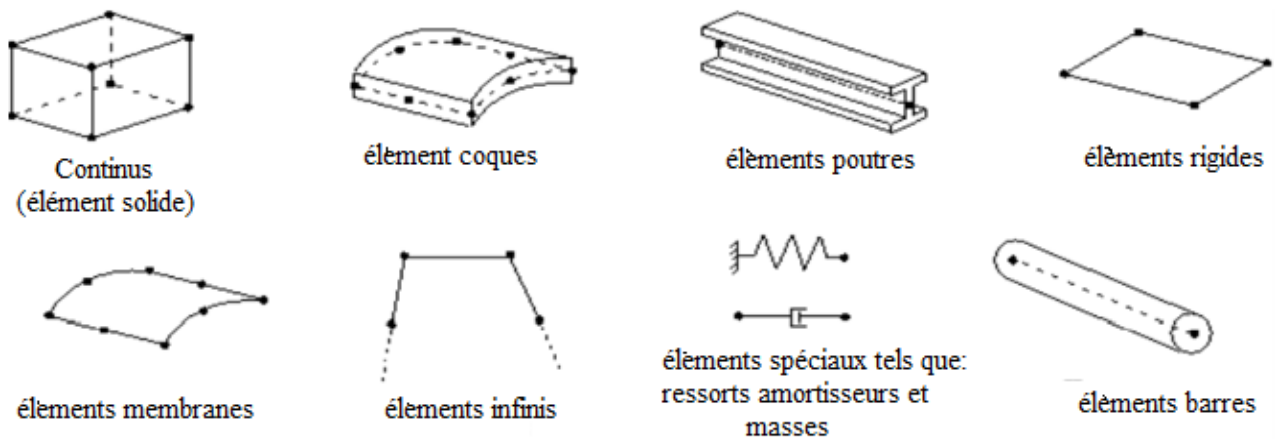


Figure IV.1. Différents types d'éléments disponibles dans la bibliothèque d ABAQUS [90]

#### IV.4. Les systèmes d'unités dans le logiciel ABAQUS : [91]

Avant de commencer à définir un modèle, vous devez choisir le système d'unités que vous utiliserez. ABAQUS n'a pas de système intégré d'unités. Toutes les données d'entrée doivent être spécifiées dans des unités cohérentes dans les résultats qui suivent le système d'unité et base sur SI (mm).

TableauIV.1 : les unités dans ABAQUS [92]

Quantité	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Longueur	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Masse	kg	tonne (10 <sup>3</sup> kg)	slug	lbf s <sup>2</sup> / in
Temps	s	s	s	s
Contrainte	Pa (N / m <sup>2</sup> )	MPa (N / mm <sup>2</sup> )	lbf / ft <sup>2</sup>	Psi (lbf / in <sup>2</sup> )
Energie	J	mJ (10 <sup>-3</sup> J)	ft lbf	in lbf
Masse volumique	kg/m <sup>3</sup>	tonne / mm <sup>3</sup>	slug / ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> / in <sup>4</sup>

TableauIV.2 : les conditions aux limites.



Conditions aux limites	Abréviation	Les retenus aux bords
<b>Simply supported</b>	SSSS	$X \Rightarrow w = \theta_y = 0$ $Y \Rightarrow w = \theta_x = 0$
<b>Encasté</b>	CCCC	$u = v = w = \theta_x = \theta_y = 0$

### La première partie :

#### IV.5. Étude comparative :

##### a. Plaque isotrope simplement appuyée :

Tout d'abord dans ce test ; on considère une plaque isotrope carrée mince, simplement appuyées. Les caractéristiques géométriques et mécaniques de matériau sont présentées dans le tableau (IV.3) :

**Tableau IV.3:** les caractéristiques géométriques et mécaniques d'une plaque isotrope carrée simplement appuyées pour le premier type de matériau [35].

a/b	a/h	E	$\nu$	A
1	100	$1 \cdot 10^6$	0.3	$1 \cdot 10^{-6}$

Après la modélisation de plaque isotrope carrée simplement appuyées avec les trois types d'éléments ABAQUS (STR165 ; S8R et S4R) et avec le maillage (6\*6), nous avons réuni les résultats dans le tableau (IV.3), afin de les comparer avec les résultats suivants :

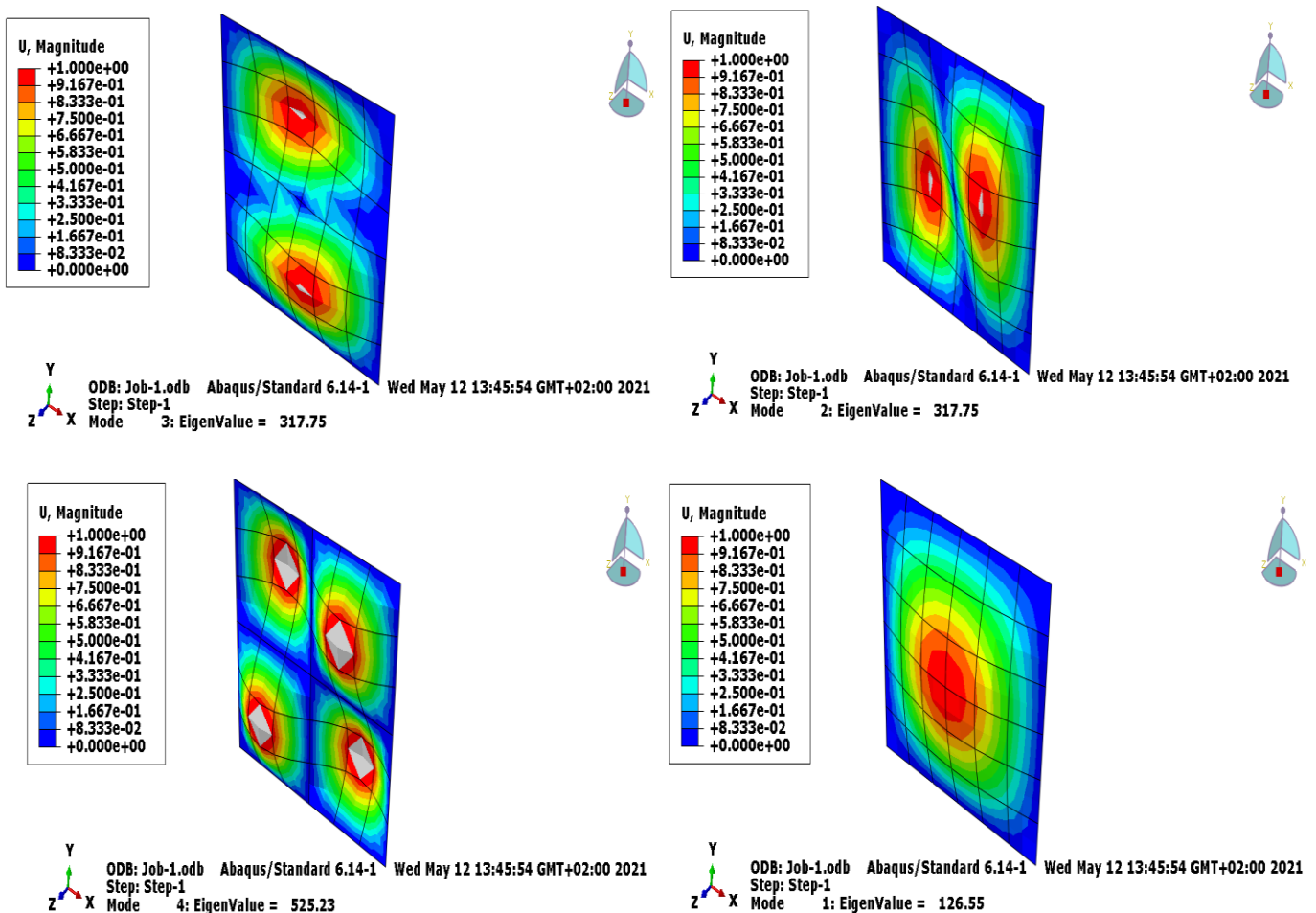
- 1) Shiau et al [93] avec un élément fini triangulaire à 6d/nœud basé sur la théorie classique des stratifiés.
- 2) Zhao et al [94] avec une méthode sans-maillage à 5d/nœud.
- 3) Matsunaga [95] avec une théorie d'ordre supérieur.
- 4) Noor et Burton [96] par une solution tridimensionnelle.
- 5) Ounis houdayfa [35] avec un élément fini combine (élément membranaire iso-paramétrique +élément de type Hermite de haute précision) basé sur la théorie classique des stratifiés.

**Tableau IV.4:** Les températures critiques de flambement d'une plaque carrée isotrope simplement appuyée pour le premier type de matériau.

	Matsunaga [95]	Noor et Burton [96]	Zhao et al [94]	Shiau et al [93]	Ounis.H [35]	Présent S4R	Présent S8R	Présent STRI65
<b>Maillage</b>			(20×20)	(6×6)	(6×6)	(6×6)	(6×6)	(6×6)
<b>Résultat</b>	0.1264	0.1264	0.1271	0.1265	0.1265	0.1326	0.1265	0.1259

D'après le **tableau IV.4**, on voit que les résultats obtenus par la présente modélisation sont en très bon accord avec ceux de la littérature

Nous présentons respectivement les quatre premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée pour élément S8R avec le maillage (6\*6).



**Figure IV.2:** Les quatre premiers modes de flambement thermique de plaque isotrope carrée simplement appuyée

On remarque que les résultats de notre modélisation avec les trois types d'éléments ABAQUS (STRI65 ; S8R ; S4R) pour les plaques isotropes simplement appuyée en bon accord avec les résultats de littérature.

**b. Plaques stratifiées rectangulaires simplement appuyées :**

Dans ce test nous allons modéliser ; des plaques stratifiées symétriques rectangulaire simplement appuyés avec 8 couches, et deux types de stratifications [0/90/90/0] s et [0/45/-45/90] s les propriétés géométriques et mécaniques des plaques sont présentes dans le tableau (IV. 5) :

**Tableau IV.5:** les caractéristiques géométriques et mécaniques des plaques stratifiées symétrique simplement appuyés [97].

A	b	h	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	G <sub>12</sub>	$\alpha_1(1/F^\circ)$	$\alpha_2(1/F^\circ)$
15	12	0.048	$22.5 \times 10^6$	$1.17 \times 10^6$	$0.66 \times 10^6$	-0.04 $\times 10^{-6}$	$16.7 \times 10^{-6}$

Après la modélisation des plaques stratifiées symétrique rectangulaire simplement appuyées avec les trois types d'éléments ABAQUS (S8R, S4R et STRI65) et avec les quatre types de maillage (12\*12). Nous avons réuni les résultats dans le tableau (IV.6), Afin de les comparer avec les résultats suivants :

- 1) Yucheng Shi, Shiau et al [97,93] avec un élément fini basé sur la théorie classique des stratifiées
- 2) Ounis houdayfa [35] avec un élément fini combine (élément membranaire iso-paramétrique + élément de type Hermite de haute précision) basé sur la théorie classique des stratifiées.

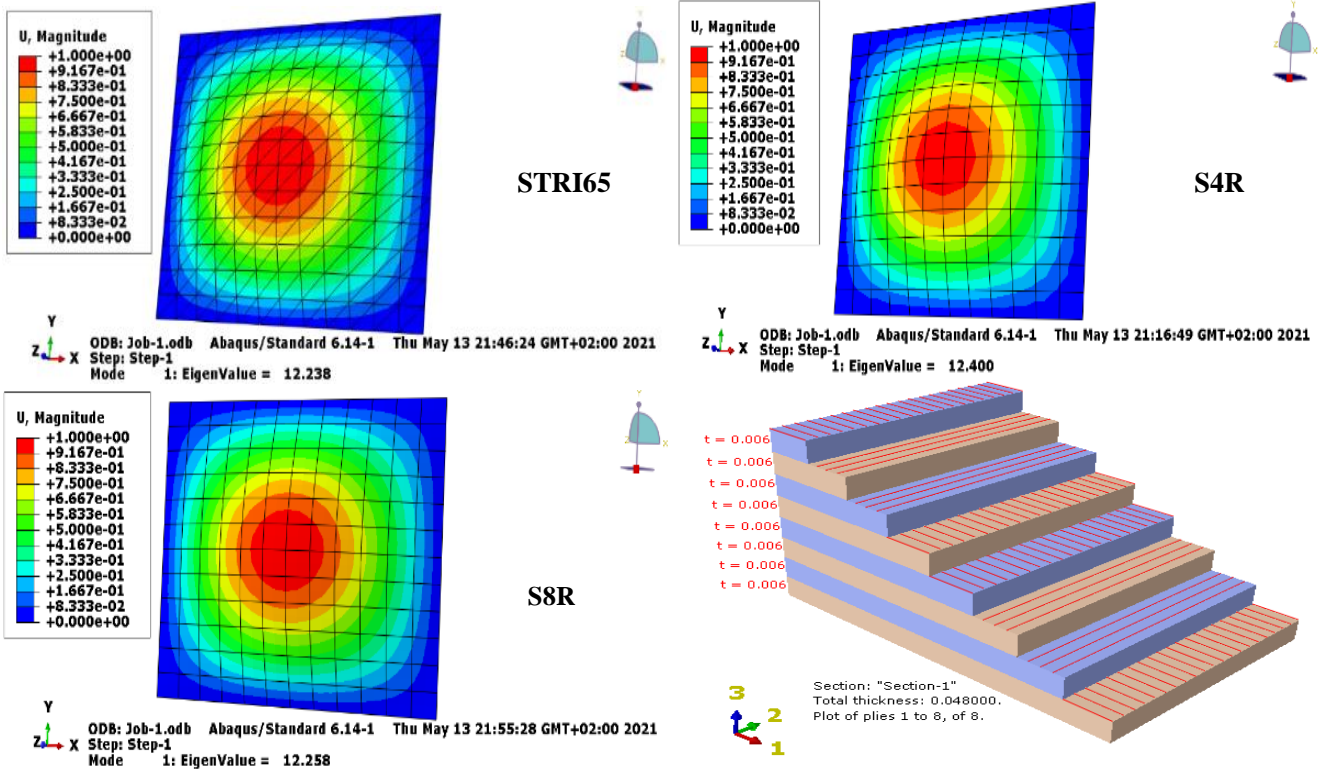
**Tableau IV.6:** Les températures critiques de flambement des plaques stratifiées symétrique rectangulaire simplement appuyées.

Orientation	Maillage	Yucheng Shi [97]	Shiau et al [93]	Ounis.H [35]	Présent S4R	Présent S8R	Présent STRI65
[0/90/90/0] s	(12×12)	12.26	12.2610	12.2612	12.400	12.258	12.238
[0/45/-45/90] s	(12×12)	13.71	13.7519	13.7357	13.896	13.740	12.720

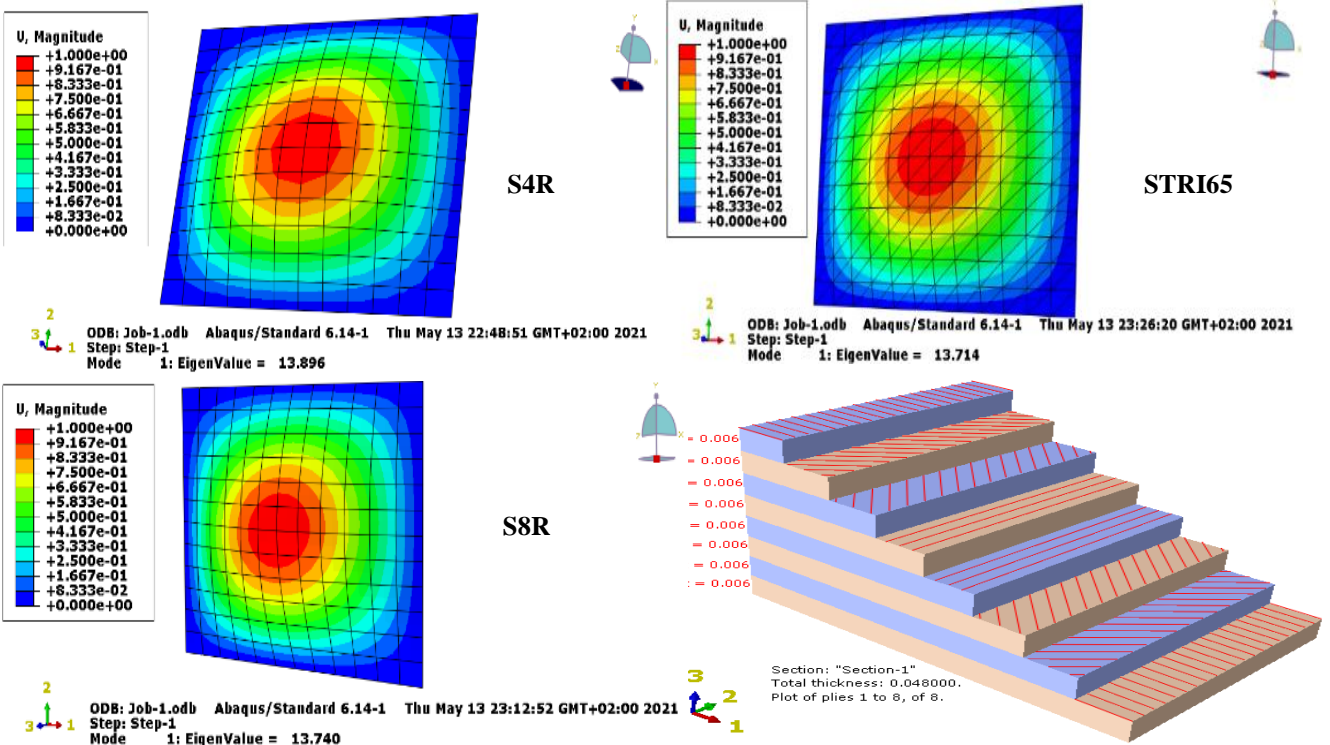
On observe que les résultats de notre modélisation avec les trois types d'éléments ABAQUS (STRI65 ; S8R et S4R) pour les plaques stratifiées simplement appuyée [0/90/90/0] s et [0/45/-45/90] s en bon accord avec les résultats de littérature.

Nous présentons respectivement les modes de flambement thermique de plaque stratifiée symétrique rectangulaires simplement appuyés pour les trois types d'éléments ABAQUS avec le maillage (12\*12).

[0/90/90/0]<sub>s</sub>



[0/45/-45/90]<sub>s</sub>



**Figure IV.3:** Les modes de flambement thermique avec les trois types d'éléments ABAQUS et la présentation graphique de plaque stratifiée symétriques rectangulaire simplement appuyés.

Après avoir vérifié la validation des éléments (S8R, STRI65 et S4R) et assuré son fonctionnement on note que :

Les résultats de l'élément Shell à 4 nœuds éloignés par rapport les résultats des éléments (S8R et STRI65) à cause de faible conception ; et demander beaucoup raffinement pour atteindre des bons résultats. Les résultats des éléments (S8R et STRI65) très proche par rapport les résultats analytiques et numériques donc dans la suite de ce chapitre nous allons basée sur les éléments :

- STRI65 : pour les plaques minces.
- S8R : pour les plaques épaisses.

Maintenant, nous allons passer à l'étude paramétrique pour savoir et détermine l'effet de différents paramètres ; le but de cette manipulation est de découvrir et déterminer l'impact de chaque paramètre sur le comportement de flambement thermiques des plaques composites stratifiées hybrides.

## Deuxième partie :

### IV.6. Etude paramétrique :

#### IV.6. 1. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés et symétrique :

Dans cette étude nous nous sommes intéressés à étudier l'effet de la géométrie de la plaque stratifiée hybride croisée sur les températures critiques de flambement ; on a considéré plusieurs rapports d'aspect ( $a/b=1\dots4$ ), avec  $a/h = 100$  (plaque mince), 8 couches, maillage ( $10*10$ ), deux types de stratifications  $[90_2/0_2]_s$ ,  $[0_2/90_2]_s$ , deux types de conditions aux limites (simplement appuyé et encasté) et trois types de matériaux :

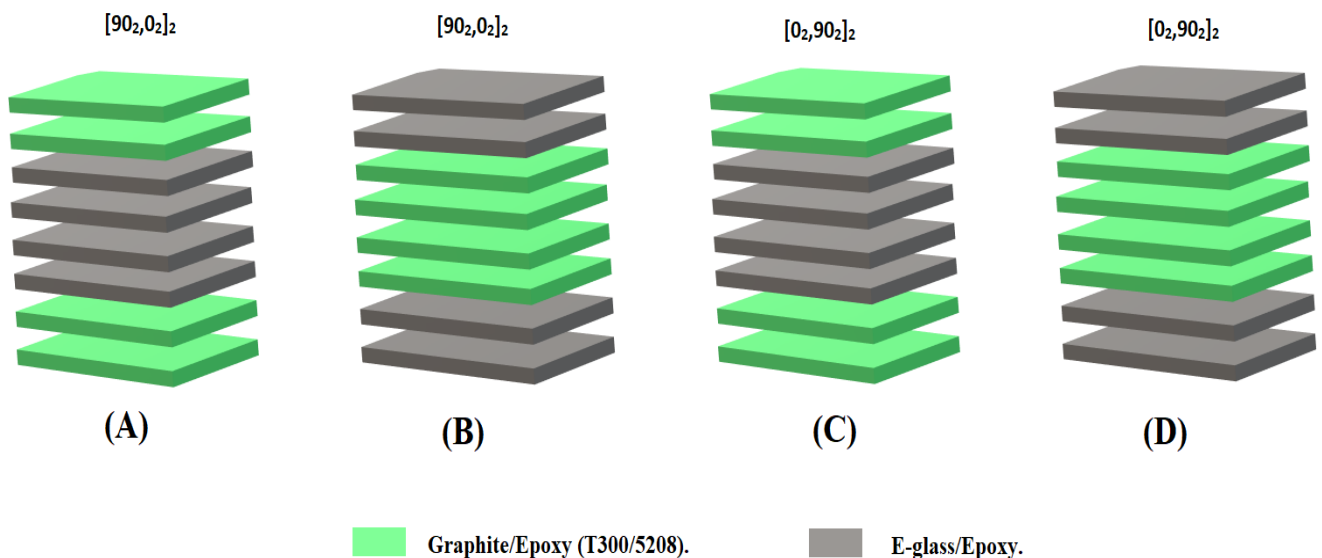
- Graphite/Epoxy (T300/5208).
- E-glass/Epoxy.
- Hybrides (T300/5208 + E-glass/Epoxy).

**Tableau IV.7 :** Propriétés des matériaux T300/5208 et E-glass/Epoxy [35].

types de matériaux	$E_1$	$E_2$	$G_{12}$	$\nu_{12}$	$\alpha_1(10^{-6}/C^\circ)$	$\alpha_2(10^{-6}/C^\circ)$
T300/5208	181	10.3	7.17	0.28	0.02	22.5
E-glass/Epoxy	53.4	17.9	8.6	0.25	6.3	20.5

Selon le tableau (IV.7) on note que :

- ❖ le matériau **T300/5208** contient des propriétés mécaniques élevées.
- ❖ le matériau **E-glass/Epoxy** contient des propriétés mécaniques faibles par rapport à le matériau **T300/5208**.
- ❖ La figure. IV4 présente les quatre modèles des plaques stratifiées hybrides : modèle a, b, c et d avec les deux types d'orientations  $[0_2.90_2]_s$  et  $[90_2.0_2]_s$ .



**Figure IV.4:** Les quatre modèles des plaques stratifiées hybrides.

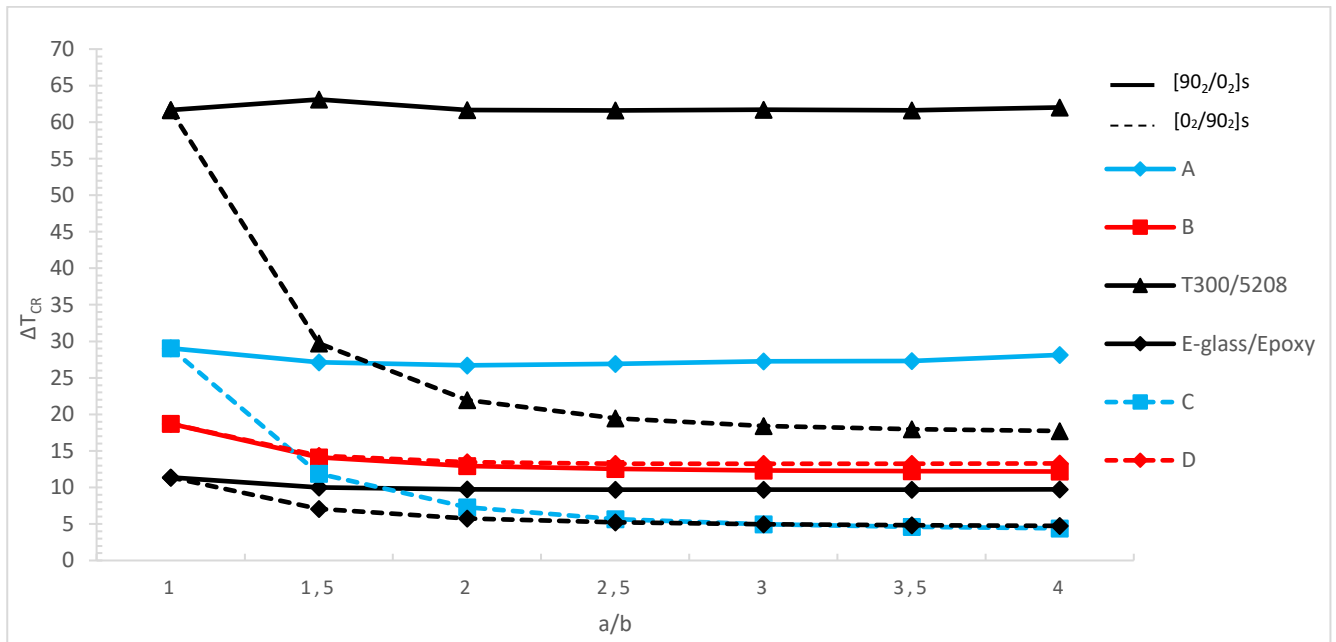
Après la modélisation des plaques stratifiées hybrides symétrique rectangulaire simplement appuyées avec le type d'élément **ABAQUS (S8R)**. Nous avons réuni les résultats dans le tableau (IV.8) et le tableau (IV.9), Afin de les comparer avec les résultats des plaques stratifiées.

#### IV.6.1. 1. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés simplement appuyée (SS) :

Le tableau IV.8 présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement (**T<sub>cr</sub>**) des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés symétrique simplement appuyées avec les deux orientations [90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub> et [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>.

**Tableau IV.8 :** Température critique des plaque stratifiées et stratifiées hybrides simplement appuyées (SS).

a/b	[90 <sub>2</sub> /0 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>				[0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>			
	Stratifié hybride		Stratifié		Stratifié hybride		Stratifié	
	Model A	Model B	T300/5208	E-glass/Epoxy	Model C	Model D	T300/5208	E-glass/Epoxy
1	29.050	18.719	61.664	11.374	29.050	18.719	61.664	11.374
1.5	27.125	14.104	63.106	9.9978	11.873	14.351	29.711	7.0454
2	26.711	12.938	61.668	9.7473	7.2711	13.456	21.979	5.7611
2.5	26.893	12.520	61.602	9.7013	5.6669	13.261	19.448	5.2366
3	27.267	12.332	61.721	9.7004	4.9654	13.238	18.435	4.9757
3.5	27.322	12.233	61.617	9.7094	4.6068	13.257	17.967	4.8279
4	28.162	12.175	62.034	9.7194	4.4016	13.285	17.725	4.7362



**Figure IV. 5 :** Effet du rapport d'aspect  $a/b$  sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétriques rectangulaires simplement appuyées (SS).

La figure IV. 5 montre l'effet du rapport d'aspect ( $a/b$ ) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et stratifiées hybrides simplement appuyée (SS). Pour ce cas de condition aux limites ainsi que pour les deux types de stratifiées (stratifiées et stratifiées hybrides), On remarque qu'avec le rapport d'aspect  $a/b=1.0$ , et pour les deux stratifications et les quatre modèles des stratifiées hybrides donnent la températures critiques la plus élevée, cela est dû à la symétrie des conditions aux limites ainsi que la géométrie. On remarque aussi qu'avec l'orientation  $[90_2/0_2]_s$ , les températures critiques de flambement sont légèrement affectées par l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ), alors que pour le  $[0_2/90_2]_s$  les températures critiques de flambement diminues avec l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ). Ceci peut être expliqué par le fait qu'avec la  $[90_2/0_2]_s$ , on obtient une succession de couches ayant une orientation ( $0^\circ$ ) dans le plan moyen. Comme cette orientation est parallèle au sens de l'allongement ( $a$ ), celle-ci peut augmenter la résistance de la plaque face à ce dernier.



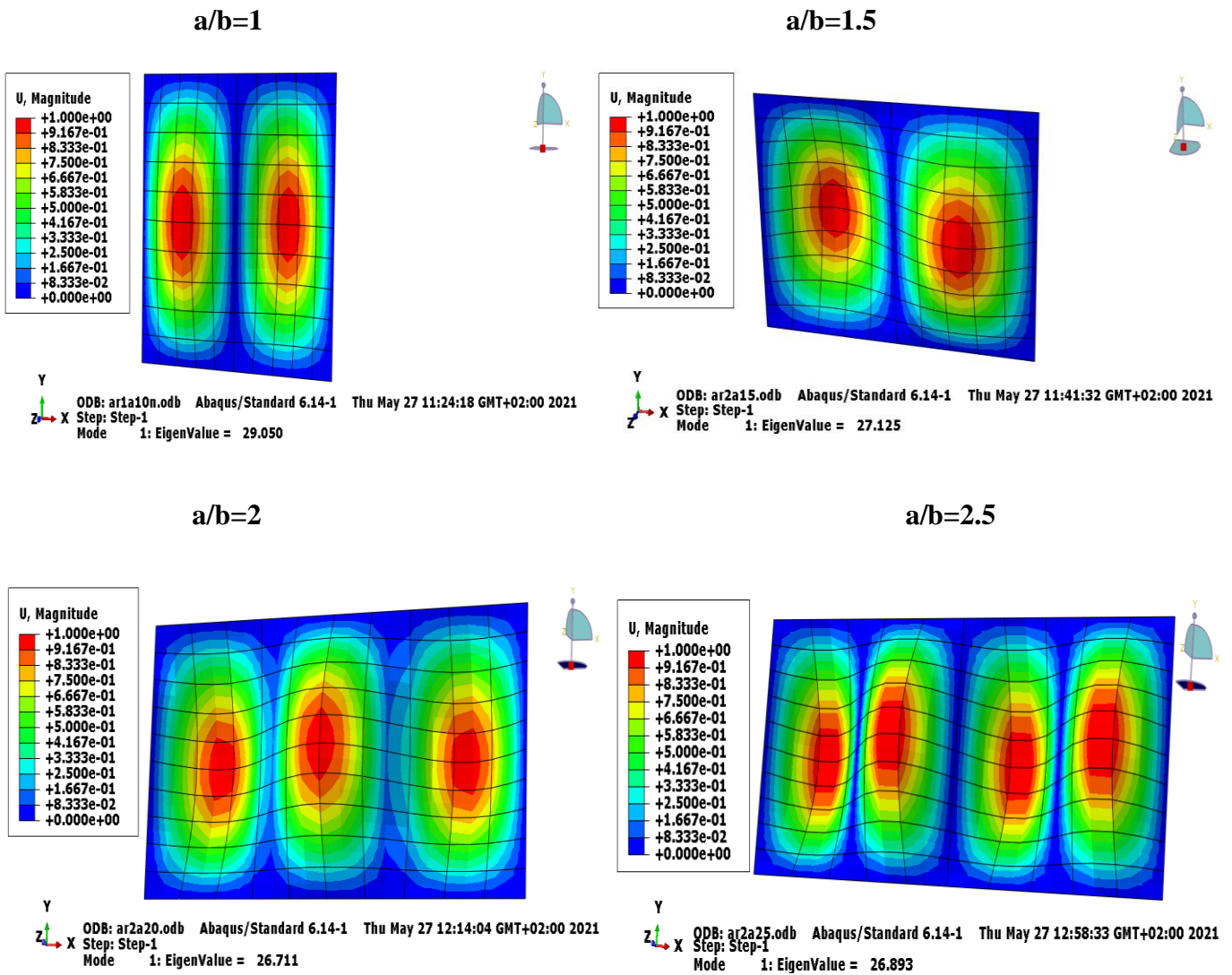


Figure IV. 6 : Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'aspect  $a/b$  simplement appuyée (SS).

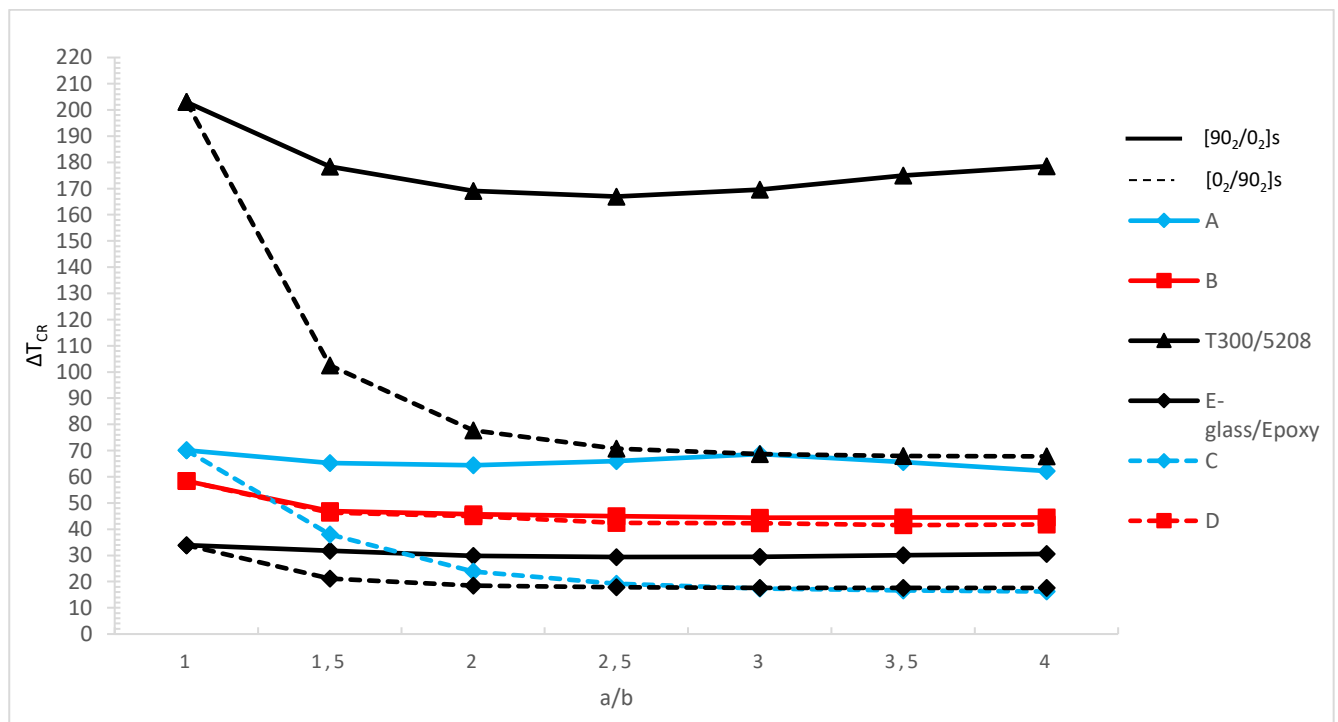
#### IV.6.1. 2. Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride symétrique rectangulaire encadrée.

Le tableau IV.9 présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement ( $T_{cr}$ ) des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés symétrique encadrée (CC) avec les deux orientations  $[90_2/0_2]_s$  et  $[0_2/90_2]_s$ .

**Tableau IV.9 :** Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides symétrique encadrée (CC).

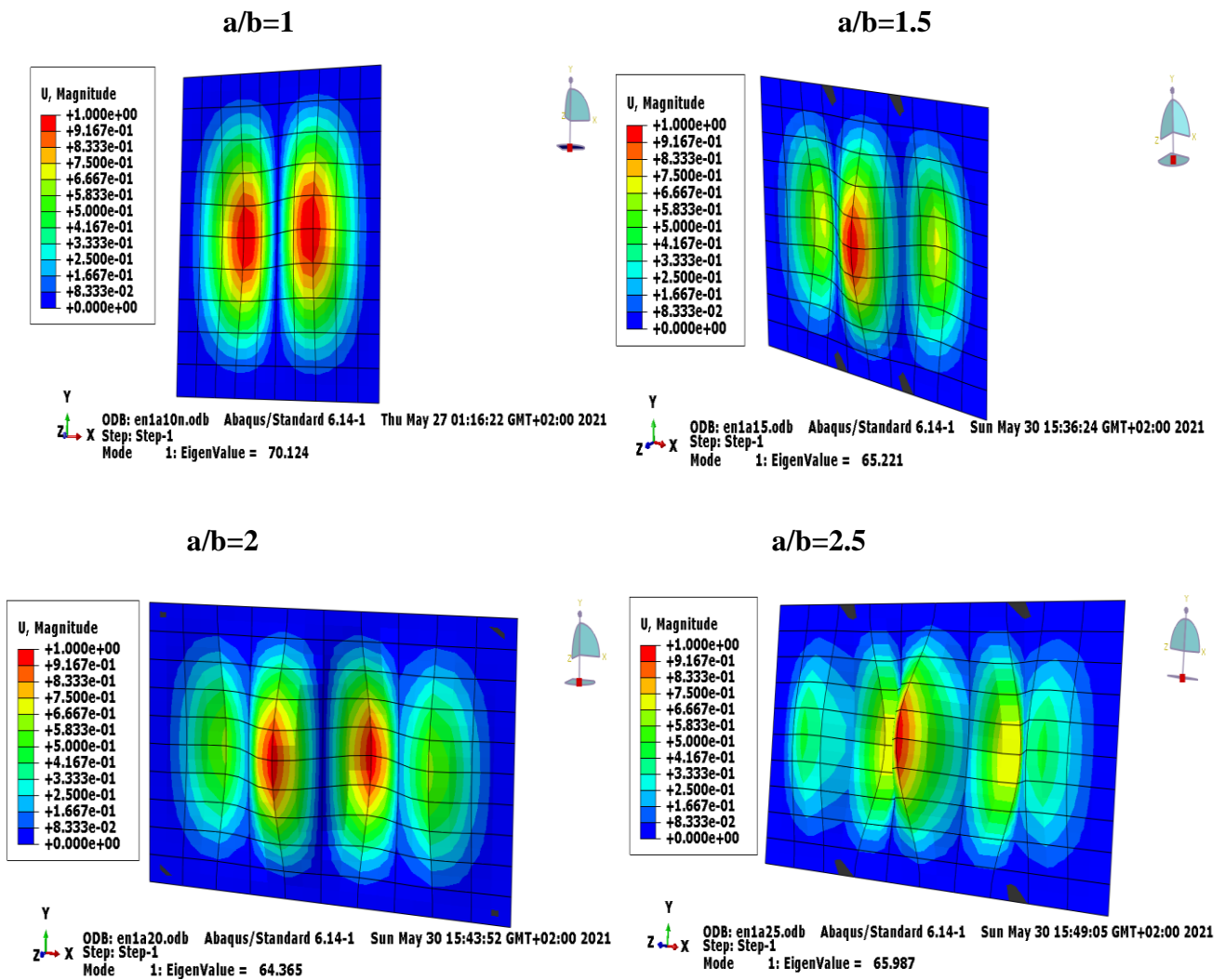
a/b	$[90_2/0_2]_s$				$[0_2/90_2]_s$			
	Stratifié hybride		Stratifié		Stratifié hybride		Stratifié	
	Model A	Model B	T300/5208	E-glass/Epoxy	Model C	Model D	T300/5208	E-glass/Epoxy
1	70.124	58.413	203.02	33.911	70.124	58.413	203.02	33.911
1.5	65.221	46.925	178.40	31.747	37.961	46.340	102.48	21.150
2	64.365	45.655	169.10	29.789	23.826	44.958	77.700	18.498
2.5	65.987	44.943	166.95	29.395	19.223	42.451	70.805	17.818
3	68.710	44.391	169.55	29.456	17.432	42.281	68.657	17.632
3.5	65.642	44.460	174.91	30.020	16.627	41.558	67.978	17.588
4	62.204	44.474	178.48	30.602	16.223	41.744	67.796	17.587

Les résultats obtenus par notre modélisation sont présentés dans la figure suivante (Figure IV.8) :



**Figure IV.7 :** Effet du rapport d'aspect a/b sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides croisées encadrées (CC).

La Figure IV.7 présente l'effet du rapport d'aspect  $a/b$  pour le cas des plaques stratifiées et stratifiées hybrides encastées (CC). Avec ce type de condition aux limites, on remarque que les températures critiques de flambement décroissent avec l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ), pour les deux stratifications et les quatre modèles des stratifiées hybrides. On note aussi que la diminution de la température avec la stratification  $[90_2/0_2]_s$  est plus prononcée qu'au cas du simplement appuyée.



**Figure IV. 8 :** Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'aspect  $a/b$  encastées (CC).

#### IV.6. 2. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des Plaques stratifiées hybride croisées :

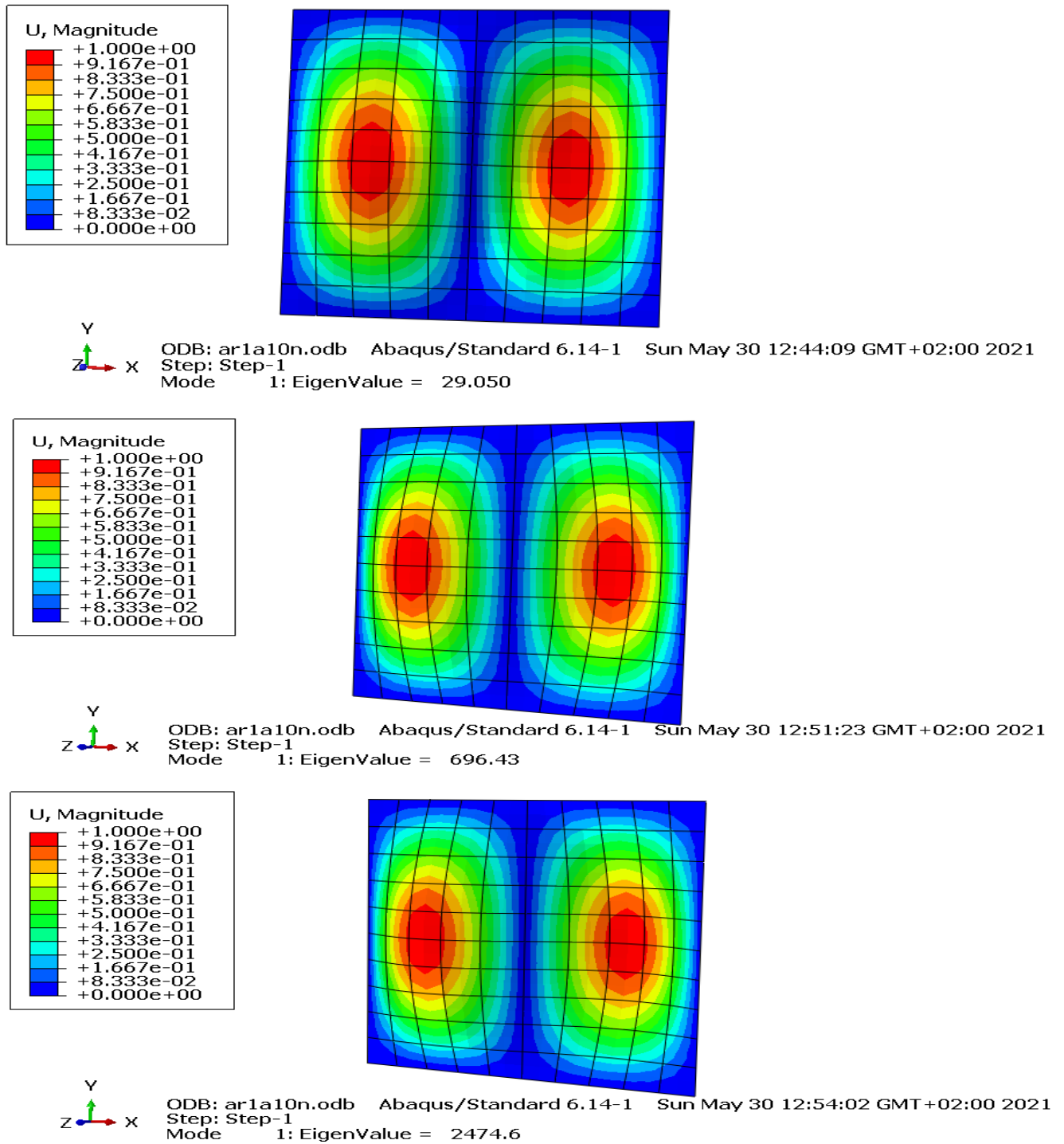
Afin d'étudier l'effet de rapport d'épaisseur (a/h) on considère une plaque carré avec (a/b=1) ; et Plusieurs rapports d'épaisseur (a/h = 100 ; a/h = 20 ; a/h = 10) ; un maillage 10\*10 ; et 8couches, deux types de stratifications [90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub>, [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub> ; sont présentes dans la **Figure (IV.4)** Ainsi que deux types des conditions aux limites (simplement appuyé et encastéré) :

##### IV.6.2.1. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés simplement appuyée (SS) :

Le tableau **IV.10** présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement (T<sub>cr</sub>) plaques stratifiées hybride croisés symétrique **simplement appuyé (SS)** avec les deux orientations [90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub> et [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>.

**Tableau IV.10** : Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybride croisées simplement appuyées (SS).

Simplement appuis				
a/h	[90 <sub>2</sub> /0 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>		[0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>	
	Model A	Model B	Model C	Model D
100	29.050	18.719	29.050	18.719
20	696.43	457.00	696.43	457.00
10	2474.6	1703.3	2474.6	1703.3



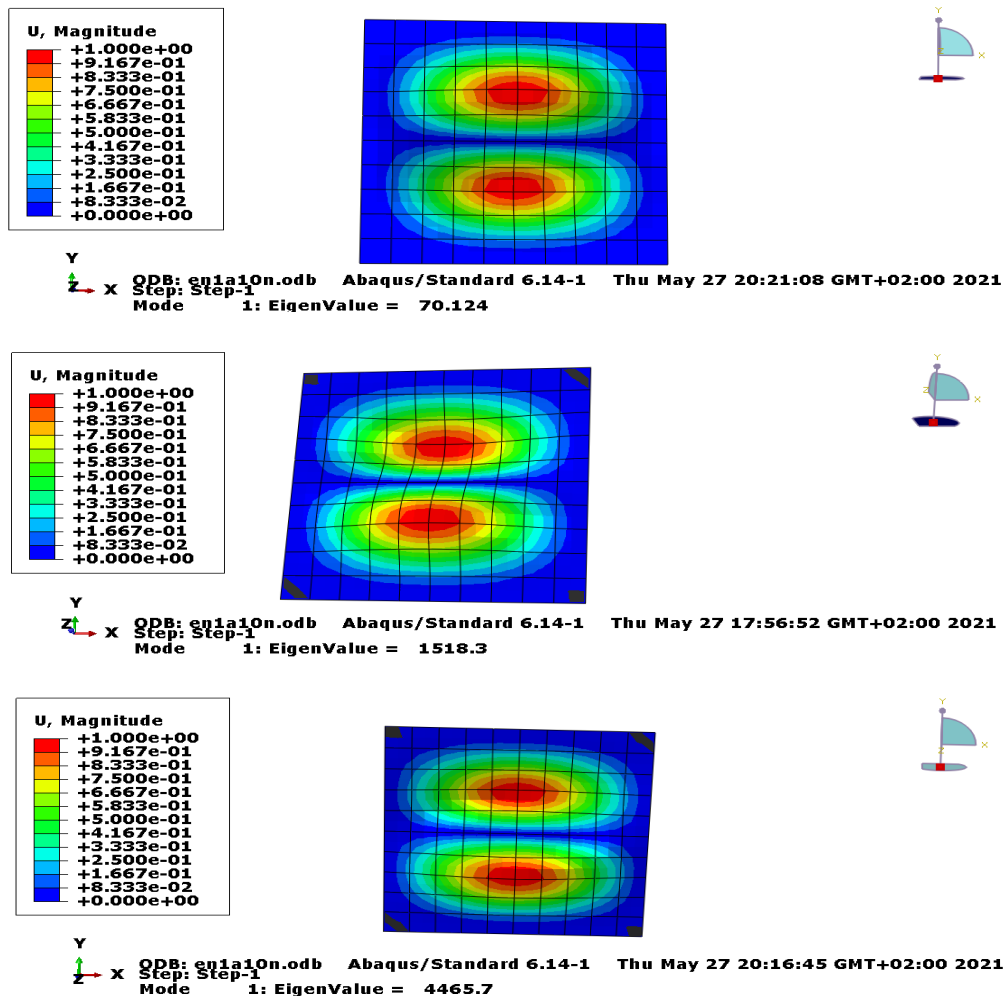
**Figure IV. 9 :** Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'épaisseur (a/h) simplement appuyées (SS).

**IV.6.2.2. Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybride croisés encastré (CC) :**

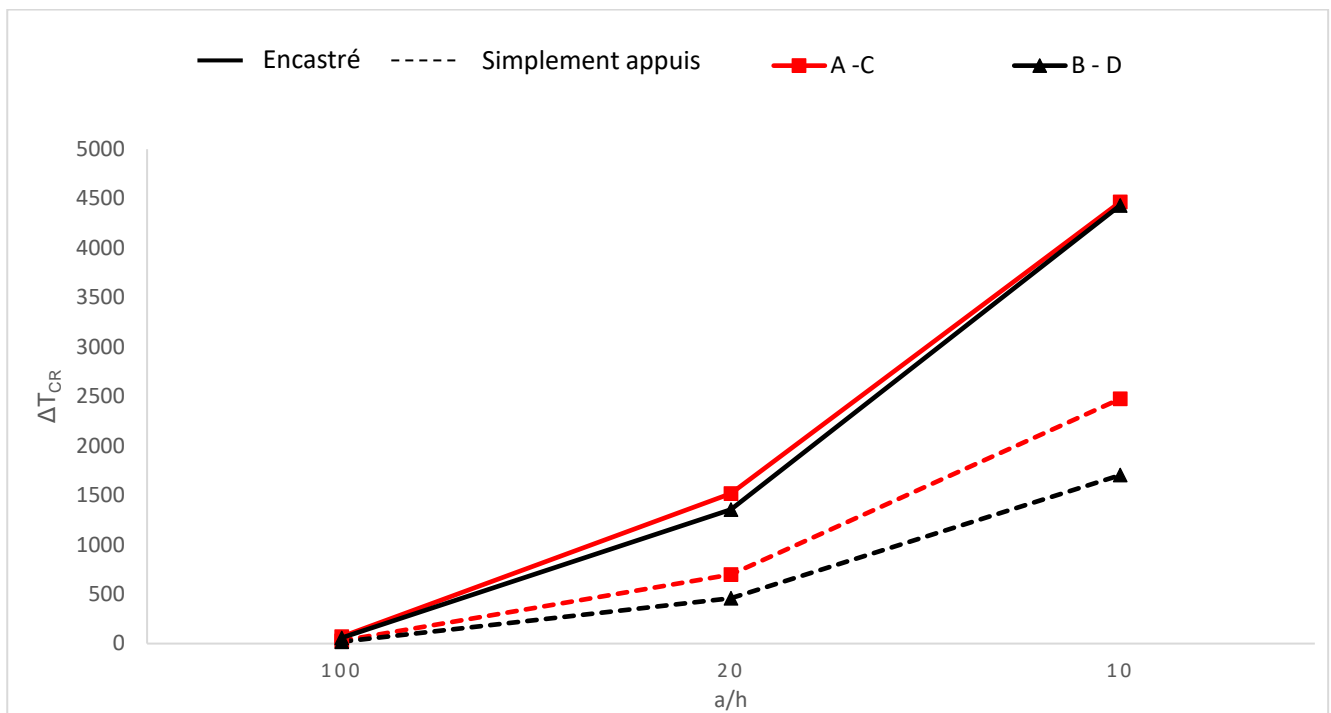
Le tableau IV.11 présente les résultats de notre modélisation de l'Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement (Tcr) plaques stratifiées hybride croisés symétrique encastré (CC) avec les deux orientations [90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]<sub>s</sub> et [0<sub>2</sub>/90<sub>2</sub>]<sub>s</sub>.

**Tableau IV.11 :** Effet du rapport d'épaisseur (a/h) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées et plaques stratifiées hybrides symétrique encastrée (CC).

Encastré				
a/h	[90 <sub>2</sub> /0 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>		[0 <sub>2</sub> /90 <sub>2</sub> ] <sub>s</sub>	
	Model A	Model B	Model C	Model D
100	70.124	58.413	70.124	58.413
20	1518.3	1353.9	1518.3	1353.9
10	4465.7	4432.6	4465.7	4432.6



**Figure IV.10 :** Les modes de flambement d'une plaque stratifiée hybride model (A) pour différents rapports d'épouseur (a/h) encastrée (CC).



**Figure IV. 11** : Effet du rapport d'épaisseur ( $a/h$ ) sur la température critique de flambement des plaques stratifiées hybride croisées simplement appuyée (SS) et encasté (CC).

La figure **IV. 11** montre l'effet du rapport d'épaisseur ( $a/h$ ) sur la température critique de flambement pour les quatre model des stratifiées hybrides croisées simplement appuyée et encasté (CC).

Les résultats de notre modélisation présent que :

- La température critique de flambement augment avec l'augmentation de l'épaisseur des plaques stratifiées hybrides, pour les deux types de conditions aux limites (simplement appuyée et encastre).

Les résultats de model A et C est plus élevés que les résultats de model B et D grasse aux propriétés élevées de la peau (**T300/5208**) par rapport aux propriétés de cœur (**e-glass**), sachant que le phénomène de flambement thermique est flexionnel.

## IV.7. Conclusion :

Le présent chapitre avait pour but d'étudier l'effet des plusieurs paramètres telle que l'effet de rapport d'aspect, l'orientation des fibres, stratifications, les conditions aux limites ainsi que l'effet de rapport d'épaisseur ( $a/h$ ) sur le flambement thermique des plaques stratifiées hybrides.

Pour ce faire une modélisation numérique avec le logiciel ABAQUS a été présentée, trois éléments d'abaque (S4R, S8R et STRI65) sont utilisés. La première partie de ce chapitre a été consacré à la validation de la précision de notre modélisation par le biais de plusieurs tests disponibles dans la littérature. A travers les résultats trouvés, on a vu que notre modélisation présente une bonne précision ainsi qu'une bonne rapidité de convergence.

La deuxième partie de ce chapitre portait sur l'étude paramétrique de comportement de flambement thermique des plaques composites stratifiées minces et épaisses. L'étude consiste des différents paramètres et des différents matériaux telle que : (T300/5208 Graphite/Epoxy, E-glass/Epoxy), et des différentes conditions aux limites.

Les résultats de notre modélisation montrent que :

- Qu'avec le rapport d'aspect  $a/b=1.0$ , et pour les deux stratifications et les quatre modèles des stratifiées hybrides donnent la températures critiques la plus élevée, cela est dû à la symétrie des conditions aux limites ainsi que la géométrie.
- On remarque aussi qu'avec l'orientation [902/02]s, les températures critiques de flambement sont légèrement affectées par l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ), alors que pour le [02/902]s les températures critiques de flambement diminues avec l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ). On remarque que les températures critiques de flambement décroissent avec l'augmentation du rapport d'aspect ( $a/b$ ), pour les deux stratifications et les quatre modèles des stratifiées hybrides.
- On note que la diminution de la température avec la stratification [90<sub>2</sub>/0<sub>2</sub>]s est plus prononcée qu'au cas du simplement appuyée. La température critique de flambement augment avec l'augmentation de l'épaisseur des plaques stratifiées, pour les deux types de conditions aux limites (simplement appuyée et encastre).
- Les résultats de model A et C est plus élevés que les résultats de model B et D grasse aux propriétés élevées de la peau (T300/5208) par rapport aux propriétés de cœur (e-glass), sachant que le phénomène de flambement thermique est flexionnel.



---

# **CONCLUSION GENERALE**

---

## Conclusion générale :

Notre travail avait pour but d'étudier l'effet de la température sur la stabilité des plaques composites stratifiées hybrides en utilisant la méthode des éléments finis, le logiciel « ABAQUS » a été utilisé pour l'analyse du comportement des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides.

La première partie de ce travail portait sur l'étude du flambement thermique des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides. Dans cette partie, nous avons commencé par une synthèse bibliographique sur les origines du flambement thermique ainsi que sur les modèles éléments finis utilisés par les différents auteurs dans l'analyse du flambement thermique des plaques composites stratifiées et stratifiées hybrides. Comme dans tout cas d'utilisation de la méthode des éléments finis, il est nécessaire de vérifier et de valider la précision et les performances de l'élément fini employé, ce qui était l'objet de la deuxième partie de ce travail. Dans cette partie, les éléments d'ABAQUS (**S4R**, **S8R**, et **STR165**) sont confrontés à une série de tests sur le flambement thermique des plaques isotropes et composites stratifiées sous différentes conditions aux limites. Les résultats obtenus ont été comparés avec des solutions analytiques de références, et ceux obtenus par des modèles d'éléments finis basés sur différentes théories. La comparaison a montré que les éléments d'ABAQUS présentent une très bonne précision ainsi qu'une bonne rapidité de convergence. En plus, on a montré à travers une étude paramétrique, l'effet de certains paramètres sur la variation de la température critique de flambement thermique des plaques stratifiées hybrides, tels que le rapport d'épaisseur, les combinaisons de conditions aux limites, le rapport d'aspect, la séquence d'empilement, etc. Dans cette étude deux types de matériaux qui sont très utilisés dans l'industrie ont été considérés, à savoir : le T300/5208 Graphite/Epoxy et le E-glass/Epoxy. Nous avons choisi ces deux types de matériaux pour les raisons suivantes :

- Le T300/5208 présente des propriétés mécaniques élevées.
- L'E-glass/Epoxy présente des propriétés mécaniques faibles.

Le premier effet qui a été abordé dans l'étude paramétrique est l'effet du rapport d'aspect. Pour ce faire, on a considéré deux types de stratification symétrique, à savoir :  $[0_2/90_2]_s$  et  $[90_2/0_2]_s$ . Nous avons remarqué qu'avec le  $[90_2/0_2]_s$ , le rapport d'aspect (a/b) n'a pas d'effets significatifs sur les températures critiques de flambement, alors que pour le  $[0_2/90_2]_s$  les températures critiques de flambement décroissent avec l'augmentation du rapport d'aspect (a/b). D'autre part, nous avons noté que le modèle hybride A, donne des températures critiques de flambement plus hautes que celles du modèle hybride B, C et D.

Le deuxième effet traité dans l'étude paramétrique est celui du rapport d'épaisseur (a/h). Dans cette étude, le T300/5208, l'E-glass/Epoxy et les quatre modèles hybrides A, B, C et D ont été considérés, pour les deux types de stratification  $[0_2/90_2]_s$  et  $[90_2/0_2]_s$ , sous différentes conditions aux limites, SS et CC.

Les résultats de notre modélisation montre que : pour les deux types de stratification  $[0_2/90_2]_s$  ;  $[90_2/0_2]_s$  et pour les quatre modèles hybrides A,B;C et D, La température critique de flambement diminue avec l'augmentation de rapport d'épaisseur.

On peut conclure que les propriétés matérielles et les modèles hybrides jouent un rôle très important dans la détermination de la température critique de flambement.

Comme perspectives à ce travail on propose :

- D'étudier le comportement au flambement des plaques composites stratifiées hybrides avec dépendance des propriétés matérielles à la température.
- D'étudier le comportement au flambement et le post-flambement thermique des plaques stratifiées et stratifiées hybrides sous élévation non-uniforme de la température.
- D'étudier le comportement vibratoire des plaques stratifiées et stratifiées hybrides sous effet de la température.

---

**REFERENCE  
BIBLIOGRAPHIQUE**

---

- [1] Daniel, I.M. and Ori Ishai, *Engineering Mechanics of Composite Materials*, WordUniversité Press Inc, 1994.
- [2] Berthelot, J. M., *Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures*, 4 éditions, 2010.
- [3] LAHOUEL, Bahi-Eddine. *Vibration des plaques composites trouées*. 2015. Thèse de doctorat. Université de Batna 2.
- [4] Mebarki, A. E. (2009), *Mémoire de magistère « Analyse dynamique libre des plaques composites multicouches. »*, Université de Constantine.
- [5] RAHMANE A. (2018), *thèse Doctorat « Etude du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs »*, Université Des Freres Mantouri Constantine 1.
- [6] Nadia BAHLOULI *Cours Matériaux Composites / DESS Mécanique avancée et Stratégie industrielle*.
- [7] Berreur, L, Maillard, B.d, et Nosperger, S. (2002) « *L'industrie française des matériaux composites* », Ministère de l'économie des finances et de l'industrie.
- [8] Djemai, H. (2017), *thèse Doctorat « Contribution à l'étude de l'endommagement dans les matériaux composites sandwichs »*, Université Mohamed Kheider-Biskra.
- [9] Cheridi,H .*Mémoire de magister «analyse dynamique des plaques minces et épaisses :application aux matériaux homogènes et non homogènes»* , Université mentouri-constantine.
- [10] Mettouchi, L. *Mémoire de master « Influence de la charge particule de cuivre et du renfort couches de fibres de verre sur le comportement mécanique d'un composite »*, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- [11] Tegua , M.S.(2015), *Mémoire de magister « Dynamique des structures composites sandwichs »* ,université Mohamed Khider –Biskra.
- [12] BENS Aid, S. (2006), *thèse de doctorat « Contribution à la caractérisation et à la modélisation électromagnétique et thermique des matériaux composites anisotropes »*, Université de Nantes.
- [13] P. Vannucci *Master DSME –Dimensionnement des Structures Mécaniques dans leur Environnement* Université de Versailles et Saint-Quentin-en-Yvelines.
- [14] Khedidja, H. (2009), *mémoire de magister « Etude du comportement mécanique en flexion 3 points d'un matériau composite par les éléments finis »*, Université Badji Mokhtar –Annaba.
- [15] Berthelot, JM. (1999), *Matériaux composites « comportement mécanique et analyse des structures »* (troisième édition). Paris : Technique et Documentation.
- [16] Khechai, A. (2013), *mémoire de master « étude numérique de l'effet de singularités géométrique sur la distribution des contraintes dans les plaques stratifiées »*, Université Mohamed Khider – Biskra.

- [17] Delahaigue, J. (2015), mémoire du diplôme de maîtrise « Influence de la température de coupe sur les propriétés mécaniques en traction uni-axiale d'un composite carbone/époxy et étude de l'usinabilité d'un composite lin/époxy », université du Québec.
- [18] kaskas ,S. (2010), Mémoire de magister « Étude de l'effet du cisaillement transverse sur le comportement mécanique de poutre composites », Université Constantine.
- [19] Horel,F. (2013), mémoire du diplôme de maîtrise «Modélisation analytique de l'amortissement des poutres composites sandwich contenant des couches viscoélastiques » , université de Montréal.
- [20] Y. Swolfs, L. Gorbatikh, and I. Verpoest. Fibre hybridisation in polymer composites : A review. *Composites Part A*, 67 :181–200, 2014.
- [21] Gay, D.(1997) « matériaux composites », Hermes,4 éme éditions.
- [22] Berthelot J. M. Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures. 4éme édition, 2010.
- [23] Jean Marie Berthelot, « matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures » 4eme édition, TEC & DOC 2005.
- [24] J-M. Berthelot. Mécanique des Matériaux et Structures Composites. 2013.
- [25] Boufaida Zakariya , thèse de doctorat « Analyse des propriétés mécaniques de composites taffetas verre/matrice acrylique en relation avec les propriétés d'adhésion des fibres sur la matrice» Université de lorraine.
- [26] Laurin , F. (2013), « Introduction générale sur les matériaux composites ». Onera.
- [27] boussalem, S , Kherrmane ,A. (2018), mémoire de master « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques», université saad dahlab -blida.
- [28] Vannucci, P. (2005) «Matériaux Composites structuraux ». Université de Versailles et Saint Quentin-en-Yvelines, A .U.
- [29] Kaouche, N. (2016), Mémoire de magister « Prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites» .Université d'Oran Mohamed Boudiaf.
- [30] Thangaratnam, K. R., Palaninathan, et Ramachandran, J.(1989), Thermal buckling of composite laminated plates. *Comput. Struct.* 32, 1117-1124.
- [31] Chen, L.-W., et Chen, L.-Y.(1989), Thermal buckling analysis of composite laminated plates by the finite-element method. *J. Therm. Stresses.* 12, 41-56.
- [32] Chen, L.-W., et Chen, L.-Y.(1989), Thermal buckling behavior of laminated composite plates with temperature-dependent properties. *Compos. Struct.* 13, 275-287.

- [33] Chen, L.-W., et Chen, L.-Y.(1990), Thermal buckling analysis of laminated cylindrical plates by the finite element method. *Comput. Struct.* 34, 71-78.
- [34] Shiau, L.-C., Kuo, S.-Y., et Chen, C.-Y.(2010), Thermal buckling behavior of composite laminated plates. *Compos. Struct.* 92, 508-514.
- [35] Ounis, H. (2015), thèse de Doctorat « Etude numérique par éléments finis de l'effet de la température sur la vibration et la stabilité des plaques stratifiées », Université Mohamed Kheider-Biskra.
- [36] Chen, W. J., Lin, P. D., et Chen, L. W. (1991), Thermal buckling behavior of thick composite laminated plates under nonuniform temperature distribution. *Comput. Struct.* 41, 637-645
- [37] Huang, N. N., et Tauchert, T. R. (1992), Thermal buckling of clamped symmetric laminated plates. *Thin Wall. Struct.* 13, 259-273.
- [38] Noor, A. K., et Peters, J. M. (1992), Thermomechanical buckling of multilayered composite Plates. *J. Eng. Mech.* 118, 351-366.
- [39] Prabhu, M. R., et Dhanaraj, R. (1994), Thermal buckling of laminated composite plates. *Computers & Structures* 53, 1193-1204.
- [40] Kant, T., et Babu, C. S.(2000), Thermal buckling analysis of skew fibre-reinforced composite and sandwich plates using shear deformable finite element models. *Compos. Struct.* 49, 77-85.
- [41] Babu, C. S., et Kant, T.(1999), Two shear deformable finite element models for buckling analysis of skew fibre-reinforced composite and sandwich panels. *Compos. Struct.* 46, 115- 124.
- [42] Singha, M. K., Ramachandra, L., et Bandyopadhyay, J.(2001), Stability and strength of composite skew plates under thermomechanical loads. *AIAA Journal* 39, 1618-1623.
- [43] Lee, Y.-S., Lee, Y.-W., Yang, M.-S., et al.(1999), « Optimal design of thick laminated composite plates for maximum thermal buckling load ». *J. Therm. Stresse.* 22, 259-273.
- [44] Prabhu, M. R., et Dhanaraj, R.(1994), « Thermal buckling of laminated composite plates ». *Computers .Structures* 53, 1193-1204.
- [45] Babu, C. S., et Kant, T.(1999), «Two shear deformable finite element models for buckling analysis of skew fibre-reinforced composite and sandwich panels ». *Composite. Structures.* 46, 115-124.
- [46] Kabir, H. R. H., Askar, H., et Chaudhuri, R. A.(2003), « Thermal buckling response of shear flexible laminated anisotropic plates using a three-node isoparametric element ». *Composite. Structures.* 59, 173-187.
- [47] Chang, J.-S.(1990), FEM analysis of buckling and thermal buckling of antisymmetric angle- ply laminates according to transverse shear and normal deformable high order displacement theory. *Comput. Struct.* 37, 925-946.

- [48] Babu, C. S., et Kant, T.(2000), Refined higher order finite element models for thermal buckling of laminated composite and sandwich plates. *J. Therm. Stresses*. 23, 111-130.
- [49] Wu, Z., et Chen, W.(2007), Thermomechanical buckling of laminated composite and sandwich plates using global–local higher order theory. *International Journal of Mechanical Sciences* 49, 712-721.
- [50] Lal, A., Singh, B. N., et Kumar, R.(2009), Effects of random system properties on the thermal buckling analysis of laminated composite plates. *Comput. Struct.* 87, 1119-1128.
- [51] Lee, J.(1997), Thermally induced buckling of laminated composites by a layerwise theory.*Computers & Structures* 65, 917-922.
- [52] Shariyat, M.(2007), Thermal buckling analysis of rectangular composite plates with temperature-dependent properties based on a layerwise theory. *Thin Wall. Struct.* 45, 439-452.
- [53] Kumar, S., et Singh, B.(2009), Thermal buckling analysis of sma fiber-reinforced composite plates using layerwise model. *Journal of Aerospace Engineering* 22, 342-353.
- [54] Nali, P., et Carrera, E.(2013), Accurate Buckling Analysis of Composite Layered Plates with Combined Thermal and Mechanical Loadings. *J. Therm. Stresses*. 36, 1-18.
- [55] Chang, J.-S.(1990), « FEM analysis of buckling and thermal buckling of antisymmetric angle-ply laminates according to transverse shear and normal deformable high order displacement theory ». *Computers. Structure*. 37, 925-946.
- [56] Babu, C. S., et Kant, T.(2000), « Refined higher order finite element models for thermal buckling of laminated composite and sandwich plates ». *J. Therm. Stresses*. 23, 111-130.
- [57] Khadidja B. (2015), Thèse de Doctorat « Détermination Des Charges Critiques De Flambement Des Plaques Composites », Université Djillalili Abes -Sidi Blabbes.
- [58] Ghorab, S. (2005), Mémoire de magister « Comportement viscoélastiques des matériaux orthotropes», Université Mentouri Constantine.
- [59] Tati .A, et Hessini ,M. (2014), « Analyse du comportement de flambage des plaques minces stratifiées en matériaux composites par la méthode des éléments finis». *Courrier du Savoir – N°09, Mars 2009, pp.09-15, 9. Revues.univ-biskra.dz*.
- [60] Chorfi ,S . (2010), Mémoire de Magister «Analyse des plaques orthotropes minces sous l’effet des conditions Extérieures », Université Frères Mentouri Constantine.
- [61] Khechai,A. (2013), mémoire de master « étude numérique de l’effet de singularités géométrique sur la distribution des contraintes dans les plaques stratifiées », Université Mohamed Khider – Biskra.
- [62] Albert William, F. (2010), Thèse de doctorat « Modélisation par éléments finis de plaques composites contribution à l’étude de l’amortissement endommagement et prise en compte d’incertitudes », Université Fédérale d’Uberlândia.



- [63] Reddy, JN. (2004) , « Mechanics of laminated composite plates and shells; theory and analysis». (Second edition). CRC Press.
- [64] Benahmes, A. ( 2018) , Thèse de doctorat «Contribution à l'étude du comportement mécanique des plaques composites en utilisant des théories d'ordre élevé avec un nombre réduit de variable », université Djilali liabes sidi bel Abbas.
- [65] boussalem, S , Khermane ,A. (2018), mémoire de master « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques», université saad dahlab -blida.
- [66] Daikh , A .(2018),thèse de Doctorat « vibration libre et flambement des structures sandwiches en FGM », université Djilali liabes -sidi bel Abbas.
- [67] Bekkouche, N .Kheddaoui, M. (2017), mémoire de master « étude de l'effet de cisaillement transverse sur le comportement mécanique des matériaux composite». UniversitéTahar Moulay – Saida.
- [68] L.Belgacem D.Ouinas.( 2012),thèse de Doctorat « vibration libre et flambement des structures sandwiches en FGM », université Djilali liabes -sidi bel Abbas.
- [69] Benselama kh et al. (2015), mémoire de master « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques», université saad dahlab -blida.
- [70] Cyril Sola (2016), mémoire de master « Contribution à l'étude du comportement en matage, en statique et en fatigue, de stratifiés carbone/époxy », université saad dahlab -blida.
- [71] boussalem, S , Khermane ,A. (2018), mémoire de master « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques», université saad dahlab -blida.
- [72] Bassam Mahmoud (2017), mémoire de master « Modélisation d'impacts sur des stratifiés composites unidirectionnels et hybrides », université saad dahlab -blida.
- [73] C. Audibert et al (2017), mémoire de master « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques », université saad dahlab -blida.
- [74] Tossou E. (2018), thèse de Doctorat « Simulation du comportement mécanique des composites stratifiés en présence des singularités géométriques », université saad dahlab -blida.
- [75] Meriem FEHRI (2018), thèse de Doctorat « comportements mécanique et hydrique des composites renforcées par des fibres naturelles et/ou conventionnelles », université de Caen Normandie.
- [76] Noëlle Edwige Ngoufo Donkeng, Jerome Rousseau, Sebastien Chevalier, Vincent Placet (2019), Caractérisation mécanique de matériaux stratifiés hybrides composites biosourcés/métal pour le mobilier urbain. Comptes Rendus des JNC 21–Bordeaux INP – 1-3.

- [77] Mohamed Ben henni (2019), thèse de Doctorat Contribution à l'étude de la vibration des plaques en matériaux composites sous chargements mécanique et thermomécanique », université de Caen Normandie.
- [78] Vinayak Kallannavar, Balaji Kumaranet et S.C. Kattimani (2020), Effect of temperature and moisture on free vibration characteristics of skew laminated hybrid composite and sandwichs plats. *Thin-Walled Structures* 157, 107-113.
- [79] Ashok Rajpurohit (2020), thèse de Doctorat « Development of advanced carbon/glass fibre based hybrid composites », université de Caen Normandie.
- [80] KuoTian, BoWang, YanZhou and AnthonyM.Waas (2018), Proper-Orthogonal-Decomposition-Based Buckling Analysisand Optimization of Hybrid Fiber Composite Shells. *AIAA JOURNAL*, 10.2514/1. J056920.
- [81] Barai et S. Durvasula. (1992), Vibration and buckling of hybrid laminated curved panels. *Comput. Struct.* 34, 15-27.
- [82] H. Asadi, M. Bodaghi, M.Shakeri and M.M.Aghdam.(2013), An analytical approach for nonlinear vibration and thermal stability of shape memory alloy hybrid laminated composite beams. *Struct.* 42, 454-468.
- [83] Hamed Asadi, Mehdi Eynbeygi and Quan Wang. (2014), Nonlinear thermal stability of geometrically imperfect shape memory alloy hybrid laminated composite plates. *Smart Mater. Struct.* 23, 075012.
- [84] B. HACHEMANE, A. MIR, B. BEZZAZI. (2006), Elaboration et Caractérisation mécanique d'un matériau composite hybride. *Matériaux*. Dijon, 13-17.
- [85] Clement Audibert, Andreani, A.S., Eric Lainé, Jean-Claude Grandidier. (2017), Comportement mécanique d'un composite hybride Kevlar-Lin/Epoxy. *Comptes Rendus des JNC 20 – Ecole des Ponts ParisTech – 28-30.*
- [86] Etonam Tossou et Alexandre Vivet.(2019), Comparaison des performances techniques de composites hybrides carbone/linen fonction de la séquence d'empilement. *Comptes Rendus des JNC 21 - Bordeaux INP*, 1-3.
- [87] Abderrahmane M. (2018), Thèse de Doctorat « Etude de l'effet de la Microstructure Sur le Flambement Thermique des Plaques Fonctionnellement Graduées », Université Djillalili Abes - Sidi Blabbes.
- [88] Makhlof, O., et Mansour ; N. « cour de Résistance des Matériaux RDM-II ».
- [89] PATRICKH ROZICHI. « Formation ABAQUS » Université de Nantes, France, 2007.
- [90] M. SARTOR, « Eléments finis » Notes de cours, Chapitre 01.
- [91] Marc Blétry. Méthodes de caractérisation mécanique des matériaux.2006 2007.
- [92] Abaqus. Une brève introduction. ABAQUS/CAE 6.9.

- [93] Shiau, L.-C., Kuo, S.-Y., et Chen, C.-Y.(2010), « Thermal buckling behavior of composite laminated plates ».Composite. Structures. 92, 508-514.
- [94] Zhao, X., Lee, Y. Y., et Liew, K. M.(2009), « Mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates ».Composite. Structures 90, 161-171.
- [95] Matsunaga, H.(2005), « Thermal buckling of cross-ply laminated composite and sandwich plates according to a global higher-order deformation theory ».Composite. Structures . 68, 439-454.
- [96] Noor, A., et Burton, W.(1992), « Three-dimensional solutions for thermal buckling of multilayered anisotropic plates ». J. Eng. Mech. 118, 683-701.
- [97] Yucheng Shi, R. Y. Y. L. C. M.(1999), « Thermal postbuckling of composite plates using the finite element modal coordinate method ». J. Therm. Stresses. 22, 595-614.

---

# **ANNEXE**

---

## **A.1 : Modélisation sur l'ABAQUS CAE :**

ABAQUS est avant tout un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique et en génie civil. Il est connu et répandu, en particulier pour ses traitements performants de problèmes non-linéaires.

Le cœur du logiciel ABAQUS est donc ce qu'on pourrait appeler son "moteur de calcul". À partir d'un fichier de données qui décrit l'ensemble du problème mécanique, le logiciel analyse les données, effectue les simulations demandées et fournit les résultats dans un fichier. Deux tâches restent à accomplir : générer le fichier de données (cela s'appelle aussi effectuer le prétraitement), et exploiter les résultats contenus dans le fichier (ou post traitement). La structure du fichier de données peut se révéler rapidement complexe : elle doit contenir toutes les définitions géométriques, les descriptions des maillages, des matériaux, des chargements, etc..., suivant une syntaxe précise.

### **A.1.1 : Les principaux Modules d'ABAQUS :**

#### **Les Modules :**

ABAQUS CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient les outils qui sont propres à une partie de la tâche de modélisation.

#### **a) Le module « PART »**

Le module Part permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème, soit en les dessinant dans ABAQUS CAE, soit en les important d'un logiciel de dessin tiers.

#### **b) Le module « PROPERTY »**

Le module Property permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.

#### **c) Le module « ASSEMBLY »**

Ce module permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées global. Un modèle ABAQUS contient un seul assemblage.

#### **d) Le module « STEP »**

Ce module permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.

#### **e) Le module « INTERACTION »**

Grâce ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou autres. Il faut savoir qu'ABAQUS ne

prend en compte que les interactions explicitement définies, la proximité géométrique n'étant pas suffisante.

**f) Le module « LOAD »**

Le module Load permet de spécifier tous les chargements, conditions limites et champs. Il faut savoir que les chargements et les conditions limites sont dépendants des steps, par exemple une force est appliquée au step 1 mais inactive au step 2.

**j) Le module « MESH »**

Ce module contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.

**h) Le module « JOB »**

Une fois que toutes les tâches de définition du modèle ont été réalisées, il faut utiliser le module Job pour analyser ce modèle. ABAQUS va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

**i) Le module « VISUALIZATION »**

Ce module permet de visualiser le modèle et les résultats, les courbes de charges, les déformations...

**g) Le module « SKETCH »**

Ce module permet de créer des formes bidimensionnelles qui ne sont pas associées à un objet. Il peut être utilisé pour des extrusions par exemple.

**A.1.2 : Méthodologie :**

Voici un petit rappel des actions à effectuer pour créer un modèle ABAQUS :

1. Dessiner notre modèle.
  - a. Dessiner le profil 2D de la forme voulue.
  - b. Le développer en 3D.
  - c. Rajouter les détails manquants.
2. Affecter les propriétés à l'objet.
  - a. Créer le matériau.
  - b. Créer les sections sur lesquelles appliquer les matériaux.
  - c. Affecter les matériaux aux sections correspondantes.

3. Assembler le modèle.
  - a. Créer les instances.
  - b. Les positionner dans le repère général.
4. Définir les pas d'analyse.
5. Créer les interactions entre les instances.
  - a. Créer les surfaces.
  - b. Définir les types de contacts.
  - c. Associer des surfaces avec des types de contact.
6. Appliquer les conditions limites et les chargements.
  - a. Définir les pas d'application.
  - b. Définir les types de condition limite ou chargement.
7. Mailler le modèle.
  - a. Partitionner le modèle.
  - b. Choisir les techniques de maillage.
  - c. Choisir les types de maille.
  - d. Discrétiser le modèle.
  - e. Mailler le modèle.
8. Créer et soumettre un travail.
9. Visualiser les résultats.