

#### REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



#### UNIVERSITE LARBI TEBESSI - TEBESSA FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

#### **MEMOIRE**

#### DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN

#### Automatique et Systèmes

#### **THEME**

# Commande Optimale d'un Réacteur Parfaitement Agité CSTR en Utilisant les Algorithmes Génétiques

#### Présenté par le binôme :

- Oussama MENASSEL
- Mohammed Ali ARRIF

#### Devant le jury:

Président : Dr. Tawfik THELAIJIA Maitre de conférences
 Encadreur : Dr. Abdelghani DJEDDI Maitre de conférences
 Examinateur : Dr. Abdelhamid DJARI Maitre de conférences

Année Universitaire 2019 / 2020



### Remerciements

Louange à Allah, le tout puissant, le clément et miséricordieux qui nous a offert l'aide, la patience et le courage pour avoir pu accomplir ce travail.

On tient à remercier Dr. Abdelghani DJEDDI, maitre de conférences à l'université de Larbi Tébessi Tébessa, Ce mémoire a été dirigé par lui, une grande reconnaissance pour son encouragement, et ses précieux conseils durant la période de réalisation de travail.

On tient aussi à remercier les membres du jury pour leur disponibilité et la qualité de leurs remarques.

Nous exprimons toute notre reconnaissance aux personnes qui ont participé de près ou de loin à l'aboutissement de ce mémoire.

Nos remerciements vont aussi à toute l'équipe professorale et technique du département de génie électrique, pour la qualité de l'enseignement et l'ambiance agréable durant ces ans d'études.

# **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail qui présente le fruit de mes ans d'études à mes chers parents qui ont été toujours avec moi pendant les moments les plus durs, le cœur est plein mais la parole est vide pour traduire ce mélange de respect, d'estime, et d'adoration, mais ça me suffit de vous dire : je vous aime,

A mes grands-pères et mes grandes mères, votre tendresse était une inspiration quand je voulais avancer dans la vie,

A tous mes frères et mes vrais amis, je vous remercie de m'avoir soutenu,

A la personne qui était capable d'ouvrir mes yeux vers le sens réel de la vie, de là où je suis maintenant, j'aurai toujours une pensée à toi.

#### Je dédie ce mémoire à :

Ma mère qui a sacrifié pour moi, qui m'a comblé de son amour, qui m'a toujours soutenu et conseillé, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mon éternelle gratitude

Mon père, ce bel homme qui a toujours était, et restera toujours mon exemple et mon idole, à mon super-héros qui a sacrifié tous ce qu'il pouvait pour nous voir heureux, je te remercie pour les valeurs nobles et pour ton éducation.

Mes deux frères Oussama et Amine, ma sœur Rayen, j'aurais besoin de toute une vie pour vous remercier et vous décrire combien je vous aime.

Mohamed Ali ARIF

## Table des matiéres

Liste	des fig	gures	I
Liste	des tal	bleaux	. II
Abrév	iation	s et symboles	. III
Introd	uction	n générale	1
1. G	énéra	lités sur les réacteurs chimiques	
1.1	Int	troduction	4
1.2	De	escription d'un procédé du point de vue de l'automaticien	4
1.3	Dé	éfinition d'un réacteur chimique	4
1.4	Us	sages des réacteurs chimiques	5
1.5	Cr	itères de classification des réacteurs chimiques	5
1	.5.1	Nombre de phases en présence	5
1	.5.2	Mode de fonctionnement	6
1	.5.3	En géométrie	7
1	.5.4	En régime thermique	7
1.6	Do	omaines d'application des réacteurs chimiques	8
1.7	Ty	pes des réacteurs idéaux	9
1	.7.1	Réacteur tubulaire à écoulement piston	9
1	.7.2	Réacteur fermé uniforme	9
1	.7.3	Réacteur continu parfaitement agité	9
1	.7.4	Réacteurs catalytiques (polyphasiques)	10
1.8	Ré	éacteur continu parfaitement agité	10
1.9	Fo	rme typique d'un réacteur chimique CSTR	12
1.10	) Ca	ractéristiques du réacteur chimique CSTR	12
1.11	l Ut	ilisations du réacteur chimique CSTR	13
1.12	2 Co	onclusion	13
2. M	odélis	sation mathématique d'un réacteur chimique parfaitement agité	
2.1	Int	troduction	15
2.2	Me	odélisation des procèdes industriels	15

2.3	Intérêt de la modélisation et la simulation	15	
2.4	Modélisation du réacteur CSTR en boucle ouverte		
2.5	Description du processus	16	
2.6	Modèle mathématique non linéaire du CSTR	17	
2.6	.1 Bilan de masse	18	
2.6	.2 Bilan d'énergie	18	
2.6	.3 Equations d'état	19	
2.7	Représentation d'état du CSTR	20	
2.8	Réponse du CSTR en boucle ouverte	20	
2.9	Linéarisation du modèle non linéaire du CSTR	22	
2.10	Conclusion	26	
3. La c	commande PID classique d'un réacteur chimique CSTR		
3.1	Introduction	28	
3.2	Sécurité des réacteurs chimiques	28	
3.3	Définition de la stabilité d'un réacteur	28	
3.4	Problème de stabilité des réacteurs	29	
3.5	Phénomène d'emballement thermique d'un réacteur	29	
3.6	Objectifs de la régulation	30	
3.7	Régulateur PID	30	
3.7	<u> </u>		
3.7			
3.7	.3 Action dérivée	32	
3.8	Structure du régulateur PID	32	
3.8	.1 Structure parallèle	32	
3.8	.2 Structure série	33	
3.8	.3 Structure mixte	34	
3.9	Méthodes de réglage du régulateur PID	34	
3.9	.1 Méthodes de Ziegler et Nichols (ZN)	34	
3.9			
3.9			
3.10	Critères de performance		
3.1	•		

3.1	0.2 Dépassement	40
3.1	0.3 Temps de réponse	40
3.1	0.4 Temps de montée	40
3.11	Commande PID d'un réacteur chimique CSTR	41
3.1	1.1 La méthode de Ziegler Nichols	41
3.1	1.2 La méthode de Cohen Coon	42
3.1	1.3 La méthode de Broïda	44
3.12	Conclusion	45
4. Cor	nmande optimale d'un réacteur chimique CSTR	
4.1	Introduction	47
4.2	Commande optimale	47
4.3	Commande linéaire quadratique LQ	47
4.3	Principe de la commande LQ à horizon fini	48
4.3	Principe de la commande LQ à horizon infini	50
4.3	Choix des matrices de pondération	51
4.4	Commande LQ d'un réacteur chimique CSTR	52
4.4	.1 Vérification de l'observabilité	52
4.4	-2 Vérification de contrôlabilité	52
4.4	Choix des matrices de pondération	52
4.4	.4 Résultats de simulation	53
4.5	Comparaison entre la commande optimale LQ et la commande PID	54
4.6	Commande linéaire quadratique gaussienne (LQG)	54
4.6	Synthèse d'une commande LQG	55
4.6	Calcul du gain optimal du Filtre de Kalman	56
4.7	Commande LQG d' un réacteur chimique CSTR	58
4.8	Conclusion	60
5. L'o	ptimisation de commande par les algorithmes génétiques	
5.1	Introduction	62
5.2	Définition d'un algorithme génétique	62
5.3	Terminologie	63
5.4	Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique	64
5.4	.1 Concept de base d'un algorithme génétique simple	64

5.4.2 Conception d'un algorithme génétique	66
5.5 Description détaillée et opérateurs génétiques	66
5.5.1 Création de la population initiale	66
5.5.2 Evaluation des individus	67
5.5.3 Codage	67
5.5.4 Fonction d'évaluation	69
5.5.5 La sélection	69
5.5.6 Le croissement	70
5.5.7 La mutation	70
5.5.8 Le remplacement	70
5.6 Choix des paramètres des algorithmes génétiques	71
5.6.1 Taille de la population	71
5.6.2 Taux de croisement	71
5.6.3 Taux de mutation	71
5.7 Optimisation des paramètres d'un régulateur par les algorithmes génétiques	72
5.8 Comparaison de critères de performance PID et PID-GA	73
5.9 Choix des matrices de pondération de la commande LQ par les algorithmes génétiques	74
5.10 Comparaison entre un PID-GA et un LQR-GA	75
5.11 Conclusion	76
Conclusion générale	. 78

### Table des figures

- 1.1 Schéma des différents types de réacteurs
- 1.2 Réacteur chimique agité continu.
- 1.3 Réacteur parfaitement agité CSTR
- 1.4 Forme typique d'un CSTR
- 2.1 Schéma du réacteur chimique avec double enveloppe
- 2.2 Un diagramme schématique du processus
- 2.3 Réponse du CSTR en boucle ouverte (l'allure de concentration)
- 2.4 Réponse du CSTR en boucle ouverte (l'allure de température)
- 2.5 La réponse indicielle de fonction de transfert obtenue par la linéarisation
- 3.1 Schéma fonctionnel d'un régulateur
- 3.2 Structure parallèle d'un régulateur PID
- 3.3 Structure série d'un régulateur PID
- 3.4 Structure mixte d'un régulateur PID
- 3.5 La méthode de la réponse indicielle proposée par Ziegler Nichols
- 3.6 La méthode du point critique proposée par Ziegler Nichols
- 3.7 Modélisation par la méthode de Broïda
- 3.8 Résultat de régulation par un PI ajusté par la méthode de ZN
- 3.9 Résultat de régulation par un PID ajusté par la méthode de ZN
- 3.10 Résultat de régulation par un PI ajusté par la méthode de CC
- 3.11 Résultat de régulation par un PID ajusté par la méthode de CC
- 3.12 Résultat de régulation d'un PID ajusté par la méthode de *Broïda*
- 4.1 Schéma bloc de la commande LQR
- 4.2 Résultat de la commande LQ appliqué sur un CSTR linéarisé
- 4.3 Structure détaillée de commande LQG
- 4.4 Evolution des variables d'états du modèle
- 4.5 Evolution des variables d'états d'observateur
- 4.6 Evolution des variables d'états en boucle fermée
- 5.1 Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique
- 5.2 Un algorithme génétique simple
- 5.3 Codage en réel des chromosomes
- 5.4 Résultat de la commande PID d'un CSTR optimisée par un algorithme génétique.
- 5.5 Résultat de la commande LQ d'un CSTR optimisée par un algorithme génétique

## Liste des tableaux

- 1.1 Classification des réacteurs avec différents modes opératoires
- 2.1 Les paramètres caractérisant un CSTR
- 2.2 Paramètres du CSTR
- 3.1 Réglage des paramètres du PID par la méthode de la réponse indicielle proposée par ZN
- 3.2 Réglage des Paramètres du PID par la méthode du point critique proposée par ZN
- 3.3 Ajustage des paramètres du PID par réglage de Broïda
- 3.4 Réglage des Paramètres du PID par la méthode de Cohen et Coon
- 3.5 Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de ZN
- 3.6 Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de C-C
- 3.7 Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de Broïda
- 4.1 Les performances de régulation par des différentes méthodes
- 5.1 Correspondance des termes des AG et les termes d'optimisation
- 5.2 Les paramètres du régulateur PID optimisé par un algorithme génétique
- 5.3 Critères de performance des régulateurs PI-PID
- 5.4 Performances de régulation par PID-GA et LQR-GA

# Abréviations et symboles

CSTR	Continuous stirred tank reactor
PFR	Plug flow reactor
PH	Potentiel hydrogène
C	Concentration du réactif
rA	Vitesse de réaction pour le réactif A
$\mathbf{K}_0$	reaction rate constant
T	Temperature du réacteur
R E	Contant de gaz parfait
V	Energie d'activation Volume du réacteur
$\overset{\mathtt{v}}{q}$	Débit volumique
$q_c^-$	Débit volumique d'entrée
$C_{p}, C_{pc}$	Les chaleurs spécifiques
U	Coefficient de transfert de chaleur
$\Delta H$	heat of the reaction
$ ho, ho_c$	Densités
$T_{0}$	Temperature d'alimentation
$C_{\scriptscriptstyle A0}$	Concentration
hA	Coefficient de transfert thermique
$T_{0}$	Temperature d'alimention
$T_{C0}$	Température d'entrée de liquide réfrigérant
A	Surface d'échange de chaleur
e	l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de consigne
и	La réponse de régulateur
Y	La sortie du système
$K_p$	Le gain proportionnel du régulateur
$K_{i}$	Le gain intégrateur du régulateur
$K_d$	Le gain dérivateur du régulateur
$T_{i}$	La constante de temps intégrale
$T_d$	La constante de temps dérivée
$K_{C}$	Le gain de régulateur linéaire quadratique
$k_{f}^{}$	Gain d'observateur (filtre de Kalman)
IAE	Integral of Absolute Error
ISE	Integral of Square Error
ITAE	Time multiplied by Absolute Error
ITSE	Time multiplied by Square Error
ZN	Ziegler Nichols
CC	Cohen coon
LQ	Linéaire quadratique

LQRLinear quadratic regulatorLQGLinear quadratic GaussianQ et RMatrices de pondérationjCritère à minimiser $S^{-1}$ L'intégrateur Laplacien

P Solution de l'équation de Riccati

w Bruit d'étatv Bruit de mesure

# Introduction Générale

#### INTRODUCTION GENERALE

Depuis le début d'histoire, on a utilisé les réactions chimiques pour saturer nos besoins quotidiens, reformer les métaux à des instruments et des armes était le premier noyau de développement de génie des procédés, les réactions chimiques évoluées auraient eu besoin d'un conteneur pour les manipuler, ce qui a conduit à l'idée d'inventer un réacteur où la réaction chimique aurait lieu.

De nos jours, les réacteurs chimiques sont les unités les plus influents et les plus importants dont les chimistes pourraient trouver pour assurer les opérations successives, les réacteurs chimiques se différencient au plusieurs types dépendant de leurs classifications. Chaque type est utilisé pour accomplir des tâches bien précises.

Un de ses réacteurs est le réacteur parfaitement agité, en anglais Continuous Stirred Tank Reactor (CSTR), ce réacteur est utilisé de première degré pour le traitement biologique des eaux usées, il désigne un axe de recherche actif pour les automaticiens et les chimistes, à cause de la nécessité de lutte contre la pollution et trouver des autres sources des eaux.

Pour un réacteur (CSTR), il est nécessaire de comprendre ses caractéristiques dynamiques, la bonne compréhension de son principe de fonctionnement sera effectivement utile pour modéliser le système.

L'importance de la modélisation consiste à raisonner le comportement des systèmes pour développer les lois de commande, la théorie du contrôle a été considérablement développé au cours des dernières décennies.

La problématique posée dans ce mémoire est : Comment peut-on améliorer les performances des régulateurs utilisés pour la commande des bioréacteur chimiques CSTR ?

Pour répondre à la problématique posée, on va étudier deux techniques de commandes, la première est basée sur l'utilisation du régulateur PID avec quelques méthodes pour le calcul de ses paramètres. La deuxième technique de commande repose sur l'utilisation de la commande linéaire quadratique, et pour traiter les éventuelles perturbation la commande linéaire gaussienne sera présentée aussi.

Pour améliorer les performances de la technique de commande du CSTR, on va utiliser les Algorithmes Génétiques (GA).

Le reste de ce mémoire sera organisé comme suit :

Dans le premier chapitre, on va donner un bref rappel sur les différents types des réacteurs chimiques avec la concentration sur la présentation du réacteur chimique CSTR.

Dans le deuxième chapitre, on va présenter la modélisation des bioréacteur chimique CSTR avec la linéarisation du modèle obtenu autour d'un point de fonctionnement.

Dans le troisième chapitre, on va présenter la technique de commande basée sur l'utilisation du régulateur PID avec diverses méthodes connues pour le calcul des réglages du PID.

Dans le quatrième chapitre, on va donner un bref rappel sur la commande linéaire quadratique avant de passer à la synthèse de la loi de commande linéaire quadratique pour commander le bioréacteur - chimique CSTR.

Dans le cinquième chapitre, on va présenter l'approche d'optimisation basée sur les algorithmes génétiques et qui sera utilisée pour l'amélioration des performances du régulateur PID et de la commande linéaire quadratique.

Ce mémoire se terminera par une conclusion et des perspectives.

# Chapitre 1

#### 1.1 Introduction

Le génie chimique peut être défini comme la science pour l'ingénieur dont l'objet est la mise en œuvre optimale des procédés de transformation physico-chimique et/ou biologique des matières premières en produits fonctionnels. L'une des branches importantes du génie chimique est le génie de la réaction, qui s'intéresse aux méthodes de mise en œuvre rationnelle des transformations chimiques et en particulier aux appareils dans lesquelles sont conduites les réactions : les réacteurs chimiques.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une étude concernant les réacteurs chimiques. Notre étude va d'abord porter une brève présentation sur les réacteurs chimiques ainsi que leurs critères de classification et leurs types. Puis, nous allons établir les caractéristiques principales d'un réacteur parfaitement agité.

#### 1.2 Description d'un procédé du point de vue de l'automaticien

L'ingénieur d'automatique considère le processus à contrôler comme un système dynamique ayant des entrées, des sorties et des variables internes appelées variables d'état. Sa classification est différente du point de vue de l'ingénieur processus. En effet, pour un ingénieur de processus, les entrées sont essentiellement des flux physiques (comme un tuyau d'alimentation) fournissant du matériel et de l'énergie au processus, éventuellement des informations telles que des signaux électriques, et les sorties sont des flux physiques similaires, retirant des matériaux (le flux d'effluent vers l'aval) unité de traitement) et l'énergie du procédé [1].

#### 1.3 **Définition d'un réacteur chimique**

Un réacteur chimique est un appareillage qui permet de réaliser une réaction chimique, transformer des espèces moléculaires en d'autres espèces chimiques est effectué dans le but de produire une ou plusieurs espèces chimiques déterminées ou d'éliminer d'un mélange un ou plusieurs composés, cette définition exclut les systèmes qui réalisent des réactions chimiques à d'autres fins, la production d'énergie par exemple [2].

#### 1.4 Usages des réacteurs chimiques

Les réacteurs chimiques sont le cœur des unités de fabrications chimiques, rencontrées aussi bien dans les raffineries ou les complexes métallurgiques que dans les usines chimiques ou parachimiques. Dans telles unités industrielles, le réacteur est généralement entouré d'appareillages, placés en amont et en aval, permettant des traitements physiques des matières premiers et des produits de la réaction, par ailleurs, il y'a des autres réacteurs dans les installations de la lutte contre la pollution pour épurer par voie chimique un certain nombre d'influents.

De nos jours, des diverses usines qui réalisent des fabrications chimique variées, l'observateur s'attache à repérer les appareillages dans lesquels s'opèrent précisément les transformations chimique, la variété des formes et des dimensions de ces derniers : des fours, des chaudières, des bacs, des colonnes, des ballons, des mélangeurs, des fours tournants, des haut-fourneaux ou de simples tubes, pouvant être tenté de considérer toute tentative de classification des réacteurs chimiques comme illusoire et de penser que chaque appareillage rencontré en pratique un cas particulier.

Tous ces appareils ont cependant en commun le fait que leur fonction est de réaliser une transformation chimique, alors en se référant aux caractéristiques principales d'une réaction chimique, on pourra définir un certain nombre de critères pour classifier ces réacteurs [2].

#### 1.5 Critères de classification des réacteurs chimiques

La classification des réacteurs chimiques repose sur des critères définis parmi toutes ces caractéristiques, nous retiendrons en priorité la nature des phases en présence, en deuxième lieu le mode de fonctionnement.

#### 1.5.1 Nombre de phases en présence

• Systèmes monophasiques :

Le milieu réactionnel est alors par une phase gazeuse ou une phase gazeuse (par exemple, chloration de l'éthylène, vapocraquage) ou une phase liquide (par exemple, acétate d'éthyle à partir de CH 3COOH + C 2 H 5OH).

• Systèmes poly phasiques ou hétérogènes :

Ils sont constitués souvent par les combinaisons suivantes :

- Mélange liquide-liquide (par exemple sulfonation, nitration des aromatiques)
- Système gaz-liquide (par exemple oxydation, hydrogénation, chloration d'un réactif organique en phase liquide)
- Système gaz-solide (par exemple combustion de charbon, grillage de pyrites)
- Système gaz-solide (catalyseur) (par exemple synthèse de NH 3)
- Système gaz-liquide-solide (par exemple, réaction Fischer-Tropsch, liquéfaction du charbon, hydro sulfuration d'une coupe pétrolière).

#### 1.5.2 Mode de fonctionnement

Ce critère est fixé par les exigences pratiques de l'exploitation du processus chimique. Nous avons deux modes de fonctionnement.

- En continu : Les appareils fonctionnant en continu, qualifiés de systèmes ouverts, sont dotés d'une ou plusieurs entrées pour introduire les réactifs, et d'une ou plusieurs sorties par lesquelles les produits de la transformation sont évacués. Ainsi, il est possible de caractériser les deux modes d'opération définis ci-dessus par le fait que le système discontinu opère d'une manière non stationnaire, alors que le système continu est généralement conçu pour travailler en régime stationnaire.
- En discontinu : On qualifie parfois ces appareils de systèmes fermés, car durant le laps de temps pendant lequel la réaction se déroule il n'y a pas de flux de matière entrant ou sortant du système; ce type d'appareil a la faveur des industriels pour les opérations jugées très délicates et les petites productions.
- En semi continu: Dans certains systèmes poly phasiques, on trouve des régimes en semicontinu. Une opération est dite en semi-continu lorsqu'il y a chargement des matières premières et vidange de l'appareil de manière périodique, mais il y a évacuation continue d'un produit ou sous-produit de telle sorte que pendant une période relativement longue, on peut rajouter de nouvelles quantités de matières premières. Le réacteur en semi-continu ne diffère de la marche en discontinu que par les appareils annexes [3].

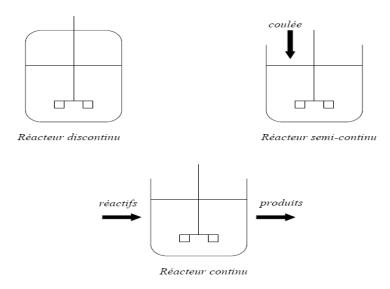


Figure 1.1 : Schéma des différents types de réacteurs

#### 1.5.3 En géométrie

On distingue deux grandes catégories de réacteurs :

- Le réacteur agité : (« stirred tank » en anglais) est une cuve dans laquelle un fluide est agité à l'aide d'un système mécanique constitué d'un arbre en rotation supportant un agitateur. Les réacteurs agités sont exploités en mode continu et discontinu.
- Le réacteur tubilaire : (« tubular reactor » en anglais) est simplement constitué d'une canalisation, en général assez longue (jusqu'à plusieurs dizaines de mètres). Il est par nature exploité en mode continu [4].

#### 1.5.4 En régime thermique

- Réacteur isotherme : est réalisé si l'on utilise un réacteur continu parfaitement agité en régime stationnaire, alors que c'est un cas limite idéal dès lors que l'on considère un réacteur du type tubulaire. Là encore, l'assimilation d'un cas pratique à un réacteur tubulaire idéal et isotherme peut parfois constituer une approximation acceptable.
- Réacteur non isotherme : correspond à une température de fonctionnement variable au cours du temps. Utilisé dans le cas de la mise en marche d'un réacteur agité continu et dans le cas d'un réacteur agité discontinu.
- Réacteur adiabatique : constitue par contre simplement un cas particulier du cas général correspondant à une surface d'échange nulle [5].

#### 1.6 Domaines d'application des réacteurs chimiques

La plupart des réacteurs industriel fonctionnent en mode continu au lieu du mode discontinu car les réacteurs continu produisent plus de produits avec un matériel plus léger, qui exige moins de main d'œuvre et entretien, et fréquemment produit une qualité supérieure de contrôle. Les processus continus sont plus difficile à démarrer et arrêter par rapport aux réacteurs batch, mais ils élaborent les produits sans arrêter pour changer les batch et ils demandent le minimum de main d'œuvre.

Les processus discontinu peuvent être ajustés pour produire des petites quantités du produit le cas échéant. Les processus discontinus sont aussi idéals pour mesurer les taux et les cinétiques pour modéliser les processus continus : seulement un seul veut obtenir les informations rapidement sans générer plusieurs produits qui seront Ensuite éliminé. Dans les produits pharmaceutiques, les processus discontinu sont des fois désirés pour assurer la qualité du contrôle: chaque lot peut être analysé et certifié ou rejeté pendant la contamination dans le processus continu va mener invariablement aux beaucoup de produits inutiles avant que la pureté certifiable est restaurée. La nourriture et les boissons sont encore fabriqués dans les processus discontinus dans des situations nombreuses parce que réactions biologiques sont jamais vraiment reproductibles [6].

Les types des réacteurs sont montrés dans le tableau (1.1) [2] :

Phase en présence		Mode d'opération			
		Discontinu	Continu		
			Tubulaire	Agité	Parfaitement agité
Une seule	Liquide	Polymérisation	Production durée	Polymérisation	Estérification
phase					
fluide					
Deux	Gaz-liquide	Fermentation	Absorption de	Oxydation des	Traitement
phases			polluants	hydrocarbures	biologique d'eaux
fluides	Liquide-	Sulfonation	Hydrolyse	Polymérisation	Nitration
	liquide	d'aromatique	d'esters	en émulsion	d'aromatique
Fluides + so	Fluides + solide catalyseur		Lit fixe	Lit fluide à	Lit fluide cracking
			Lit mobile	étages	catalytique
			Reformage		
Fluides + so	Fluides + solides		Lit mobile	Lit fluide	Combustion en lit
		de catalyseurs	Haut fourneau	Grillage de	fluidisé
				minerais	

Tableau 1.1 : Classification des réacteurs avec différents modes opératoires.

#### 1.7 Types des réacteurs idéaux

A partir des critères évoqués, on peut classer les divers réacteurs rencontrés en pratique selon les deux caractéristiques principales qui ont été retenues, à savoir : la nature des phases en présence, le mode opératoire du réacteur [2,3] :

#### 1.7.1 Réacteur tubulaire à écoulement piston

Le réacteur à écoulement piston est une représentation idéale du réacteur tubulaire réel, dans ce réacteur (REP) le mélange réactionnel se déplace par tranche parallèle [2,3].

#### 1.7.2 Réacteur fermé uniforme

C'est un appareillage dans lequel les réactifs sont introduits au début de l'opération ; après avoir été mis en condition de température et de pression, la réaction se déroule jusqu'au taux de transformation désiré [2,3].

#### 1.7.3 Réacteur continu parfaitement agité

Un tel réacteur (figure 1.2) [4] comporte essentiellement une cuve muni d'un système d'agitation, d'une tubulaire d'alimentation et d'une tubulaire de soutirage. Le fonctionnement d'un réacteur parfaitement agité est simple, on suppose qu'en tout point d'un tel appareillage les variables intensives tel que la concentration ou la température ont la même valeur [2,3].

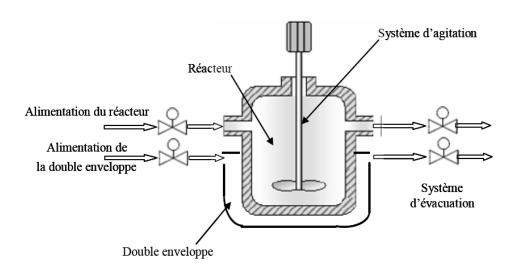


Figure 1.2 : Réacteur chimique agité continu.

On distingue trois types des réacteurs parfaitement agité définis comme suit [4] :

#### • Réacteur parfaitement agité continu non isotherme

Dans ce régime la température évolue en fonction du temps ce qui correspond en générale à la phase de la mise en marche du réacteur, ou dans le cas où le fonctionnement du réacteur est prévu autour d'un point instable dans ce cas le réacteur doit être doté d'une surface d'échange de chaleur et d'un système du régulation de la température, pour éviter un fonctionnement exotique.

#### • Réacteur parfaitement agité continu isotherme

Correspond à un fonctionnement stationnaire du réacteur ou la température et tous les autres variables sont constant.

#### • Réacteur parfaitement agité adiabatique

Le réacteur fonctionne en marche adiabatique lorsqu'il n'échange pas de la chaleur avec le milieu extérieur. C'est le cas d'une réaction adiabatique.

#### 1.7.4 Réacteurs catalytiques (polyphasiques)

Parmi les réacteurs poly phasiques, les réacteurs catalytiques sont les plus répandus. Ils se distinguent à la fois par le mode de chauffage, le mode de travail (continu, périodique, cyclique) la nature du catalyseur (solide, liquide), le mode de récupération ou de régénération du catalyseur.

Dans ce travail, parmi les différents réacteurs qu'on a mentionnés on s'intéresse seulement à l'étude du réacteur parfaitement agité

#### 1.8 Réacteur continu parfaitement agité

Le modèle proposé par Henson et Seborg (figure 1.3) est composé d'un système de refroidissement sous forme de serpentin qui véhicule le liquide réfrigérant avec un débit  $q_c$  à une température d'entrée  $T_{C0}$ , il faut noter qu'à l'intérieur du réacteur se déroule une réaction chimique exothermique (qui libère de l'énergie sous forme de chaleur).

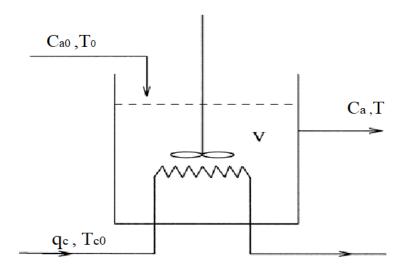


Figure 1.3 : Réacteur parfaitement agité CSTR

Dans la pratique industrielle, les réacteurs parfaitement agités sont de simple récipients cylindriques munis d'un dispositif d'agitation interne efficace ainsi que d'une tubulaire d'alimentation et d'une tubulaire de soutirage qui permet d'évacuer le mélange réactionnel contenant les produits de la réaction. Ces réacteurs se caractérisent par une composition et un état instantané du mélange réactionnel parfaitement uniforme dans tout le volume qui leur sont offert. Cette condition est remplie si les réactifs ajoutés sont mélangés dans un temps infiniment court [7].

Dans ce type de réacteur le mélange réactionnel est agité soit par une circulation externe, soit par une agitation mécanique [2] :

- Agitation par une circulation externe : Le mélange des réactifs avec le milieu réactionnel est réalisé par une circulation externe qui se fait à l'aide d'une pompe.
- Agitation mécanique : La cuve cylindrique sera menue d'un agitateur rotatif dont l'axe moteur vertical sera généralement introduit par le sommet. Cet agitateur rotatif est constitué d'un moteur imprimant par l'intermédiaire d'un arbre, un mouvement de rotation à un mobile d'agitation qui brasse le fluide à agiter. Les agitateurs donc différent par la forme du mobile, qui doit être adaptée à chaque cas.

#### 1.9 Forme typique d'un réacteur chimique CSTR

Un réacteur à cuve agité (figure 1.4) [8] est un réacteur batch équipé d'un impulseur ou un autre instrument de mixage afin de fournir un mixage efficace, dans le génie chimique le nom CSTR est souvent utilisé pour référer un réacteur à réservoir agité idéalisé utilisé pour modéliser les variables de fonctionnement requises afin d'atteindre une sortie spécifié [6].

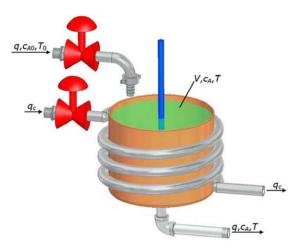


Figure 1.4: Forme typique d'un CSTR

#### 1.10 Caractéristiques du réacteur chimique CSTR

Les caractéristiques principales d'un réacteur continu parfaitement agité (CSTR) sont [2] :

- Il peut travailler à toute température et à forte pression.
- Le fonctionnement auto thermique peut présenter un énorme avantage, puisqu'il permet d'éliminer un échange de chaleur et d'utiliser directement la chaleur produite par la réaction.
- L'uniformité de la température et de la concentration pour l'ensemble du volume réactionnel peut apporter un certain avantage.
- Ces systèmes sont bien adaptés pour réaliser des réactions en phase liquide, dont la vitesse est modérée ou faible.
- Comme le temps de réaction est déterminé par le temps de séjour du mélange réactionnel dans le réacteur. Le réacteur parfaitement agité se situe dans une gamme des temps de séjour facile à réaliser entre 10mn et 4h.

#### 1.11 Utilisations du réacteur chimique CSTR

Les réacteurs à cuve agitée sont généralement utilisés dans les processus de traitement des eaux usées. Les CSTR facilitent des taux de dilution rapides qui les rendent résistants aux déchets d'acides gras volatils à pH élevé et à pH faible. Les CSTR sont moins efficaces par rapport à d'autres types de réacteurs, car ils nécessitent des volumes de réacteur plus importants pour atteindre la même vitesse de réaction que d'autres modèles de réacteurs tels que les réacteurs à écoulement piston (PFR).

#### 1.12 Conclusion

Ce chapitre présente une analyse bibliographique non exhaustive assez générale sur les réacteurs chimiques. Différents types des réacteurs chimiques ainsi que leurs critères de classification ont été présentés. En effet, ces critères permettent de définir un certain nombre de catégories de réacteurs idéaux utilisés pour représenter le comportement des réacteurs réels. Le réacteur parfaitement agité dont on s'intéresse dans ce travail a été présenté. La modélisation du réacteur facilitera la bonne compréhension de comportement du réacteur afin de mettre les lois de commande.

# Chapitre 2

#### 2.1 Introduction

La modélisation et la commande des systèmes dynamiques est primordiale pour la bonne conduite des procédés. Les procédés peuvent être modélisés sous divers formes de divers types de modèles, selon le comportement du procédé lui-même.

Ce chapitre commence, dans un premier temps, par donner des généralités sur les notions de modélisation et de régulation des systèmes. Ensuite, la modélisation du réacteur parfaitement agité avec une description détaillée du réacteur sera présentée. A cet égard, le modèle mathématique du réacteur sans régulation sera présenté.

#### 2.2 Modélisation des procèdes industriels

La modélisation est une technique nécessaire à l'étude, la réalisation et le contrôle des systèmes ou des unités industrielles, cette technique peut prendre de différentes formes telles que la modélisation physique, mathématique ou graphique. La complexité des systèmes modernes à orienter la recherche vers l'utilisation des meilleures méthodes afin d'obtenir le modèle le plus proche (ou fiable) du système réel. Définir la modélisation en génie des procèdes est une tâche délicate tant elle recouvre d'actions et d'objectifs divers. On pourrait néanmoins lui donner la définition synthétique suivante : La modélisation est une démarche qui permet, à partir de faits expérimentaux, de construire un outil mathématique reliant les sorties d'un système à ses entrées. L'ensemble d'équations ou la représentation graphique de ces systèmes et qui doit aussi prédire leur comportement futur constitue un modèle [9].

#### 2.3 Intérêt de la modélisation et la simulation

L'intérêt de la modélisation et de la simulation, consiste en l'étude du procédé par la manipulation de sa représentation mathématique. Tout d'abord, le développement d'un modèle mathématique permet d'améliorer la connaissance et la compréhension du système, car la démarche de la modélisation mathématique amène inévitablement à un questionnement qui favorise le progrès dans la compréhension des phénomènes mis en jeu. Les modèles ont donc un rôle éducatif certains. Disposer d'un modèle mathématique d'une opération unitaire donnée permet le calcul de paramètres difficilement mesurable ou inaccessibles et l'extrapolation, offrant ainsi la possibilité de tester des gammes de conditions opératoires extrêmes, éventuellement impossibles de mettre en œuvre dans

l'usine réelle. Les modèles peuvent constituer d'équipements ou encore pour assurer la sécurité des procédés [10].

#### 2.4 Modélisation du réacteur CSTR en boucle ouverte

Le réacteur parfaitement agité continu que nous utilisons dans ce travail appartient à une classe de réacteurs idéaux ou les conditions hydrodynamiques et physiques sont supposées idéalisées et bien déterminées. Ce type de réacteur permet d'approcher le fonctionnement des réacteurs industriels et constitue la base des méthodes utilisés pour les décrire [11].

Avant de développer le modèle mathématique du réacteur, il est important de donner une description du processus (réacteur) considéré.

#### 2.5 Description du processus

Le processus considéré ici est constitué d'un réacteur chimique à cuve parfaitement agitée continu, refroidie avec une double enveloppe, dans lequel se déroule une réaction chimique irréversible et exothermique du premier ordre  $A \rightarrow B$  avec une vitesse de réaction. Un schéma simplifié de tel appareil est représenté sur la figure (2.1):

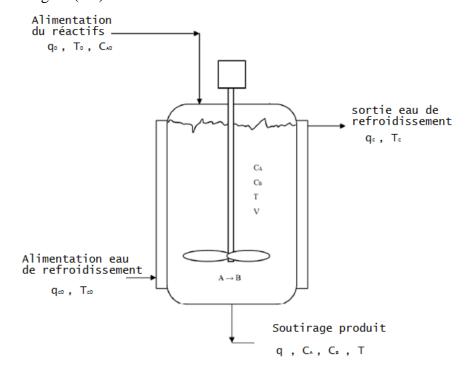


Figure 2.1 : Schéma d'un réacteur chimique avec double enveloppe

Ce réacteur chimique continu parfaitement agité est le siège d'une réaction exothermique  $A \to B$  d'ordre 1, qui fournit une chaleur de réaction  $\Delta H$ . Le réactif A est alimenté en continu dans le réacteur avec un débit volumétrique q, et une concentration molaire d'alimentation  $C_{A0}$  et une température  $T_0$ . Le contenu du réacteur est mélangé avec un agitateur motorisé. Un courant de sortie, qui contient un mélange des deux composés (le réactif A et le produit B), est retiré du réacteur en continu avec un débit volumique q, une composition  $C_A$  et  $C_B$  et une température T. Pour soutirer la chaleur générée par cette réaction exothermique, le réacteur est entouré d'une double enveloppe (indicée 'j') avec une surface d'échange A et de volume constant V traversée par un fluide de refroidissement (eau) avec un débit  $q_j$  variable et une température d'entrée  $T_{C0}$  constante. Les paramètres du réacteur et les conditions opératoires utilisées dans notre étude sont ceux utilisé par Luyben. Après avoir donnés une description détaillée du réacteur à étudie nous allons maintenant établir le modèle mathématique de ce dernier [9].

#### 2.6 Modèle mathématique non linéaire du CSTR

Le modèle mathématique prend en compte des termes différentiels caractéristiques du comportement dynamique du réacteur. Cet outil donne alors accès à l'évolution, au cours du temps, des différentes variables du réacteur (concentrations, volume réactionnel et température) en fonction des conditions opératoires et de la cinétique de la réaction. Le système d'équations traduisant les bilans pour le réacteur parfaitement agité est un système d'équations différentielles non linéaires, traduisant la variation en fonction du temps de 5 paramètres ( $C_A$  concentration du réactif A, T température du réacteur,  $T_i$  température de la double enveloppe, V volume du mélange réactionnel).

La figure 2.2 [12] montre les variables d'entrée et les variables de sortie du CSTR :

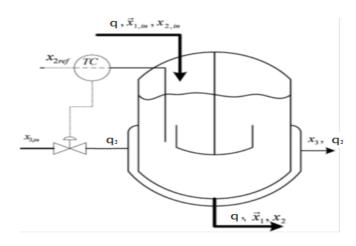


Figure 2.2 : Diagramme schématique du processus

Les hypothèses suivantes sont faites pour obtenir les équations de modélisation simplifiées d'un CSTR:

- Agitation parfaite dans le réacteur et l'enveloppe
- Volume constant dans le réacteur et l'enveloppe

Le modèle mathématique de ce processus est formulé en effectuant les bilans de masse et d'énergie en introduisant des équations constitutives appropriées.

#### 2.6.1 Bilan de masse

L'équation différentielle qui modélise l'évolution massique dans un réacteur chimique CSTR est mentionnée comme suit :

$$V\frac{dC_A}{dt} = q(C_{A0} - C_A) - V r_A \tag{2.1}$$

Où  $C_A$  est le produit (effluent) concentration de composant A dans le réacteur et  $r_A$  est le taux de la réaction par l'unité de volume. L'expression d'Arrhenius est utilisée pour exprimer le taux de la réaction. Une réaction de premier ordre donne l'expression suivante [13] :

$$r_A = k_0 \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) C_A \tag{2.2}$$

 $K_0$  est le constant de taux de la réaction Facteur d'Arrhenius, E est l'énergie de l'activation, R est le constant du gaz idéal et T est la température du réacteur sur une échelle absolue (R, Rankine ou K, Kelvin).

#### 2.6.2 Bilan d'énergie

L'équation différentielle qui modélise l'évolution d'énergie dans un réacteur chimique CSTR est mentionnée en (2.3) :

$$V_{\rho}C\frac{dT}{dt} = q\rho C_{\rho}(T_0 - T) - (\Delta H)Vr_{A} + \rho_{c}C_{pc}q_{c}\left[1 - \exp\left(\frac{-hA}{q_{c}\rho_{c}C_{pc}}\right)\right]\left(T_{c0} - T\right)$$
(2.3)

Où  $(-\Delta H)$  est la chaleur de la réaction, hA est le coefficient de transfert thermique,  $T_0$  est la température d'alimentation et  $T_{c0}$  est la température d'entré de liquide réfrigérant. À partir les équations (2.1) to (2.3), le bilan de masse et le bilan d'énergie, les équations du CSTR sont obtenues comme suit [13]:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{q}{V} (C_{A0} - C_A) - K_0 C_A \exp\left(\frac{E}{RT}\right)$$
(2.4)

$$\frac{dT}{dt} = \frac{q}{V} (T_0 - T) - \left(\frac{\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_A \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) + \left(\frac{\rho_{cC_{pc}}}{\rho C_p V}\right) q_c \left[1 - \exp\left(\frac{-hA}{q_c \rho_{cC_{pc}}}\right)\right] \left(T_{c0} - T\right)$$
(2.5)

#### 2.6.3 Equations d'état

Les équations (2.4) et (2.5) sont représentées sous la forme de variable d'état standard comme suit :

$$\frac{dC_A}{dt} = f_1(C_A, T) = \frac{q}{V} \left( C_{A_0} - C_A \right) - K_0 C_A \exp \left( \frac{-E}{RT} \right)$$
(2.6)

$$\frac{dT}{dt} = f_2(C_A, T) = \frac{q}{V}(T_0 - T) - \left(\frac{\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_p \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) + \left(\frac{\rho \cdot C_{pc}}{\rho C_p V}\right) q_c \left[1 - \exp\left(\frac{-hA}{q_c \rho \cdot C_{pc}}\right)\right] \left(T_{c0} - T\right) \quad (2.7)$$

Les équations qui modélisent le CSTR contiennent des fonctions non linéaires T et C<sub>A</sub>. Les deux équations sont couplées et il est impossible de résoudre une seule équation indépendamment.

Pour désigner les régulateurs d'un modèle non linéaire, l'une des approches est de représenter le système non linéaire comme un ensemble des modèles linéaires.

Les paramètres qui caractéristique un réacteur CSTR sont mentionnés au tableau (2.1) :

Parameters	Symbols	Values
Concentration en A	$C_{A0}$	1 <i>mol/l</i>
Taux de flux de processus	q	100 <i>l</i> /min
Température d'alimentation	$T_0$	350 K
Température d'entrée de liquide réfrigérant	$T_{C0}$	350 K
Volume du réacteur	V	100 <i>l</i>
Coefficient de transfert thermique	hA	$7.5*10^5 \ cal/(\min K)$
Facteur d'Arrhenius (facteur exponentiel)	$K_0$	7.2*10 <sup>10</sup> min <sup>-1</sup>
Energie d'activation	E/R	10000 K
La chaleur de la réaction	ΔΗ	2e5 cal/mol
Les densités de liquide (masses volumiques)	$ ho, ho_c$	$1*10^3 g/l$
Les chaleurs spécifiques	$C_p, C_{pc}$	1 cal/(gK)

Tableau 2.1 : les paramètres caractérisant un CSTR

#### 2.7 Représentation d'état du CSTR

Les variables d'état, d'entrée et de sortie du CSTR sont représentées comme suit :

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T = [C_a(t), T(t)], u(t) = q_c(t), y(t) = C_a(t)$$
(2.8)

Le système d'équation peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases}$$
(2.9)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 - x_1(t) - k_0 x_1(t) \exp\left(\frac{-100^2}{x_2(t)}\right) \\ 350 - x_2(t) + k_1 x_1(t) \exp\left(\frac{-100^2}{x_2(t)}\right) + k_2 u(t) \left(1 - \exp\left(\frac{-k_3}{u(t)}\right)\right) (350 - x_2(t)) \end{bmatrix} \\ y(t) = h(x(t)) = x_1(t) \end{cases}$$
(2.10)

On remarque que le modèle n'est pas dans une forme affine parce que la commande u(t) n'apparait pas linéairement. Selon le cahier de charge du CSTR on aura [14]:

$$0 < x_1 < 1$$
;  $350 < x_2 \le h_1$ ;  $0 \le u \le h_2$ .

Où:

 $h_1$  Est la plus grande valeur de la température du CSTR.

 $h_2$  Est la valeur maximale du débit.

#### 2.8 Réponse du CSTR en boucle ouverte

On considère  $q_c$  et  $C_a(t)$  l'entrée et la sortie respectivement du système (CSTR), la simulation du système en boucle ouverte sous Matlab/Simulink, avec les conditions initiales :

$$q_{c-init} = 100 l / \text{min}$$
,  $C_{a-init} = 0.1 \text{ mol/} l$  et  $T_{init} = 435.7763 \text{ K}$ 

Pour une simulation en boucle ouverte, on doit connaître a priori le débit du liquide réfrigérant  $q_c$ , afin de calculer ce dernier pour différentes valeurs de concentration  $C_a$  on procède comme suit :

En régime permanant on a  $\frac{dC_a}{dt} = 0$  et  $\frac{dT}{dt} = 0$ , donc le système devient [15]:

$$\frac{q}{V}(C_{A0} - C_A) - K_0 C_A \exp\left(\frac{E}{RT}\right) = 0$$
(2.11)

$$\frac{q}{V}(T_0 - T) - \left(\frac{\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 C_P \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) + \left(\frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_P V}\right) q_c \left[1 - \exp\left(\frac{-hA}{q_c \rho_c C_{pc}}\right)\right] (T_{c0} - T) = 0$$
(2.12)

Dans la section suivante, des modèles de variables d'état se rapportant aux équations non linéaires sont dérivés.

$$q_c = 97 \qquad l / \min$$
 Pour des valeurs d'excitation :  $C_a = 0.1 \qquad mol/l$  
$$T = 443.31 \quad K$$

La réponse du système en boucle ouverte est donnée comme suit :

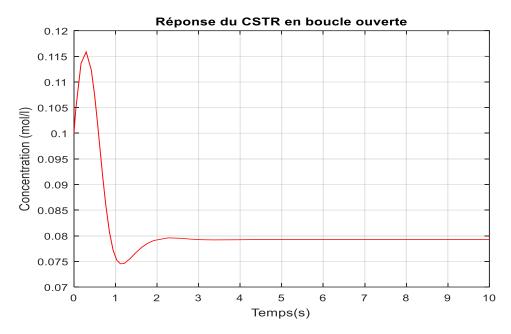


Figure 2.3: Réponse du CSTR en boucle ouverte (l'allure de concentration)

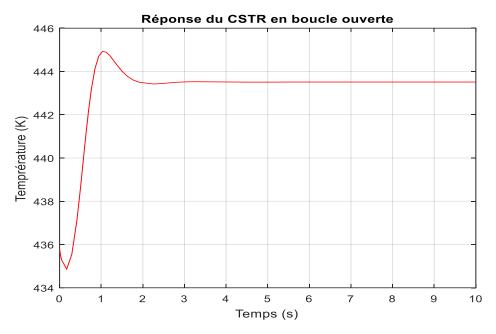


Figure 2.4 : Réponse du CSTR en boucle ouverte (l'allure de température)

Les figures (2.3) et (2.4) présentent l'allure de température et la concentration du réacteur chimique CSTR.

#### 2.9 Linéarisation du modèle non linéaire du CSTR

Les équations non linéaires sont linéarisées et converties sous la forme de variable d'état comme suit [16].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) = C.x(t) + Du(t) \end{cases}$$
(2.13)

Où les matrices A et B représentent les matrices jacobéennes correspondantes aux valeurs nominales de variables d'états et les variables d'entrée et x, u et y représentent les variables de de déviation. La matrice de sortie est représentée par C.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_A - C_{AS} \\ T - T_s \end{bmatrix}$$
 (2.14)

$$y = \begin{bmatrix} C_A - C_{AS} \\ T - T_s \end{bmatrix}$$
 (2.15)

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_j - T_{js} \\ q - q_s \end{bmatrix}$$
 (2.16)

Où  $C_{As}$ ,  $T_s$ , q,  $q_s$  sont les valeurs d'équilibre de la concentration en A, la température du réacteur, débit d'alimentation et débit de liquide de refroidissement respectivement.

La matrice jacobéenne A est donnée par :

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \\ \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$
(2.17)

Où:

$$A_{11} = -\frac{q}{V} - K_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right) \tag{2.18}$$

$$A_{12} = -C_{AS}K_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right)$$
 (2.19)

$$A_{21} = -\left(\frac{\Delta H}{\rho C_P}\right) K_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_S}\right)$$
 (2.20)

$$A_{22} = -\frac{q}{V} - \frac{UA}{V_{p}C_{p}} K_{0} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) * \left(\frac{E}{RT^{2}}\right) C_{A}$$
 (2.21)

Donc la matrice d'état du système est :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{q}{V} - k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) & -k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) * \left(\frac{E}{RT^2}\right) C_a \\ -\left(\frac{\Delta H}{\rho C_p}\right) K_0 \exp\left(\frac{-E}{RT}\right) & -\frac{q}{V} - \frac{UA}{V_p C_p} K_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) * \left(\frac{E}{RT^2}\right) C_a \end{pmatrix}$$
(2.22)

La matrice jacobéenne B est donnée par :

$$B = \begin{pmatrix} \frac{df_1}{du_1} \\ \frac{df_2}{du_2} \end{pmatrix}$$
 (2.23)

Où

$$B_{11} = \frac{df_1}{du_1} = \frac{df_1}{dT_j} = 0 (2.24)$$

$$B_{12} = \frac{d\partial_2}{du_2} = \frac{df_1}{dq} = \frac{UA}{V\rho C_p}$$
 (2.25)

La matrice de sortie est donnée par :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

$$D = 0 \tag{2.27}$$

Le tableau (2.2) montre les valeurs des paramètres utilisés pour la linéarisation :

Variables	Sens	Valeurs
E/R	Energie d'activation	10000 K
$K_0$	Constate cinétique	7.2e10 min <sup>-1</sup>
$\Delta H$	Chaleur de réaction	2e5 cal/mol
$T_0$	Température d'alimentation	350 <i>l</i> /min
V	Volume du réacteur	100 l
q	Débit volumétrique	100 <i>l</i> / min
hA	Coefficient de transfert thermique	7e5 <i>cal</i> /(min* <i>K</i> )
$C_{A0}$	Concentration d'alimentation	1  mol/l

Tableau 2.2 : Paramètres du CSTR

Pour T = 441.1475 K;  $q_c = 97 l/\text{min et } C_A = 0.08235 mol/l$ 

Les valeurs de matrices A, B, C, D sont :

$$A = \begin{pmatrix} -12.1455 & -0.04692 \\ -2229.1 & -9.3856 \end{pmatrix}$$
 (2.28)

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.4582 \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.30}$$

$$D = 0 \tag{2.31}$$

La fonction de transfert de deuxième ordre est obtenue à partir de la représentation d'état, cette fonction est donnée comme suit :

$$G(p) = \frac{1.503p + 18.26}{p^2 + 21.53p + 9.403}$$
 (2.32)

La fonction de transfert et le modèle sous forme d'espace d'état seront utilisés pour obtenir la réponse du CSTR dans les deux cas : sans régulation et avec régulation.

Le modèle non linéaire du CSTR a été linéarisé entour d'un point d'équilibre de nature stable en utilisant les données mentionnées au tableau 2.2. Les valeurs propres ont des parties réelles négatives, ce qui assure la stabilité du processus autour du point d'équilibre considéré.

Pour une valeur de consigne égale à 1, la réponse indicielle en boucle ouverte est donnée comme suit :

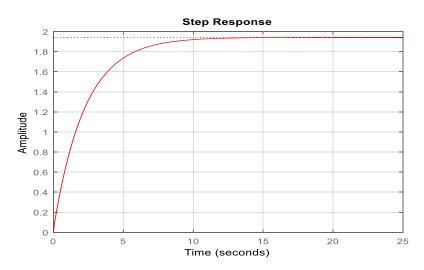


Figure 2.5 : La réponse indicielle de fonction de transfert obtenue par la linéarisation

Cette fonction converge vers une valeur finale différente que la consigne, la différence entre la valeur de consigne et la valeur finale se traduit via une erreur statique.

Afin d'assurer une erreur statique nulle et minimiser le temps nécessaire pour le passage du régime transitoire vers le régime permanent, tout en gardant la stabilité du système, on doit utiliser les techniques de commande qui pourraient offrir les performances désirées.

#### 2.10 Conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé les principales lois de génie chimique et la représentation d'un CSTR représenté sous forme d'équations d'états non linéaires. Ces équations ont été linéarisé entour un point d'équilibre de nature stable. La simulation en boucle ouverte du CSTR montre la nécessité d'appliquer une commande pour ce dernier, afin d'avoir une bonne poursuite de la consigne et de maitriser le régime transitoire. Il existe plusieurs approches de commande selon les caractéristiques les plus importantes du système à commander qui vont être présentées dans les chapitres qui viennent.

# Chapitre 3

#### 3.1 Introduction

Le réacteur parfaitement agité continu (CSTR) étudié dans ce travail appartient à une classe de réacteurs idéaux où les conditions hydrodynamiques et physiques sont supposées idéalisées et bien déterminées. Ce type de réacteurs permet d'approcher le fonctionnement des réacteurs industriels et constitue la base des modèles utilisés pour les décrire.

Une des caractéristiques des réacteurs chimiques qui pose un problème pour leur contrôle est la non-linéarité inhérente de leurs modèles. En dépit de cette non-linéarité, de tels procédés ont souvent été contrôlés avec des outils basés sur l'analyse des systèmes linéaires. L'approche commune est de négliger les effets des non linéarités par une linéarisation, puis d'appliquer la théorie linéaire pour la conception des contrôleurs linéaires.

On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude des actions du module PID composé par les trois actions de base. On mettra en évidence l'utilité du régulateur avec la présentation de ses avantages ainsi que ses limitations. On expose aussi quelques méthodes usuelles utilisées pour ajuster les paramètres à savoir Ziegler-Nichols, Cohen-Coon et Broïda.

# 3.2 Sécurité des réacteurs chimiques

La sécurité dans l'industrie chimique est devenue, avec la prise de conscience face aux risques, un domaine incontournable. Cette prise de consciences, qui n'évolue malheureusement qu'au fur à mesure des accidents industriels (grands incendies, explosions, la pollution...), suit par ailleurs les avancées technologiques. Les problèmes de sécurité liés à l'énergie par les réactions chimiques ne surviennent pas forcément au laboratoire, mais apparaissent plus tard lors du passage à l'échelle industrielle. La sécurité des procèdes chimiques, et en particulière celle des réacteurs est de nos jours une préoccupation majeure de cette industrie [18].

#### 3.3 Définition de la stabilité d'un réacteur

Dans l'étude d'un réacteur parfaitement agité continu, l'une des questions essentielles qui se posent est la détermination de la stabilité thermique du réacteur. Soit un réacteur dont le régime de fonctionnement est stationnaire. A un moment, introduisons une légère perturbation, puis supprimons la cause de la perturbation. On parle de la stabilité du réacteur si ce dernier reprend son régime initial, et d'instabilité si le régime du réacteur passe à un autre état stationnaire ; enfin, quand le régime de

fonctionnement oscille périodiquement autour de l'état stationnaire, on parle d'instabilité oscillatoire [17].

#### 3.4 Problème de stabilité des réacteurs

Lorsqu'on met en œuvre une réaction exothermique, avec un refroidissement du mélange soit à la paroi, soit par un serpentin de refroidissement, soit par échange avec le mélange d'alimentation, plusieurs questions se posent : y-a-t-il un ou plusieurs régimes de fonctionnement stationnaire ? Ces régimes sont t'ils stables ? Sensibles au réglage des conditions opératoires ? Quel est le comportement du réacteur en régime transitoire avec ou sans régulation ? Ne risque-t-on pas un emballement conduisant à la destruction du réacteur ?

Ces questions revêtent une importance accrue depuis que le public et les médias ont été sensibilisés par une série d'accidents survenus dans des installations chimiques. Les recherches sur la stabilité de fonctionnement des réacteurs chimiques font appel à des simulations mathématiques et aux méthodes de la dynamique des systèmes non linéaires [7].

## 3.5 Phénomène d'emballement thermique d'un réacteur

L'emballement thermique est « la conséquence de perte de contrôle de la température d'une substance chimique, d'un mélange de réactifs et de produits ou d'un procédé dans une enceinte ».

Ce phénomène apparaît le plus souvent suite à une dérive du procédé de type défaillance du système de refroidissement. La température augmente, alors cette augmentation non contrôlée, provoque une accélération de la réaction, qui, à son tour, conduit à une augmentation de la puissance thermique dégagée par la réaction.

Dans la mesure où cette dernière augmente exponentiellement avec la température, tandis que la puissance de refroidissement n'augmente que linéairement, la température du milieu réactionnel va croître de plus en plus rapidement : et c'est l'emballement de la réaction qui peut mener à des situations extrêmement graves [18].

Le principal danger d'un emballement du réacteur est l'amorçage, notamment dans les réactions de décompositions des réactifs ou des produits. Ce type de réactions est très exothermique, c'est-à-dire qu'il produit une très grande chaleur.

#### 3.6 Objectifs de la régulation

L'objectif d'une régulation ou d'un asservissement est d'assurer le fonctionnement d'un procédé selon des critères préfinis par un cahier de charges. Les aspects de sécurité du personnel et des installations sont à prendre en compte comme ceux concernant l'énergie et le respect de l'environnement. Le cahier des charges définit des critères qualitatifs à imposer qui sont traduits le plus souvent par des critères quantitatifs, comme par exemple, de stabilité de précision, de rapidité ou de lois d'évolution. On note par exemples quelques objectifs quantitatifs : obtenir un débit de fluide constant dans une conduite en fonction des besoins, faire évoluer une température d'un four selon un profil déterminé [19].

Il s'agit alors du mode où la consigne est maintenue à un niveau constant et où le système doit donc maintenir la sortie au niveau correspondant, lorsque des perturbations ont tendance à le modifier. Ici, en fonctionnement courant, le système fonctionne en régulation, réagissant aux perturbations consécutives à la modification du nombre de tubes dans le bac [20].

#### 3.7 Régulateur PID

Le contrôleur PID est la forme la plus commune de rétroaction. C'était l'outil standard quand le contrôle des processus a émergé dans les années 40. Il est basé sur un mécanisme de rétroaction, largement répandu dans les systèmes de commande industriel ; grâce notamment à sa simple structure et sa stratégie de commande.

Le calcul du contrôleur PID (algorithme) implique trois paramètres : le proportionnel, les deux valeurs intégrales et dérivées respectivement dénoté I et D. Ces valeurs peuvent être interprétées en termes d'erreur ; P dépend de l'erreur actuelle, I sur l'accumulation des erreurs passées, et D est une prévision de futures erreurs. La somme pondérée de ces trois actions est employée pour ajuster le processus. En accordant les trois paramètres dans l'algorithme du contrôleur ainsi que des conditions spécifiques, le contrôleur peut fournir une action de commande qui répond à notre attente. Les conditions spécifiques peuvent être décrites en termes de réponse du contrôleur à une erreur, le degré avec lequel le contrôleur dépasse la consigne et le degré d'oscillation de système. Le régulateur, dont la fonction de transfert est désignée par  $G_C(s)$  est situé en amont du système à régler  $G_A(s)$ . L'entrée du régulateur comprend forcément la consigne C(t) et la mesure Y(t) de la grandeur réglée. Le plus souvent la comparaison e(t) = C(t) - Y(t) directe est effectuée, appelée écart ou erreur.

Le régulateur à pour charge de maintenir le signal d'erreur e(t) aussi proche de zéro que possible ; dans ce but, il fournit au système à régler la commande u(t) telle que l'image Y(t) de la grandeur réglée obtenue par mesure tende à correspondre à la consigne C(t).

La commande u(t) est construite sur la base des signaux de consigne C(t) et de mesure Y(t) de la grandeur réglée selon la loi de commande u(t) = u(C(t) - Y(t)) Appliquée au système à régler, la commande u(t) provoque donc une modification de la grandeur réglée Y(t) [22].

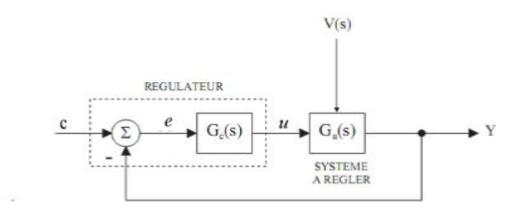


Figure 3.1 : Schéma fonctionnel d'un régulateur

Il existe trois actions correctives élémentaires qui permettent, individuellement, de corriger telle ou telle performance. Elles sont relativement simples à réaliser mais, en général, dégradent d'autres performances.

Elles sont utilisables lorsque le cahier des charges est peu exigeant. Dans le cas contraire, il faut envisager de combiner ces différentes actions au sein d'un correcteur plus complexe [23].

# 3.7.1 Action proportionnelle

Le correcteur est un simple amplificateur de gain réglable C(p) = K qui a pour mission de modifier le gain statique initial du système. Nous connaissons déjà, pour l'avoir étudiée au chapitre précédent, l'influence du gain statique sur les performances :

- Si K < 1, autrement dit s'il s'agit d'un atténuateur, on améliore la stabilité du système et on diminue son dépassement en boucle fermée. En revanche, la rapidité et la précision sont dégradées.
- Si K > 1, on améliore la rapidité et la précision du système en boucle fermée mais on diminue la (ce qui peut aller jusqu'à rendre le système instable) et on accroît son dépassement.

# 3.7.2 Action intégrale

Le correcteur est un dérivateur de fonction de transfert :  $C(p) = \frac{1}{p}$ . Ce correcteur a pour mission d'ajouter un pôle nul à la fonction de transfert en boucle ouverte. Seulement la précision du système est améliorée par l'introduction d'un correcteur à action intégrale. Toutes les autres performances sont diminuées.

#### 3.7.3 Action dérivée

Le correcteur est un dérivateur de fonction de transfert : C(p) = p. Ce correcteur a pour mission d'ajouter un zéro nul à la fonction de transfert en boucle ouverte. Seulement la rapidité du système est améliorée par l'introduction d'un correcteur à action dérivée. Toutes les autres performances sont diminuées ou susceptibles de l'être.

# 3.8 Structure du régulateur PID

On distingue trois structures possibles pour construire un régulateur PID :

# 3.8.1 Structure parallèle

La loi de commande de cette structure est donnée comme suit:

$$u(t) = K_{P}.e(t) + \frac{1}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(\tau)d\tau + T_{d}.\frac{de(t)}{dt}$$
(3.1)

La fonction de transfert est comme suit :

$$G_{pid} = K_p \frac{1 + T_{i.}p + T_{i.}T_{d.}P}{T_{i.}P}$$
(3.2)

Où :  $T_i = 1/K_i$  et  $T_d = K_d$ . Avec:  $T_i$  et  $T_d$  sont respectivement la constante d'intégration et la constante de dérivation.

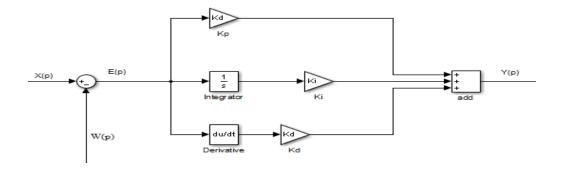


Figure 3.2 : Structure parallèle d'un régulateur PID

## 3.8.2 Structure série

La loi de commande de cette structure est donnée comme suit:

$$u(t) = a.K_p.e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau)d\tau + T_d.\frac{de(t)}{dt}$$
(3.3)

Avec  $a = \frac{T_i + T_d}{T_i}$  est le coefficient théorique d'interaction entre action intégrale et action dérivée.

La fonction de transfert est :

$$G_{pid} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_{i.p}}\right) (1 + T_{d.p})$$
 (3.4)

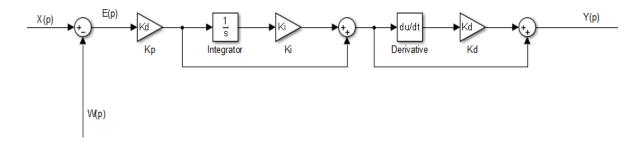


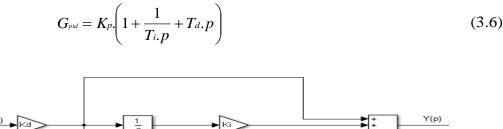
Figure 3.3 : Structure série d'un régulateur PID

#### 3.8.3 **Structure mixte**

La loi de commande de cette structure est donnée comme suit:

$$u(t) = K_{p}.e(t) + \frac{K_{p}}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(\tau)d\tau + K_{p}T_{d}.\frac{de(t)}{dt}$$
(3.5)

La fonction de transfert est :



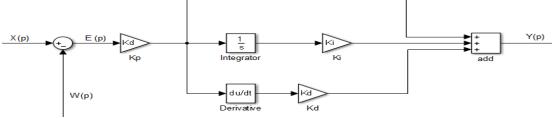


Figure 3.4 : Structure mixte d'un régulateur PID

La principale différence entre ces différentes formes concerne l'effet des coefficients de réglage sur le comportement du régulateur. Ainsi la forme parallèle permet de découpler complètement les actions proportionnelles, intégrales et dérivées entre elles. Alors que dans la forme standard, une modification sur la valeur du coefficient  $K_P$  va modifier simultanément les actions proportionnelles, intégrales et dérivée. À ce titre, certaines personnes, qui règlent des PID de manière manuelle, préfèrent la forme parallèle.

#### 3.9 Méthodes de réglage du régulateur PID

Il existe plusieurs méthodes utilisées pour le réglage des paramètres du régulateur PID, nous citons que trois méthodes à savoir : Ziegler - Nichols, Méthode de Cohen Coon et méthode de Broïda :

## 3.9.1 Méthodes de Ziegler et Nichols (ZN)

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième demande d'amener le système bouclé à sa limite de stabilité [24].

# Méthode de la réponse indicielle

Pour obtenir les paramètres du régulateur PID, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du processus seul puis de tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure ensuite sa pente P et le retard apparent L correspondant au point d'intersection de la tangente avec l'abscisse (figure 3.7), On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide du tableau (3.1).

Type	$K_{P}$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{PL}$	/	/
PI	0.9 <i>PL</i>	3L	/
PID	1.2 <i>PL</i>	2L	0.5L

Tableau 3.1 : Réglage des paramètres PID par la méthode de la réponse indicielle proposée par ZN

# Algorithme de calcul

- Prélever à partir de la réponse indicielle
- Le retard apparent :  $L = t_1$
- La constante de temps apparente :  $T = t_2 t_1$
- La pente de la tangente au point d'inflexion :  $p = \frac{y(\infty)}{T_3 T_1}$
- Le temps mort relatif :  $\tau = \frac{L}{L+T} = \frac{t_1}{t_2}$

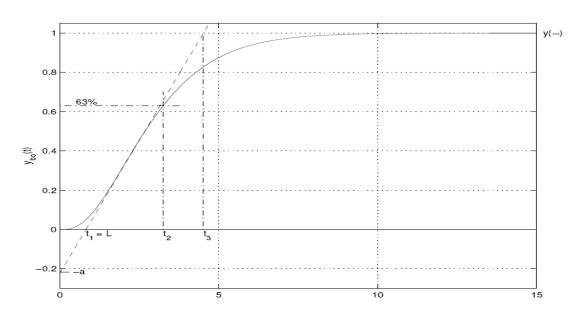


Figure 3.5 : La méthode de la réponse indicielle proposée par Ziegler Nichols

# Méthode du point critique

Cette méthode est basée sur la connaissance du point critique du processus. On boucle le processus sur un simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu'à amener le système à osciller de manière permanente ; on se trouve ainsi à la limite de stabilité. Après avoir relevé le gain critique  $K_{Cr}$  de régulateur et la période d'oscillation  $T_{Cr}$  de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi à l'aide du tableau 3.2 suivant

Type	$K_{P}$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_{Cr}$	/	/
PI	$0.4K_{Cr}$	$0.8T_{Cr}$	/
PID	$0.6K_{Cr}$	$0.5T_{Cr}$	$0.25T_{Cr}$

Tableau 3.2 : Réglage des Paramètres du PID par la méthode du point critique proposée par ZN

L'algorithme de cette méthode est donné ci-dessous

Algorithme: Méthode du point critique

- Prélever à partir de la réponse fréquentielle :

- la pulsation  $\omega\pi$  pour laquelle la phase vaut -180

- le gain  $G\pi$  correspondant à cette pulsation

- Calculer à l'aide des résultats ci-dessus

- Le gain critique :  $K_{Cr} = \frac{1}{G\pi}$ 

- La période d'oscillation critique :  $T_{Cr} = \frac{2\pi}{\omega \pi}$ 

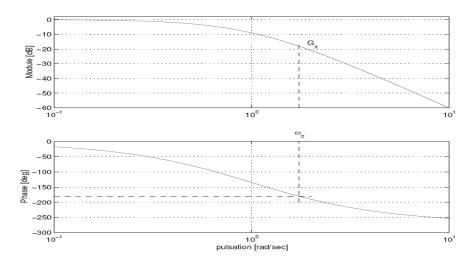


Figure 3.6 : La méthode du point critique proposée par Ziegler Nichols

Défauts de la méthode : le système en boucle fermée possède par rapport à une consigne en échelon, un fort dépassement de l'ordre de 30 à 50%, ce qui peut être gênant [25].

La méthode Ziegler-Nichols ne s'applique qu'aux systèmes apériodiques.

#### 3.9.2 Méthode de Broïda

Cette méthode est basée sur I 'identification en boucle ouverte du système en premier lieu et le calcul des paramètres en second lieu. On mesure les temps  $t_1$ , et  $t_2$  qui correspondent respectivement aux temps de réponse 28% et à 40%; de la valeur finale de la réponse indicielle (figure 3.9) [26].

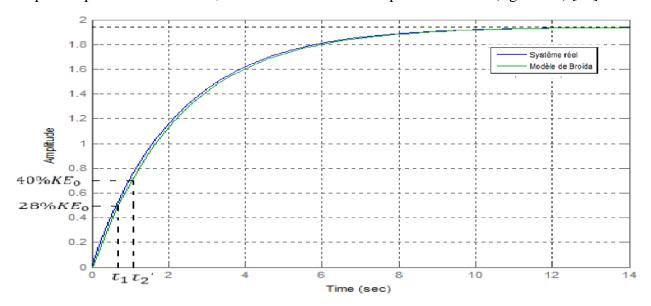


Figure 3.7 : Modélisation par la méthode de Broïda

La fonction de transfert du système est exprimée par :

$$G(p) = \frac{K.\exp(-T.p)}{1 + \tau.p}$$
(3.9)

Avec

$$T = 5...5(t_2 - t_1)$$

$$\tau = 2.8t_1 - 1.8t_2$$

K: Le gain statique.

Les paramètres du correcteur PID sont représentés dans le tableau :

Type	PID série	PID mixte
$K_P$	$0.833 \frac{1}{K} \frac{\tau}{T}$	$\frac{\frac{\tau}{T} + 0.4}{1.2K}$
$T_{i}$	τ	$\tau + 0.4T$
$T_d$	0.42T	$\frac{\tau T}{T + 2.5\tau}$

Tableau 3.3 : Ajustage des paramètres du PID par réglage de Broïda

Défauts de la méthode : la méthode utilisée pour I 'identification est simple mais si la réponse est bruitée la détermination avec précision est délicate [25].

# 3.9.3 Méthode de Cohen Coon (CC)

La méthode de COHEN et COON peut être utilisée pour des systèmes modélisables par un modèle de Broïda dont la fonction de transfert et les paramètres sont mentionnés précédemment [27].

Le tableau suivant donne les réglages de COHEN et COON.

A partir des paramètres du modèle de Broïda et qui font intervenir le rapport  $\mu = \frac{T}{\tau}$ 

Туре	$K_P$	$T_i$	$T_d = K_d$
P	$\frac{1}{k*\mu}\left(1+\frac{u}{3}\right)$	8	0
PI	$\frac{1}{k*\mu} \left( 0.9 + \frac{u}{12} \right)$	$T.\left(\frac{30+3.\mu}{9+20.\mu}\right)$	0
PID	$\frac{1}{k*\mu}\left(\frac{4}{3} + \frac{u}{4}\right)$	$T.\left(\frac{32+6.\mu}{13+8.\mu}\right)$	$T.\left(\frac{32+6.\mu}{13+8.\mu}\right)$

Tableau 3.4 : Réglage des Paramètres du PID par la méthode de COHEN et COON

La méthode de Cohen et Coon ne s'applique que sur des systèmes stables.

#### 3.10 Critères de performance

Pour évaluer la différence existante entre la réponse réelle et la réponse idéale de type échelon (la valeur de consigne), on peut calculer l'intégrale d'un terme positif faisant intervenir l'erreur. Un indice calculé de cette façon prend une valeur d'autant plus élevée que la réponse réelle est éloignée de la réponse idéale. En pratique, l'intégrale est calculée sur un intervalle [0,T] suffisamment étendu pour contenir tout le régime transitoire.

# 3.10.1 Critère de performances de la précision dynamique

Pour avoir une bonne précision dynamique d'un système à une entrée échelon, il faut que le régime transitoire soit caractérisé par un faible dépassement et un temps de réponse optimal [28].

Pour cela, les paramètres d'un régulateur sont choisis de manière à minimiser l'erreur dynamique :

$$e(t) = y(t) - y_d(t)$$
 (3.10)

Donc on doit minimiser l'un des critères suivants :

## • L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur (IAE)

L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur est donnée par :

$$IAE = \int_{0}^{\infty} |e(t)| dt$$
 (3.11)

Ce critère exprime la surface générée par la différence entre la valeur de consigne et la valeur réelle, et son rôle c'est de supprimer les petites erreurs.

## • L'intégrale du carré de l'erreur (ISE)

L'intégrale du carré de l'erreur est donnée par:

$$ISE = \int_{0}^{\infty} e(t)^{2} dt \tag{3.12}$$

L'intérêt de cet indice de performance est de corriger les systèmes dont le régime transitoire qui dure trop longtemps, et tient beaucoup moins compte du dépassement inférieur à 1.

#### • L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur pondérée par le temps (ITAE)

L'intégrale de la valeur absolue de l'erreur pondérée par le temps est donnée par :

$$ITAE = \int_{0}^{\infty} t |e(t)| dt$$
 (3.13)

L'introduction du paramètre temps, va corriger les systèmes à réponse très oscillatoire.

# • L'intégrale du carré de l'erreur pondérée par le temps (ITSE)

L'intégrale du carré de l'erreur pondérée par le temps est donnée par :

$$ITSE = \int_{0}^{\infty} t.e(t)^{2}.dt$$
 (3.14)

Ce critère met peu l'accent sur les erreurs initiales et pénalise fortement les erreurs qui se produisant vers la fin de la réponse transitoire à une entrée échelon.

## 3.10.2 Dépassement

Avant de se stabiliser, la sortie du système passe par un régime transitoire oscillant avant de prendre sa valeur finale. On définit le pourcentage de dépassement par [29] :

$$D\acute{e}passemen(\%) = \frac{y_{\text{max}} - y(\infty)}{y_{\text{max}}} \times 100\%$$
 (3.15)

## 3.10.3 Temps de réponse

Il traduit pratiquement le temps de passage du régime transitoire vers le régime permanant. Plus précisément, elle s'exprime par le temps de réponse  $T_r$  ou temps d'établissement, qui est le temps mis par la mesure pour atteindre sa valeur définitive à  $\pm$  5 % de sa variation tout en se maintenant dans cette zone des  $\pm$  5 %.

#### 3.10.4 Temps de montée

Le temps de montée est la mesure du temps écoulé entre l'échelon de consigne et le premier passage de la sortie à x % de la valeur finale.

# 3.11 Commande PID d'un réacteur chimique CSTR

# 3.11.1 La méthode de Ziegler Nichols

Le calcul des paramètres de réglage des régulateurs PI et PID pour le modèle linéaire du CSTR donné sous forme de fonction de transfert (G) en se basant sur la méthode de Ziegler et Nichols en utilisant leur caractéristiques en boucle ouverte (marge de gain et marge de phase)

- Pour la fonction de transfert G, on obtient un gain critique égal à 0.1736 et une période d'oscillation du signal 0.05130. On obtient les paramètres de chaque régulateur comme présentés dans le tableau (3.5).
- La réponse de chaque régulateur, en boucle fermée, est présentée dans les figures (3.10) et (3.11).

Valeur des paramètres	$K_P$	$K_i$	$K_d$
Type du régulateur			
Un régulateur PI	0.0604	24.3587	/
Un régulateur PID	0.1021	3.9802	0.0013

Tableau 3.5 : Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de ZN

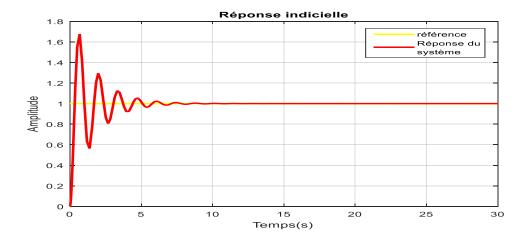


Figure 3.8 : Résultat de régulation d'un PI ajusté par la méthode de ZN

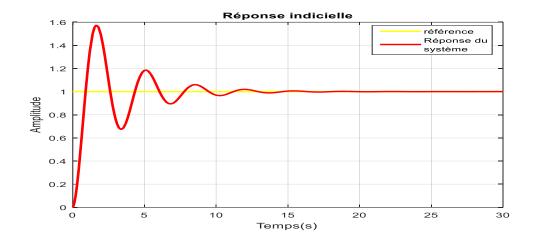


Figure 3.9 : Résultat de régulation d'un PID ajusté par la méthode de ZN

L'application d'un régulateur PID ajusté par la méthode de ZN de la fonction de transfert G fournit une sortie, qui converge systématiquement vers la consigne. On constate un dépassement important, un temps de réponse considérable et des oscillations caractérisant le régime transitoire, avant d'arriver au régime permanant. L'utilisation d'un régulateur PI fournit un résultat caractérisé par un dépassement plus important, mais avec un temps de réponse plus court comparativement au régulateur PID.

#### 3.11.2 La méthode de Cohen Coon

Le calcul des réglages des régulateurs PI et PID, en utilisant la méthode proposée par Cohen et Coon.

- Pour la fonction de transfert G on obtient une constante du temps égale à -0.0207, un retard pur du modèle égal à 2.2717, un gain statique 1.9418 et un rapport u= -110.0000.
- On obtient les paramètres de chaque régulateur comme le montre le tableau (3.6). Les résultats de simulation sont donnés dans les figures (3.12) et (3.13).

Valeur des parcmètres	$K_P$	$K_{i}$	$K_d$
Type du régulateur			
Un régulateur PI	0.0387	3.2149	/
Un régulateur PID	0.1225	0.6077	-0.0038

Tableau 3.6: Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de C-C

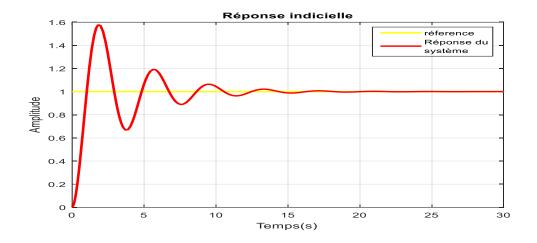


Figure 3.10 : Résultat de régulation d'un PI ajusté par la méthode de CC

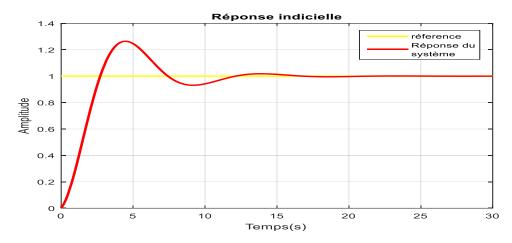


Figure 3.11 : Résultat de régulation d'un PID ajusté par la méthode de CC

L'utilisation du régulateur PID ajusté par la méthode de C-C fournit une sortie, qui converge systématiquement vers la consigne. On constate un dépassement moins important dans le temps de réponse du régulateur PID comparativement à celui PI.

## 3.11.3 La méthode de Broïda

Les paramètres de réglage du régulateur PID, calculés en utilisant le modèle d'identification en BO proposé par Broïda, sont donnés comme suit :

- Pour la fonction de transfert G on obtient une constante du temps -0.0207, un retard pur du modèle égal à 2.2717, et un gain statique 1.9418.
- Les paramètres obtenus du régulateur PID sont donnés dans le tableau (3.7). La réponse du système en boucle fermée est présentée dans la figure (3.14).

Valeur des parcmètres	$K_{P}$	$K_{i}$	$K_d$
Type du régulateur			
Un régulateur PID de structure	0.1678	1.1261	-0.0211
série			

Tableau 3.7 : Les paramètres du régulateur ajusté par la méthode de Broïda

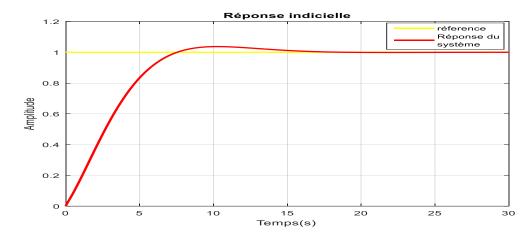


Figure 3.12 : Résultat de régulation d'un PID ajusté par la méthode de Broïda

La commande du système considéré en utilisant le régulateur ajusté par la méthode de Broïda fournit une réponse qui assure une erreur statique presque nulle, un dépassement faible mais avec un temps de réponse longue.

#### 3.12 Conclusion

Les problèmes de sécurité et de comportement qui sont générés à cause de la perte de contrôle du réacteur imposent toujours de développer les techniques de commande pour générer une loi de commande qui satisfait les conditions de robustesse, de stabilité et des performances. Une de ces techniques était le régulateur le plus connu le PID, son principe de fonctionnement consiste à combiner les performances de trois actions (proportionnelle, intégrateur et dérivateur). Le problème majeur de ce régulateur est le bon réglage des valeurs de ses coefficients. Les trois méthodes présentées dans ce chapitre pour le calcul des paramètres du régulateur PID ont des inconvénients qui laissent leur utilisation très restreinte ou avec précaution, car elles ne couvrent que certains processus et donne des résultats peux performants, un inconvénient majeur est aussi dû au risque courus lors de l'application de cette méthode qui exige de ramener le système à la limite de stabilité pour tirer les paramètres du contrôleur PID.

# Chapitre 4

#### 4.1 Introduction

On commence à voir apparaître des travaux portant sur la synthèse de loi de commande minimisant un critère de type énergétique au début de la seconde moitié du 20eme siècle à partir des années 60. On parle alors de commande optimale. Les premières approches de type Linéaire Quadratique (LQ) sont proposées et permettent alors de calculer un gain de retour d'état. Dans la foulée, les techniques de filtrage de Kalman ou encore de synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG) ont permis de régler des difficultés sur la notion de filtrage de bruit sur l'état ou les sorties. Toutes ces techniques reposent sur l'existence d'une modélisation la plus fine possible représentative de la dynamique réelle du système.

La commande LQG présente l'intérêt de s'appliquer a des systèmes dont l'état n'est pas mesuré. De ce fait, elle a connu un grand succès comme en témoigne les nombreuses publications sur le sujet.

La commande par retour d'état présente aujourd'hui l'aspect le plus important des systèmes de contrôle. Un choix approprié du gain par retour d'état est apte à stabiliser les systèmes instables, à éliminer les vibrations et à améliorer les performances des systèmes oscillatoires.

Ce chapitre présente un bref rappel sur la commande linéaire quadratique, puis, la synthèse d'une loi commande LQR, et LQG pour contrôler le bioréacteur chimique CSTR.

#### **4.2** Commande optimale

L'approche de la commande optimale cherche un contrôleur qui rend minimal ou maximal un critère de performance. Autrement dit, étant donné un critère de performance, on cherche parmi tous les contrôleurs celui qui rend minimal ou maximal ce critère.

#### 4.3 Commande linéaire quadratique LQ

L'objectif de la commande linéaire quadratique (**LQ**) est de formuler le problème de commande par retour d'état en termes d'optimisation d'un critère qui traduit un compromis entre l'effort demandé à la commande (actionneurs) et les contraintes qu'on veut imposer à l'état. Ce régulateur consiste à trouver une loi de commande optimale u(t) en boucle fermée qui permet d'assurer les performances désirées.

La commande LQR en boucle fermée possède les avantages suivants:

- 1) Robustesse par rapport aux perturbations et à l'incertitude sur les paramètres;
- 2) Méthode autorégulée;

#### 3) Réduction de la sensibilité.

L'objectif de cette commande est de minimiser une fonction de coût quadratique basée sur les énergies de la commande et de l'énergie de la sortie. Cette fonction de coût est définie selon l'expression suivante:

$$j = \frac{1}{2} \int \left( y^T E y + u^T R u \right)_{\substack{\text{energie} \\ \text{de} \\ \text{sortie}}} \underbrace{ \left( y^T E y + u^T R u \right)_{\substack{\text{energie} \\ \text{de} \\ \text{commande}}} \right)$$
(4.1)

Où, y = C.x

L'énergie de sortie est exprimée de la façon suivante:

$$y^{T} E y = (C.x)^{T} E(C.x) = x^{T} C^{T} E C x = x^{T} Q x$$
 (4.2)

R et Q sont les matrices qui définissent l'indice de performance et le coût à minimiser respectivement. Ces matrices sont définies positives et leurs éléments sont choisis de sorte à assurer une pondération relative aux variables d'état individuelles et à la loi de commande à l'entrée du système [30].

# 4.3.1 Principe de la commande LQ à horizon fini

Considérons le système linéaire en (2.13) :

La commande par retour d'état qui stabilise le système et minimise le critère LQ (minimise l'énergie de commande et accélère la vitesse de rejet de perturbation) est basée sur la minimisation du critère suivant:

$$j(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} x_f^T S x_f + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left( x^T Q(t) x + u^T R(t) u \right) dt$$
(4.3)

Avec:

 $Q \ge 0$ ,  $R \ge 0$  et S > 0

L'Hamiltonien s'écrit :

$$H(x, p, u, t) = P^{T} A(t) x + P^{T} B(t) u + \frac{1}{2} (x^{T} Q(t)) x + u^{T} R(t) u$$
 (4.4)

L'Hamiltonien, vérifie les conditions suivantes :

• Equation de l'état adjoint :

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -A(t)^T p - Q(t)^T x \tag{4.5}$$

• Condition de transversalité :

$$p(t_f) = Sx_f \tag{4.6}$$

• Absence de contrainte sur la commande

$$\frac{\partial H}{\partial x} = B(t)p^{T} + R(t)u = 0 \tag{4.7}$$

- L'entrée de commande *u* est alors donnée par :

$$u = -K_C x(t) \tag{4.8}$$

Avec:

$$K_C = R(t)^{-1} B(t)^T P(t)$$

 $K_C$  est la matrice de gain LQR

L'équation dynamique du système s'écrit :

$$\dot{x} = A(t)x(t) - B(t)R^{-1}(t)\lambda(t) \tag{4.9}$$

En rassemblant les équations (4.8) et (4.5) sous forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R(t)^{-1}B(t)^T \\ -Q(t)^T & -A(t)^T \end{bmatrix}$$
(4.10)

Ecrivant p = P(t)x l'équation (4.5) s'écrit alors :

$$\dot{p} = -\left(A(t)^T P(t) + Q(t)^T\right) x \tag{4.11}$$

Avec:

$$\dot{p} = \dot{p}(t)x + p(t)\dot{x}$$

L'équation d'état du système et l'équation (4.11) on mène à l'équation dite : Equation différentielle de Riccati, on peut écrire cette équation :

$$\dot{P} + PA + A^{T}P - PBR^{-1}B^{T}P + Q = 0 {(4.12)}$$

Qui peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) + x^T Q x + u^T R u = 0 \tag{4.13}$$

On utilisant les termes d'optimalité données dans les équations (4.5), (4.6) et (4.7) l'équation (4.3) devient comme suit :

$$j(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} \left( x_f^T S x_f - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} (x^T P x) \right) dt$$

$$(4.14)$$

Avec la condition finale:

$$p(t_f) = S$$

$$j(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} x_0^T P(t_0) x_0$$

Lorsque l'horizon est fini ou que des spécifications temporelles sur l'état final du système sont données, le problème est bien résolu [31].

# 4.3.2 Principe de la commande LQ à horizon infini

Considérons le même système linéaire en (2.14). On cherche la commande qui peut minimiser le critère suivant:

$$j(x_0, t_0, u) = \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} \left( x^T Q(t) x + u^T R(t) u \right) dt$$
(4.15)

En suivant le même résonnement que pour le cas d'horizon fini, et en considérant que l'état adjoint du système devient constant, on peut avoir la solution au problème d'optimisation en résolvant L'équation de Riccati peut être exprimée sous la forme :

$$\begin{bmatrix} P & -I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & -B.R^{-1}.B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ P \end{bmatrix} = 0$$
(4.16)

$$PA + A^{T}P - PBR^{-1}B^{T}P + Q = 0 (4.17)$$

On donne la matrice hamiltonienne associée à l'équation de Riccati.

$$H = \begin{bmatrix} A & -B.R^{-1}.B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$
 (4.18)

#### Propriété de la matrice Hamiltonienne

Les 2n valeurs propres de *H* sont [32] :

- les n valeurs propres stables de la boucle fermée,
- les n valeurs propres opposées par rapport à l'axe imaginaire (donc instables).

$$K_C = R(t)^{-1} . B(t)^T . P(t)$$
 (4.19)

Le schéma de la commande LQR, qui est un retour d'état, Il peut être représenté comme suit :

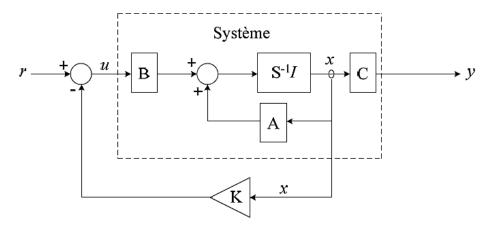


Figure 4.1 : Schéma bloc de la commande LQR.

#### 4.3.3 Choix des matrices de pondération

Les matrices de pondération sont généralement choisies diagonales où :

$$Q = diag(q_1, q_2, q_q) = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & . & 0 \\ 0 & q_2 & . & 0 \\ . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & q_q \end{bmatrix}$$

$$(4.20)$$

$$R = diag(r_1, r_2, r_m) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & . & 0 \\ 0 & r_2 & . & 0 \\ . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & r_m \end{bmatrix}$$

$$(4.21)$$

Pour faire une évaluation initiale de Q et R, on utilise le calibrage physique des entrées-sorties correspondantes, en prenant :

$$r_i = \left[\frac{1}{\sup(u_i)}\right]^2, i = 1, 2, \dots, m$$
 (4.22)

$$q_i = \left[\frac{1}{\sup(y_i)}\right]^2, i = 1, 2....q$$
 (4.23)

C'est la règle de Bryson.

On pourra ensuite raffiner le choix des pondérations par essais et erreurs en simulation.

Si on augmente Q par rapport à R, on aura globalement des réponses rapides au prix d'une commande plus énergique [33].

# 4.4 Commande LQ d'un réacteur chimique CSTR

La linéarisation du modèle non linéaire du CSTR donne la matrice d'état A et la matrice d'entrée B mentionnées aux équations (2.28) et (2.29) respectivement.

Il existe deux exigences principales pour l'application de la commande LQ au système linéarisé.

- Les états doivent être mesurables (observables).
- Le système physique doit être contrôlable.

NB: le test de la contrôlabilité et l'observabilité est fait selon le critère de Kalman sachant que le rang de la matrice d'état A est : Rank (A) = 2

#### 4.4.1 Vérification de l'observabilité

A l'aide du logiciel MATLAB, on détermine l'observabilité du système pour une entrée échelon :

$$Q_0 = 1.0e + 03* \begin{bmatrix} 0 & 0.0010 \\ -2.2291 & -0.0094 \end{bmatrix}$$

 $rank(Q_0) = 2$  alors le système est observable.

#### 4.4.2 Vérification de contrôlabilité

A l'aide du logiciel MATLAB, on détermine la matrice de contrôlabilité du système pour une entrée échelon :

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & -0.0705 \\ 1.5033 & -14.1094 \end{bmatrix}$$

 $rank(C_0) = 2$ , alors le système est contrôlable.

#### 4.4.3 Choix des matrices de pondération

Le problème de la commande LQR est de trouver un retour d'état qui permet de minimiser le critère de rapidité-énergie.

La première étape de la synthèse de cette commande est de déterminer les matrices de pondération pour satisfaire les performances souhaitables.

Le choix de la matrice *R* influe sur l'énergie mise en jeu lors de la commande du système, alors que la matrice Q est choisie pour avoir de bonnes performances.

On note que le régulateur linéaire quadratique est effectué à horizon infini.

Au début, on prend les matrices de pondération des matrices d'identité à cause des mauvais résultats on a cherché les éléments des matrices de pondération pour avoir des bons résultats suivants :

Le choix des matrices de pondération est basé sur la supposition et la vérification.

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0500 \end{bmatrix}$$
 et R=3/2.

La solution de l'équation de Riccati devient alors :

$$P = (1.0e + 03) \times \begin{bmatrix} 8.4984 & -0.0471 \\ -0.0471 & 0.0003 \end{bmatrix}$$

Le gain  $K_C$  de la commande LQ est :

$$K_c = \begin{bmatrix} -47.1561 & 0.2953 \end{bmatrix}$$

#### 4.4.4 Résultats de simulation

La réponse du système (Température du réacteur) en boucle fermée commandé par un LQR est présentée dans la figure (4.2).

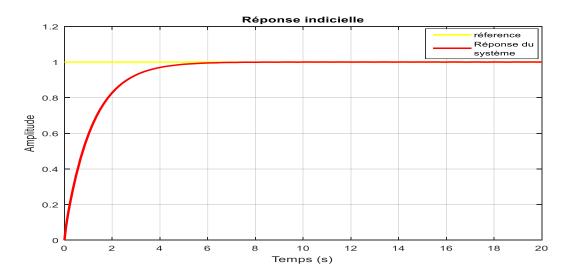


Figure 4.2 : Résultat de la commande LQ appliqué sur un CSTR linéarisé

## 4.5 Comparaison entre la commande optimale LQ et la commande PID

La commande LQ du CSTR linéarisé assure des performances plus élevées comparativement à celles obtenues par la commande PID. Le tableau (4.1) présente une comparaison entre la commande LQ et la commande PID ajustée par méthodes classiques.

Méthode de commande		Dépassement	Temps de réponse
Régulateur PID ajusté	PI	57.7766 %	13.5034 s
par la méthode de CC	PID	26.4863 %	11.3461 s
la méthode de ZN	PI	67.9564 %	6.1872 s
	PID	57.3351 %	10.7885 s
Régulateur PID ajusté par la méthode de		3.2891 %	13.3626 s
Broida			
Un régulateur LQ		0 %	4.5670 s

Tableau 4.1 : Les performances de régulation par des différentes méthodes

Le tableau (4.1) montre que le régulateur LQ est plus performant comparativement au régulateur PID.

## 4.6 Commande linéaire quadratique gaussienne (LQG)

La commande LQG est bien adaptée lorsque l'état du système n'est pas directement mesurable ou que les mesures sont affectées par le bruit. La synthèse de cette commande prend en compte les propriétés statistiques de perturbations, sans affecter la stabilité.

La synthèse du régulateur LQG consiste donc à chercher, à partir de cette mesure partielle, un régulateur qui minimise un critère quadratique de nature stochastique.

La commande LQG associe un observateur d'état basé sur le filtre de Kalman à la commande LQR. L'observateur est un système dynamique, dont les entrées sont constituées de l'entrée et de la sortie du système à commander, et qui a pour fonction de reconstruire l'état du système.

#### 4.6.1 Synthèse d'une commande LQG

Soit le système dynamique stochastique d'équation d'état :

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) + w(t) 
y = C.x(t) + D.u(t) + v(t)$$
(4.24)

Avec : w le bruit d'état et v le bruit de mesure sont des bruits blancs centrés de variance

$$E\{ww^T\} = w \ge 0$$
 et  $E\{vv^T\} = v \ge 0$ 

Le problème LQG consiste en la minimisation du critère :

$$j(x_0, u) = \lim E \left\{ \frac{1}{t_f} \int_{t_0}^{t_f} \left( e(t)^T Q e(t) + u^T R(t) u \right) dt \right\}$$
(4.25)

Où Q et R deux matrices de pondération avec :

$$Q = Q^T \ge 0$$
 et  $R = R^T \ge 0$ 

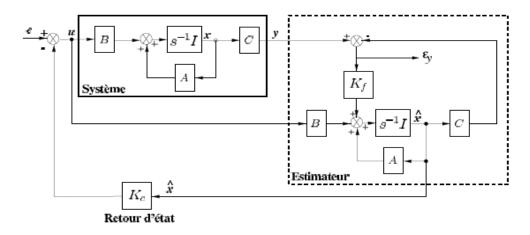


Figure 4.3 : Structure détaillée de la commande LQG

La solution du problème de commande optimale de processus stochastique est basée sur l'utilisation du théorème de séparation. Ce théorème énonce que la solution du problème est composée de deux étapes :

Etape 1 : l'utilisation d'un Filtre de Kalman permettant de donner l'estimé x̂ de l'état x (au sens de la variance de l'erreur minimale) qui est non biaisée et à variance minimale, d'où l'estimée optimal x̂ est donné par l'équation classique du filtre de Kalman :

$$\hat{x} = A.\hat{x} + B.u + K_f(y - C\hat{x} - Du)$$
 (4.26)

Où K<sub>f</sub> est le gain optimal du filtre de Kalman.

#### 4.6.2 Calcul du gain optimal du Filtre de Kalman

Le gain du filtre de Kalman  $K_f$  est à calculer afin de minimiser la variance de l'erreur d'estimation  $\varepsilon_x = x - \hat{x}$ .

Le critère mathématique que l'on cherche à minimiser est :

$$\min(J_g)$$

$$J_g = E[\varepsilon_x^T \varepsilon_x]$$
(4.27)

A partir des équations (4.26) et (4.25) on déduit l'équation d'évolution de l'erreur d'estimation :

$$\dot{\varepsilon}_{x} = A.\varepsilon_{x} + w - k_{f} (C\varepsilon_{x} + v) = (A - k_{f}C)\varepsilon + [I_{n} - k_{f}] \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix}$$
(4.28)

En appliquant le théorème du passage d'un bruit blanc dans un système linéaire à l'équation (4.28):

Le vecteur d'entrée augmenté  $\begin{bmatrix} w^T & v^T \end{bmatrix}^T$  est un bruit blanc gaussien centré de densité spectrale  $\begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix}$  car w et v sont indépendants. On note  $m(t_{0})$  et  $Pf(t_{0})$  la moyenne et la covariance de l'erreur d'estimation initiale  $\varepsilon_x(t_0)$ .

 $\varepsilon_x(t)$  est un signal aléatoire gaussien de moyenne :

$$m(t) = E[\varepsilon_x(t)] = e^{(A - k_f C)(t - t_0)} m(t_0)$$

Si le filtre est stable (les valeurs propres de  $(A-k_fC)$  sont à parties réelles négatives), alors, après un régime transitoire au cours duquel l'erreur d'estimation initiale  $\varepsilon_x(t)$  est recalée, la moyenne de l'erreur d'estimation en régime permanent s'annule. On dit que l'estimateur est non biaisé de covariance :

$$p_{f}(t) = \left[ \left( \varepsilon(t) - m(t) \right) \left( \varepsilon_{x}(t) - m(t) \right)^{T} \right]$$
(4.29)

L'équation différentielle est :

$$\dot{p}_{f}(t) = (A - k_{f}C)p_{f}(t) + p_{f}(t)(A - k_{f}C)^{T} + \begin{bmatrix} I_{n} & -k_{f} \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{n}^{T} \\ -k_{f}^{T} \end{bmatrix}$$
(4.30)

En régime permanent  $\dot{p}_f(t) = 0$  et  $p_f(t) = p_f$  vérifie alors l'équation de Lyapunov continue :

$$(A - k_f C) p_f(t) + p_f(t) (A - k_f C)^T + \begin{bmatrix} I_n & -k_f \begin{bmatrix} w & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n^T \\ -k_f^T \end{bmatrix} = 0$$
 (4.31)

$$(A - k_f C)p_f + p_f (A - k_f C)^T + w + k_f V k_f^T = 0$$
(4.32)

Les équations (4.17) et (4.32) font apparaître une remarquable dualité entre l'estimation et la commande avec les correspondances suivantes :

$$A \leftrightarrow A^{T} , k_{c} \leftrightarrow k_{f}^{T}$$
 
$$B \leftrightarrow C^{T} \quad p \leftrightarrow p_{f}$$
 
$$R \leftrightarrow v \ Q \leftrightarrow w$$

On a :  $K_f = P_f C^T V^{-1}$  où  $P_f$  est solution de l'équation de Riccati suivante :

$$P_f A^T + A P_f - P_f C^T V^{-1} C P_f + w = 0 (4.33)$$

Avec:

$$P_f = P_f^T > 0$$

En appliquant l'estimé  $\hat{x}$  à la commande par retour d'état  $u(t) = -K_c \hat{x}(t)$  comme s'il était la mesure exacte du vecteur d'état x.

 $K_c$  est calculé en considérant le problème de commande optimale linéaire (méthode LQ) correspondant en enlevant v et w de l'équation d'état (4.24) et E dans le critère (4.25) :

$$u(t) = -K_C \hat{x}(t)$$

$$\begin{cases} K_C = R^{-1}B^T P \\ PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \end{cases}$$

La représentation d'état du contrôleur LQG s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_C - K_f C + K_f DK_C & K_f \\ -K_C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix}$$
 (4.34)

## 4.7 Commande LQG d'un réacteur chimique CSTR

En utilisant l'espace d'état obtenu par linéarisation qui est représenté par les matrices A, B, C et D dans les équations (2.28), (2.29), (2.30), (2.31) respectivement avec des bruits blanc gaussienne de covariance  $w = 0.1*\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  et v=1

Pour une valeur de consigne égale à 100, la réponse du système bruité en boucle ouverte est montrée à la figure 4.5:

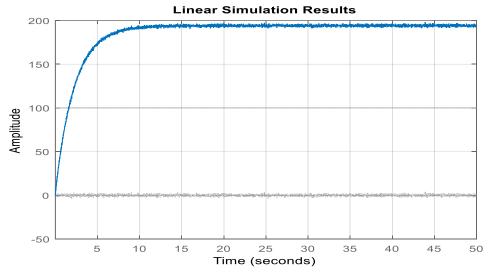


Figure 4.4 : Evolution des variables d'états du modèle

Afin de réduire les perturbations en assurant les meilleurs performances, on adopte le principe de séparation de la commande LQG (filtre de Kalman + LQR ).

Le gain du filtre de Kalman  $K_f$  est obtenu par la résolution de l'équation de Riccati P :

$$K_f = \begin{bmatrix} -0.0130 \\ 2.6973 \end{bmatrix}$$
 ;  $P = \begin{bmatrix} 0.0001 & -0.0130 \\ -0.0130 & 2.6973 \end{bmatrix}$ 

La matrice d'état de l'observateur est :

$$A - K_f C = 1.0e + 03 \begin{bmatrix} -0.0121 & -0.0000 \\ -2.2291 & -0.0121 \end{bmatrix}$$

L'allure d'évolution des états de l'observateur est représentée à la figure suivante :

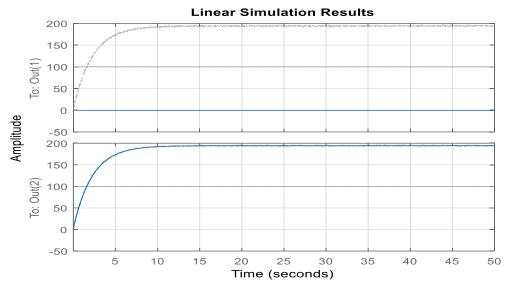


Figure 4.5: Evolution des variables d'états de l'observateur

Le filtre de Kalman a été planifié afin de réduire les perturbations, le but est de commander le système pour obtenir les meilleures performances possibles, en utilisant un régulateur basé sur les mêmes matrices de pondération qu'on a montré précédemment. Le résultat d'utilisation de la commande LQG est présenté dans la figure suivante :

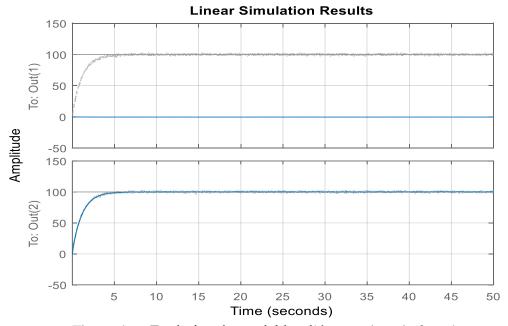


Figure 4.6 : Evolution des variables d'états en boucle fermée

#### 4.8 Conclusion

La stratégie de la commande linéaire quadratique permet de gérer les performances du système et l'énergie mise en jeu durant sa commande, le choix des matrices de pondération est basée sur le sens physique de l'ingénieur, c'est-à-dire sur la bonne connaissance du système à asservir, de manière à évaluer l'influence des différentes pondérations sur les performances du système. Ce type de commande est utilisé dans le cas d'un système sans perturbations et sans bruit, ce qui oblige la conception d'une méthode qui assure une loi de commande robuste aux perturbations paramétriques pouvant affecter le réacteur, le choix de la commande linéaire quadratique gaussienne est bien adapté lorsque l'état du système n'est pas directement mesurable ou les mesures sont affectées par un bruit.

# Chapitre 5

#### 5.1 Introduction

Dans le monde de l'industrie, on trouve plusieurs types de commandes utilisées, dont les travaux de recherche sont en développement continus pour améliorer les performances de chacune type de commande.

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté le régulateur PID et la commande quadratique linéaire et gaussienne. Les approches présentées ont été appliquées pour commander un bioréacteur chimique (CSTR).

Pour améliorer les performances du régulateur PID, et de la commande linéaire quadratique et gaussienne, nous allons fait recours aux outils d'optimisation.

Les algorithmes génétiques (GA) développés par J. Holland (Holland, 1992) présentent des qualités intéressantes pour la résolution du problèmes d'optimisation complexes. Leurs fondements théoriques furent exposés par Goldberg (Goldberg, 1994).

Ce chapitre présente, dans un premier temps, un bref rappel sur les algorithmes génétiques, qui ont été conçus comme un modèle de système adaptatif complexe capable de simuler l'évolution des espèces, mais du point de vue algorithmiques. Par la suite, l'approche d'optimisation par l'utilisation des algorithmes génétiques sera utilisée pour améliorer les performances du régulateur PID et de la commande LQR, avec la comparaison des résultats de commande du système CSTR.

#### 5.2 Définition d'un algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont des algorithmes de recherche basés sur le mécanisme de la sélection naturelle et les génétiques naturelles, ils combinent la survie des plus aptes parmi les structures de chaînes avec un échange des informations structurées mais randomisées pour former un algorithme de recherche avec une touche novatrice de recherche humaine.

A chaque génération, un nouvel ensemble des créatures artificielles (cordes) est créé en utilisant les bits et les pièces du plus apte d'ancien

Bien qu'ils sont randomisés, les algorithmes génétiques ne sont pas une simple marche aléatoire, ils exploit efficacement les informations historiques pour spéculer sur de nouveaux points de recherche avec des performances attendues améliorées [35].

Les algorithmes génétiques se distinguent par les propriétés suivantes:

1. Ils utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux-mêmes

2. Ils travaillent sur une population d'individus (ou de solutions)

3. Ils n'utilisent que les valeurs de la fonction à optimiser, pas sa dérivée ou autre connaissance

auxiliaire

4. Ils utilisent des règles de transition probabilistes et non déterministe.

5.3 Terminologie

Les algorithmes génétiques sont enracinés dans tous les domaines d'utilisation, spécialement en

génétique naturelle et en informatique, les terminologies utilisées dans les algorithmes génétiques

sont un mélange entre le naturel et l'artificiel.

Dans l'organisme biologique, la structure qui code la prescription qui spécifie la façon dont

l'organisme doit être construit s'appelle un chromosome [36].

Les chromosomes: Ils sont les éléments à partir desquels sont élaborées les solutions (croisement

génétique, mutation) dans le cas le plus simple, l'individu est représenté par un seul chromosome

qui contient plusieurs gènes.

Un ou plusieurs chromosomes pourraient être nécessaires pour spécifier l'organisme complet,

L'ensemble complet des chromosomes est appelé « génotype » et l'organisme résultant est appelé

phénotype

Chaque chromosome comprend un nombre de structures individuelles nommées « gènes »

Les gènes : contiennent les paramètres permettent d'évaluer une fonction (un ou plusieurs bits dans

le cas d'un codage binaire par exemple).

Un individu: entité contenant des gènes, pour des problèmes d'optimisation numériques. Ils sont

des nombres réels convertis en binaire.

Chaque gène code une caractéristique particulière de l'organisme et location ou « locus » du gène

au sein de la structure de chromosome, détermine quelle caractéristique particulière le gène

représente.

Dans un locus particulier, un gène pourrait coder l'une des différentes valeurs de la caractéristique

particulière qu'il représente.

Les différentes valeurs d'un gène est appelées allèles.

**Population:** L'ensemble de tous les individus (nombres, dispositifs, points,...) dans la recherche.

63

Une génération: ensemble d'individus tirés aléatoirement ou sélectionnés parmi la population.

La correspondance des termes des algorithmes génétiques et les termes d'optimisation sont résumés dans le tableau 5.1

Les termes de GA	Explications
Chromosome (string, individu)	Solution
Gènes (bits)	Partie d'une solution
Locus	Position de gène
Allèles	Les valeurs de gène
Phénotype	Solution décodé
Génotype	Solution codé

Tableau 5.1 : Correspondance des termes des AG et les termes d'optimisation

# 5.4 Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique

# 5.4.1 Concept de base d'un algorithme génétique simple

La décomposition de la conception joue un rôle important dans le développement d'AG, bien que la théorie des GA soit fixée, les pratiquants peuvent encore rencontrer des obstacles en raison de certains problèmes pratiques qui doivent être traité avant la réalisation d'AG. Ces problèmes mentionnés ci-dessous [37] :

- Génération de la population initiale : Il faut que le mécanisme utilisé soit capable de produire une population d'individus non homogène.
- Encodage: trouver une fonction de codage des données.
- Paramétrage : Taille de la population, nombre total de générations, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation.
- Trouver une fonction d'évaluation pour calculer l'adaptation d'un individu, cette fonction est appelée fitness ou fonction d'évaluation de l'individu. Elle est utilisée pour sélectionner et reproduire les meilleurs individus de la population.
- Déterminer un critère d'arrêt.

Les applications suivantes sont appliquées pour permettre de diversifier la population au cours des générations.

- Sélection d'individus parmi une population initiale
- Application des opérateurs pour générer la nouvelle génération de solution
- Évaluation de l'adaptabilité de la nouvelle génération

D'après les concepts précédents, on peut utiliser les étapes suivantes pour planifier le premier raisonnement d'un AG [38] :

- Etape 1 : générer aléatoirement une population P de n chromosomes x;
- Etape 2 : évaluer l'adaptabilité f(x) de chaque chromosome de P ;
- Etape 3 : créer une nouvelle population
  - Sélectionner un ensemble de candidats prometteurs S de P;
  - Croiser les mating pool pour obtenir un ensemble de progéniture O (offspring) ;
  - Muter la progéniture O pour obtenir une autre perturbé O\_;
  - Remplacer la population actuelle P par l'ensemble de la progéniture O\_;
- Etape 4 : si la nouvelle population n'est pas satisfaisante retourner à 2.

La figure (5.1) illustre l'organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique :

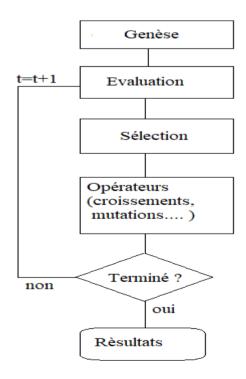


Figure 5.1 : Organigramme de fonctionnement d'un algorithme génétique

#### 5.4.2 Conception d'un algorithme génétique

Les solutions sont codées d'une manière appropriée. Une population initiale de solutions est constituée. Une fonction d'évaluation des solutions est également choisie. On parle de « fitness function », la fonction qui mesure la santé de l'individu. Sur la base de cette fonction, une génération suivante est créée en appliquant les opérateurs de sélection, croissement et la mutation, la génération qui satisfait le critère d'arrêt donne les meilleures solutions comme le montre l'algorithme dans la figure (5.2) [39] :

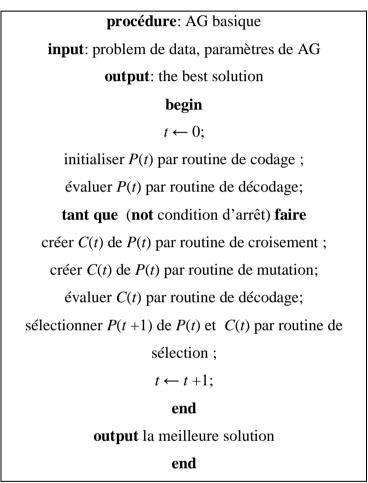


Figure 5.2 : Un algorithme génétique simple

#### 5.5 Description détaillée et opérateurs génétiques

#### 5.5.1 Création de la population initiale

La population initiale sera créée de manière aléatoire à condition que chaque individu dans la population créée soit une solution du problème. La taille de la population initiale doit être raisonnablement grande en tenant compte à la fois de la qualité des solutions trouvées et du temps d'exécution de notre algorithme.

#### 5.5.2 Evaluation des individus

Après avoir créé la population initiale, nous attribuons une valeur d'adaptation ou une 'note' à chaque individu selon leur performance. Il faudrait donc créer une fonction d'évaluation 'fitness' pour évaluer la qualité de chaque individu.

## **5.5.3** Codage

Une des grandes avancées du néodarwinisme a été le décryptage du code génétique. Cette découverte a révélé une chose extrêmement surprenante : toute la complexité du monde vivant 'était codée par un alphabet de quatre lettres (A, C, T et G) utilisé pour construire des mots de trois lettres seulement (chaque mot code pour un acide aminé, constituant élémentaire des protéines). Notons que ce code, qui est le plus simple, est loin d'être le seul dans le monde vivant. La première difficulté d'un AG est également de réaliser un codage des solutions, c'est-à-dire de passer d'une solution dans le domaine d'application (la biologie dans notre cas) `a une solution dans le domaine des AG. [40]

Premièrement, il faut représenter les différents états possibles de la variable dont on cherche la valeur optimale sous forme utilisable pour un AG: c'est le codage. Cela permet d'établir une connexion entre la valeur de la variable et les individus de la population, de manière à imiter la transcription génotype-phénotype qui existe dans le monde vivant. [41]

Il y a trois principaux types de codage utilisables, et on peut passer de l'un à l'autre relativement facilement :

#### Codage binaire :

Chaque gène dispose du même alphabet binaire {0, 1} Un gène est alors représenté par un entier long (32 bits), les chromosomes qui sont des suites de gènes sont représentés par des tableaux de gènes et les individus de notre espace de recherche sont représentés par des tableaux de chromosomes. Ce cas peut être généralisé à tout alphabet allélique n-aire permettant un codage plus intuitif [21].

Historiquement, le codage choisi était le codage binaire. Tout d'abord, l'analogie avec la structure de l'ADN et le codage en quatre bases est immédiate. De plus, l'application des opérateurs est très simple car un 1 ne peut devenir qu'un 0 et inversement. Holland ne considérait en fait que le codage binaire était optimal. Il a énoncé cela sous la forme du principe de l'Alphabet Minimum. Dans le cas d'un codage binaire on utilise souvent la "distance de Hamming" comme mesure de la dissimilarité entre deux éléments de population, cette mesure compte les différences de bits de

même rang de ces deux séquences. De là le codage binaire commence à montrer ses limites. En effet, deux éléments voisins en terme de distance de Hamming ne codent pas nécessairement deux éléments proches dans l'espace de recherche. Cet inconvénient peut être évité en utilisant un "codage de Gray" [40].

#### - Codage en base n

Dans ce type de codage, les gènes constituant un chromosome sont des chiffres exprimés dans une base de numération n, ce qui permet de représenter n valeurs discrètes [41].

# - Codage réel

Chaque chromosome est en fait un vecteur dont les composantes sont les paramètres du processus d'optimisation. Le codage réel est très différent des deux codages décrits précédemment, il est plus simple à utiliser. Si on veut chercher l'optimum d'une fonction à n variables  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  alors le chromosome H sera de la forme :

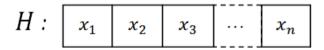


Figure 5.3 : Codage en réel des chromosomes

L'évaluation du chromosome est plus rapide vu l'absence de l'étape de transcodage (du binaire vers le réel)., en plus le codage réel aboutit souvent à une meilleure précision et un gain important en temps d'exécution [42].

## • Propriétés de codage

Il est très nécessaire d'examiner si on peut construire une recherche génétique efficace avec l'encodage, plusieurs principes ont été proposés pour évaluer l'encodage : [39]

- Propriété 1 (l'espace) : les chromosomes ne devraient pas nécessiter de mémoire extravagante.
- Propriété 2 (temps): La complexité temporelle de l'exécution de l'évaluation, de la recombinaison et de la mutation sur les chromosomes ne devrait pas être d'un ordre supérieur.
- Propriété 3 (faisabilité): un chromosome correspond à une solution réalisable.
- Propriété 4 (Légalité): Toute permutation d'un chromosome correspond à une solution.
- Propriété 5 (exhaustivité): toute solution a un chromosome correspondant.

- Propriété 6 (Unicité): la cartographie des chromosomes aux solutions (décodage) peut appartenir à l'un des trois cas suivants : cartographie 1 à 1, cartographie n à 1 et cartographie 1 à n . La cartographie 1 à 1 est la meilleure parmi trois cas et la cartographie 1 à n est la plus indésirable.
- Propriété 7 (héritabilité): la progéniture d'un croisement simple (c'est-à-dire un croisement à un point) devrait correspondre à des solutions qui combinent la caractéristique de base de leurs parents.
- Propriété 8 (Localité): Un petit changement dans le chromosome devrait impliquer un petit changement dans sa solution correspondante.

#### 5.5.4 Fonction d'évaluation

Dans l'étape de calcul de fitness, le phénotype d'une solution est évalué sur une fonction d'évaluation (fitness function). La fonction d'évaluation mesure la qualité des solutions des GA qui sont été générées. La conception de fonction d'évaluation est une partie du processus de modélisation de l'approche d'optimisation. Le développeur peut influencer sur les choix de conception et ainsi guider la recherche. Par exemple, le fitness des solutions infaisables peut se détériorer dans le cas pénalisation (penalty function). Dans le cas du plusieurs objectifs qui doivent être optimisés en même temps, les valeurs de la fonction d'évaluation de chaque objectif peuvent être agrégées, par exemple en calculant la somme pondérée [44].

#### 5.5.5 La sélection

La sélection crée une population intermédiaire constituée de copies des individus de la population courante. En règle générale, le nombre de copies d'un individu est lié directement à la fitness relative de l'individu au sein de la population. Il existe plusieurs méthodes heuristiques qui représentent la reproduction, la méthode la plus connue et la plus utilisée est la sélection par roulette biaisée (roulette wheel selection) de Goldberg. Selon cette méthode, chaque chromosome est copié dans la nouvelle population proportionnellement à sa fitness.

On effectue en quelque sorte, autant de tirages avec remise que d'éléments existant dans la population.

Plus la performance d'un individu est élevée par rapport à celle des autres, plus il a une chance d'être reproduit dans la population. Les individus ayant une grande fitness relative ont donc plus de chance d'être sélectionnés. On parle alors de sélection proportionnelle.

L'inconvénient majeur de ce type de reproduction vient du fait qu'il peut favoriser la dominance d'un individu qui n'est pas forcément le meilleur. Cette méthode peut aussi engendrer une perte de diversité par la dominance d'un super-individu. Pour palier cet inconvénient, on préfère souvent des méthodes qui n'autorisent en aucun cas l'apparition de super-individu. Par exemple, la sélection par tournoi (tournement selection)

# Sélection par tournoi

On tire deux individus aléatoirement dans la population et on reproduit le meilleur des deux dans la nouvelle population. On répète la procédure jusqu'à ce que la nouvelle population soit complète [41].

#### 5.5.6 Le croissement

Le croisement (anglais : crossing-over), ou opérateur de recombinaison, est souvent le premier opérateur génétique appliqué au cours d'un cycle (il correspond au phénomène de translocation réciproque en génétique, responsable de diverses maladies chromosomiques). Il porte sur les paires d'individus issues de l'étape de sélection et consiste en l'échange de parties de chromosomes comme indiqué sur la figure 1. Les parties de chacun des chromosomes sont en général déterminées par un même point de rupture. Pour un chromosome, la partie située au-delà du point de rupture est échangée avec la partie homologue de l'autre [45].

#### 5.5.7 La mutation

La mutation est tout d'abord la sélection au hasard de l'un des bits du chromosome, suivie du changement de sa valeur avec une probabilité prédéfinie, dite probabilité de mutation (Fig. 2). Par exemple, si la probabilité de mutation est 0,0001, le bit du chromosome tiré au hasard aura une chance sur 10 000 de devenir 0 s'il est à 1 ou de devenir 1 s'il est à 0. La mutation seule ne saurait garantir la progression vers une solution dans des délais raisonnables. Elle constitue cependant un générateur de diversité qui prémunit contre la stagnation de la population, c'est-à-dire contre la formation d'une population de solutions "coincée" dans un sous-domaine de possibilités et incapable d'évolution. Une telle population correspond à un minimum local de la fonction d'adaptation (dont la méthode du recuit-simulé par exemple constitue l'un des moyens pour en sortir, dans le cas de certains algorithmes non-génétiques). Le croisement et la mutation permettent donc de créer de nouvelles chaînes chromosomales à partir d'anciennes, parmi lesquelles certaines devraient statistiquement avoir de meilleures propriétés que celles dont elles sont issues [45].

# 5.5.8 Le remplacement

Cette dernière étape du processus itératif consiste en l'incorporation de nouveaux individus dans la population courante. Les nouveaux individus (enfants) sont ajoutés à la population courante

en remplacement (total ou partiel) des anciens individus (parents). Il existe plusieurs stratégies de remplacement :

Les enfants remplacent automatiquement les parents sans tenir compte de leurs performances respectives. L'inconvénient majeur de cette approche est la disparition des meilleurs individus trouvés jusque-là.

Remplacer les parents les moins performants par des enfants choisis aléatoirement.

Une fois la population enfant créée, elle est combinée à la population parent, et seuls les meilleurs N(taille de la population) individus sont retenus pour former la nouvelle population [46].

#### 5.6 Choix des paramètres des algorithmes génétiques

La difficulté majeure des algorithmes génétiques ne réside pas dans la mise en œuvre de l'algorithme lui-même, mais plutôt, dans le choix des valeurs adéquates des différents paramètres de ce dernier. Ces paramètres dépendent étroitement du type de problème à résoudre. Dans la pratique, les paramètres d'un algorithme génétique sont réglés approximativement par tâtonnement jusqu'à trouver une solution acceptable [46].

#### 5.6.1 Taille de la population

Les conditions de convergence changent avec la taille de la population, lorsque celle-ci est grande, sa diversité augmente ce qui diminue la convergence vers un optimum local, le temps d'exécution de chaque génération augmente, la recherche risque de s'effectuer d'une façon redondante et l'efficacité de l'algorithme est globalement affectée. Par contre, si la taille de la population est petite, alors la probabilité de s'attarder sur des extremums locaux est grande.

# 5.6.2 Taux de croisement

L'opérateur de croisement est appliqué avec une probabilité Pc, et plus cette valeur est élevée plus de nouvelles structures (individus) sont introduites dans la nouvelle génération, les structures performantes sont trop fréquemment détruites. Par contre, si ce taux est trop bas, la population n'évolue pas assez vite. En général, Pc varie entre 0.25 et 0.70.

#### 5.6.3 Taux de mutation

L'opérateur de mutation est appliqué avec une probabilité Pm; si ce taux est grand alors la recherche devient purement aléatoire, la population est diversifiée et l'AG perd de son efficacité. Si au contraire ce taux est faible, la population est moins diversifiée et en plus il y a risque de stagnation [46].

#### 5.7 Optimisation des paramètres d'un régulateur par les algorithmes génétiques

L'évaluation consiste à mesurer la performance à chaque itération. On utilise pour cela une fonction directement liée à la fonction objective (fonction à optimiser) appelée fonction fitness.

La fonction objective est nécessaire pour évaluer le meilleur régulateur PID pour le système. Une fonction objective pourrait être créée pour trouver un régulateur PID qui donne un dépassement le plus petit, un temps de montée ou un temps de stabilisation le plus rapide. Cependant, afin de combiner l'ensemble de ces objectifs, il a été décidé de concevoir une fonction objective qui permettra de minimiser l'erreur du système commandé. Chaque chromosome de la population sera évalué par la fonction objective une seule fois. Les chromosomes sont formés par trois valeurs qui correspondent aux trois gains à ajuster pour avoir un comportement satisfaisant du régulateur PID, Les gains  $K_P$ ,  $K_i$  et  $K_d$  sont des nombres réels qui caractérisent l'individu à évaluer.

Le contrôleur PID nouvellement formé est placé en cascade avec la fonction de transfert du système CSTR dans une boucle à retour unitaire.

Les AG sont des procédures qui cherchent le maximum, ce qui rend le problème de minimisation de l'indice de performance en un problème de maximisation de la fonction objective L'application d'un AG pour trouver le choix optimale des paramètres  $K_P$ ,  $K_i$  et  $K_d$  du contrôleur PID qui assure les meilleures performances de fonction G donne les résultats montrés au tableau (5.2) et l'allure d'évolution de l'état de température en boucle fermée est montrée à la figure (5.4):

Valeur des parcmètres Type du régulateur	$K_{P}$	$K_{i}$	$K_{d}$
Un régulateur PID de	15.1061	5.4896	0.0707
structure parallèle			

Tableau 5.2 : Les paramètres du régulateur PID optimisé par un algorithme génétique

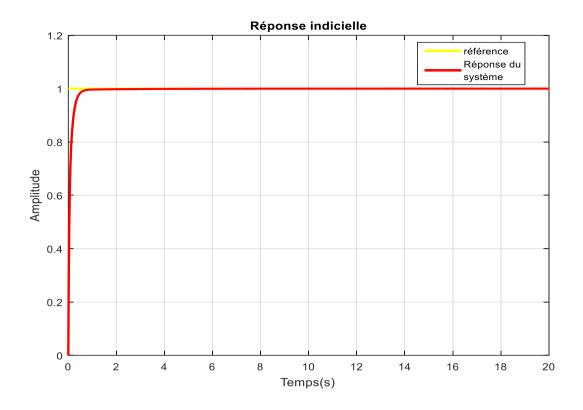


Figure 5.4 : Résultat de la commande PID d'un CSTR optimisée par un algorithme génétique.

### 5.8 Comparaison de critères de performance PID et PID-GA

L'application de la commande PI-PID sur la fonction de transfert G en utilisant des différentes méthodes classiques pour l'ajustage des paramètres et une méthode d'intelligence artificielle a déjà donné des résultats peu différents entre eux. L'observation à l'œil nu peut constater ce qui est mieux et ce qui ne l'est pas. Des fois et devant l'impossibilité de découvrir tous les détails, on est obligé d'utiliser les critères de performances notés dans le chapitre précèdent. Les résultats de simulation sur MATLAB/SIMULINK et le calcul des critères pour chaque méthode d'ajustage des paramètres a servi de construire le tableau (5.3) qui présentent les critères (IAE, ISE, ITAE, ITSE) assurés par la commande PID sur la fonction de transfert obtenue par linéarisation du CSTR afin de prouver les performances élevées des AG par rapport aux autres méthodes.

Méthode de comm	ande	IAE	ISE	ITAE	ITSE
Sans contrôleur (système avec		3.894	1.649	17.38	6.102
retour unitaire)					
PID ajusté par la	PI	1.06	0.4316	1.702	0.34
méthode de ZN	PID	1.975	0.8111	5.927	1.143
PID ajusté par la méthode de		3.149	1.86	8.685	2.706
Broida					
PID ajusté par la	PI	2.251	0.9327	7.632	1.481
méthode de	PID	2.47	1.202	7.868	1.546
Cohen Coon					
PID optimisé par la technique		0.09366	0.03288	0.04325	0.001546
de GA					

Tableau 5.3 : Critères de performance des régulateurs PI-PID

#### 5.9 Choix des matrices de pondération de la commande LQ par les algorithmes génétiques

Les différentes valeurs de matrices de pondération qui influencent sur le gain  $K_c$  sont choisies manuellement et il y a toujours une incertitude due à une erreur humaine.

Un algorithme génétique est appliqué pour déterminer les matrices de pondération d'un LQR utilisé pour la commande d'un CSTR.

On a les matrices de pondération  $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix}$  et R, d'après l'expérience précédente, seulement

l'élément  $q_{22}$  qui peut affecter sur le régulateur LQ, c'est pour cela on prend seulement  $q_{22}$  et R comme des variables.

Notre objective est d'avoir une erreur statique nulle, on utilise pour cette raison une fonction d'évaluation « fitness function » basé sur le critère IAE.

En minimisant l'énergie de commande de tel sort où on peut avoir une erreur statique nulle, la commande LQ assure un dépassement nul et un temps de réponse court.

Les chromosomes sont formés par deux valeurs qui correspondent aux éléments de matrices de pondération. Les éléments  $q_{22}$  et R sont des nombres réels qui caractérisent l'individu à évaluer [43].

Chaque chromosome de la population est évalué par la fonction objective une seule fois.

Pour  $q_{22}$ , les bornes inférieure et supérieure de la variable sont définies respectivement sur 0 et 10.

Pour R, les bornes inférieure et supérieure de la variable sont définies respectivement sur 0 et 10.

Pour un nombre de génération 63, les valeurs optimisées de matrices de pondération sont :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4.174850135312109 \end{bmatrix} \text{ et } R = 5.7275170 \& 1193075.$$

On a alors la solution de l'équation de Riccati:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4.174850135312109 \end{bmatrix}$$

Le gain  $K_c$  de la commande LQ est :  $K_c = [-48.5898 \quad 0.2943]$ 

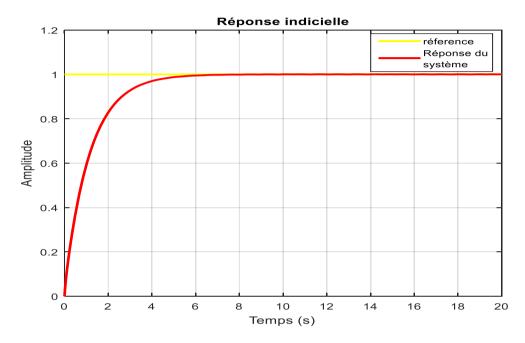


Figure 5.5 : Résultat de la commande LQ d'un CSTR optimisée par un algorithme génétique

# 5.10 Comparaison entre un PID-GA et un LQR-GA

Une comparaison entre un PID-GA et un LQR-GA est donnée dans le tableau suivant :

Caractéristique	PID-GA	LQR-GA
Dépassement	0	0
Temps de réponse	0.4821 s	4.4997 s
Erreur statique	0.0032	0.0029

Tableau 5.4: Performances de régulation par PID-GA et LQR-GA

On note que l'optimisation du régulateur PID par un AG donne des résultats plus performants. Ça dépend de la nature du système et le type d'algorithme utilisé.

#### 5.11 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le fonctionnement et les différents opérateurs d'un algorithme génétique standard, une méthode d'optimisation globale et de recherche parallèle. Parmi les divers champs d'applications des GA, on a utilisé un algorithme génétique simple pour rechercher les trois paramètres  $(K_p, K_i \ \text{et} K_d)$  du régulateur PID, qui donnent une réponse optimale en sens d'un critère de performance temporelle exprimé par IAE.

Les résultats obtenus à travers un exemple de commande d'un système défini par une fonction de transfert du troisième ordre sont très satisfaisants et meilleurs que ceux issus des méthodes classiques à savoir celles de ZN et CC.

Pour la commande LQ, le choix des matrices de pondération est basé souvent sur la supposition et la vérification de l'ingénieur, l'utilisation d'un algorithme génétique permet d'éviter la marge d'erreur humaine.

# Conclusion générale

L'Automatique consiste en l'étude des systèmes réels des différentes disciplines scientifiques (Electronique, mécanique, thermique, chimie, écologie, biologie, économie, sociologie, physique, cosmologie...), en vue de l'analyse, de la prédiction, de la surveillance, de la commande, et / ou de l'optimisation des systèmes. La condition nécessaire pour cela est l'obtention d'un modèle mathématique du système réel (on réalise une modélisation). Un système est un objet dans lequel des variables de différents types interagissent et produisent des signaux observables.

Au cours de ce travail, nous nous sommes intéressés à la modélisation et la commande d'un réacteur chimique parfaitement agité (CSTR).

Au début, nous avons rappelé des généralités sur les réacteurs chimiques, leurs caractéristiques et leurs classifications. Par la suite, nous avons présenté la modélisation du bioréacteur chimique CSTR.

Dans un objectif de commander le CSTR, nous avons fait la synthèse d'un régulateur PID, dont diverses méthodes ont été utilisées pour calculer les réglages du régulateur PID.

Une deuxième approche de commande a été présentée. Il s'agit de la commande linéaire quadratique et gaussienne ont été développées et synthétisée pour la commande du CSTR.

Dans un objectif d'améliorer les performances des approches de commande développées, nous avons fait introduit l'optimisation basée sur les algorithmes génétiques. Les résultats de simulations montrent l'amélioration des performances des commandes développées pour le CSTR.

Comme perspective, nous proposons la synthèse de la commande pour le système CSTR non linéaire.

# Références

- [1] Jean-Pierre Corriou, "Process Control Theory and Applications ",Springer-Verlag, London, (2004).
- [2] Pierre Trambouze "Les reacteurs chimiques : Conception, calcul, mise en oeuvre-Technip (1984)
- [3] E. koller, "Aide Mémoire, Génie chimique ".Edition Dunod (2nd édition), Paris, 2001.deal
- [4] Sami Bahroun "Modélisation Approche Thermodynamique pour la commande des réacteurs chimiques catalytiques triphasiques continus et discontinus "Thèse doctorat, université Claude Bernard Lyon 1,2010
- [5] James R. Couper, W. Roy Penney, James R. Fair, Stanley M. Walas "Chemical Process Equipment", Selection and Design (1988, BH)
- [6] Lanny D. Schmidt" The Engineering of Chemical Reactions "Oxford University Press, USA (1997)
- [7] J. Villermaux, "Génie de la réaction chimique : conception et fonctionnement des réacteurs ", Technique et documentation (Lavoisier), 1993
- [8] Jiri Vojtesek. Petr Dostal "Adaptive Control of Continuous-Stirred Tank Reactor in Two Stable Steady States" 2010
- [9] Gourlia, Jean-Paul. "Modélisation en génie des procédés." Techniques de l'ingénieur. Génie des procédés 1 (1995)
- [10] Marie-Amélie "Contribution a l'élaboration d'un outil de simulation de procédés de transformation de physico-chimique de matières issues des agro-ressources : Application aux procédés de transformation de biopolymères par extrusion réactive." Thèse de doctorat. école centrale paris, Juillet 2010
- [11] Luyben, William L. "Chemical reactor design and control". John Wiley & Sons, 2007.
- [12] Shahin Salehia, Mohammad Shahrokhib "Adaptive fuzzy approach for HN temperature tracking control of continuous stirred tank reactors",2008
- [13] Muhammad Hakimi, Abdullah Zamawi "Study Of Mathematical Modeling Of Control System For Continuous Stirred Tank reactor" final project report Bachelor of engineering (Hons) Universiti Teknologi Petronas, 2010
- [14] T. Zang, M. Guay, "Adaptive Nonlinear control of continuously stirred tank reactor systems", Proceedings of American Control Conference, 2001.

- [15] S.Boobalan, K.Prabhu, V.Murali Bhaskaran, "Fuzzy Based Temperature Controller For Continuous Stirred Tank Reactor", Decembre 2013
- [16] Prabhu K "A study on controlling the temperature and concentration processes of continuous stirred tank reactor using genetic and bee colony algorithm" Phd thesis Anna university Chennai, September 2016
- [17] Horak, Josef et Pasek, Josef. "Conception des réacteurs chimiques industriels sur la base des données de laboratoire" Eyrolles, 1981.
- [18] Benaissa, Wassila". Développement d'une méthodologie pour la conduite en sécurité d'un réacteur continu intensifie. " Thèse de doctorat. Institut national polytechnique de Toulouse, France, 2006
- [19] Patrick Prouvost "Automatique Contrôle et régulation : Cours et exercices corrigés " Dunod (2004)
- [20] Olivier Le Gallo "Automatique des systèmes mécaniques Cours, travaux pratiques et exercices " corrigées, Dunod, 2009
- [21] Souquet Amédée. "Algorithmes génétiques. Master's thesis", Université de Nice, 2004.
- [22] Aidan O'Dwyer Handbook Of Pi And Pid Controller Tuning Rules (2009, Imperial College Press)
- [23] Yves Granjon, "Automatique Systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état" Dunod 2001
- [24] J.G Ziegler and N.B Nichols "Optimum settings for automatic controllers" Trans. ASME, 1942.
- [25] Rachid Oubrahim, "Auto réglage PID par structure unifiée et performante" thèse doctorat université de Metz 1998
- [26] Broïda .V "L'extrapolation des réponses indicielles apériodiques. Automatisme " (1969).
- [27] G.H Cohen AND G.A Coon "Theoretical consideration of retarded control Trans" ASME,1953.
- [28] M. Villain. Systèmes Asservis Linéaire, tome 2, Editions ellipses, 1997.
- [29] 'M. Bazi Smail: "Contribution à la Commande Robuste d'une Machine Asynchrone par la Technique PSO Particle Swarm Optimization Mémoire majister, Université de Batna, 2009.
- [30] Mariam Baroudi « contrôle d'un bras robotique flexible » Université du Québec mémoire 2010 présenté comme exigence partielle de la maitrise en ingénierie
- [31] Steven L. Brunton, J. Nathan Kutz Data-Driven Science and Engineering Machine Learning, Dynamical Systems, and Control (2019)

- [32] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres, "Robustesse et Commande Optimale", Cépaduès Editions, 1999.
- [33] Ferhat Lahouazi "Mise en oeuvre d'une stratégie de commande neuro floue : Application à un pendule inversé "Mémoire de Magister,Université de Tizi-Ouzou, 2011
- [34] M. Larabi Mohand Saïd "Commande Robuste par la Synthèse LQG/LTR", mémoire de Magister-2008 - Université Badji MOKHTAR
- [35] David, E. Goldberg "Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning" Addison-Wesley-Professional, 1989
- [36] Mitsuo Gen, Runwei Cheng, Lin Lin, "Network models and optimization multiobjective genetic algorithm approach" (2008, Springer-Verlag London)
- [37] Zbigniew Michalewicz Genetic Algorithms + Data Structures Evolution Programs (1998, Springer-Verlag)
- [38] Chang Wook Ahn "Advances in Evolutionary Algorithms "Theory, Design and Practice" (2006, Springer)
- [39] Mitsuo Gen, Runwei Cheng, Lin Lin "Network models and optimization multiobjective genetic algorithm approach" (2008, Springer-Verlag London)
- [40] Christelle Reynès« Etude des Algorithmes génétiques et application aux données de protéomique » Thése de Doctorat,2008 Université de Montpellier
- [41] Ouahib Guenounou "Méthodologie de conception de contrôleurs intelligents par l'approche génétique- application à un bioprocédé " Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2009
- [42] Kacimi Mohand Akli « Utilisation des algorithmes génétiques multi-objéctif pour la concéption d'un controleur flou appliqué à un système non linéaire et complexe » .mémoire de magister, université de Bejaia 2014
- [43] Vishal PG Scholar ,Dr. Jyoti Ohri "GA Tuned LQR and PID Controller for Aircraft Pitch" Control National Institute of Technology Kurukshetra,2014
- [44] Oliver Kramer Genetic Algorithm Essentials (2017, Springer)
- [45] Vincent Rialle, Jean Guy Meunier et Ismaïl Biskri « Application de l'Algorithmique Génétique à l'Analyse Terminologique » papier de Conférence, janvier 1998
- [46] Naziha Ali Saoucha, « Paramétrage des algorithmes génétiques pour l'optimisation de la QoS dans les réseaux radios cognitifs » Memoire de Magistère, Univ. M'sila ,2013

#### Résumé

L'objective global de ce mémoire était la modélisation d'un réacteur chimique continu parfaitement agité CSTR, après une brève introduction sur la notion d'un réacteur chimique, les différents types de réacteurs et leur utilisations, on a modélisé un réacteur CSTR par des équations d'état non linéaires. Après avoir linéarisé ces équations, la réponse en boucle ouverte montre la nécessité d'appliquer une commande qui satisfait les performances désirées. Les problèmes de sécurité et de stabilité du réacteur nous ont mis sur deux parcours : le premier consistait à développer une commande de type PID qui permet de minimiser des critères de performances, le problème majeur de cette commande était la difficulté d'ajuster les gains du contrôleur. Pour ce but on a proposé quelques méthodes classiques qui ont défailli à satisfaire les performances désirées à cause de divers inconvénients. Pour améliorer les résultats obtenus, on a proposé une technique du soft computing nommée les algorithmes génétiques. La présentation théorique et les résultats de simulation ont prouvé que cette méthode se fonctionne d'une manière intelligente pour déterminer les paramètres optimaux du régulateur PID, le deuxième parcours était basé sur une commande optimale connue par la commande LQ, cette méthode a donné des performances élevées mais avec un autre principe de contrôle basé sur la minimisation d'énergie de commande, le rôle d'ingénieur est alors le bon choix de matrices de pondération. Dans le cas où le système est attaqué par des bruits, L'approche de commande consiste à synthétiser un contrôleur robuste minimisant un critère quadratique (contrôleur LQG). Le contrôleur LQG est constitué d'un Estimateur d'état (Filtre de KALMAN) et d'une commande par retour d'état (LQ).

**Mots-clés :** Réacteur parfaitement agité, linéarisation, régulateur PID, commande optimale, régulateur linéaire quadratique, filtre de Kalman, commande linéaire gaussienne , algorithme génétique,

# **Abstract**

The global aim of this master's dissertation is the modeling of continuous stirred tank reactor CSTR, after a brief introduction on chemical reactor concept, the different types of reactors and their operations, CSTR is modulated by nonlinear equations state. After linearizing those equations, the open loop response shows the need of applying a command satisfying the desired performances. The problems of security and the stability of the reactor have put us on two courses: the first consists on developing an optimal PID control that minimizes the performance criteria. The major problem of this control is tuning the gains controller. For this purpose, we propose some classical methods who have failed to satisfy the desired performance affected by the main factors. To enhance the obtained results, we proposed a soft computing technic called genetic algorithms. The theory and the results of the simulation have demonstrated that this method runs an intelligent approach to tune the optimal parameters of the PID regulator. The second course was stationed on another optimal command known as LQ, this method showed high performances but with another principle of control based on the minimization of control energy, and the role of the engineer is the right choice of the weighting matrices. In this case when the system is attacked by noise, the control approach is to synthesize a robust controller minimizing a quadratic criteria (LQG controller). The LQG controller consists of state estimator (KALMAN filter) and a feedback control (LQ)

**Key words:** Continuous stirred tank reactor, linearization, PID regulator, optimal control, linear quadratic regulator, Kalman estimator, linear quadratic Gaussian control, genetic algorithm.

# ملخص

الغرض الرئيسي من إنجاز هاته المذكرة كان نمذجة مفاعل كيميائي مستمر , بعد مقدمة موجزة عن مفهوم المفاعل الكيميائي و أنواع مختلفة من المفاعلات و استخداماتها قمنا بنمذجة مفاعل كيميائي بواسطة معادلات غير خطية , بعد تخطيط هاته المعادلات , إستجابة الحلقة المفتوحة تظهر الحاجة إلى تطبيق طريقة تحكم يفي بالأداء المطلوب , وضعتنا مشاكل الأمان و الإستقرار في المفاعل على مسارين الأول يهدف إلى تطوير طريقة تحكم بواسطة معدل تناسبي تكاملي تفاضلي الذي يسمح بتحسين الأداء الإشكالية الرئيسية هي صعوبة تحديد إعدادت المعدل, لذلك إستعملنا بعض الطرق التقليدية التي فشلت في تلبية معايير الأداء المطلوب بسبب عيوب مختلفة , أما المسار الثاني فقد إستندت إلى تطوير طريقة تحكم أمثل تعرف ب التحكم التربيعي الخطي و قد أعطت هاته الطريقة أدء عاليا لكن مع مبدأ آخر للتحكم يستند على تقليل طاقة الأمر , دور المهندس إذن هو الإختيار الصحيح لمصفوفات الترجيح في حالة تعرض النظام للتشويش فإن نهج التحكم يتكون من توليف وحدة تحكم مقاومة لتقليل المعيار التربيعي ( وحدة تحكم تربيعي خطي غاوسي ) و تتكون وحدة التحكم من مقدر الحالة ( مرشح كالمان ) و معدل الحالة التربيعي الخطي.

لتحسين نتائج التحكم التي تم الحصول عليها, تم اقتراح تقنية الحوسبة اللينة المعروفة بالخوارزميات الجينية, أثبتت نتائج العرض التقديمي و المحاكاة أن هاته الطريقة تعمل بذكاء لتحديد الإعدادات المثلى للمعدل التناسبي التكاملي التفاضلي و مصفوفات الترجيح للمعدل الخطى التربيعي

كلمات مفتاحية: مفاعل كيميائي مستمر ذو خزان مقلب, التخطيط, متحكم تناسبي تكاملي تفاضلي, تحكم أمثل, متحكم تربيعي خطى,مرشح كالمان, وحدة تحكم تربيعي خطى غاوسي, خوارزمية جينية.