



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algérienne Democratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة العربي التبسي - تبسة

تبسة

Université Larbi Tébessi – Tébessa –
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

En : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par : LABIDI Adel

Thème :

Effet des nano-fluides sur la convection forcée dans conduite de section rectangulaire

Encadré par :

Dr. BOUAFFANE Abdelkrim

Présenté et soutenu publiquement, le / / , devant le jury composé de :

Pr. BELAZIZIA Abdennaceur

Professeur

Président

Dr. AGGOUNE Rabeh

M.C.B

Examineur

Dr. BOUAFFANE Abdelkrim

M.A.B

Rapporteur

Promotion : 2020/2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

*Avant tout je remercie Allah le tout puissant de m'avoir donné la force et la volonté
pour accomplir ce travail*

*Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements et ma gratitude particulièrement à
monsieur **BOUAFFANE Abdelkrim**, pour l'encadrement de ce mémoire de master,
pour son aide très précieux et ses conseils qui m'ont permis de présenter ce travail.*

Un vif remerciement est dédié à tous les membres de génie mécanique.

*Je voudrais remercier tous les enseignants et enseignantes que j'ai connus tout au
long du cycle de mes études.*

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

*À mon père et ma très chère maman, qui m'ont
Éclairés le chemin en me donnant la main tout au*

Long de mes années d'étude

À mes frères

À toutes mes amis de près ou de loin.

À tous ceux qui me sont chers.

Sommaire

Remerciements

Dédicaces

Résumés

Sommaire

Nomenclatures

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Chapitre I: Généralités et étude bibliographique

I.1 Introduction.....	3
I.2 Notion de transfert de chaleur.....	3
I.2.1 La conduction.....	3
I.2.2 La convection.....	4
I.2.2.1 Convection naturelle.....	6
I.2.2.2 La convection forcée.....	8
I.2.2.3 La convection Mixte.....	9
I.2.3 Le rayonnement.....	9
I.3 Généralité sur les nano-fluides.....	10
I.3.1 Définition.....	10
I.3.2 Les termes physiques des nanoparticules.....	12
I.3.3 Les avantages et inconvénients de nano-fluide.....	15
I.3.4 Fabrication et préparation des nano-fluides.....	17
I.3.5 Les propriétés thermo physiques des nano fluides [12].....	18
I.3.5.1 La fraction volumique (ϕ).....	18

I.3.5.2 Conductivité thermique (λ).....	18
I.3.5.3 La Viscosité dynamique (μ).....	19
I.3.5.4 La masse volumique (ρ).....	20
I.3.5.4 La chaleur spécifique (C_p).....	21
I.3.6 Les applications des nano fluides.....	21
I.4 Les formes géométriques.....	22
I.5 Revu bibliographie.....	22
I.6 Conclusion.....	23

Chapitre II: Géométrie et modélisation mathématique

II.1 Introduction.....	24
II.2 La Géométrie du problème étudié (Géométrie cartésienne).....	24
II.3 Formulation mathématique du problème.....	25
II.3.1 Equation de continuité.....	25
II.3.2 Equation de quantité de mouvement.....	25
II.3.3 Equation de l'énergie.....	25
II.4 Hypothèses simplificatrices pour le champ dynamique.....	26
II.5 Formulation du problème.....	26
II.5.1 Modèle Mathématique Dimensionnelle.....	26
II.5.2 Conditions aux limites dimensionnelles.....	28
II.5.3 Modèle mathématique adimensionnelle.....	29
II.5.4 Conditions aux limites adimensionnelles.....	30
II.6 Nombre de Nusselt local.....	30
II.7 Coefficient de perte de charge.....	32
II.8 La performance thermique.....	32
II.9 Conclusion.....	32

Chapitre III: Modélisation numérique

III.1	Introduction.....	35
III.2	Méthode des volumes finis.....	35
III.2.1	Principe de la méthode des volumes finis.....	35
III.3	Etapes de la méthode des volumes finis.....	36
III.4	Equation générale de transfert.....	37
III.5	Discrétisation des équations de conservation.....	38
III.5.1	Discrétisation de l'équation de continuité.....	38
III.5.2	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe OX.....	39
III.5.3	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe OY.....	43
III.5.4	Discrétisation de l'équation d'énergie.....	44
III.6	couplage vitesse pression.....	48
III.6.1	L'algorithme SIMPLE.....	48
III.6.2	L'algorithme SIMPLE passe par des étapes dans l'ordre.....	51
III.7	Méthode de résolution des équations algébriques.....	53
III.7.1	Méthode de balayage par ligne.....	53
III.7.2	Méthode de résolution TDMA.....	54
III.8	Critère de convergence.....	55
III.9	Méthode de relaxation.....	55
III.10	Conclusion.....	56

Chapitre IV : Résultats et Interprétations

IV.1	Introduction.....	57
IV.2	La convergence et la stabilité du programme.....	57
IV.3	Validation de code de calcul.....	60

IV.4 résultats et décision.....	62
IV.4.1 Effet de fraction volumique sur le transfert de chaleur.....	61
IV.4.2 Effet de fraction volumique sur la chute de pression.....	63
IV.4.3 Effet de fraction volumique sur la performance thermique.....	64
IV.4.4 Effet combiné du Reynolds et de la fraction sur h_{moyen}	66
IV.4.5 Effet combiné du Reynolds et de la chute de pression	67
IV.4.6 Effet combiné du Reynolds et de la fraction sur la PTH.....	68

Conclusion générale.

bibliographie.

Résumé

Dans ce mémoire, nous présentons une simulation numérique de la convection forcée des nanofluides en régime laminaire stationnaire à l'intérieur d'une conduite de section rectangulaire. Les nanofluides utilisées dans cet étude sont Cu-eau, AL₂O₃-eau et TiO₂-eau.

La discrétisation des équations gouvernantes a été effectuée à l'aide de la méthode des volumes finis. Le système d'équations algébriques obtenues a été résolu itérativement.

Les résultats obtenus montrent que l'utilisation des nanofluides a un effet très important sur toutes les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement. L'augmentation de la fraction volumique fait croître le coefficient d'échange convectif moyen et la chute de pression. Ainsi, l'augmentation du vitesse d'écoulement améliore le taux du transfert de chaleur et augmente les pertes de charges pour les trois types du nanofluide. Les résultats affirment aussi que le nano fluide Cu-eau offre une meilleure performance thermique par rapport à AL₂O₃-eau et TiO₂-eau. L'utilisation du nano fluide Cu-eau se traduit par un perfectionnement du transfert de chaleur avec une de chute de pression n'est pas importante.

Mots clés: Convection Forcée - Nano-fluide - Régime laminaire.

Abstract

In this work, we present a numerical simulation of the forced convection of nanofluids in stationary laminar regime inside a pipe of rectangular section. The nanofluids used in this study are Cu-water, AL₂O₃-water and TiO₂-water.

The discretization of the governing equations was performed using the finite volume method. The system of algebraic equations obtained was solved iteratively.

The results obtained show that the use of nanofluids has a very important effect on all the hydrodynamic and thermal characteristics of the flow. Increasing the volume fraction increases the mean convective exchange coefficient and the pressure drop. Thus, increasing the flow velocity improves the rate of heat transfer and increases pressure drops for all three types of the nanofluid. The results also affirm that the Cu-water nanofluid offers better thermal performance compared to AL₂O₃-water and TiO₂-water. The use of the Cu-water nanofluid results in an improvement of the heat transfer with a pressure drop is not important.

Keywords: Force convection - Nano-fluid - Laminar flow.

ملخص

قمنا من خلال هذا البحث بدراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل القسري الصفيحي داخل أنبوب أفقي ذو مقطع مستطيل. بعد ضبط المعادلات الحاكمة للظاهرة تم تحويل هذه المعادلات إلى الصورة اللابعدية لتتصف بالعموم و الشمول واستنباط الأعداد اللابعدية المؤثرة على موضوع الرسالة. قمنا بحل النموذج الرياضي باستخدام الطرق العددية المبنية على الأحجام المحددة مع الاعتماد على الطريقة التكرارية.

السوائل النانوية المستخدمة في هذه الدراسة $Cu-eau$ و AL_2O_3-eau و TiO_2-eau . تم حل المعادلات الحاكمة باستخدام طريقة الحجوم المحددة وبالاعتماد على الطريقة التكرارية. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن استخدام السوائل النانوية له تأثير مهم للغاية على جميع الخصائص الهيدروديناميكية والحرارية للسريان حيث تؤدي زيادة الكسر الحجمي إلى زيادة متوسط معامل التبادل الحراري و زيادة الضياع في الضغط. وبالتالي ، فإن زيادة سرعة الجريان يحسن معدل انتقال الحرارة ويزيد من قيمة الضياع في الضغط لجميع الأنواع الثلاثة من الموائع النانوية. تؤكد النتائج أيضًا أن السائل النانوي $Cu-eau$ يعطي أداءً حراريًا أفضل مقارنةً بـ AL_2O_3-eau و TiO_2-eau . وبالتالي فإن استخدام المائع النانوي $Cu-eau$ يؤدي إلى تحسين نقل الحرارة مع قيمة مقبولة للضياع في الضغط.

الكلمات المفتاحية: الحمل القسري- السوائل النانوية (نانوفلويد)- النظام المستقر.

Liste des figures

Nnuméro de la figure	Titre de la figure	page
Figure I.1	échange de chaleur par conduction.	4
Figure I.2	Echange de chaleur par convection.	5
Figure I.3	Représentation de la couche limite thermique.	5
Figure I.4	Représentation de la couche limite hydrodynamique.	6
Figure I.5	Nano-fluides vus au microscope électronique.	10
FigureII.1	Schéma de la convection forcée dans une géométrie avec gradient Horizontal de température.	24
Figure III.1	Volume de contrôle typique bidimensionnel.	35
Figure III.2	Volume de contrôle décalé pour u et v dans un maillage entrelacé.	36
Figure III.3	Etapas de méthodes des volumes finis [16].	37
Figure III.4	Volume de contrôle décalé vers la droite.	39
Figure III.5	Volume de contrôle décalé vers le haut.	43
Figure III.6	Schéma présente l'algorithme SIMPLE.	52
Figure IV.1	variation du résidu de l'équation de quantité de mouvement OX.	58
Figure IV.2	variation du résidu de l'équation de quantité de mouvement OY.	59
Figure IV.3	variation du résidu de l'équation d'énergie.	59
Figure IV.4	Comparaison profile de vitesse analytique-numérique.	60
Figure IV.5	Comparaison entre Nusselt calculé et Nusselt présenté dans la [20].	61
Figure IV.6	Comparaison entre ' f ' calculé et ' f ' présentées dans la [20].	61
Figure IV.7	Effet de la fraction sur h_{moyen} .	63

Figure IV.8	Effet de la fraction sur la chute de pression.	64
Figure IV.9	Effet de la fraction sur la chute de pression.	65
Figure IV.10	Effet de la fraction sur la chute de pression.	65
Figure IV.11	Effet de la fraction sur la performance thermique.	66
Figure IV.12	Effet du Reynolds sur h_{moyen} .	67
Figure IV.13	Effet de Reynolds sur la chute de pression.	68
Figure IV.14	Effet de Reynolds sur la performance thermique.	68

Liste des tableaux

Numéro de tableau	Titre de tableau	page
Tableau I.1:	Les termes physiques des nanoparticules métalliques.	12
Tableau I.2:	Les termes physiques des nanoparticules non métalliques.	13
Tableau I.3:	Les termes physiques des nanoparticules d'oxydes.	13
Tableau I.4:	Les termes physiques des fluides à base.	14
Tableau I.5:	Propriétés thermo physique de nano-fluide (l'eau+TiO ₂) pour les différent concentration.	14
Tableau III.1:	Les variables et les coefficients des équations de transfert adimensionnel pour un fluide de base.	37
Tableau III.2:	Les variables et les coefficients des équations de transfert adimensionnel pour un nano fluide.	38
Tableau III.3:	La fonction (P) pour les différents schémas numériques.	48
Tableau IV.1:	Propriétés thermo physiques de l'eau et des nanoparticules.	62
Tableau IV.2:	Effet de la fraction sur h_{moyen} .	63
Tableau IV.3:	Effet de la fraction sur la chute de pression.	64
Tableau IV.4:	Effet de la fraction sur la performance thermique.	66

Nomenclateur

Lettres latines		
D_h	Diamètre hydraulique	m
H	Hauteur de l'enceinte	m
L	Longueur de la géométrie	m
m	La masse	Kg
p	Pression adimensionnelle	[---]
PTH	Performance thermique	W.m-2.K-1
t	Tempe	s
T	La température	K
T_p	Température de la paroi	K
T_0	La température de référence	K
u, v	Composantes de la vitesse dans les directions x,y	$m.s^{-1}$
u^*, v^*	Composantes de la vitesse adimensionnelle	[---]
V	Le volume	m^3
x, y	Les coordonnées cartésiennes	[---]
x^*, y^*	Les coordonnées adimensionnelles	[---]
Symbole Grecque		
ΔT	La différence de température	K
μ	La viscosité dynamique	$N.s.m^2$
ρ	La masse volumique du fluide	$Kg.m^{-3}$
φ	La fraction volumique des nanoparticules	[---]

C_p	La chaleur massique	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$
ϕ	Le flux de chaleur	W
λ	La conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
h	Le coefficient d'change par convection	$W.m^{-2}.K^{-1}$
Nombres adimensionnels		
Re	Nombre de Reynolds	[---]
Pr	Nombre de Prandtl	[---]
Nu	Nombre de Nusselt	[---]
Indice :		
f	Fluide de base	
nf	Nano-fluides	
s	Nanoparticules	
t	Totale	
E	Nœud considéré du coté Est du nœud P	
e	La face Est du volume de contrôle considéré	
N	Nœud considéré du côté Nord du nœud P	
n	La face Nord du volume de contrôle considéré	
P	Nœud considéré du maillage	
S	Nœud considéré du côté Sud du nœud P	
s	La face Sud du volume de contrôle considéré	
W	Nœud considéré du côté Ouest du nœud P	
W	La face Ouest du volume de contrôle considéré	



*Introduction
générale*

Introduction

Dans les dernières années, une grande attention est portée par les chercheurs sur les phénomènes des écoulements et du transfert de chaleur des nanofluides. Cette attention n'est pas liée seulement aux considérations théoriques, mais concerne aussi de nombreuses applications industrielles où la compréhension et la maîtrise de ces phénomènes complexes dans pour les différents types des nanofluides est indispensable pour atteindre des bons résultats

L'étude de la convection forcée des nanofluides dans les conduites a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. Les applications potentielles des nano-fluides sont multiples et très importantes dans plusieurs domaines (refroidissement électrique, climatisation et froid, aéronautique et spatial,...) et pourraient constituer sous certaines conditions un débouché prometteur des nanosciences dans le domaine de l'énergie.

Les nano-fluides sont alors l'un des fruits d'une telle richesse. Dotés de propriétés physico-chimiques particulières et intéressantes telle que leur importante conductivité thermique, les nano-fluides offrent un coefficient de transfert thermique imbattable par les autres caloporteurs

Dans le présent travail, nous étudions la convection forcée des nano-fluide dans une géométrie fermée. Notre objectif est l'amélioration du transfert de chaleur convectif avec une chute de pression raisonnable par l'utilisation des nanoparticules. Ainsi, le choix du type du nano particule qui réalise meilleur performance thermique

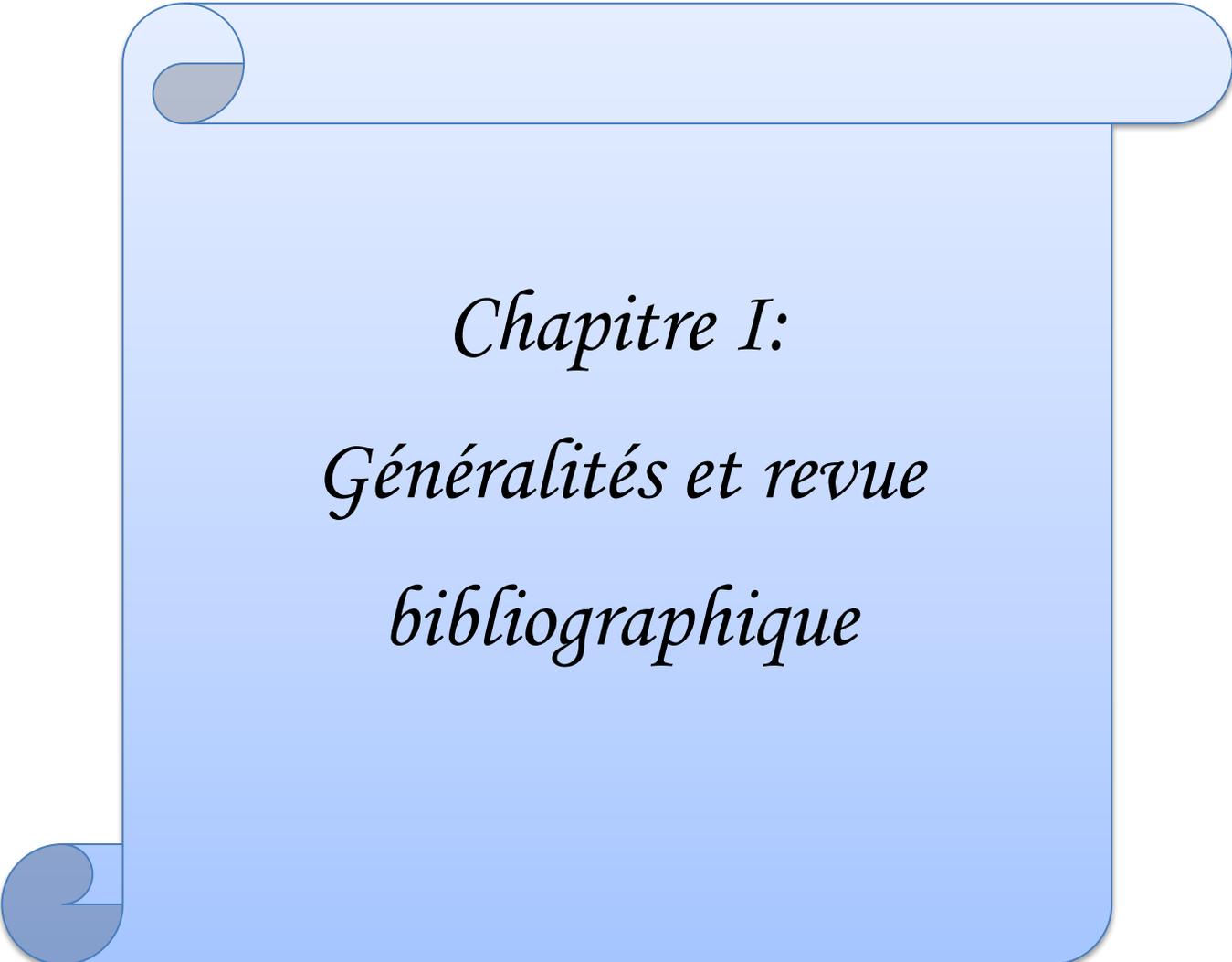
Le contenu de cette thèse est reparti sur quatre chapitres.

- Le premier chapitre est consacré à la présentation des généralités sur la convection et les nanofluide.
- Dans le deuxième chapitre nous présentons l'ensemble des équations régissant la convection forcée avec les conditions aux limites sous forme dimensionnelle et adimensionnelle.
- Dans le troisième chapitre, on expose la méthode numérique utilisée pour résoudre le champ thermique du phénomène physique à étudier. Pour cela, on exploite la méthode des volumes finis pour convertir les équations différentielles

gouvernantes adimensionnelles obtenues dans le deuxième chapitre à des équations algébriques faciles à résoudre.

- Dans le dernier chapitre, nous présentons la validation du code développé pour le calcul numérique et les résultats obtenus et leurs interprétations.

Finalement, on expose une conclusion générale sur notre étude qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques recommandations pour les études futures sont émises.



Chapitre I:
Généralités et revue
bibliographique

I.1.Introduction :

Dans ce premier chapitre, nous allons présenter des notions sur les modes de transferts de chaleur et les notions fondamentales sur les nano-fluides . Nous aborderons par la suite une étude bibliographique sur les différents travaux effectués sur la convection naturelle de nano-fluide dans une géométrie fermé.

I.2 Notion sur le transfert de chaleur :

La théorie du transfert de la chaleur est une science qui étudie la façon de propagation de la chaleur d'une région a une autre sous l'influence d'une différence de la température.

Les phénomènes du transfert de chaleur sont très importants dans beaucoup de domaines technologiques, comme la conception des appareils thermiques dans l'industrie, le calcul thermique dans les constructions, les industries pétrochimiques, etc.

Le transfert de la chaleur reste un domaine très vaste et compliqué car dans les processus réels, les trois modes fondamentaux du transfert à savoir, la conduction, la convection et le rayonnement se superposent. [1]

Les trois modes de transfert de chaleur sont :

- ✓ La conduction
- ✓ La convection
- ✓ Le rayonnement

I.2.1. La conduction

C'est une transmission d'énergie par contact physique entre les molécules, sans mouvement. Ce transfert d'énergie thermique, qui ne nécessite pas de mouvement macroscopique de la matière, est créé par - L'agitation moléculaire (dans les gaz et les liquides)

Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) propose en 1822 la loi de la conduction connue maintenant sous le nom de **loi de Fourier**. Cette relation indique que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de la température et se fait dans la direction des températures décroissantes.[2]

la loi de Fourier s'écrit :

$$\phi = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad (I.1)$$

Φ : Densité de flux thermique (W/m^2)

λ : Conductivité thermique du milieu ($W.m^{-1}.K^{-1}$) ou
 ($W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$) T : Température (K) ou ($^{\circ}C$)

Remarque :

Le signe moins indique que le transfert de chaleur se fait dans la direction des températures décroissantes.

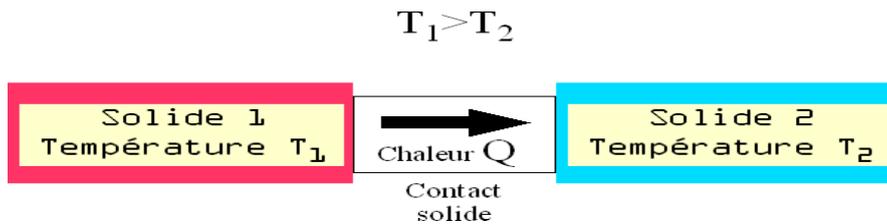


Figure (I.1) : échange de chaleur par conduction

I.2.2 La convection

La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente.

Dans ce cas le phénomène thermique est compliqué par des déplacements de matière et au transfert de chaleur se superpose le transfert de masse. Le transfert de chaleur par convection se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement en présence d'un gradient de température. Par suite de l'existence du transfert de chaleur d'une phase à l'autre, il existe dans la phase mobile des fractions du fluide (ou agrégats) ayant des températures différentes. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masse volumique due aux différences de températures (on parle alors de convection libre ou naturelle) ou à des moyens purement mécaniques (on parle alors de convection forcée).

C'est, de façon générale, un transfert de chaleur entre deux phases de nature différente. Elle intervient, par exemple, à la surface de séparation entre un solide et un fluide (liquide ou gaz), ou aussi bien, à la surface libre entre un liquide et un gaz. [3]

le phénomène global de transfert de chaleur s'exprime d'une façon pratique par la loi de Newton:

$$\Phi = h(T_s - T_f) \quad (I.2)$$

- Φ : Densité de flux thermique ($W.m^{-2}$)
- h : Coefficient de transfert de chaleur ($W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$) ou ($W. m^{-2}.K^{-1}$)
- T_s : Température de la paroi (K) ou ($^{\circ}C$)

- T_f : Température du fluide loin de la surface (K) ou ($^{\circ}\text{C}$).

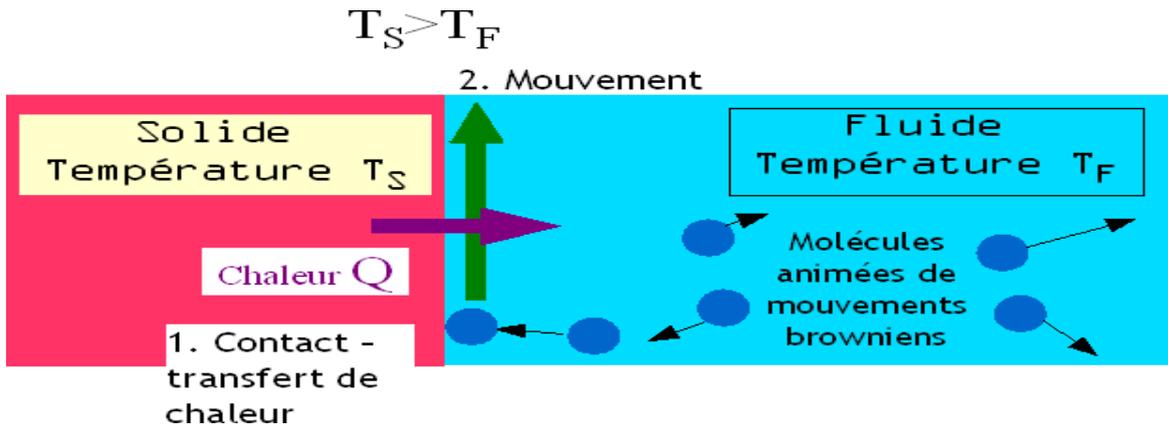


Figure (I.2): Echange de chaleur par convection

□ Couche limite thermique

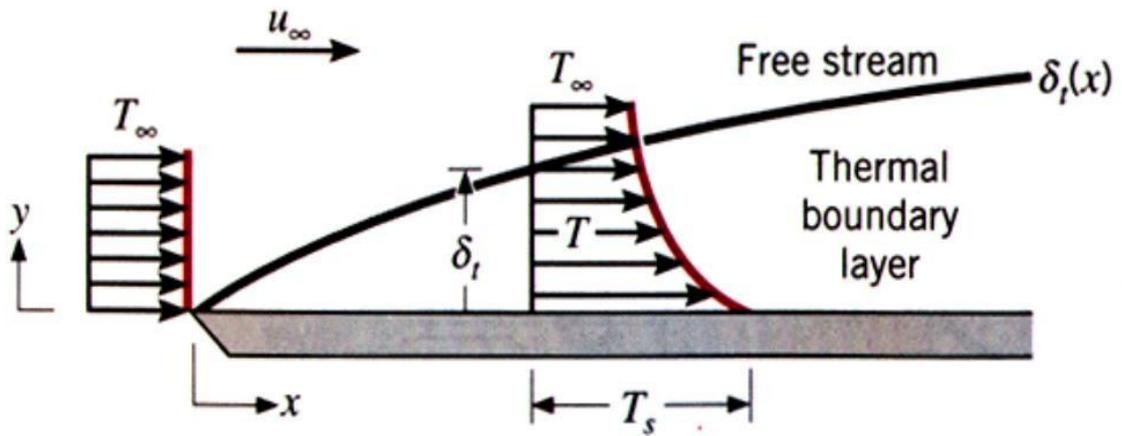


Figure (I.3) : Représentation de la couche limite thermique

□ Couche limite hydrodynamique

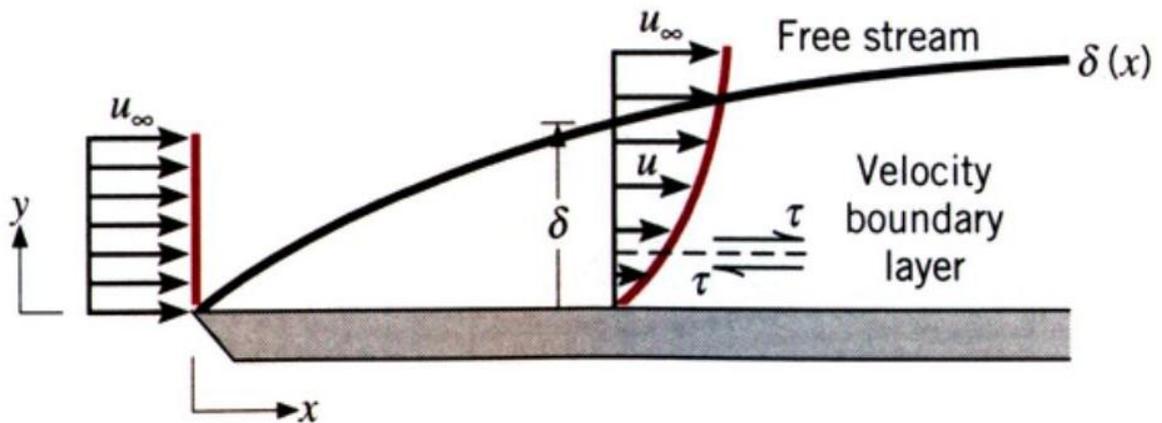


Figure (I.4) : Représentation de la couche limite hydrodynamique

Voici des exemples de situations avec transfert de chaleur par convection : échangeur de chaleur, sèche-cheveux, ventilateur, quand on souffle sur son café pour le refroidir

On distingue :

- La convection forcée pour laquelle le mouvement du fluide est induit par une source externe (pompe, ventilateur...).
- La convection naturelle pour laquelle le mouvement du fluide résulte directement de l'existence des gradients de température et de densité dans le fluide.
- Les échanges avec changement de phase (condensation ou ébullition) sont aussi des modes de transfert par convection.

I.2.2.3 Convection naturelle

Le phénomène de convection naturelle (ou libre) a pour origine les variations de la masse volumique au sein d'un fluide, liées aux variations de sa température. Donc, la mise en mouvement du fluide n'est pas due à une cause extérieure, mais à la distribution de la température à l'intérieur même du fluide.

□ **Grandeurs sans démentions :**

➤ **Le nombre de Reynolds :** [4.36]

$$Re = \frac{\rho DU}{\mu} \quad (I.3)$$

- Ce nombre caractérise le régime d'écoulement ; dans la canalisation ; en circulation forcée Laminaire pour $Re < 2300$
- Transition pour $2300 > Re < 10\ 000$
- Turbulent pour $Re > 10\ 000$

Avec :

μ : la viscosité dynamique ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$), ρ la masse volumique (kg.m^{-3}), D : dimension caractéristique de la conduite m, et U la vitesse du fluide m/s.

➤ **Le nombre de Nusselt :** [4.43]

C'est le nombre adimensionnel fondamental de la convection.

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} \quad (I.4)$$

h : coefficient d'échange thermique ($\text{w.m}^{-2}.\text{k}^{-1}$) D : diamètre hydraulique (m)

λ : conductivité thermique ($\text{w.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$)

➤ **Nombre de Prandtl :** [4.39]

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (I.5)$$

Ce nombre caractérise l'influence de la nature du fluide sur le transfert de chaleur par convection. ainsi,

le nombre de Prandtl caractérise la distribution des vitesses par rapport à celle des températures, c'est une caractéristique du fluide.

➤ **Le nombre de Grashof :**

Il caractérise la nature de l'écoulement en convection naturelle (laminaire ou turbulent).[4]

$$Gr = \frac{g \beta \rho^2 D^3 \Delta t}{\mu^2} \quad (I.6)$$

➤ **Le nombre de Rayleigh :** [4]

Ce nombre est le paramètre de contrôle de la convection. Il peut être vu comme une forme

sans dimension de la différence de température ΔT . Il représente le terme de la poussée d'Archimède rapporté au produit des deux termes diffusifs.

$$Ra = Pr.Gr = \frac{g\beta\rho^2 D^3 \Delta t}{\vartheta\alpha} \quad (I.7)$$

Avec :

ϑ : viscosité cinématique du fluide [$m^2.s^{-1}$] ;

$$\vartheta = \frac{\mu}{\rho} \quad (I.8)$$

Et α : diffusivité thermique

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p} \quad (I.9)$$

Le transfert de chaleur par convection est caractérisé par quatre catégories de facteurs :

- ✓ La nature du mouvement.
- ✓ Le régime d'écoulement.
- ✓ Les propriétés physiques du fluide.
- ✓ La forme et les dimensions de la surface d'échange thermique.

I.2.2.2 la convection forcée

La convection forcée dans laquelle le mouvement est provoquée par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques ; c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide. L'étude de la transmission de chaleur par convection est donc étroitement liée à celle de l'écoulement des fluides.

La convection est dite forcée quand il existe une cause du mouvement autre que les variations de températures du fluide, cette cause étant la seule à prendre en compte en raison de son importance relative.[5]

I.2.2.3 La convection Mixte

Correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.

La convection mixte peut être aidée (favorable) lorsque les effets de la convection naturelle et de la convection forcée sont dans la même direction. Elle est dite défavorable quand ces derniers effets sont de sens opposés.

En général, les problèmes de la convection thermique s'intéressent à la détermination du taux de transfert thermique et/ou la température de surface. Ces facteurs importants d'ingénierie sont établis une fois la distribution de température dans le fluide en mouvement est déterminée. Le point focal dans le transfert thermique par convection est la détermination de la distribution de la température dans un fluide mobile.[6]

I.2.3 Le rayonnement

Le rayonnement est le transfert de chaleur par des ondes électromagnétiques d'un corps chaud vers un corps froid, Tout corps émet un rayonnement dont la longueur d'onde, dépend de sa température, Le rayonnement est due aux oscillations et transitions, d'états des électrons formant la matière. La flux maximale émie par une surface est donnée par la loi de Stephan-Boltzman:[7]

$$\phi = \varepsilon \sigma S T_s^4 \quad (I.10)$$

- Φ : Flux thermique (W).
- σ : Constante de Stéphan Boltzmann $5.67.10^{-8}$ (W.m⁻².K⁻⁴)
- ε : Facteur d'émission de la surface.
- S : La surface du corps (m²)
- T_s: Température de la surface (K)

I.3 Généralité sur les nano-fluides :

Avec les progrès récents en nanotechnologies, des particules de la taille des nanomètres peuvent être obtenues. Cet avancement technologique a donné l'idée de suspendre ces particules dans un liquide de base pour obtenir une amélioration de la conductivité thermique. Une suspension de nanoparticules dans un fluide de base est appelée nano-fluide. Ce terme a été proposé par Choi en 1995 dans le laboratoire national d'Argonne. Le fluide de base est généralement de l'eau, de l'huile ou de l'éthylène glycol(EG).[8]

I.3.1 Définition :

Un nano- fluide est une solution colloïdale composée d'un liquide porteur, soit de l'eau, soit d'un autre liquide, auquel des nanoparticules sont ajoutés. L'origine de ces molécules est des minéraux oxydés ou purs et organiques .Le coefficient de transfert de chaleur des nano fluides est bon comparé aux simples fluides de transfert de chaleur.

Les nano-fluides sont utilisés dans les bâtiments thermiques, les applications de refroidissement et les échangeurs de chaleur. Les nano fluides ont des propriétés physiques, notamment la conductivité thermique. Les nanoparticules à la base du liquide sont principalement basées sur l'amélioration de la conductivité thermique, nanoparticules contenant le fluide primaire qui est généralement de l'eau ou de l'huile ou du glycol, appelé nano fluides.

Les nanoparticules sont de type : Métaux purs, oxydes métalliques, semi-conducteurs, céramiques, nanotubes de carbone (NTC), fullerène, diamant, polymères, etc.

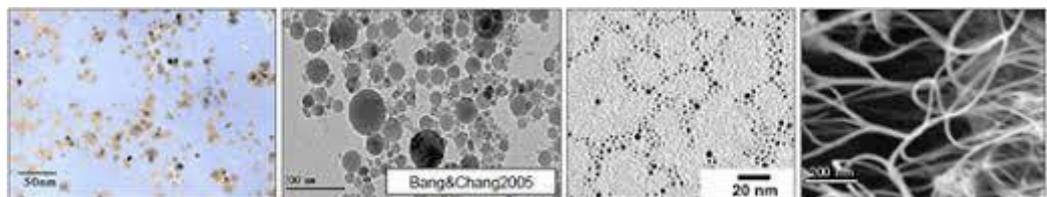


Figure (I.5) : Nano-fluides vus au microscope électronique.

Les nano-fluides améliorent non seulement la conductivité thermique, mais augmentent également la viscosité et la concentration des nanoparticules .Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nano-fluides sont :

□ **Les nanoparticules métalliques :**

- ✓ L'aluminium, Al.
- ✓ Le cuivre, Cu.
- ✓ L'or, Au.
- ✓ L'argent, Ag, La silicone, Si.

□ **Les nanoparticules non métalliques :**

- ✓ Les nanotubes de carbone, CNT.
- ✓ Le diamant, C.

□ **Les nanoparticules des oxydes métalliques :**

- ✓ L'oxyde d'aluminium, Al₂O₃.
- ✓ L'oxyde de cuivre, CuO.
- ✓ L'oxyde de silicium, SiO₂.L'oxyde de titanium, TiO₂.

□ **Les liquides de base les plus utilisés sont:**

- ✓ L'eau.
- ✓ L'éthylène-glycol, EG.
- ✓ Les huiles.
- ✓ Les fluides de réfrigération (R12.R22...) [9]

I.3.2 Les termes physiques des nanoparticules :

➤ Nanoparticules Métalliques

a: T= 20°C , P=1atm

Tableau (I.1): Les termes physiques des nanoparticules Métallique

Nanoparticule	Taille(nm)	Masse volumique ρ (Kg .m ⁻³)	Capacité calorifique C_p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Conductivité thermique λ (w .m ⁻¹ .k ⁻¹)
Aluminium(Al)	20-26	2719	871	202.4
Cuivre(Cu)	60 -80	8960	380	401
L'or (Au)	10	19300	150	320
L'argent (Ag)	18	10500	235	429
silicone (Si)	19	2329	280	148
Fer (Fe)	20	7870	447	80.2
Nickel (Ni)	20	8900	444	90.7
SiC	40	3160	775	490
Pt	15	21450	133	71.6
Ir	10-25	22500	130	147

➤ **Nanoparticules non métalliques**

a: T = 20 C° - 25 C° et P= 1atm

Tableau (I.2): les thermes physiques des nanoparticules non Métalliques

Nanoparticule Non métallique	La masse volumique ρ (Kg.m ⁻³)	Capacité calorifique Cp (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Conductivité thermique λ (w.m ⁻¹ .k ⁻¹)
CNT	Selon le nombre de fibres	Selon le nombre de fibres	2500
Diamant (C)	3500	509	2300

➤ **Nanoparticules d'oxydes**

a: T=20°C , P= 1atm

Tableau (I.3): Les thermes physiques nanoparticules d'oxydes

Nanoparticule	Taille(nm)	Masse volumique ρ (Kg .m ⁻³)	Capacité calorifique Cp (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Conductivité thermique λ (w .m ⁻¹ .k ⁻¹)
Al ₂ O ₃	20-50	3970	765	50
SiO ₂	20	2650	745	13.4
CuO	40	6315	350	76.5
CO	20	8865	421	99.2
TiO ₂	10-30	4157	710	7.9

➤ **Nano-fluide à base**

a: T= 20°C , P=1atm

Tableau (I.4): Les thermes physiques nano-fluide à base

Fluide	La masse Volumique ρ (Kg.m ⁻³)	Capacité calorifique C_p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	Conductivité thermique λ (w.m ⁻¹ .k ⁻¹)	Viscosité dynamique μ (Pa.s)
L'eau	1000.1	4182	0.613	10.1*10 ⁻⁴
Ethylène glycol	1132	2349	0.258	16*10 ⁻³
R12(liquide)	1194.9	0.965	70.95 *10 ⁻³	22.5*10 ⁻⁵
R134a(liquide)	1196.2	1.41	84.4*10 ⁻³	214*10 ⁻⁶

➤ **Propriétés thermo-physiques de nano-fluide (l'eau+TiO2) pour les différents concentrations**

a 20 °C , P=1atm

Tableau (I.5): Propriétés thermo-physiques de nano-fluide (l'eau+TiO2)

ϕ %	ρ (kg.m ⁻³)	C_p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	μ (Kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)
0.01	1029.629	4151.06	0.59805	9.13671*10 ⁻⁴
0.02	1062.158	4116.12	0.60335	9.37157*10 ⁻⁴
0.03	1094.687	4081.18	0.61888	9.61498*10 ⁻⁴
0.04	1127.216	4046.24	0.63464	9.86733*10 ⁻⁴
0.05	1159.745	4011.3	0.64063	0.00101
0.06	1192.274	3976.36	0.65683	0.00104
0.08	1257.332	3906.48	0.70987	0.0011
0.09	1289.861	3871.54	0.7167	0.00113
1	1322.39	3836.6	0.73373	0.00116

I.3.3 les avantages et inconvénients des nano-fluide :

Nano-fluide	Avantages	Inconvénients
Al ₂ O ₃	<ul style="list-style-type: none"> -réduit fortement la puissance de pompage (-38% pour 6% en concentration (Kulkarni et al., 2009)). -viscosité diminue en augmentant la température -Le mélange est stable et les agglomérats sont bien moins nombreux ((Maré et al., 2011), Ho et al – 2010). -Réduit beaucoup le débit massique (-28% (Kulkarni et al., 2009)) -augmente le transfert thermique ((Longo and Zilio, 2011), (Ho et al.,2010)) -augmente la conductivité thermique(+23% (Longo and Zilio, 2011)) 	<ul style="list-style-type: none"> -la viscosité augmente en baissant en température (à - 35°C elle est au double du fluide de base (Kulkarni et al., 2007b)). -Les résultats d'augmentation sont plus notables à forte concentration d'où un prix plus élevé.
SiO ₂	<ul style="list-style-type: none"> -réduit la puissance de pompage (-27.6% (Kulkarni et al., 2009)) -fabrication maîtrisée -réduit le débit massique (-16.3% (Kulkarni et al., 2009)) -augmente le transfert thermique (+ 18.4% (Kulkarni et al., 2009)) -augmente la conductivité thermique 	<ul style="list-style-type: none"> -augmentation des pertes de charges(Kulkarni et al., 2007b). -augmentation de la viscosité (à -35°C elle est multiplié par 1.5 (Kulkarni et al., 2009)) -La viscosité varie en fonction de la taille des nanoparticules : plus les particules sont petites plus la viscosité est grande (Namburu et al., 2008)
TiO ₂	<ul style="list-style-type: none"> -réduit la puissance de pompage -augmente la conductivité thermique (16% (Longo and Zilio, 2011)) -ramène à des résultats presque identiques à Al₂O₃ 	<ul style="list-style-type: none"> -augmente la viscosité (+ 150% (Longo and Zilio, 2011))

CNT	<p>-augmente considérablement la conductivité thermique (Maré et al., 2011)</p> <p>-augmente le transfert thermique (+150%)</p> <p>-facile à produire.</p>	<p>-augmente beaucoup les pertes de charges (multipliées par 7 (Maré et al., 2011))</p> <p>-augmente considérablement la viscosité (multipliée par 4.5)</p> <p>-grande instabilité</p>
CuO	<p>-diminue la puissance de pompage (-11.7%)</p> <p>-diminue le débit massique (-6.5% (Asirvatham et al., 2009)).</p>	<p>-Pas de réel constat d'inconvénients sauf qu'il est moins performant en termes de réduction de débit massique et de puissance de pompage.</p> <p>- Plus la concentration en nanoparticules augmente, plus la viscosité augmente (multipliée par 8 entre 0 et 6,12%) (Namburu et al., 2008), (Kulkarni et al., 2007b) (Kole and Dey, 2011)</p>
Cu	<p>-augmente le transfert thermique.</p> <p>-Pas d'informations supplémentaires précises si ce n'est qu'il se comporte de la même manière que CuO aussi bien pour les avantages qu'inconvénients malgré qu'il semble moins performant.</p>	

Certes, les auteurs ont constaté également que le nano-fluide à base d'Al₂O₃ n'est pas celui qui transfère mieux la chaleur. Il est de loin devancé par les nanotubes de carbones qui transfèrent deux à trois fois mieux la chaleur. Mais, l'inconvénient majeur des nanotubes est

leur instabilité en suspension : des agglomérats apparaissent rapidement, ce qui augmente la viscosité entraînant ainsi une augmentation de la puissance de pompage. Les auteurs ont donc trouvé juste de sélectionner le nano-fluide qui amène à la meilleure réduction de consommation d'énergie à savoir Al_2O_3 . [10]

I.3.4 Fabrication et préparation des nano-fluides :

- ✓ Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- ✓ Les procédés chimiques, comme la pyrolyse laser ou la précipitation chimique.

Les nanoparticules sont produites de deux manières :

➤ La méthode en une seule étape :

Les nanoparticules sont produites dans le fluide de base. Utilisées pour certains nano fluides, évitent l'oxydation et la décantation des particules, est moins industrielle.

➤ La méthode en deux étapes :

Les nanoparticules sont produites une fois et dispersées dans le fluide de base. Il évite les ajustements en raison des forces attractives entre les molécules et effectue un bon travail mécanique. la surface de la particule doit être chargée en utilisant une répulsion électrostatique.

Les procédés de fabrication font l'objet de beaucoup de recherches pour améliorer le coût de production qui reste parfois élevé vu les difficultés de mise en œuvre et pour obtenir des particules de taille nanométrique. Chaque méthode a ses inconvénients physique ou chimique et certains ne sont pas aptes à produire de grandes quantités de nanoparticules pour une production de masse vu les contraintes inhérentes au procédé. Les principaux moyens peuvent être [11] :

- ✓ Le mécano synthèse (broyage à haute énergie).
- ✓ La précipitation chimique (réduction de sels métalliques par exemple).
- ✓ Les dépôts chimiques ou physiques en phase vapeur (CVD ou PVD).
- ✓ Les dépôts chimiques en phase vapeur assisté par plasma (PECVD).
- ✓ La condensation de vapeurs par détente brutale dans des tuyères supersoniques.
- ✓ La pyrolyse laser (interaction entre un faisceau laser continu et un flux de réactifs).
- ✓ La désintégration d'électrodes submergées par passage d'étincelles.

I.3.5 Les propriétés thermo physiques des nano fluides [12]:

Les nano-fluides ont des propriétés physiques importantes, qui diffèrent selon les nanoparticules utilisées et le fluide de base. Ses caractéristiques sont :

- ✓ La fraction volumique (ϕ).
- ✓ Conductivité thermique (λ).
- ✓ Viscosité dynamique (μ).
- ✓ La masse volumique (ρ).
- ✓ La chaleur massique (C_p).

I.3.5.1 La fraction volumique (ϕ) :

$$\phi = \frac{V_s}{V_t} = \frac{V_s}{V_f + V_s} \quad (1.11)$$

V_s : Volume de solide (nanoparticules).

V_t : Volume totale (nanoparticules + fluide de base).

I.3.5.2 Conductivité thermique (λ) :

La conductivité thermique est une propriété très importante, qui joue un rôle important dans le transfert de chaleur. La conductivité thermique est calculée selon deux méthodes suivantes:

□ **Modèle de Maxwell [17] :**

Le modèle de Maxwell est probablement le plus largement utilisé dans la littérature. Ce modèle de base suppose que les particules sont sphériques, de dimensions millimétriques ou microscopiques et sont dispersées en faible concentration dans une matrice continue.

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f + 2(\lambda_s - \lambda_f)\phi}{\lambda_s + \lambda_f - (\lambda_s - \lambda_f)\phi} \lambda_f \quad (1.12)$$

λ_{nf} : La conductivité thermique du nano fluide.

λ_f : La conductivité thermique du fluide de base.

λ_s : La conductivité thermique des particules solides.

□ **Modèle de Hamilton-Crosser[17] :**

Le modèle de Hamilton-Crosser (1962) est une extension du modèle de Maxwell, qui tient compte de la forme des particules. En effet, pour prendre en compte la non-sphéricité des particules. La conductivité thermique est donnée par la relation suivante :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + (n-1)(\lambda_f - \lambda_s)\varphi}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f - (\lambda_f - \lambda_s)} \lambda_f \quad (1.13)$$

n: est un facteur de forme empirique donnée par : $n = \frac{3}{\psi}$

n = 3 : pour les particules sphériques.

n = 6 : pour les particules cylindriques.

□ **Modèle de Yu et Choi [17]:**

La relation entre Yu et Choi est une autre expression de la conductivité thermique, qui était en 2003. Les particules liquides et solides étaient considérées comme une base séparée avec une couche nanométrique d'un modèle en nano fluides. Cette couche est un pont thermique entre nanoparticules et liquides. Ce modèle est donné comme suit :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f + 2(\lambda_s - \lambda_f)(1 + \beta)^3 \varphi}{\lambda_s + 2\lambda_f - (\lambda_f + \lambda_s)(1 + \beta)^3 \varphi} \lambda_f \quad (1.14)$$

β : est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

□ **Modèle de Bruggemen [17] :**

Un modèle a été proposé pour prédire la conductivité thermique des nano fluides sans s'appuyer sur la concentration volumique. Ce modèle suppose des particules de forme sphérique Ce modèle est donné comme suit :

$$\varphi \left(\frac{\lambda_s - \lambda_{nf}}{\lambda_s + 2\lambda_{nf}} \right) + (1 - \varphi) \left(\frac{\lambda_s - \lambda_{nf}}{\lambda_s + 2\lambda_{nf}} \right) = 0 \quad (1.15)$$

I.3.5.3 La Viscosité dynamique (μ) :

La propriété de viscosité est définie comme une propriété de fluide dans laquelle elle coordonne la déformation lorsque le mouvement se produit. La viscosité est un liquide très visqueux et présente un frottement interne. Les nanoparticules divergent dans le fluide, ce qui a un effet sur la viscosité dynamique. Cette viscosité dynamique peut être calculée à partir de la viscosité du fluide de base et la fraction volumique du nano fluide. Pour ce qui suit nous allons citer deux modèles pour le calcul des viscosités apparentes.

□ **Modèle d'Einstein :**

La viscosité dynamique d'un nano fluide est donnée par Einstein (1906) pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \quad (1.16)$$

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nano fluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules. Cette relation est valable juste pour $\varphi = 0.03$

□ **Modèle de Brinkman :**

La viscosité dynamique d'un nano fluide est donnée par Brinkman (1952) :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (1.17)$$

I.3.5.4 La masse volumique :

La masse volumique des nano fluides est proportionnelle à la fraction volumique en particules et augmente avec l'ajout des nanoparticules. Sont souvent calculés à partir de la loi du mélange.

- La masse volumique de mélange

$$\rho_{nf} = \frac{m_{nf}}{v_{nf}} = \frac{m_f + m_s}{v_f + v_s} = \frac{\rho_f v_f + \rho_s v_s}{v_f + v_s} \quad (1.18)$$

✓ La masse volumique d'un nano-fluide pour une température de référence donnée calculé par :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \quad (1.19)$$

ρ_{nf} : La masse volumique du nano fluide.

ρ_f : La masse volumique du fluide de base.

ρ_s : La masse volumique des nanoparticules.

I.3.5.4 La chaleur spécifique (Cp) :

Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nano fluide, il y a deux modèles :

□ **Modèle du Pak et Cho :**

Pak et Cho (1998) ont utilisé la formule suivante :

$$Cp_{nf} = (1-\varphi)Cp_f + \varphi Cp_s \quad (1.20)$$

□ **Modèle du Xuan et Roetzel :**

Xuan et Roetzel (2000) ont utilisé la formule suivante :

$$\rho Cp_{nf} = (1-\varphi)(\rho Cp_f) + \varphi(\rho Cp_s) \quad (1.21)$$

ρCp_{nf} : La chaleur spécifique du nano fluide.

ρCp_f : La chaleur spécifique du fluide de base.

ρCp_s : La chaleur spécifique des nanoparticules.

I.3.6 Les applications des nano fluides :

- Les nano-fluides sont caractérisés par des applications dans divers domaines, notamment industriels et technologiques. la dispersion de nanoparticules joue un rôle efficace dans l'effet magnétique, notamment en imagerie médicale, ainsi que dans l'effet électrique.
- Les nano-fluides sont également utilisés dans le refroidissement de composants électriques et électroniques, de voitures... .
- Les nano-fluides sont appliqués dans le domaine des énergies renouvelables pour augmenter le transfert de chaleur du capteur solaire vers les réservoirs de stockage et pour a augmenter la densité énergétique. Ainsi que son applicabilité dans la plupart des industries manufacturières, telles que les matériaux, les aliments et les boissons, la production chimique, le pétrole et le gaz [13] .

□ Les autres applications :

- ✓ L'échangeur de chaleur.
- ✓ Les réfrigérateurs.
- ✓ Le chauffage solaire d'eau.
- ✓ Refroidissement des systèmes nucléaires [14].

I.4 Les formes géométriques :

La forme géométrique est un ensemble de lignes convergentes qui forment un ensemble de limites pour un espace spatial dont les dimensions et l'aire peuvent être mesurées si elle est bidimensionnelle et sa taille si elle est tridimensionnelle. Le carré, le rectangle, le triangle et le cercle sont des exemples sur des formes géométriques.

I.5 Revue bibliographique

Le transfert de chaleur des fluides traditionnels tels que l'eau, l'huile et l'éthylène glycol est limité car leur conductivité thermique est faible. Dans une tentative d'améliorer les performances de transfert de chaleur, Choi a dispersé des nanoparticules métalliques avec une conductivité thermique élevée dans les fluides traditionnels pour former les nano-fluides.

Le phénomène de la convection naturelle des nano-fluides dans une enceinte est largement utilisé dans l'ingénierie, comme le collecteur d'énergie solaire, la conservation de la chaleur des circuits de transport thermique, le refroidissement des unités électriques, etc.

Dans le cadre de la poursuite de la recherche sur les nano-fluides, les chercheurs ont également essayé d'utiliser récemment le nano-fluide hybride, qui est conçu en suspendant des nanoparticules dissemblables soit sous forme mixte soit sous forme composite. Dans une revue publiée par N.A.C. Sidik et al , les caractéristiques thermiques du nano-fluide hybride se sont révélées plus élevées comparées au fluide de base et au fluide contenant des nanoparticules simples.

Le résultat numérique montre qu'en augmentant la largeur de l'écart entre deux géométries et aussi le nombre de Rayleigh, les tourbillons se multiplient et se développent dans l'espace entre les parois supérieures de la géométrie carré. En outre, il ressort des résultats que le nombre moyen de Nusselt augmente en augmentant la fraction volumique des nanoparticules.

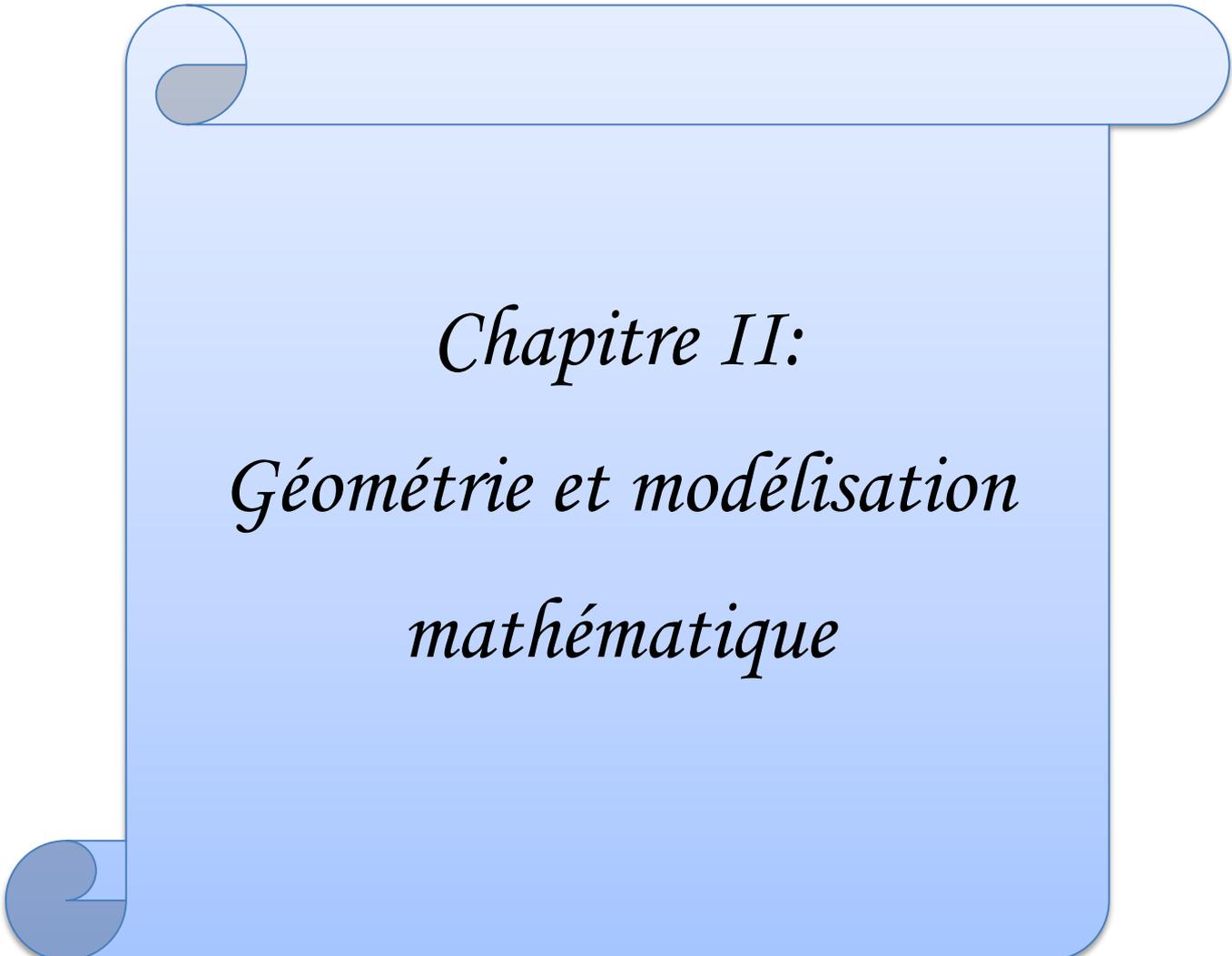
AMAL ABDEDDAIM [18] a présenté une étude numériquement sur la gestion des échanges thermiques des éléments électroniques. Le but est de comparer l'effet du nano fluide (eau-Cuivre), le nombre de composant électronique et le nombre de Reynolds sur le

refroidissement des composants électroniques dans un micro canal.

les résultats obtenus ont montré que l'augmentation des composants électronique nécessite l'augmentation du nombre de Reynolds, qui provoque une amélioration de l'échange thermique par convection dans un nano fluide.

I.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté des notions sur les modes de transfert de chaleur, les définitions nécessaires concernant les nano fluides et leurs propriétés et une qui ont été réalisés sur la convection forcée au sein des nano fluides. Dans le 2^{ème} chapitre, nous présentons la géométrie étudiée et les équations mathématiques modélisant le phénomène physique.



Chapitre II:
Géométrie et modélisation
mathématique

II.1 Introduction :

La convection forcée trouve son importance dans de nombreuses applications industrielles, les échangeurs de chaleur, les capteurs solaires, le refroidissement des composants électroniques. Dans ce chapitre nous formulons les équations modélisant le problème étudié. Ces équations seront écrits en coordonnées cartésiennes.

On commence par l'écriture des équations sous leurs formes générales, puis on passera aux différents traitements de ces équations pour les adapter au cas étudié, pour cela on doit prendre en considération les hypothèses simplificatrices nécessaires ainsi que les conditions aux limites associées. En suite nous exprimons les équations de conservation et les conditions aux limites sous forme adimensionnelles.

II.2 La Géométrie du problème étudié (Géométrie cartésienne):

Ce cas de figure est représenté par une géométrie de forme cartésienne, les deux le parois horizontale est portée à une constante T_p . Le fluide qui pénètre la conduite est considéré comme newtoniens et incompressible avec des propriétés physique et thermique constants, le nano fluide entre dans la conduite avec une vitesse U_0 . Un schéma descriptif du problème à étudier est donné dans (Figure II.1)

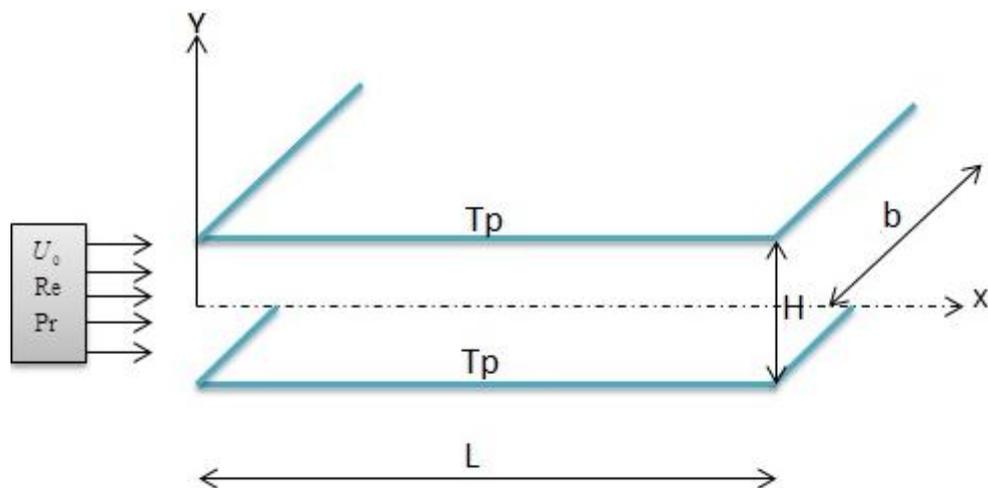


Figure (II.1) : Géométrie du problème.

II.3 Formulation mathématique du problème:

La formulation mathématique des phénomènes de la convection est basée sur des équations qui relient les différents paramètres : pression, température et vitesse. Ces équations découlent de lois de conservation de masse, de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie.

II.3.1 Equation de continuité:

L'équation de continuité traduit le principe de la conservation de la masse : l'augmentation de la masse de fluide, contenue dans un volume donné pendant un certain temps, doit être égale à la somme des masses du fluide qui y entrent diminuée de celle qui sort. Le plus souvent il n'y a ni diminution, ni augmentation de masse de fluide au cours du mouvement. L'équation de continuité s'écrit donc :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Pour un fluide incompressible sans sources ni puits on a: $\operatorname{div} \vec{V} = 0$.

II.3.2 Equation de quantité de mouvement:

L'application de la deuxième loi fondamentale de la mécanique à une particule fluide en mouvement mène aux équations de conservation de la quantité de mouvement.

Pour un écoulement incompressible ($\rho = \text{const}$) à viscosité constante ($\mu = \text{const}$), les équations de Navier-Stokes s'écrivent comme suit:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{F} - \overrightarrow{\operatorname{grad} P} + \mu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.2})$$

\vec{F} : Les forces massiques.

ρ : Variation de masse volumique due à la convection forcée.

$\mu \Delta \vec{V}$: Forces de viscosité (contraintes).

$\overrightarrow{\operatorname{grad} P}$: Force de pression.

II.3.3 Equation de l'énergie:

Le problème consiste à appliquer le 1er principe de la thermodynamique à un fluide en mouvement. L'équation générale de conservation de l'énergie s'écrit pour un fluide Newtonien sans sources ni puits :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \operatorname{div}(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T}) + T \beta \frac{dp}{dt} + q + \psi \quad (\text{II.3})$$

Avec :

ψ : Fonction de dissipation regroupant tous les termes contenant la viscosité μ .

q : Est la source interne (réaction chimique, ...etc.)

II.4 Hypothèses simplificatrices:

La résolution des équations gouvernantes nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, on admet à cet effet:

- Fluide newtonien et incompressible.
- Ecoulement bidimensionnel en coordonnées cartésiennes.
- Régime d'écoulement laminaire et permanent.
- Absence de source interne de chaleur, de source de masse ou de réaction chimique.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- L'énergie induit par les forces visqueuses, est négligeable.
- Les forces volumiques négligeables.

II.5 Formulation du problème :

II.5.1 Modèle Mathématique Dimensionnelle:

Pour un fluide de base (fluide pure) :

❖ Equation de continuité:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.4})$$

❖ Equation du quantité de mouvement :

➤ Equation de la conservation de la quantité du mouvement suivant x:

$$\rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.5})$$

➤ Equation de la conservation de la quantité du mouvement suivant y:

$$\rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.6})$$

❖ Equation de l'énergie:

$$\rho C_p \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \lambda \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.7})$$

Les équations présentées précédemment peuvent être écrites en formule dimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.8})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{II.9})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (\text{II.10})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho C_p u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C_p v T)}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.11})$$

Pour un nano-fluide :

□ **Equation de continuité:**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.12})$$

□ **Equation de quantité du mouvement :**

➤ Equation de la conservation de la quantité du mouvement suivant x:

$$\rho_{nf} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.13})$$

➤ Equation de la conservation de la quantité du mouvement suivant y:

$$\rho_{nf} \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{nf} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.14})$$

□ **Equation de l'énergie:**

$$\rho_{nf} C_{p_{nf}} \left[u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \lambda_{nf} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.15})$$

Les équations présentées précédemment peuvent être écrites en formule conservative comme suit :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.16})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho_{nf} u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} u v)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho_{nf} uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} vv)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (\text{II.18})$$

$$\left[\frac{\partial(\rho_{nf} Cp_{nf} uT)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} Cp_{nf} vT)}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.19})$$

II.5.2 Conditions aux limites dimensionnelles :

Les conditions aux limites pour l'ensemble d'équations régissant sont présentées ci-dessous :

- Entrée : $x = 0$

$$u = u_0, v = 0, T = T_0$$

- Sortie : $x = L$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- Axe de symétrie :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

- Paroi : $y = H/2$

$$u = 0, v = 0, T = T_p$$

II.5.3 Modèle mathématique en forme adimensionnelle:

Afin de simplifier l'étude, on peut utiliser les variables sous leur forme adimensionnelle.

Ceci a pour conséquence de réduire le nombre de paramètres pouvant varier, facilitant ainsi la manipulation des équations et l'analyse des résultats. Dans ce contexte, on introduit dans nos équations les variables adimensionnelles. Voici les variables sans dimension que l'on va considérer :

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0}, p^* = \frac{p}{\rho_{nf} u_0^2}, u^* = \frac{u}{u_0}, v^* = \frac{v}{u_0}, x^* = \frac{x}{H}, y^* = \frac{y}{H}$$

Pour un nano-fluide :

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{II.21})$$

- Equation de quantité du mouvement

➤ Equation de la conservation de la quantité de mouvement adimensionnelle suivant x:

$$\left[u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right] = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{2}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right] \quad (\text{II.22})$$

➤ Equation de la conservation de la quantité de mouvement adimensionnelle suivant y:

$$\left[u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right] = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{2}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right] \quad (\text{II.23})$$

□ **Equation de l'énergie:**

$$\left[u^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right] = \frac{2}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \right] \quad (\text{II.24})$$

La mise sous forme adimensionné des équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions qui gouvernent le problème. Les nombre adimensionnels sont :

- $\text{Pr} = \frac{\mu_{nf} \cdot C_{p_{nf}}}{\lambda_{nf}}$
- $\text{Re} = \frac{\rho_{nf} U_0 D_h}{\mu_{nf}}$

pour : $\rho_{nf} = \rho_f$; $C_{p_{nf}} = C_{p_f}$; $\lambda_{nf} = \lambda_f$ on trouve la formule adimensionnelle pour un écoulement d'un fluide de base (fluide sans nanoparticule).

Diamètre hydraulique :

$$D_h : \text{est le diamètre hydraulique en (m)} \quad D_h = \frac{4A}{P_e}$$

$$A : \text{section de passage est donne par : } A = b.H$$

$$P_e : \text{Périmètre mouille est donne par : } P_e = 2(H + b)$$

$$D_h = \frac{4.b.H}{2(b+H)} = \frac{2bH}{b+H} \quad (\text{II.20})$$

$$D_h = \frac{2H}{\frac{H}{b} + 1}$$

$$\text{Avec : } H/b \approx 0$$

$$\text{Donc : } D_h = 2H$$

II.5.4 Conditions aux limites adimensionnelles:

La solution du système d'équations non linéaires dépend essentiellement des conditions aux

limites. Comme mentionné précédemment, nous avons considéré dans le présent travail deux cas de figure qui traitent deux aspects différents, l'un est lié à l'effet de la géométrie et l'autre est lié à l'effet des conditions aux limites et ce en prenant, pour chaque cas de figure, les conditions aux limites spécifiques :

- Entrée : $x^* = 0$

$$x^* = 0 \Rightarrow u^* = 1, v^* = 0, \theta = 0$$

- Sortie : $x^* = L^*$

$$x^* = L^* \Leftrightarrow \frac{\partial u^*}{\partial x^*} = 0, \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial x^*} = 0$$

- Axe de symétrie :

$$y^* = 0 \Rightarrow \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = 0, \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y^*} = 0$$

- Paroi : $y^* = 0.5$

$$y^* = 0.5 \Leftrightarrow v^* = 0, u^* = 0, T = T_p \Rightarrow \theta = 1$$

II.6 Nombre de Nusselt local et moyen:

- **Nombre de Nusselt local :**

Le nombre de Nusselt est un coefficient de transfert de chaleur, mais sous forme adimensionnelle. Il fournit une mesure du rapport de la quantité de chaleur transmise par convection, à la quantité de chaleur qui serait transmise par conduction.

$$-\lambda_{nf} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=\frac{H}{2}} = h [T_{fm} - T_p] \quad (\text{II.25})$$

Avec :

h : Coefficient de convection local.

T_{fm} : Température moyenne du fluide à la section transversale.

T_p : Température de la paroi.

$$T_{fm}(x) = \frac{\int_0^{H/2} \rho C_p u T dA}{\int_0^{H/2} \rho C_p u dA} \quad (\text{II.26})$$

Avec : $dA = b \cdot dy$

$\rho C_p = \text{cte}$, l'équation (II.17) devient :

$$T_{fm}(x) = \frac{\int_0^{H/2} u T dA}{u_0 A} \quad (\text{II.27})$$

L'équation (II.25) est écrite dans la forme adimensionnelle en entrant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\theta_m(x) = \frac{T_{fm}(x) - T_0}{T_p - T_0}, u = U^* U_0, y = y^* H$$

$$\frac{h(x) D_h}{\lambda_{nf}} = \frac{2}{\theta_p - \theta_m(x)} \left[\frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right]_{y^*=0.5} \quad (\text{II.28})$$

$$Nu_{nf}(x) = \frac{2}{\theta_p - \theta_m(x)} \left[\frac{\partial \theta}{\partial y^*} \right]_{y^*=0.5} \quad (\text{II.29})$$

(θ_m) : Température adimensionnelle moyenne du nano fluide à la section transversale x .

- **Nombre de Nusselt moyen :**

$$\overline{Nu_{nf}}(x) = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_{nf}(x) dx \quad (\text{II.30})$$

II.7 Coefficient de perte de charge:

Est une valeur sans unité qui permet de calculer la perte de charge en fonction de la pression dynamique du fluide, ce qu'il faut retenir : la perte de charge évolue proportionnellement au carré de la vitesse.

$$\frac{dP}{dx} = -f \frac{\rho_{nf} u_0^2}{2D_h} \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{\rho_{nf} u_0^2}{H} \cdot \frac{dP^*}{dx^*} = -f \cdot \rho_{nf} \cdot \frac{u_0^2}{4H} \quad (\text{II.32})$$

$$\frac{dP^*}{dx^*} = -f \cdot \frac{1}{4} \quad (\text{II.33})$$

$$f(x) = -4 \cdot \frac{dP^*}{dx^*} \quad (\text{II.34})$$

- **Coefficient de perte de charge moyen:**

$$\overline{f(x)} = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) dx \quad (\text{II.34})$$

II.8 La performance thermique:

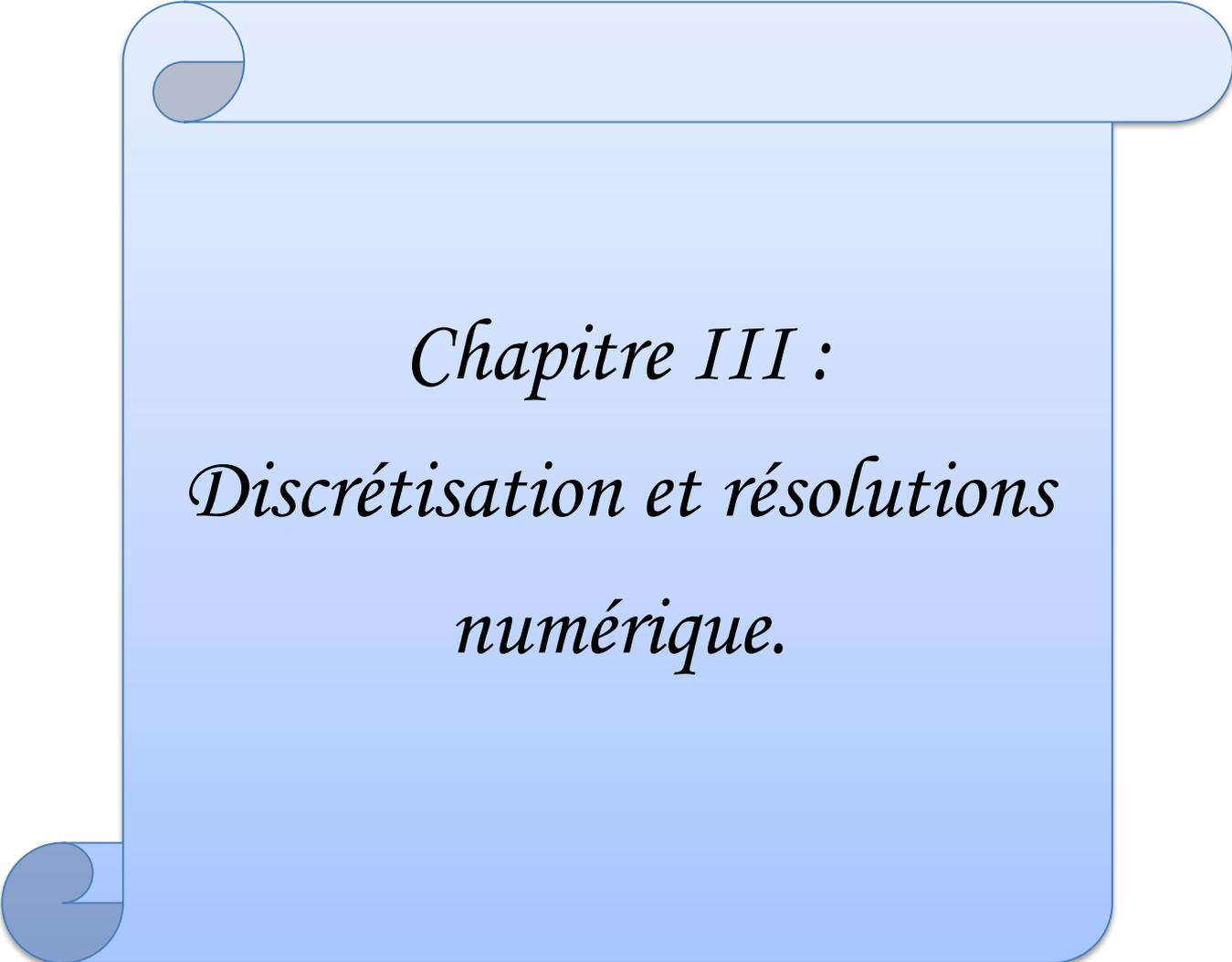
$$PTH = \frac{\left(\frac{Nu_{nf}}{Nu_f} \right)}{\left(\frac{f_{nf}}{f_f} \right)^{1/3}} \quad (\text{II.35})$$

II.9 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté la géométrie du problème étude et le modèle physique de notre problème en coordonnées cartésiennes, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites de notre problème physique. Dans le prochain chapitre, nous présentons la méthode numérique de notre modèle mathématique.

Remarque:

Nous supprimerons le symbole (*) de toutes les équations dans le chapitre trois pour faciliter l'écriture.



Chapitre III :
Discrétisation et résolutions
numérique.

III.1 Introduction

La résolution des équations se fait par les utilisations d'une méthode numérique qui fait intervenir le concept de discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielle de transport étant un système d'équations algébriques non linéaire qui décrivent les propriétés discrètes du fluide au niveau des nœuds dans le domaine de résolution. Les méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielle, sont :

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des différences finis.
- La méthode des volumes finis.

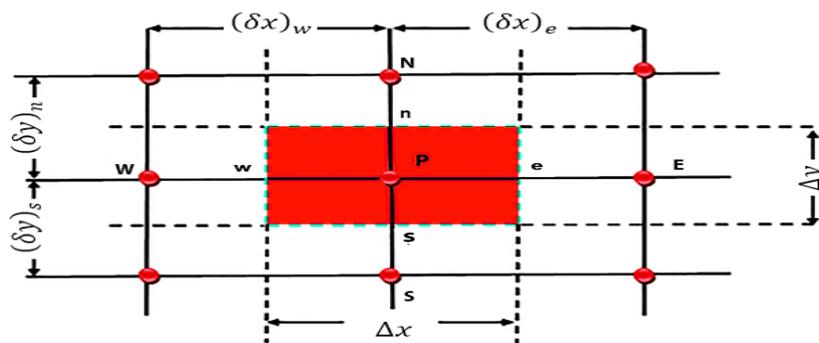
III.2 Méthode des volumes finis:

La méthode des volumes finis qui à été adopté dans cette étude consiste à exprimé le bilan de la grandeur étudiée sur un volume de contrôle sont généralement rectangulaire délimités par des lignes parallèle aux axes des coordonnées. Cependant, il est possible, actuellement, des utilisées des volumes de diverses formes.

III.2.1 Principe de la méthode des volumes finis:

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équation algébriques, qui peuvent être résolus numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles (EDP) sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

❖ **Volume de contrôle typique** : ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des bilans des grandeurs scalaires. Les faces de ce volume sont localisées au point e, w, n, s. Avec p le centre du volume de contrôle. E, W, N, S, sont les centres des volumes de contrôle adjacents. (Figure. III.1)



Figure(III.1):Volume de contrôle typique bidimensionnel.

Pour un nœud principal P, les points E, W, N et S sont les centres des volumes de contrôle adjacents, situés respectivement à l'Est, à l'Ouest, au Nord et au Sud du point P. Le volume de contrôle est montré par les lignes discontinues, et ces faces sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction Y. La subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection présente un nœud, où on trouve la variable P et les composantes u et v de la vectrice vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux nœuds adjacents qui se séparent par les incréments de distance (Δy , Δx , δ_{yn} , δ_{ys} , δ_{xw} , δ_{xe}) sont définis sur la (Figure.III.1). Les scalaires ϕ sont stockés au nœud central. Les composantes de vitesse u et v sont stockées dans des nœuds décalés (Figure.III.2). L'emploi de tels maillages entrelacés permet de calculer les gradients de pression dans les équations de quantité de mouvement, sans interpolation des pressions et le calcul des flux convectifs dans les équations sans interpolations des vitesses, cette technique nous permet d'éviter l'instabilité. Dans lequel des cellules de réseau supplémentaires montrent des solutions complètement différentes.

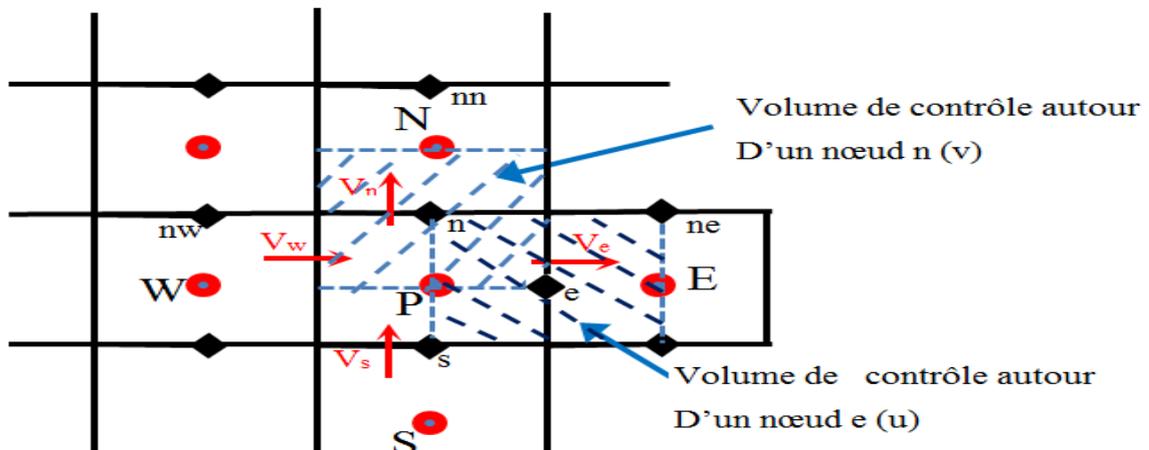


Figure (III.2) : Volume de contrôle décalé pour u et v dans un maillage entrelacé.

❖ **Volume de contrôle décalé :** ce volume de contrôle est utilisé pour l'expression des grandeurs vectorielles (par exemple on peut utiliser ce type de volume de contrôle pour calculer les vitesses u et v) (Figure.III.2). [18]

III.3 Etapes de la méthode des volumes finis :

La méthode des volumes finis passe par des étapes qui sont :

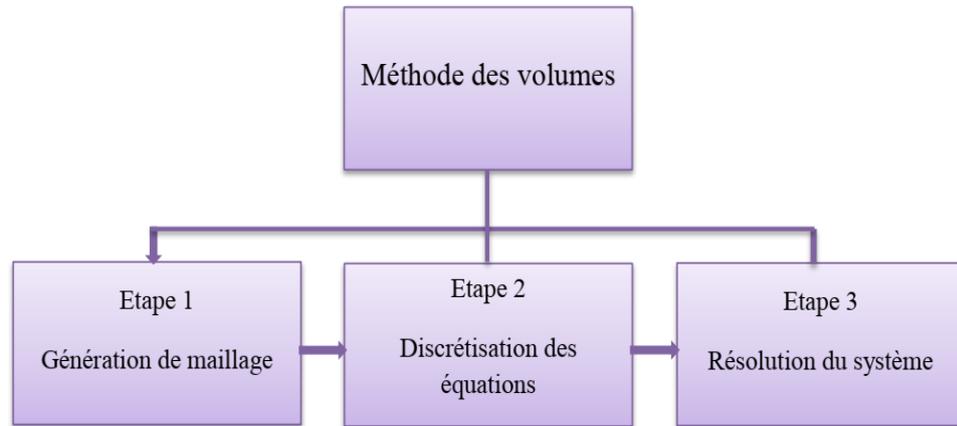


Figure (III.3) : Etapes de méthodes des volumes finis [16].

III.4 Equation générale de transfert :

L'équation de transport générale d'une quantité quelconque ϕ dans un fluide en mouvement peut s'écrire comme suite :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right] + S_{\phi} \quad (\text{III.1})$$

S_{ϕ} : représente le terme de source.

ϕ : représente une variable dépendante.

Γ_{ϕ} : est le coefficient de diffusion.

Le tableau suivant contient ϕ , et Γ_{ϕ} pour chaque équation.

Equations	ϕ	Γ_{ϕ}	S_{ϕ}
Continuité	1	0	0
QM/OX	U	$\frac{2}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
QM/OY	V	$\frac{2}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial y}$
Energie	θ	$\frac{2}{\text{Re} \cdot \text{Pr}}$	0

Tableau (III.1) : Les variables et les coefficients des équations de transfert adimensionnel pour un fluide de base.

Equations	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
QM/OX	U	$\frac{2}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
QM/OY	V	$\frac{2}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial y}$
Energie	θ	$\frac{2}{Pr \cdot Re}$	0

Tableau (III.2) : Les variables et les coefficients des équations de transfert adimensionnel pour un nano fluide.

III.5 Discrétisation des équations de conservation :

III.5.1 Discrétisation de l'équation de continuité :

Nous rappelons l'équation de continuité écrit dans le chapitre II, tel que :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}V)}{\partial y} = 0 \quad (III.2)$$

En intégrant l'équation (III.2) sur le volume de contrôle dv , on obtient :

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial(\rho_{nf}U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}V)}{\partial y} \right] dX dY b = 0 \quad (III.3)$$

Avec : $dV = dx dy b$

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial(\rho_{nf}U)}{\partial x} dX dY b + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(\rho_{nf}V)}{\partial y} dX dY b = 0 \quad (III.4)$$

$$\int_s^n b [(\rho_{nf}U)_e - (\rho_{nf}U)_w] dY + \int_w^e b [(\rho_{nf}U)_n - (\rho_{nf}U)_s] dY = 0 \quad (III.5)$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume de contrôle, l'équation (III.5) devient :

$$(\rho_{nf}U)_e \int_s^n b dY - (\rho_{nf}U)_w \int_s^n b dY + (\rho_{nf}V)_n \int_w^e b dX - (\rho_{nf}V)_s \int_w^e b dX = 0 \quad (III.6)$$

Posant :

$$a_e = \int_s^n b dY \quad (\text{Surface de face este du volume étudié.})$$

$$a_w = \int_s^n b dY \quad (\text{Surface de face ouest du volume étudié.})$$

$$a_n = \int_w^e b dX \quad (\text{Surface de face nord du volume étudié.})$$

$$a_s = \int_w^e b dX \quad (\text{Surface de face sud du volume étudié.})$$

Donc l'équation(III.6) devient :

$$(\rho_{nf} U)_e a_e - (\rho_{nf} U)_w a_w + (\rho_{nf} V)_n a_n - (\rho_{nf} V)_s a_s = 0$$

Utilisant la relation du flux de masse comme suit :

$$F_i = (\rho_{nf} U)_i a_i$$

L'équation (III.7) devient :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \tag{III.7}$$

F_e, F_w, F_n, F_s Sont les flux massique (débit massique) traversant les interfaces.

III.5.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe OX :

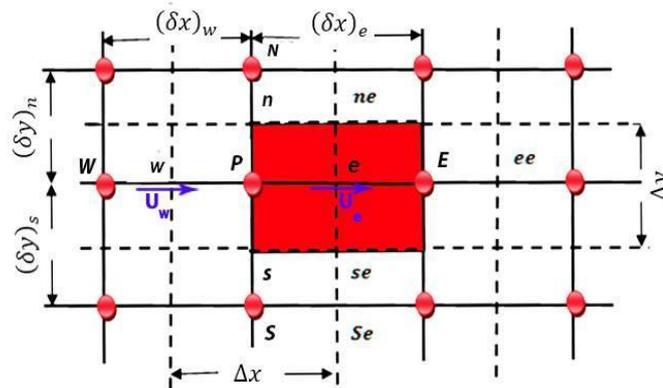


Figure (III.4) : Volume de contrôle décalé vers la droite.

L'équation de quantité de mouvement selon l'axe ox est comme suit :

$$\left[U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right] = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{2}{\text{Re}} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + S_u \tag{III.8}$$

Posant : $\Gamma = \frac{2}{\text{Re}}$

$$S_u = 0$$

L'équation (III.8) devient :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}UU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}UV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] + S_u \quad (III.9)$$

On intègre l'équation (III.9) sur un volume de contrôle décalé vers la droite présenté à la figure (III.4).

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial(\rho_{nf}UU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}UV)}{\partial y} \right] dXdYb = \int_{vc} -\frac{\partial P}{\partial x} dXdYb + \int_{vc} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] dXdYb + \int_{vc} S_u \quad (III.10)$$

$$\int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial(\rho_{nf}UU)}{\partial x} dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial(\rho_{nf}UV)}{\partial y} dXdYb = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u dXdYb \quad (III.11)$$

On somme les parties similaires et on simplifié, l'équation (III.35) devient :

$$\int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho_{nf}UU) - \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) \right] dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho_{nf}UV) - \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] dXdYb = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u dXdYb \quad (III.12)$$

On pose :

$$J_x = (\rho_{nf}UU) - \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right), J_y = (\rho_{nf}UV) - \left(\Gamma \frac{\partial U}{\partial y} \right)$$

Où J_x et J_y sont les flux totaux de convection et diffusion dans les directions x et y.

L'équation (III.12) devient :

$$\int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} [J_x] dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} [J_y] dXdYb = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u dXdYb \quad (III.13)$$

Intégrant la partie gauche de l'équation (III.13) :

$$A = \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} [J_x] dXdYb + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} [J_y] dXdYb \quad (III.14)$$

Après l'intégration on trouve :

$$A = \int_s^n b \left[(J_x)_e - (J_x)_w \right] dY + \int_w^e b \left[(J_y)_n - (J_y)_s \right] dX \quad (\text{III.15})$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume étudié, l'équation (III.15) devient :

$$A = (J_x)_e \int_s^n b dy - (J_x)_w \int_s^n b dy + (J_y)_n \int_w^e b dx - (J_y)_s \int_w^e b dx = 0 \quad (\text{III.16})$$

Posant :

$$a_e = \int_s^n b dY \quad (\text{Surface de la face este du volume étudié.})$$

$$a_w = \int_s^n b dY \quad (\text{Surface de la face ouest du volume étudié.})$$

$$a_n = \int_w^e b dX \quad (\text{Surface de la face nord du volume étudié.})$$

$$a_s = \int_w^e b dX \quad (\text{Surface de la face sud du volume étudié.})$$

L'équation (III.6) devient :

$$A = (J_x)_e a_e - (J_x)_w a_w + (J_y)_n a_n - (J_y)_s a_s \quad (\text{III.17})$$

Utilisant la relation du flux de masse comme suit :

$$G_i = (J_i)_i a_i$$

L'équation (III.17) devient :

$$A = G_e - G_w + G_n - G_s \quad (\text{III.18})$$

Intégrant la partie droite de l'équation (III.13) :

$$B = \int_s^e \int_w^n -\frac{\partial P}{\partial x} dX dY b + \int_s^e \int_w^n S_u dX dY b \quad (\text{III.19})$$

Après l'intégrale on trouve :

$$B = [P_P - P_E] \int_s^n a dY + \int_s^n \overline{S_u} \Delta V_u \quad (\text{III.20})$$

$$\overline{S}_u = S_c + S_p U_p$$

$$B = [P_p - P_E] a_e + [S_c + S_p U_p] \Delta V_u$$

Alors, l'équation (III.13) devient :

$$G_e - G_w + G_n - G_s = [P_p - P_E] a_e + [S_c + S_p U_p] \Delta V_u \quad (\text{III.21})$$

$$\text{Pour } i = (e, w) \quad G_i = \left[(\rho_{nf} U)_i \phi_i - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \right] a_i$$

$$\text{Pour } i = (n, s) \quad G_i = \left[(\rho_{nf} V)_i \phi_i - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_i \right] a_i$$

On multiplie l'équation (III.8) par (U_p) et on fait la soustraction de l'équation (III.21), il vient :

$$\begin{aligned} & (G_e - F_e U_p) - (G_w - F_w U_p) + (G_n - F_n U_p) - (G_s - F_s U_p) \\ & = [P_p - P_E] a_e + [S_c + S_p U_p] \Delta V_u \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

Selon Patankar [19], les termes de la partie gauche de l'équation (III.22) peuvent s'exprimer par :

$$(G_e - F_e U_p) = A_E (U_p - U_E) \quad (\text{III.23})$$

$$(G_w - F_w U_p) = A_W (U_w - U_p) \quad (\text{III.24})$$

$$(G_n - F_n U_p) = A_N (U_p - U_N) \quad (\text{III.25})$$

$$(G_s - F_s U_p) = A_S (U_s - U_p) \quad (\text{III.26})$$

Après la substitution des équations (III.23), (III.24), (III.25) et (III.26) dans l'équation discrétisée (III.22) on obtient :

$$A_e U_e = A_w U_w + A_{ee} U_{ee} + A_{se} U_{se} + A_{ne} U_{ne} + [P_p - P_E] a_e + b_u \quad (\text{III.27})$$

On peut écrire l'équation (III.27) sous la forme suivante :

$$A_e U_e = \sum (A_{vs} U_{vs}) + b_u + [P_p - P_E] a_e \quad (\text{III.28})$$

Tel que :

$$A_e = A_w + A_{ee} + A_{se} + A_{ne} - S_p \Delta V_u$$

$$b_u = S_c \Delta V_u = 0$$

ΔV_u : est le volume étudié (VC_u).

U_{vs} : vitesses dans les faces voisines à la face n.

III.5.3 Discretisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe OY :

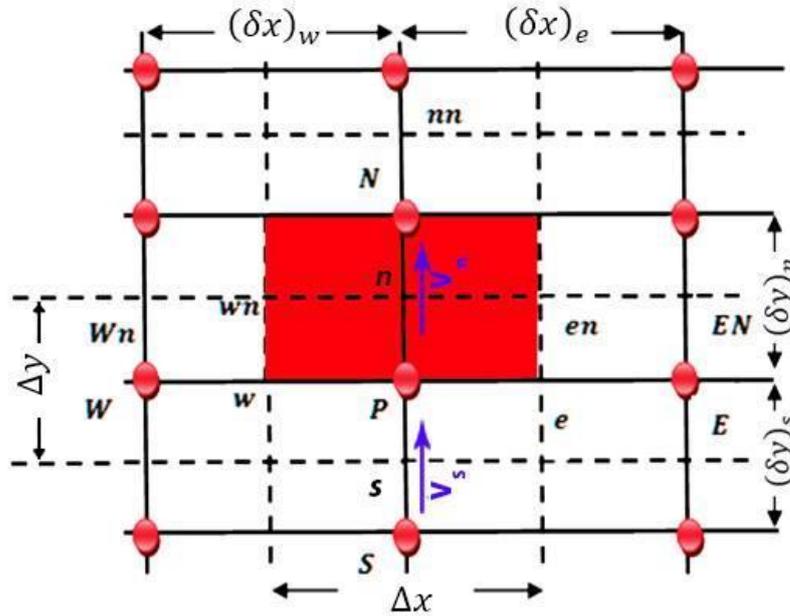


Figure (III.5) : Volume de contrôle décalé vers le haut.

L'équation de quantité de mouvement selon l'axe oy est comme suit :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}VU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}VV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{2}{R_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + S_v \tag{III.29}$$

Avec : $\Gamma_v = \frac{2}{R_e}$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}VU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}VV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_v \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_v \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + S_v \tag{III.30}$$

On intègre l'équation (III.30) sur un volume de contrôle décalé vers la droite présenté à la figure (III.5).

On trouve :

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial(\rho_{nf}VU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}VV)}{\partial y} \right] dXdYb = \int_{vc} -\frac{\partial P}{\partial y} dXdYb \tag{III.31}$$

$$+ \int_{vc} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] dXdYb = \int_{vc} S_v dXdYb$$

$$\int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} \frac{\partial(\rho_{nf}VU)}{\partial x} dXdYb + \int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} \frac{\partial(\rho_{nf}VV)}{\partial y} dXdYb = \int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} -\frac{\partial P}{\partial y} dXdYb \tag{III.32}$$

$$+ \int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial x} \right) dXdYb + \int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) dXdYb + \int_{P wn}^{N en} \int_{P wn}^{N en} S_v dXdYb$$

On somme les parties similaires et on simplifié, l'équation (III.32) devient :

$$\begin{aligned} & \int_{P}^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho_{nf} VU) - \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] dXdYb + \int_{P}^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho_{nf} VV) - \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] dXdYb \\ & = \int_{P}^N \int_{wn}^{en} -\frac{\partial P}{\partial Y} dXdYb + \int_{P}^N \int_{wn}^{en} S_v dXdYb \end{aligned} \quad (III.33)$$

On pose :

$$J_x = (\rho_{nf} VU) - \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial x} \right), J_y = (\rho_{nf} VV) - \left(\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right)$$

$$\int_{P}^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial x} [J_x] dXdYb + \int_{P}^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial y} [J_y] dXdYb = \int_{P}^N \int_{wn}^{en} -\frac{\partial P}{\partial y} dXdYe + \int_{P}^N \int_{wn}^{en} S_v dXdYb \quad (III.34)$$

De la même manière, on obtient une équation discrétisée pour V, sous la forme suivante :

$$A_n V_n = A_{wn} V_{wn} + A_{en} V_{en} + A_s V_s + A_{mn} V_{sn} + b_v + [P_P - P_N] a_n \quad (III.35)$$

On peut écrire l'équation (III.27) sous la forme suivante :

$$A_n V_n = \sum (A_{vs} V_{vs}) + b_v + [P_P - P_N] a_n \quad (III.36)$$

Tel que :

$$A_n = A_{wn} + A_{en} + A_s + A_{mn} - S_p \Delta V_V$$

$$b_v = S_c \Delta V_V = 0$$

ΔV_v : est le volume étudié (VC_v).

V_{vs} : vitesses dans les faces voisines à la face n.

III.5.4 Discrétisation de l'équation d'énergie :

L'équation d'énergie est comme suit :

$$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = \frac{1}{P_r} \cdot \frac{2}{R_e} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] + S_\theta \quad (III.37)$$

On peut écrire l'équation précédente sous la forme suivante :

$$\left[\frac{\partial (\rho U_{nf} \theta)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_{nf} V \theta)}{\partial y} \right] = \frac{1}{P_r} \cdot \frac{2}{R_e} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] + S_\theta \quad (III.38)$$

$$\text{On pose : } \Gamma_\theta = \frac{2}{P_r \cdot R_e}$$

L'équation (III.38) devient :

$$\left[\frac{\partial(\rho U_{nf} \theta)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_{nf} \theta)}{\partial y} \right] = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] + S_{\theta} \quad (\text{III.39})$$

On intègre l'équation (III.39) sur le volume de contrôle, on trouve :

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial(\rho_{nf} U \theta)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} V \theta)}{\partial y} \right] dXdYb = \int_{vc} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] dXdYb + \int_{vc} S_{\theta} dXdYb \quad (\text{III.40})$$

$$\begin{aligned} \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial(\rho_{nf} U \theta)}{\partial x} dXdYb + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial(\rho_{nf} V \theta)}{\partial y} dXdYb = \\ \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dXdYb + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) dXdYb + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e S_{\theta} dXdYb \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

On somme les mêmes parties, l'équation (III.41) devient :

$$\begin{aligned} \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_{nf} U \theta - \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right] dXdYb + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho_{nf} V \theta) - \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right] dXdYb \\ = \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e S_{\theta} dXdYb \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

On pose :

$$J_x = \left[\rho_{nf} U \theta - \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right], J_y = \left[(\rho_{nf} V \theta) - \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right]$$

L'équation (III.42) devient :

$$\int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial x} [J_x] dXdYb + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \frac{\partial}{\partial y} [J_y] dXdYb = \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e S_{\theta} dXdYb \quad (\text{III.43})$$

On intègre la partie gauche de l'équation (III.43), Après l'intégration on trouve :

$$A = \int_s^n b [(J_x)_e - (J_x)_w] dY + \int_w^e b [(J_y)_n - (J_y)_s] dX \quad (\text{III.44})$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume étudié, l'équation (III.44) devient :

$$A = (J_x)_e \int_s^n b dY - (J_x)_w \int_s^n b dY + (J_y)_n \int_w^e b dX - (J_y)_s \int_w^e b dX \quad (\text{III.45})$$

L'équation (III.45) devient :

$$A = (J_x)_e a_e - (J_x)_w a_w + (J_y)_n a_n - (J_y)_s a_s \quad (\text{III.46})$$

Utilisant la relation du flux de masse comme suit :

$$G_i = (J_i)_i a_i$$

On intègre la partie droite de l'équation (III.45), on trouve :

$$B = \int \int_{s w}^n S_\theta dX dY b = \overline{S_\theta} \Delta V$$

L'équation (III.46) devient :

$$G_e - G_w + G_n - G_s = \overline{S_\theta} \Delta V \quad (\text{III.47})$$

Où :

$$\overline{S_\theta} = S_c + S_p \theta_p$$

$$\text{Pour } i = (e, w) \quad G_i = \left[(\rho_{nf} U)_i \phi_i - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \right] a_i$$

$$\text{Pour } i = (n, s) \quad G_i = \left[(\rho_{nf} V)_i \phi_i - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right)_i \right] a_i$$

On multiplie l'équation (III.8) par (U_p) et on fait la soustraction de l'équation (III.47), il vient :

$$(G_e - F_e \theta_p) - (G_w - F_w \theta_p) + (G_n - F_n \theta_p) - (G_s - F_s \theta_p) = (S_c + S_p \theta_p) \Delta V \quad (\text{III.48})$$

L'hypothèse de l'uniformité de vitesse sur les faces du volume étudié, permet d'écrire:

$$(G_e - F_e \theta_p) = A_E (\theta_p - \theta_E) \quad (\text{III.49})$$

$$(G_w - F_w \theta_p) = A_W (\theta_p - \theta_W) \quad (\text{III.50})$$

$$(G_n - F_n \theta_p) = A_N (\theta_p - \theta_N) \quad (\text{III.51})$$

$$(G_s - F_s \theta_p) = A_S (\theta_p - \theta_S) \quad (\text{III.52})$$

Après la substitution des équations (III.49), (III.50), (III.51) et (III.52) dans l'équation discrétisée (III.48) on obtient :

$$A_p \theta_p = A_E \theta_E + A_W \theta_W + A_N \theta_N + A_S \theta_S + b_\theta \quad (\text{III.53})$$

On peut écrire l'équation (III.53) sous la forme suivante :

$$A_p \theta_p = \sum (A_{VS} \theta_{VS}) + b_\theta \quad (\text{III.54})$$

$$\text{Tel que: } A_p = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p \Delta V$$

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \|-F_w, 0\|$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \|-F_s, 0\|$$

$$b_\theta = S_c \Delta V$$

$$\text{Pour } i = (e, w) \quad p_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho U)_i a_i}{\Gamma_i a_i dx_i}$$

$$\text{Pour } i = (n, s) \quad p_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho V)_i a_i}{\Gamma_i a_i dy_i}$$

On peut distinguer plusieurs schémas numériques pour atteindre la solution juste, où on va compter sur la loi de puissance PLDS dans notre solution du phénomène étudié, cette loi donne la meilleure approximation de la solution exacte. Signalons que cette forme se distingue des autres systèmes avec les propriétés de la stabilité et la précision, aussi son utilisation généralisée.

Le tableau suivant résume l'expression de la fonction ($|P|$) pour les différents schémas.

Schéma	$A(P)$
Centré	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybride	$\text{Max}(0.1 - 0.5 P)$
Power law	$\text{Max}[0. (1 - 0.5 P)^5]$
Exponentielle	$\frac{ P }{\exp(P) - 1}$

Tableau (III.3) : La fonction ($|P|$) pour les différents schémas numériques.

III.6 couplage vitesse pression :

On doit trouver la distribution de la pression sur l'intervalle d'écoulement, mais il y a une problématique de manque d'une équation permettant de calculer la pression, c'est pour ça on peut utiliser l'équation de continuité et l'équation de la quantité de mouvement pour relier entre la vitesse et la pression, et ça se fait par l'algorithme **SIMPLE**.

III.6.1 L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) :

Cet algorithme a été créé par Patankar et Spalding en 1972, et il être optimisé par Patankar en 1975, où : l'algorithme s'adapte à sa solution sur la correction du champ de la pression et les composantes de la vitesse progressivement jusqu'à ce que variables vérifient les équations de continuité et la quantité de mouvement.

$$\left. \begin{array}{l} OX : \left\{ \begin{array}{l} A_e U_e = \sum(A_i U_i) + b_u + [P_p - P_E] a_e \\ A_w U_w = \sum(A_i U_i) + b_u + [P_w - P_E] a_w \end{array} \right\} \\ OY : \left\{ \begin{array}{l} A_n V_n = \sum(A_i V_i) + b_v + [P_p - P_N] a_n \\ A_s V_s = \sum(A_i V_i) + b_v + [P_s - P_E] a_s \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (III.55)$$

Au début, on donne une valeur initiale à la pression à l'intervalle d'écoulement qui se produit la distribution des vitesses, cette distribution ne vérifie pas l'équation de continuité. On peut traduire tout ça par le modèle mathématique suivant :

$$\left. \begin{array}{l} OX : \left\{ \begin{array}{l} A_e U_e^* = \sum(A_i U_i^*) + b_u + [P_p^* - P_E^*] a_e \\ A_w U_w^* = \sum(A_i U_i^*) + b_u + [P_w^* - P_E^*] a_w \end{array} \right\} \\ OY : \left\{ \begin{array}{l} A_n V_n^* = \sum(A_i V_i^*) + b_v + [P_p^* - P_N^*] a_n \\ A_s V_s^* = \sum(A_i V_i^*) + b_v + [P_s^* - P_E^*] a_s \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (III.56)$$

Où :

U^* et V^* : les valeurs des composantes de la vitesse, et sont obtenues par l'utilisation des distributions approximatives de chaque vitesse et pression. Alors, avec l'équation suivante, on peut atteindre la valeur approximative correcte du champ de la pression.

$$P = P^* + P' \quad (III.57)$$

P' : la valeur de correction de la pression.

La valeur P' s'affecte sur les champs des vitesses, alors on a :

$$U = U^* + U' \quad (III.58)$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{III.59})$$

Avec :

U' :La valeur de correction de la vitesse U.

V' :La valeur de correction de la vitesse V.

Nous remplaçons les équations (III.59), (III.58) et (III.57) dans les équations (III.55) il vient :

$$\left. \begin{array}{l} OX : \left\{ \begin{array}{l} A_e (U^* + U')_e = \sum (A_i (U^* + U')_i) + b_u + [(P_p^* + P_p') - (P_E^* + P_E')] a_e \\ A_w (U^* + U')_w = \sum (A_i (U^* + U')_i) + b_u + [(P_w^* + P_w') - (P_p^* + P_p')] a_w \end{array} \right\} \\ OY : \left\{ \begin{array}{l} A_n (V^* + V')_n = \sum (A_i (V^* + V')_i) + b_v + [(P_p^* + P_p') - (P_N^* + P_N')] a_n \\ A_s (V^* + V')_s = \sum (A_i (V^* + V')_i) + b_v + [(P_s^* + P_s') - (P_p^* + P_p')] a_s \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{III.60})$$

Par soustraction des équations (III.56) des équations (III.60), on obtient :

$$\left. \begin{array}{l} U'_e = \frac{\sum A_i U'_i}{A_e} + \frac{a_e}{A_e} [P'_p - P'_E] \\ U'_w = \frac{\sum A_i U'_i}{A_w} + \frac{a_w}{A_w} [P'_w - P'_p] \\ V'_n = \frac{\sum A_i V'_i}{A_n} + \frac{a_n}{A_n} [P'_p - P'_N] \\ V'_s = \frac{\sum A_i V'_i}{A_s} + \frac{a_s}{A_s} [P'_s - P'_p] \end{array} \right\} \quad (\text{III.61})$$

On pose :

$$d_u^e = \frac{a_e}{A_e}; d_u^w = \frac{a_w}{A_w}; d_v^n = \frac{a_n}{A_n}; d_v^s = \frac{a_s}{A_s}$$

Avec la négligence des éléments : $\frac{\sum A_i U'_i}{A_e}; \frac{\sum A_i U'_i}{A_w}; \frac{\sum A_i V'_i}{A_n}; \frac{\sum A_i V'_i}{A_s}$ des équations(III.61), on

trouve :

$$\left. \begin{array}{l} U'_e = d_u^e [P'_p - P'_E] \\ U'_w = d_u^w [P'_w - P'_p] \\ V'_n = d_v^n [P'_p - P'_N] \\ V'_s = d_v^s [P'_s - P'_p] \end{array} \right\} \quad (\text{III.62})$$

Et on note que la négligence des éléments : $\frac{\sum A_i U_i'}{A_e}; \frac{\sum A_i U_i'}{A_w}; \frac{\sum A_i V_i'}{A_n}; \frac{\sum A_i V_i'}{A_s}$, représente l'approximation principale de l'algorithme SIMPLE, et on obtient : $U' = U - U^*; V' = V - V^*$

Donc :

$$\left. \begin{aligned} U_e &= U_e^* + d_u^e [P_P' - P_E'] \\ U_w &= U_w^* + d_u^w [P_P' - P_P'] \\ V_n &= V_n^* + d_v^n [P_P' - P_N'] \\ V_s &= V_s^* + d_v^s [P_P' - P_P'] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.63})$$

On injecte l'équation (III.63) dans l'équation de continuité (III.7), on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_e (U_e^* + d_u^e [P_P' - P_E']) a_e + \rho_w (U_w^* + d_u^w [P_P' - P_P']) a_w \\ + \rho_n (V_n^* + d_v^n [P_P' - P_N']) a_n + \rho_s (V_s^* + d_v^s [P_P' - P_P']) a_s = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

Alors l'équation de continuité devient :

$$A_P P_P' = A_E P_E' + A_W P_W' + A_N P_N' + A_S P_S' + b_p' \quad (\text{III.65})$$

L'équation (III.65) représente l'équation de correction de la pression p' .

Avec :

$$\begin{aligned} A_P &= (\rho_e d_u^e a_e + \rho_w d_u^w a_w + \rho_n d_v^n a_n + \rho_s d_v^s a_s) \\ A_E &= \rho_e d_u^e a_e \\ A_W &= \rho_w d_u^w a_w \\ A_N &= \rho_n d_v^n a_n \\ A_S &= \rho_s d_v^s a_s \\ b_p' &= -\rho_e U_e^* a_e + \rho_w U_w^* a_w - \rho_n V_n^* a_n + \rho_s V_s^* a_s \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

III.6.2 L'algorithme SIMPLE passe par des étapes dans l'ordre :

1. Donner une valeur initiale d'un champ de pression P^* .
2. résoudre les équations de quantité de mouvement pour estimer le champ de la vitesse U^* et V^* .
3. résoudre l'équation de correction de pression P' .
4. correction de la pression ($P=P^*+P'$).
5. corriger le champ de la vitesse U et V .
6. Résoudre les équations de quantité de mouvement.
7. En prenant le champ de la pression P en tant qu'une nouvelle approximation et répéter les mêmes étapes précédentes jusqu'à la convergence.

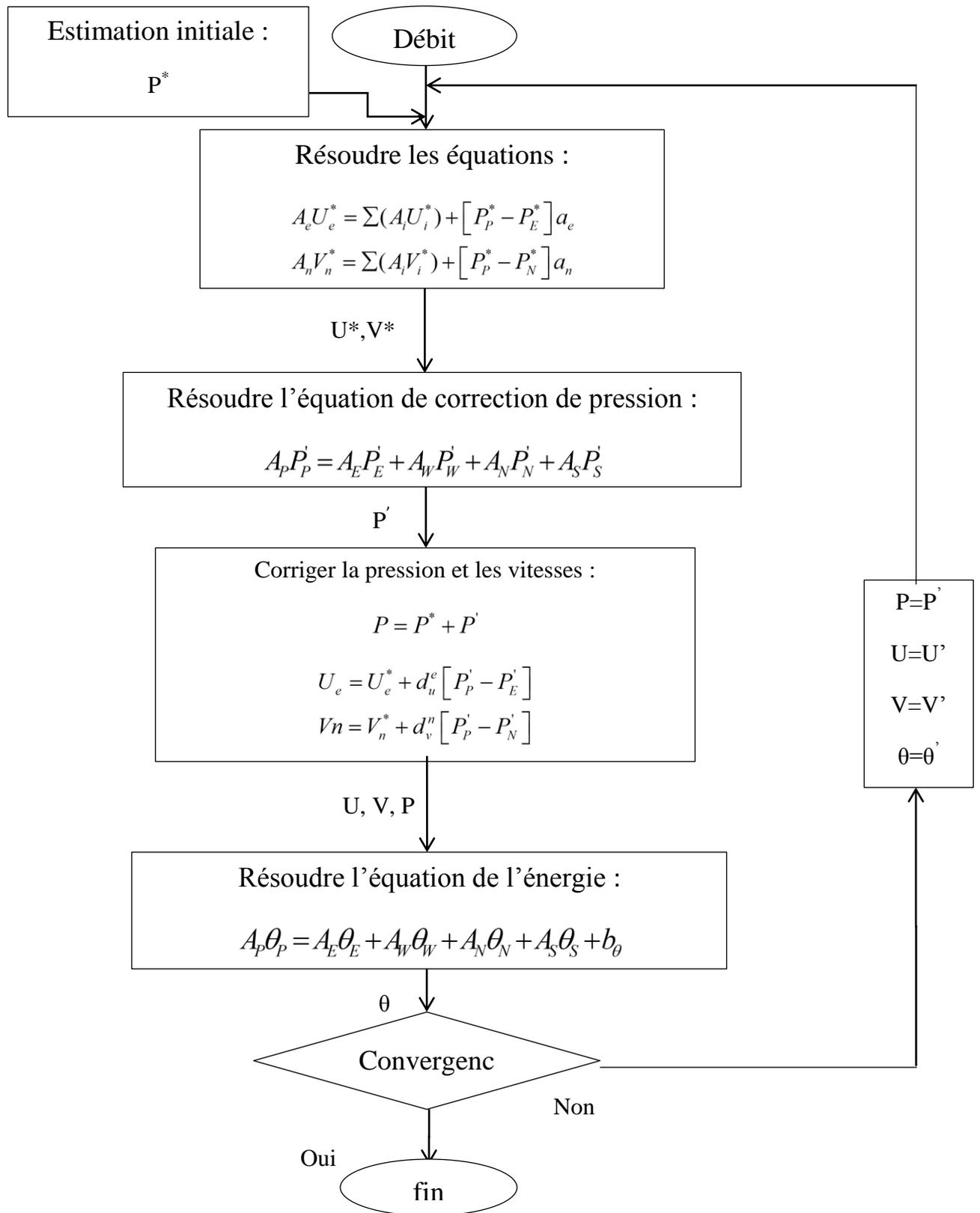


Figure (III.6) : Schéma présente l'algorithme SIMPLE.

III.7 Méthode de résolution des équations algébriques :

Cette méthode est basée sur la conversion des systèmes d'équations diagonales aux systèmes d'équations tri-diagonales. L'algorithme de THOMAS peut être utilisé pour résoudre ces équations selon un axe connu.

III.7.1 Méthode de balayage par ligne :

On définit l'intervalle de calcul comme celui de la figure suivante, celui qui se compose par un système des équations où I est le nombre de lignes, et J est le nombre de colonnes de la maille.

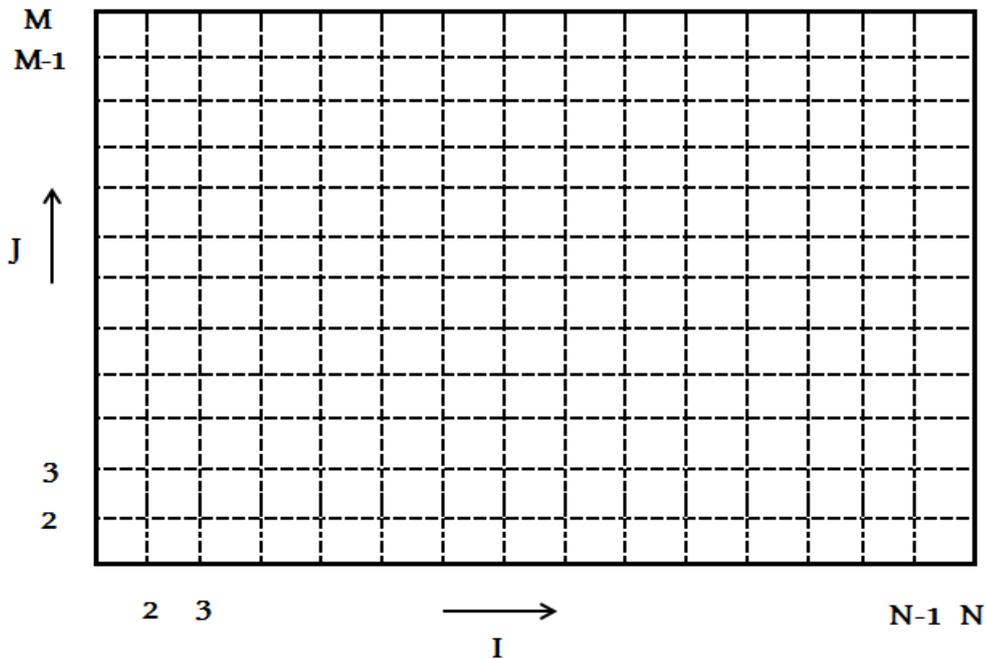


Figure (III.7) : définition de l'intervalle de calcul.

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b_\phi \tag{III.67}$$

$$A_{i,j} \phi_{i,j} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b_{i,j} \tag{III.68}$$

On suppose que les valeurs (ϕ) sont connues pour ($j+1$) et ($j-1$), c'est pour ça on seulement trois inconnues pour chaque équation.

$$A_N \phi_N + A_S \phi_S + b_\phi = d \tag{III.69}$$

L'équation (III.67) devient :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + d \tag{III.70}$$

S'écrit sous la forme :

$$A_{i,j} \phi_{i,j} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + d_i \tag{III.71}$$

Où :

$$-A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i,j}\phi_{i,j} - A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} = d_i \quad (\text{III.72})$$

Posant : $a = -A_{i-1,j}$, $b = A_{i,j}$, $c = -A_{i+1,j}$

L'équation (III.72) devient :

$$a_i\phi_{i-1,j} + b_i\phi_{i,j} + c_i\phi_{i+1,j} = d_i \quad (\text{III.73})$$

Ce système peut être exprimé par la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ . \\ . \\ \phi_{n-1} \\ \phi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ . \\ . \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix} \quad (\text{III.74})$$

III.7.2 Méthode de résolution TDMA :

La matrice (III.74) représente une matrice tri-diagonale, alors on va utiliser l'algorithme

THOMAS pour la convertir à une matrice bi-diagonale.

De l'équation (III.73) on a :

$$\phi_{i,j} = -\frac{c_i}{b_i}\phi_{i-1,j} - \frac{a_i}{b_i}\phi_{i+1,j} + \frac{d_i}{b_i} \quad (\text{III.75})$$

Donc :

$$\phi_{2,j} = -\frac{c_2}{b_2}\phi_{1,j} - \frac{a_2}{b_2}\phi_{3,j} + \frac{d_2}{b_2} \quad (\text{III.76})$$

$$\phi_{3,j} = -\frac{c_3}{b_3}\phi_{2,j} - \frac{a_3}{b_3}\phi_{4,j} + \frac{d_3}{b_3} \quad (\text{III.77})$$

$$\phi_{n-1,j} = -\frac{c_{n-1}}{b_{n-1}}\phi_{n-2,j} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}}\phi_{n,j} + \frac{d_{n-1}}{b_{n-1}} \quad (\text{III.78})$$

Où ϕ_1 est présenté dans les conditions aux limites.

La solution sera comme suit :

$$\phi_2 = -\frac{a_2}{b_2}\phi_3 + \frac{d_2 - c_2\phi_1}{b_2} \quad (\text{III.79})$$

Posant :

$$M_2 = -\frac{a_2}{b_2} , L_2 = \frac{d_2 - c_2\phi_1}{b_2}$$

L'équation (III.79) devient :

$$\phi_2 = M_2 \phi_3 + L_2 \quad (\text{III.80})$$

Par la substitution de l'équation (III.80) dans l'équation (III.77), on obtient la valeur de ϕ_3 en fonction de ϕ_4 :

$$\phi_{3,j} = -\frac{a_3}{b_3 + c_3 M_2} \phi_4 + \frac{d_3 - c_3 L_2}{b_3 + c_3 M_2} \quad (\text{III.81})$$

On pose :

$$M_3 = -\frac{a_3}{b_3 + c_3 M_2}, \quad L_3 = \frac{d_3 - c_3 L_2}{b_3 + c_3 M_2}$$

$$\phi_{3,j} = M_3 \phi_4 + L_3 \quad (\text{III.82})$$

De la même façon, on trouve la formule des coefficients suivants :

$$\phi_i = M_i \phi_{i+1} + L_i \quad (\text{III.83})$$

Où :

$$M_i = -\frac{a_i}{b_i + c_i M_{i-1}}, \quad L_i = \frac{d_i - c_i L_{i-1}}{b_i + c_i M_{i-1}}$$

La valeur ϕ_n est connue à cause des conditions limites, et par la substitution inverse dans

L'équation (III.83) on trouve :

$$\phi_{n-1} = M_{n-1} \phi_n + L_{n-1} \quad (\text{III.84})$$

Où :

$$M_n = -\frac{a_n}{b_n}, \quad L_n = \frac{d_n}{b_n}$$

III.8 Critère de convergence :

On obtient la convergence s'il n'y a pas de changements importants sur les variables, où :

on utilise le critère de convergence. Pour contrôler la convergence on calcule le résidu de chaque volume étudié dans la maille utilisant la formule suivante :

$$R_{i,j} = A_{vs} \phi_{vs} + b_{i,j} - A_{i,j} \phi_{i,j} \quad (\text{III.85})$$

Ou on peut écrire cette équation comme suit :

$$R_{i,j} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b_{i,j} - A_{i,j} \phi_{i,j} \quad (\text{III.86})$$

L'équation (III.86) s'écrit de façon générale comme suit :

$$R_\phi = \sum |R_{i,j}|, \quad \phi = u, v, \theta$$

De l'équation (III.66) on calcule R_m qui est un critère qui vérifié l'équation de continuité :

$$R_m = \sum |b'_{i,j}|$$

III.9 Méthode de relaxation :

On utilise cette méthode régulièrement dans les problèmes non linéaires pour éviter la Divergence. L'expérience numérique a prouvé que les changements très rapides de valeur Φ dans une itération à une autre pendant le calcul des problèmes très complexe peuvent provoquer la non-stabilité numérique, et minimiser la probabilité de divergence.

L'écriture de variables se fait en utilisant la méthode de relaxation comme suite :

$$\phi_p = \phi_p + \alpha (\phi_p + \phi'_p) \quad (\text{III.87})$$

Où :

ϕ_p : La valeur obtenue de l'itération précédente.

ϕ'_p : La valeur obtenue de l'itération courante.

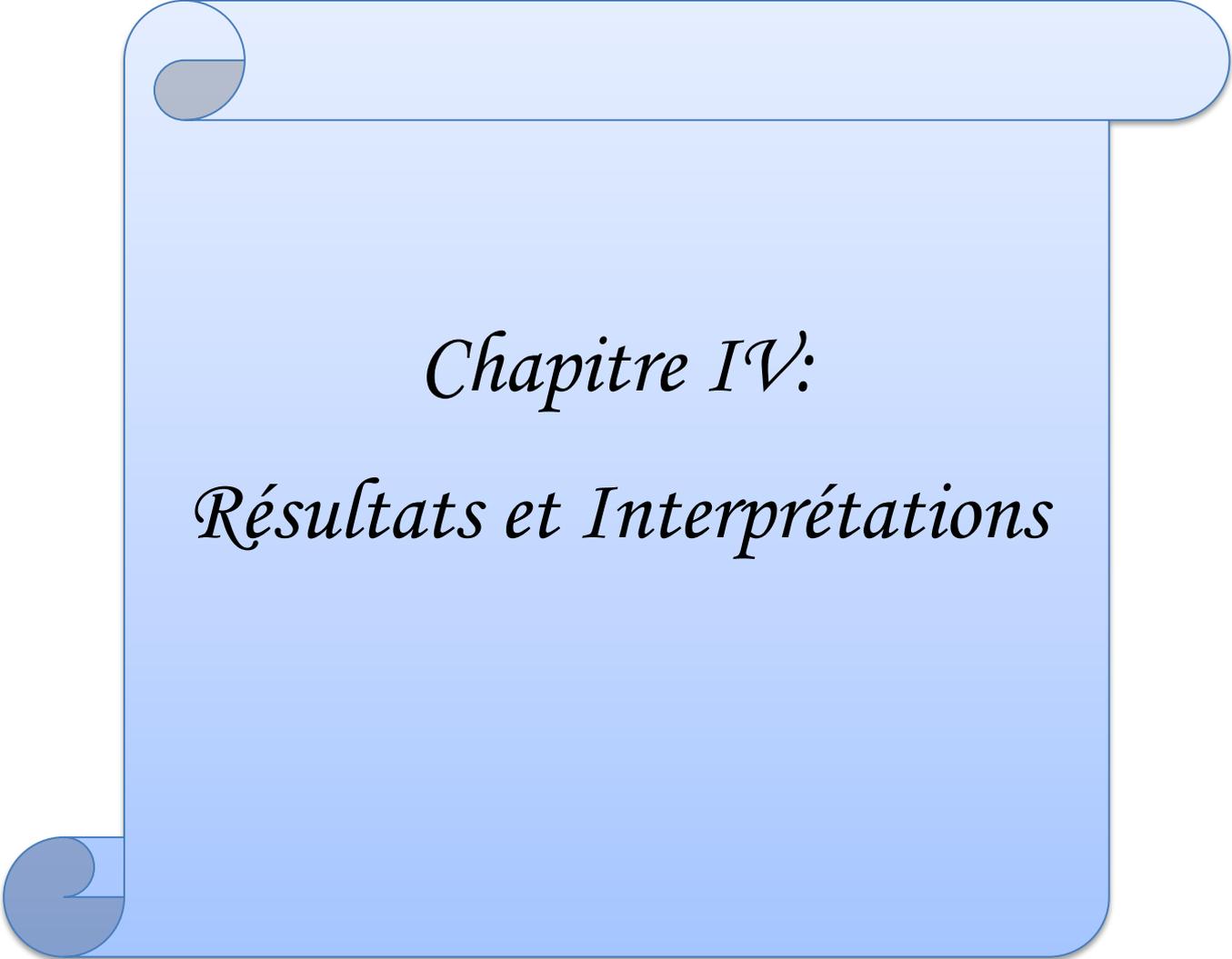
α : Coefficient de relaxation varié de 0 à 1.

Pendant l'exécution du programme, on donne les valeurs du coefficient de relaxation suivantes :

$$\begin{cases} u(a=0.5) \\ v(a=0.5) \\ \theta(a=0.5) \end{cases}$$

III.10 Conclusion :

Dans ce chapitre on a transformé le système des équations différentielles gouvernantes de L'écoulement, et qui sont obtenues dans le chapitre précédent par sa transformation de la forme différentielle a la forme algébrique en utilisant la méthode des volumes finis qui à nous conduit à une matrice penta diagonales et qui est transformé a une matrice tri diagonale par la méthode de balayage ligne par ligne, et puis la résoudre par la méthode TDMA.



Chapitre IV:
Résultats et Interprétations

IV.1 Introduction :

Ce chapitre présente les résultats de la simulation numérique de la convection forcée des nano fluides dans une conduite de section rectangulaire en régime laminaire et stationnaire. Les résultats obtenus seront discutés en présentant l'effet des paramètres hydrodynamiques et thermiques sur l'amélioration du transfert de chaleur par l'utilisation nano fluides.

Le calcul est fait par un code FORTRAN principalement basé sur l'algorithme SIMPLE. Les simulations ont été effectués sur un maillage uniforme (121*61), 121 nœuds dans la direction OX et 61 nœuds dans la direction Y.

Les résultats obtenus sont présentés comme suit:

- La convergence et la stabilité du code de calcul.
- La validation du code de calcul.
- Effet de la fraction volumique sur : h_{moy} , la chute pression et PTH.
- Effet du nombre de Reynolds sur : h_{moy} , la chute pression et PTH.

IV.2 La convergence et la stabilité du programme:

Le test de la convergence de la solution est basé sur le calcul des résidus de pour toutes les équations discrétisées en chaque volume de contrôle et pour chaque itération. La discrétisation des équations différentielles gouvernantes est de la forme algébrique suivante :

$$A_{i,j} \phi_{i,j} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b \quad (\text{IV.1})$$

A partir de l'équation (IV.1), le résidu sur un seul volume de contrôle est défini comme suit:

$$R_{\phi_{i,j}} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} + A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} + b_{i,j} - A_{i,j} \phi_{i,j} \quad (\text{IV.2})$$

Le résidu global R_{ϕ} sur tout le domaine de calcul (sur tout le maillage) est calculé par l'équation suivante :

$$R_{\phi} = \sum_{\text{mailles}} \left| R_{\phi_{i,j}} \right| \quad \text{Avec: } \phi = u, v, \theta$$

R_{ϕ} : résidu global pour chaque itération sur le maillage de calcul

Dans cette étude la convergence sera atteinte et on pourra arrêter le processus itératif lorsque les conditions suivantes sont vérifiées: $R_U < 10^{-4}$, $R_V < 10^{-4}$, $R_{\theta} < 10^{-4}$

Pour assurer que la convergence est atteinte, la variation des résidus en fonction des itérations est présentée sur les figures (IV.1), (IV.2) et (IV.3), les courbes montrent que les valeurs des résidus tendent vers les valeurs prescrites.

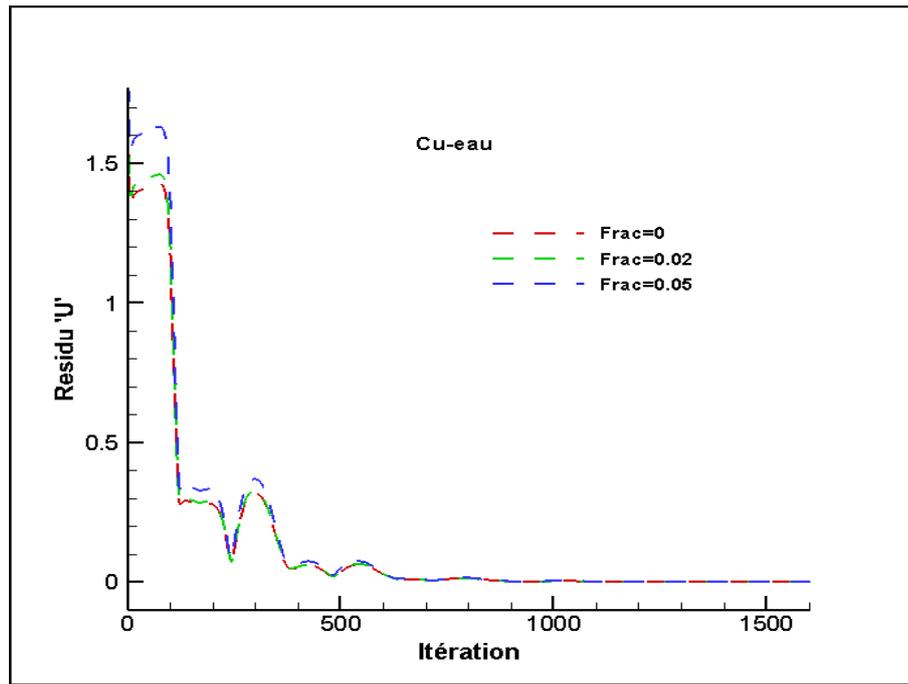


Figure (IV.1): variation du résidu de l'équation de quantité de mouvement OX

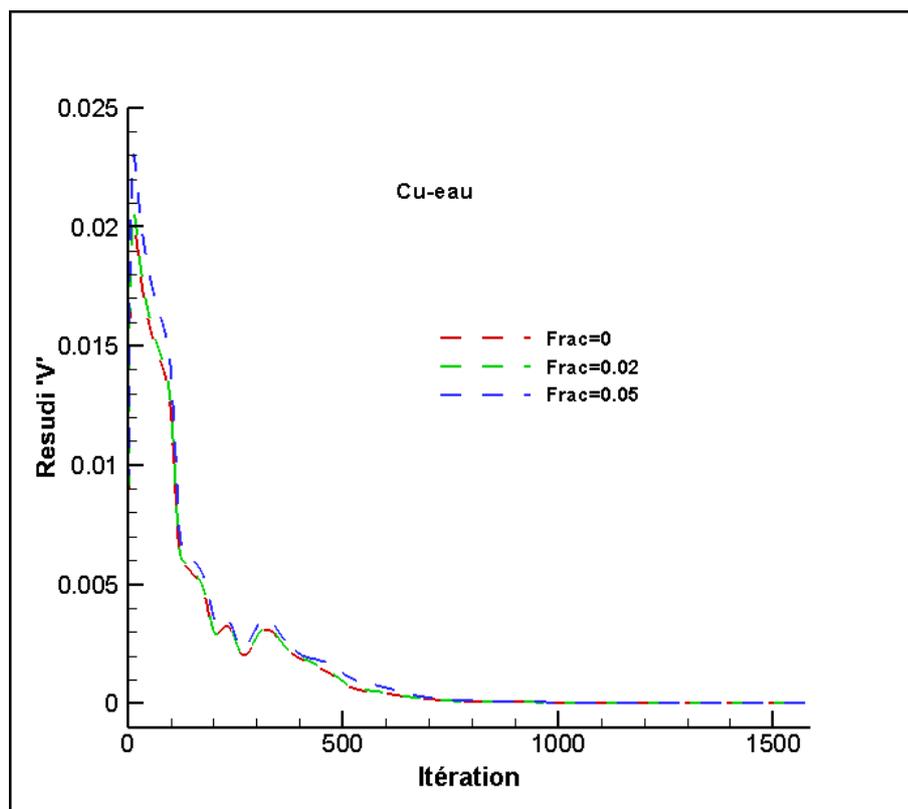


Figure (IV.2): variation du résidu de l'équation de quantité de mouvement OY

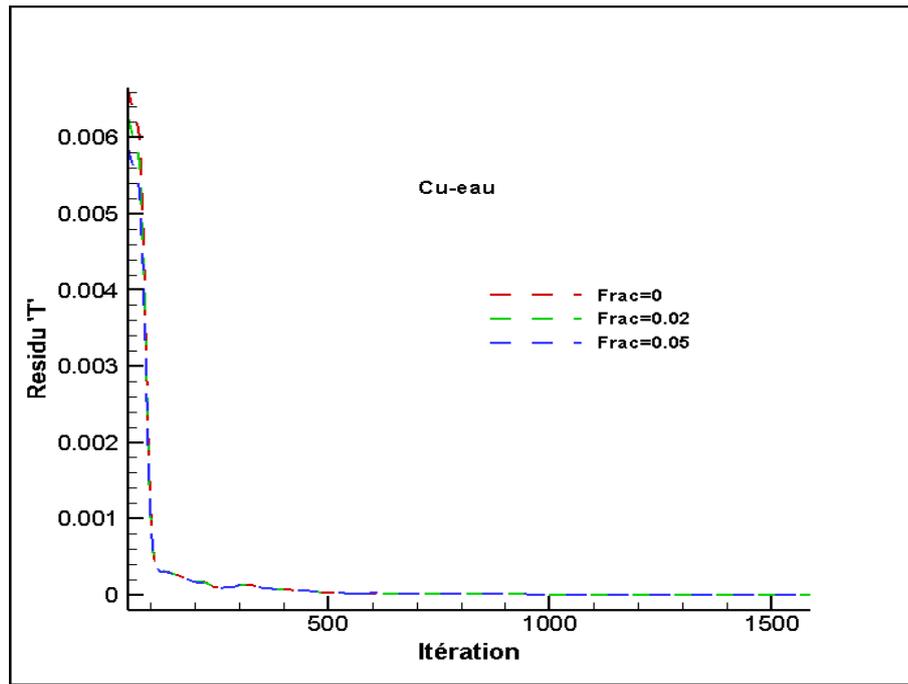


Figure (IV.3): variation du résidu de l'équation d'énergie

IV.3 Validation du code de calcul :

Afin de vérifier la fiabilité de la méthode de résolution et le code de calcul pour cette simulation, nous avons fait deux comparaisons :

- **1^{ère} comparaison:** la Figure (IV.4) montre une comparaison entre le profil de vitesse analytique et le profil de vitesse numérique. On remarque que les deux profils ont la même forme et les écarts entre eux sont négligeables
- **2^{ème} comparaison:** la Figure (IV.5) illustre la variation du nombre de Nusselt local pour un écoulement laminaire entre deux plaques planes, dont les parois sont maintenues à une température constante. La comparaison montre que le nombre de Nusselt calculé par le présent code dans la zone établie de l'écoulement est la même à celle présentée dans [20] ou $Nu=7.54$.
- **3^{ème} comparaison:** cette comparaison a été faite entre la valeur du coefficient des pertes de charge obtenue par le code utilisé dans ce travail et celle présentée dans [20] pour un écoulement laminaire entre deux plaques planes. Cette comparaison qui est présentée sur la Figure (IV.6) montre que le coefficient des pertes de charge calculé

par le présent code dans la zone établie de l'écoulement est la même à celle présentée dans [20] ou $f=0.959$ pour $Re=100$.

Les trois comparaisons représentent une bonne justification de la fiabilité du code de calcul adopté à la présente étude.

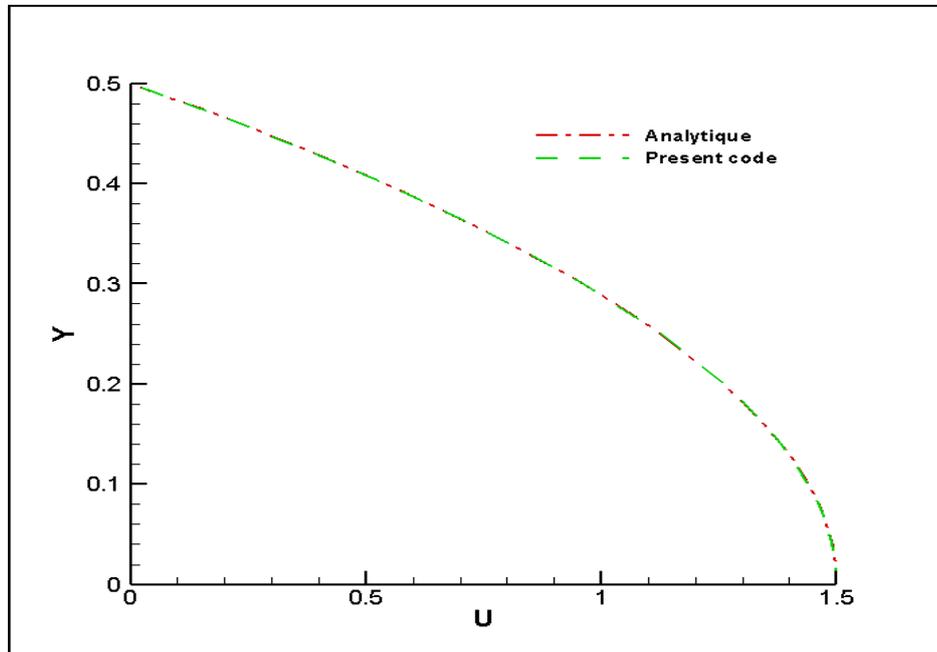


Figure IV.4: Comparaison profile de vitesse analytique-numérique.

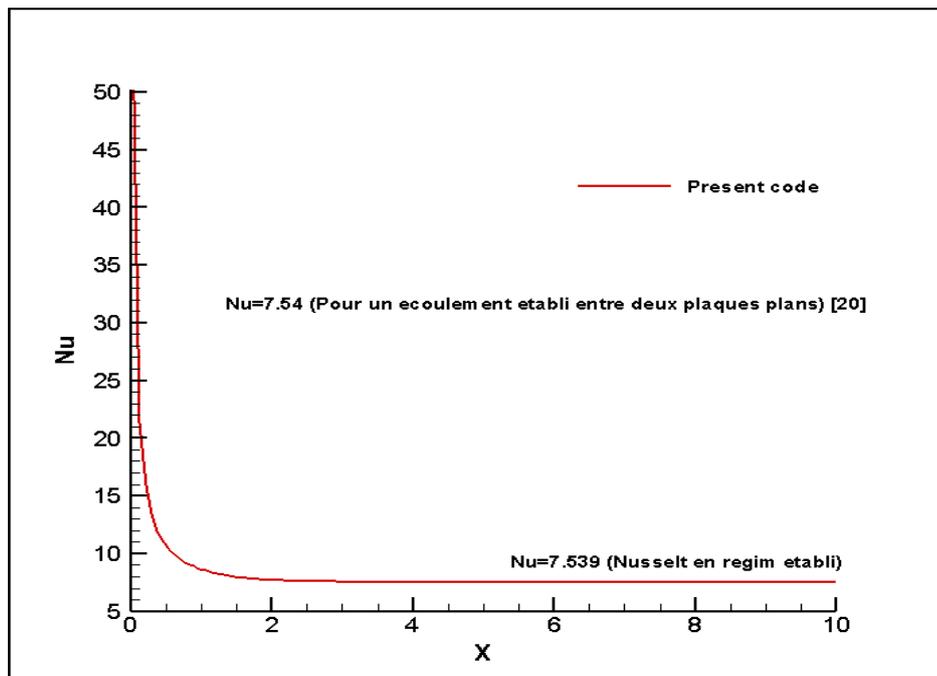


Figure (IV.5): Comparaison entre Nusselt calculé et Nusselt présenté dans la [20].

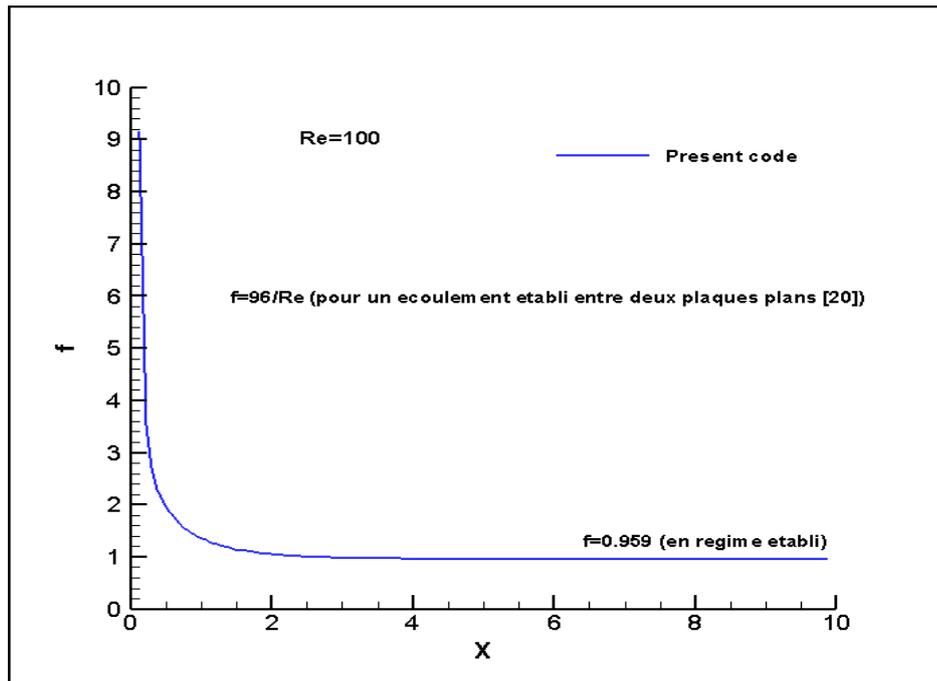


Figure (IV.6): Comparaison entre ' f ' calculé et ' f ' présentées dans la [20].

IV.4 Résultats et discussion

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été calculés pour :

- Le fluide de base : eau
- Les nanoparticules : Cu, AL₂O₃, TiO₂.
- un rapport géométrique (L /H=10).
- Fraction volumique varie entre : 0 et 0.06

	ρ [Kg/m ³]	λ [w/m.k]	Cp[J/kg.k]
Eau	997.1	0.613	4179
Cu	8933	400	385
AL₂O₃	3880	36	733
TiO₂	4250	8.9538	686

Tableau (IV.1): Propriétés thermo physiques de l'eau et des nanoparticules.

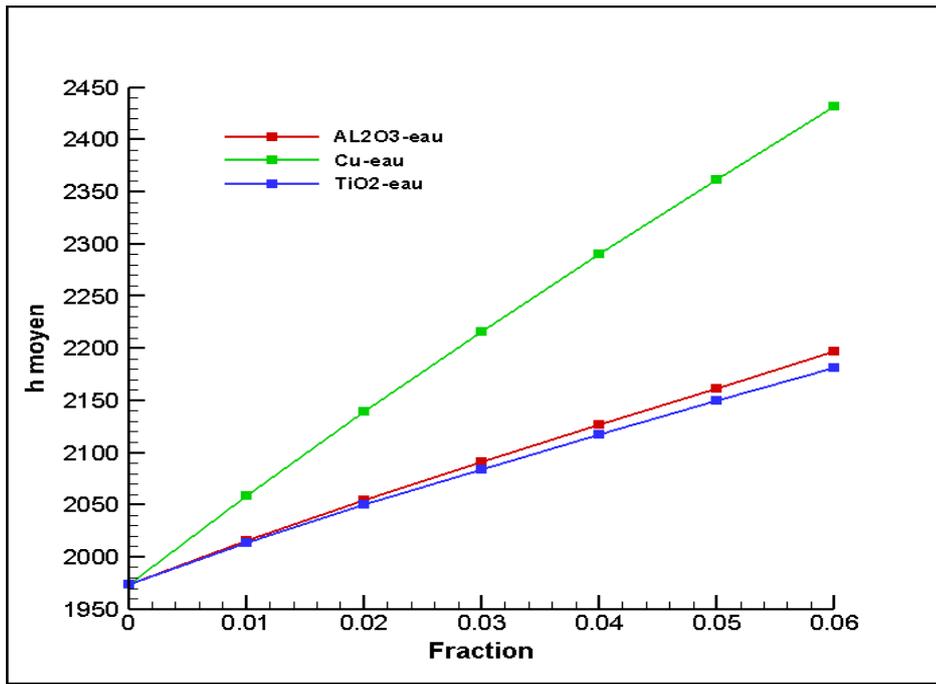
IV.4.1 Effet de la fraction sur le transfert de chaleur:

L'influence de la fraction sur l'amélioration du taux de transfert de chaleur par convection forcée est présentée sur le tableau (IV.2) et la figure (IV.7) pour trois types des nano fluides Cu-eau, AL₂O₃-eau et TiO₂-eau . Les résultats obtenus montrent que :

- l'augmentation de la fraction fait croître le coefficient d'échange convectif moyen. pour les trois nano fluide , cela est dû à la croissance de la conductivité thermique du nano fluide par l'augmentation de la fraction.
- le nano fluide (Cu-eau) offre meilleur coefficient h_{moyen}
- les deux nano fluides (AL₂O₃-eau) et (TiO₂-eau) donnent presque les mêmes valeurs du flux de chaleur transféré par convection.
- Le nanofluide (TiO₂-Eau) présente le faible taux de transfert de chaleur car sa conductivité thermique est faible par rapport à la conductivité thermique (Cu et Al₂O₃)
- Les nanoparticules de type métallique (Cu) offrent une meilleur propagation de chaleur.
- La transfert de chaleur par convection est améliorée donc par l'augmentation du pourcentage des nanoparticules dans le fluide de base (eau).

Fraction	h_{moy} (Cu-eau)	h_{moy} (AL ₂ O ₃ -eau)	h_{moy} (TiO ₂ -eau)
0	1973.79	1973.79	1973.79
0.01	2058.98	2015.35	2013.26
0.02	2139.56	2054.19	2049.80
0.03	2216.34	2091.09	2084.21
0.04	2290.12	2126.76	2117.19
0.05	2361.63	2161.79	2149.34
0.06	2431.47	2196.64	2181.13

Tableau (IV.2): Effet de la fraction sur h_{moyen}



Figure(IV.7): Effet de la fraction sur h_{moyen}

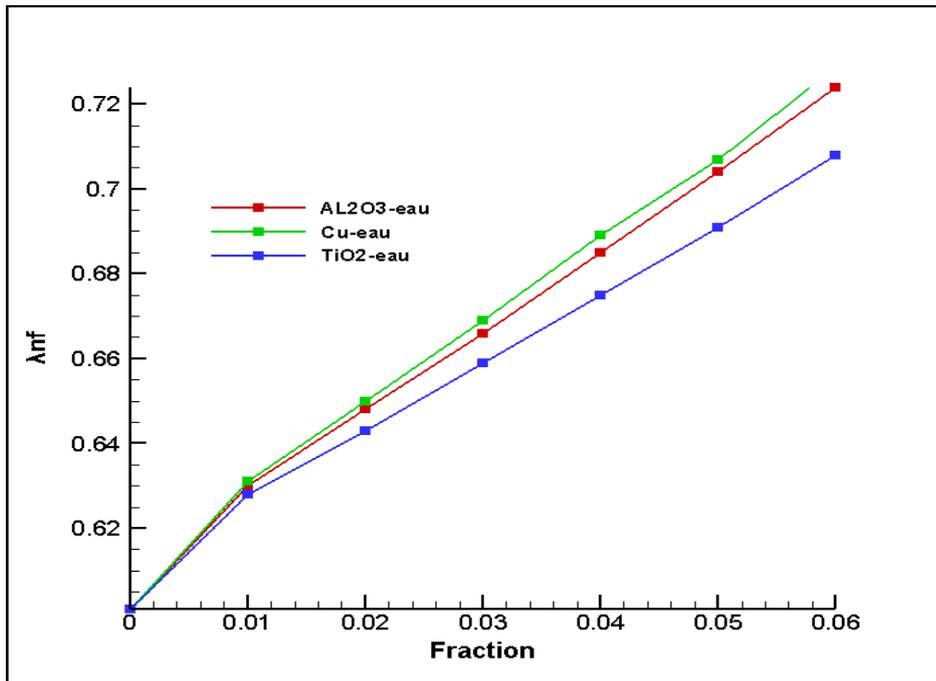


Figure (IV.8): Effet de la fraction sur la conductivité thermique.

IV.4.2 Effet de la fraction sur la chute de pression:

Le tableau (IV.3) et La figure (IV.9) illustrent l'influence de la fraction volumique en nanoparticules sur la chute de pression pour les trois types des nano fluides Cu-eau, AL2O3-eau et eau -TiO2 . Les résultats obtenus montrent que :

- La chute de pression est proportionnelle à la fraction volumique
- L'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules fait croître la chute de pression. Cela est due au fait que l'augmentation de la fraction augmente la masse volumique du nanofluide comme le montre la figure (IV.10) et par conséquent la chute de pression augmente.

Fraction	ΔP (Cu-eau)	ΔP (AL2O3-eau)	ΔP (TiO2)
0	12.53	12.53	12.53
0.01	13.57	13.28	13.30
0.02	14.78	14.19	14.24
0.03	16.15	15.25	15.31
0.04	17.68	16.44	16.53
0.05	19.37	17.76	17.88
0.06	21.20	19.20	19.35

Tableau (IV.3): Effet de la fraction sur la chute de pression.

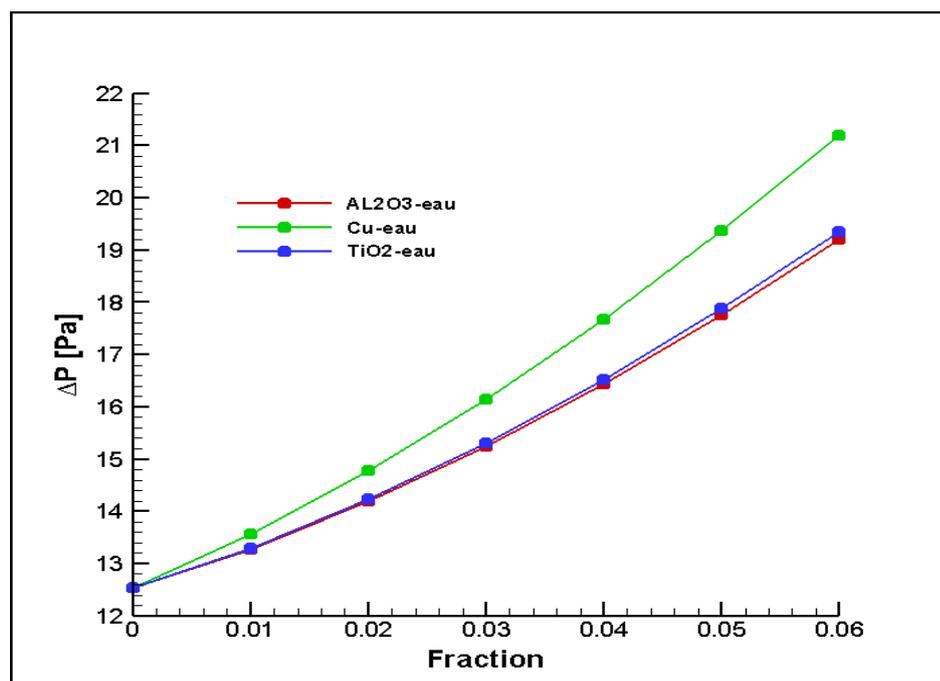
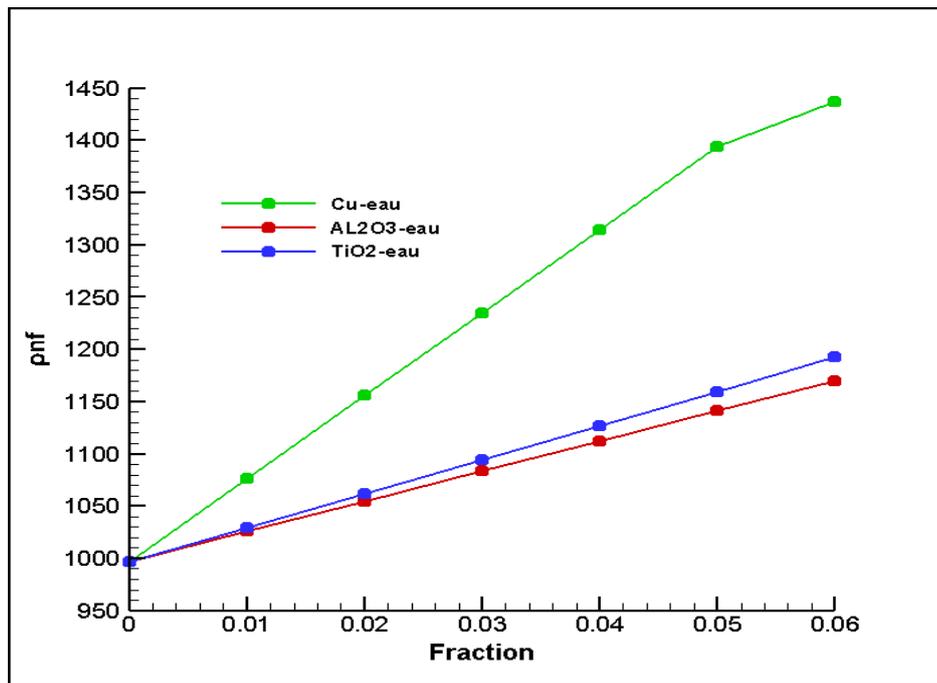


Figure (IV.9): Effet de la fraction sur la chute de pression.**Figure (IV.10):** Effet de la fraction sur la masse volumique.

IV.4.3 Effet de la fraction sur la performance thermique:

La performance thermique est un paramètre très important pour choisir le nano fluide qui réalise un bon transfert de chaleur avec une chute de pression raisonnable.

Dans le cas où PTH calculé est supérieur à 1, l'utilisation des nanoparticules est utile et efficace. Mais dans le cas de PTH inférieure à 1, l'utilisation des nanoparticules devient n'est pas efficace car on trouve une augmentation faible du h_{moyen} avec une grande augmentation de la chute de pression.

La Figure (IV.11) montre l'effet combinée de la fraction et le type du nano fluide sur le taux de transfert de chaleur. On peut constater que :

- Le nano fluide (Cu-eau) présente meilleur performance thermique pour $\phi < 0.04$. c.a.d pour une fraction inférieure à 0,04, nous avons obtenu une amélioration du transfert de chaleur convectif avec une chute de pression raisonnable.
- Les nanofluides (AL2O3-eau) et (TiO2-eau) ont des valeurs de PTH inférieure à 1. Ça signifie que l'augmentation du transfert de chaleur est accompagnée par une grande chute de pression.

Fraction	PTH (Cu-eau)	PTH (AL2O3-eau)	PTH (TiO2)
0	1.00	1.00	1.00
0.01	1.011	0.98	0.98
0.02	1.015	0.96	0.96
0.03	1.014	0.93	0.94
0.04	1.008	0.91	0.92
0.05	0.99	0.88	0.90
0.06	0.98	0.86	0.87

Tableau (IV.4): Effet de la fraction sur la performance thermique.

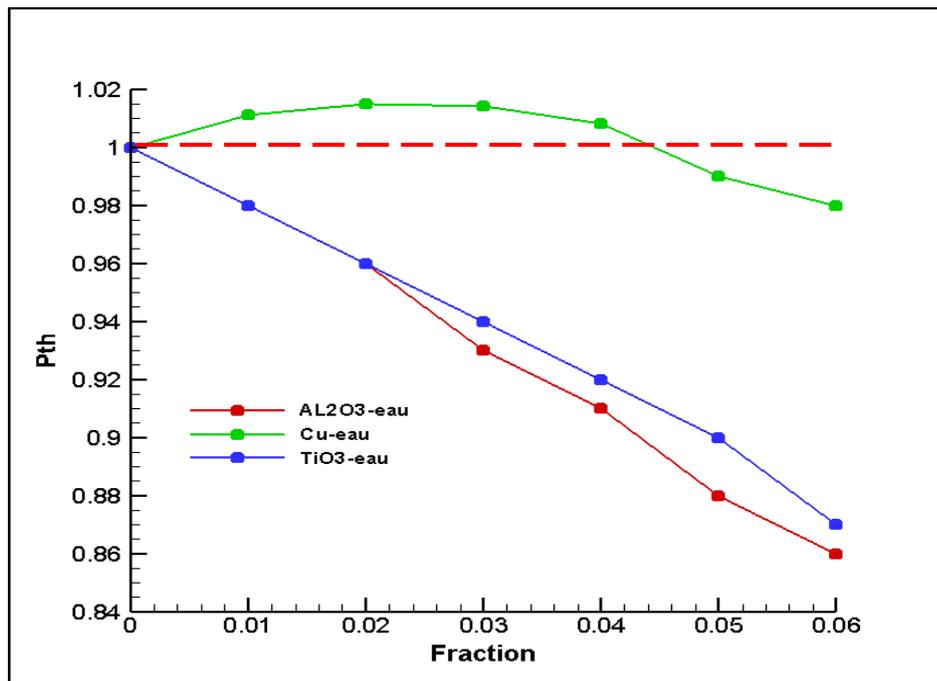


Figure (IV.11): Effet de la fraction sur la performance thermique.

IV.4.4 Effet combiné du Reynolds et de la fraction sur h_{moyen} :

Afin d'étudier l'effet du nombre de Reynolds sur nous avons tracés la variation du h_{moyen} pour quartes valeurs de la fraction volumique (0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04) et pour Reynolds variant entre 400 et 2000. Selon les résultats illustrés sur la figure (IV.12), on peut noter les points suivants :

- Le coefficient d'échange moyen augmente avec l'augmentation du Reynolds cela est dû à l'augmentation de la vitesse de l'écoulement.
- L'augmentation du nombre de Reynolds a un effet positif sur le coefficient d'échange moyen et par conséquent améliore le transfert de chaleur par convection pour toute les valeur de la fraction.

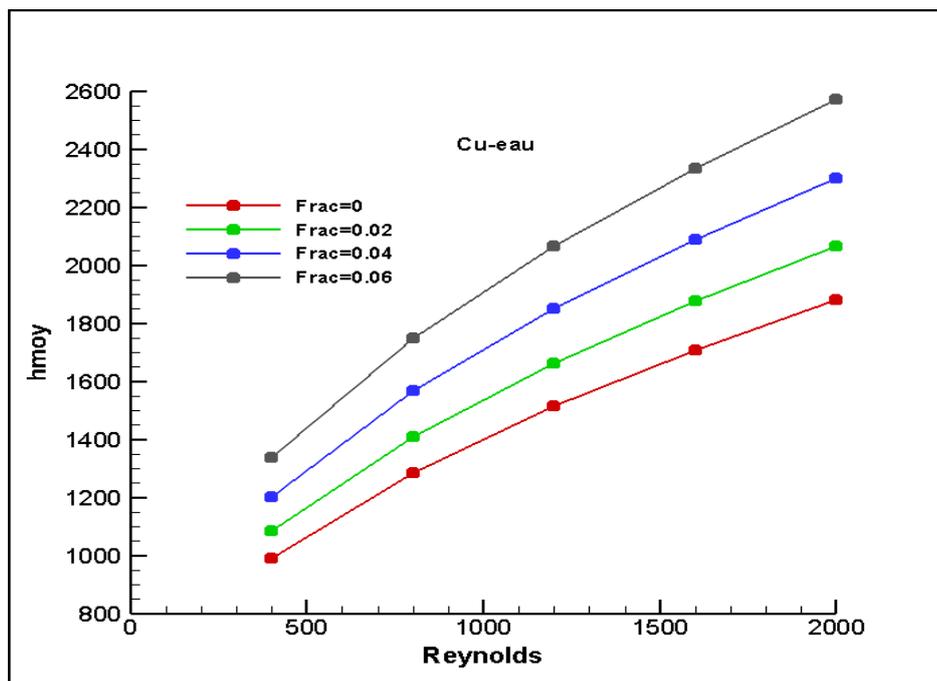


Figure (IV.12): Effet du Reynolds sur h_{moyen} .

IV.4.5 Effet combiné du Reynolds et de la fraction sur la chute de pression :

La figure (IV.13) montre la variation de la chute de pression du nanofluide (Cu-eau) en fonction du nombre de Reynolds. L'analyse des courbes illustre que :

- La chute de pression augmente avec l'augmentation du Reynolds ce qui revient à l'augmentation de la vitesse de l'écoulement
- L'effet de la fraction sur la chute de pression est faible pour les faibles nombres de Reynolds et devient plus marquant pour les valeurs élevées du Reynolds

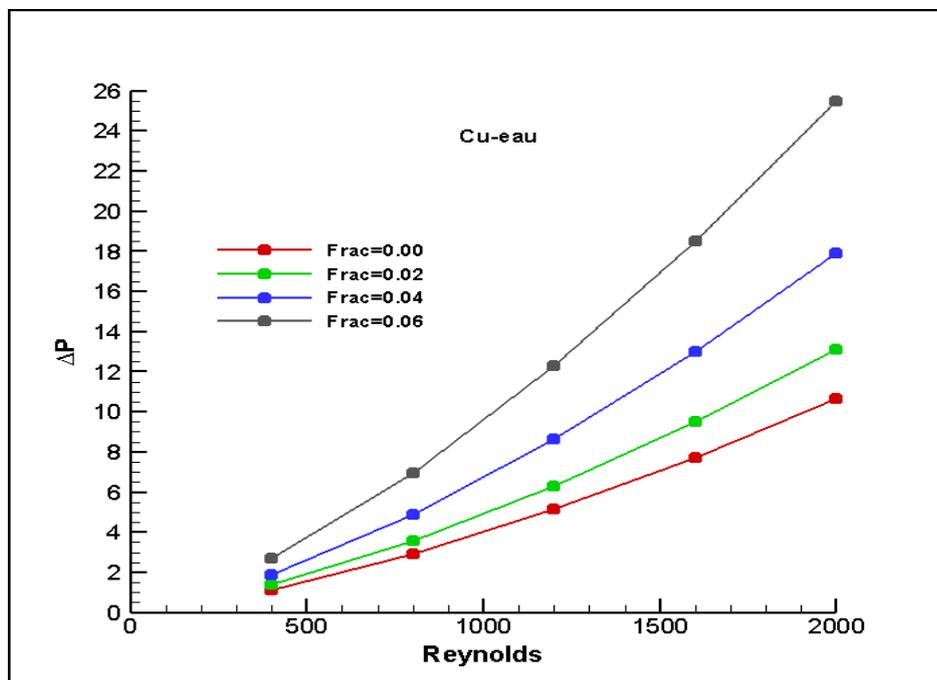


Figure (IV.13): Effet de Reynolds sur la chute de pression.

IV.4.6 Effet combiné du Reynolds et de la fraction sur la performance thermique :

L'amélioration du transfert de chaleur avec une chute de pression raisonnable est traitée par le calcul de la performance thermique PTH où la valeur de PTH doit être supérieure à l'unité. La figure (IV.14) illustre la variation de PTH pour différentes valeurs de la fraction. On remarque que les nombre de Reynolds élevés (vitesse d'écoulement élevée) et les fractions élevées ont un effet positif sur la performance thermique (c.a.d: pour les vitesses d'écoulement élevées du nano fluide avec une fraction élevée le nano fluide Cu-eau améliore le taux du transfert de chaleur avec une chute de pression n'est pas grande)

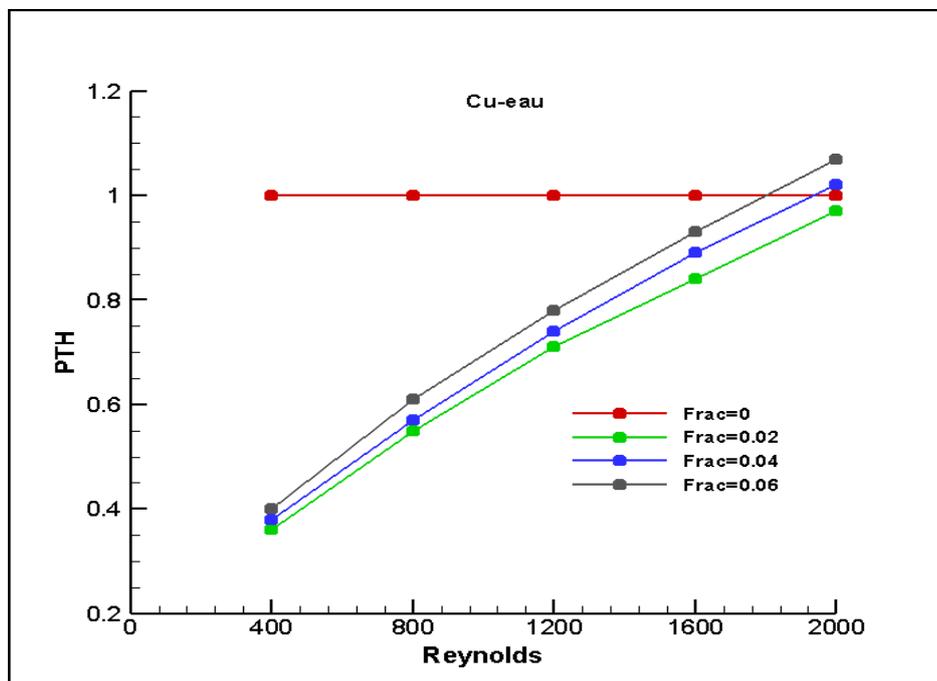


Figure (IV.14): Effet de Reynolds sur la performance thermique.



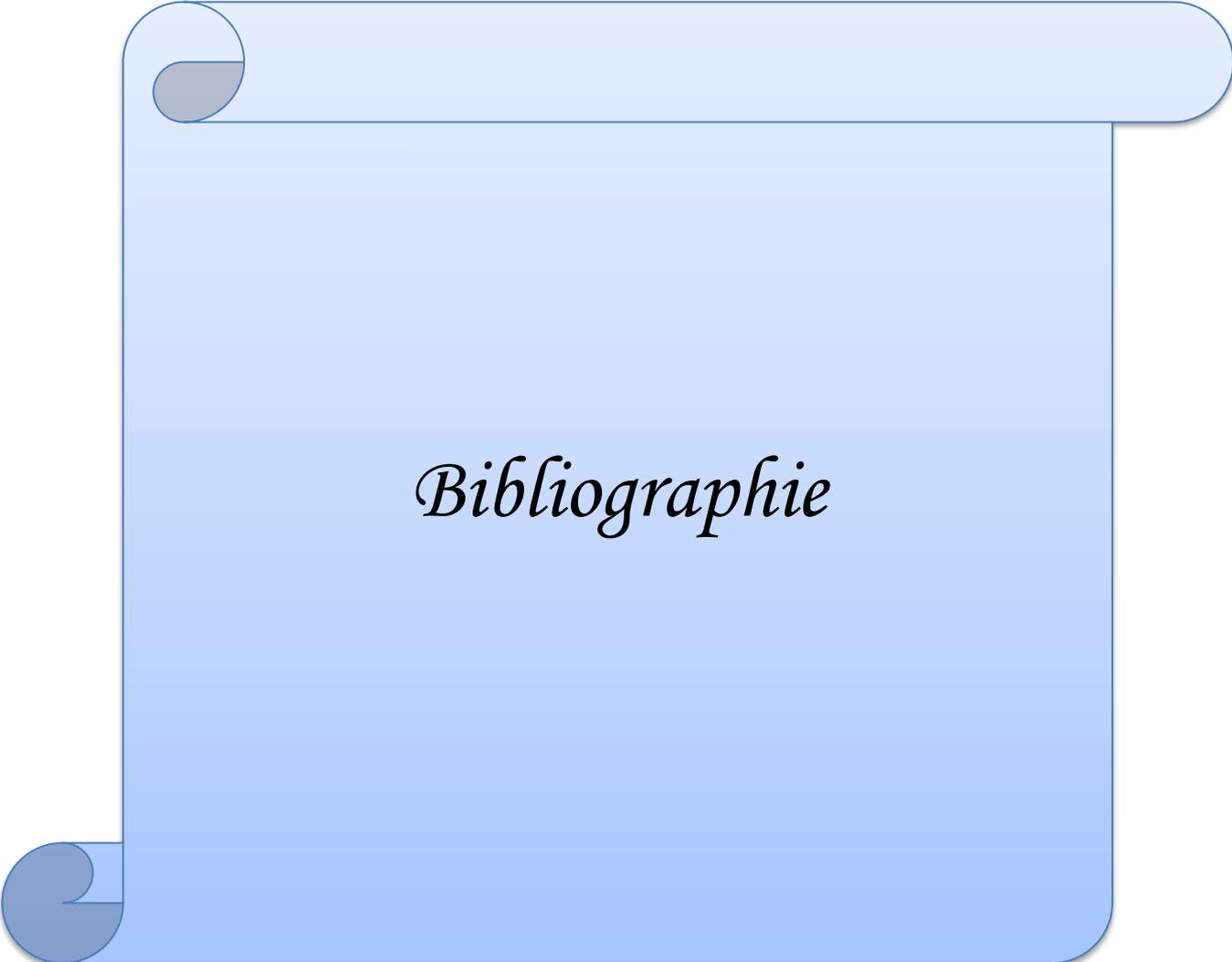
Conclusion générale

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons présenté une étude numérique sur l'effet de l'utilisation des nano fluides sur la convection forcée laminaire stationnaire dans une conduite de section rectangulaire dont ces parois maintenues à une température constante. La forme finale des équations gouvernantes ont été écrits sous forme adimensionnelle. Ces équations ont été discrétisées par la méthode des volumes finis et résolues itérativement par la méthode de balayage ligne par ligne avec la conjonction de l'algorithme de Thomas (TDMA). Le code de calcul a été validé avec d'autres résultats analytiques et numériques.

Les nano fluides choisis sont à base d'eau : Cu-eau, AL₂O₃-eau et TiO₂-eau. Le but de cet étude est d'examiner l'influence de la présence des nanoparticules dans un fluide pure (eau) sur les caractéristiques dynamiques et thermique de l'écoulement convectif. Sous les conditions utilisées dans cette étude on peut conclure que :

- ✓ La présence des nanoparticules dans un fluide de base modifie les champs dynamique et thermique de l'écoulement.
- ✓ L'augmentation de la valeur de la fraction volumique fait croître le taux du transfert de chaleur et la chute de pression.
- ✓ L'augmentation de la valeur du nombre de Reynolds (augmentation de la vitesse d'écoulement) améliore le transfert de chaleur par convection, mais cette amélioration est toujours accompagnée par une croissance de la chute de pression.
- ✓ Les nanoparticules de type métallique (Cu) offrent une meilleure performance thermique par rapport à Al₂O₃ et Tio₂
- ✓ Pour les grandes vitesses d'écoulement et les fractions élevées, le nano fluide (Cu-eau) est rentable car il donne des valeurs de la performance thermique supérieure à l'unité qui se traduit par une amélioration du transfert de chaleur avec une chute de pression raisonnable

A blue scroll graphic with a light blue gradient and a darker blue border. The scroll is unrolled, showing a central rectangular area. The word "Bibliographie" is written in a black, cursive font in the center of this area. The top and bottom edges of the scroll are slightly rounded, and there are small, dark blue circular accents at the top-left and bottom-left corners, suggesting the scroll is unrolled from these points.

Bibliographie

Bibliographique

- [1] - **Yves Jannot** [cours de transferts thermiques] 2005
- [2] - **Bernard Grandjean** ©2013 [Volume 1 : Notes de cours] livre Transfert de chaleur
- [3] - **Jean-Luc Battaglia** Professeur à l'université Bordeaux 1, **Andrzej Kusiak** Maître de conférences à l'université Bordeaux 1, **Jean-Rodolphe Puiggali** Professeur à l'université Bordeaux 1 et vice-président de l'université Bordeaux 1 / Livre introduction aux transferts thermique
- [4] - **M. M. Ganzarolli et L. F. Milanez** [Natural convection in rectangular enclosures Heated from below and symmetrically cooled from the sides, international journal of heat And mass transfer] 38(1995) 36-43.
- [5.6.7] - **F.P. Incorpera, D.P. Dewitt, T.L. Bergman et A.S. Lavine** [Fundamentals of heat and mass transfer] sixième édition (2006)
- [8] - **Stephen U. S. Choi* and J. A. Eastman** [Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticule] International mechanical engineering congress and exhibition 1995
- [9] - **Asma LAMRI ZEGGAR** [Contribution à l'Étude Théorique des Transferts Thermiques Convectifs dans un nano-fluide, Application aux Modèles Monophasique et Diphasique] mémoire de magister Université de Frères Mentouri, 2014.
- [10] - **Mathieu Bouton** [Evaluation de l'intérêt énergétique des nano-fluides dans l'usage des machines frigorifiques] Génie des procédés. 2012. hal-01871061
- [11] - **Khentoul Moussa** [Étude Numérique de la Convection Mixte dans un Canal Horizontal Contenant des Ailettes] Thèse de doctorat de l'université de Frères Mentouri- Constantine, 2016.
- [12] - **Amel Abdeddaim** [Gestion des échanges thermiques des éléments électroniques] Mémoire de Master. Université Mohammed Khider de Biskra juillet 2019.
- [13] - **João-Paulo RIBEIRO, Jean-Antoine GRÜSS** [Nano-fluides pour les applications thermiques] article 2009
- [14] - **Lebbihi Saci** [Refroidissement par convection naturelle d'une source de chaleur localisée au fond d'une enceinte remplie de nano fluide] Mémoire master, université Mohamed Khider Biskra 2014.
- [15]: **SASSANE Nadjette**, Modélisation du transfert de chaleur lors de l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une paroi poreuse, Magister université Skikda énergétique (2008).
- [16]: **BAHLOUL Redhouane**, Etude d'un écoulement turbulent entre deux cylindres Coaxiaux en rotation, Master université Abderrahmane mira Bejaïa énergétique (2018).

Bibliographique

[17]: **Hemaizia Abd el Kader, Benazouz Amel**, Optimisation des échanges de chaleur Par convection libre au niveau d'un échangeur à ailettes, Master université de Tébessa Énergétique (2017).

[18]: **MOKRANI Sofiane, DAOUDI Halim**, Simulation numérique d'un écoulement de Fluide newtonien dans une conduite cylindrique avec propagation d'onde de pression, Master université Abderrahmane mira Bejaïa énergétique (2017).

[19]: **S.V. Patankar**, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Series in computational Methods in mechanics and thermal sciences, (1980).

[20] **Yunus A. Cengel**. Introduction to thermal and heat transfert. McGraw-Hill series in mechanical engineering. 1997