

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE CHEIKH LARBI TEBESSI -TEBESSA-



Faculté des Sciences et Technologies



Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Option : Energétique

Présenté par :

M^r : BRAHMI Elhadi

Thème

**ETUDE NUMÉRIQUE DE L'ÉCOULEMENT NON-ISOTHERME
DANS UN SYSTÈME DE COUETTE**

Encadreur :

M^r : LAOUAR Roudouane

MCB U. TEBESSA

Devant les membres de jury composée de :

M^r : BELAZIZIA Abdennacer

Président

MCB U.TEBESSA

M^r : AGGOUNE Rabah

Membre

MCB U.TEBESSA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2019-2020

Remerciements

Ce travail a été réalisé au niveau de la faculté des sciences et technologies de l'université de Tebessa Cheik Larbi Tebessi, département génie mécanique, sous le contrôle et la direction du M^r Roudouane Laouar maître de conférences classe B.

C'est avec une grande gratitude que je remercie mon encadreur, qui par son expérience et ses connaissances scientifique, j'ai pu découvrir l'importance et l'utilité de la simulation numérique dans le domaine de la mécanique de fluide et le transfert de chaleur. L'efficacité dans le travail, la rigueur scientifique et les exigences du docteur Roudouane Laouar, a donné un sens évolutif à mon travail. Aussi j'ai appris de mon encadreur l'interprétation et l'argumentation scientifique. je le remercie pour tout ça.

Aussi je tiens à remercie vivement les membres de mon jury d'avoir accepté de juger et d'évaluer ce travail.

Je voudrai aussi de tout mon cœur remercier mes parents, qui ont toujours étaient présents et qui sont à l'origine de tout ce que je suis, par leur confiance et leur amour j'ai toujours vue clair dans ma vie.

Je dédie ce modeste travail à toute ma famille, mes frères et mes sœurs pour leurs soutient et encouragement, et m'avoir supporté tout le long de ce parcours de travail

Enfin, mes remerciements vont aussi à tous mes collègues de master, comme je remercie tous ceux qui ont aidée de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

Merci pour tous.

Résumé

L'objet du présent travail est d'étudier numériquement l'écoulement non isotherme dans un système de couette. Ce problème a été modélisé par l'équation de Navier-Stokes et l'équation d'énergie. Comme la résolution exige une méthode numérique, la méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations du modèle numérique. Pour étudier l'écoulement tournant à surface libre on a utilisé la méthode VOF (volume of fluid). Les résultats obtenus avec le code commercial FLUENT.

Mots clés : Couette, non-isotherme, surface libre, équation de Navier-stoks, équation d'énergie, la méthode volumes finis, la méthode VOF ; Axisymetrie Swirl Modell ; FLUENT.

Abstract

The purpose of this work is to study numerically the non-isothermal flow of the Couette system. This problem has been modeled by the Navier-stoks equation and the energy equation. As the resolution requires a numerical method, the finite volume method is used to discretize the equations of the numerical model. And to study the free surface of rotating flow, the VOF (volume of fluid) method is used. The results obtained with the commercial code FLUENT.

Keywords: Couette, non-isothermal, free surface, Navier-stoks equation, energy equation, finite volume method, VOF method; Axisymetrie Swirl Modell; FLUENT.

ملخص

الغرض من هذا العمل هو دراسة التدفق غير المتساوي لنظام اللحاف عدديا. و نحن بصدد حل هذه المشكلة عن طريق تحديد معادلة (نافي ستوكس) و معادلة الحرارة, تحقيق هذا الهدف يتطلب طريقة عددية , يتم استخدام طريقة الحجم المحدودة من أجل تجزئة معادلات النموذج الرياضي . ولدراسة التدفق الحر للسطح نستخدم طريقة الحجم السائل.

النتائج المتحصل عليها باستعمال الكود التجاري فلونت

الكلمات المفتاحية : لحاف , غير حراري , سطح حر , معادلة نافي ستوكس, معادلة الطاقة , طريقة الحجم المنتهية طريقة الحجم السائل , دوامة النظام , فلونت.

Sommaire :

Remercîment	
Résumé	
Table de matières	
Nomenclature des symboles	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
1. Introduction.....	1
2. Modélisation numérique des écoulements en mécanique des fluides.....	5
2.1. Description de l'écoulement.....	6
2.2. Définition numérique des écoulements en mécanique des fluides.....	8
2.2.1. Equation de conservation.....	8
2.2.2. Equation de conservation de la masse.....	9
2.2.3. Equation de conservation de la quantité de mouvement.....	9
2.2.4. Nombre de Reynolds.....	10
2.2.5. Equation de conservation d'énergie.....	11
2.3. Présentation du code de calcul de « FLUENT ».....	12
2.3.1. Architecture du logiciel « FLUENT ».....	12
2.3.2. Le préprocesseur « GAMBIT ».....	13
2.3.3. Le solveur « FLUENT ».....	14
2.3.4. Le poste processeur.....	14
2.4. Etapes de calcul.....	15
2.4.1. Intégrations des équations de transport.....	15
2.4.2. Discrétisation de la méthode de volume fini.....	16
2.4.3. Approximation des intégrales.....	16
2.4.4. Ecoulement convectifs et diffusifs.....	18
2.4.4.1. Méthodes de schéma centré.....	18
2.4.4.2. Schéma de premier ordre de la méthode Upwind.....	18
2.4.4.3. Schéma de deuxième ordre de la méthode Upwind.....	19
2.4.4.4. Schéma de Quick de la méthode Upwind.....	19
2.4.4.5. Schéma de MUSCL de la méthode Upwind.....	19
2.4.4.6. Méthode de power Law de la méthode Upwind.....	20
2.5. Approximation de la dérivée.....	21
2.6. Couplage pression-vitesse.....	21
2.7. Convergence.....	22

2.8. Conditions aux limites.....	23
2.8.1. Température imposée « Dirichlet ».....	23
2.8.2. Densité de flux thermique imposée « Neumann ».....	23
2.8.3. Convection « mixte ».....	23
3. Etude des écoulements non-isotherme dans des géométries simples.....	26
3.1. Ecoulement entre deux cylindres (écoulement de couette).....	27
3.1.1. Calcul du champ de vitesse.....	27
3.1.2. Calcul du champ de température.....	30
3.2. Etude de l'écoulement.....	31
3.2.1. Etude de l'écoulement dans les coordonnées cartésiennes.....	31
3.2.1.1. Maillages.....	32
3.2.1.2. Résultat et discussions.....	32
3.2.1.2.1. Champ de vitesse.....	33
3.2.1.2.2. Champ de température.....	34
3.2.1.2.3. Comparaison des méthodes de discrétisation.....	35
3.2.2. Etude de l'écoulement dans les coordonnées cylindriques.....	36
3.2.2.1. Maillages.....	36
3.2.2.2. Résultats et discussions.....	37
3.2.2.2.1. Champ de vitesse.....	37
3.2.2.2.2. Champ de température.....	38
3.2.2.2.2. Comparaison des méthodes de discrétisation.....	39
3.3. Conclusion.....	40
3.4. Ecoulement à surface libre dans récipients rotatif.....	40
3.4. 1.Calcul pression dans les fluides tournants.....	40
3.4.1.1. Bilan des forces.....	41
3.4.2. Méthode VOF « volume of fluid ».....	42
3.4.2.1. Principe de la méthode VOF.....	43
3.4.2.2. Calculs équilibrés et transitoire de la méthode VOF.....	44
3.4.2.3. Equation de la fraction volumique.....	45
3.4.2.3.1. Schéma implicite.....	45
3.4.2.3.2. Schéma explicite.....	46
3.4.2.4. Interpolation près de l'interface.....	46
3.4.2.4.1. Schéma reconstruction géométrique.....	47

3.4.2.4.2. Schéma donneur-accepteur.....	47
3.4.2.5..propriétés des matériaux.....	48
3.4.3. Etude d'écoulement à surface libre dans récipients rotatif.....	48
3.4.3.1 Résultats et discussions.....	49
3.4.3.2. Conclusion.....	60
4. Simulation numérique de système couette.....	62
4.1. Structure du modèle numérique.....	62
4.2. Conditions aux limites.....	64
4.3 .Résultats et discussions.....	64
4.3.1. Champ de vitesse.....	65
4.3.2. Champ de température.....	67
4.3.3. Influence de la viscosité.....	73
4.3.4. Influence de la vitesse de rotation.....	74
4.3.5. Influence de température extérieure de la paroi.....	75
4.3.6. Conclusion.....	76
5. Conclusion générale.....	78
Références bibliographiques	

Nomenclatures des symboles

Symboles latins :

R_i : Rayon du cylindre intérieur

R_e : Rayon du cylindre extérieur

H : Hauteur du dispositif de couette

d : Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire

V : Vitesse d'écoulement du fluide selon la direction r

u : Composante radial de la vitesse d'écoulement du fluide

v : Composante tangentielle la vitesse d'écoulement du fluide

w : Composante axiale de la vitesse d'écoulement du fluide

r : Composante cylindrique de la direction radiale

P : Pression

T : Température

z : Surface libre (surface isobare)

C_p : Chaleur spécifique

x, y, z : Coordonnées cartésiennes

C_k : Equation d'advection

Nb : Indice des cellules voisines

VC : Volume de contrôle

MVF : Méthode de volume fini

VOF : Volume of fluide

MDC : Méthode de différence centrale

Les nombres adimensionnels :

Re : Nombre de Reynolds

Pr : Nombre de Prandtl

Pe : Nombre de Péclet

Nombres grecs :

Ω_i : Vitesse de rotation du cylindre intérieur

- Ω_e : Vitesse de rotation du cylindre extérieur
- θ : Composante cylindrique de la direction tangentielle
- μ : Viscosité dynamique
- ρ : Masse volumique
- λ : conductivité thermique
- Γ : Rapport d'aspect
- Δ : Le laplacien
- ν : Viscosité cinématique
- Σ : Symbole de sommation
- σ : Contrainte de cisaillement
- $\sigma_{r\theta}$: Contrainte tangentielle de viscosité dans la direction θ
- $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$: Contraintes visqueuses normales
- $\tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$: Contraintes visqueuses tangentielles
- γ : Accélération
- Δt : pas de temps
- $\bar{\sigma}$: Tenseur des contraintes
- \bar{D} : Tenseur des déformations
- \vec{F} : Forces surfaciques
- \vec{f}_g : Force volumique
- \vec{f}_{ie} : Force centrifuge
- Φ : Propriété transporté
- Γ : Coefficient de de diffusion effective
- S_θ : Terme de source
- a_p et a_{nb} : Coefficient
- \emptyset : La dissipation tangentielle de viscosité dans la direction θ
- \emptyset_p : Valeur de la variable scalaire (P) la cellule
- α : Facteur de sous relaxation compris entre 0 et 1

Nomenclatures des symboles

R_{\emptyset} : Somme absolue des résidus correspondant à la variable \emptyset

$F_{in,\emptyset}$: Flux total à l'entrée de la variable \emptyset

m_{pk} : Transfert de masse

Liste des figures

Fig.1.1.Système couette.....	2
Fig.1.2.Système couette, cylindre intérieur tourné à gauche, cylindre extérieur tourné à droite.....	2
Fig.1.3.Coupe de système couette.....	3
Fig.2.1.Schéma du dispositif de couette.....	7
Fig.2.2.Cylindre extérieur tournant, cylindre intérieur fixe, système de coordonnées cylindriques et caractéristiques fluide.....	7
Fig.2.3.Architecture du logiciel FLUENT.....	13
Fig.2.4.Volume de contrôle fini en notation boussole.....	16
Fig.2.5.Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE.....	22
Fig.3.1.Coordonnées cylindriques z,r,θ d'un point spatial P.....	27
Fig.3.2.Maillage 2D de système couette.....	32
Fig.3.3.Comparaison des vitesses entre les types du maillage.....	33
Fig.3.4.Profil de température pour différents maillage.....	34
Fig.3.5.Comparaison de température entre différents schémas de discrétisation.....	35
Fig.3.6.Modèle axisymétrie Swirl.....	36
Fig.3.7.Maillage modèle axisymétrie Swirl de système couette.....	37
Fig.3.8.Comparaison des vitesses entre les types du maillage.....	37
Fig.3.9.Comparaison des températures entre les types du maillage.....	38
Fig.3.10.Comparaison les températures entre différents schémas de discrétisation.....	39
Fig.3.11.Liquide en rotation.....	41
Fig.3.12.Les lignes isobare.....	41
Fig.3.13.Méthode VOF.....	43
Fig.3.14.Différentes formes de l'interface pour le calcul VOF.....	46
Fig.3.15.Maillage de surface.....	49
Fig.3.16. La fraction volumique à l'instant $t=0s$	49
Fig.3.17. Contours de phase liquide $\mu=0.01kg/m.s, Re=6280$ à l'instant $t=1s$	50
Fig.3.18. Contours de phase liquide à l'instant $t=2s$	50
Fig.3.19. Contours de phase liquide à l'instant $t=3s$	51
Fig.3.20. Contours de phase liquide à l'instant $t=4s$	51
Fig.3.21. Contours de phase liquide $\mu=1kg/m.s, Re=62,8$ à l'instant $t=1s$	52

Fig .3.22. Contours de phase liquide à l'instant $t=2s$	52
Fig.3.23. Contours de phase liquide à l'instant $t=4s$	53
Fig.3.24. Contours de phase liquide à l'instant $t=6s$	53
Fig 3.25. Contours de phase liquide à l'instant $t=8s$	53
Fig.3.26. Contours de phase liquide $\mu=10\text{kg/m.s}$, $Re=6,28$ à l'instant $t=1s$	54
Fig.3.27. Contours de phase liquide à l'instant $t=2s$	54
Fig.3.28. Contours de phase liquide à l'instant $t=4s$	55
Fig.3.29. Contours de phase liquide à l'instant $t=8s$	55
Fig.3.30. Contours de phase liquide à l'instant $t=10s$	55
Fig.3.31. Contours de phase liquide $\mu=100\text{kg/m.s}$, $Re=0.628$ à l'instant $t=2s$	56
Fig.3.32. Contours de phase liquide à l'instant $t=3s$	56
Fig.3.33. Contours de phase liquide à l'instant $t=5s$	57
Fig.3.34. Contours de phase liquide à l'instant $t=30s$	57
Fig.3.35. Comparaison fraction de volume $\mu = 1\text{gk/m.s}$	58
Fig.3.36. Comparaison fraction de volume $\mu = 0.01\text{gk/m.s}$	59
Fig.3.37. Comparaison fraction de volume $\mu = 100\text{gk/m.s}$	60
Fig.4.1. Schéma de système de couette.....	62
Fig.4.2. Conditions aux limites.....	64
Fig.4.3. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant :	
cas de cylindre extérieur tournant	
« $T= 278^\circ\text{k}$, $\Omega=3.14 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $Re=0.314$ ».....	65
Fig.4.4. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant :	
cas Cylindre extérieur tournant	
« $T= 278^\circ\text{k}$, $\Omega=12.56 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $Re =1.256$ ».....	65
Fig.4.5. Contours des vitesses axiales, radiale et fonction de courant cas :	
cylindre intérieur tournant	
« $T= 278^\circ\text{k}$, $\Omega=3.14 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $Re=0.314$ ».....	66
Fig.4.6. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant cas :	
cylindre intérieur tournant	
« $T= 278^\circ\text{k}$, $\Omega=12.56 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $Re=1.256$ ».....	66
Fig.4.7. Contours de température (Fig.4.7a) et contours de vitesse radiale (Fig4.7b) :	
cas de cylindre extérieur tournant	

« T= 278°k, $\Omega=3.14$ rad/s, $\mu = 100$ kg/m.s, Re =0.314».....	67
Fig.4.8. Contours de température (Fig.4.8 a) et contours de vitesse radiale (Fig4.8b) :	
cas de cylindre intérieur tournant	
« T= 278°k, $\Omega=3.14$ rad/s, $\mu = 100$ kg/m.s, R e =0.314».....	68
Fig.4.9. Contours de température (Fig.4.9a) et contours de vitesse radiale (Fig4.9b) :	
cas de cylindre extérieur tournant	
« T= 278°k, $\Omega=12.56$ rad/s, $\mu = 100$ kg/m.s,Re=1.256 ».....	69
Fig .4.10. Contours de température (Fig.4.10a) et contours de vitesse radiale (Fig4.10b) :	
cas de cylindre intérieur tournant	
« T= 278°k, $\Omega=12.56$ rad/s, $\mu = 100$ kg/m.s,Re=1.256».....	70
Fig.4.11. Courbe de température en fonction de l'enterfer $r = d_e - d_i$	
cas cylindre extérieur tournant.....	71
Fig .4.12. Courbe de température en fonction de l'enterfer $r = d_e - d_i$	
cas cylindre intérieur tournant.....	71
Fig .4.13. Comparaison de température entre cylindre extérieur	
et intérieur en fonction de l'enterfer $r = d_e - d_i$	72
Fig .4.14. Contours des Températures cas de cylindre extérieur tournant.....	73
Fig.4.15. Contours des Températures cas de cylindre intérieur tournant.....	73
Fig .4.16. Contours des températures cas cylindre extérieur tournant.....	74
Fig.4.17. Contours des Températures cas cylindre intérieur tournant.....	74
Fig .4.18. Contours des températures cas cylindre extérieur tournant.....	75
Fig .4.19. Contours des Températures cas cylindre intérieur tournant.....	76

Liste des tableaux

Tab.3.1.Caractéristique de fluide utilisé.....	31
Tab.3.2.Types du maillage utilisé.....	32
Tab.3.3.Les types du maillage.....	36
Tab.4.3.Propriétés matérielles.....	62

Chapitre 01 : Introduction

1. Introduction :

L'écoulement de Couette désigne l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux surfaces dont l'une est en mouvement par rapport à l'autre. L'écoulement est dû à la force d'entraînement visqueuse qui agit sur le fluide.

Notre travail consiste à réaliser une simulation numérique de l'écoulement non isotherme dans un système de couette. Le programme CFD (FLUENT) est utilisé pour la simulation.

En insérant un fluide entre deux longs cylindres concentriques, dont l'un peut tourner autour de l'axe central. En fonction des conditions aux limites dynamiques et thermiques, un champ de vitesse et de température est établi dans l'espace. Les deux cylindres concentriques qui ne tournent pas à la même vitesse angulaire, la viscosité met le fluide en mouvement car au niveau de leurs surfaces de contact, le fluide visqueux et les cylindres doivent avoir la même vitesse.

L'objectif de ce travail est de modéliser le système Couette existant (Fig.1.1) avec un programme CFD (Computational Fluid Dynamic). L'écoulement est considéré incompressible et laminaire. Le fluide utilisé est très visqueux et la viscosité dépend fortement de la température. La dissipation dans le fluide modifie la température dans le champ d'écoulement. Le cylindre intérieur doit être considéré comme adiabatique et l'extérieur isotherme (voir Fig.1.2). Dans l'expérience, la température limite isotherme est sécurisée en introduisant du liquide de refroidissement (glace) dans l'espace entre le cylindre extérieur et le boîtier. Une huile de silicone est remplie dans l'espace comme fluide d'écoulement. Les cylindres sont entraînés par des courroies dentées. En faisant varier la vitesse, les différentes conditions d'écoulement peuvent être examinées à des vitesses élevées. Dans le système Couette, il y a un espace entre le bas du cylindre intérieur et la plaque en plastique (voir Fig.1.3). L'écoulement et le champ de température peuvent être influencés par cet écart. Cela doit être pris en compte dans les calculs numériques.

Le champ de vitesse et le champ de température et de densité donnés sont à examiner en fonction de différents paramètres. L'influence des conditions aux limites dynamiques (rotation du cylindre extérieur ou intérieur) sur l'évolution de l'écoulement et du champ de température.



Fig.1.1. Système couette [1]

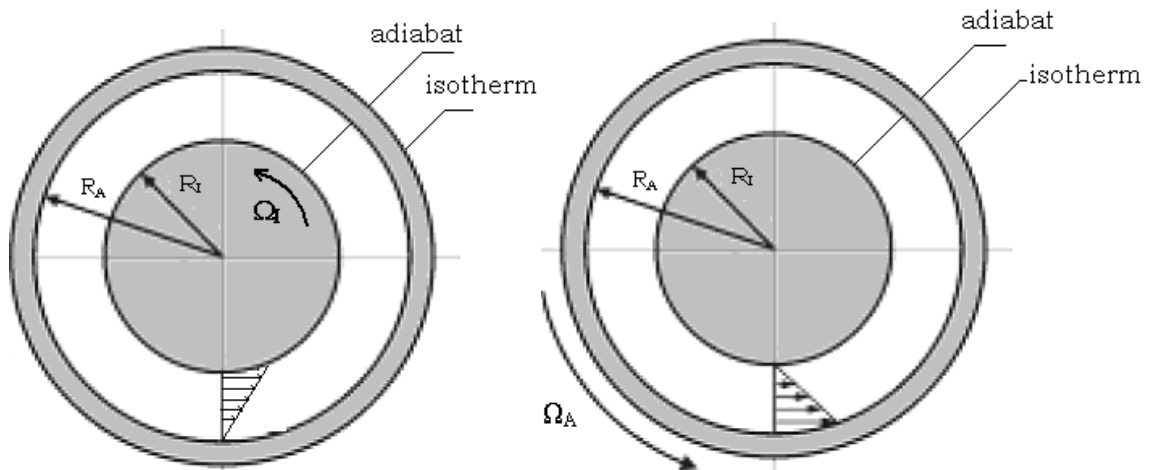


Fig. 1.2 Système Couette, cylindre intérieur tourné à gauche, cylindre extérieur tourné à droite [1]

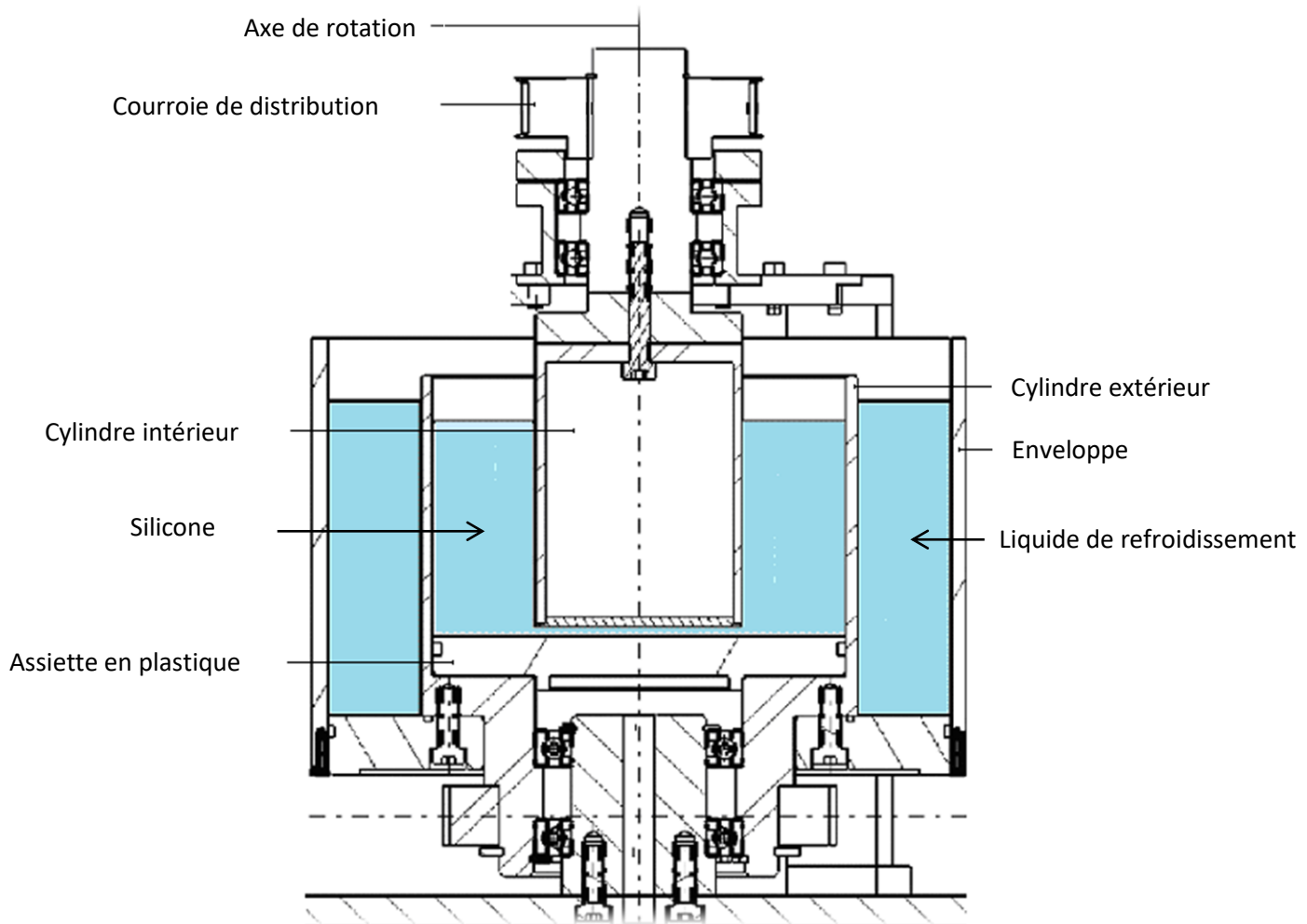


Fig. 1.3 Coupe du système Couette [1]

Notre projet est reparti en quatre chapitres qui sont comme suite :

Chapitre 1 : introduction sur la définition de la couette et définir l'objectif de ce travail.

Chapitre 2 : Modélisation numérique des écoulements en mécanique des fluides, nous avons exposé dans ce chapitre les différentes méthodes mathématiques pour la résolution des équations de Navier-Stokes qui régissent les écoulements des fluides, appelés modèles numériques, ces modèles de calculs présentent des avantages et des inconvénients qui peuvent influencer sur les résultats de la simulation. L'interprétation de ces résultats et l'intuition du chercheur reste très importante.

Chapitre 3 : Etude l'écoulement non-isotherme dans géométries simple et dans ce chapitre en valide les résultats à l'aide de géométrie simple.

Chapitre 4 : Simulation numérique, dans ce chapitre nous avons présenté les résultats obtenus de la simulation numérique en utilisant le logiciel Fluent, avec la confrontation de ces résultats avec ceux d'analytique.

Et enfin nous clôturant notre travail par une conclusion générale qui met en relief l'importance et la contribution de la simulation numérique, du point de vue économie et temps, dans le domaine de la recherche scientifique.

Chapitre 02 : Modélisation numérique des écoulements en mécanique des fluides

2.1- Description de l'écoulement :

Ce problème continue d'attirer l'attention des chercheurs jusqu'à nos jours malgré le nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques qui lui ont été consacrés.

On se propose d'examiner, ici, quelques travaux parmi les plus marquants afin de préciser notre contribution dans l'ensemble de recherches consacrées à ce type d'écoulement.

On se propose d'effectuer d'abord une description des propriétés physiques de cet écoulement, à travers ses caractéristiques hydrodynamiques et les équations régissant le comportement du phénomène de transition.

L'écoulement de Couette dans le cas général, est le mouvement d'un fluide défini entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_i et R_e tournants respectivement à des vitesses angulaires Ω_i et Ω_e en Co – rotation ou contra – rotation ou l'un des cylindre est tournant et l'autre fixe, et de hauteur donnée h (Figure1.1).

Nous nous somme limite, dans le cadre de la préparation de notre travail au cylindre extérieur tournant $\Omega_e > 0$ et cylindre intérieur fixe $\Omega_i = 0$.

Le fluide considéré est de caractéristiques données telle que la masse volumique (ρ) et la viscosité dynamique (μ) sont à propriétés physiques constantes.

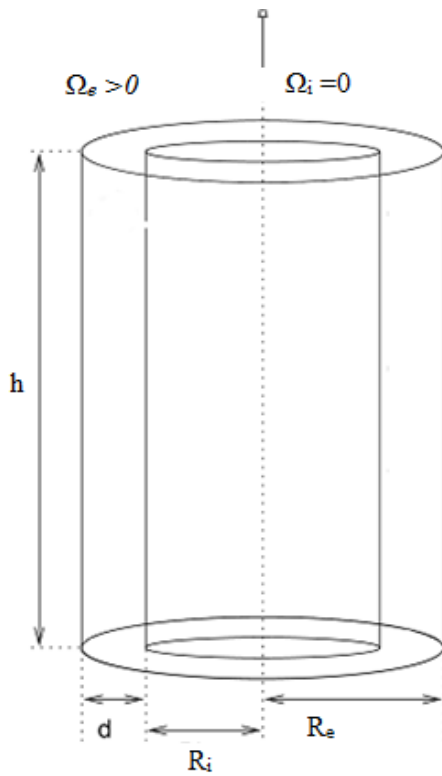


Fig.2.1.Schéma du dispositif de couette [2]

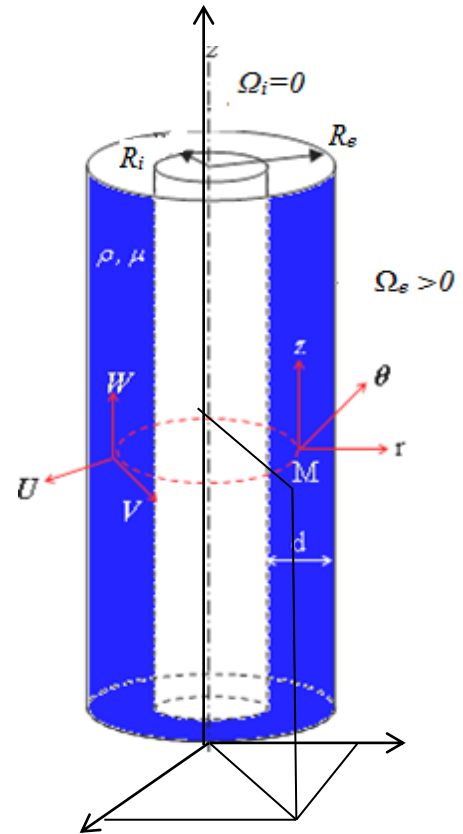


Fig 2.2 Cylindre extérieur tournant, cylindre intérieur fixe, système de coordonnées cylindriques et caractéristiques de fluide [2]

La description du champ de vitesse V_r de composantes (u, v, w) et de pression P s'effectuent en fonction de l'espace et du temps t , sont représentées dans un système de coordonnées cylindriques au point $M(r, \theta, z)$ (figure 2.2) de façon que V_r et le champ de pression P vérifient les équations de l'hydrodynamique, tel que :

- Equation de conservation de la masse :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

- Equation du bilan de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} r: \frac{D}{Dt} u - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left[\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) u - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] \\ \theta: \frac{D}{Dt} v + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left[\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) v - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] \\ z: \frac{D}{Dt} w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \end{cases} \quad (2.2).$$

Le symbole (D/Dt) désigne un opérateur différentiel qui traduit la dérivation particulière par rapport au temps t, telle que :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.3)$$

La notation (Δ) désigne le Laplacien lié aux coordonnées cylindriques.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.4)$$

L'intérêt de cette présentation du système d'équation (2.2) met en évidence des contributions de la force centrifuge $-\frac{v^2}{r}$ selon (r) et de la force de cisaillement $\frac{uv}{r}$ selon (θ).

$$\text{à } r = R_e \quad v = R_e \Omega_e \text{ et } u = w = 0 \quad \text{si } r = R_e \quad (2.5)$$

$$\text{à } r = R_i \quad v = R_i \Omega_i \text{ et } u = w = 0 \quad \text{si } r = R_i$$

2.2-Définition numérique des écoulements en mécanique des fluides :

2.2.1-Equation de conservation :

Les équations sur lesquelles se reposent Fluent pour notre problème sont l'équation de conservation de la masse, l'équation de Navier Stokes et l'équation d'énergie.

2.2.2-Equation de conservation de la masse :

L'équation de conservation de la masse ou de continuité exprime le fait que dans tout écoulement la masse se conserve. Si on considère un volume D du milieu continu que l'on suit dans son mouvement, on a alors :

$$\frac{dM(t)}{dt} = 0 \quad \text{avec } M(t) = \int_{D(t)} \rho(dv) \quad (2.6)$$

En appliquant les résultats précédents, on obtient

$$\int_{D(t)} \left\{ \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} \right\} dV = \int_{D(t)} \left\{ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) \right\} dV = 0 \quad (2.7)$$

Comme ces relations sont vérifiées pour tout domaine $D(t)$, on obtient l'équation aux dérivées partielles (EDP), l'équation ponctuelle :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.8)$$

Après utilisation de la forme conservative,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.9)$$

Il apparait le flux de matière à l'interface :

$$\int_{D(t)} \frac{d\rho}{dt} dV + \int_{\gamma(t)} \rho \vec{v} \cdot \overrightarrow{nd\gamma} = 0 \quad (2.10)$$

$$\int_{D(t)} \frac{d\rho}{dt} dV : \text{ Terme d'accumulation}$$

$$\int_{\gamma(t)} \rho \vec{v} \cdot \overrightarrow{nd\gamma} : \text{ Bilan de flux}$$

2.2.3-Equation de conservation de la quantité de mouvement :

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'obtient en appliquant la loi fondamentale de la dynamique à une particule D du milieu continu :

$$\sum \vec{F} = m\vec{\gamma} \quad (2.11)$$

Comme, $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on déduit en appliquant la définition de la dérivée particulaire que :

$$\vec{\gamma} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \quad (2.12)$$

Les forces à considérer sont de deux natures :

Les forces volumiques et les forces surfaciques. la gravité constitue l'exemple le plus classique de force extérieure volumique.

Les forces surfaciques ou contraintes sont les forces de contact exercées sur la frontière de la particule fluide considérée. On peut montrer qu'il existe une relation linéaire entre la normale à la surface et la densité de forces surfaciques \vec{F} définie par

$$\vec{F} = \bar{\sigma} \cdot \vec{n} \quad (2.13)$$

Où $\bar{\sigma}$ désigne le tenseur des contraintes et \vec{n} à normale sortante. Un fluide Newtonien est caractérisé par la loi de comportement :

$$\bar{\sigma} = -p\bar{I} + \bar{\tau} \quad (2.14)$$

Où p désigne la pression, contrainte lorsque le fluide est au repos, et $\bar{\tau}$ le tenseur des contraintes visqueuses. Le tenseur des contraintes $\bar{\tau}$ est lié au tenseur des déformations \bar{D} par :

$$\bar{\tau} = \lambda \text{div}(\vec{v}\bar{I}) + 2\mu\bar{D} \quad (2.15)$$

Où λ et μ sont les coefficients de lame, qui dépendent de la température T.

D : étant défini par :

$$\bar{D} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}) \quad (2.16)$$

Si on néglige les éléments visqueux ($\lambda = \mu = 0$), on obtient la loi de comportement dite de fluide parfait. L'équation de quantité de mouvement s'écrit donc :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \text{div}(\bar{\sigma}) + \rho \vec{g} \quad (2.17)$$

Le principe de conservation de la quantité de mouvement s'énonce :

(vitesse d'accumulation de Q.M) = (débit d'entrée de Q.M) – (débit de sortie de Q.M) + (somme des forces agissant sur le système).

Q.M : quantité de mouvement

Pour un fluide Newtonien incompressible à viscosité constante, on obtient alors les équations de Navier-Stokes :

$$\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \rho g_i \quad (2.18)$$

$\rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]$: Débit net de quantité de mouvement

$\frac{\partial p}{\partial x_i}$: Forces de pressions

$\mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$: Forces de frottements

ρg_i : Force de pesanteur

Où p est la pression (en pascal) qui règne au sein du fluide, et les trois projections de l'équation (2.18) constituent les équations de Navier-Stokes.

2.2.4- Nombre de Reynolds :

De l'équation de Navier-Stokes

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u - \nu \Delta u = -\frac{1}{\rho} \nabla p \\ \text{div } u = 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

Il découle une caractéristique physique des écoulements : le nombre de Reynolds.

Le terme $(u \cdot \nabla)u$ est appelé terme convectif, c'est un terme non linéaire générateur d'instabilités et c'est lui qui est tenu pour responsable de l'aspect turbulent lorsqu'il advient.

Le terme $\nu \Delta u$ est le terme visqueux, il a l'effet contraire de lisser l'écoulement et de lui donner un caractère laminaire.

Et c'est l'ordre de grandeur du rapport entre ces deux termes qui va conditionner l'aspect de l'écoulement. On définit ainsi le nombre (sans dimension) de Reynolds de l'écoulement :

$$R_e = \frac{|(u \cdot \nabla)u|}{|\nu \Delta u|} = \frac{V_e d}{\nu} \quad (2.19)$$

V_e : Désigne : la vitesse du cylindre intérieur tournant ; $V_e = R_e \Omega_e$

d : Espace entre les deux cylindres coaxiaux ou espace annulaire : $d = R_e - R_i$

ν : viscosité cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Ce nombre compare la prépondérance des effets des deux forces, l'une stabilisante qui est la force visqueuse et, l'autre, déstabilisante est imposée par la force centrifuge.

2.2.5. Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie par :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} + \rho C_p U \cdot \nabla T = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + \Phi \quad (2.20)$$

Où :

$$\Phi = \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z}$$

Avec :

$\rho C_p \frac{DT}{Dt}$: La variation totale d'énergie,

$\rho C_p U \cdot \nabla T$: La variation d'énergie par convection,

$\text{div}(\lambda \text{grad} T)$: La variation d'énergie par conduction,

Φ : La dissipation irréversible due au frottement visqueux.

2.3-Présentation du code de calcul de « FLUENT »

Actuellement on porte plus d'intérêt aux simulations numériques des écoulements par la méthode des éléments finis, elles sont considérées comme de véritables expériences numériques, en plus de leurs avantages de nous renseigner à tout moment des paramètres physiques liées à l'écoulement ce qui est difficile à obtenir en pratique. Par contre et ce qui peut être un inconvénient, la résolution des équations de Navier-Stokes reste limitée à des nombres de Reynolds moyennement modérés et relatif à des géométries d'écoulements relativement simples.

2.3.1-Architecture de logiciel FLUENT :

Les codes de calcul CFD ou « Computational Fluid Dynamics » mécanique des fluides numériques sont appliquées à de larges problèmes en mécanique des fluides.

Le code FLUENT est un logiciel de modélisation tridimensionnelle des écoulements de fluides compressibles et incompressibles, le plus utilisé, il est couplé avec ou non du transfert de chaleur, et avec ou non des réactions chimiques, et pour une ou plusieurs phases. Les capacités de ce logiciel sont vastes, ce qui en fait un outil utilisé dans de nombreux domaines industriels : Aéronautique, Véhicules à moteurs, Marine, Biomédical,

Refroidissement en électronique, Verre, Traitement de polymère, Processus chimique, Production d'électricité, Turbomachine, etc. Le code FLUENT se présente sous la forme de trois fenêtres : le préprocesseur, le solveur et le post-processeur.

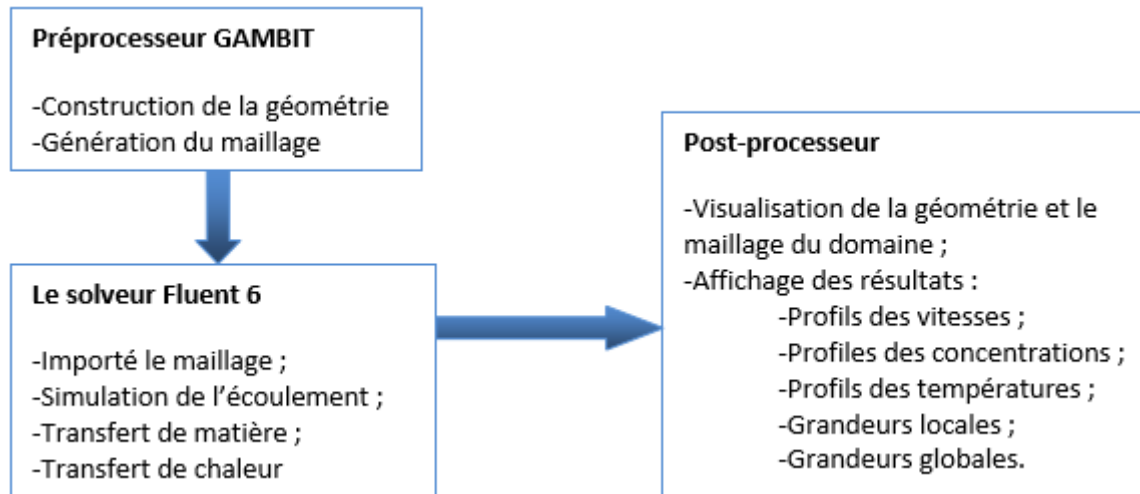


Fig.2.3. Architecture du logiciel Fluent [3]

2.3.2-Le préprocesseur « GAMBIT » :

GAMBIT est un logiciel de génération tridimensionnelle de maillage. Les maillages générés peuvent être utilisés par de nombreux logiciels d'analyse que ce soit pour la résistance des matériaux par éléments finis ou pour la simulation des écoulements fluides en mécanique des fluides dont fait partie le code FLUENT.

GAMBIT comprend dans une même fenêtre principale, une fenêtre graphique, un menu d'instructions à gauche, avec au-dessus une fenêtre d'information et encore au-dessus, du texte d'information sur l'action en cours. Il permet la construction de géométrie du domaine de calcul et de diviser ce dernier en petits volumes ou cellules de calcul et de contrôle. L'ensemble de ces petits volumes constitue le maillage. Il existe plusieurs sortes de maillage, le préprocesseur GAMBIT utilise des maillages structurées, non structurées ou combinées (hybrides).

Le maillage structuré est composé de mailles quadratiques en deux dimensions ou hexagonale en trois dimensions.

Le maillage non-structurées est composé de mailles quadratiques ou triangulaire en deux dimensions et hexagonale ou tétraédrique en trois dimensions.

Le cas du maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en deux dimensions et des hexaèdres en trois dimensions et dans le reste du domaine les mailles sont des triangles en deux dimensions et des tétraèdres en trois dimensions, et ceux qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des mailles en prismes ou en pyramides.

2.3.3-Le solveur FLUENT :

Le solveur Fluent est basé sur la méthode finie de volume, où le domaine est discrétisé en jeu fini de volumes ou de cellules de contrôle. Les cellules d'une maille sont les fondamentales éléments de calcul dans Fluent dans laquelle l'économie de propriété est imposée, c'est-à-dire, la forme intégrale de l'équation de transport générale pour la masse, l'énergie, etc. peut être appliqué à chaque cellule.

Pour les fluides incompressibles le solveur Fluent réalise les calculs en pression relative et la méthode utilisée est celle des éléments finis selon les étapes suivantes :

- intégration des équations continues sur chaque volume de contrôle
- discrétisation dans l'espace et dans le temps des équations, substitution des dérivées partielles par des approximations en différences finies.
- Résolution du système algébrique par un processus itératif.

Les équations sur lesquelles se reposent Fluent pour notre problème sont l'équation de conservation de la masse et l'équation de Navier Stokes.

L'équation de conservation de la masse prend la forme suivante pour un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$) :

$$\text{div } \vec{U} = 0$$

Equation de Navier-Stoks :

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}p} + \nu \nabla^2 \vec{U}$$

2.3.4- Le poste –processeur :

Le post-processeur nous offre la possibilité de visualise les résultats de la simulation, ainsi que la géométrie et le maillage du domaine.

Nous avons donc la possibilité de voir les champs de vitesses, les champs de pressions, de turbulence et toutes les autres grandeurs calculées sur tout le volume du domaine.

Aussi il est possible de tracer les courbes et de visualiser les lignes de courants [3].

2.4-Etapes de calcul :

Les démarches de calcul qui vont suivre son propre au régime permanent, on a en général les étapes suivantes :

2.4.1- Intégrations des équations de transport :

Par la méthode des volumes finis très utilisés en mécanique des fluides tridimensionnelle pour son avantage de conservation des flux de volumes (flux de volumes sortant égales aux flux de volume entrant dans le volume voisin, le logiciel Fluent résout les différentes équations relatives au mouvement considéré, les équations de la transports de la matière ou équation de continuité, de la quantité de mouvement, et de l'énergie cinétique turbulente et au taux de dissipation de l'énergie cinétique.

En transformant certaines intégrales de volumes en intégrale de surface, on a donc :

$$\oint \rho \Phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_{\Phi} \nabla \Phi \cdot d\vec{A} + \int S_{\Phi} dv \quad (2.21)$$

$$\int n(\rho \Phi U) ds = \int n(\Gamma \text{grad} \Phi) ds + \int S_{\Phi} dv \quad (2.22)$$

Φ : propriété transporté, Γ : coefficient de diffusion effective, S_{Φ} : le terme de source.

Les équations de conservation peuvent être écrites sous la forme commune suivante, ce formulaire permet de ne pas réitérer la discrétisation pour chaque équation. Si on note ϕ la variable étudiée,

Chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale qui peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_{\phi} \quad (2.23)$$

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi)$: Terme transitoire

$\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi)$: Terme de convection

$\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$: Terme de diffusion

S_{ϕ} : Terme de source

Ainsi pour chaque variable ϕ l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire et bidimensionnel comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_{\phi} \quad (2.24)$$

Les termes de diffusion et de source varient selon les types d'équations résolues.

Le terme de gradient de pression est inclus dans le terme de source pour les équations de la dynamique.

2.4.2- Discrétisation de la Méthode de volume fini :

L'utilisation de la méthode des volumes finis consiste à subdiviser le domaine étudié en une multitude fini de volumes élémentaires durant l'étape de maillage.

Les équations seront par la suite discrétisées sur ces volumes de contrôles voir Fig (2.2)

La méthode des volumes finis (MVF) est utilisée pour discrétiser les équations d'équilibre.

La zone de calcul est décomposée en petites cellules, appelée volumes finis. Les équations d'équilibres sont établies et résolus pour chacun de ces volumes de contrôle (VC). Les variables pour chaque volume de contrôle sont stockées au centre de la cellule. Le point de départ pour (MVF) est des équations de bilan sous forme intégrale.

Là, vous rencontrez des surfaces et des intégrales de volume qui doivent être approximée.

Pour cette raison, les méthodes de discrétisation de ces intégrales sont traitées en premier.

Ensuite les procédures d'approximation des flux sur les côtés des volumes sont expliquées.

Les écoulements convectifs et diffusifs doivent être traités différemment, car les dérivations se produisent généralement dans les écoulements diffusifs.

De plus, la discrétisation temporelle est discutée qui a une position particulière car le temps ne connait qu'une seule direction [4].

Les méthodes suivantes sont expliquées plus en détail dans [5, 6, 7,8].

2.4.3- Approximation des intégrales :

La méthode du volume fini est décrite sur un volume de contrôle bidimensionnel en coordonnées cartésiennes avec notation boussole Fig (2.4). le centre du volume est P. les pages sont nommées d'après les point cardinaux d'un carte (N :nord,S :sud,E :est,W :west)

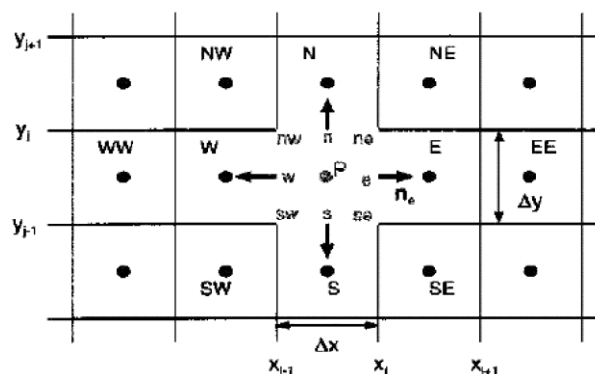


Fig.2.4 Volume de contrôle fini en notation boussole [7].

Afin de s'en tenir à l'orthographe habituelle du MVF nous devons continuer à parler d'un volume, bien que dans le cas bidimensionnel il n'y ait que des zones et des lignes. Ce n'est pas une limitation bidimensionnelle pour l'approximation d'intégrales de surface peuvent également être utilisées pour des problèmes tridimensionnels.

Les formules des intégrales de volume tridimensionnelles peuvent être dérivées de façon analogue.

$$\iint_A \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dA = - \int_{S_c=e,w,n,s} \rho\phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_c} j n dS + \iint_A \sigma dA \quad (2.25)$$

$-\int_{S_c=e,w,n,s} \rho\phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS$: Flux convectif

$\int_{S_c} j n dS$: Écoulement diffusif

La procédure doit être expliquée sous une forme intégrale à l'aide de l'équation générale de conservation (ou de transport). Les intégrales de surface des rivières sont divisées en la somme des intégrales de surface sur les quatre cotés SC du volume de contrôle.

$$\sum_{c=e,w,n,s} \left(- \int_{S_c} \rho\phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_c} j n dS \right) \quad (2.26)$$

Pour approximer les intégrales, on procède en deux étapes :

- Premièrement, les intégrales de surface, qui décrivent les écoulements convectifs et diffusifs, sont approximées par des valeurs sur le bord du volume de contrôle.

Il existe différentes méthodes pour ce faire. Ils diffèrent par les points d'appui requis au bord du VC et donc par la précision qui peut être obtenu. Cependant, les valeurs marginales ne sont pas connues.

- Dans l'étape suivante, les inconnues sont approximées par les valeurs moyennes P du VC.

Les écoulements convectifs et diffusifs sont traités différemment. la taille elle-même est requise pour le flux convectif, mais pour le flux diffusif sa dérivation.

L'approximation la plus simple intégrale de surface est obtenu en utilisant la règle centrale, ce qui crée une erreur de second ordre [8], si vous appliquez la règle centrale, sûr les intégrales pour les écoulements convectifs et diffusifs, on obtient l'estimation suivante :

Pour ϕ , les valeurs sont placées au milieu des cotés respectifs. Le flux convectif à la forme

$$F_C^{\text{con}} = \int_{S_c} \rho\phi(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS \approx \rho\phi_c \mathbf{v}_c \cdot \mathbf{n} \Delta S_c \quad (2.27)$$

$\rho\phi_c \mathbf{v}_c \cdot \mathbf{n} \Delta S_c$: Règle central

Et le flux diffusif à la forme :

$$F_c^{diff} = \int_{S_c} j n dS \approx \Gamma n \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \Delta S_c \quad (2.28)$$

La densité de flux diffusif est déterminée par le dérivé et le coefficient de diffusion Γ remplacé. Les inconnus au milieu de la page doivent maintenant être décrits par d'autres méthodes. En plus de la règle centrale, il existe d'autres méthodes telles que la règle de Simson qui provoque une erreur de sixième ordre [5,8]. Les intégrales de volume doivent également être estimées. la méthode la plus simple est la règle centrale. On suppose que la valeur au centre du VC est égale à la valeur moyenne du VC. La valeur au centre ainsi multipliées par le volume.

$$\iiint_{V_i} \sigma dV \approx \sigma_p \Delta V \quad (2.29)$$

2.4.4- Ecoulement convectifs et diffusifs :

Doit maintenant être représenté par des valeurs dans les points de cellule voisins.

Dans ce qui suit, tous les côtés du volume de contrôle ne doivent pas être pris en compte, mais uniquement le côté. les processus peuvent être expliquée sur la base d'une vue unidimensionnelle.

2.4.4.1- Méthodes de schéma centré :

Dans la méthode de la différence centrale, la valeur ϕ_e est calculée par interpolation linéaire entre les nœuds P et E dans les centres voisins du VC :

$$\phi_e \approx \phi_E \gamma_e + \phi_P = \frac{x_e - x_p}{x_E - x_P} \phi_E + \frac{x_E - x_e}{x_E - x_P} \phi_P \quad (2.30)$$

γ_e : est le facteur d'interpolation. Cette procédure comporte une erreur de second ordre.

En ajoute d'autres points centraux, on peut augmenter l'ordre de la procédure. Cependant, cela n'a de sens que si une méthode d'ordre supérieur est sélectionnée pour l'approximation des intégrales [5, 6,8].

2.4.4.2-Schéma de premier ordre de la méthode Upwind :

Les méthodes 1^{ère} ordre sont souvent utilisées car elles sont numériquement plus stables que les méthodes par différence. la direction d'interpolation dépendent de la vectrice

vitesse. Le moyen le plus simple d'approximer ϕ_e est de remplacer la valeur en fonction de la direction du débit massique par le centre respectif du CV dans cette direction.

$$\phi_e = \phi_P, \quad \dot{m}_e \geq 0,$$

$$\phi_e = \phi_E \quad \dot{m}_e \leq 0 .$$

La méthode a une erreur de premier ordre. Cependant, il a l'avantage d'être stable [9, 10,11].

2.4.4.3- Schéma de deuxième ordre de la méthode Upwind :

Avec cette méthode, en plus de la valeur du nœud dans le VC amont, son gradient est ajouté. Le vecteur \mathbf{S} décrit la distance entre les valeurs recherchées coté cellule et le centre de cellule en amont :

$$\phi_e = \phi_E + \text{grad } \phi_E \cdot \Delta s.$$

De plus, le gradient doit être calculé dans chaque cellule. Pour cela, les valeurs de surface ϕ_c interpolé linéairement par les valeurs des cellules voisines. Le gradient est approximé en additionnant les valeurs de zone respectives.

$$\text{grad } \phi = \frac{1}{V} \sum \phi_c A.$$

La procédure comporte une erreur de second ordre [10].

2.4.4.4- Schéma de QUICK de la méthode Upwind:

Le processus QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) appartient également au processus Upwind.

Cette méthode utilise une interpolation quadratique. Un polynôme du deuxième degré est placé en amont à travers les points P et E et un troisième point.

$$\phi_e = a_1 \phi_E - a_2 \phi_W + (1 - a_1 + a_2) \phi_P, \quad \text{Pour } \dot{m}_e \geq 0,$$

$$\phi_e = b_1 \phi_P - b_2 \phi_{EE} + (1 - b_1 + b_2) \phi_E \quad \text{Pour } \dot{m}_e \leq 0.$$

Les valeurs de a_i, b_i sont déterminées à l'aide des facteurs d'interpolation $\gamma_e, \gamma_{ee}, \gamma_w$ et γ_{ww}

$$a_1 = \frac{(2-\gamma_w)\gamma_w^2}{1+\gamma_e-\gamma_w}, \quad a_2 = \frac{(1-\gamma_e)(1-\gamma_w)^2}{1+\gamma_e-\gamma_w},$$

$$b_1 = \frac{(1+\gamma_w)(1-\gamma_e)^2}{1+\gamma_{ee}-\gamma_e}, \quad b_2 = \frac{\gamma_{ee}^2 \gamma_e}{1+\gamma_{ee}-\gamma_e}$$

La méthode quick a une erreur d'interpolation de second ordre [5, 6,8].

2.4.4.5- Schéma de MUSCL de la méthode Upwind :

Le MUSCL (Monotone Upstream Centered Schemes for Conservation Laws) combine une méthode de différence centrale (MDC) et une méthode Upwind de second ordre. Les proportions respectives sont pondérées par un facteur. Le facteur est compris entre un et zéro et dépend de la solution locale.

$$\phi_e = \phi_{e,CDS} + (1 - \beta)\phi_{2nd}$$

2.4.4.6-Schéma de Power Law de la méthode Upwind :

Cette méthode utilise la solution exacte d'une équation de convection-diffusion unidimensionnelle pour calculer ϕ_e du coté VC. La vitesse u la densité ρ et le coefficient de diffusion Γ sont constants sur l'intervalle ∂_x . intégré l'équation

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad P_e = \frac{\rho u L}{\Gamma}$$

Avec les conditions aux limites $\phi_0 = \phi_{x=0}$ et $\phi_L = \phi_{x=L}$, on obtient la forme :

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{e^{Pe \frac{x}{L}} - 1}{e^{Pe} - 1}.$$

De plus, le nombre de Péclet P_e , qui décrit la relation entre la convection et la diffusion, est introduit.

Avec des nombres de Péclet élevés, la solution se rapproche de la méthode Upwind de premier ordre, car la fonction exponentielle augmente.

Pour $P_e = 0$: c'est-à-dire la diffusion pure, une interpolation linéaire est utilisée.

Des exemples de cela peuvent être trouvés dans [5,6].

Afin de reproduire les écoulements diffusifs, leurs dérivées du coté VC doivent être approximées.

Des formules de différence comme dans la méthode des différences finies peuvent être utilisées, pour cela. En supposant que ϕ est linéaire entre les centres cellulaires voisins, la façon la plus simple d'approximer la dérivée est de passer par les formules de différence centrale :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e \approx \frac{\phi_E - \phi_P}{x_E - x_P}.$$

La méthode a une erreur de second ordre pour un maillage équidistant. si la largeur du maillage change, la proportion de l'erreur de premier ordre augmente proportionnellement

à la largeur du maillage .si des points de maillage supplémentaires sont ajoutés, la précision de la méthode peut être augmentée. Les différences centrales sont principalement utilisées dans la zone de calcul.

Au bord des différences avant ou arrière peuvent être utilisées, car les points du maillage manquent dans la direction du bord.

2.5- Approximation de la dérivée :

Afin d'approximer les dérivations dans les équations d'équilibre deux méthodes sont proposés dans le logiciel FLUENT : les méthodes basées sur les nœuds (nd) et basées sur les cellules (cb).

Le gradient est calculé par la somme des flux sur les zones d'un VC :

$$grad \phi = \frac{1}{V} \sum \phi_c A$$

A : est l'aire et ϕ_c est la valeur du coté VC. Avec la méthode (cb), les valeurs de surface ϕ_c calcul des centres cellulaires sur les valeurs moyennes des voisins.

$$\phi_c = \frac{\phi_E - \phi_P}{2}$$

La méthode (nb) rapproche les valeurs de l'aire sur la moyenne arithmétique des nœuds aux coins de l'aire. Ceux-ci sont à leur tour approximés par les centres cellulaires voisins.il en résulte une précision spatiale plus élevée [10], car d'avantage de points sont utilisés pour calculer les valeurs de surface.

$$\phi_c = \frac{1}{N_f} \sum \phi_n$$

2.6- Couplage pression-vitesse :

Pour corriger la pression et la vitesse pour que ces grandeurs vérifient l'équation de la continuité, l'utilisation d'un algorithme est nécessaire, celui-ci montre l'existence d'une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées. On utilise l'algorithme simple.

« Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations » pour résoudre le système d'équations discrétisées. Dans le schéma représentatif du processus d'itération les paramètres u, v et w représentent les trois composantes du vecteur vitesse.

P : étant la pression. Après n itérations les valeurs de type ϕ sont obtenues.

Les valeurs de ϕ pour l'itération (n+1) se font comme suit :

$$\phi^* = \alpha\phi + (1 - \alpha)\phi^{(n-1)} \quad (2.31)$$

$\phi^{(n-1)}$: Résultat de l'itération (n-1)

α : Facteur de sous relaxation compris entre 0 et 1

Le schéma représentatif du processus itératif :

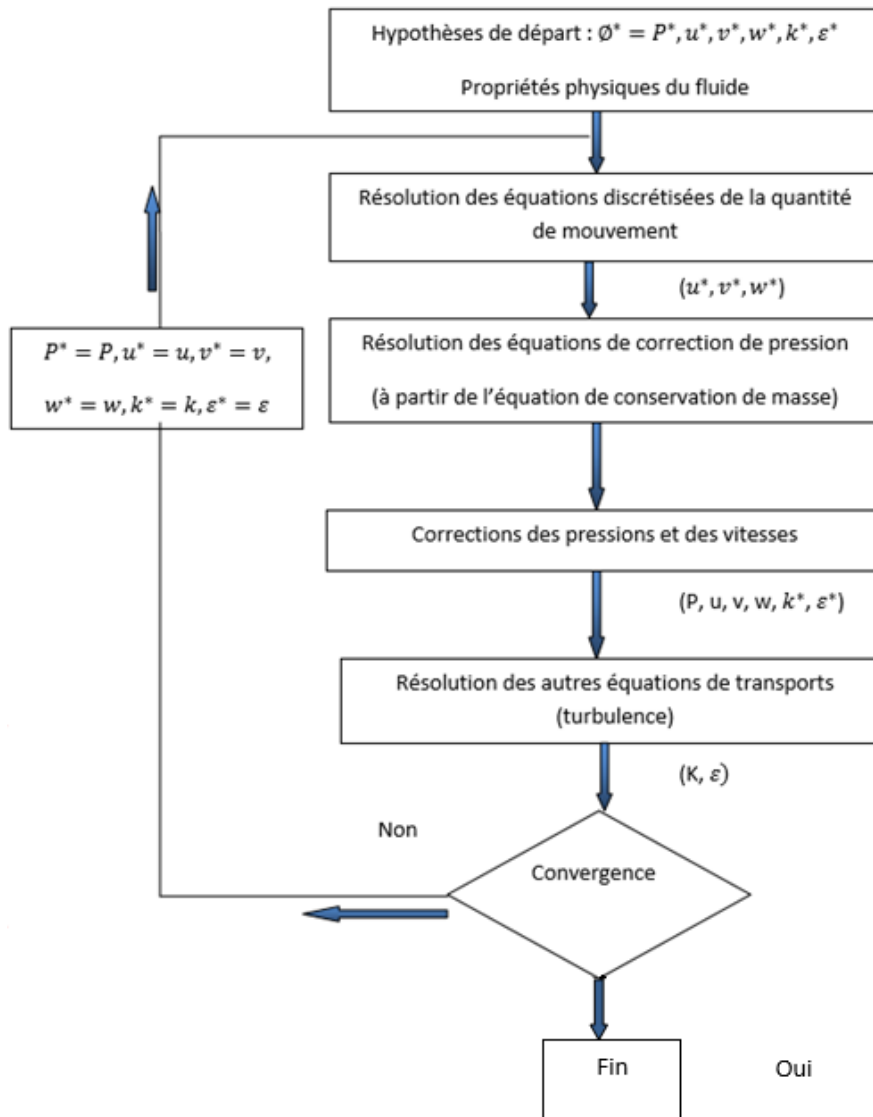


Fig.2.5. Schéma représentatif de l'algorithme SIMPLE.

« Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations » Développé par Pr Brian Spadling et S.V.Patankar Imperial College, Londres 1970 [3].

2.7-Convergence :

La convergence des calculs, solution des équations de transport, est estimée par l'utilisation de résidus normalisés, celui-ci défini pour chaque grandeur R_ϕ comme la somme dans tous les volumes de contrôles des erreurs sur le bilan de cette même grandeur R_ϕ . Permet aussi de suivre la convergence des calculs durant les itérations.

Le résidu est défini par la relation suivante :

$$R_\phi = \frac{\sum |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_c - a_p \phi_p|}{F_{in,\phi}} \quad (2.32)$$

R_ϕ : Somme absolue des résidus correspondant à la variable ϕ

$F_{in,\phi}$: Flux total à l'entrée de la variable ϕ

On teste la convergence des résultats de deux façons, les résidus normalisés doivent être inférieurs à 10^{-3} à ce niveau de calcul de l'état de convergence est considéré comme atteint, et les itérations supplémentaires ne doivent pas changer les résultats une fois la solution converge

2.8- Conditions aux limites :

Pour la résolution d'une équation de transfert thermique, des conditions initiales et aux limites adéquates sont nécessaire. Les conditions initiales spécifient les conditions thermiques aux frontières du domaine de calcul, par exemple, sur une frontière, on peut spécifier la distribution de la température, ou la distribution de la densité du flux thermique, ou transfert thermique par convection vers le fluide environnant ayant une température connue et un coefficient de température thermique aussi connu. Pour la suite on présente la représentation mathématique de trois types de conditions aux limites appelées : *température imposée, densité du flux thermique imposée et conditions à limite par convection.*

2.8.1-Température imposée « Dirichlet » :

Dans de nombreuses applications pratiques la température est considérée connue sur les frontières du domaine du calcul.

2.8.2- Densité du flux thermique imposée « Neumann » :

Dans certains, cas à la frontière d'un domaine de calcul, la densité du flux thermique est connue.

2.8.3- Convection « mixte » :

Dans plusieurs applications pratiques le transfert thermique aux frontières du domaine d'analyse est fait par convection avec un coefficient de transfert thermique h vers le fluide environnement ayant la température connue [12].

Pour résoudre les équations du modèle, il est nécessaire de données à ce modèle numérique des conditions aux limites qui définissent l'état de l'écoulement au début de la simulation.

Les paramètres des termes hydrodynamiques qui n'ont pas pu être modélisés doivent être établis par les conditions aux limites qui définissent les valeurs de ces paramètres.

Dans le code de calcul Fluent il existe plusieurs types de conditions aux limites comme condition de symétrie, entrée-sortie de l'écoulement, vitesse d'entrée (velocity inlet), vitesse de sortie (velocity outlet) conditions flux nul aux parois (Wall).

Chapitre 03 : Etude des écoulements non-isothermes dans des géométries simples

3- Etude des écoulements non-isothermes dans des géométries simples :

Avant d'appliquer les méthodes numériques aux appareils complexes, les connaissances de base doivent être présentées à l'aide de géométries simples, qui sont très importantes pour comprendre les phénomènes de l'écoulement dans les appareils complexe, de plus les différentes méthodes numériques doivent être vérifiées et validées. Pour cela on considère des géométries bidimensionnelles pour lesquelles il existe une solution analytique.

Les équations d'équilibre doivent être analysées dans une représentation stationnaire et sans dimension. Le nombre de Reynolds R_e décrit la relation entre les forces d'inertie et de viscosité. Le nombre Prandtl Pr est une valeur de matériau sans dimension qui relie les champs de température et de vitesse.

Le nombre de Prandtl est défini par la relation :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (3.1)$$

Le nombre de Péclet est donné :

$$Pe = Re Pr \quad (3.2)$$

Notre étude se limite sur le régime laminaire de l'écoulement $R_e \ll 1$, et le fluide utilisé est très visqueux $\mu = 300 \text{ kg/m.s}$, la conductivité thermique est faible, le nombre de Prandtl Pr est l'ordre de 10^7 et Péclet Pe est de l'ordre de 10^5 .

Les termes convectifs dans l'équation d'énergie sont donc décisifs d'importance pour le champ de température dans les milieux très visqueux. En outre, l'équation du mouvement et l'équation de l'énergie sont couplées via le tenseur de contrainte de frottement σ qui apparaît dans le terme de dissipation. Si la viscosité dépend de la température, les équations sont couplées des deux côtés.

Des géométries bidimensionnelles sont maintenant considérées, sur lesquelles sont vérifiées diverses méthodes numériques. Les conditions aux limites thermiques et dynamiques sont vérifiées et discutées. Enfin, les connaissances acquises sont appliquées à un véritable système couette et comparées aux données théoriques.

3.1- Ecoulement entre deux cylindres (écoulement de couette) :

Un écoulement simple est celui réalisé dans l'espace compris entre deux cylindres coaxiaux animés d'une vitesse de rotation constante dans le temps. Le cylindre extérieur (resp. intérieur) a un rayon R_e (resp. R_i) et il est entraîné à la vitesse angulaire Ω_e (resp. Ω_i). nous supposons que les cylindres sont suffisamment longs (dans la direction axiale) pour que les effets dus aux extrémités soient négligeables et pour qu'il n'y ait pas de composante axiale de la vitesse (le problème, tridimensionnel dans la réalité, est ramené à un problème plan). si l'écoulement reste stable, nous pouvons supposer que le champ de vitesse conserve la symétrie cylindrique : la vitesse est indépendante de la coordonnée azimutale θ .

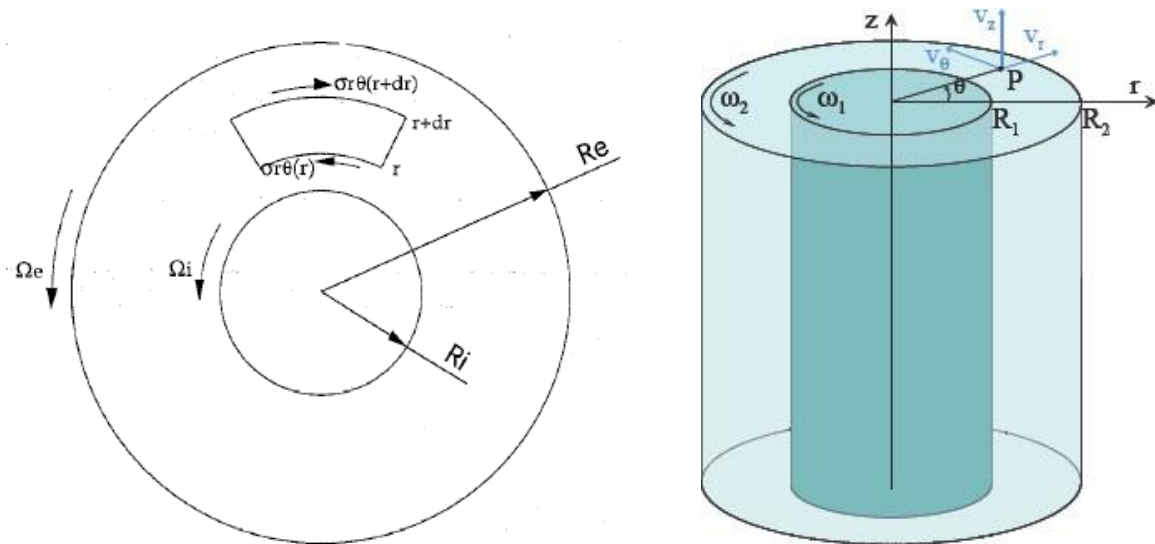


Fig.3.1. Coordonnées cylindriques z, r, θ d'un point spatial P [13].

Le mouvement est permanent ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) et à symétrie de révolution ($\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$) de sorte que le champ de vitesse et de pression est donné par $u_r(r, z), u_\theta(r, z), u_z(r, z), p(r, z)$ en coordonnées cylindriques.

3.1.1- Calcul du champ de vitesse :

La direction suivant z est supposée infinie et sans vitesse de débit de sorte que

$$u_z(r, z) = 0.$$

La condition d'incompressibilité impose alors que la composante radiale de la vitesse soit nulle.

Considérons en effet un élément de volume délimité par les rayons θ et $\theta + d\theta$ et par les cercles r et $r + dr$. Le volume net de fluide qui entre dans cet élément de volume est :

$$ru_r(r)d\theta - (r + dr)u_r(r + dr)d\theta + u_\theta(\theta)dr - u_\theta(\theta + d\theta)dr$$

Lorsque le fluide est incompressible, cet accroissement de volume est nul, ce qui conduit à :

$$\frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (3.3)$$

Le champ de vitesse étant indépendant de θ pour une raison de symétrie, l'équation conduit à :

$u_r(r, z) = C(z)/r$. Sur les parois solides en $r = R_e$ et $r = R_i$ la vitesse radiale $u_r(r = R_e, z)$ et $u_r(r = R_i, z)$ est nulle (le fluide ne peut traverser ces parois), $C(z)$ est donc nécessairement nulle dans tout l'écoulement ainsi que la composante $u_r(r, z)$. Les fonctions non nulles se réduisent à $u_\theta(r, z), p(r, z)$.

Les équations de Navier-Stokes donnent selon les trois projections :

$$-\rho \frac{u_r^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} \quad (3.4)$$

$$-0 = \mu \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right) \quad (3.5)$$

$$0 = -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.6)$$

La dernière des trois équations précédentes s'intègre immédiatement sous la forme :

$$P(r, z) = -\rho g z + f(r) \quad (3.7)$$

En introduisant ce résultat dans la première équation en projection, il vient que :

$$u_\theta^2 = \frac{r}{\rho} \frac{df}{dr} = g(r), \text{ Ce qui montre aussi que la seule composante de vitesse non nulle est}$$

une fonction de r seulement, la deuxième équation en projection est alors :

$$\frac{d^2 u_\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_\theta}{dr} - \frac{u_\theta}{r^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dr} \left(\frac{du_\theta}{dr} + \frac{u_\theta}{r} \right) = 0 \quad (3.8)$$

Soit :

$$\frac{du_\theta}{dr} + \frac{u_\theta}{r} = A \quad (3.9)$$

$$\text{Soit : } u_\theta(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (3.10)$$

Avec : $u_\theta(R_i) = \Omega_i R_i$ et $u_\theta(R_e) = \Omega_e R_e$

$$u_\theta(r) = \frac{(\Omega_i - \Omega_e) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{1}{r} + \frac{\Omega_e R_e^2 - \Omega_i R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} r \quad (3.11)$$

Avec :

$$B = \frac{(\Omega_i - \Omega_e) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad \text{et} \quad A = \frac{\Omega_e R_e^2 - \Omega_i R_i^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (3.12)$$

Si : $\Omega_i = 0$ (le cylindre extérieur tourne) :

$$u_\theta(r) = \frac{\Omega_e R_e^2 (r^2 - R_i^2)}{r(R_e^2 - R_i^2)} \quad (3.13)$$

Si : $\Omega_e = 0$ (le cylindre intérieur tourne) :

$$u_\theta(r) = \frac{\Omega_i R_i^2 (R_e^2 - r^2)}{r(R_e^2 - R_i^2)} \quad (3.14)$$

Sur toute facette de normale (\vec{r}) il existe une contrainte tangentielle de viscosité (dans la direction θ) d'expression générale :

$$\sigma_{r\theta} = \mu \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) = \mu r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) = -2\mu \frac{B}{r^2} \quad (3.15)$$

Aussi le fluide exerce sur la paroi interne du cylindre extérieur une force élémentaire tangentielle qui par unité de longueur dz vaut en module :

$$dF = |\sigma_{r\theta}(R_e)| R_e d\theta = 2\mu \frac{B}{R_e} d\theta \quad (3.16)$$

Son moment par rapport au centre du cylindre s'exprime par $d\Gamma = R_e dF$ de sorte le couple résultant vaut par unité de longueur dz :

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} 2\mu B d\theta = 4\pi\mu \frac{(\Omega_i - \Omega_e) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \quad (3.17)$$

3.1.2- Calcul du champ de température :

L'étude du champ de température dans l'écoulement Couette présente d'une importance particulière.

Pour un écoulement laminaire avec des valeurs de matériaux constantes, le champ de température est dérivé de l'équation énergétique. Le cylindre intérieur est adiabatique et l'extérieur est considéré comme isotherme. Avec une symétrie axiale, l'équation d'énergie en coordonnées cylindriques à la forme suivante :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 = 0 \quad (3.18)$$

Si : $T = T(r)$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\mu}{\lambda} \gamma^2, \quad \text{avec } \gamma = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (3.19)$$

La vitesse est donnée par l'équation. (3.21) donné :

$$u(r) = Ar + \frac{B}{r}, \quad \text{avec } \gamma^2 = \frac{4B^2}{r^4} \quad (3.20)$$

En intégrant l'équation (3.8), on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\mu}{\lambda} \int \frac{4B^2}{r^3} dr &= \frac{\mu}{\lambda} \frac{4B^2}{r^2} = \frac{\mu}{\lambda} \frac{2B^2}{r^2} + k_1 \\ \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{\mu}{\lambda} \frac{2B^2}{r^3} + \frac{k_1}{r} \\ T(r) &= \frac{\mu B^2}{\lambda r^2} + \ln(r)k_1 + k_2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial r}(r = R_i) = 0 &\rightarrow k_1 = -\frac{\mu}{\lambda} \frac{2B^2}{R_i^2} \\ T(r = R_e) = T_0 &\rightarrow k_2 = T_0 + \frac{\mu B^2}{\lambda R_e^2} - \ln(R_e) \cdot k_1 \end{aligned}$$

On obtient l'équation de la température suivante :

$$T(r) = \frac{\mu B^2}{\lambda r^2} - \ln(r) \frac{\mu}{\lambda} \frac{2B^2}{R_i^2} + \frac{\mu B^2}{\lambda R_e^2} + \ln(R_e) \frac{\mu}{\lambda} \frac{2B^2}{R_i^2} + T_0 \quad (3.22)$$

3.2- Etude de l'écoulement :

Afin de pouvoir faire une déclaration sur l'influence du maillage (nombre d'éléments) et la méthode de discrétisation sur les résultats d'un calcul numérique, des paramètres géométriques simples, pour lesquels une solution analytique existe, sont utilisés pour la validation. Les résultats numériques sont ensuite comparés à la solution analytique.

Nous nous sommes limités, dans le cadre de la préparation de notre travail au cylindre extérieur tournant $\Omega_e > 0$ avec diamètre $R_e = 0.2\text{m}$ et cylindre intérieur fixe $\Omega_i = 0$ avec diamètre $R_i = 0.1\text{m}$

Considérez que les caractéristiques de fluide (masse volumique (ρ) et la viscosité dynamique (μ) sont constantes.

On prend :

Densité ρ [kg/m^3]	Chaleur spécifique C_p [$\text{J}/\text{kg} \cdot \text{s}$]	Conductivité thermique λ [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{s}$]	Viscosité μ [$\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$]
1000	2000	0.2	300

Tab .3.1. Caractéristique de fluide utilisé.

3.2.1- Etude l'écoulement dans les coordonnées cartésiennes :

Pour l'étude l'écoulement en utilisant les trois maillages représentés sur la figure (3.2) Le modèle se compose de deux cylindres avec un rayon $R_i = 0.1\text{ m}$ pour le cylindre intérieur et $R_e = 0.2\text{ m}$ pour le cylindre extérieur. Le cylindre intérieur fixe $\Omega_i = 0$ et l'extérieur tourne avec vitesse $\Omega_e = 2\pi\text{ rad/s}$, la température de la paroi de cylindre extérieur est $T_0 = 273^\circ\text{K}$, le cylindre intérieur est adiabatique, les caractéristiques de fluide sont considérées constantes.

Notre travail se limite au 1^{ère} et 2^{ème} ordre de la méthode de discrétisation.

3.2.1.1- Maillages :

La zone d'écoulement est mise en maillage avec 5, 10 et 20 éléments dans le sens de la largeur de l'entrefer ($R_e - R_i$) (voir Fig. 3.2)

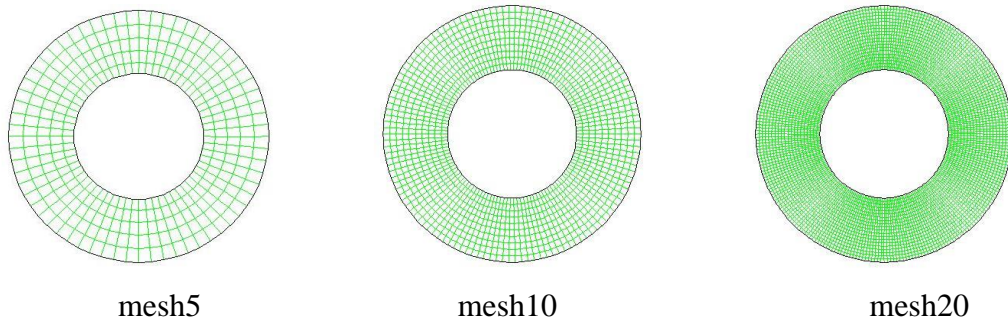


Fig. 3.2. Maillage 2D de système couette.

Le nombre des éléments de chaque maillage est donné dans le tableau suivant :

	mesh 5	mesh 10	mesh 20
Elément sur la largeur de l'écart	05	10	20
Nombre d'éléments	330	660	1240

Tab 3.2. Types du maillage utilisé

3.2.1.2- Résultats et discussions :

Pour assurer des résultats numériques plus fiables, on commence par examiner l'effet du maillage sur la solution numérique, et déduire la qualité de l'approximation de la solution, puis la validation du code utilisé dans les calculs, on compare les résultats trouvés avec les données théoriques. Ces résultats numériques sont présentés graphiquement comme suit :

3.2.1.2.1-Champ de vitesse :

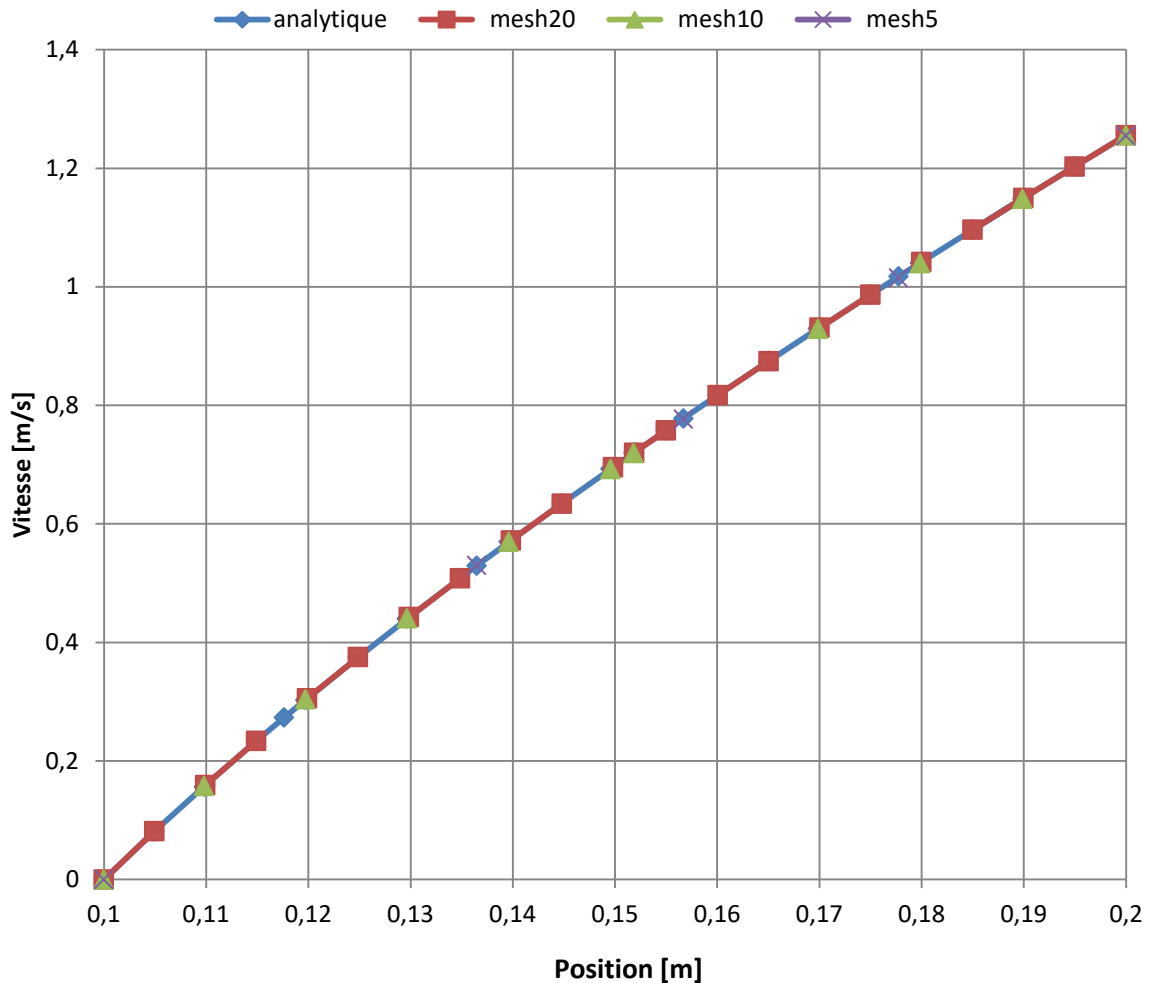


Fig 3.3. Comparaison des vitesses entre les types du maillage

$Pe = 1600000$

La figure 3.4 : représente les courbes de l'évolution des vitesses en fonction de l'enterfer ($r = R_e - R_i$) de l'écoulement non-isotherme dans un système de couette pour différents maillage (mesh5, mesh10, et mesh20). Les résultats numériques obtenus sont comparés avec la solution analytique. Ces données calculées dans les coordonnées cartésienne, model 2D. Là où nous notons les résultats sont très proches et relativement cohérent avec les résultats théoriques, et cela explique que la vitesse n'est pas liée aux types de maillage, et c'est ce qui prouve que le fluide et les cylindres sont à la même vitesse, quel que soit le type de maillage.

3.2.1.2.2-Champ de température :

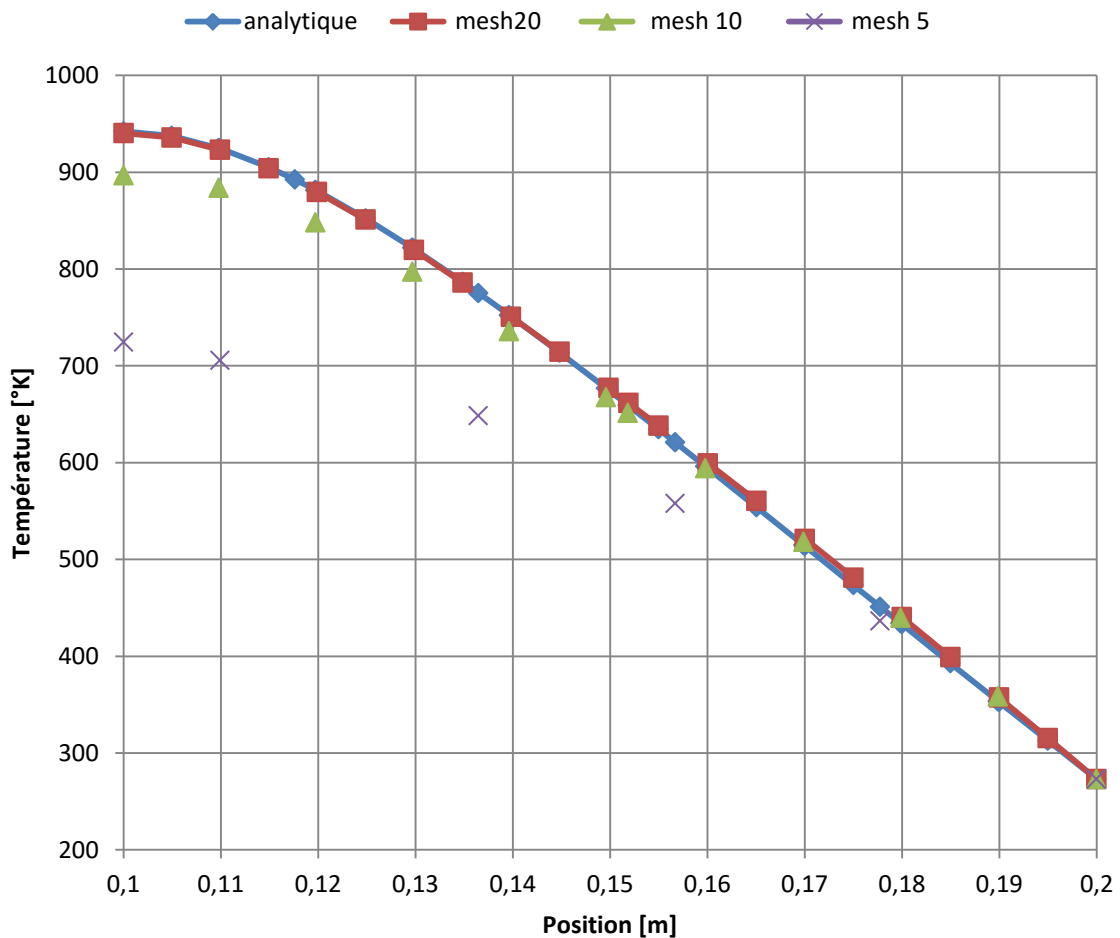


Fig 3.4. Profil de température pour différents maillages

$$P_e = 1600000$$

La figure 3.5 : représente une comparaison de la variation de température en fonction de l'entrefer ($r = R_e - R_i$) dans les différents maillages (mesh5, mesh10, mesh20) avec la température analytique de l'écoulement non-isotherme entre deux cylindres (système de couette), calculées dans les coordonnées cartésiennes model 2D, ou l'on observe plus le nombre de tranches de maillages est élevé, plus on se rapproche de la valeur de température calculée analytiquement. On peut donc conclure que plus le nombre de maillage est élevé plus on se rapproche de la valeur analytique de la température.

3.2.1.2.3- Comparaison des méthodes de discrétisation :

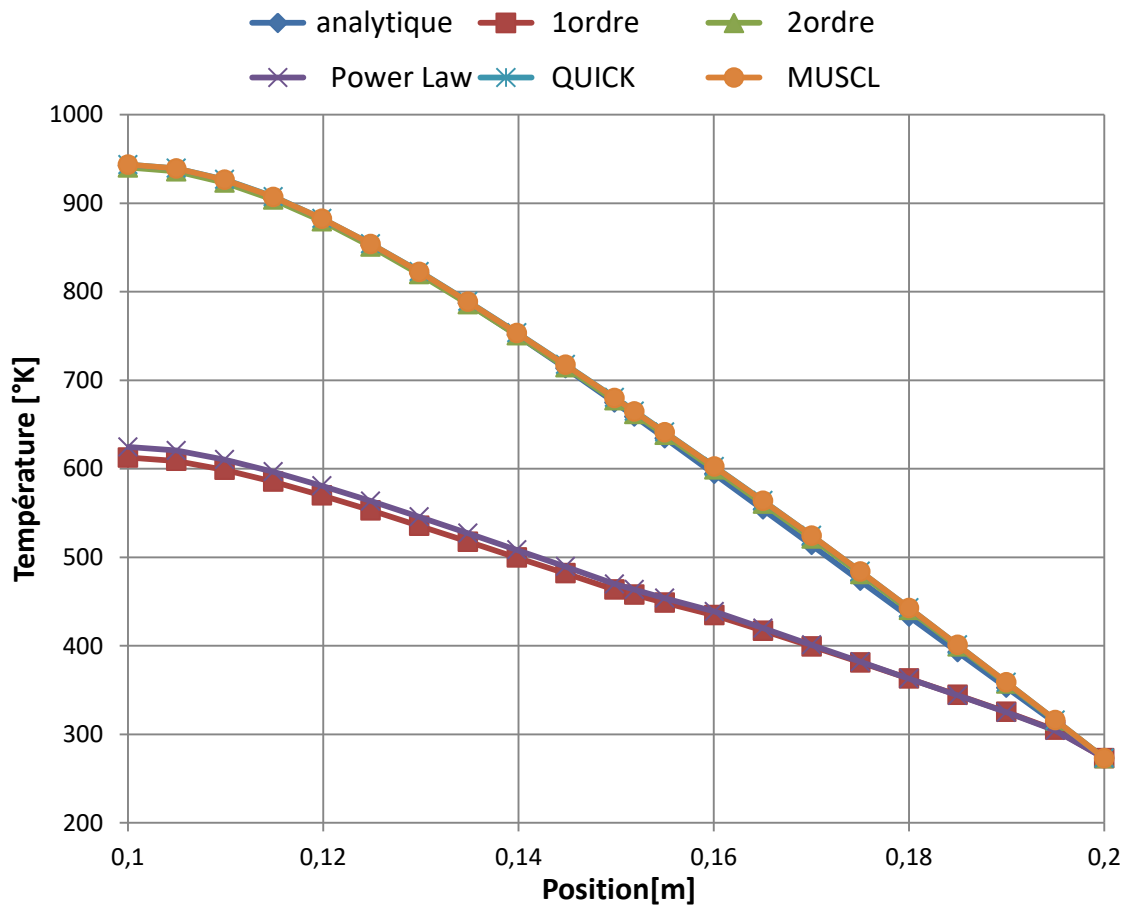


Fig 3.5. Comparaison des températures entre différents schémas de discrétisation

$$P_e = 1600000$$

La figure 3.6 : représente la comparaison de la variation de température en fonction l'entrefer ($r = R_e - R_i$) dans l'écoulement non-isotherme dans un système couette calculées dans les coordonnées cartésienne, model 2D et la température analytique dans différents schémas de discrétisation. Nous avons pris un seul maillage (mesh20) et nous avons calculé la température numériquement dans les différents schémas et comparé avec la température analytique, ou nous le notons :

- Pour les schémas de 1^{ère} ordre et power law, les résultats sont loin de valeur de la température théorique.
- Quant au maillage dans les schémas de discrétisation 2^{ème} ordre, Quick et Muscl les résultats montrent qu'il y'a une congruence dans ces résultats obtenus avec les résultats de l'analytique.

3.2.2- Etude de l'écoulement de la couette en coordonnées cylindriques :

Les caractéristiques de l'écoulement peuvent être identifiées dans les coordonnées cylindriques à l'aide du modèle d'axisymétrie swirl (2.5D), en tenant compte de la rotation. Il est important de noter que ce modèle ne calcule pas les gradients circonférentiels dans l'écoulement, ce n'est pas une limitation pour nos besoins.

Comme pour les coordonnées cartésiennes, nous allons analyser le champ de température dans le modèle ci-dessous. Nous limiterons dans les calculs aux méthodes de discrétisation Upwind du premier et du second ordre. Trois maillages sont générés et calculés avec les mêmes conditions aux limites que pour les coordonnées cartésiennes. Le tracé dans la direction radiale est comme précédemment.

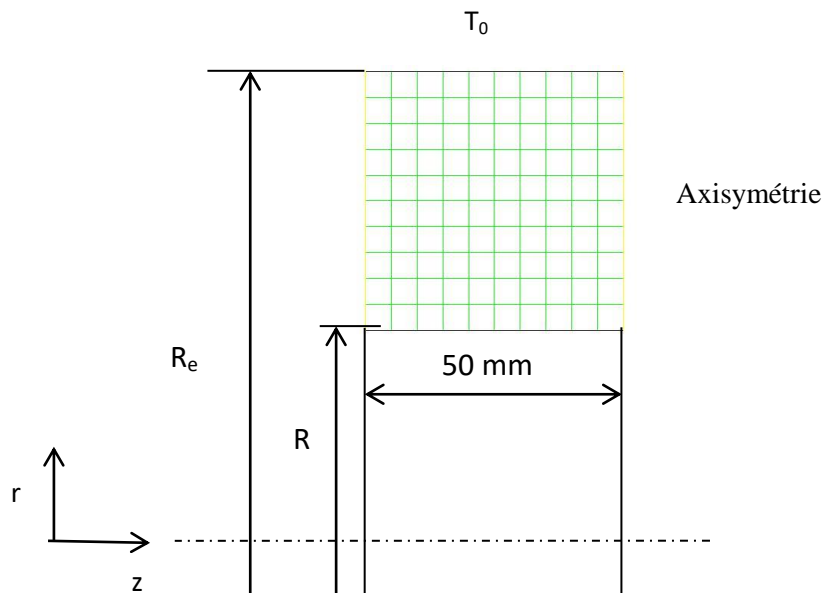


Fig 3.6. Modèle axisymétrie swirl

3.2.2.1- Maillages :

	mesh5	mesh10	mesh20
Nombre d'éléments	25	100	400

Tab 3.3. Les types du maillage

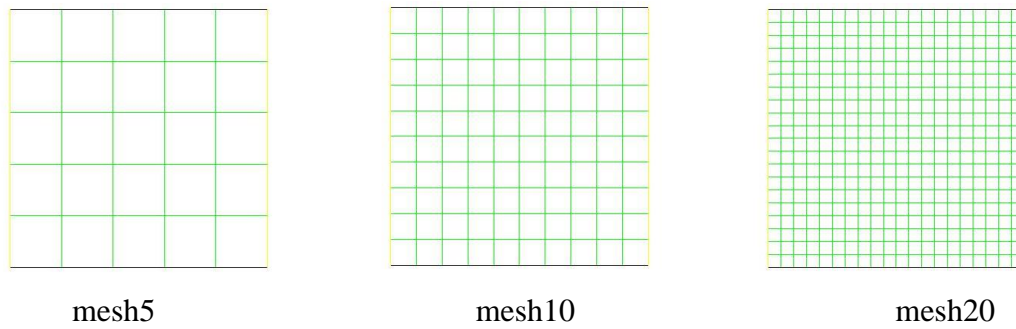


Fig 3.7. Maillage model axisymétrie swirl de système couette

3.2.2.2- Résultats et discussions :

3.2.2.2.1-Champ de vitesse :

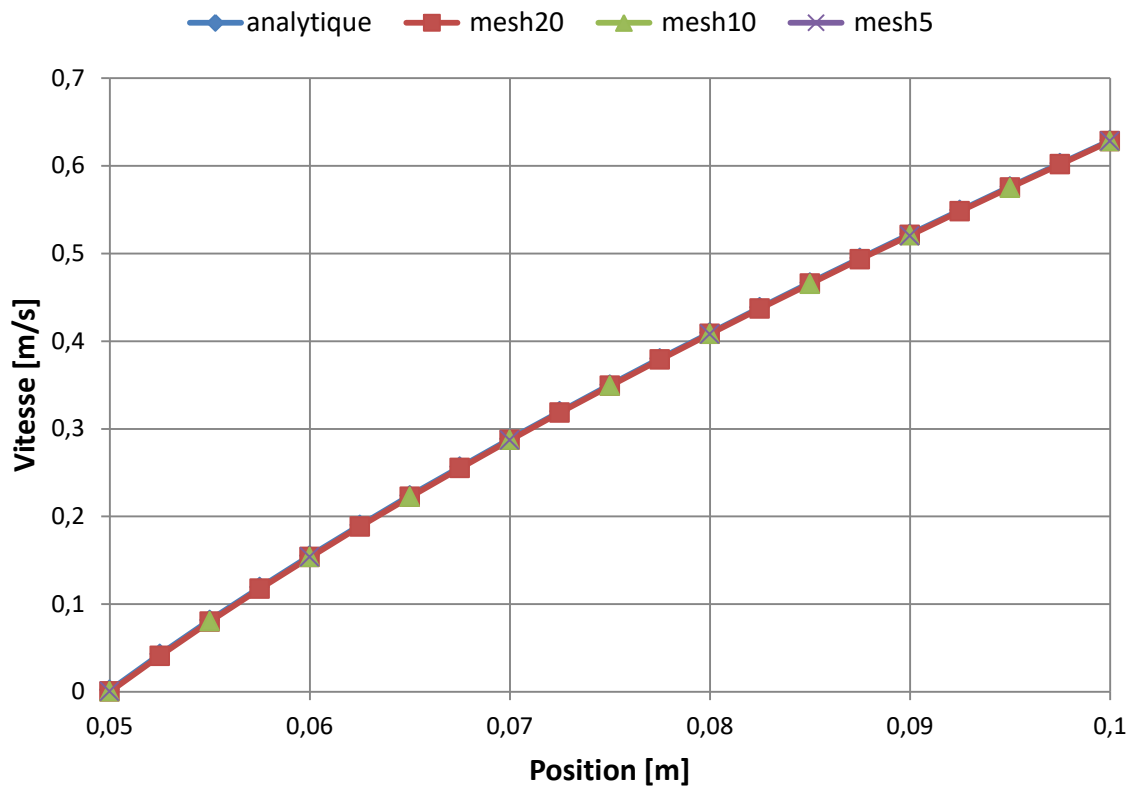


Fig.3.8.Comparaison des vitesses entre les types du maillage

$P_e = 400000$

La figure 3.8 représente l'évolution des vitesses en fonction de l'entrefer ($r = R_e - R_i$) de l'écoulement non-isotherme dans un système de couette à différents maillage (mesh5, mesh10, et mesh20) et la vitesse analytique. Ces données calculées dans les coordonnées cylindrique, model axisymétrie swirl (2.5D). Là où nous notons les résultats de tous les

maillages correspondent à ceux des résultats, et cela explique que la vitesse n'est pas liée aux types de maillage, et c'est ce qui prouve que le fluide et les cylindres sont à la même vitesse, quel que soit le type de maillage.

3.2.2.2- Champ de température :

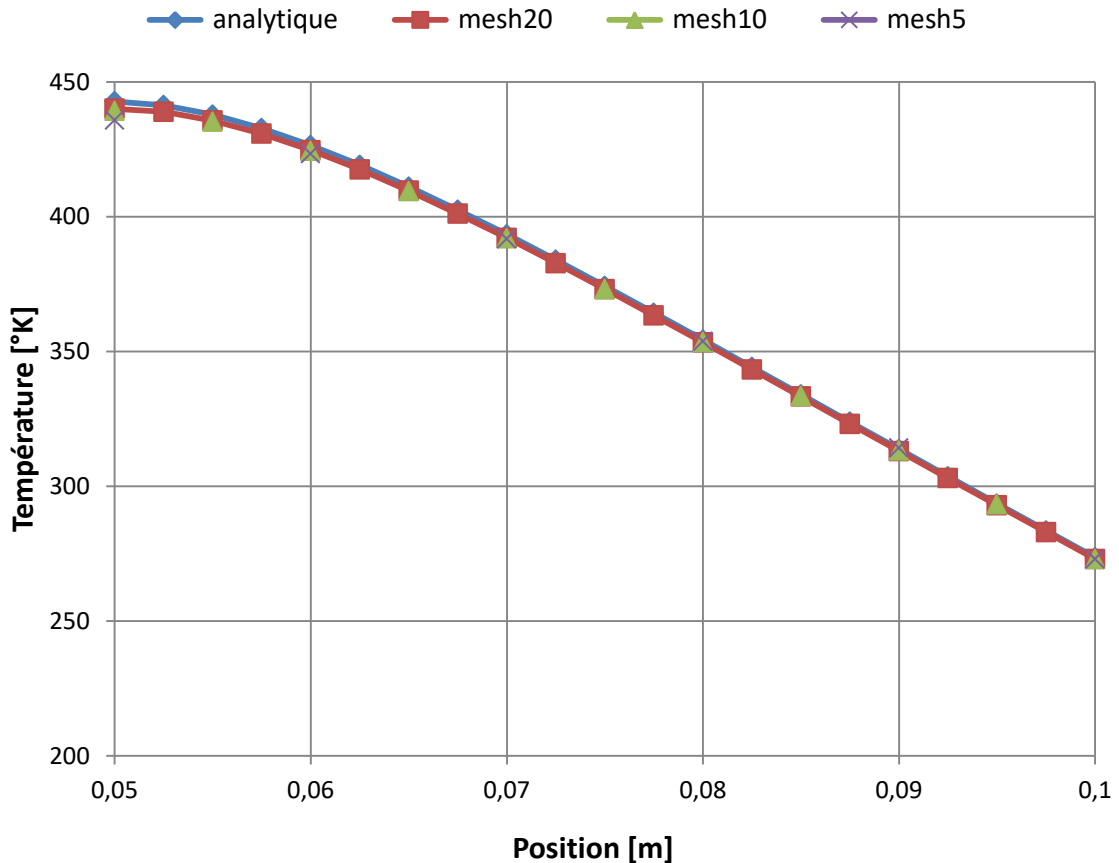


Fig.3.9. Profil de température pour différents maillages

$$P_e = 400000$$

La figure 3.9 : Les courbes représentent la comparaison des changements de la température numériques en fonction de l'entrefer ($r = R_e - R_i$) dans les différents types du maillage (mesh5, mesh10 et mesh 20) et les températures analytiques de l'écoulement non-isotherme dans un système couette, ces valeurs des températures calculés dans les coordonnées cylindriques, model axisymétrie swirl (2.5D), ou l'on note un grande convergence des résultats par rapport l'étude dans les coordonnées cartésiennes.

3.2.2.2.3- Comparaison des méthodes de discrétisation :

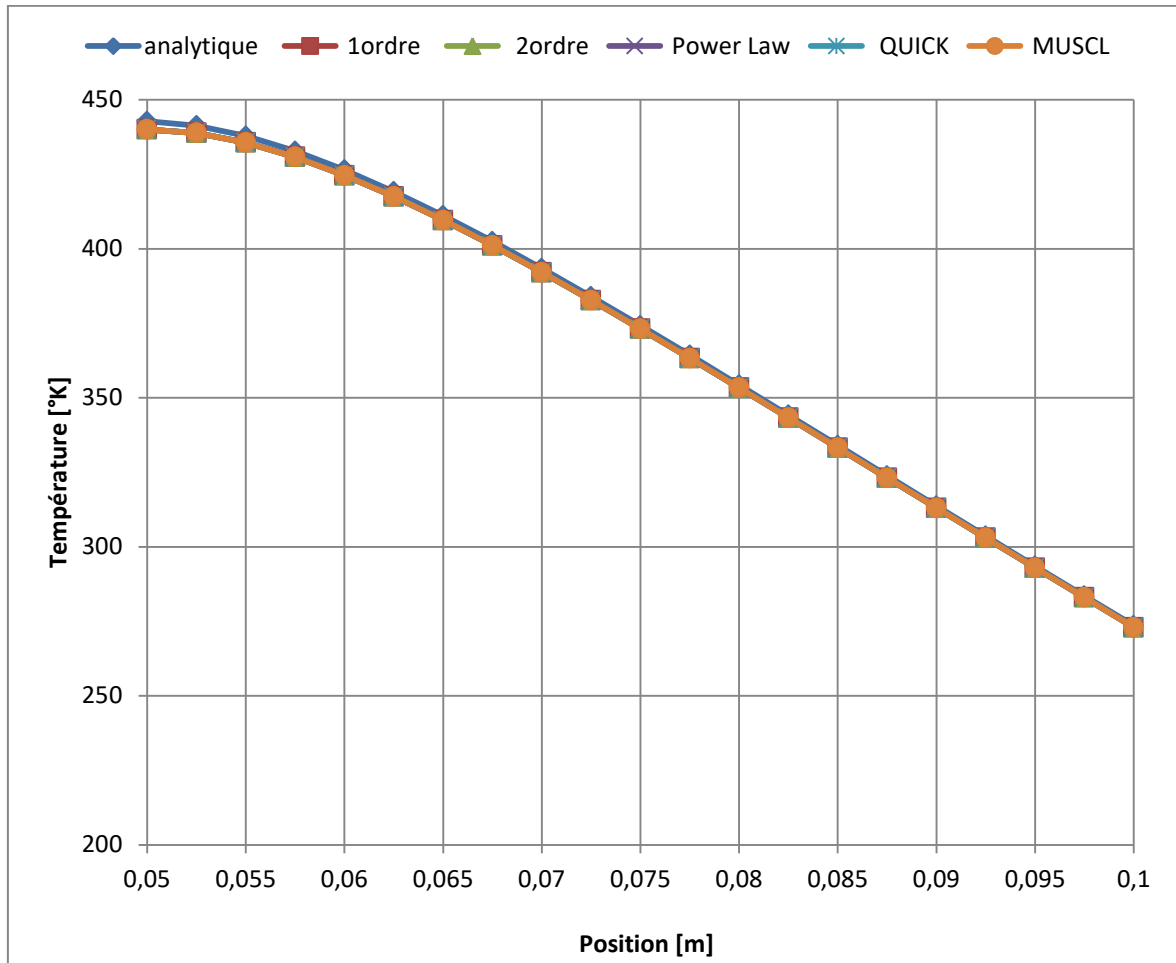


Fig. 3.10. Comparaison les températures entre différents schémas de discrétisation
 $P_e = 400000$

La figure 3.10 : représente la comparaison de la variation de température en fonction l'intrefer ($r = R_e - R_i$) dans l'écoulement non-isotherme dans un système couette calculées dans les coordonnées cylindriques, model axisymétrie (2.5D) et la température analytique dans différents schémas de discrétisation. Nous avons pris un seul maillage (mesh20) et nous avons calculé la température numériquement dans les différents schémas et comparé avec la température analytique, ou nous le notons que les courbes sont identiques et que les résultats sont très proches et plus précis par rapport l'étude dans les coordonnées cartésiennes.

3.3-Conclusion :

L'étude numérique de l'écoulement non-isotherme dans un système couette dans les coordonnées cylindrique, model axisymétrie (2.5D) donne une bonne concordance entre la solution numérique et la solution analytique et plus précise dans les résultats que l'étude dans les coordonnées cartésiennes, model 2D.

3.4-Ecoulements à surface libre dans récipients rotatif :

Les écoulements tournants à surface libre fortement concernant des domaines d'activités aussi variés que le déferlement d'une vague ou l'atomisation d'un jet. La caractérisation de tels phénomène est difficile à mener expérimentalement car les échelles spatiotemporelles mise en jeu sont souvent difficiles à atteindre. la mise en œuvre par simulation numérique directe d'un modèle d'écoulement à surface libre apparait donc comme une solution intéressante.

La résolution numérique des équations de Navier-Stoks incompressible dans leur formulaire eulérienne diphasique non-miscible nécessite le repérage de l'interface entre les différents fluides en présence. Beaucoup de méthodes ont été employée pour trouver l'allure de la surface libre. Parmi ces méthodes la méthode de VOF (volume of fluid), que nous utiliserons dans l'étude de l'écoulement à surface libre dans récipients rotatif.

3.4.1-Calcul pression dans les fluides tournants :

Un flacon cylindrique ouvert, contient un liquide de volumique ρ . on fait tourner le flacon autour de son axe à la vitesse angulaire Ω . ce liquide n'est donc pas au repos dans le référentiel du laboratoire. Cependant, après un régime transitoire qui dépend de la viscosité du liquide, celui-ci- tourne de façon solide à la même vitesse angulaire que le cylindre. Ainsi, dans le référentiel lié au cylindre, le liquide est au repos. On raisonnera donc ce référentiel tournant (noté \mathbf{R}') munis d'un système de coordonnée cylindriques.

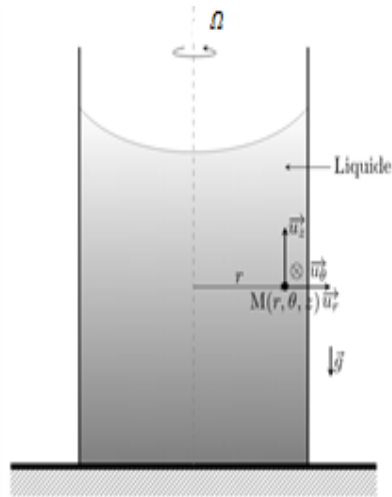


Fig.3.11. Liquide en rotation [14]

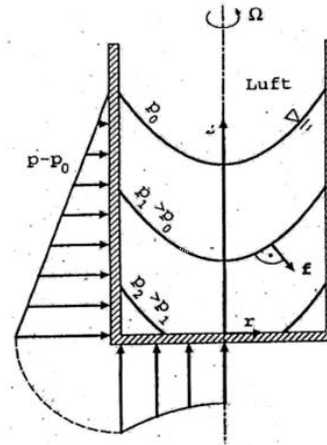


Fig.3.12. Les lignes isobares [1]

3.4.1.1-Bilan des forces :

Le référentiel n'étant galiléen, il faut tenir compte des forces d'inertie :

Tout d'abord, la force de Coriolis :

$$\vec{f}_{ic} = -2\rho\vec{\Omega} \wedge \vec{v} (M/R') = 0, \quad \text{car } \vec{v}(M/R') = \vec{0} \quad (3.23)$$

La d'entraînement (ou force centrifuge) vaut :

$$\vec{f}_{ie} = \rho r \Omega^2 \vec{u}_r \quad (3.24)$$

La force volumique de pesanteur vaut :

$$\vec{f}_g = \rho \vec{g} \quad (3.25)$$

L'équation de la statique des fluides donne donc :

$$\rho r \Omega^2 \vec{u}_r + \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p = \vec{0} \quad (3.26)$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho r \Omega^2 & \rightarrow p = \frac{\rho \Omega^2 r^2}{2} + f(z) \\ \frac{\partial p}{r \partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g & \text{et } \frac{\partial p}{\partial z} = f'(z) \Rightarrow f(z) = -\rho g z + C^{te} \end{cases} \quad (3.27)$$

Finalement la pression dépend de la distance à l'axe r et de z :

$$p(r, z) = \frac{\rho r^2 \Omega^2}{2} - \rho g z + C^{te}, \quad C^{te} = p(0,0) \quad (3.28)$$

$$p(r, z) = \frac{\rho r^2 \Omega^2}{2} - \rho g z + p(0,0) \quad (3.29)$$

La surface libre étant une surface isobare, elle obéit à l'équation :

$$z = z_0 + \frac{\Omega^2}{2g} r^2, \quad z_0 = \frac{p_0 - p}{\rho g} \quad (3.30)$$

$$z = \frac{\Omega^2}{2g} r^2 + \frac{p_0 - p}{\rho g} \quad (3.31)$$

La surface libre adopte une forme parabolique d'axe de révolution symétrique par rapport à l'axe de rotation (OZ).

3.4.2-Méthode VOF (volume of fluid):

La méthode VOF est une méthode puissante pour un fluide à deux ou plusieurs phases non miscibles (par exemple : liquide et gaz), utilisant le remplissage des cellules de calcul pour déterminer l'évolution temporelle du fluide dans un domaine maillé. Cette méthode a été développée par Hirt et Nichols dans les années 80 [15].

Elle résolve un ensemble simple d'équations de quantité de mouvement en dépistant la fraction volumique de chacun des fluides dans tout le domaine. Les limites de ce modèle sont :

- Aucune cellule ne doit être vide (présence obligatoire d'une ou plusieurs phases combinées).
- Une seule phase seulement peut être compressible mais pas les deux.
- Les écoulements périodiques ne peuvent être simulés lorsqu'on active le modèle VOF (incompatibilité).
- Ce modèle ne prend pas en compte actuellement ni mélange ni réaction.

Le code de calcul FLUENT dispose de quatre schémas numériques pour localiser l'interface (liquide-air par exemple) : Euler Explicite, implicite, reconstruction-géométrique (géométrie-reconstruction), donneur accepteur (donor-acceptor).

En régime transitoire, l'utilisation des méthodes VOF implique la donnée du nombre de courant. C'est un nombre sans dimension qui compare le pas de temps de calcul Δt au temps caractéristique durant lequel un élément fluide transite à travers le volume de contrôle.

3.4.2.1-Principe de la méthode VOF :

La méthode VOF, particulièrement adaptée pour simuler les écoulements à interfaces fortement déformées, consiste à définir à chaque instant la position de la surface libre de l'écoulement. On utilise pour cela une fonction discrète qui représente dans chaque cellule la fraction volumique de métal liquide par rapport au volume total de la cellule. Les cellules liquides et gazeuses (air) sont définies respectivement par $C_k=1$ et $C_k = 0$, et l'interface liquide-air est représentée dans une cellule mixte par une valeur de C_k comprise strictement entre 0 et 1 (voir Fig 3.13)

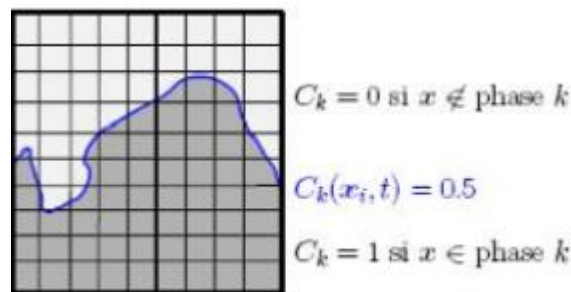


Fig 3.13 Méthode VOF [16]

Comme les marqueurs, la fonction C_k est advectée par le champ de vitesse u . Dans le cas des écoulements incompressibles, l'équation d'advection de C_k donne [17]

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} + u \cdot \nabla C_k = 0 \quad (3.32)$$

L'équation d'advection (3.32) possède deux particularités : elle est hyperbolique et conservative. De nombreux travaux portent sur la discrétisation de ce type d'équation. Ils montrent entre autre qu'une discrétisation conservative de cette équation permet d'assurer la conservation de la masse. Malheureusement le transport d'une discontinuité s'avère délicat du fait de la diffusion numérique des schémas numériques responsables d'un

étalement de la fonction C_k . Il est en effet impossible de transporter et de conserver au cours du temps une discontinuité. Pour contourner cette difficulté, des algorithmes de reconstruction géométrique ont été imaginés pour repérer la position de l'interface à l'intérieur des mailles comportant $\nabla C_k \neq 0$. De nombreux algorithmes de reconstruction plus ou moins complexes ont été développés ces dernières années. On trouvera une revue des méthodes de reconstruction dans [14].

3.4.2.2-Calculs équilibrés et transitoire de la méthode VOF :

La formulation de la méthode VOF se fonde sur le fait que deux ou plusieurs fluides (ou phases) n'interpénètrent pas. Pour chaque phase supplémentaire que nous ajoutons à notre modèle, une variable est introduite. En chaque volume de contrôle, les fractions volumiques de toutes les phases sont sommées à l'unité. Les champs pour toutes les variables et propriétés sont partagés par les phases et représentent des valeurs volumiques moyennes, la fraction volumique de chacune des phases est connue à chaque emplacement. Ainsi les variables et les propriétés en n'importe quelles cellules données sont purement représentant d'une des phases, ou représentent d'un mélange des phases, selon les valeurs de la fraction volumique. En d'autres termes, si la fraction volumique du $k^{\text{ième}}$ fluide dans la cellule est notée par C_k elle peut prendre une des cas suivant [18-19] :

- $C_k=0$: la cellule est vide (du $k^{\text{ième}}$ fluide) ;
- $C_k=1$: la cellule est pleine (du $k^{\text{ième}}$ fluide) ;
- $0 < C_k < 1$: la cellule contient l'interface entre le fluide $k^{\text{ième}}$ et un ou plusieurs autres fluides.

Avec :

$$C_k = \frac{\partial \Omega_k}{\partial \Omega_{\text{maille}}} \quad (3.33)$$

$\partial \Omega_{\text{maille}}$ représente le volume total de la maille de calcul et $\partial \Omega_k$ le volume de la partie de la maille occupée par la phase k . Basé sur la valeur locale du C_k , les propriétés et les variables appropriées seront assignés à chaque volume de contrôle dans le domaine.

3.4.2.3-Equation de la fraction volumique :

Le cheminement de l'interface (s) entre les phases est accompli par la solution d'une équation de continuité pour la fraction volumique d'une (ou plus) des phases. Pour la $k^{\text{ième}}$ phase, cette équation à la forme :

$$\frac{1}{\rho_k} \left[\frac{\partial}{\partial t} (C_k \rho_k) + \nabla \cdot (C_k \rho_k \vec{v}_k) \right] = S_{Ck} + \sum_{p=1}^n (m_{pk} - m_{kp}) \quad (3.34)$$

Ou m_{kp} est le transfert de masse à partir de la phase k à la phase p et m_{pk} est le transfert de masse à partir de la p à la phase k . par défaut, la limite de sources du côté droit de l'équation (3.34), S_{Ck} est zéro, mais nous pouvant spécifier une source de masse constante ou définie par l'utilisateur pour chaque phase. L'équation de la fraction volumique ne sera pas résolue pour la phase primaire, la fraction volumique de la phase primaire sera calculée est sur la contrainte suivante :

$$\sum_{k=1}^n C_k = 1 \quad (3.35)$$

L'équation de la fraction volumique peut être résolue par la discrétisation implicite ou explicite de temps.

3.4.3.2.1-Schéma implicite :

Quand le Schéma implicite est employé pour la discrétisation temporaire, le schéma d'interpolation en différences finies, QUICK, second ordre en amont et le premier ordre en amont (Upwind), et les schémas modifiés de HRIC (High Resolution Interface Capturing). Sont employés pour obtenir les flux de face pour toutes les cellules, y compris ceux d'interface voisine.

$$\frac{\rho_k^{n+1} - C_k^n \rho_k^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_k^{n+1} U_f^{n+1} C_{kf}^{n+1}) = [S_{Ck} + \sum_{p=1}^n (m_{pk} - m_{kp})] V \quad (3.36)$$

Puisque l'équation (3.36) exige les valeurs de la fraction volumique à l'étape actuelle du temps (plutôt qu'à l'étape précédente, comme pour le schéma explicite), une équation de transport scalaire est résolue de manière itérative pour chacune des fractions volumiques de la phase secondaire à chaque pas de temps.

3.4.3.2.2-Schéma explicite :

Dans l'approche explicite, les schémas d'interpolation de différence finie, sont appliqués aux valeurs de la fraction volumique qui ont été calculés au pas de temps précédente.

$$\frac{C_k^{n+1} \rho_k^{n+1} - C_k^n \rho_k^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_k^n U_f^n \alpha_{kf}^n) = [S_{Ck} + \sum_{p=1}^n (m_{pk} - m_{kp})] V \quad (3.37)$$

L'équation (3.37) n'exige pas la solution itérative de l'équation de transport au cours de chaque pas de temps, par contre elle est nécessaire pour le schéma explicite.

3.4.2.4- Interpolation près de l'interface :

Dans un volume de contrôle donné, les flux de diffusion et convection à travers les faces sont calculés et équilibrés avec les termes sources dans ce même volume. On dispose de plusieurs schémas connus pour le calcul des flux à travers les faces d'un volume de contrôle. Les schémas les plus utilisés dans les modèles VOF sont : le schéma de la reconstitution géométrique, le schéma donneur-accepteur, le schéma explicite et le schéma implicite. Ainsi, une interface peut être calculée de différentes manières dont celles présentées à la figure (3.14).

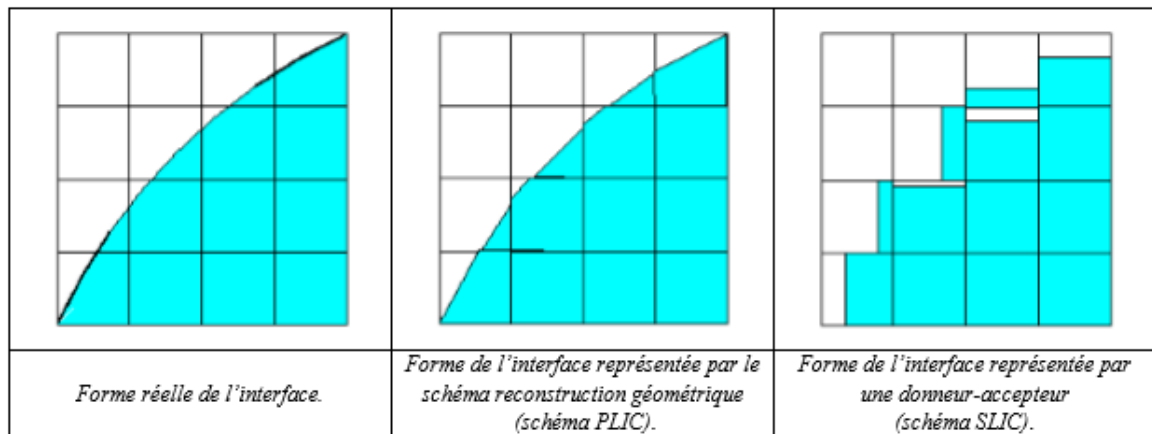


Fig.3.14. différentes formes de l'interface pour le calcul VOF [15].

L'application standard du VOF se fait surtout pour les écoulements à surface libre ou autour d'un obstacle. Néanmoins, il est de plus en plus utilisé dans les codes de calculs des écoulements cavitants. La différence entre les divers modèles VOF consiste dans la façon de calculer la forme géométrique de l'interface dans une cellule. On peut citer le VOF SLIC (Simple line interface calculation) dans lequel la reconstitution de l'interface se fait

par des segments horizontaux ou verticaux), le VOF PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) dans lequel reconstitution de l'interface est effectuée par des lignes droites d'inclinaisons arbitraires déduites de la distribution du liquide dans les cellules avoisinantes.

3.4.2.4.1-Schéma reconstruction-géométrique :

Dans l'approche reconstruction-géométrique, les schémas d'interpolation sont employés pour obtenir les flux de face toutes fois qu'une cellule est complètement remplie d'une phase ou d'une autre. Quand la cellule est près de l'interface entre deux phases, le schéma reconstruction-géométrique est employé. Le schéma reconstruction-géométrique utilise l'approche Piecewise-Linear pour représente l'interface entre les fluides. Dans le code de calcul FLUENT, ce Schéma est le plus précis et s'applique pour les mailles non structurées. le schéma reconstruction-géométrique est généralisé pour les mailles non structurés [Travail de Youngs 30].il suppose que l'interface entre deux fluides a une pente linéaire dans chaque cellule, et emploie cette forme linéaire pour le calcul de d'advection du fluide par les faces de cellules (Fig3.14).

La première étape dans ce schéma de reconstruction calcul la position de l'interface linéaire relativement au centre de chaque cellule partiellement remplie, basé sur des informations sur la fraction volumique et ses dérivés dans la cellule. La deuxième étape calcul la quantité advecté de fluide par chaque face en utilise la représentation et l'information linéaire calculée d'interface sur la distribution normale et tangentielle de vitesse sur la face.la troisième étape calcule la fraction volumique en chaque cellule en utilisant l'équilibre des flux calculés pendant l'étape précédente.

3.4.2.4.2-Schéma donneur-accepteur :

Dans l'approche donneur-accepteur [15], les arrangements sont employés pour obtenir les flux de face toutes les fois qu'une cellule est complètement remplie d'une phase ou d'une autre. Quand la cellule est près de l'interface entre deux phases, le schéma donneur-accepteur est employé pour déterminer la quantité de fluide advectée par la face. Ce schéma identifié une cellule en tant que »donneur » d'une quantité de fluide d'une phase et une cellule (voisine) différence comme »accepteur » de cette même quantité de fluide, et est employé pour empêcher la diffusion numérique à l'interface.

La quantité de fluide d'une phase qui peut être convecté à travers une frontière de cellules est limitée d'un minimum de deux valeurs : le volume rempli dans la cellule « donneur » ou le volume libre dans la cellule « accepteur ». L'orientation de l'interface est également employée en déterminant les flux de face. L'orientation d'interface est horizontale ou verticale, selon la direction du gradient de fraction volumique de la $k^{\text{ième}}$ phase dans la cellule, et celle de la cellule voisine qui partage la face en question.

3.4.2.5- Propriétés des matériaux :

Les propriétés apparaissant dans les équations de transport sont déterminées par la présence des phases composantes en chaque volume de contrôle. Dans un système biphasé, par exemple, si les phases sont représentées par l'indice inférieur 1 et 2, et si la fraction volumique de la seconde de ces derniers est dénotée, la densité en chaque cellule est indiquée comme [20,21] :

$$\rho = C_2 \rho_2 + (1 - C_2) \rho_1 \quad (3.38)$$

En générale, pour un système de n phases, la fraction volumique moyenne présentée sous la forme suivante :

$$\rho = \sum C_k \rho_k \quad (3.39)$$

➤ Remarque :

Toutes autres propriétés (par exemple : viscosité) sont calculées de cette manière :

$$\mu = C_2 \mu_2 + (1 - C_2) \mu_1 \quad (3.40)$$

3.4.3- Etude d'écoulements à surface libre dans récipients rotatif :

Pour l'étude de l'écoulement à surface libre on utilise la méthode de volume of fluide (VOF) pour tracer la variation de l'interface liquide-air. On considère le maillage représenté sur la figure (3.14). Le modèle se compose d'un cylindre ouvert de diamètre $d_i = 0.1\text{m}$ et de hauteur $H_i = 0.13\text{m}$ rempli avec un liquide de masse volumique $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ à la hauteur $H_f = 0.08\text{m}$. On fait tourner le cylindre autour de son axe à la vitesse angulaire $\Omega = 2\pi\text{ rad/s}$. Ce liquide n'est donc pas au repos. Cependant, après un régime transitoire qui dépend de la viscosité du liquide, celui-ci tourne de façon solide à la même vitesse angulaire que le cylindre. Ainsi, dans le référentiel lié au cylindre, le liquide est au repos. On raisonnera donc ce référentiel tournant muni d'un système de coordonnées cylindrique.

Dans cette simulation, on utilise le model axisymetrique-swirl (2.5D).

Le paramètre du contrôle physique de système c'est le nombre de Reynolds Re .

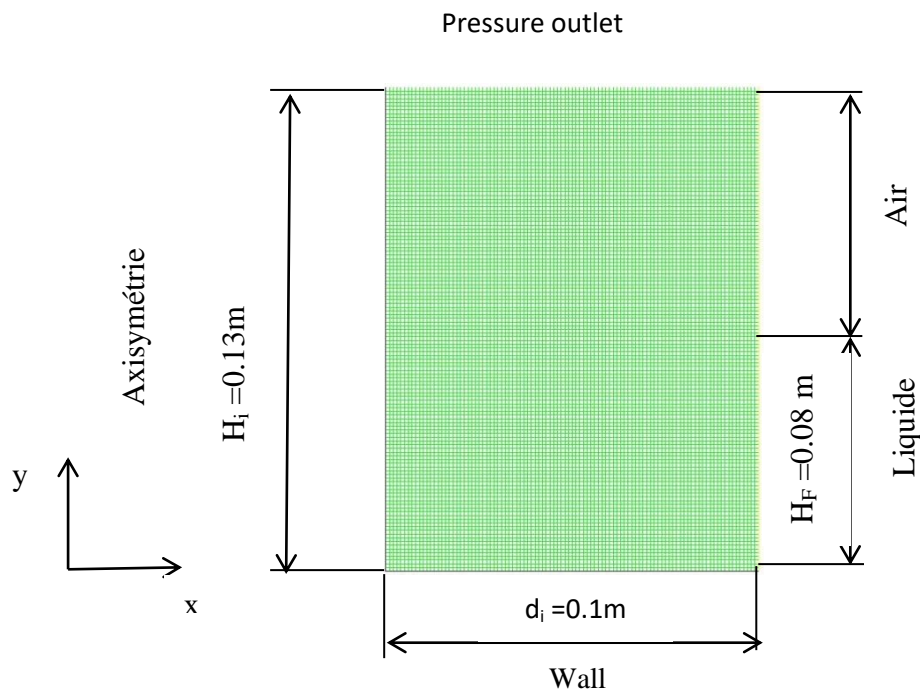


Fig 3.15. Maillage du problème avec de surface libre

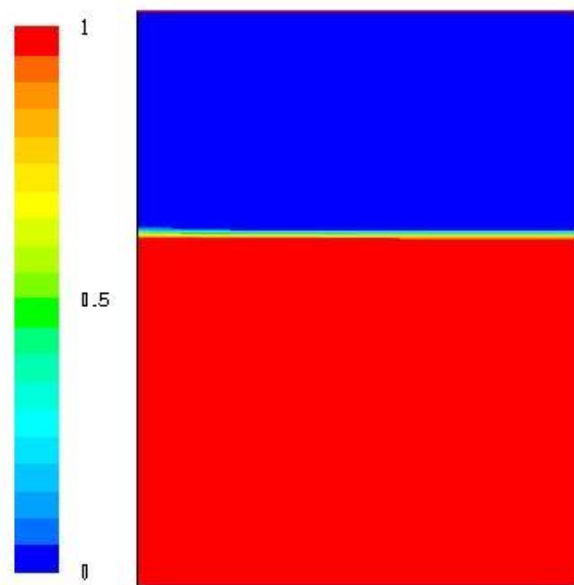


Fig 3.16 La fraction volumique à l'instant $t=0\text{ s}$

3.4.3.1-Résultats et discussions :

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'étude numérique d'écoulement laminaire instationnaire avec surface libre dans l'écoulement d'un récipient rotatif. On calcul la

hauteur z en fonction de rayon R pour voir l'influence de la pression sur le profil de l'écoulement.

a)- La fraction volumique de liquide, $\mu = 0.01 \text{ kg/m.s}$, $R_e = 6\,280$:

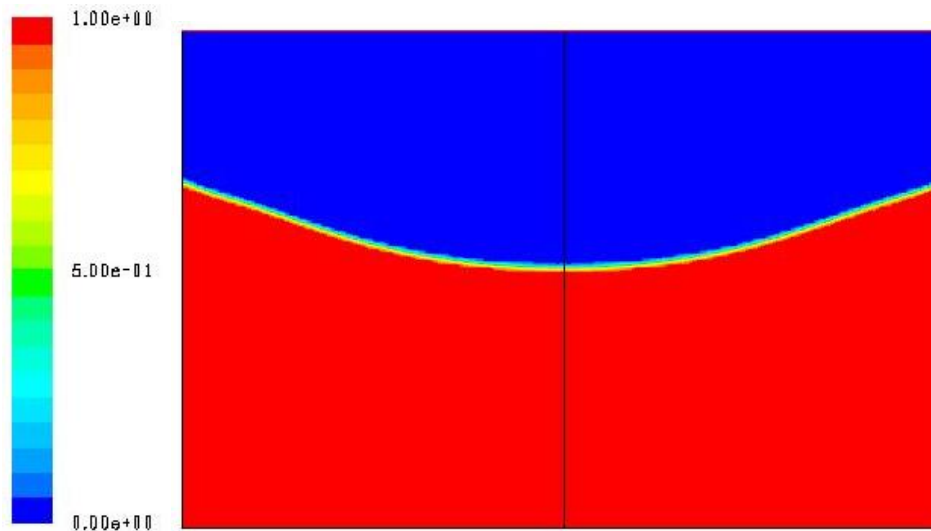


Fig.3.17. Contours de phase liquide à l'instant $t = 1\text{s}$,

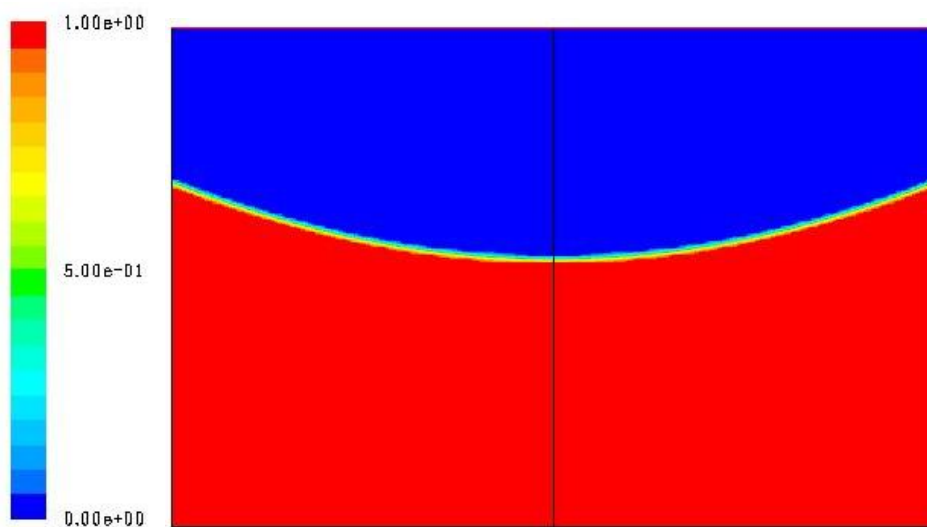


Fig.3.18. Contours de phase liquide à l'instant $t = 2\text{s}$,

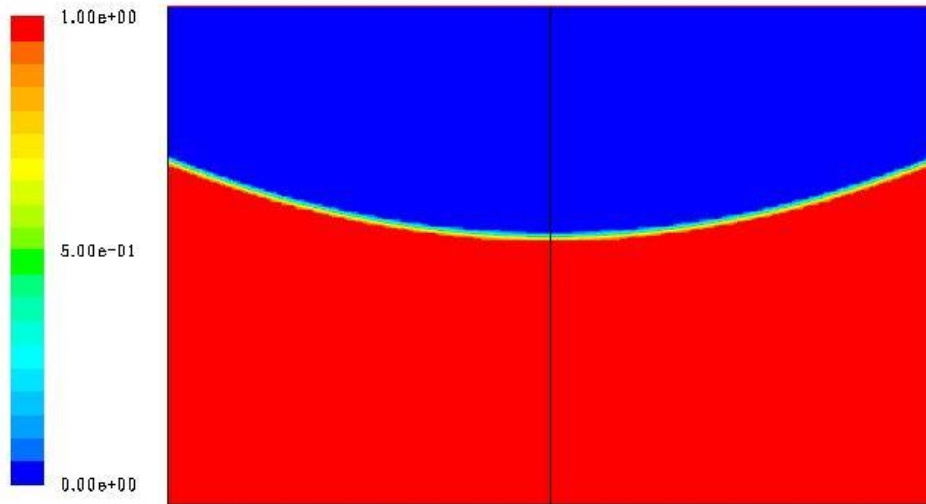


Fig.3.19. Contours de phase liquide à l'instant $t=3s$

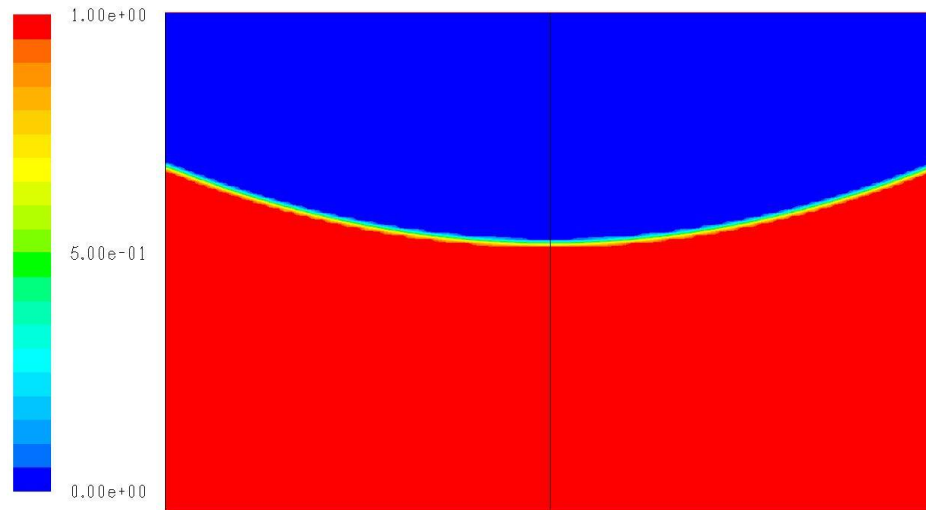


Fig.3.20. Contours de phase liquide à l'instant $t=4s$

b)- La fraction volumique de liquide , $\mu = 1 \text{ kg/m.s}$, $R_e = 62.8$:

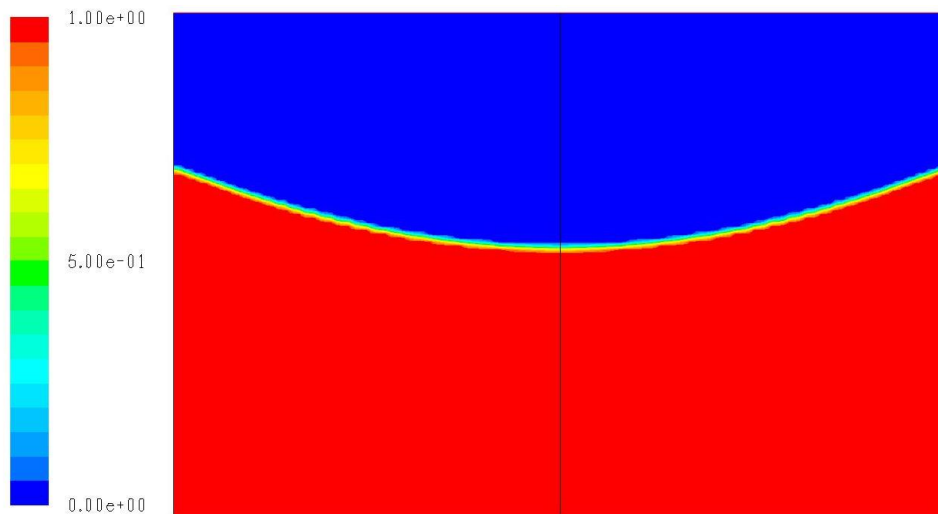


Fig.3.21. contours de phase liquide à l'instant $t=1\text{s}$

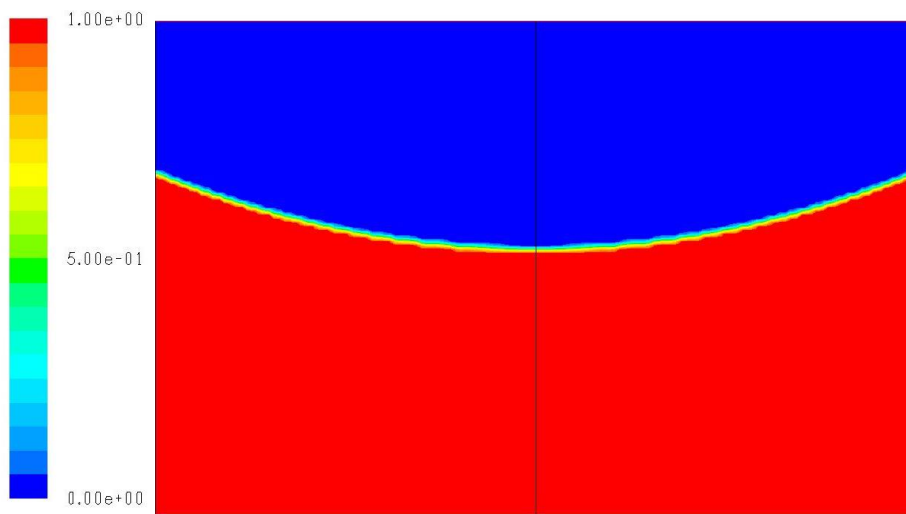


Fig.3.22. Contours de phase liquide à l'instant $t=2\text{s}$

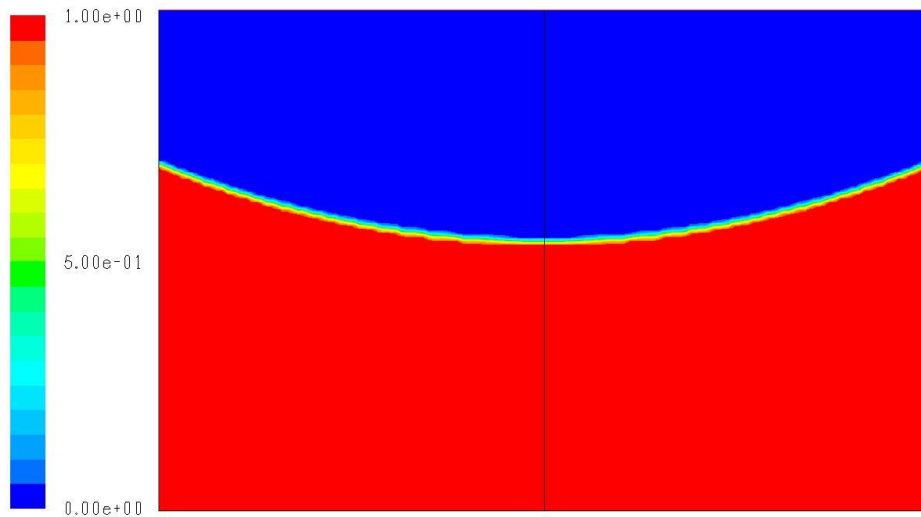


Fig.3.23. Contours de phase liquide à $t=4s$

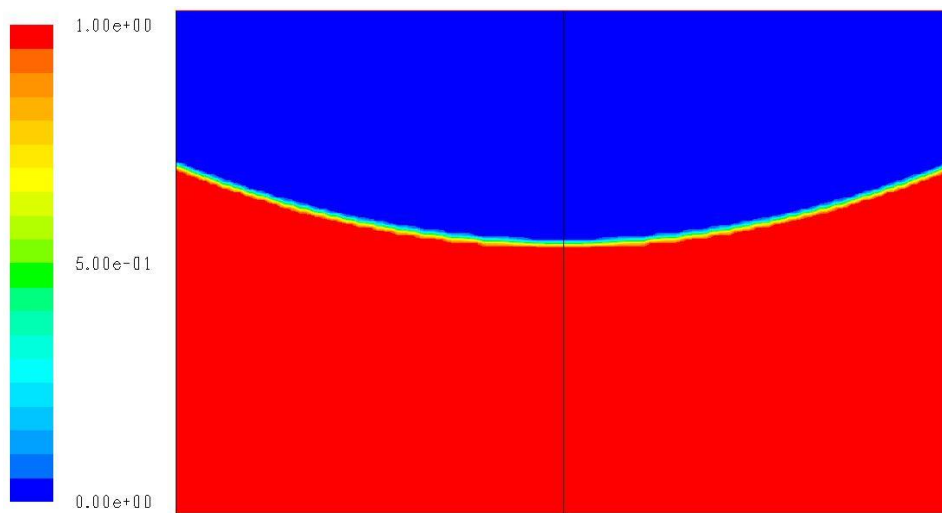


Fig.3.24. contours de phase liquide à l'instant $t=6s$

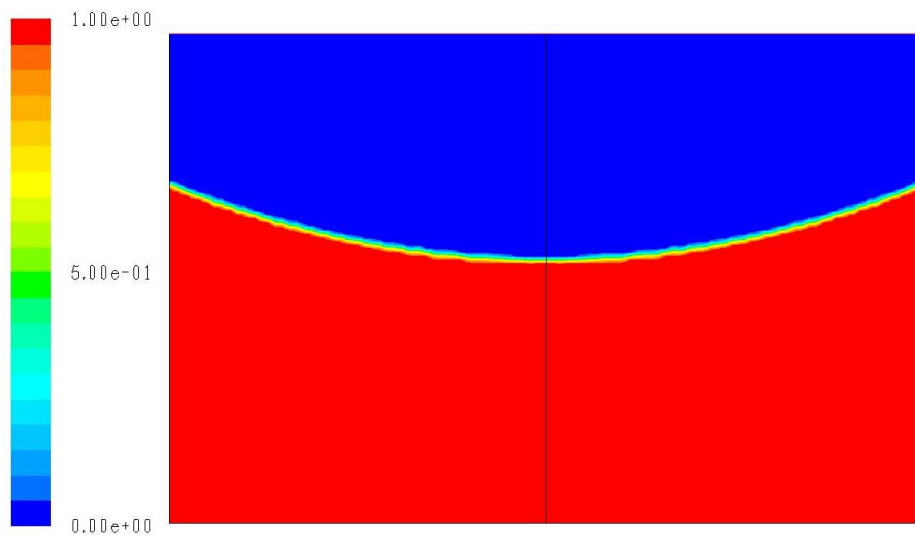


Fig.3.25. contours de phase liquide à l'instant $t=8s$

c)- La fraction volumique de liquide , $\mu = 10 \text{ kg/m.s}$, $Re = 6.28$:

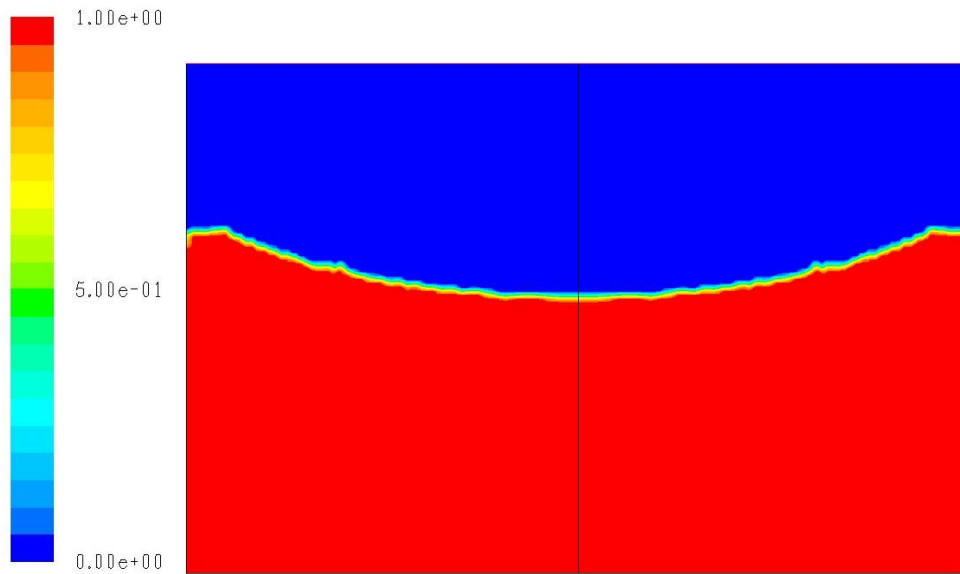


Fig.3.26. Contours de phase liquide à l'instant $t = 1 \text{ s}$

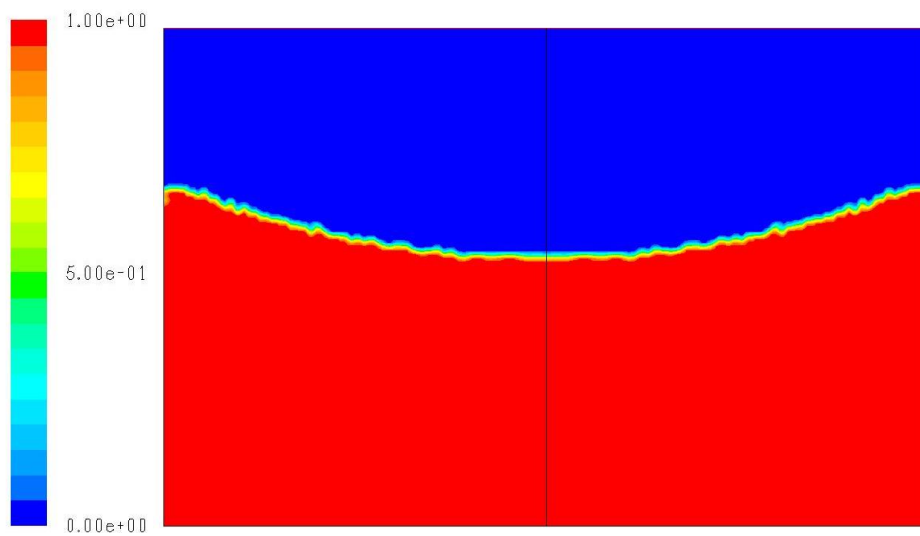


Fig.3.27. Contours de phase liquide à l'instant $t = 2 \text{ s}$

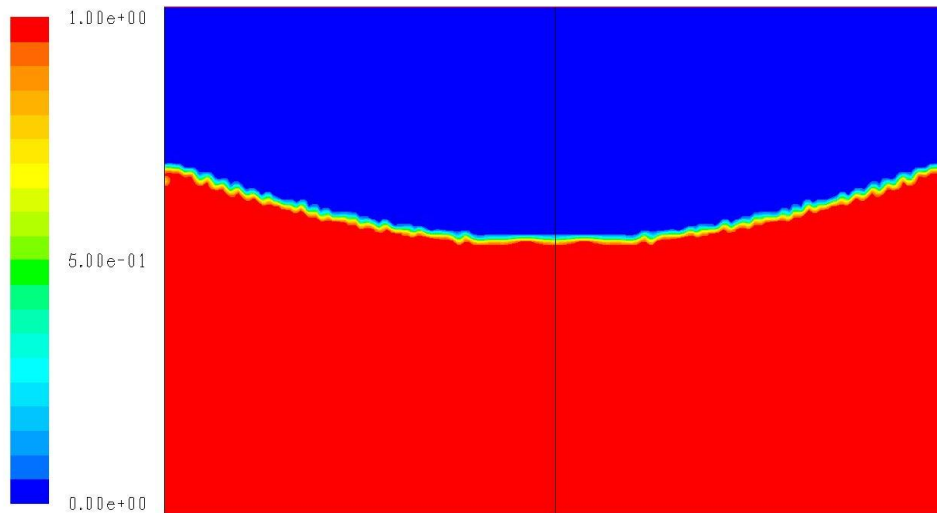


Fig.3.28. Contours de phase liquide à l'instant $t=4s$

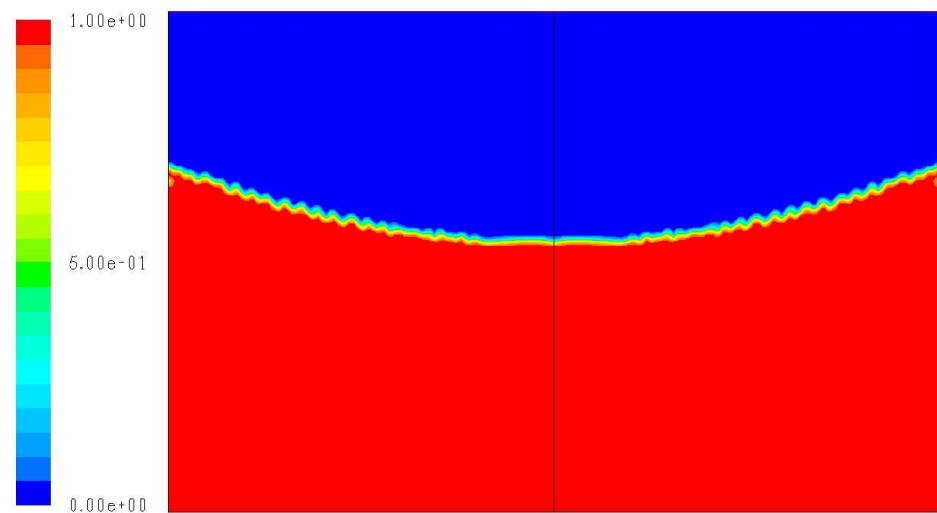


Fig.3.29. Contours de phase liquide à l'instant $t=8s$

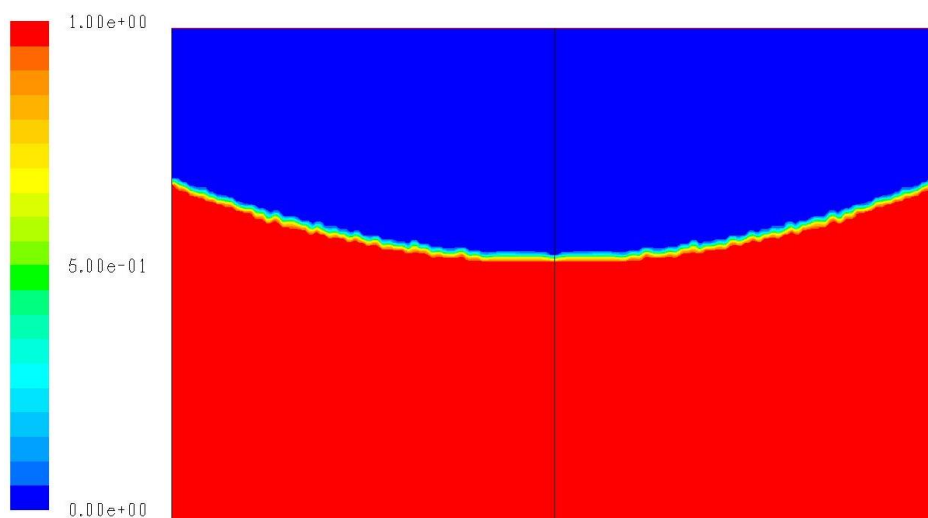


Fig.3.30. Contours de phase liquide à l'instant $t=10s$

d) - La fraction volumique de liquide, $\mu = 10.0 \text{ kg/m.s}$, $R_e = 0.628$:

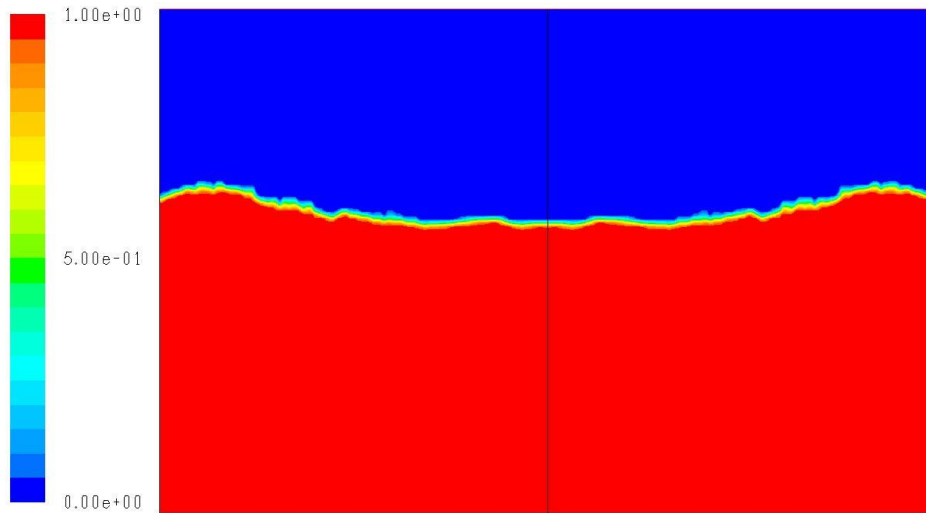


Fig.3.31. Contours de phase liquide à l'instant $t=2\text{s}$

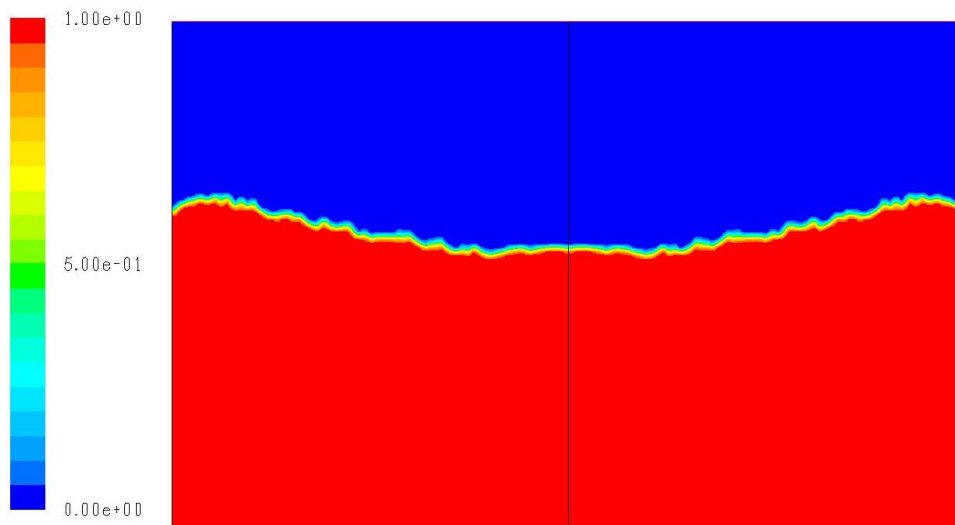


Fig.3.32. Contours de phase liquide à l'instant $t=3\text{s}$

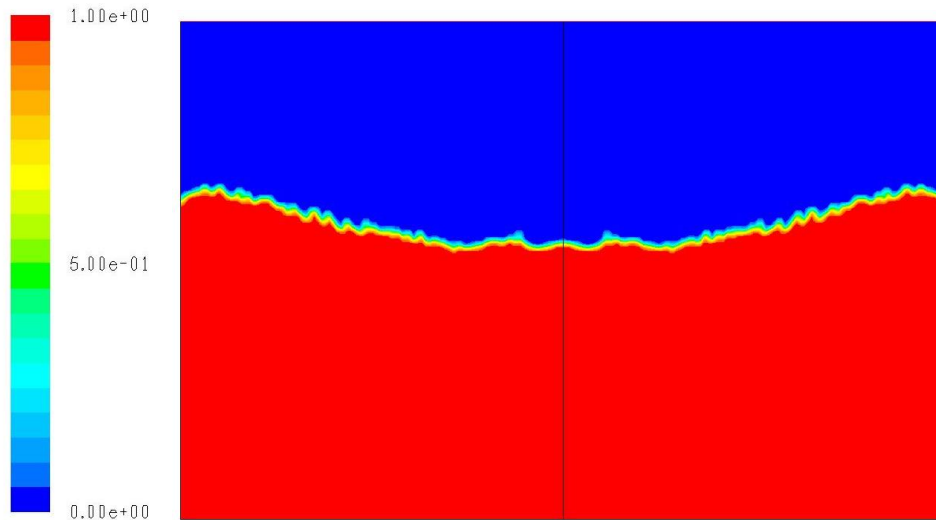


Fig.3.33. Contours de phase liquide à l'instant $t = 5s$

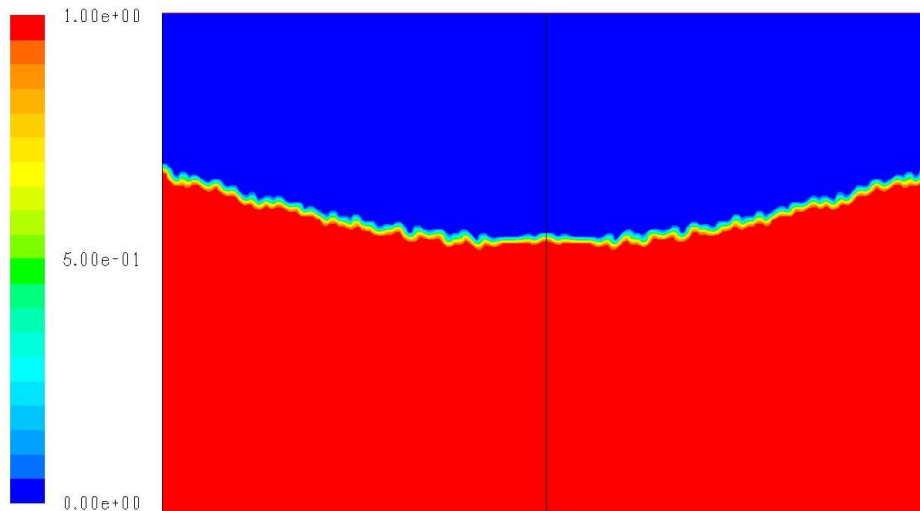


Fig.3.34. Contours de phase liquide à l'instant $t = 30s$

Afin de valider notre modèle proposé dans cette étude, nous avons comparé nos résultats trouvés à l'aide du code de calcul FLUENT par la méthode VOF, avec les résultats analytiques que l'on trouve :

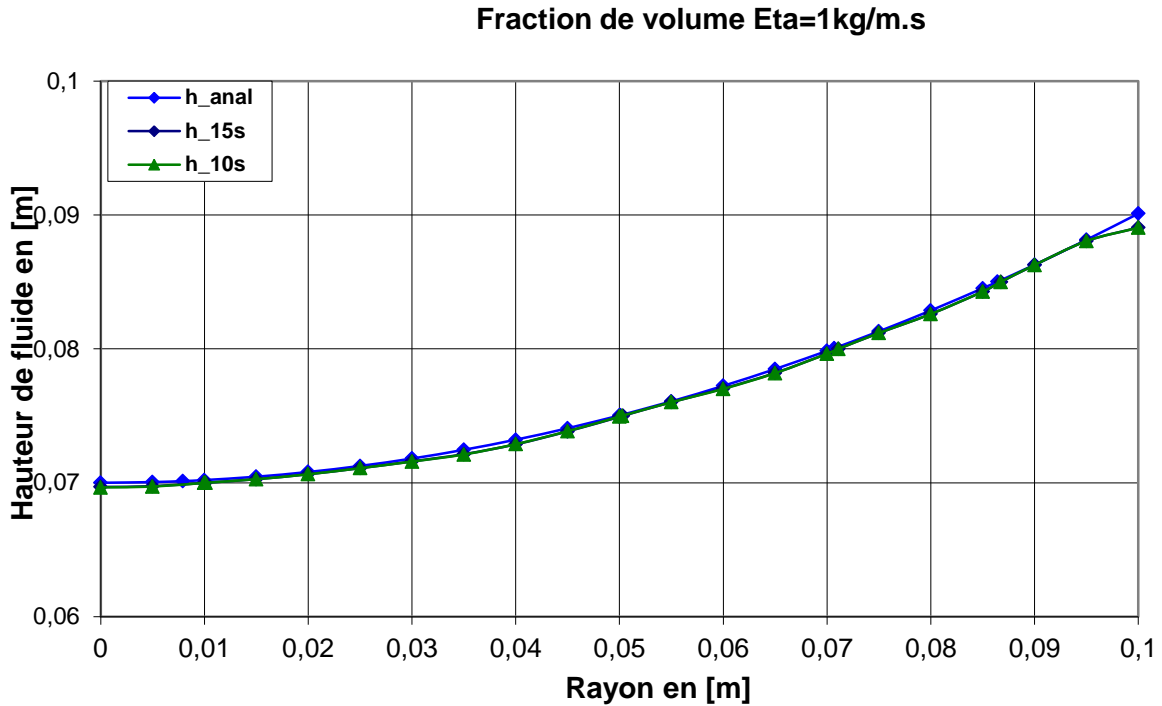


Fig.3.35. Comparaison fraction de volume pour $\mu = 1\text{ kg/m.s}$

La figure (3.35) : donne une comparaison entre les résultats numériques des profils de la surface libre dans un récipient rotatif rempli par un fluide de viscosité $\mu = 1\text{ kg/m.s}$ à différent de temps t , avec les résultats analytiques, on observe que le profil de la surface est un chemin incurvé vers le centre à cause de la force centrifuge et due forces cohésives qui existent entre les molécules voisines d'une phase liquide, et tend à minimiser l'aire de l'interface entre ces molécules et celle d'une autre phase ,et on observe aussi qu'il y a une correspondance entre les résultats.

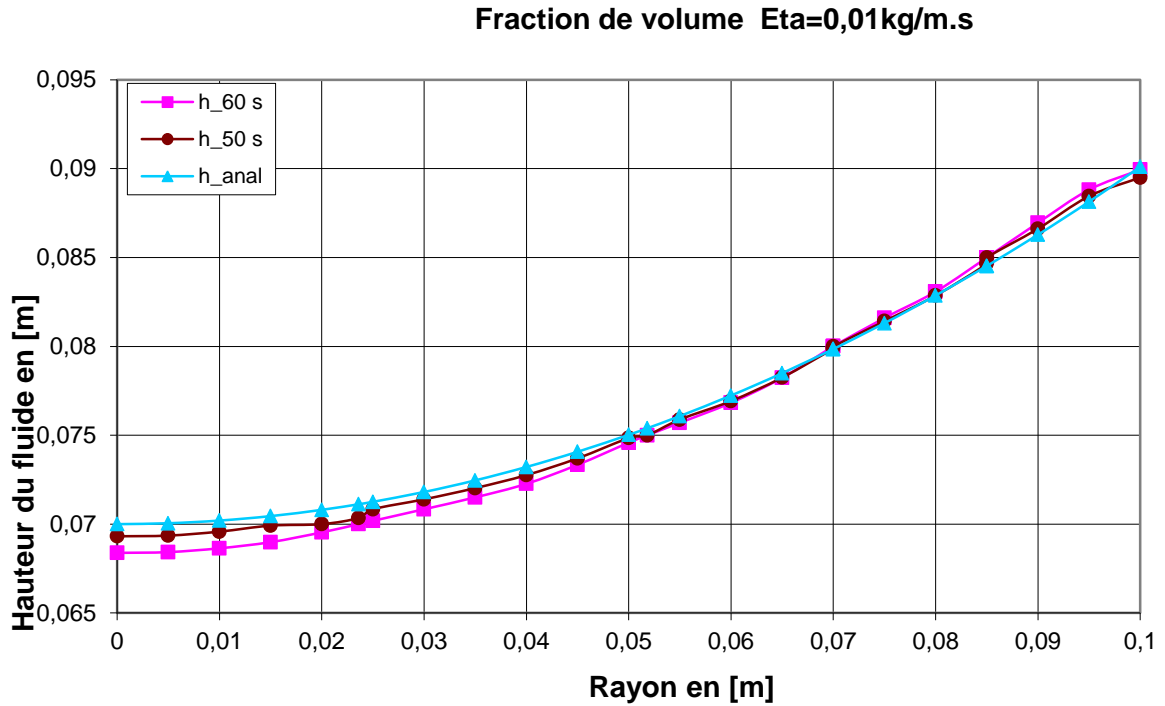


Fig.3.36. Comparaison fraction de volume pour $\mu = 0.01 \text{ kg/m.s}$

La figure 3.36 : représente la comparaison de fraction de volume pour $\mu = 0.01 \text{ kg/m.s}$ des profils à surface libre calculé numériquement à différent temps t avec les résultats l'analytique, on remarque que le profil est concave vers le centre et l'apparition de déformations au niveau de la surface libre, ces distorsions sont causé par les forces d'attraction entre les molécules du liquide et la paroi avec une angle de contact , et les résultats entre les numériques et l'analytique sont convergents.

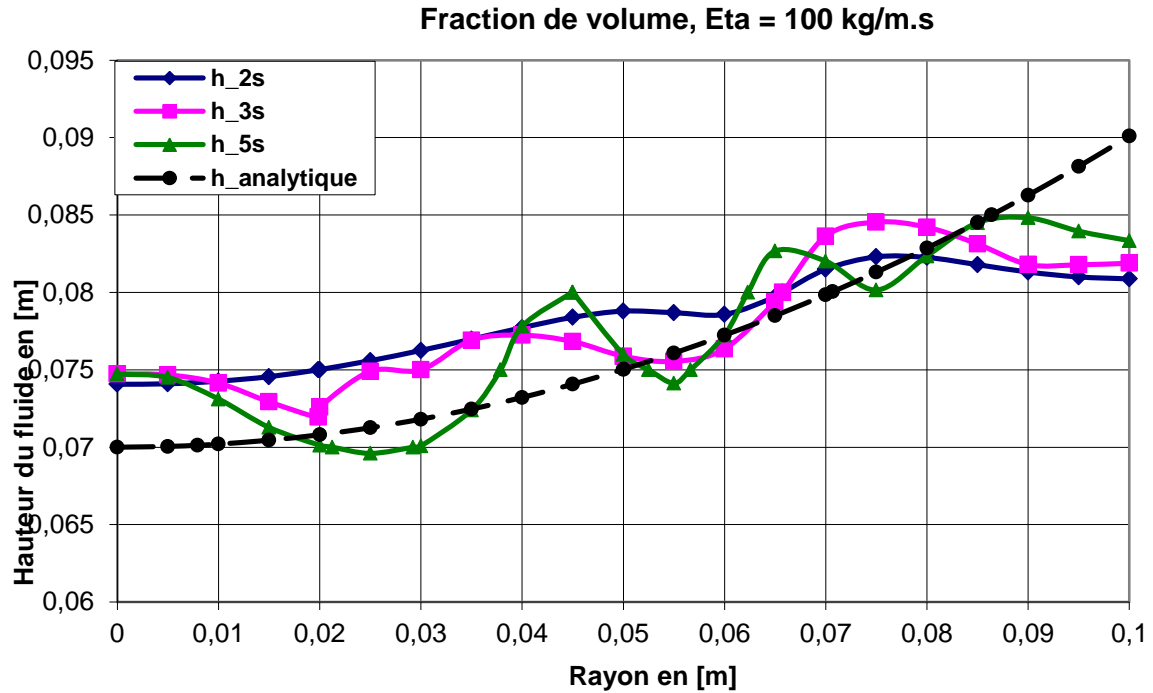


Fig.3.37. Comparaison fraction de volume pour $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$

La figure (3.37) : montre l'évolution des profils de la surface libre de l'écoulement de fluide pour la viscosité $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$ en fonction de rayon R, on observe des vagues et déformation au niveau de la surface, cela est dû à la viscosité de fluide élevée, ou les forces d'attraction augmentent entre les molécules du fluide et la paroi. Ce qui rend les calculs plus difficiles, Cela montre les résultats quelque peu divergents.

3.4.3.2-Conclusion :

Ces figures (3.35, 3.36, 3.37) donnent une comparaison entre les résultats numériques des profils de la surface libre dans un récipient rotatif rempli par un fluide, avec les résultats analytiques. On remarque qu'il y'a un très bon accord entre les résultats simulés et les résultats analytique. Ceci montre la bonne précision de la méthode proposée dans ce travail.

Chapitre 04 : Simulation numérique du système de couette

4- Simulation numérique du système de couette :

La simulation numérique fournit des informations détaillées sur les caractéristiques et les paramètres d'écoulement, qui est visualisée avec un logiciel graphique et qui interprète et analyse les résultats obtenus avec cette simulation. En utilise le model axisymetrie swirl (2.5D).

4.1- Structure du modèle numérique :

Le système de couette se compose de deux cylindres concentriques, dont l'un peut tourner autour de l'axe central. Dans l'espace entre le cylindre interne (3) et le cylindre externe (2), il y a un liquide très visqueux (1). Le cylindre interne est creux et rempli d'air (5). La paroi externe est refroidie dans l'expérience par de la glace et doit être considérée de manière isotherme.

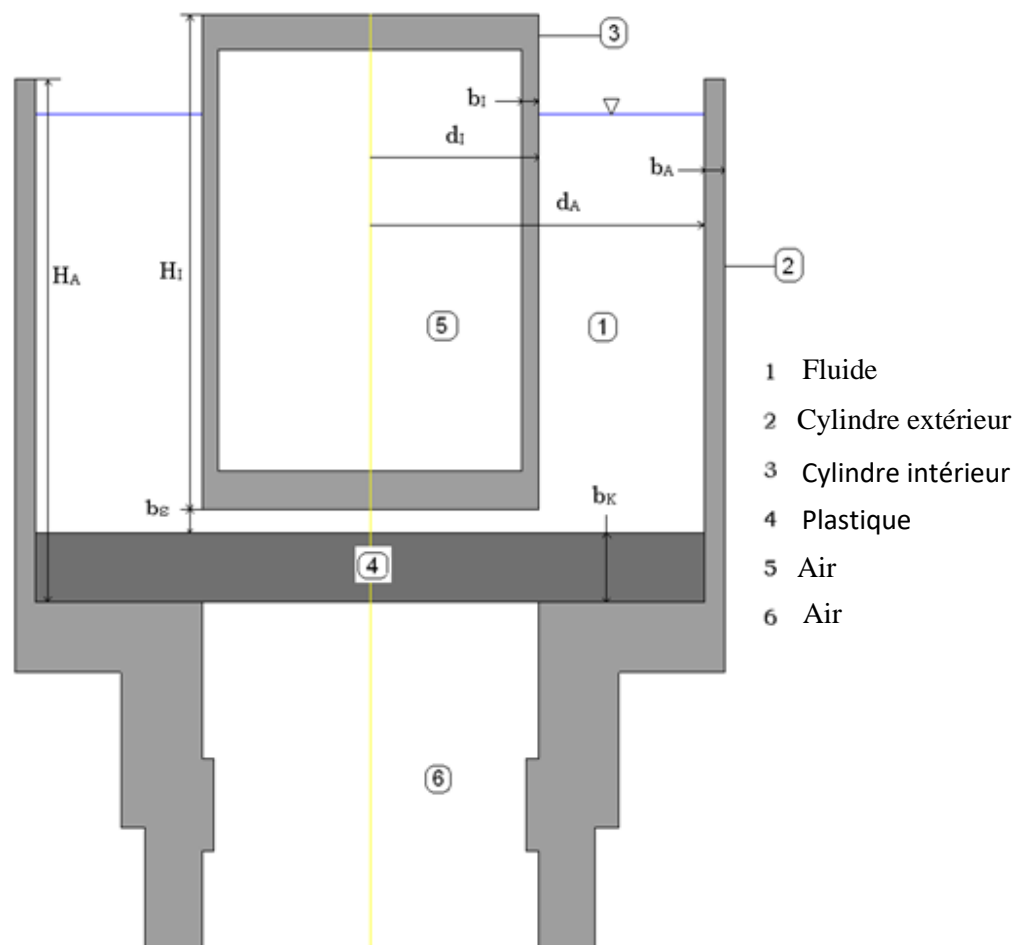


Fig.4.1. Schéma de système de Couette [1].

Le système possède les dimensions suivantes :

Diamètre intérieur	$d_i = 0.100$ m
Diamètre extérieur	$d_e = 0.200$ m
Hauteur extérieure	$H_i = 0.124$ m
Hauteur intérieure	$H_e = 0.150$ m
Epaisseur du cylindre intérieur	$b_i = 0.005$ m
Epaisseur du cylindre extérieur	$b_e = 0.005$ m
Largeur d'espace	$b_s = 0.0065$ m
Fluide haut	$H_f = 0.120$ m
Epaisseur du plastique	$b_k = 0.020$ m

Le tableau suivant contient les valeurs des matériaux pour les différentes parties existantes au système couette :

	Densité ρ [kg/m ³]	Conductivité thermique λ [w/mk]	Chaleur spécifique C_p [j/kgk]
Silicone	970	0.2	1550
aluminium	2719	225	895
PVC	900	0.25	1470
Air	1.2	0.0242	1006.43

Tab.4.1. Propriétés matérielles

La génération du maillage est la partie la plus complexe d'une étude numérique, d'une part on essaie de modéliser la géométrie exactement, d'autre part pour produire un bon maillage en vue d'un calcul efficace. Dans Le système de Couette, l'espace entre les deux cylindres dans lequel les caractéristiques de l'écoulement sont calculées est d'un intérêt particulier. Par conséquent cette zone est plus raffinée par rapport aux autres parties.

4.2- Conditions aux limites

Dans les conditions aux limites des parois du domaine de notre disposition d'études nous considérons que le cylindre extérieur isotherme tourne à une vitesse $\Omega_e > 0$, les bornes des extrémités supérieures et inférieures étant fixe, et le cylindre intérieur adiabatique est fixe $\Omega_i = 0$.

Ensuite en fixe le cylindre extérieur et en tourne le cylindre intérieur pour comparer les résultats du deux cas.

Les modèles et les hypothèses aux frontières sont donc déterminants pour la bonne précision des résultats.

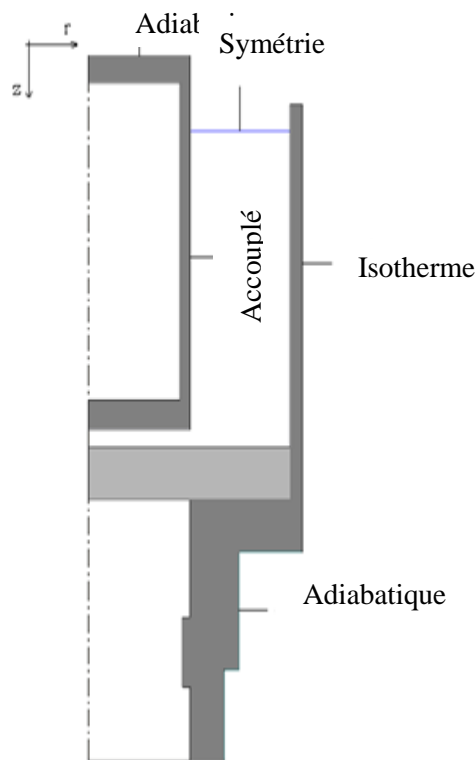


Fig4.2. Conditions aux limites [1].

4.3-Résultats et discussions :

La rotation de l'un des deux cylindres crée un écoulement dans le liquide. L'écoulement principal n'a qu'une seule composante de vitesse dans la direction azimuthale. L'écoulement est superposé par un autre secondaire qui a lieu dans le plan méridien. L'écoulement secondaire possède une composante de vitesse axiale et une radiale.

Les paramètres du contrôle physique de système c'est les nombres de Reynolds Re , Prandtl Pr et Péclet Pe .

4.3.1-Champ de vitesse :

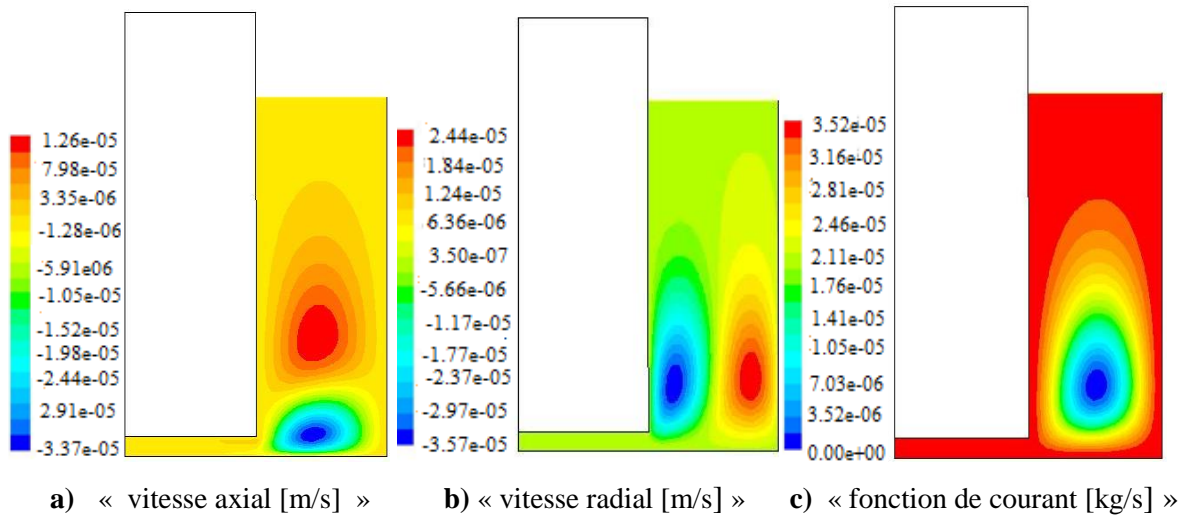


Fig. 4.3. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant: cas de cylindre extérieur tournant

$$T = 278^{\circ}\text{k}, \Omega = 3.14 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}, Re = 0.314$$

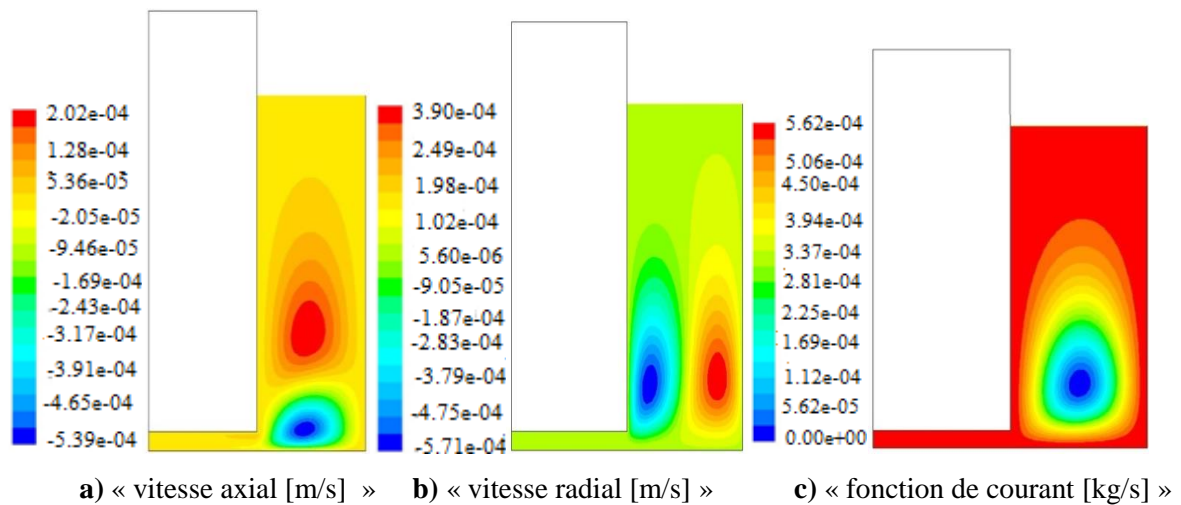


Fig.4.4. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant : cas Cylindre extérieur tournant

$$T = 278^{\circ}\text{k}, \Omega = 12.56 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}, Re = 1.256$$

Les figures (4.3 et 4.4) : représentent les contours des vitesses axiale, radiale et la fonction de courant pour le cas où le cylindre extérieur tourne et le cylindre intérieur est en repos. Le nombre de Reynolds est faible donc le régime de l'écoulement est laminaire. On

observe un écoulement secondaire sous forme de tourbillon, ou plus on augmente la vitesse de rotation plus il y aura des écoulements secondaires.

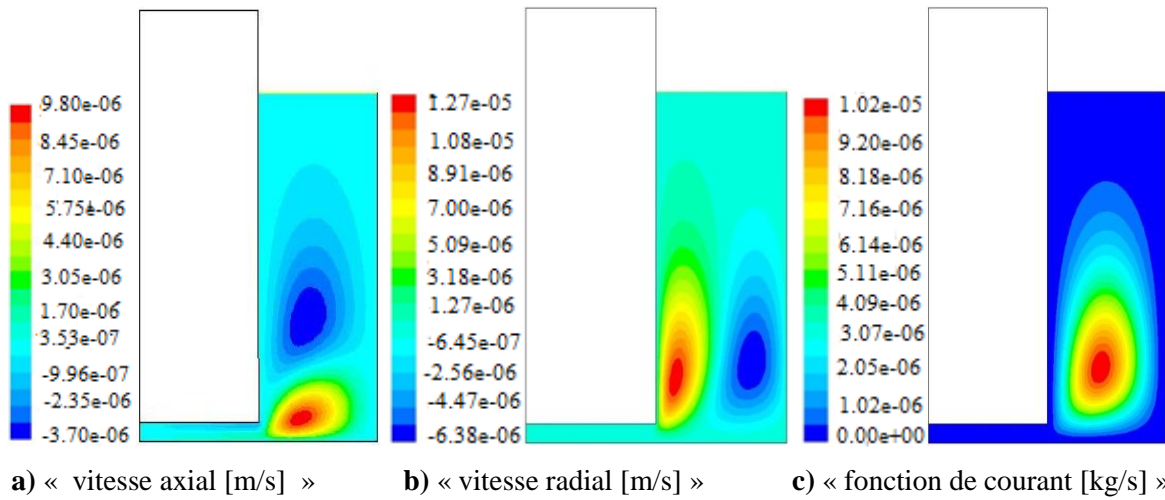


Fig.4.5. Contours des vitesses axiales, radiale et fonction de courant cas : Cylindre intérieur tournant

$$T= 278^{\circ}\text{k}, \Omega=3.14 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}, \text{Re}=0.314$$

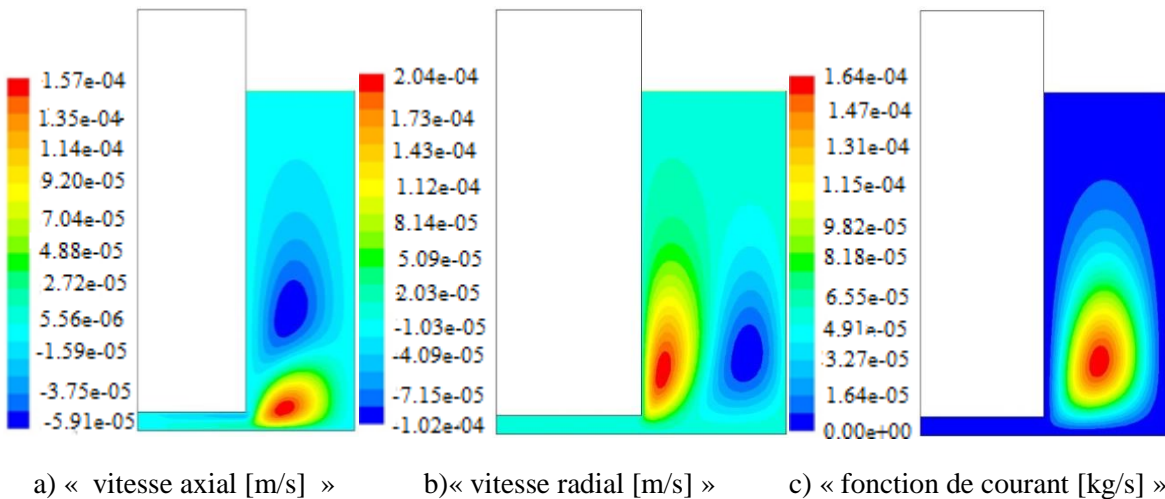


Fig.4.6. Contours des vitesses axiale, radiale et fonction de courant cas : Cylindre intérieur tournant

$$T= 278^{\circ}\text{k}, \Omega=12.56 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}, \text{Re}=1.256$$

Les figures (4.5 et 4.6) : représentent les contours des vitesses axiale, radiale et fonction du courant cas du cylindre intérieur tournant et le cylindre extérieur fixe. Le nombre de Reynolds est faible donc le régime de l'écoulement est laminaire. Comme le premier cas (rotation du cylindre extérieur), on observe un écoulement secondaire sous forme de tourbillon avec des composantes axiales et radiales inférieur à celles du premier cas.

Comment le vortex (tourbillon) se produit-il ? Les particules en rotation, qui sont proches du cylindre interne, ont une vitesse plus élevée, donc une force centrifuge plus importante agit sur les particules de fluide de la piste interne que sur les particules de la piste externe. La force centrifuge plus élevée amène les particules à essayer de s'inverser. Pour ce faire, cependant, les particules doivent également être déplacées de l'extérieur vers l'intérieur. En raison de ces phénomènes, la formation de vortex se produit.

L'espace entre le cylindre intérieur et la plaque en PVC induit l'écoulement secondaire, à ce point l'écoulement est perturbé et donc le premier tourbillon est créé. La vitesse de l'écoulement de fluide évolue en se diminuant linéairement du cylindre intérieur vers le cylindre extérieur, celle-ci est dû à la dissipation de l'énergie cinétique en couche bien régulière dans le régime laminaire à vitesse de rotation donnée du cylindre intérieur (rotor). Et même phénomène en cas le cylindre extérieur tourne et l'intérieur fixe.

4.3.2-Champ de température :

La rotation de l'un des deux cylindres génère de la chaleur de frottement dans le fluide très visqueux, ceci cause l'augmentation de la température du fluide. Dans ce qui suit, nous considérerons le champ de température pour différentes conditions.

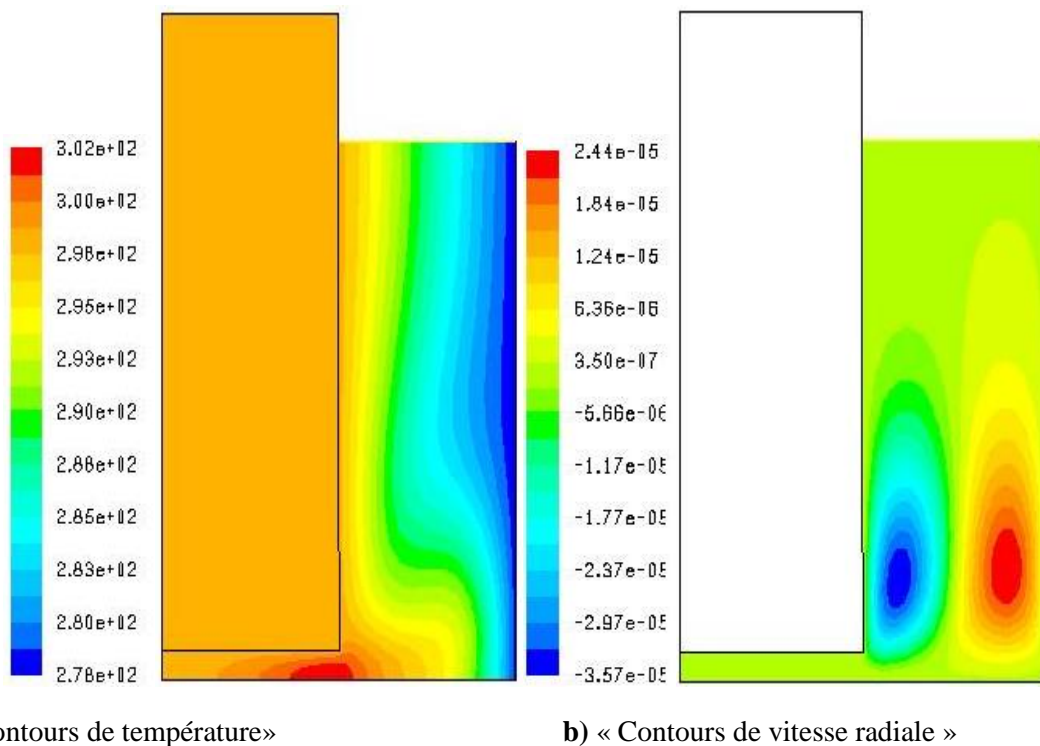


Fig.4.7. Contours de température (Fig.4.7a) et contours de vitesse radiale (Fig.4.7b) : cas de cylindre extérieur tournant « $T=278^{\circ}\text{K}$, $\Omega=3.14\text{ rad/s}$, $\mu=100\text{ kg/m.s}$, $\text{Re}=0.314$ »

La figure (4.7) : représente les contours de température (Fig. 4.7a) et celle de vitesse radiale (Fig.4.7b) pour le cas où cylindre extérieur tourne. Le nombre de Reynolds est faible donc le régime de l'écoulement est laminaire. On observe sur le contour de vitesse radiale un écoulement secondaire sous forme de tourbillons. Cette forme peut affecter le champ de température qui est caractérisé par des isothermes uniformes, similaires et parallèles à l'axe z avec un changement au niveau de la zone de tourbillons. Donc on constate que le transfert de la chaleur dans le fluide se fait principalement par conduction.

Le cylindre extérieur rotatif est plus favorable au transfert de chaleur, car le chemin que doit parcourir l'écoulement de fluide chaud est plus court, cela peut également être vu dans l'augmentation de la température.

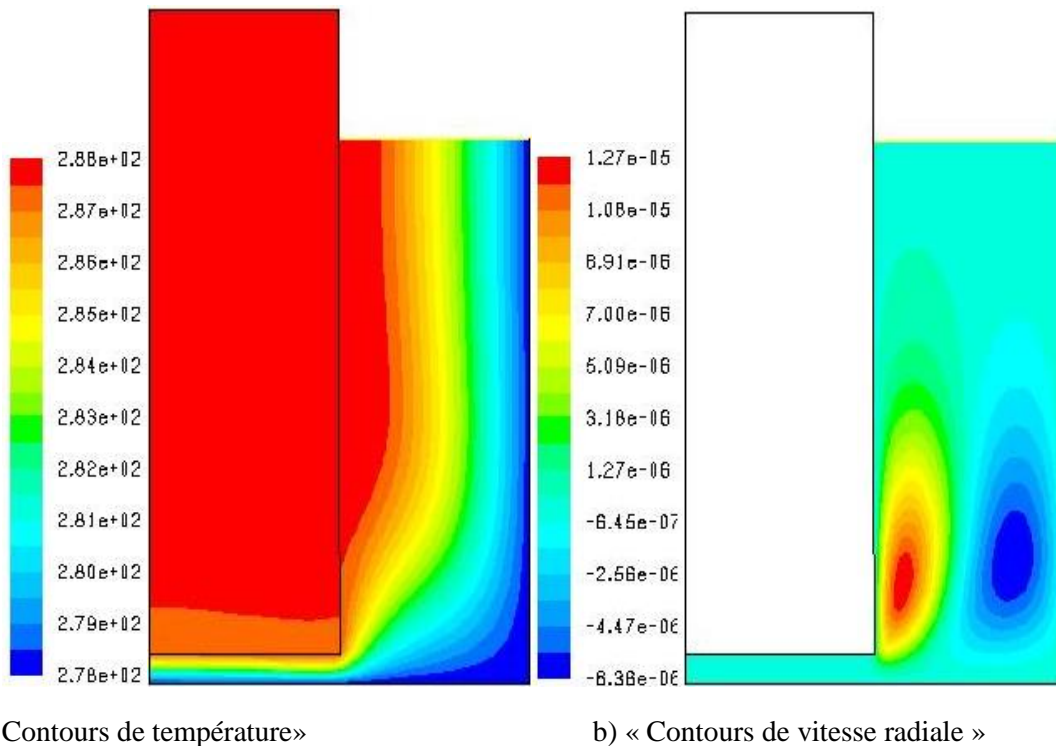


Fig.4.8. Contours de température (Fig.4.8a) et contours de vitesse radiale (Fig.4.8b) : cas de cylindre intérieur tournant « $T = 278^{\circ}\text{K}$, $\Omega = 3.14 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $Re = 0.314$ »

La figure (4.8) : représente les contours de température (Fig.4.8a) et de vitesse radiale (Fig. 4.8b) pour le cas où le cylindre intérieur tourne. Le nombre de Reynolds est faible donc le régime de l'écoulement est laminaire. On observe sur le contour de vitesse radiale un écoulement secondaire sous forme de tourbillons. Cette forme peut affecter le champ de température qui est caractérisé par des isothermes uniformes et parallèles à l'axe z avec un changement au niveau de la zone de tourbillons. Donc on constate que le transfert de la chaleur dans le fluide se fait principalement par la conduction. L'écoulement de fluide

s'écoule de décusse en haut à cause de la force centrifuge et en bas crée un vortex dans la zone inférieure du système couette.

La vitesse augmente de haut en bas figure (4.8b), le champ de température semble très similaire avec une vitesse de rotation $\Omega=3.14$ rad/s, les isothermes fonctionnent presque entre la paroi externe isotherme et cylindre interne adiabatique. Les profils de température différents dans la zone inférieure.

Une diminution des vitesses dans l'écoulement avec l'effet thermique par rapport le cas de cylindre extérieur tourne, cela peut être expliqué par l'effet de la convection entre les parois de deux cylindres.

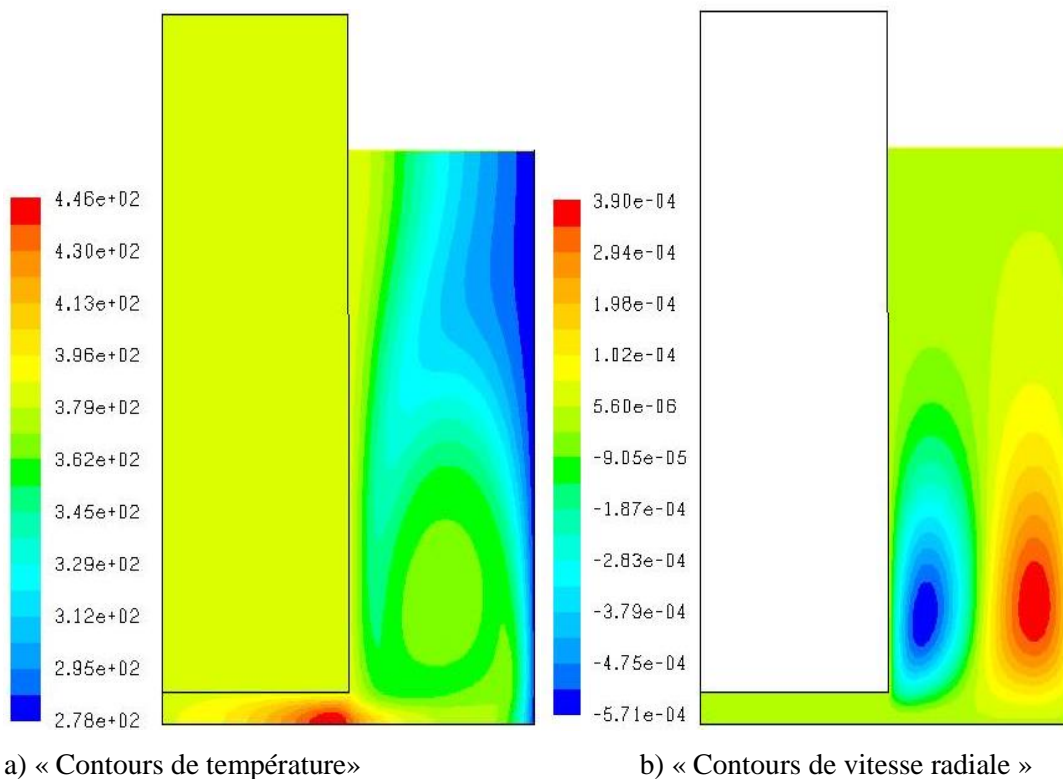
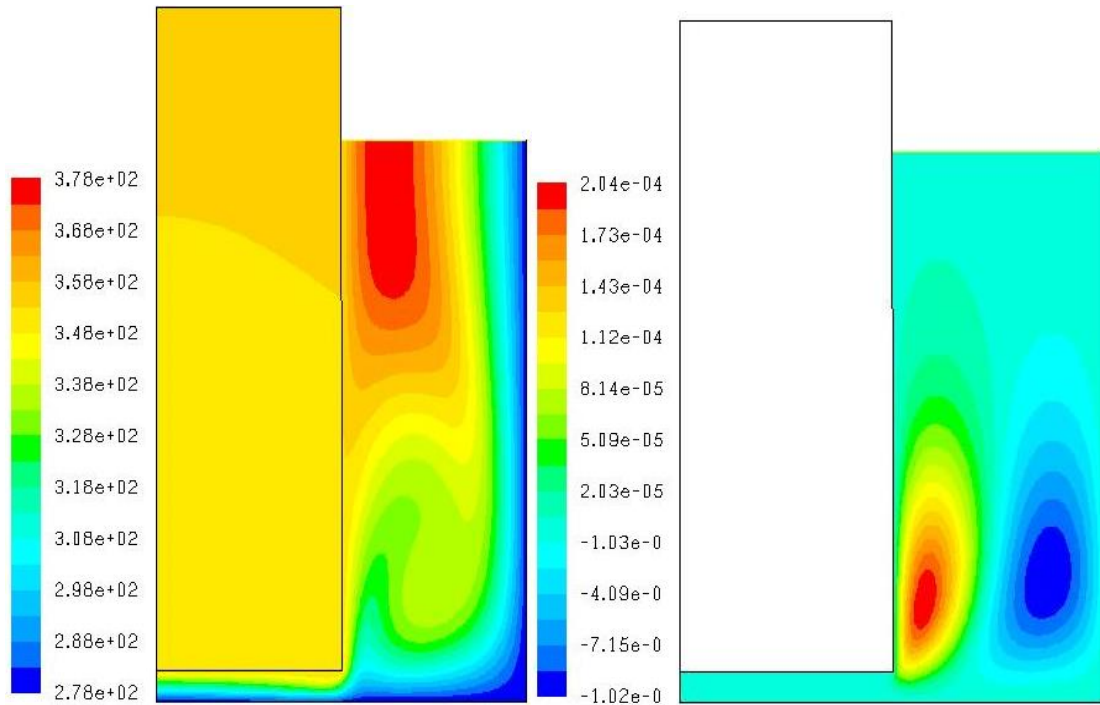


Fig.4.9. Contours de température (Fig.4.9a) et contours de vitesse radiale (Fig.4.9b) : cas de cylindre extérieur tournant « $T=278^{\circ}\text{k}$, $\Omega=12.56$ rad/s, $\mu = 100$ kg/m.s, $Re =1.256$ »

La figure 4.9 : représente le contour de température (Fig 4.9a) et contours de vitesse radiale (Fig.4.9b) cas de cylindre extérieur tourne avec une vitesse de rotation $\Omega=12.56$ rad/s et nombre de Reynolds $Re =1.256$. On constate sur le contour de vitesse radial des écoulements secondaire se forme tourbillons augmente et les isothermes diminuées par rapport les cas précédent (Fig4.7 et Fig4.8). Les profils de température sont différents dans la zone inférieure. A cause la force de centrifuge, l'écoulement de conservation de masse

créé un vortex dans la zone inférieure du système. Donc on constate que le transfert de la chaleur dans le fluide se fait principalement par la convection.



a) « Contours de température »

b) « Contours de vitesse radiale »

Fig.4.10. Contours de température (Fig.4.10a) et contours de vitesse radiale (Fig.4.10b) : cas de cylindre intérieur tournant « $T = 278^\circ\text{K}$, $\Omega = 12.56 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$, $\text{Re} = 1.256$ »

La figure (4.10) : représente le champ de température (Fig.4.10a) et de vitesse radiale (Fig.4.10b) dans le cas où de cylindre intérieur tourne avec une vitesse $\Omega = 12.56 \text{ rad/s}$. On remarque la formation de tourbillons sur le contour de vitesse radial. Ces tourbillons représentent l'écoulement secondaire. Les isothermes se diffèrent de celle du cas précédent (Fig. 4.8) et ne sont plus uniforme. Les profils de température sont différents dans la zone inférieure près de l'espace inférieur. A cause de la force centrifuge, l'écoulement de conservation de masse crée un vortex dans la zone inférieure du système. Donc on constate que le transfert de la chaleur dans le fluide se fait principalement par la convection.

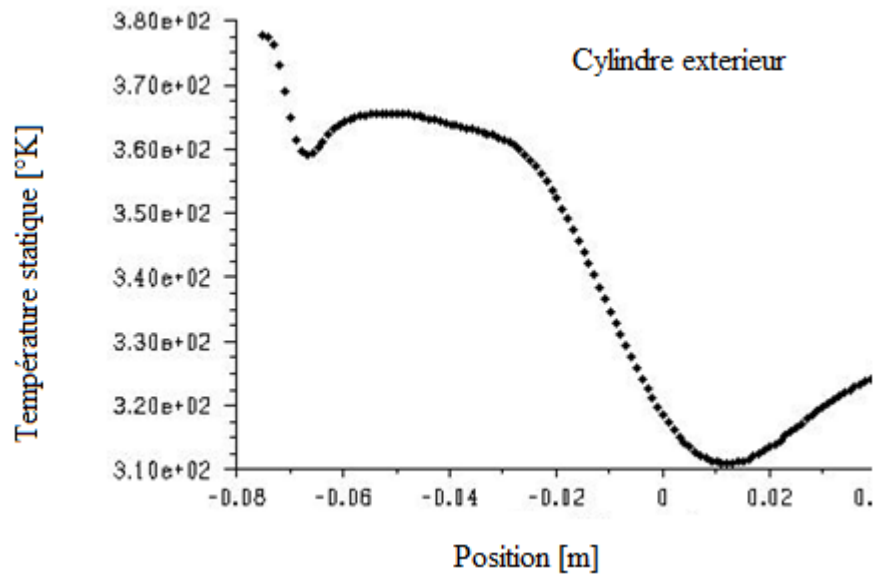


Fig.4.11. Courbe de température en fonction de l'entrefer $r = d_e - d_i$ cas cylindre extérieur tournant

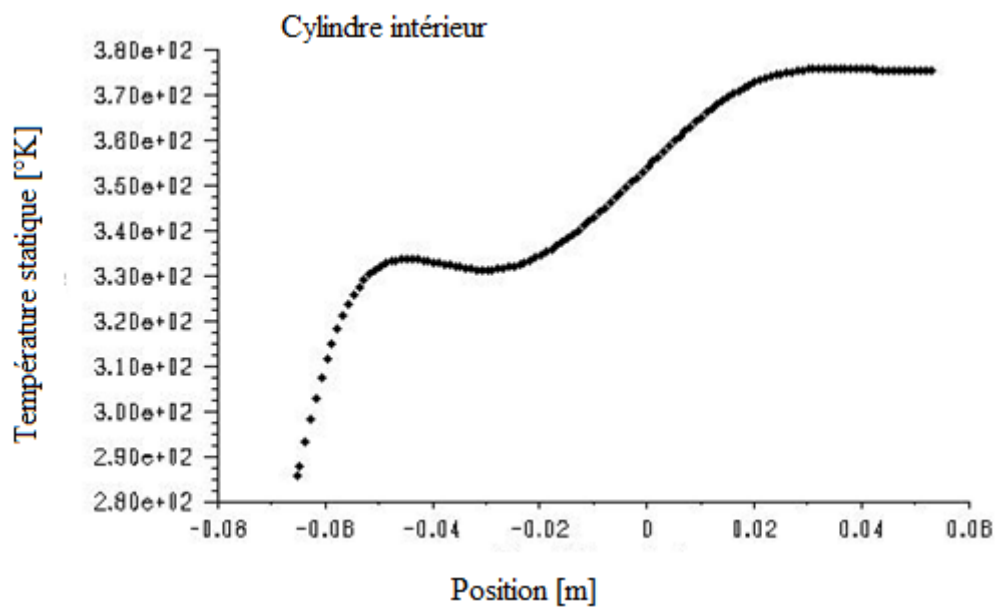


Fig.4.12. Courbe de température en fonction de l'entrefer $r = d_e - d_i$ cas cylindre intérieur tournant.

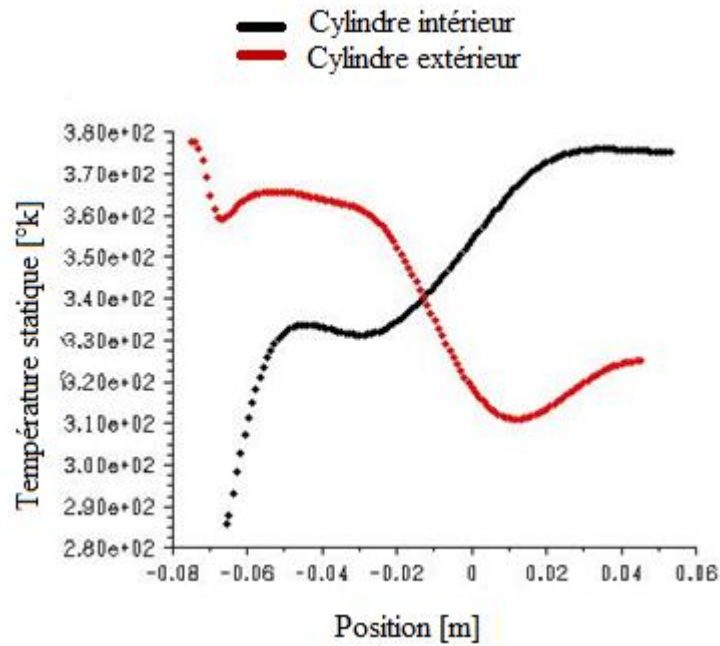


Fig 4.13. Comparaison de température entre cylindre extérieur et intérieur en fonction de l'entrefer ($r = d_e - d_i$)

Le champ de température semble très similaire dans les deux cas à $\Omega = 3.14$ rad/s, les isothermes s'écoulent presque parallèlement entre externe isotherme et cylindre interne adiabatique. Dans la zone inférieure près de l'espace entre le cylindre intérieur et l'isolant (PVC), les profils de température se différencient. Le nombre de Péclet est très faible ici, de sorte que la conduction thermique prédomine. Avec l'augmentation du nombre de Péclet, le flux secondaire devient perceptible dans le domaine de la température. La convection reprend désormais le transport de chaleur. Les températures les plus élevées surviennent dans l'espace au sol, où la majeure partie de l'énergie est convertie en chaleur par frottement. Lorsque le cylindre extérieur tourne, le liquide chaud est transporté du bas de l'espace le long du sol directement vers la paroi isotherme, ou elle peut se refroidir.

4.3.3- Influence de la viscosité :

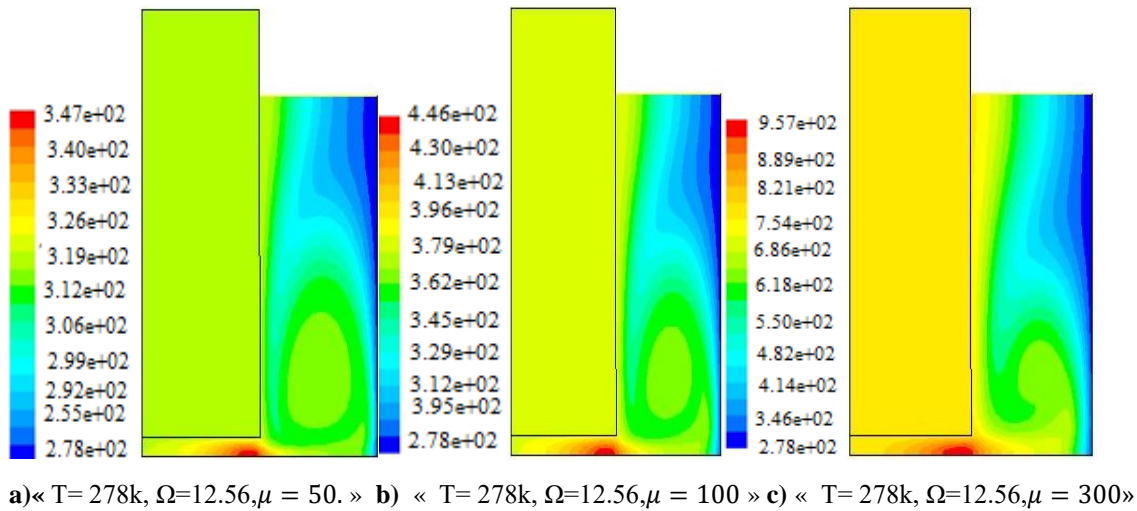


Fig.4.14. Contours des températures cas de cylindre extérieur tournant

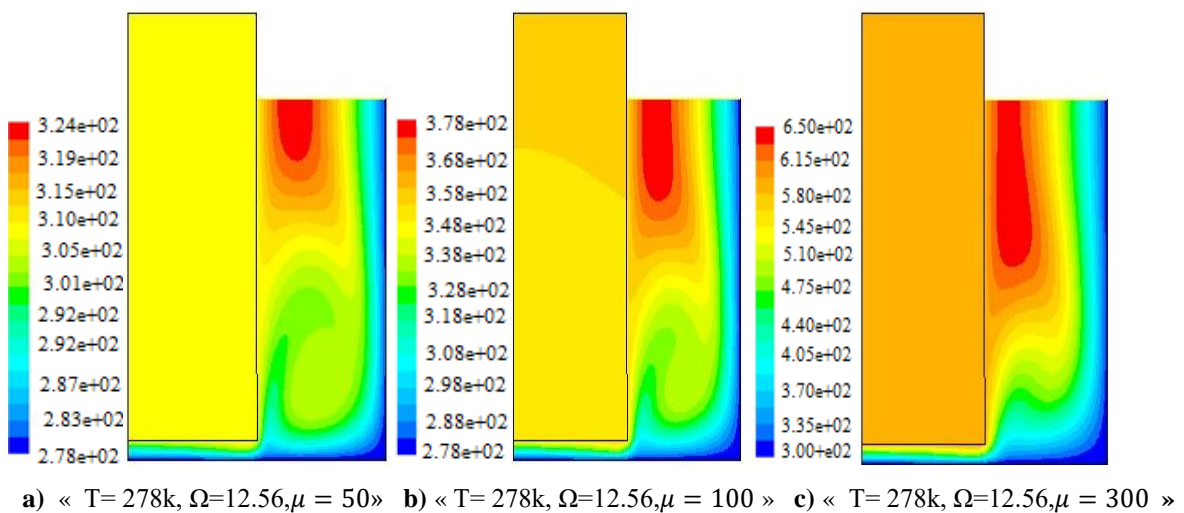
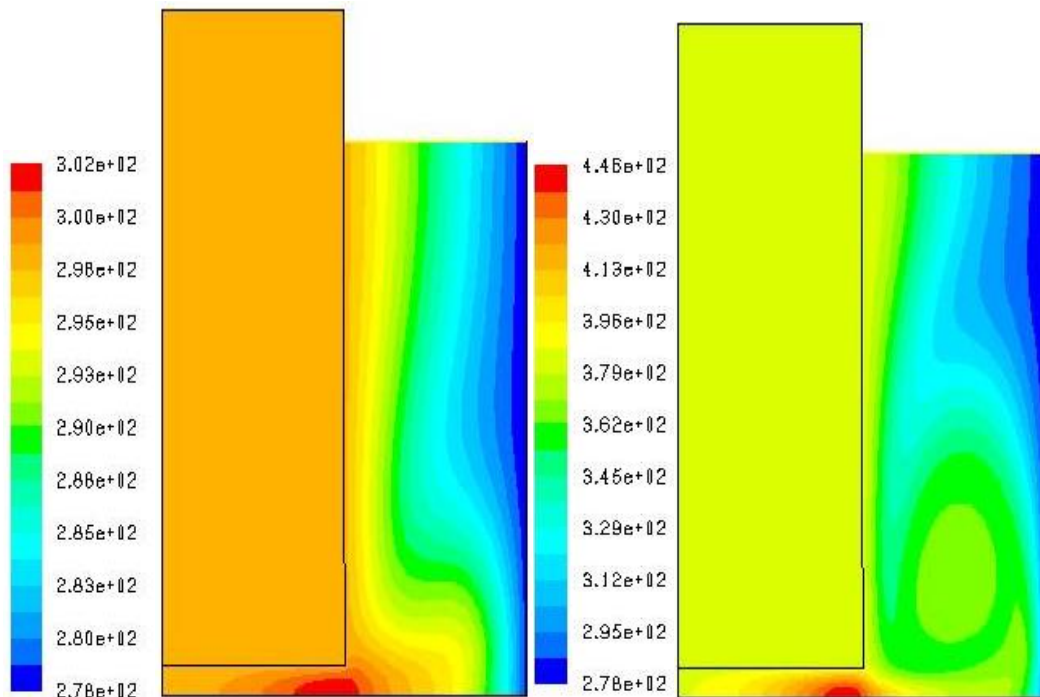


Fig.4.15. Contours des températures cas de cylindre intérieur tournant

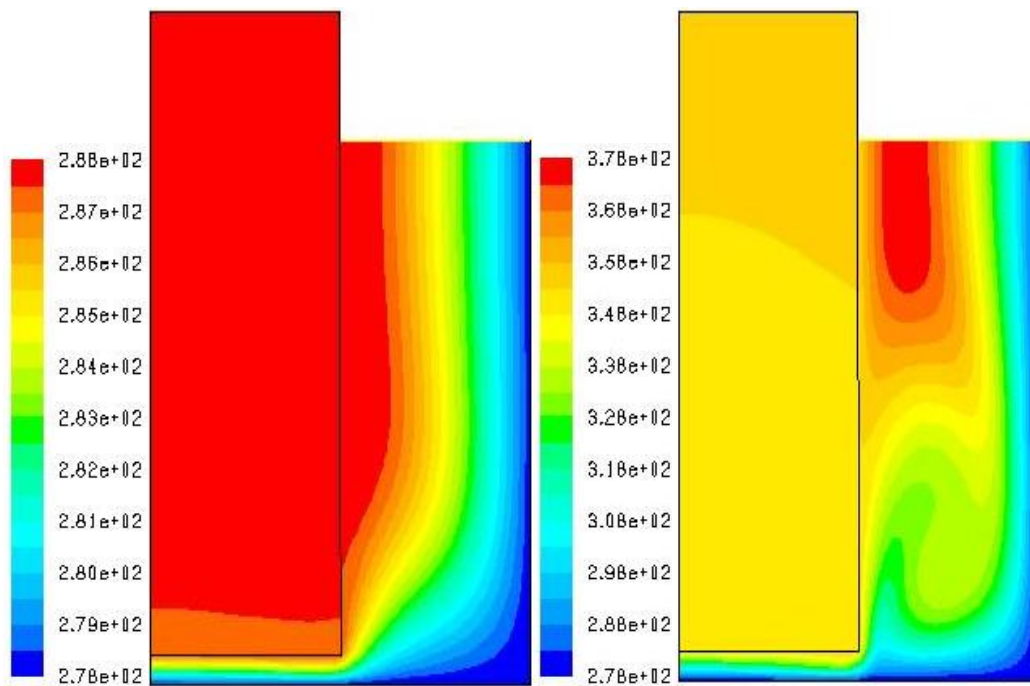
Les figures (4.14 et 4.15) : Représente l'influence de la viscosité sur la température de l'écoulement dans les deux cas, ou lorsqu'on augmente la viscosité, la température augmente à cause de dissipation d'énergie qui se transforme en chaleur. Ces résultats prouvent qu'on ne peut pas négliger l'effet de la viscosité.

4.3.4- Influence de la vitesse de rotation :



a) « $T=278^{\circ}\text{k}$, $\Omega=3.14\text{ rad/s}$, $\mu = 100\text{ kg/m.s}$ » b) « $T=278^{\circ}\text{k}$, $\Omega=12.56\text{ rad/s}$, $\mu = 100\text{ kg/m.s}$ »

Fig.4.16. Contours des températures cas cylindre extérieur tournant



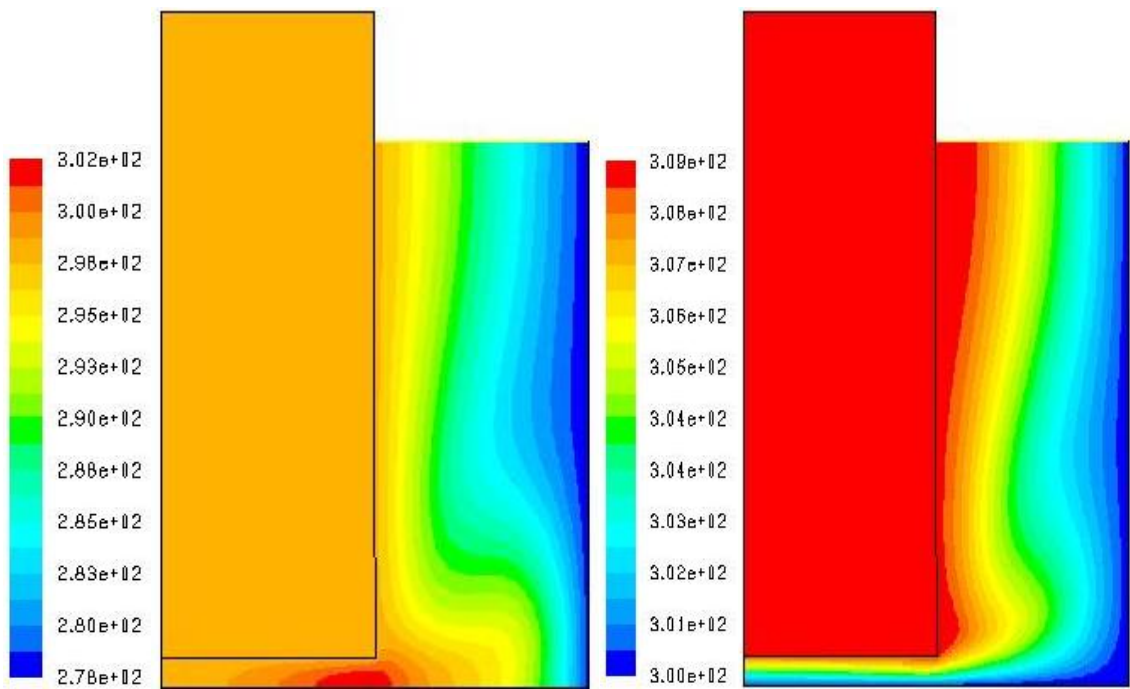
a) « $T=278^{\circ}\text{k}$, $\Omega=3.14\text{ rad/s}$, $\mu = 100\text{ kg/m.s}$ » b) « $T=278^{\circ}\text{k}$, $\Omega=12.56\text{ rad/s}$, $\mu = 100\text{ kg/m.s}$ »

Fig .4.17. Contours des Températures cas cylindre intérieur tournant

Les figures (4.16 et 4.17) Représentent l'effet de la vitesse sur l'évolution de la température pour les deux cas. On constate qu'il y a une relation entre la température et la vitesse : la température du fluide augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation.

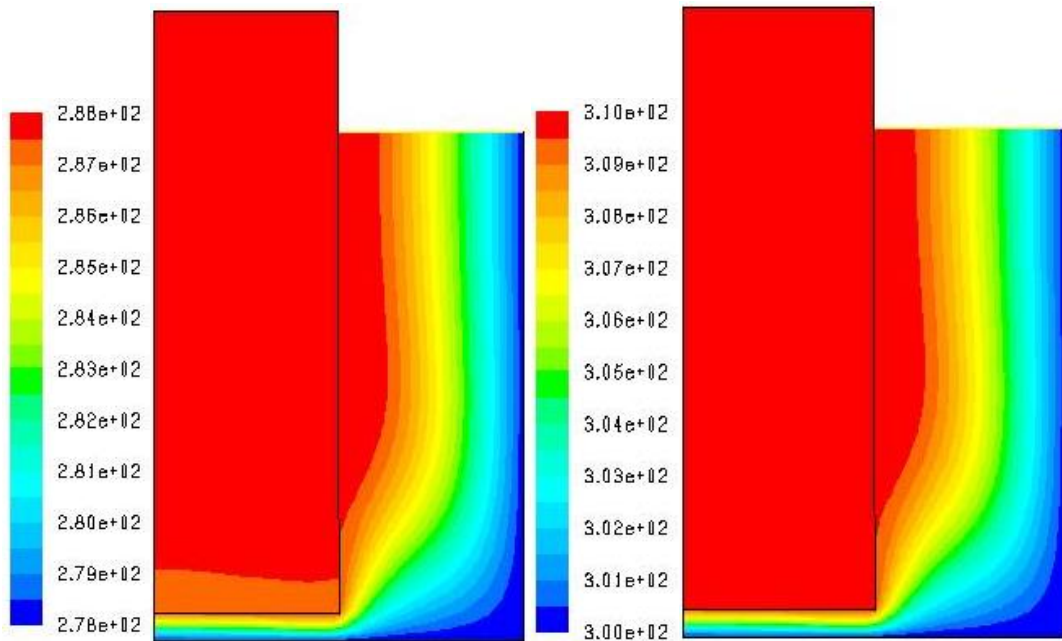
On note que la température dans le cas du cylindre extérieur tournant est plus élevée que celle du cas où le cylindre intérieur tourne.

4.3.5- Influence de la température extérieure de la paroi :



a) « $T = 278^{\circ}\text{K}$, $\Omega = 3.14 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$ » b) « $T = 300^{\circ}\text{K}$, $\Omega = 3.14 \text{ rad/s}$, $\mu = 100 \text{ kg/m.s}$ »

Fig.4.18. Contours des températures cas du cylindre extérieur tournant



a) « $T= 278^{\circ}\text{k}, \Omega=3.14 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}$ » b) « $T= 300^{\circ}\text{k}, \Omega=3.14 \text{ rad/s}, \mu = 100 \text{ kg/m.s}$ »

Fig.4.19.Contours des Températures cas cylindre intérieur tournant

Les figures (4.18 et 4.19) : Représentent l'influence de température extérieur de la paroi sur l'écoulement dans les deux cas, ou nous remarquons plus la température de la paroi augmente, la température de l'écoulement augmente.

4.3.6-Conclusion :

La méthode a été utilisée pour la simulation du champ de température et l'écoulement sont discrétisés à l'aide d'une méthode de second ordre (Upwin). L'adaptation du maillage a été effectuée et les résultats n'ont pas changé. Les figures (4.7b, 4.8b, 4.9b et 4.10b) montrent l'écoulement secondaire pour des vitesses de rotation $\Omega=3.14 \text{ rad/s}$ et $\Omega=12.56 \text{ rad/s}$. le cylindre intérieur tourne, le fluide s'écoule de déçusse en haut à cause de la force centrifuge et en bas crée un vortex dans la zone inférieur du système de couette.

Le cylindre extérieur, l'écoulement secondaire est maintenant dans la direction opposé. Le champ de température pour différentes vitesse peut être vu sur les figures (4.7a, 4.8a, 4.9a et 4.10a).

Le cylindre intérieur tourne et la vitesse augmente de haut en bas figures (4.8b, 4.10b), le champ de température semblé très similaire dans deux cas à $\Omega=3.14 \text{ rad/s}$ et $\Omega=12.56 \text{ rad/s}$, les isothermes fonctionnent presque entre la paroi externe isotherme et cylindre interne adiabatique. Les profils de température différente dans la zone inférieure près de l'espace. Le nombre de Péclet est très faible, de sorte que la conduction thermique prédomine, avec

l'augmentation du nombre de Péclet, l'écoulement secondaire perceptible dans le champ de température. Les températures le plus élevées se produisent dans l'espace au sol, car la majeure partie de l'énergie est convertie, en chaleur. Donc le cylindre extérieur fait chaud le fluide de l'écart le long du fond directement vers le bas mur isotherme ou il peut refroidir le fluide, le fluide chaud est remonté hors de l'espace le long du cylindre intérieur isolé. Il se dirige ensuite vers la paroi isotherme. Le cylindre extérieur rotatif est plus favorable au transfert de chaleur car le chemin que doit parcourir le fluide chaud est plus court. Cela peut également être vu dans l'augmentation de la température.

Conclusion générale :

Dans le présent travail l'écoulement non-isotherme d'un fluide Newtonien dans un système de couette a été étudié numériquement en utilisant le code de calcul FLUENT, qui est basé sur la méthode des volumes finis. Avant d'appliquer les méthodes numériques aux appareils complexes, les connaissances de base doivent être présentées à l'aide de géométries simples, de plus les différentes méthodes numériques doivent être vérifiées et validées. Pour cela on a considéré des géométries bidimensionnelles pour lesquelles il existe une solution analytique. Afin de pouvoir faire une déclaration sur l'influence du maillage (nombre d'éléments) et la méthode de discrétisation sur les résultats d'un calcul numérique, des paramètres géométriques simples, pour lesquels une solution analytique existe, sont utilisés pour la validation. Les résultats numériques sont ensuite comparés à la solution analytique.

Pour l'étude bidimensionnelle de l'écoulement en coordonnées cartésiennes et cylindriques, un modèle simple composé de deux cylindres coaxiaux est proposé et calculé. Les caractéristiques de fluide sont considérées constantes. Après la simulation on a trouvé que l'étude dans les coordonnées cylindrique avec le model axisymétrie swirl (2.5D) donne une meilleure concordance avec la solution analytique par rapport à celle dans les coordonnées cartésiennes (model 2D). Et pour trouver l'allure de surface libre de l'écoulement dans un récipient tournant on a utilisé la méthode VOF (volume of fluid). On a considéré un modèle composé d'un récipient rotatif rempli avec un liquide de masse volumique constante à une hauteur donnée. On fait tourner le cylindre autour de son axe à une vitesse angulaire définie. Dans cette simulation on a aussi utilisé le model axisymétrique-swirl (2.5D). On a trouvé un très bon accord entre les résultats numériques et les résultats analytique dans le cas des fluides non-visqueux. Ceci montre la bonne précision de la méthode proposée dans ce travail.

Une simulation numérique du système Couette fournit des informations sur le champ d'écoulement et les grandeurs d'écoulement. Les conditions aux limites, en particulier la cinématique (le cylindre extérieur ou intérieur tourne) ont une grande influence sur les résultats. La difficulté de cette simulation est de saisir la condition aux limites appropriée sur la surface libre ; une condition aux limites de symétrie est spécifiée.

Le système de Couette étudié possède un espace entre le bas du cylindre intérieur et la plaque en plastique. L'écoulement et le champ de température peuvent être influencés par cet espace. Le champ de vitesse et le champ de température sont à examiner en fonction de différents paramètres. L'influence des conditions aux limites dynamiques (rotation du cylindre extérieur ou intérieur) sur l'évolution de l'écoulement, du champ de température et champ de vitesse est examinée.

Les résultats de la simulation montrent qu'un écoulement principal se forme lorsque l'un des deux cylindres tourne. Ceci est recouvert par un écoulement secondaire. L'écoulement secondaire a une composante de vitesse axiale et une autre radiale. Leur valeur est plus grande dans le cas de la rotation du cylindre extérieur en raison de la force centrifuge élevée. La forme d'écoulement secondaire se développe à mesure que la vitesse de rotation augmente.

Le fluide très visqueux s'échauffe en raison du frottement plus ou moins en fonction des conditions aux limites thermiques et de la vitesse de rotation. Les résultats de la simulation montrent que les températures les plus élevées peuvent être observées sur les couches internes. À basse vitesse, les isothermes sont parallèles à l'axe de rotation et le transfert de chaleur est déterminé par conduction thermique. Si la vitesse de rotation est augmentée, les isothermes se courbent radialement vers l'extérieur lorsque le cylindre intérieur tourne et vers l'intérieur lorsque le cylindre extérieur tourne. La formation de la pointe chaude ou froide montre l'influence d'écoulement secondaire en raison de sa vitesse radiale sur le champ de température et le transfert de chaleur est déterminé par convection. Les températures augmentent avec une vitesse croissante jusqu'à atteindre un maximum. Ils tombent et changent à peine. La température du fluide est plus élevée lorsque le cylindre intérieur tourne.

Références bibliographiques

Références :

- [1] Laouar: Numerische Berechnung der nicht-isothermen Strömung im Couette-System. Diplomarbeit², université de Kassel, 2006.
- [2] P.R. Fenstermacher, H.L. Swinney, J.P. Gollub Dynamical instabilities and the transition to chaotic Taylor vortex flow. *J. Fluid Mech* 94:103–128 (1979).
- [3] KOHLI Badredine, Simulation Numérique de l'Écoulement de Couette Taylor, mémoire de magister USTO, Mohamed BOUDIAF, ORAN, 2011.
- [4] C. Conzen: Numerische und experimentelle Untersuchungen zu Transportvorgängen in Schneckenmaschinen. These de doctorat, université de Kassel, 2008.
- [5] Chang M. Y., Lin T. F.: Experimental study of aspect ratio effects on longitudinal vortex flow in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41(5):719–733, 1998.
- [6] Chang P. Y., Chou F. C., Tung C. W.: Heat transfer mechanism for Newtonian and non-Newtonian fluids in 2:1 rectangular ducts. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41:3841–3856, 1998.
- [7] Chiruvella R.V., Jaluria Y., Sernas V.: Extrusion of non-Newton fluids in a single-screw extruder with pressure back flow. *Polymer engineering and science*, 36(3):358–367, Februar 1996.
- [8] Chiu W. K. S., Richards C J., Jaluria Y.: Flow structure and heat transfer in a horizontal converging channel heated from below. *Physics of Fluids*, 12(8):2128–2135, 2000.
- [9] Ferziger, Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer Verlag, 1996.
- [10] *Fluent 6.2 User Documentation*.
- [11] Schaefer, M., *Numerik im Maschinenbau*. Springer Verlag, 1999.
- [12] IOAN POPA, *Modélisation numérique du transfert thermique. Méthode des volumes finis*, university of Craiova, édition 2002.
- [13] DANIEL Huilier, *Écoulement de couette cylindrique –année 2009/2010*.

- [14] .E ,pilliod,E,G. Puckett « Calculation of two-phase navier flows using phase-field modelling » J.comput.Phys,199,2004,p465-502.
- [15] C.W Hirt, B.D. Nichols, « volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boudaries » Journal of Computational Physics 39,1 (1981), p201-225.
- [16] F.Harlow and J.E Welch, « Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible of fluid with free surface » physics of fluid 8,1965, p2182-2189.
- [17] J.Lopez,J,Hernandez,P,Gomez,F ,Faura, « A volume of fluid method based on multidimensional advection and spline interface reconstruction » Journal of Computational Physics 195 (2004), p 718-742.
- [18] Gislain Lipeme Kouyi, « Experimentations et modelisations tridimensionnelles de l'hydrodynamique et de la separation particulaire dans les deversoirs d'orage » thèse de Doctrat Université Louis Pasreur Strasbourg,16 decembre 2004.
- [19] Subhashini Ghorai,K.D.P. Nigam, « CFD modeling of flow profiles and interfacial phenomena in two-phase flow in pipes » Chemical Engineering and Processing.16 August 2005,p55-65.
- [20] Sonia KVICINSKY , Jean-LOUIS KUENY ,Francois AVELLAN ,Etienne PARKINSON, « Experimental and numericul analusis of free surface flows in a rotating bucket »,Procceding of the XX1st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems Septembre 9-12,2002,Lausanne.
- [21] Youcef AIT BOUZIAD, « Physical modelling of leading edge cavitation :computational methodologies and application to hydrailic machinery » ,Ecole Polytechnique Fédérale de lausanne, thèse n° 3353 (2005).