

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Republique Algerienne Democratique Et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي - تبسة

Université Echahid Cheikh Larbi Tébessi – Tébessa –

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de Master Académique**

En : Génie Mécanique

Spécialité : **Energétique**

Par : Kadri Imene

Thème :

Effet de l'utilisation des nano-fluides sur la convection naturelle dans une cavité carrée

Encadré par :

Dr. BOUAFFANE Abdelkrim

CHALOUG Fatima Zahra

M.A.A

Président

ZAIDI Latifa

M.A.A

Examineur

BOUAFFANE Abdelkrim

M.C.B

Rapporteur

Promotion : 2022/2023



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

In the name of Allah, the most gracious, the most merciful

الإهداء

الحمد لله ، اللهم صلى وسلم على الرحمة المهداة سيدنا وقائدنا
وحبيبنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

شكرا لمن أضاء دجى الطريق لخطواتي أُمي وأبي، حفظكما الله
وأدام صحتيكم أرجو من الله أن يطبلا عمركما و ستبقون مثالي
الاعلى في هذه الحياة

إلى إخوتي نوفل و بهاء الدين و تقي الدين نور الله حياتكم إلى
من تحلو بهم الحياة الحلوة

إخواتي إسراء و أسماء و زينب و سندس أشكركم على دعمي
الدائم وبقائكم لجانبي

إلى عائلتي الكريمة قادري بالأخص عمتي وهيبه و جدتي
حفضها الله و أدام عمرها رافقتكم السلامة والعافية و العائلة
الكريمة بغداش من بعيد و قريب أسعد الله أيامكم ودمتم سالمين
غانمين

إلى فلسطين...ستبقين دائما معي، في ذاتي...مع كل نفس أخذه،
وكل حرف أنطقه...حرة دائما يا فلسطين

(وَقُلِ اعْمَلُوا فَسَيَرَى اللَّهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ)

اللهم لك الحمد على فضلك و توفيقك، لك الحمد ما ذكرك الذاكرون، ولك الحمد ما غفل عن ذكرك الغافلون.

إلى المرشد الذي سهل علي الوصول لهذه اللحظة التي أكتب فيها حروفي هذه، الدكتور بوعفان عبد الكريم وفقه الله وحفظه الى أهله وأحباءه إن عبارات الشكر والتقدير لا توفي حق أستاذي الفاضل ، فجميع العبارات تقف عاجزة للتعبير عن دوره المساعد.

أتقدم بأسمى كلمات الشكر والثناء للأستاذتين زايدي لطيفة و شلوق فاطمة الزهراء على الوقت الذي خصصاه لمعاينة هذا العمل.

أتقدم بالشكر والعرفان إلى جميع أساتذة الاختصاص الطاقوية والطاقم الإداري. وإلى أستاذي عقون رابح على النصائح و مكاحلية علاء الدين الذي ساعدني عند طلبي بوركتكم.

شكرا جزيلا إلى زملائي زرفاوي أيمن، معطوب الشريف و شرفي اكرم إلى صديقاتي إيمان سيرين دعاء حنان شيماء فريدة صباح و كل الاصدقاء من قريب و بعيد

إلى دفعة 2023 سهل الله دريكم و اسعدكم من فضله

Abstract

Natural convection in square enclosure filled with mixture of Ethylen glycol and nanoparticles is studied numerically. The left and right walls of enclosure are kept in hot and cold constant temperatures while the horizontal walls are assumed to be adiabatic. The study was performed for various volume fractions φ ranging from 0% to 8%, and Rayleigh number (Ra) varying from 10^3 to 10^6 . The governing equations are solved numerically using the finite volume method. Our results were based on the influence of: Rayleigh number, volume fraction and the type of nanoparticales (CuO, Al₂O₃, and SiO₂) on the streamlines, velocity flow in the enclosure and Nusselt number . The obtained results show that the convection heat transfer rate increases with the increase of Ra or φ . The highest Nusselt number is obtained for CuO-EG nanofluid.

Keywords: Natural convection, Nanofluid, Laminar flow, Nusselt number, Streamlines

Résumé

La convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un mélange d'éthylène glycol et de nanoparticules est étudiée numériquement. Les parois gauche et droite de l'enceinte sont maintenues à des températures différentes tandis que les parois horizontales sont supposées adiabatiques. L'étude a été réalisée pour différentes fractions volumiques $\varphi = 0\% - 8\%$, et des nombres de Rayleigh (Ra) variant de 10^3 à 10^6 . Les équations gouvernantes sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Nos résultats étaient basés sur l'influence du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique et du type de nanoparticules (CuO, Al₂O₃ et SiO₂) sur les lignes de courant, la vitesse d'écoulement dans l'enceinte et sur le nombre de Nusselt. Les résultats obtenus montrent que le taux de transfert de chaleur par convection naturelle augmente avec l'augmentation de Ra ou φ . Le nombre de Nusselt le plus élevé est obtenu pour le nanofluide CuO-EG.

Mots-clés : Convection naturelle, Nanofluide, écoulement laminaire, Nombre de Nusselt, Lignes du courant

الملخص

أجرينا دراسة عددية للحمل الحراري الطبيعي للمائع النانوي داخل غرفة مربعة الشكل ، تكون فيها الجدران العمودية النشطة والأفقية الخاملة، تم إجراء الدراسة على كسور حجمية φ مختلفة حيث تتغير من 0% إلى 8% ، وأرقام رايلي (Ra) تتغير من 10^3 إلى 10^6 . تم حل المعادلات الحاكمة عددياً باستخدام طريقة الحجم المنتهية. استندت نتائجنا إلى تأثير: عدد رايلي والكسر الحجمي ونوع الجسيمات النانوية (CuO، Al₂O₃ ، و SiO₂) على خطوط التيار ، على سرعة المائع في الغرفة وعلى عدد نيسالت. أظهرت النتائج المتحصل عليها أن معدل نقل الحرارة بالحمل الطبيعي يزداد بزيادة Ra أو φ . تم الحصول على أعلى قيمة لعدد نيسالت عند السائل النانوي CuO-EG

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي ، الموائع النانوية ، الجريان الصفحي ، عدد نيسالت ، خطوط التيار

SOMMAIRE

Résumés

Sommaire

Nomenclatures

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Chapitre I: Généralités et étude bibliographique

I.1 Introduction.....	3
I.2 Définition du transfert de chaleur.....	3
I.2.1 La conduction.....	3
I.2.2 La convection.....	3
I.2.3 Rayonnement thermique.....	4
I.3 Les nanoparticules.....	4
I.4 Les Types de nanoparticules.....	7
I.4.1 Les nanotubes.....	7
I.4.2 Les nanofils.....	8
I.4.3 Les nanofibres.....	8
I.5 Les méthodes de préparation des nanoparticules.....	9
I.5.1 Méthode ascendante (Botton-up Route method).....	9
I.5.2 Méthode descendante (Top- Down Route method).....	9
I.6 Définition du nanofluide.....	10
I.7 Propriétés thermo physiques des nanofluides.....	11
I.7.1 Fraction volumique (concentration volumique) ϕ	11

I.7.2 Masse volumique du nanofluide	11
I.7.3 Conductivité thermique	11
I.7.4 Chaleur spécifique.....	12
I.7.5 Viscosité dynamique.....	12
I.7.6 Coefficient de dilatation thermique β	13
I.8 Avantages et inconvénients des nanofluides	13
I.9 Revue bibliographique.....	14

Chapitre II: Formulation mathématique

II.1 Introduction.....	16
II.2 Définition du problème.....	16
II.3 Formulation mathématique du problème.....	16
II.3.1 Equations gouvernantes en forme générale	16
II.3.2 Hypothèses simplificatrice.....	17
II.3.3 Equations gouvernantes en forme simplifiée.....	18
II.3.4 Conditions aux limites.....	19
II.3.5 Modèle mathématique forme adimensionnelle.....	19
II.3.6 Conditions aux limites adimensionnelles.....	20
II.4 Choix du modèle de la viscosité.....	20
II.5 Choix du modèle de la conductivité thermique.....	21
II.5.1 Choix du modèle de la conductivité du Al_2O_3 – EG.....	22
II.5.2 Choix du modèle de la conductivité du CuO – EG.....	22
II.5.3 Choix du modèle de la conductivité du SiO_2 – EG.....	23
II.6 Nombre de Nusselt	23
II.6.1 Nombre de Nusselt local	23

II.6.2 Nombre de Nusselt Moyenne.....	24
II.7 Conclusion.....	24

Chapitre III: Discrétisation et Résolutions Numérique

III.1 Introduction.....	25
III.2 Méthode des volumes finis (M.V.F).....	25
III.3 Discrétisation des équations de conservation.....	26
III.3.1 Discrétisation de l'équation de continuité.....	27
III.3.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe (ox).....	28
III.3.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe (oy).....	33
III.3.3 Discrétisation de l'équation d'énergie.....	35
III.4 Algorithme de couplage pression – vitesse : SIMPLE.....	37
III.3 Résolution du système linéaire des équations discrétisées.....	40
III.3.1 Algorithme de THOMAS (TDMA).....	40
III.3.1 Application de l'algorithme de THOMAS à des problèmes à 2D (TDMA).....	41
III.4 Critère de convergence.....	42

Chapitre IV : Résultats et Interprétations

IV.1 Introduction.....	43
IV.2 Convergence.....	43
IV.3 Validation.....	47
IV.4 Choix du maillage.....	48
IV.5 Résultats et discussions.....	49
IV.5.1 Effet du Rayleigh sur les champs de température.....	49
IV.5.2 Influence du Rayleigh sur les lignes du courant.....	51
IV.5.3 Effet combiné de la fraction et Ra sur Nu moyen.....	53

IV.5.4 Comparaison entre les Nanofluides.....	56
---	----

Conclusion générale

Références

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure (I.1) : Nanoparticules en forme de sphère.....	5
Figure (I.2) : Comparaison d'objets de la macro-échelle à la nano-échelle.....	5
Figure (I.3) : Type de Nano tubes superposés aux propriétés différentes.....	7
Figure (I.4): Les Nano fils et silicium microscopiques.....	8
Figure (I.5) : Les Nano fibres.....	8
Figure (I.6) : Principales voies de synthèses de nanoparticules métalliques (Herbois, 2013).....	9

CHAPITRE II

Figer (II.1) : Géométrie du phénomène étudié.....	16
Figure (II.2) : variation de la viscosité du nanofluide en fonction de ϕ	21
Figure (II.3) : variation de la conductivité thermique de l'Al ₂ O ₃ -EG en fonction de ϕ	22
Figure (II.4) : variation de la conductivité thermique du CuO-EG en fonction de ϕ	22
Figure (II.5) : variation de la conductivité thermique du SiO ₂ -EG en fonction de ϕ	23

CHAPITRE III

Figure (III.1) : Volume de contrôle sur un domaine bidimensionnel.....	26
Figure (III.2): Volume de contrôle typique bidimensionnel.....	27
Figure (III.3) : Volume de contrôle décalé vers la droite.....	28
Figer (III.4) : Volume de contrôle décalé vers le haut.....	33
Figer (III.5): Algorithme SIMPLE.....	39
Figure (III.6): Application ligne par ligne de la méthode TDMA.....	41

CHAPITRE IV

Figure (IV.1): variation du résidu de l'équation de quantité du mouvement ox.....	44
Figure (IV.2): variation du résidu de l'équation de quantité du mouvement oy.....	44
Figure (IV.3): variation du résidu de l'équation de l'énergie.....	45
Figure (IV.4): variation du Nu moyen de l'AL ₂ O ₃ -EG en fonction des itérations.....	45
Figure (IV.5): variation du Nu moyen du CuO-EG en fonction des itérations.....	46
Figure (IV.6): variation du Nu moyen du SiO ₂ -EG en fonction des itérations.....	46
Figure (IV.7): validation entre le present code et la Ref [16] pour le cas du Cu-Eau.....	47
Figure (IV.8): validation entre le present code et la Ref [16] pour le cas AL ₂ O ₃ -Eau.....	48
Figure (IV.9): Effet du Rayleigh sur les champs de température.....	50
Figure (IV.10): Effet du Rayleigh sur les lignes du courant.....	52
Figure (IV.11): variation de Nu moyen du nanofluide AL ₂ O ₃ -EG en fonction de Ra.....	53
Figure (IV.12): variation de Nu moyen du nanofluide CuO-EG en fonction de Ra.....	54
Figure (IV.13): variation de Nu moyen du nanofluide SiO ₂ -EG en fonction de Ra.....	54
Figure (IV.14): variation de la vitesse de nanofluide AL ₂ O ₃ -EG en fonction de Ra à 0.5.....	55
Figure (IV.15): variation de la vitesse de nanofluide CuO-EG en fonction de Ra à 0.5.....	55
Figure (IV.16): variation de la vitesse de nanofluide SiO ₂ -EG en fonction de Ra à 0.5.....	56
Figure (IV.17) : variation de Nu moyen avec concentration entre les 3nanofluides pour Ra=10 ⁴	57
Figure (IV.18): variation de Nu moyen avec concentration entre les 3nanofluides pour Ra=10 ⁵	57
Figure (IV.19): variation de Nu moyen avec concentration entre les 3nanofluides pour Ra=10 ⁶	58

LISTE DE TABLEAUX

Chapitre I

Tableau (I.1) : Les symboles pour les nanoparticules d'oxyde métallique $T=2^{\circ}\text{C}$ et $P=1$ atm.....	6
Tableau (I.2) : les symboles des nanoparticules métalliques a $T = 20^{\circ}\text{C}$ $P = 1$ atm.....	6
Tableau (I.3) : les propriétés des nanoparticules non métalliques a $T=20-25^{\circ}\text{C}$ et $P = 1$ atm.....	7
Tableau (I.5) : La Comparaison des deux méthodes de fabrication.....	10
Tableau (I.6): les propriétés des Fluides frigorigènes	10

Chapitre II

Tableau (II.1) : Les conditions dimensionnelles hydrauliques et thermiques	19
Tableau (II.2) : Les conditions adimensionnelles hydrauliques et thermiques	20

Chapitre III

Tableau (III.1) : les différents termes de l'équation de transport adimensionnelle	27
Tableau (III.2) : choix de la fonction A ($ Pe $) pour différentes formes.....	37

Chapitre IV

Tableau (IV.1): Nusselt moyen en fonction du nombre des mailles.....	48
Tableau (IV.2): Propriétés thermo physiques de l'éthylène glycol et les solides à températures $T_0=300\text{K}$	49
Tableau (IV.3): Nu moyen en fonction de la concentration $Ra=10^4$	58
Tableau (IV.4): Nu moyen en fonction de la concentration $Ra=10^5$	58
Tableau (IV.5): Nu moyen en fonction de la concentration $Ra=10^6$	59

NOMENCLATURE

	Lettres latines	
C_p	Capacité calorifique	$[J.Kg^{-1}.K^{-1}]$
g	Accélération de pesanteur	$[m.s^{-2}]$
H	Hauteur de la cavité	$[m]$
P	Pression	$[Pa]$
p^*	Pression adimensionnelle	$[-]$
T_c	Température chaude	$[K]$
T_f	Température froide	$[K]$
T_0	Température de référence	$[K]$
u	Composante de la vitesse dans la direction x	$[m.s^{-1}]$
v	Composante de la vitesse dans la direction y	$[m.s^{-1}]$
u^*	Vitesse adimensionnelle dans la direction x	$[-]$
v^*	vitesse adimensionnelle dans la direction y	$[-]$

Symbole Grecque

ΔT	Différence de température	$[K]$
μ	viscosité dynamique	$[N.s.m^{-2}]$
ρ	masse volumique du fluide	$[Kg .m^{-3}]$
ρ_0	masse volumique à la temperature de référence	$[Kg .m^{-3}]$
θ	Température adimensionnelles	$[-]$
α	Diffusivité thermique	$[m^2.s^{-1}]$
β	Coefficient d'expansion thermique	$[K^{-1}]$
λ	Conductivité thermique	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
ϕ	Variable dépendant $\phi = u, v, p, T$ Tapez une équation ici.	
φ	Fraction volumique des nanoparticules	$[-]$

Nombres adimensionnels

Nu	Nombre de Nusselt	[-]
Nu_{local}	Nusselt local	[-]
\overline{Nu}	Nusselt moyen	[-]
Pr	Nombre de Prandtl	[-]
Ra	Nombre de Rayleigh	[-]
Gr	Nombre de Grashof	[-]

Indices

f	Fluide de base
nf	Nano-fluides
s	Nanoparticules
g	Mur gauche
d	Mur Droite
Sup	Supérieure
Inf	Inférieur
E	Est du nœud P
S	Sud du nœud P
W	Ouest du nœud P
N	Nord du nœud P
e	face Est du volume de contrôle
n	face Nord du volume de contrôle
s	face Sud du volume de contrôle
w	face Ouest du volume de contrôle

Introduction générale

La nanotechnologie ou la technologie des nanoparticules est une technologie qui permet d'étudier et de manipuler les propriétés des matériaux au niveau atomique et moléculaire et joue un rôle important dans toutes les disciplines, notamment dans l'étude du transfert de chaleur en électronique, mécanique, chimie et optique.

Dans les dernières années, une grande attention est portée par les chercheurs sur les phénomènes des écoulements et du transfert de chaleur des nanofluides. Cette attention n'est pas liée seulement aux considérations théoriques, mais concerne aussi de nombreuses applications industrielles où la compréhension et la maîtrise de ces phénomènes complexes dans les différents types des nanofluides est indispensable pour atteindre des bons résultats.

La convection naturelle dans les nanofluides est un phénomène difficile d'un point de vue physique et mathématique. Cela nécessite une étude approfondie et précise. L'amélioration des performances des nano fluides en plaçant des solides dans des fluides de base est une technique efficace pour augmenter la conductivité thermique et par conséquent l'amélioration de la transmission de la chaleur.

L'étude de la convection naturelle des nanofluides dans les géométries fermés fait l'objet d'un très grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux. La recherche actuelle est principalement axée à la simulation numérique de la convection naturelle laminaire des différents nanofluides à l'intérieur d'une cavité carrée avec deux parois actives et deux autres parois inertes. Dans cette recherche, nous étudions l'influence de la présence de nanoparticules dans un liquide (Ethylène Glycol) sur les propriétés dynamiques et thermique de l'écoulement. L'objectif principal de ce travail est d'améliorer la transmission de la chaleur par convection naturelle, et choisir le type des nanoparticules qui offrent une efficacité thermique élevée.

Le contenu de ce mémoire est divisé en quatre chapitres :

- 1^{er} chapitre représente des généralités sur la convection naturelle et les nanoparticules, ainsi que les nano fluides et leurs méthodes de fabrication, et présente leurs domaines d'utilisation et la synthèse des recherches antérieures
- 2^{ème} chapitre : nous présentons la géométrie du phénomène à étudier, l'ensemble des équations régissant la convection naturelle avec les conditions aux limites sous forme dimensionnelle et adimensionnelle et les expressions du nombre de Nusselt local et moyen.
- 3^{ème} chapitre : Dans ce chapitre, on expose la méthode numérique utilisée pour résoudre le modèle mathématique de notre problème. Pour cela, on utilise la méthode des volumes finis pour convertir les équations différentielles gouvernantes adimensionnelles obtenues dans le deuxième chapitre à des équations algébriques faciles à résoudre.
- 4^{ème} chapitre : Dans le dernier chapitre, nous présentons la validation du code développé pour le calcul numérique et les résultats obtenus et leurs interprétations.

Finalement, on expose une conclusion générale sur notre étude qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques recommandations pour les études futures sont émises.

Chapitre



1

**Généralités et Etude
Bibliographique**

I.1 Introduction

Dans ce premier chapitre nous présentons une vue générale sur les modes du transfert de chaleur, ainsi que des notions générales sur les nanoparticules, les nanofluides et leurs applications. Nous aborderons par la suite une étude bibliographique sur des études précédentes similaires à notre problème.

I.2 Définition du transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est une science complexe et vaste, cette science est importante dans de nombreux domaines techniques tels que la conception d'installations thermiques industrielles [1].

Il y a trois modes de base de transfert de chaleur :

- Conduction thermique
- Convection thermique
- Rayonnement thermique

I.2.1 La conduction

C'est le transfert de chaleur dans un milieu opaque, sans déplacement de matière due à une différence de température. La chaleur est transmise dans le corps par conduction selon deux mécanismes distincts : propagation vibrationnelle à travers les atomes ou les molécules et vibration à travers électrons libres.

Jean-Baptiste Joseph Fourier propose en 1822 la loi de conduction connue sous son nom. Cette relation indique que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température se fait dans la direction des températures décroissantes. [2]

La loi de Fourier dit :

$$\vec{q} = -\lambda \overrightarrow{grad}(T) \quad (I.1)$$

\vec{q} : Flux de chaleur transmis par conduction (W/m²).

λ : Conductivité thermique du milieu (W · m⁻¹ · °C⁻¹).

T : Température (K) ou (°C).

I.2.2 La convection

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du fluide. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide (liquide ou un gaz) en mouvement. L'intensité de la convection est liée à plusieurs facteurs tels que la température, la nature du liquide, la surface d'échange et le flux de chaleur donné par la loi de Newton:[2]

$$q = h (T_s - T_\infty) \quad (\text{I.2})$$

q : Densité de flux thermique (W).

h_s : Coefficient de transfert de chaleur thermique ($\text{W.m}^{-2}.\text{k}^{-1}$).

T_s : Température sur la surface (K) Ou ($^{\circ}\text{C}$).

T_∞ : Température du fluide loin de la surface (k) ou ($^{\circ}\text{C}$).

La transmission de chaleur par convection est désignée selon le mode d'écoulement du fluide.

On distingue trois types de convection :

- La convection forcée pour laquelle le mouvement du fluide est provoqué par une source externe (pompe, ventilateur...).
- La convection naturelle pour laquelle le mouvement du fluide résulte directement de différences de densité dans le fluide résultant des gradients de température.
- Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite mixte.

I.2.3 Rayonnement thermique

Pour ce mode la chaleur se propage sous formes des radiations (des ondes électromagnétiques), ce qui signifie qu'un objet émet un rayonnement dont la longueur d'onde dépend de sa température. Le flux thermique émis par une surface S est donnée par la loi de Stefan-Boltzman.[2]

$$\Phi = \epsilon \sigma S T_s^4 \quad (\text{I.3})$$

Φ : flux thermique (W).

σ : Constant de Stefan Boltzmann $\sigma = 5,67.10^{-8} (\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-4})$.

ϵ : Facteur d'émission de la surface.

S : la surface d'émission (m^2).

T_s : Température de la surface (K).

I.3 Les nanoparticules

Le mot nano dans la langue grecque ancienne signifie "nain" et fait référence à tout ce qui est petit dans le domaine de la science Nano signifie une partie par milliard (un millième de million). Le nanomètre "nm" est utilisé comme unité pour mesurer les longueurs de très petites choses qui n'utilisent pas cette unité pour exprimer les dimensions des diamètres et les mesures des atomes dans le microscope électronique (microscope) tels que les molécules de composés,

les cellules et les particules microscopiques comme les bactéries et les virus. C'est aussi un assemblage atomique ou moléculaire de quelques atomes à un million d'atomes qui sont liés entre eux dans une forme presque sphérique avec un rayon de moins de 100 nanomètres, chaque particule a un rayon de 1 nanomètre, quand la taille d'une nanoparticule à l'échelle nanométrique devient une dimension, on l'appelle un petite quantique (*Quantum wirll*) et si elle a deux dimensions, on l'appelle un fil (*Quantum fil*) et lorsqu'elle est en trois dimensions appelées (*points quantiques*), tout changement de dimensions a un effet. [3.4]

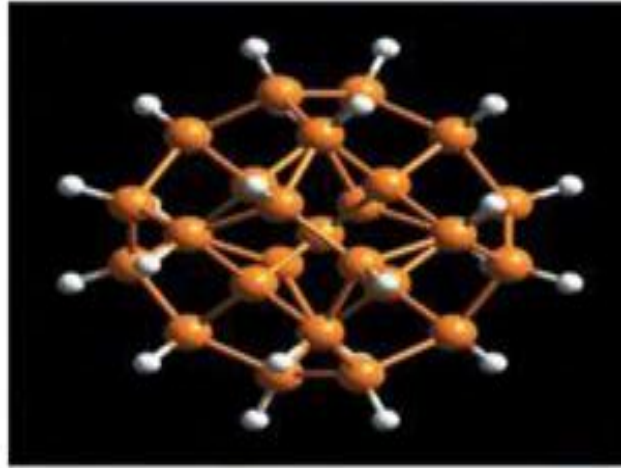


Figure (I.1) : nanoparticules en forme de sphère[3]

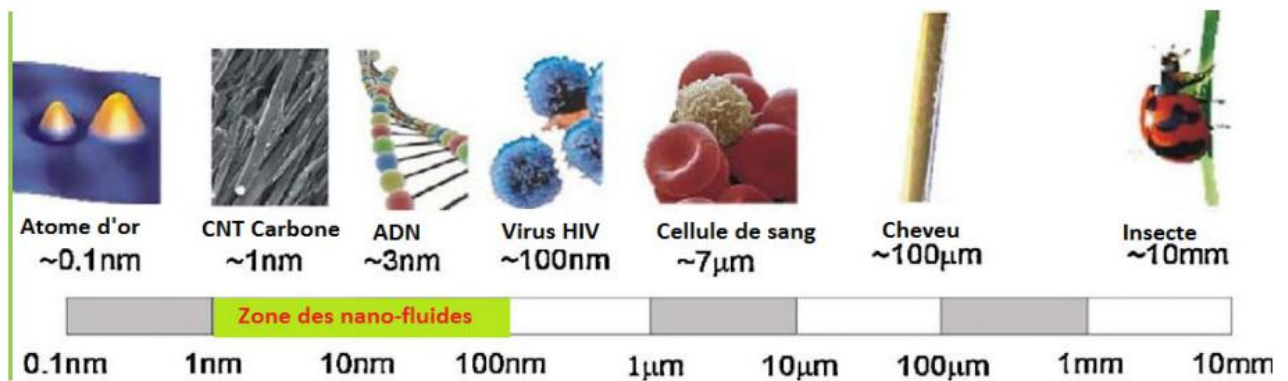


Figure (I.2) : Comparaison d'objets de la macro-échelle à la nano-échelle [5]

Les Nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des Nanofluides : [2]

Nanoparticules d'oxyde métalliques :

- Oxyde d'aluminium (Al_2O_3)
- Oxyde de cuivre (CuO)
- Oxyde de silicium (SiO_2)
- Oxyde de titane (TiO_2)

Tableau (I.1) : Symboles des nanoparticules oxyde métallique à $T=2^{\circ}\text{C}$ et $P = 1 \text{ atm}$

Nanoparticules	Taille (nm)	ρ (Kg/m^3)	C_p ($\text{J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	λ ($\text{w.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$)	β (K^{-1})
Al_2O_3	20-50	3970	765	50	0.85×10^{-5}
SiO_2	20	2650	745	13.4	0.79×10^{-5}
CuO	20	8865	421	99.2	0.95×10^{-5}
TiO_2	10 - 30	4157	710	7.9	0.82×10^{-5}

Nanoparticules métalliques : [2]

- Aluminium (Al)
- Cuivre (Cu)
- Or (Au)
- Argent
- Silicium

Tableau (I.2) : les symboles des nanoparticules métalliques à $T = 20^{\circ}\text{C}$ $P = 1 \text{ atm}$

Nanoparticules	Taille (nm)	ρ (Kg/m^3)	C_p ($\text{J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	β (K^{-1})
(Al)	20-26	2719	871	202.4	$23.1 \cdot 10^{-6}$
(Cu)	60-80	8960	380	401	$1.67 \cdot 10^{-5}$
Or (Au)	10	19300	150	320	$14.2 \cdot 10^{-6}$
(Ag)	18	10500	235	429	$18.9 \cdot 10^{-6}$
(Si)	19	2329	280	148	$2.6 \cdot 10^{-6}$
(Fe)	20	7870	447	80.2	$12 \cdot 10^{-6}$
(Ni)	20	8900	444	90.7	$1.1 \cdot 10^{-5}$
(SiC-water)	40	3160	775	490	$12.6 \cdot 10^{-6}$
(Pt)	15	21450	133	71.6	$2.7 \cdot 10^{-6}$
(Ir)	10-25	22500	130	147	$8.6 \cdot 10^{-6}$

Nanoparticules non métalliques :

- Nanotubes de carbone NTC
- Diamant C

Tableau (I.3) : les propriétés des nanoparticules non métalliques à T=20-25 °C et P =1atm

Nanoparticules non métallique	ρ (Kg/m ³)	Cp (J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹)	λ (w.m ⁻¹ .k ⁻¹)	β (K ⁻¹)
Nanotube de Carbone	Selon le nombre de fibre	Selon le nombre de fibre	2500	Selon nombre de fibre
Diamant C	3500	509	2300	-

I.4 Les Types de nanoparticules

Les nanoparticules prend des différentes formes et variées, chacune ayant sa composition ses caractéristiques et dimensions propres. Chacun a des usages qui le distinguent des autres, qui sont classés selon leur forme comme suit :

I.4.1 Les nanotubes

C'est un ensemble de bandes pliées de forme cylindrique, dont une extrémité est ouverte et l'autre fermée de forme semi-circulaire, constituées de matériaux organiques (carbone) et de matériaux inorganiques tels que les oxydes métalliques, Où le diamètre des nanotubes varie de 1-100 nanomètres et une longueur d'environ 100 micromètres. Ils ont plusieurs formes : tubes droits et tubes en spirale, tubes enroulés, bambou, coniques.[3]

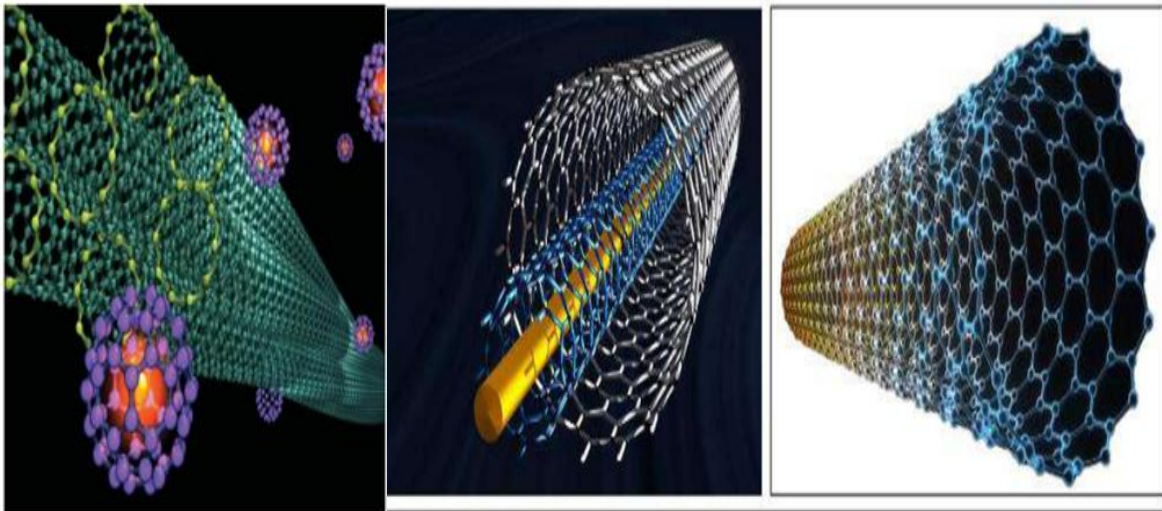


Figure (I.3) : Type de nanotubes superposés aux propriétés différentes. [3.6]

I.4.2 Les nanofils

Ce sont des fils d'un diamètre inférieur à 1 nanomètre qui ont des longueurs différentes. Ce type se trouve dans la nature où il est préparé dans un laboratoire qui dépasse les fils ordinaires, sans électrons à l'intérieur des quels sont quantitativement confinés dans une direction latérale et ont un niveau d'énergie différent de celui trouvé dans les matériaux sensibles. Il a une variété de formes en spirale et symétriques, symétriques à cinq branches.[3]

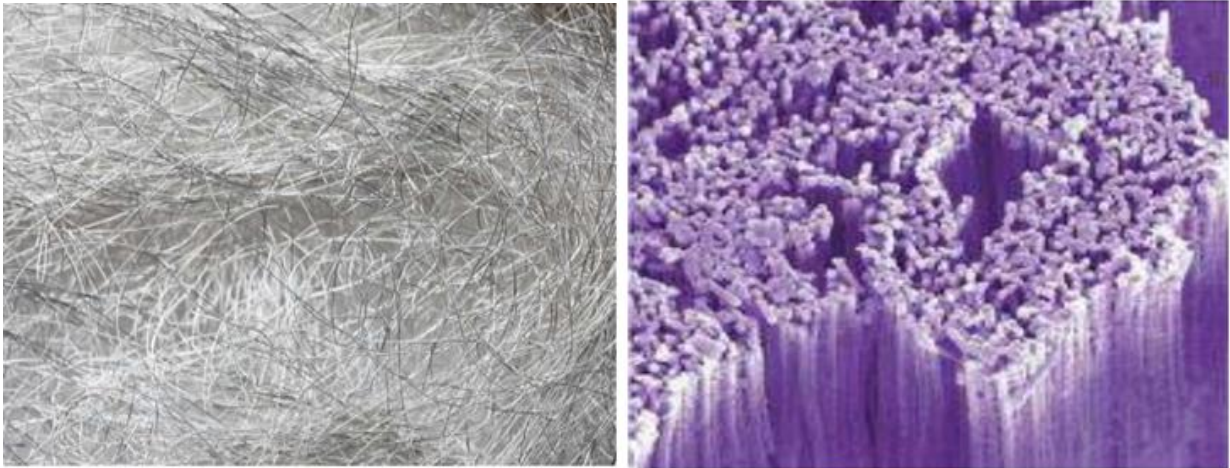


Figure (I.4): Les nanofils et silicium microscopiques. [3.6]

I.4.3 Les nanofibres

C'est des fibres faites de polymères, Et le nombre d'atomes de surface est grand par rapport nombre total, ce qui donne aux fibres des propriétés mécaniques telles que la résistance et la dureté qui les qualifient pour une utilisation comme filtres dans la purification des liquides et des gaz, et dans de nombreuses applications médicales.[6]

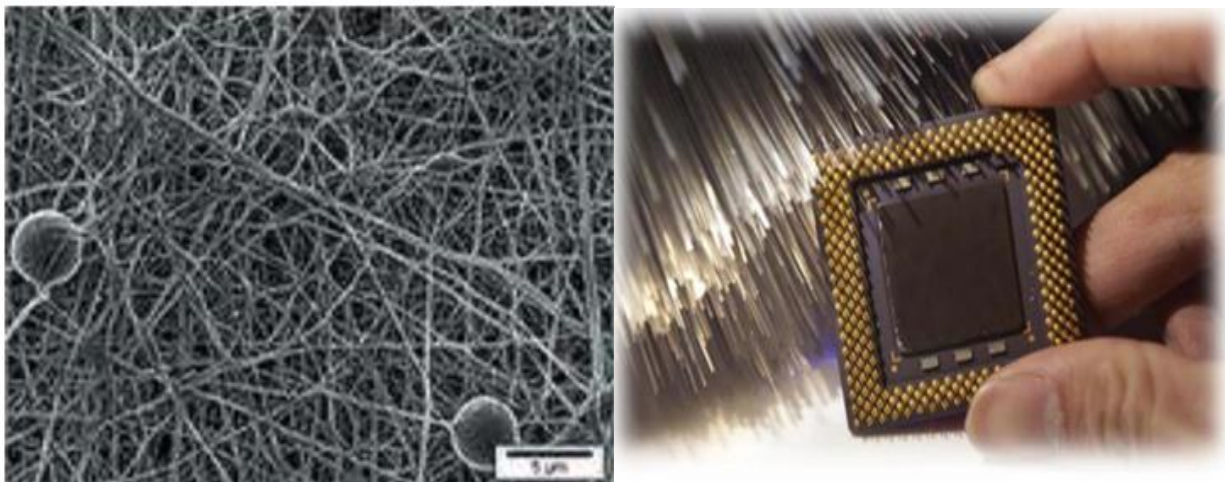


Figure (I.5) : Les nanofibres [3.6]

I.5 Les méthodes de préparation des nanoparticules

Il existe plusieurs façons de préparation des particules, elles sont divisées en deux méthodes:[6]

- *Méthode ascendante* **Bottom-up Route**
- *Méthode descendante* **Top-Down Route**

I.5.1 Méthode ascendante (Bottom-up Route method):

Cette méthode se fait en préparant et fabriquant des particules et des Nano structurent, en utilisant des atomes et des molécules simples avec un contrôle direct, et il s'agit de construire des structures atome par atome. C'est applications les plus profondes de la Nano technologie, car la recherche et les études dans ce domaine n'en sont qu'à leurs débuts. Parmi les méthodes de fabrication, on peut citer les suivantes: [6]

- Dépôt physique en phase vapeur PVD « Physical Vapour Deposition PVD »
- CVD par dépôt chimique en phase vapeur « Chemical Vapour Déposition CVD»
- Faisceau moléculaire axial « hors axe ou supra-axial »
- Processus de conversion par pulvérisation « spray conversion processing »

I.5.2 Méthode descendante (Top- Down Route method) :

Cette technique est réalisée en minimisant les particules et les compositions fines, ce qui est la plus précise jusqu'aux particules à l'échelle Nanométrique. Les Nanoparticules sont fabriquées à partir de particules plus grosses en utilisant la sculpture ou le broyage, la fragmentation et d'autres techniques telles que la précision industries électroniques. [6]

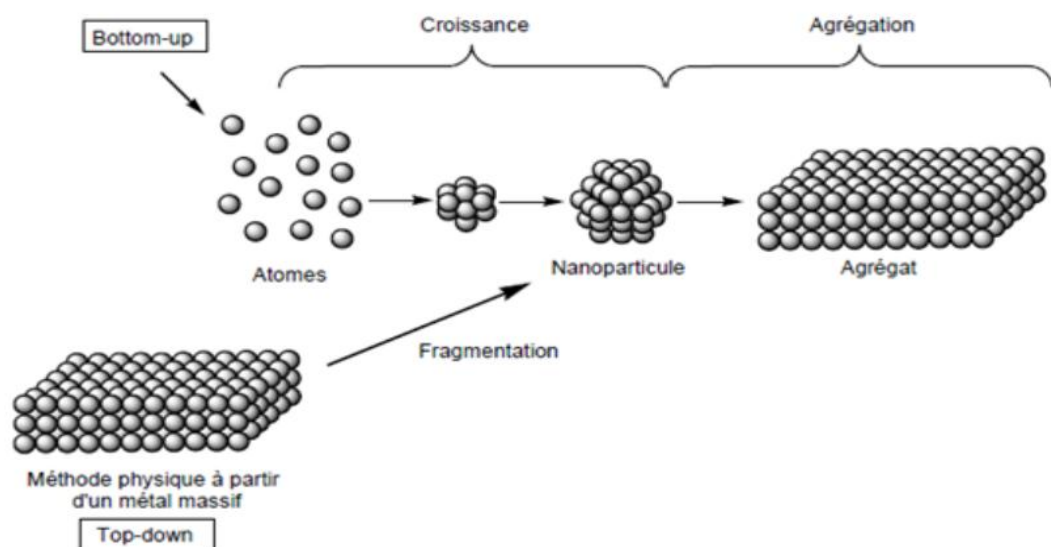


Figure (I.6) : Principales voies de synthèses de nanoparticules métalliques (Herbois, 2013) [7]

Tableau (I.5) : Comparaison entre les deux méthodes de fabrication. [3]

Botton-up	Top-down
On part d'un atome ou d'une molécule de matière.	On part d'un volume de matière perçu.
Nous les collectons dans une composition de plus en plus grande.	Nous le divisons en parties de plus en plus petites.
Nous atteignons une (1) taille Nanou.	On atteint une taille d'environ cent (100) Nano mètres.
La substance résultante acquiert de nouvelles propriétés qui ne sont pas présentes dans les matériaux dans sa taille normale.	La substance résultante acquiert de nouvelles propriétés qui ne sont pas présentes dans le matériau dans sa taille normale

I.6 Définition du nanofluide

C'est un fluide qui a acquis de nouvelles propriétés supplémentaires, lorsque des nanotubes de carbone sont ajoutés à un fluide, les propriétés de conductivité électrique et thermique de ces matériaux augmentent. Aussi, l'amélioration des propriétés optiques, mécaniques et électriques, est obtenue en mélangeant un fluide classique tel que l'eau, l'huile, l'éthylène glycol, etc..... avec certains Nano matériaux. Le choix du liquide est important pour le nanofluide car il permet d'assurer la stabilité des particules dans le temps et d'éviter les agglomérations, Le liquide est choisi en fonction de la nature des nanoparticules [3] :

- Eau
- Éthylène glycol, EG.
- R 12 (liquide).
- R 134 (liquide).

Tableau (I.6): les propriétés des Fluides frigorigènes a T=20 -25 °C et P = 1atm

fluide	ρ ($kg.m^{-3}$)	Cp ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)	λ ($W.m^{-1}.k^{-1}$)	β (K^{-1})	μ ($Pa.s$)
L'eau	1000	4182	0.613	2.791×10^{-3}	10.1×10^{-4}
Ethylène Glycol	1132	2349	0.258	5.10^{-4}	16.10^{-3}
R 12 (liquide)	1194.9	0.965	70.95×10^{-3}	-	22.5×10^{-5}
R 134(liquide)	1196.2	1.41	84.4×10^{-3}	-	214×10^{-6}

I.7 Propriétés thermo physiques des nanofluides

I.7.1 Fraction volumique (concentration volumique) ϕ

La fraction volumique ϕ est défini comme le rapport volumique des Nanoparticules solide sur le volume total (Nano particules + fluide de base).[10]

$$\phi = \frac{V_p}{V_{total}} = \frac{V_p}{V_f + V_p} \quad (I.4)$$

V_p : volume du solide (Nanoparticule).

V_T : volume total (fluide + solide).

I.7.2 Masse volumique du nanofluide ρ_{nf}

La masse volumique du nanofluide est donnée défini comme suit:

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_p}{V_f + V_p} = \frac{\rho_f V_f + \rho_p V_p}{V_f + V_p}$$

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_{fb} + \rho_p \phi \quad (I.5)$$

ρ_{nf} : masse volumique de nano fluide.

ρ_{fb} : masse volumique du fluide base.

ρ_p : masse volumique des particules.

I.7.3 Conductivité thermique λ_{nf}

La conductivité thermique généralement est une propriété importante, principalement dans notre étude parce qu'elle joue un rôle très important dans le phénomène de transfert de chaleur. La conductivité thermique des nano fluides est calculée selon les modèles suivants :

- **Modèle de Maxwell (1873) :**

Ce modèle n'est valable que dans le cas des nano fluides contenant des nanoparticules sphériques, et ce cas peut être considéré comme un point négative pour le modèle, donc pour l'utilisation de ce modèle, nous ne doivent considérer que les nanoparticules sphériques. Le modèle de Maxwell est donné par [24] :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_p + 2\lambda_{fb} - 2\phi(\lambda_{fb} - \lambda_p)}{\lambda_p + 2\lambda_{fb} + \phi(\lambda_{fb} - \lambda_p)} \lambda_{fb} \quad (I.6)$$

- **Modèle de Hamilton et Crosser (1962) :**

Le modèle de Hamilton et Crosser est établi pour résoudre la limite du modèle de Maxwell. Comme ce dernier n'est valable que dans le cas de particules sphériques. La conductivité thermique apparente du milieu est donnée par l'expression suivante [24] :

$$\lambda_{nf} = \frac{\lambda_p + (n-1)\lambda_{fb} - (n-1)(\lambda_{fb} - \lambda_p)\varphi}{\lambda_p + (n-1)\lambda_{fb} + (\lambda_{fb} - \lambda_p)\varphi} \lambda_{fb} \quad (I.7)$$

Où (n) est un facteur de forme donnée par : $n = \frac{3}{\psi}$

Avec $n = 3$ pour les particules sphériques et $n = 6$ pour les particules cylindriques.

Pour ($\psi = 1$) (particules sphériques) le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

$$\lambda_{nf} = (4.97\varphi^2 + 2.72\varphi + 1)\lambda_{fb} \quad (I.8)$$

$$\lambda_{nf} = (28.905\varphi^2 + 2.8273\varphi + 1)\lambda_{fb} \quad (I.9)$$

Les équations (I.8) et (I.9) ont été obtenus en utilisant le modèle bien connu proposé par Hamilton et Crosser [25].

I.7.4 Chaleur spécifique

La chaleur spécifique d'un nanofluide en fonction de la fraction est [30]:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_{fb} + \varphi (\rho C_p)_p \quad (I.10)$$

I.7.5 Viscosité dynamique

- **Modèle d'Einstein**

Einstein a proposé une expression linéaire Pour les suspensions très diluées (particules sphériques et rigides.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \quad (I.11)$$

- **Modèle de Brinkman**

Ce modèle présente l'évolution non linéaire de la viscosité dynamique en fonction de la fraction volumique d'une suspension concentrée de particules sphériques.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (\text{I.12})$$

- **Modèle de Batchelor**

Batchelor (1977) a modifié le modèle d'Einstein en considérant un deuxième ordre correspond au mouvement brownien des particules. L'écoulement autour des particules n'est pas seulement affecté par la présence d'autres particules voisines, mais aussi par des collisions entre ces particules.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi + 6.5\varphi^2) \quad (\text{I.13})$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications spécifiques, par exemple Maiga et al. [26], à partir du résultat Les mesures suggèrent les corrélations suivantes :

$$\mu_{nf} = \mu_f (123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad (\text{I.14})$$

Pack and Cho [27] ont proposé, quant à eux une corrélation pour les nanoparticules AL_2O_3 dispersés dans l'eau donnée par :

$$\mu_{nf} = \mu_f (533.9\varphi^2 + 39.11\varphi + 1) \quad (\text{I.15})$$

I.7.6 Coefficient de dilatation thermique β

La variation de densité sous l'influence de la température est caractérisée par le coefficient de dilatation thermique aussi appelé coefficient de dilatation isobare, pour calculer la valeur du coefficient on utilise l'expression suivante :[8]

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho\beta)_f + \varphi(\rho\beta)_p \quad (\text{I.16})$$

I.8 Avantages et inconvénients des nanofluides [6]

I.8.1 Les Avantages

- Grande surface pour le transfert de chaleur entre les molécules et les liquides.
- Dispersion et stabilité élevées avec un mouvement brownien prédominant entre les granulés.
- Conductivité thermique un peu élevée par rapport aux fluides de base.

I.8.2 Les inconvénients

- Viscosité plus élevée et capacité calorifique plus faible.
- Augmentation de la perte de charge et de la puissance de pompage.

- Coût élevé et difficulté de production.

I.9 Revue bibliographique

L'étude du transfert de chaleur par convection naturelle est un domaine de recherche depuis des décennies. Il existe un grand nombre de publications scientifiques consacrées à la convection naturelle des nanofluides dans les enceintes fermés. La plupart des études sont généralement menées avec de l'eau, de l'huile comme fluide de base. Mais peu d'entre eux ont travaillé sur l'Éthylène glycol comme fluide de base. Dans cette partie nous présentons quelques travaux précédents similaires à notre étude.

Khanafer et al. [17] ont étudiés numériquement le phénomène de la convection naturelle du nanofluide à l'intérieure d'une cavité différentiellement chauffée et rempli du nanofluide. Ils ont utilisé le modelé de Brinkman pour la viscosité du nanofluide et le modele de Wasp pour la conductivite thermique effective du nanofluide. En plus, ils ont proposé une corrélation de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et pour différentes concentrations volumiques des nanoparticules. [12]

Rong Yan Jou et al. [18] ont adopté le modele utilise par Khanafer pour simuler la convection naturelle d'un nanofluide dans une cavité différentiellement chauffée. Ils ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$) et le rapport d'aspect (1/2, 1 et 2) sur l'écoulement du nanofluide. Leurs résultats montrent une augmentation du coefficient de transfert de la chaleur avec la fraction volumique des nanoparticules.[12]

Tiwari et al. [19] ont étudiés numériquement la convection dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée avec des parois verticales mobiles et remplie de nanofluide (Cu+eau). Ils ont assimilé le nanofluide a un fluide homogène Newtonien. Ils ont montré que le nombre de Richardson et le sens du mouvement des deux parois verticales affectent l'écoulement du nanofluide et le transfert de chaleur au sein de la cavité. [12]

Éliton et al. [20] ont étudié la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée et partiellement ouverte avec une source de chaleur placée au centre. L'ouverture ; située dans la paroi froide ; occupe 25%, 50% ou 75% de la hauteur de cette dernière. Les résultats montrent une influence significative de la taille de l'ouverture, de la source de chaleur ainsi que la différence de température entre les deux parois verticales sur le transfert thermique et l'écoulement du fluide à l'intérieur de la cavité. [28]

Le phénomène de la convection naturelle des nano fluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur isotherme a été résolu numériquement par **El Hattab et al.** [21]. L'influence de certains paramètres tels que, la fraction volumique, le type des nanoparticules et le nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur a été étudié. Leur étude a permis de montrer que : le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique en nanoparticules et le nombre de Rayleigh. L'effet des nanoparticules sur le transfert de chaleur est plus important à faible nombre de Rayleigh. Le transfert de chaleur en présence des nanoparticules de cuivre est amélioré comparativement aux résultats obtenus avec des nanoparticules de Al_2O_3 ou TiO_2 . [28]

Patel et al. [22] ont étudié le nanofluide (Au-thiolate+toluene) a une température de $60^\circ C$, et ont obtenu une amélioration de 8.8% de la conductivité thermique pour une fraction volumique de nanoparticules $\phi = 0.011\%$. Pour une solution de (Aucitrate+eau), ils ont obtenu une amélioration de 8.3% de la conductivité thermique pour $\phi = 0.00026$. Par contre, pour une solution de (Ag-citrate+eau), ils ont obtenu une amélioration de 4.5% pour $\phi = 0.001\%$. Pour le nanofluide (Ag+eau) la conductivité thermique obtenue est plus faible que celle du nanofluide (or+eau) bien que l'argent soit meilleur conducteur de la chaleur que l'or. [29]

Ogut [23] a étudié la convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée et chauffée par une source de chaleur placée au centre de la paroi gauche et remplie d'un mélange d'eau et des nanoparticules (Cu, Ag, CuO, Al_2O_3 et TiO_2). Les résultats montrent que le type de nanoparticule est un facteur principal pour le perfectionnement de transfert thermique. [29]

Chapitre II

Formulation mathématique

II.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les équations modélisant le phénomène de la convection naturelle laminaire des nanofluides dans une cavité carrée. Le fluide de base utilisé est l'Ethylène Glycol et les nanoparticules Al_2O_3 , CuO et SiO_2 . On commence par l'écriture des équations de conservation sous leurs formes générales, puis on passera aux différents traitements de ces équations pour les adapter au cas étudié, pour cela on doit prendre en considération les hypothèses simplificatrices nécessaires ainsi que les conditions aux limites associées. Ensuite, nous exprimons les équations gouvernantes, les conditions aux limites sous forme adimensionnelles et le nombre de Nusselt.

II.2 Définition du problème

La géométrie considérée est représenté sur la figure (II.1). Il s'agit d'une cavité carrée de longueur H remplie de l'Ethylène Glycol avec trois types des nanoparticules, qui sont Al_2O_3 , CuO et SiO_2 . Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques. La paroi gauche (chaude) est maintenue à une température T_C tandis que la paroi droite (froide) est maintenue à une température T_f .

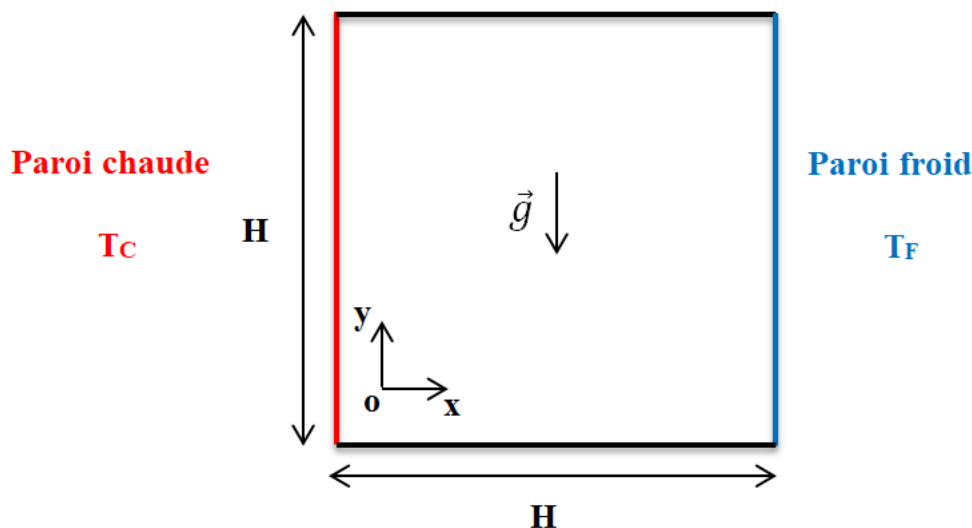


Figure (II.1) : Géométrie du phénomène étudié.

II.3 Formulation mathématique du problème

II.3.1 Equations gouvernantes en forme générale

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations de conservation. Ces équations sont les équations de continuité (la conservation de masse), de quantité de mouvement (Navier-stokes) et l'équation de l'énergie (la conservation d'énergie).

- **Equation de continuité :**

Le principe de conservation de masse mène à l'équation de continuité qui s'exprime sous forme suivante: [2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$$\vec{V} = u_i + v_j$$

- **Equation de la quantité de mouvement :**

L'équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible newtonien [8] :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla P + \vec{f}_{v,ext} + \mu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

- ∇P : force de pression
- $\vec{f}_{v,ext}$: force volumique extérieure
- $\mu \Delta \vec{V}$: terme des forces de viscosité (les contraintes).

- **Equation de l'énergie :**

Le principe de conservation de l'énergie (le premier principe de la thermodynamique) pour un fluide Newtonien incompressible donnée par l'équation d'énergie suivante: [7, 25]

$$\text{div}(\rho \vec{V} C_p T) = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) + S_e \quad (\text{II.3})$$

Avec :

Le travail de compression et la dissipation visqueuse sont supposés négligeables dans l'équation de l'énergie.

S_e : représente les effets intégrés de la quantité de mouvement et de l'échange d'énergie avec le fluide de base, et il égale à zéro dans le cas du mode monophasé.

II.3.2 Hypothèses simplificatrices

Afin d'établir le modèle mathématique simplifié qui régit la convection naturelle, nous avons adopté les hypothèses suivantes :

- L'écoulement du nanofluide est supposé stationnaire, laminaire et bidimensionnel sur le plan (xoy)
- Le nanofluide est assimilé à un fluide Newtonien et incompressible.

- La dissipation visqueuse Φ et le transfert de chaleur par rayonnement sont négligeables.
- Le modèle à une seule phase est retenu (les deux phases en présence sont en équilibre thermique et dynamique).
- L'hypothèse de Boussinesq stipule que toutes les propriétés thermophysiques sont constantes à l'exception de la variation de la masse volumique du fluide dans le terme moteur des équations de Navier-Stokes (la poussée d'Archimède) qui évolue linéairement avec la température selon l'expression suivante [7, 10] :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (\text{II.4})$$

Où :

ρ_0 est la masse volumique déterminée à la température de référence T_0 . Dans notre étude nous avons utilisé T_f comme température de référence

Le terme β (K^{-1}) est le coefficient d'expansion thermique :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{II.5})$$

II.3.3 Equations gouvernantes en forme simplifiée

Introduisons les hypothèses simplificatrices sur les équations gouvernantes ci-dessus, on obtient la forme simplifiée des équations régissant le phénomène étudié. Ces équations sont :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.6})$$

- **Equation de quantité de mouvement (ox) :**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

- **Equation de quantité du mouvement suivant (oy) :**

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta_{nf} (T - T_0) \quad (\text{II.8})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda_{nf}}{\rho_{nf} c_{p_{nf}}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.9})$$

Les équations (II.6), (II.7), (II.8) et (II.9) peuvent s'écrire sous la forme conservative comme suit :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}V)}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}UU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}UV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}VU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}VV)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial y} \right) + g \rho_{nf} \beta_{nf} (T - T_F) \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}UT)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}VT)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda_{nf}}{C_{p_{nf}}} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda_{nf}}{C_{p_{nf}}} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{II.13})$$

II.3.4 Conditions aux limites

Tableaux (II.1) : conditions dimensionnelles dynamiques et thermiques

Limite	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
Gauche (x=0)	u = 0 v = 0	T_C
Droite (x= H)	u = 0 v = 0	T_F
Inferieure (y=0)	u = 0 v = 0	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
Supérieure (y= H)	u = 0 v = 0	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$

II.3.5 Modèle mathématique forme adimensionnelle :

Afin de simplifier l'étude, des variables adimensionnelles peuvent être utilisées. Cela a pour effet de réduire le nombre de paramètres qui influent sur l'étude, faciliter ainsi la manipulation des équations et l'analyse des résultats. Dans ce cas, nous introduisons des variables sans dimension dans les équations (II.6), (II.7), (II.8), (II.9) Les variables sans dimension utilisées sont :

$$x^* = \frac{x}{H}, \quad y^* = \frac{y}{H}, \quad u^* = \frac{uH}{\alpha_{nf}}, \quad v^* = \frac{vH}{\alpha_{nf}}, \quad p^* = \frac{pH^2}{\alpha_{nf}}, \quad \theta = \frac{T-T_f}{T_c-T_f}, \quad \rho_{nf}^* = \frac{\rho_{nf}}{\rho_{nf}} = 1$$

En introduisant ces variables sans dimensions dans les équations gouvernantes (II.10)-(II.13), on trouve les équations adimensionnelles suivantes :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_{nf}^* v^*)}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}^* u^* u^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_{nf}^* v^* u^*)}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + Pr_{nf} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} \right) \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}^* u^* v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_{nf}^* v^* v^*)}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + Pr_{nf} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + Ra_{nf} Pr_{nf} \theta \quad (\text{II.16})$$

$$\frac{\partial(\rho_{nf}^* u^* \theta)}{\partial x^*} + \frac{\partial(\rho_{nf}^* v^* \theta)}{\partial y^*} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^{*2}} \right) \quad (\text{II.17})$$

Après l'adimensionalisation, on trouve que les nombres adimensionnels qui gouvernent notre étude sont :

- Nombre de Prandtl $Pr_{nf} = \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf} \alpha_{nf}} = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{nf}}$
- Nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g \beta (T_c - T_f) H^3}{\nu \alpha}$

II.3.6 Conditions aux limites adimensionnelles :

Tableaux (II.2) : conditions aux limites adimensionnelles dynamiques et thermiques.

Limite	Conditions dynamiques	Conditions thermiques
Gauche ($x^*=0$)	$u^* = 0$ $v^* = 0$	$\theta = 1$
Droite ($x^*=1$)	$u^* = 0$ $v^* = 0$	$\theta = 0$
Inferieure ($y^*=0$)	$u^* = 0$ $v^* = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$
Supérieure ($y^*=1$)	$u^* = 0$ $v^* = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

II.4 Choix du modèle de la viscosité :

Nous avons cité dans le chapitre précédent cinq modèles de viscosité dynamique :

- Modèle 1 (modèle d'Einstein) : $\mu_{nf} = \mu_f (1 - 2.5\phi)$
- Modèle 2 (modèle de Brinkman) : $\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}}$
- Modèle 3 (modèle de Batchelor) : $\mu_{nf} = \mu_f (2.6\phi^2 + 2.5\phi + 1)$

- Modèle 4 (proposée par Maiga et al) : $\mu_{nf} = \mu_f(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1)$
- Modèle 5 (proposée par Pack et Cho) : $\mu_{nf} = \mu_f(533.9\varphi^2 + 39.11\varphi + 1)$

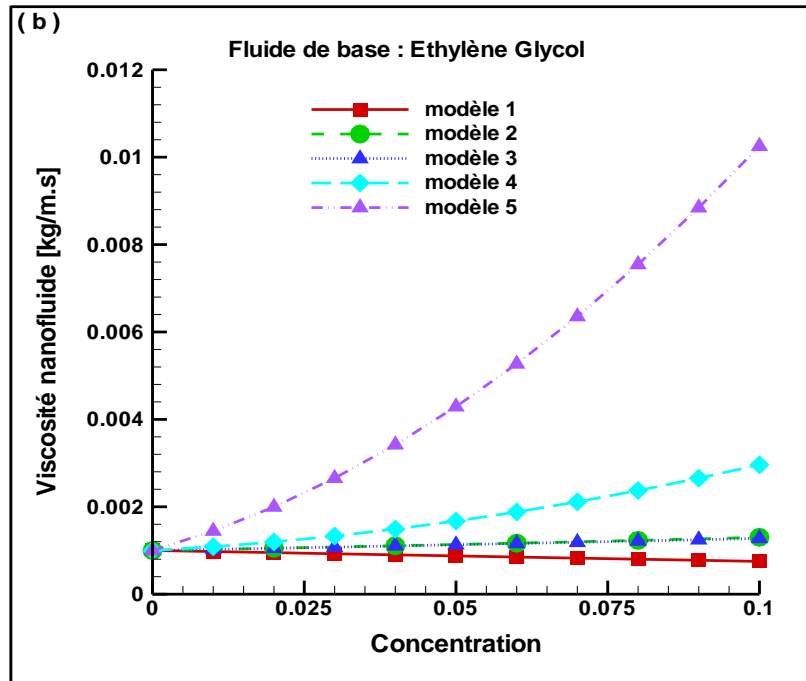


Figure (II.2) : variation de la viscosité du nanofluide en fonction de φ

Selon la figure (II.2) on remarque que les modèles 2 et 3 sont identiques. Dans notre étude on peut choisir comme modèle de viscosité le modèle 2 (modèle Brinkman).

II.5 Choix du modèle de la conductivité thermique :

Nous avons cité dans le chapitre précédent 3 modèles de conductivité thermique :

- Modèle 1 (modèle de Maxwell) : $\lambda_{nf} = \frac{\lambda_p + 2\lambda_{fb} - 2\varphi(\lambda_{fb} - \lambda_p)}{\lambda_p + 2\lambda_{fb} + \varphi(\lambda_{fb} - \lambda_p)} \lambda_{fb}$
- Modèle 2 (modèle Hamilton et Crosser) : $\lambda_{nf} = (4.97\varphi^2 + 2.72\varphi + 1)\lambda_{fb}$
- Modèle 3 (modèle Hamilton et Crosser) : $\lambda_{nf} = (28.905\varphi^2 + 2.8273\varphi + 1)\lambda_{fb}$

II.5.1 Choix du modèle de la conductivité du Al_2O_3 -EG

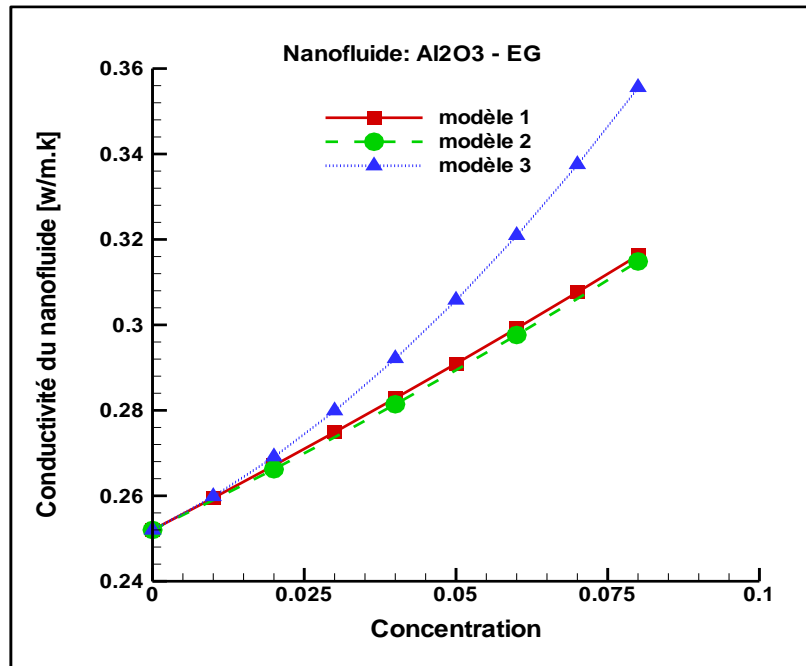


Figure (II.3) : variation de la conductivité thermique de l' Al_2O_3 -EG en fonction de ϕ .

Selon la figure (II.3) on peut choisir comme modèle de conductivité le modèle 1 pour Al_2O_3 -EG.

II.5.2 Choix du modèle de la conductivité du CuO -EG

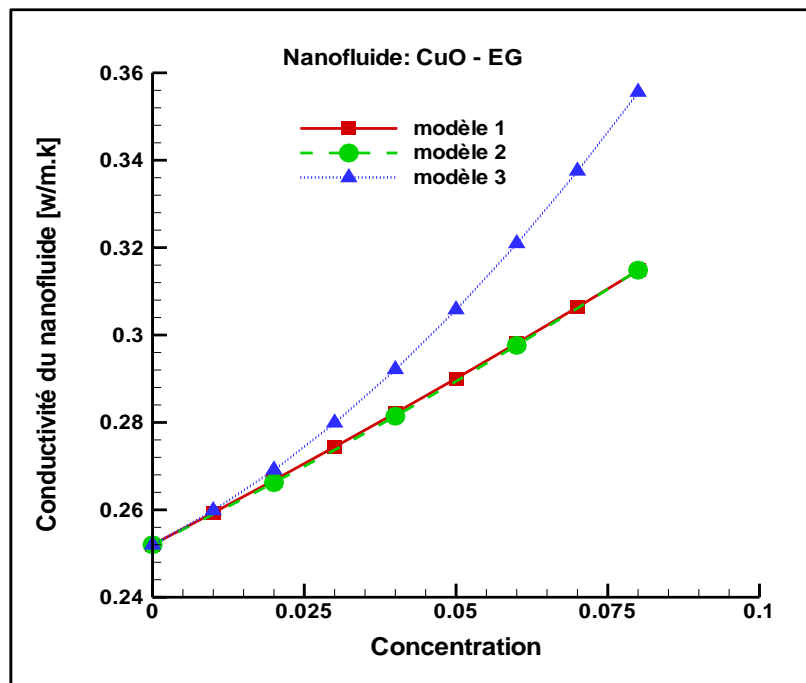


Figure (II.4) : variation de la conductivité thermique du CuO -EG en fonction de ϕ .

Selon la figure (II.4) on peut choisir comme modèle de conductivité le modèle 1 pour CuO -EG.

II.5.3 Choix du modèle de la conductivité du SiO₂ – EG

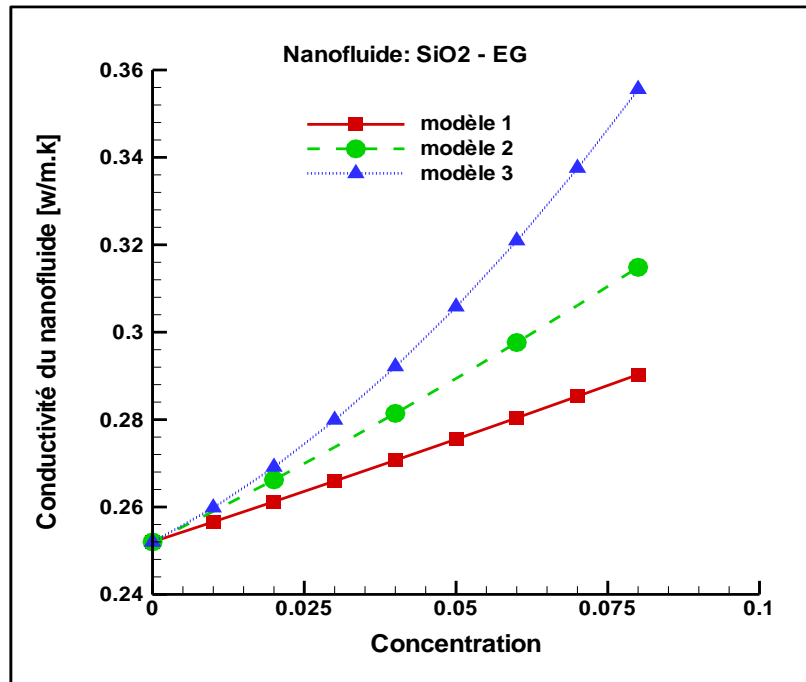


Figure (II.5) : variation de la conductivité thermique du SiO₂-EG en fonction de ϕ

Selon la figure (II.5) on peut choisir comme modèle de conductivité le modèle 2 pour SiO₂-EG.

II.6 Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt représente le rapport entre la chaleur transférée par convection à celle transférée par conduction.

II.6.1 Nombre de Nusselt local :

- *Pour le mur gauche*

$$\Phi_{cond} = \Phi_{conv}$$

$$-\lambda_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{x=0} = h(y) (T_c - T_f) \quad (II.18)$$

Introduisons les nombres adimensionnels mentionnés précédemment, on trouve:

$$-\lambda_{nf} (T_c - T_f) \left(\frac{\partial \theta}{H \partial X} \right)_{x=0} = h(y) (T_c - T_f)$$

Après simplification, on obtient:

$$\frac{h(y)H}{\lambda_{nf}} = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=0}$$

$$\frac{h(y)H}{\lambda_f} = - \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=0}$$

$$Nu = - \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=0}$$

$$Nu_g(y) = - \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=0} \quad (\text{II.19})$$

✓ Pour le mur droit :

$$- \lambda_{nf} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{x=L} = h(y) (T_c - T_f)$$

$$Nu_d(y) = - \frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} \cdot \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{x=1} \quad (\text{II.20})$$

II.6.2 Nombre de Nusselt Moyen:

On écrit sur la fourme :

✓ mur gauche :

$$\overline{Nu}_g = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_g(y) dy \quad (\text{II.21})$$

✓ mur droit :

$$\overline{Nu}_d = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_d(y) dy \quad (\text{II.22})$$

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la géométrie du problème étudié et le modèle mathématique de en cordonnés cartésiennes avec les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites dimensionnelles et non dimensionnelles. Le nombre de Nusselt local et moyen a été déterminé. Dans le prochain chapitre, nous présenterons la méthode numérique de résolution du système d'équations.

Remarque:

Nous supprimerons le symbole (*) de toutes les équations pour faciliter l'écriture dans le chapitre3.

Chapitre III

Discrétisation et Résolutions Numérique

III.1 Introduction

Dans ce chapitre nous avons introduit la méthode numérique utilisée dans la résolution (méthode des volumes finis), puis nous avons converti le système d'équations différentielles régissant l'écoulement obtenu dans le chapitre précédent de la formule différentielle à la formule algébrique en utilisant cette méthode, cette dernière nous conduit en une matrice pentagonale qui la convertit en une matrice à trois diagonales en balayant ligne par ligne, puis en la résolvant par la méthode TDMA.

III.2 Méthode des volumes finis (M.V.F)

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar, le principe de méthode des volumes finis baser sur une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement.

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure (III-1). La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Les différentes étapes de la méthode des volumes finis sont :

- La discrétisation du domaine considéré en volume de contrôle.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- Écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.
- Résolution du système algébrique linéaire obtenu.

Le volume de contrôle est montré par la Figure (III.1), Pour un nœud principal **P**, les points **E** et **W** (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x , tandis que **N** et **S** (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y . Le volume de contrôle entourant **P** est montré par les lignes continues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points **e** et **w** dans la direction x , **n** et **s** dans la direction y . [32]

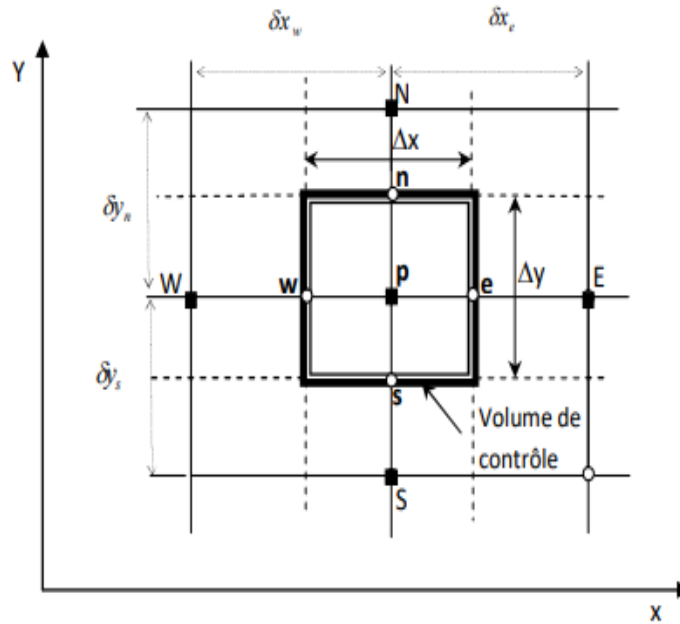


Figure (III.1) : Volume de contrôle sur un domaine bidimensionnel.

III.3 Discrétisation des équations de conservation

Nous supprimons le symbole (*) des équations (II.14)- (II.17) pour faciliter l'écriture dans ce chapitre.

Nous observons que les équations de continuité, de transport et d'énergie régissant la convection naturelle s'écrivent sous la forme suivante :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho_{nf}U\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}V\phi)}{\partial y}}_{(a)} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)}_{(b)} + \underbrace{S_\phi}_{(c)} \quad (III.1)$$

Où :

ϕ : La propriété transportée.

Γ_ϕ : Le coefficient de diffusion.

S_ϕ : Le terme source qui inclut également le gradient de pression.

Les trois termes de l'équation (III.1) sont respectivement :

(a) : le taux de transport de ϕ par convection.

(b) : le taux de transport de ϕ par diffusion.

(c) : le terme source.

Les termes de l'équation généralisée (III.1) sont groupés dans le tableau III.1 pour les différentes équations :

Tableau (III-1) : les différents termes de l'équation de transport adimensionnelle.

Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité (II.14)	1	0	0
quantité de mouvement suivant (ox) (II.15)	U	Pr_{nf}	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
quantité de mouvement suivant (oy) (II.16)	V	Pr_{nf}	$-\frac{\partial P}{\partial y} + Ra_{nf}Pr_{nf}\theta$
Energie (II.17)	θ	1	0

III.3.1 Discrétisation de l'équation de continuité

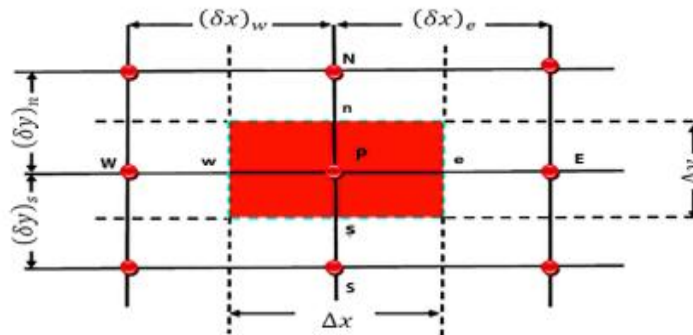


Figure (III.2) : Volume de contrôle typique.

Nous rappelons l'équation de continuité (II.14) :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}V)}{\partial y} = 0 \tag{III.2}$$

En intégrant l'équation (III.4) sur le volume de contrôle dv , on obtient :

$$\int \left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = 0 \right] dV = 0 \tag{III.3}$$

Avec : $dV = bdx dy$ et b : dimension de la cavité dans la direction z

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} b dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} b dx dy = 0 \tag{III.4}$$

$$\int_s^n b[(\rho U)_e - (\rho U)_w] dy + \int_w^e b[(\rho U)_n - (\rho U)_s] dx = 0 \quad (\text{III.5})$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume de contrôle, l'équation (III.5) devient :

$$(\rho U)_e \int_s^n b dy - (\rho U)_w \int_s^n b dy + (\rho V)_n \int_w^e b dx - (\rho V)_s \int_w^e b dx = 0 \quad (\text{III.6})$$

Posant :

$$a_e = \int_s^n b dy \quad (\text{Surface de la face est du volume étudié.})$$

$$a_w = \int_s^n b dy \quad (\text{Surface de la face ouest du volume étudié.})$$

$$a_n = \int_w^e b dx \quad (\text{Surface de la face nord du volume étudié.})$$

$$a_s = \int_w^e b dx \quad (\text{Surface de la face sud du volume étudié.})$$

Par conséquent, l'équation (III.6) devient :

$$(\rho U)_e a_e - (\rho U)_w a_w + (\rho V)_n a_n - (\rho V)_s a_s = 0 \quad (\text{III.7})$$

Utilisant la relation du flux de masse comme suit :

$$F_i = (\rho U)_i a_i$$

L'équation (III.9) devient :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{III.8})$$

Tel que :

F_e , F_w , F_n et F_s sont les débit massique traversant les interfaces.

III.3.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe (ox)

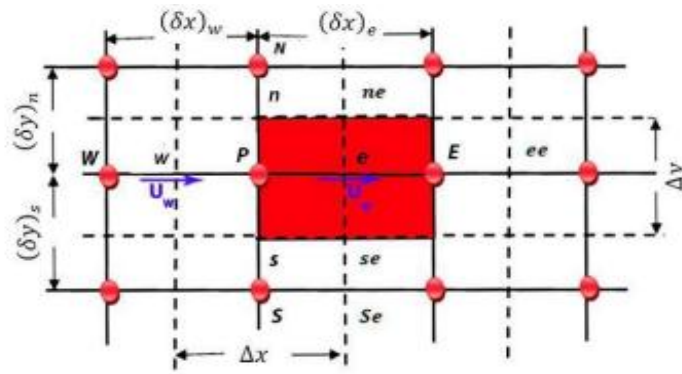


Figure (III.3) : Volume de contrôle décalé vers la droite.

L'équation de quantité de mouvement selon l'axe ox (II.15) :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}UU)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}UV)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr_{nf} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{III.9})$$

L'équation (III.9) sous la forme conservative :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}uv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + S_u \quad (\text{III.10})$$

On intègre l'équation (III.10) sur un volume de contrôle décalé vers la droite présenté à la figure (III.4).

$$\begin{aligned} & \int \left[\frac{\partial(\rho_{nf}uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}uv)}{\partial y} \right] b dx dy \\ &= \int -\frac{\partial P}{\partial x} b dx dy \\ &+ \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] b dx dy + \int S_u b dx dy \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

$$\begin{aligned}
& \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial(\rho_{nf}uu)}{\partial x} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial(\rho_{nf}uv)}{\partial x} bdx dy \\
& = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) bdx dy \quad (III.12) \\
& + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u bdx dy
\end{aligned}$$

On somme les parties similaires et on simplifié, l'équation (III.12) devient :

$$\begin{aligned}
& \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho_{nf}uu) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] bdx dy \\
& + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho_{nf}uv) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] bdx dy \quad (III.13) \\
& = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u bdx dy
\end{aligned}$$

On pose :

$$J_x = (\rho_{nf}uu) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$J_y = (\rho_{nf}vv) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

L'équation (III.13) devient :

$$\begin{aligned}
& \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} [J_x] bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} [J_y] bdx dy \\
& = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u bdx dy \quad (III.14)
\end{aligned}$$

Intégrant la partie gauche de l'équation (III.14) :

$$A = \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial x} [J_x] bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E \frac{\partial}{\partial y} [J_y] bdx dy \quad (III.15)$$

Après l'intégration on trouve :

$$A = \int_S^n b[(J_x)_e - (J_x)_w]dy + \int_w^e b[(J_y)_n - (J_y)_s]dy \quad (\text{III.16})$$

De l'hypothèse de l'uniformité de la vitesse sur les faces du volume étudié, l'équation (III.16) devient :

$$A = (J_x)_e \int_S^n bdy - (J_x)_w \int_S^n bdy + (J_y)_n \int_w^e bdy - (J_y)_s \int_w^e bdy \quad (\text{III.17})$$

Posant :

$$a_n = \int_w^e bdy \quad (\text{Surface de la face nord du volume étudié}).$$

$$a_e = \int_S^n bdy \quad (\text{Surface de la face est du volume étudié}).$$

$$a_w = \int_S^n bdy \quad (\text{Surface de la face ouest du volume étudié}).$$

$$a_s = \int_w^e bdy \quad (\text{Surface de la face sud du volume étudié}).$$

L'équation (III.17) devient :

$$G = (J_x)_e a_e - (J_x)_w a_w + (J_y)_n a_n - (J_y)_s a_s \quad (\text{III.18})$$

Utilisant la relation du flux de masse comme suit :

$$G_i = J_i a_i$$

L'équation (III.18) devient :

$$A = G_e - G_w + G_n - G_s \quad (\text{III.19})$$

Intégrant la partie droite de l'équation (III.14) :

$$B = \int_{se}^{ne} \int_P^E -\frac{\partial P}{\partial x} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_P^E S_u bdx dy \quad (\text{III.19})$$

Après l'intégrale on trouve :

$$B = [P_P - P_E] \int_S^n a dy + \int_S^n \overline{S_u} \Delta V_u \quad (\text{III.20})$$

$$\overline{S_u} = S_C + S_P U_P \quad (\text{III.21})$$

$$B = [P_P - P_P]a_e + [S_C + S_P U_P]\Delta V_u \quad (\text{III.22})$$

Alors, l'équation (III.17) devient :

$$G_e - G_w + G_n - G_s = [P_P - P_E]a_e + [S_C + S_P U_P]\Delta V_u \quad (\text{III.23})$$

Pour : $i = w, e$

$$G_i = \left[(\rho_{nf} U)_i \phi_i - \Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \right] a_i$$

Pour : $i = s, n$

$$G_i = \left[(\rho_{nf} V)_i \phi_i - \Gamma_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_i \right] a_i$$

On multiplie l'équation (III.10) par (U_p) et on fait la soustraction de l'équation (III.23), il vient :

$$\begin{aligned} (G_e - F_e U_P) - (G_w - F_w U_P) + (G_n - F_n U_P) - (G_s - F_s U_P) \\ = [P_P - P_E]a_e + [S_C + S_P U_P]\Delta V_u \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Selon **Patankar**, les termes de la partie gauche de l'équation (III.24) peuvent s'exprimer par :

$$G_e - F_e U_p = A_E (U_p - U_E) \quad (\text{III.25})$$

$$G_w - F_w U_p = A_W (U_W - U_p) \quad (\text{III.26})$$

$$G_n - F_n U_p = A_N (U_P - U_N) \quad (\text{III.27})$$

$$G_s - F_s U_p = A_S (U_S - U_P) \quad (\text{III.28})$$

Après la substitution des équations (III.25), (III.26), (III.27) et (III.28) dans l'équation discrétisée (III.24) on obtient :

$$A_e U_e = A_w U_w + A_{ee} U_{ee} + A_{se} U_{se} + A_{ne} U_{se} + [P_P - P_E]a_e + b_u \quad (\text{III.29})$$

$$A_e U_e = \sum A_{vs} U_{vs} + b_u + (P_P - P_E) a_e \quad (III.30)$$

Tel que :

$$A_e = A_w + A_{ee} + A_{se} + A_{ne} - S_p \Delta V_u$$

$$b_u = S_c \Delta V_u = 0$$

ΔV_u : est le volume étudié (VC_u).

U_{vs} : vitesses dans les faces voisines à la face n.

III.3.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe (oy)

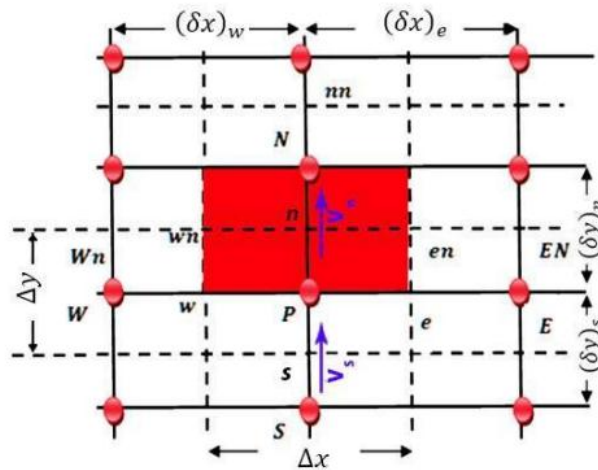


Figure (III.4) : Volume de contrôle décalé vers le haut.

L'équation de quantité de mouvement selon l'axe (oy) (II.16) est :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}vv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Ra_{nf} Pr_{nf} \theta \quad (III.31)$$

L'équation (III.31) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho_{nf}vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}vv)}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + S_v \quad (III.32)$$

On intègre l'équation (III.32) sur un volume de contrôle décalé vers le haut présenté à la figure (III.4), on trouve :

$$\begin{aligned}
& \int \left[\frac{\partial(\rho_{nf}vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf}vv)}{\partial y} \right] bdx dy \\
&= \int -\frac{\partial P}{\partial y} bdx dy \\
&+ \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] bdx dy + \int S_v bdx dy
\end{aligned} \tag{III.33}$$

$$\begin{aligned}
& \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial(\rho_{nf}vu)}{\partial x} bdx dy + \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial(\rho_{nf}vv)}{\partial y} bdx dy \\
&= \int_P^N \int_{wn}^{en} -\frac{\partial P}{\partial y} bdx dy + \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial x} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) bdx dy \\
&+ \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial y} \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) bdx dy + \int_P^N \int_{wn}^{en} S_v bdx dy
\end{aligned} \tag{III.34}$$

On somme les parties similaires et on simplifié, l'équation (III.34) devient :

$$\begin{aligned}
& \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial x} \left[(\rho_{nf}vu) - \left(P_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] bdx dy \\
&+ \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\rho_{nf}vv) - \left(P_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] bdx dy \\
&= \int_P^N \int_{wn}^{en} -\frac{\partial P}{\partial y} bdx dy + \int_{se}^{ne} \int_{wn}^E S_v bdx dy
\end{aligned} \tag{III.35}$$

On pose :

$$\begin{aligned}
J_x &= (\rho_{nf}vu) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\
J_y &= (\rho_{nf}vv) - \left(Pr_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \int_P^N \int_{wn}^{en} \frac{\partial}{\partial x} [J_x] bdx dy + \frac{\partial}{\partial y} \int_P^N \int_{wn}^{en} [J_y] bdx dy \\
&= \int_P^N \int_{wn}^{en} -\frac{\partial P}{\partial x} bdx dy + \int_P^N \int_{wn}^{en} S_u bdx dy
\end{aligned} \tag{III.36}$$

De la même manière, on obtient une équation discrétisée pour V, sous la forme suivante :

$$A_n V_n = A_{wn} V_{wn} + A_{en} V_{en} + A_s V_s + A_{nn} V_{sn} + [P_P - P_N] a_n + b_v \quad (\text{III.37})$$

$$A_n V_n = \sum A_{vs} V_{vs} + b_v + (P_P - P_N) a_n \quad (\text{III.38})$$

Tel que :

$$A_n = A_{wn} + A_{en} + A_s + A_{nn} - S_p \Delta V_v$$

$$b_v = S_c \Delta V_v \quad \text{avec} \quad S_c = Ra_{nf} Pr_{nf} \theta$$

ΔV_v : est le volume étudié (VC_v).

V_{vs} : vitesses dans les faces voisines à la face n.

III.3.3 Discrétisation de l'équation d'énergie :

L'équation d'énergie (II.17) est comme suit :

$$\frac{\partial(\rho_{nf} u \theta)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} v \theta)}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (\text{III.39})$$

L'équation (III.39) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho_{nf} u \theta)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{nf} v \theta)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + S_\theta \quad (\text{III.40})$$

On intègre l'équation (III.40) sur le volume de contrôle, on trouve :

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial(\rho_{nf} u \theta)}{\partial x} b dx dy + \int \frac{\partial(\rho_{nf} v \theta)}{\partial y} b dx dy \\ & = \int \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) b dx dy + \int \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) b dx dy + \int S_\theta b dx dy \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

$$\begin{aligned}
& \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho_{nf}u\theta)}{\partial x} bdx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho_{nf}V\theta)}{\partial y} bdx dy \\
& = \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} \right) bdx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial\theta}{\partial y} \right) bdx dy \\
& + \int_s^n \int_w^e S_\theta bdx dy
\end{aligned} \tag{III.42}$$

On somme les mêmes parties, l'équation (III.42) devient :

$$\begin{aligned}
& \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_{nf}u\theta - \frac{\partial\theta}{\partial x} \right] bdx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho_{nf}v\theta - \frac{\partial\theta}{\partial y} \right] bdx dy \\
& = \int_s^n \int_w^e S_\theta bdx dy
\end{aligned} \tag{III.43}$$

On pose :

$$J_x = \rho_{nf}u\theta - \frac{\partial\theta}{\partial x}$$

$$J_y = \rho_{nf}v\theta - \frac{\partial\theta}{\partial y}$$

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} [J_x] bdx dy + \frac{\partial}{\partial y} \int_s^n \int_w^e [J_y] bdx dy = \int_s^n \int_w^e S_\theta bdx dy \tag{III.44}$$

De la même manière, on obtient une équation discrétisée pour θ , sous la forme suivante :

$$A_P\theta_P = A_E\theta_E + A_W\theta_W + A_N\theta_N + A_S\theta_S + b_\theta \tag{III.45}$$

$$A_P\theta_P = \sum (A_{vs}\theta_{vs}) + b_\theta$$

Où :

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_p\Delta V$$

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\|$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \|-F_w, 0\|$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\|$$

$$A_S = D_S A(|P_S|) + \|-F_S, 0\|$$

$$b_\theta = S_c \Delta V = 0$$

Pour : $i = e, w$

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho U)_i a_i}{\frac{\Gamma_i}{dx} a_i}$$

Pour : $i = s, n$

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{(\rho V)_i a_i}{\frac{\Gamma_i}{dy} a_i}$$

On peut distinguer plusieurs schémas numériques pour atteindre la solution juste, où on va compter sur la loi de puissance PLDS dans notre solution du phénomène étudié, cette loi donne la meilleure approximation de la solution exacte. Signalons que cette forme se distingue des autres systèmes avec les propriétés de la stabilité et la précision, aussi son utilisation généralisée.

Le tableau suivant résume l'expression de la fonction ($|P|$) pour les différents schémas.

Tableau (III-2) : La fonction $A(|Pe|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	La fonction $A(Pe)$
Centré	$1 - 0.5 Pe $
Upwind	1
Hybride	$\ 0, 1 - 0.5 Pe \ $
Power law	$\ 0, (1 - 0.5 Pe)^5\ $
Exponentielle	$\frac{ Pe }{\exp(Pe) - 1}$

III.4 Algorithme de couplage pression – vitesse : SIMPLE

La présence de pression sous la forme gradient des équations de conservation de la quantité de mouvement rend leur solution plus compliquée, principalement parce que cette dernière est inconnue et constitue une des variables du problème. Pour les écoulements incompressibles, la pression est spécifiée indirectement par l'équation de continuité, et le couplage entre pression et vitesse introduit des contraintes sur la solution du champ d'écoulement : si le bon champ de pression est introduit dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, le champ de vitesse résultant vérifie la équation de continuité. Pour résoudre ce lien (couplage

entre vitesse et pression), il est nécessaire d'utiliser un processus itératif. L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Link Equations) est essentiellement basé sur une procédure « d'estimation et de correction » pour calculer les décalages des composantes de pression et de vitesse sur une grille. Cet algorithme a été bien décrit dans les ouvrages de Patankar et Spalding (1972) et de Patankar (1980).

Les principales opérations de cet algorithme sont les suivantes :

- a) Initialiser et estimer des valeurs de toutes les variables dépendantes p^* , u^* , v^* et T^* .
- b) Résoudre les équations de conservation de quantité de mouvement avec le champ de pression estimé afin d'obtenir les nouvelles valeurs de vitesse u^* et v^* .
- c) Vérifier l'équation de continuité et corriger les valeurs de la pression et du champ de vitesse de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} p = p^* + p' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{array} \right.$$

Où (p', u', v') représentent la correction apportée à la pression d'estimation et au champ de vitesse obtenu.

- d) Résoudre l'équation de conservation de l'énergie avec les champs de pression et des vitesses corrigés afin d'obtenir la nouvelle valeur de T .
- e) Vérifier le critère de convergence : si satisfait arrêter le calcul sinon actualiser les champs de pression, de vitesse et de température et recommencer la procédure depuis le début jusqu'à la convergence de la solution. [7]

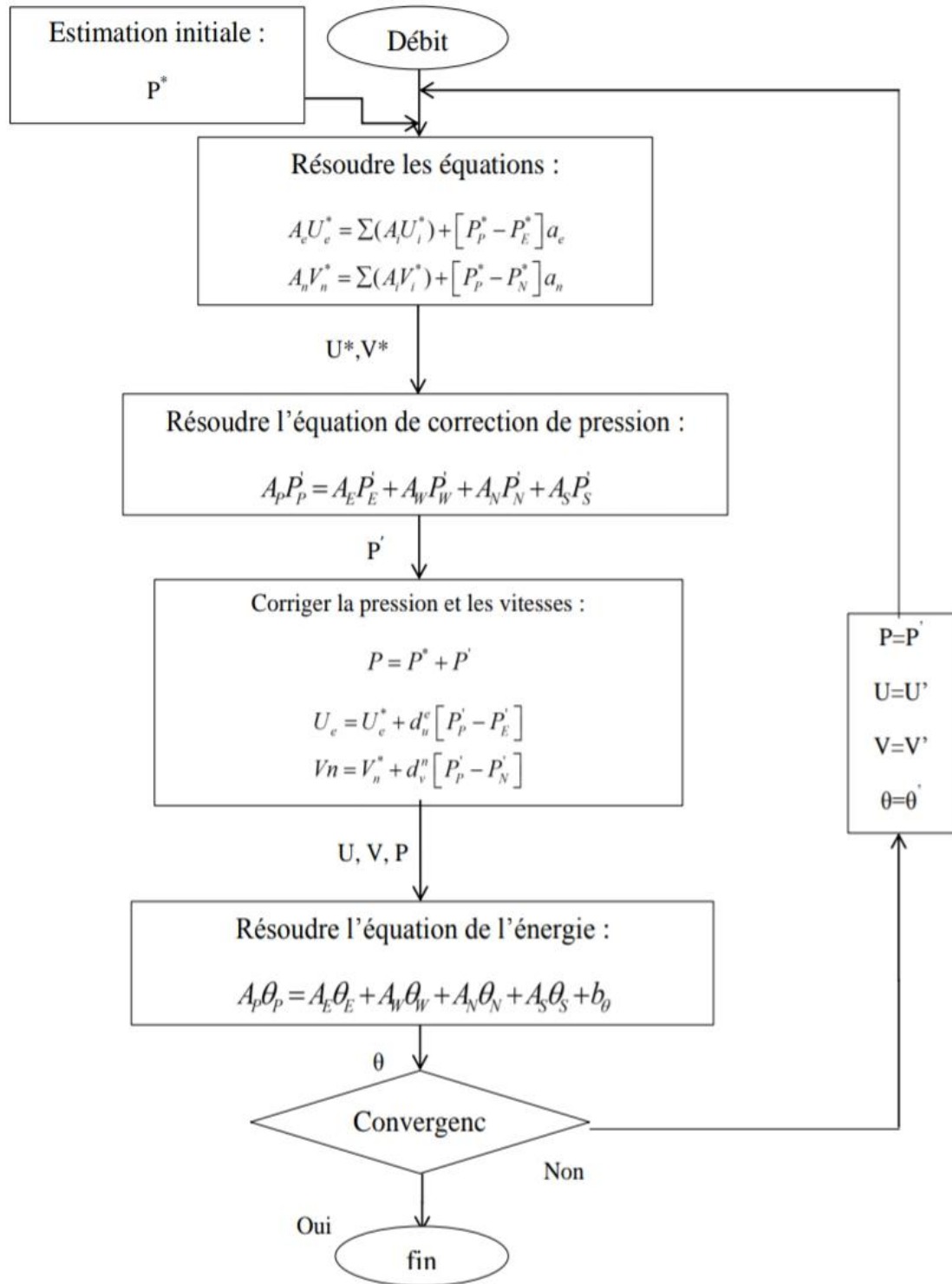


Figure (III.5) : Algorithme SIMPLE.

ϕ_1 et ϕ_N sont des valeurs aux limites du domaine.

III.3.2 Application de l'algorithme de THOMAS à des problèmes à 2D (TDMA)

L'algorithme de Thomas (TDMA) peut être appliqué de manière itérative pour résoudre un système d'équations à deux dimensions [34]. Considérons le maillage considéré dans la Figure (III.6) et l'équation générale de transport discrétisée comme :

$$\phi_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.50})$$

Pour résoudre ce système, l'algorithme de Thomas est appliqué pour une ligne choisie, par exemple la ligne Nord-Sud (N-S). L'équation de transport discrétisée est réarrangée sous la forme :

$$-a_S \phi_S + a_P \phi_P - a_N \phi_N = a_E \phi_E + a_W \phi_W + b \quad (\text{III.51})$$

Le membre droit de l'équation (III.51) est supposé temporairement connu. L'équation (III.51) est de la même forme que l'équation (III.46), avec :

$$a_i \phi_{i-1} + b_i \phi_i + c_i \phi_{i+1} = d_i$$

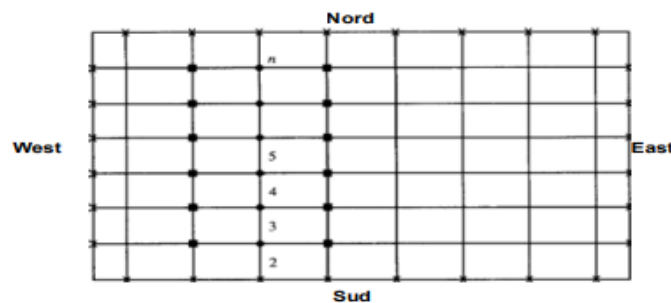
$$a_i = -a_S$$

$$b_i = a_P$$

$$c_i = -a_N$$

$$d_i = a_E \phi_E + a_W \phi_W + b$$

On peut maintenant résoudre le système le long de la direction (N-S) de la ligne choisie pour des valeurs $j = 2, 3, 4, \dots, n$ comme indiqué sur la figure (III.6).



Figure(III-6): Application ligne par ligne de la méthode TDMA

- Points auxquels les valeurs sont calculées
- Points auxquels les valeurs sont considérées être temporairement connues
- x Valeurs connues à la frontière

Du côté gauche de l'équation (III.51), seuls les systèmes tridiagonaux peuvent être efficacement résolus par l'algorithme de Thomas. La solution est d'abord calculée sur la deuxième ligne du volume de contrôle, en supposant que les valeurs de la première ligne sont connues (valeurs connues aux limites) et que les valeurs de la troisième ligne sont considérées comme provisoirement connues. Après avoir calculé le vecteur $[\Phi_2]$ en utilisant l'algorithme de Thomas, nous passons au vecteur $[\Phi_3]$ et supposons que la deuxième ligne a été calculée (dans l'itération précédente) et les valeurs de la quatrième ligne sont supposées être connues provisoirement, puis plus généralement au vecteur $[\Phi_j]$, balayant ainsi toute la zone de résolution. La procédure de calcul ligne par ligne est répétée jusqu'à atteindre la convergence de la solution.

III.4 Critère de convergence

Un critère de convergence ou critère d'arrêt de calcul est un critère qui doit être vérifié lors de l'arrêt d'un calcul. A chaque itération, Fortan peut juger de l'état de convergence en calculant le résidu R_ϕ pour chaque variable (pression, composante de vitesse, énergie, etc.). Ce résidu est défini comme :

$$R_{\phi_{i,j}} = A_{i,j}\phi_{i,j} - A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} - A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} - b_{i,j} \quad (\text{III.52})$$

Où :

R_ϕ : résidus correspondant à la variable ϕ

Ces résidus nous indiquent à quel point les équations sont déséquilibrées par rapport à chaque variable dans toutes les cellules du domaine. La convergence est déterminée par ces résidus. Il convient de vérifier les résidus et leur évolution d'une part et les valeurs des grandeurs calculées d'autre part. Un choix suffisant de conditions initiales permet d'atteindre une convergence accélérée et une solution stable. [35]

Chapitre | IV

Résultats et Interprétations

IV.1 Introduction:

Dans ce chapitre, nous présenterons une simulation numérique de la convection thermique naturelle du trois nanofluides, Al_2O_3 -EG, CuO -EG et SiO_2 -EG à l'intérieur d'une cavité de forme carrée dont les parois verticales sont actives et les parois horizontales sont inertes. L'influence de la concentration volumique des nanoparticules et le nombre de Rayleigh sur les caractéristiques dynamiques et thermiques de la convection naturelle des différents nanofluides et sur la variation du nombre de Nusselt moyen seront présentés et analysés. Le calcul est fait par un code FORTRAN principalement basé sur l'algorithme SIMPLE.

Les résultats de notre étude sont présentés comme suit:

- La convergence
- validation du code de calcul.
- Choix du maillage
- Champs de température
- Lignes du courant
- Effet combiné de la concentration et du Rayleigh sur le nombre de Nusselt.
- Comparaison entre les trois types de nanofluides.

IV.2 Convergence

La convergence de la solution est contrôlée par le calcul des résidus des équations algébriques obtenues par la discrétisation des équations gouvernantes du phénomène étudié. La forme finale des équations discrétisée est :

$$A_{ij}\Phi_{ij} = A_{i-1,j} \Phi_{i-1,j} + A_{i+1,j} \Phi_{i+1,j} + A_{i,j-1} \Phi_{i,j-1} + A_{i,j+1} \Phi_{i,j+1} + b_{ij} \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{Où : } \Phi = U, V, \theta$$

Le résidu $R_{\Phi_{ij}}$ est calculé à chaque itération à partir de l'équation (IV.2) comme suit :

$$R_{\Phi_{ij}} = A_{ij}\Phi_{ij} - (A_{i-1,j} \Phi_{i-1,j} + A_{i+1,j} \Phi_{i+1,j} + A_{i,j-1} \Phi_{i,j-1} + A_{i,j+1} \Phi_{i,j+1} + b_{ij}) \quad (\text{IV.2})$$

La convergence n'a été considérée comme atteinte que si le résidu maximal sur le domaine de calcul est inférieur à 10^{-3} . Dans le cas où: $R_{u_{\max}} < 10^{-3}$ et $R_{v_{\max}} < 10^{-3}$ et $R_{\theta_{\max}} < 10^{-3}$, la convergence est vérifiée et le processus itératif s'arrête. La variation des résidus au cours du calcul est présentée sur les figures : (IV.1), (IV.2) et (IV.3). La stabilisation du nombre de Nusselt moyen après l'itération 2500 montre que le choix des valeurs des résidus est précise et la convergence est vérifiée comme montrent les figures (IV.4), (IV.5), (IV.6).

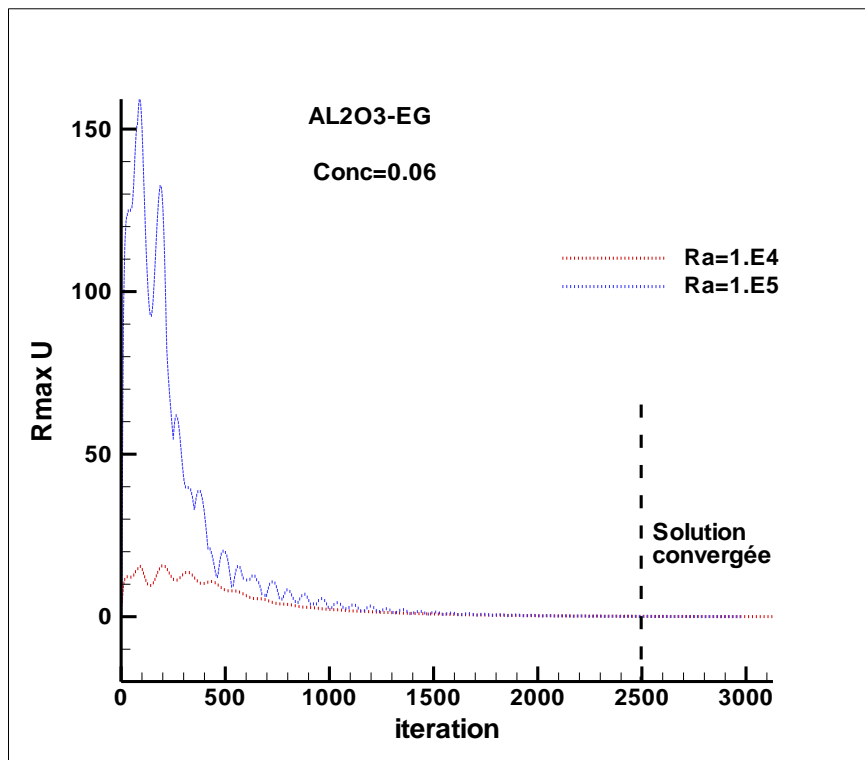


Figure (IV.1): variation du résidu de l'équation de quantité du mouvement (ox)

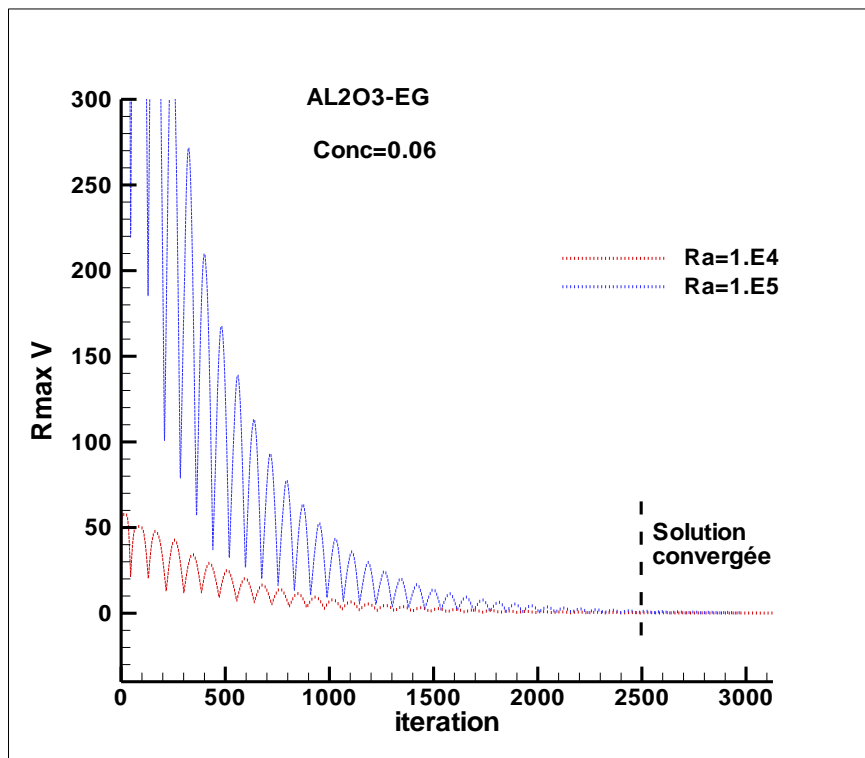


Figure (IV.2): variation du résidu de l'équation de quantité du mouvement (oy)

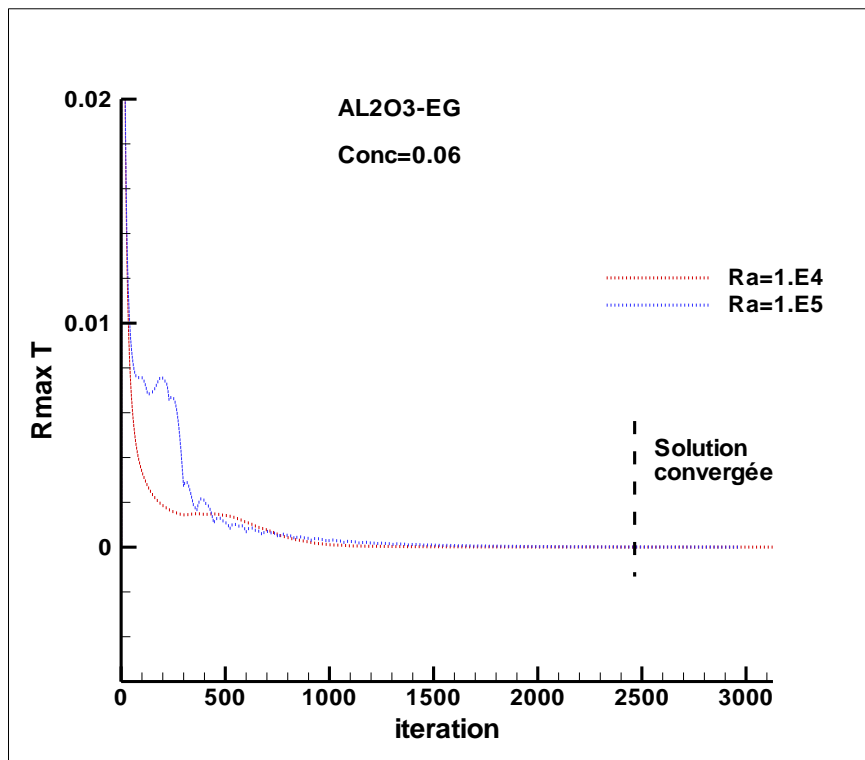


Figure (IV.3): variation du résidu de l'équation de l'énergie

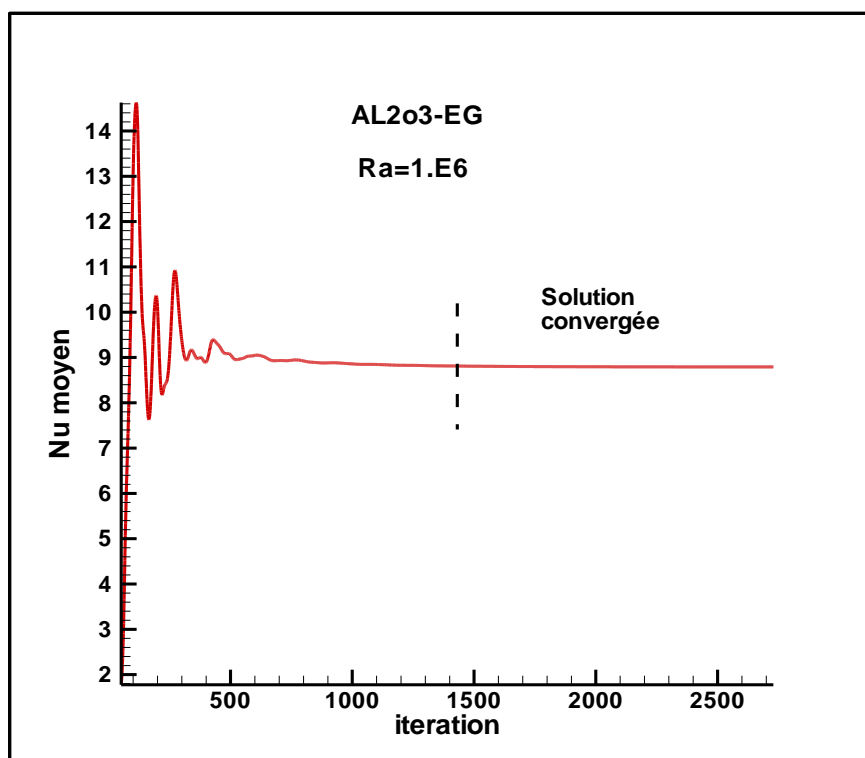


Figure (IV.4): Nu moyen du AL₂O₃-EG en fonction des itérations

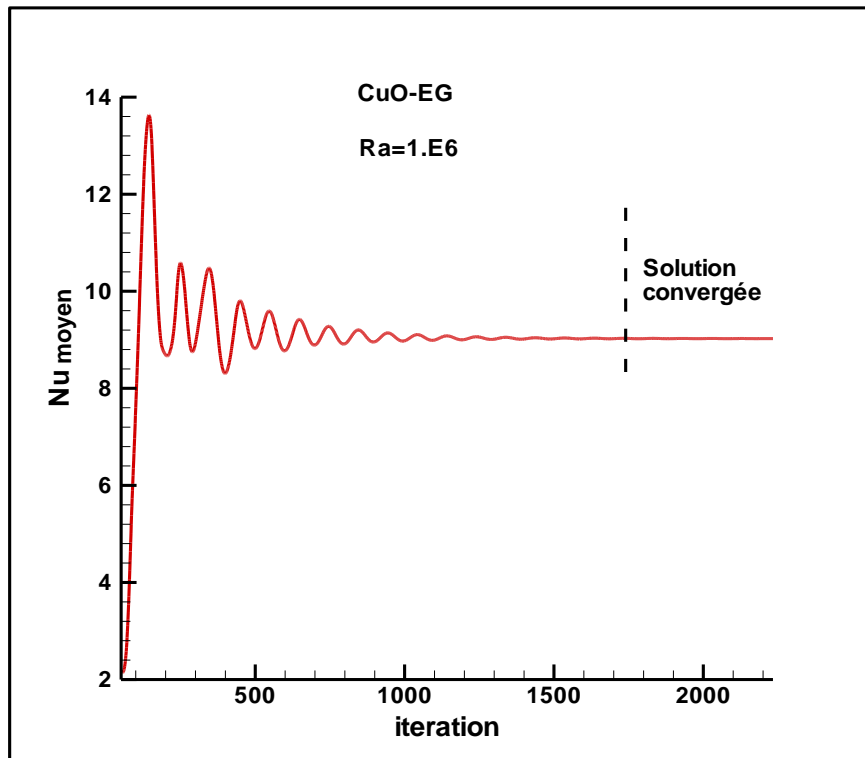


Figure (IV.5): Nu moyen du CuO-EG en fonction des itérations

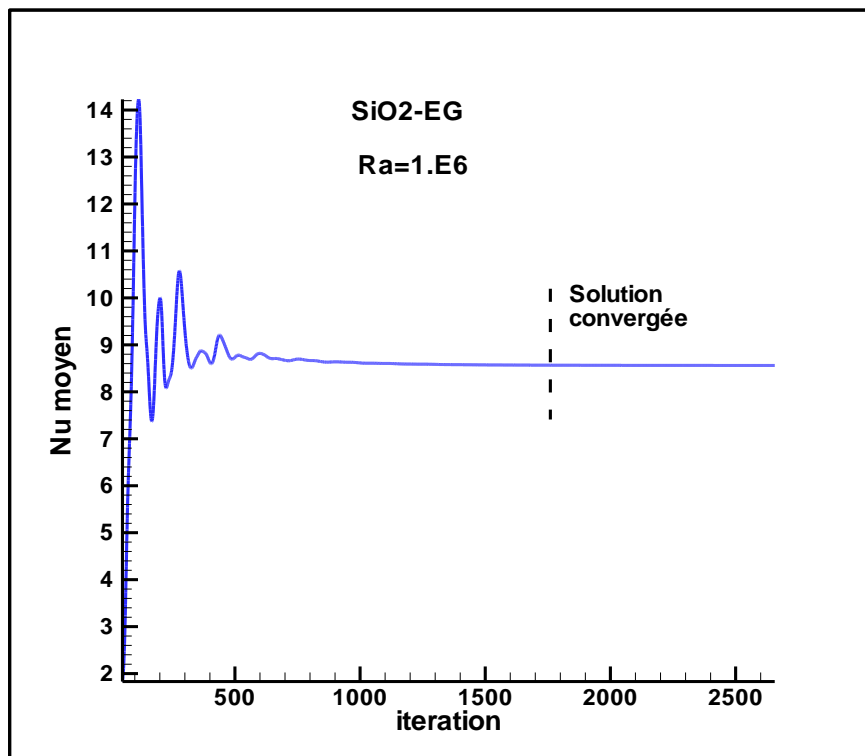


Figure (IV.6): Nu moyen du SiO₂-EG en fonction des itérations

IV.3 Validation

Afin de vérifier la fiabilité de la méthode de résolution et le code de calcul utilisé pour la simulation du notre problème, nous avons effectué deux comparaisons :

1^{ère} comparaison : La figure (IV.7) montre une comparaison entre le nombre de Nusselt moyen calculé numériquement par le présent code et la solution présentée dans [16]. Cette comparaison a été effectuée pour le cas de la convection naturelle du nanofluide Cu-eau dans une cavité carré pour $Ra=10^5$ avec une concentration varie entre 0 et 0.06. La comparaison montre qu'un bon accord a été trouvé entre les résultats de ce code et ceux montrés dans [16], où la différence entre les deux solution est presque négligeable.

2^{ème} comparaison: la Figure (IV.8) illustre la variation du nombre du Nusselt moyen pour le de la convection naturelle du nanofluide AL_2O_3 -eau dans une cavité carré, dont les parois verticales sont maintenues à des températures différente. La comparaison montre que les valeurs du nombre de Nusselt moyen obtenues par notre programme de calcul sont presque identiques à celle présentée dans [16]

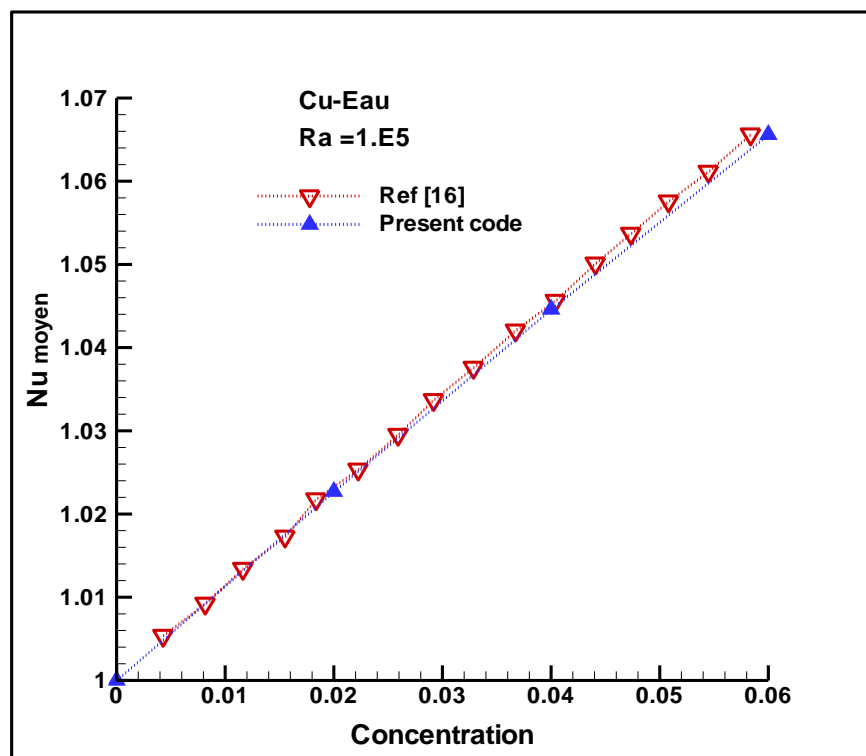


Figure (IV.7): Comparaison le présent code et la Ref [16] pour Cu-Eau

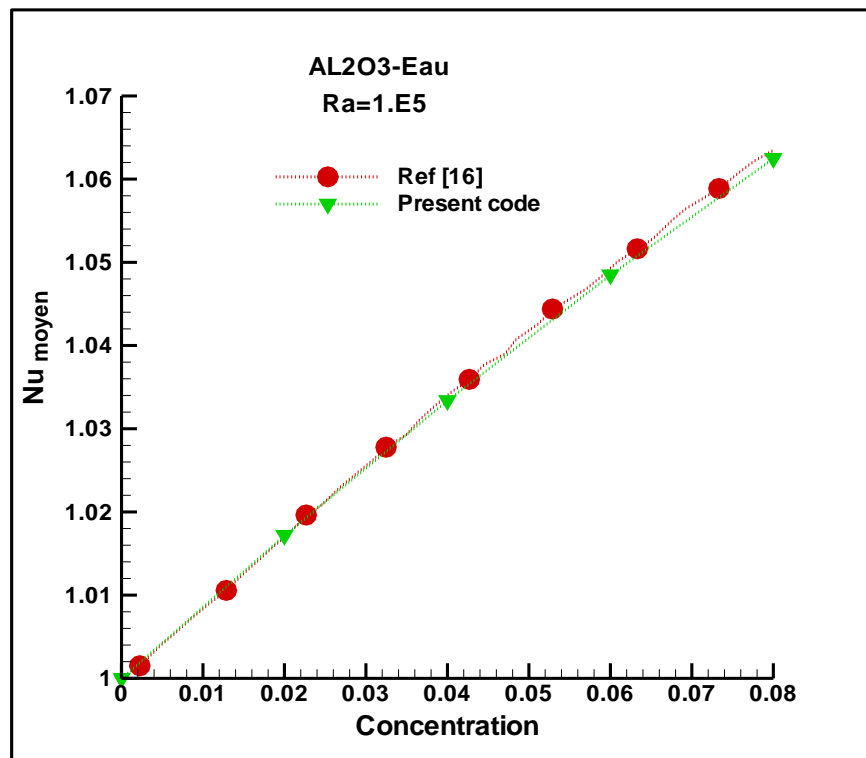


Figure (IV.8): comparaison entre le présent code et la Ref [16] pour AL₂O₃-Eau

IV.4 Choix du maillage:

Afin d'étudier l'indépendance maillage-solution et choisir le maillage du domaine de calcul, nous avons effectués des tests sur la variation du \overline{Nu} CuO-EG et \overline{Nu} AL₂O₃-EG sur plusieurs maillage comme le montre le tableau (IV.1). Les résultats d'exécutions n'illustrent que le (121×121) est suffisant pour assurer une bonne précision des calculs. Ce choix est basé sur la stabilisation des valeurs du \overline{Nu} CuO-EG et \overline{Nu} AL₂O₃-EG. Dans ce cas, on adopte le nombre des mailles (121×121) pour simuler notre problème avec un temps d'exécutions raisonnable.

Tableau (IV.1): Nusselt moyen en fonction du nombre des mailles.

Maillage	\overline{Nu} CuO-EG	\overline{Nu} AL ₂ O ₃ -EG
41×41	5.4260	5.3301
51×51	5.3686	5.2749
61×61	5.3351	5.2426
71×71	5.3145	5.2227
81×81	5.3001	5.2087
91×91	5.2898	5.1988
101×101	5.2824	5.1916
121×121	5.2716	5.1811
131×131	5.2679	5.1775
141×141	5.2647	5.1745

IV.5 Résultats et discussions

Pour toutes les simulations réalisées dans ce mémoire, nous avons utilisé comme fluide de base l'éthylène glycol (EG) et trois types de nanoparticules Al_2O_3 , CuO et SiO_2 . Nous avons adopté un nombre de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et une fraction volumique φ varie entre 0% et 8%. Les propriétés thermo physiques de l'éthylène glycol et les solides sont présentés dans le tableau (IV.2). Selon ce tableau, le nombre de Prandtl de l'EG pure est $\text{Pr}=154.45$

Tableau (IV.2): Propriétés thermo physiques de l'éthylène glycol et les solides à températures $T_0=300\text{K}$ [31]

Matériaux	$\rho[\text{kg/m}^3]$	$C_p[\text{J/kg.K}]$	$\lambda[\text{W/m.K}]$	$\mu[\text{kg/m.s}]$	$\beta [\text{K}^{-1}]$
EG	1114,4	2415	0.252	0.0157	6.5×10^{-6}
Cuo	6500	533	17.65	-	$4,3 \times 10^{-6}$
Al_2O_3	3600	765	36	-	5.8×10^{-6}
SiO_2	2200	745	1.4	-	5.8×10^{-6}

IV.5.1 Effet du Rayleigh sur les champs de température

Les champs de températures en fonction du nombre de Rayleigh pour les nanofluids Al_2O_3 -EG, CuO -EG et SiO_2 -EG sont illustrés respectivement dans la figure (IV.9) pour une concentration volumique de 5%. Selon ces résultats on remarque que:

- La variation du nombre de Rayleigh à un effet très important sur la distribution de températures
- Pour une valeur fixe de Ra, on remarque que les trois nanofluides ont presque la même forme des isothermes.
- Pour $\text{Ra}=10^3$, la déviation des isothermes est faible ce qui signifie que la vitesse d'écoulement et le transfert de chaleur sont faibles, dans ce cas la conduction thermique est dominante. La création de la convection demeure indispensable pour transporter de la chaleur de la paroi chaude vers la paroi froide.
- Lorsque Ra prend la valeur 10^4 , les isothermes se déforment dans le sens de l'écoulement. Cette déformation est de plus en plus devient importante avec l'augmentation de Ra ($\text{Ra}>10^4$), ce qui montre l'augmentation de la vitesse de l'écoulement et la dominance le transfert de chaleur convectif.

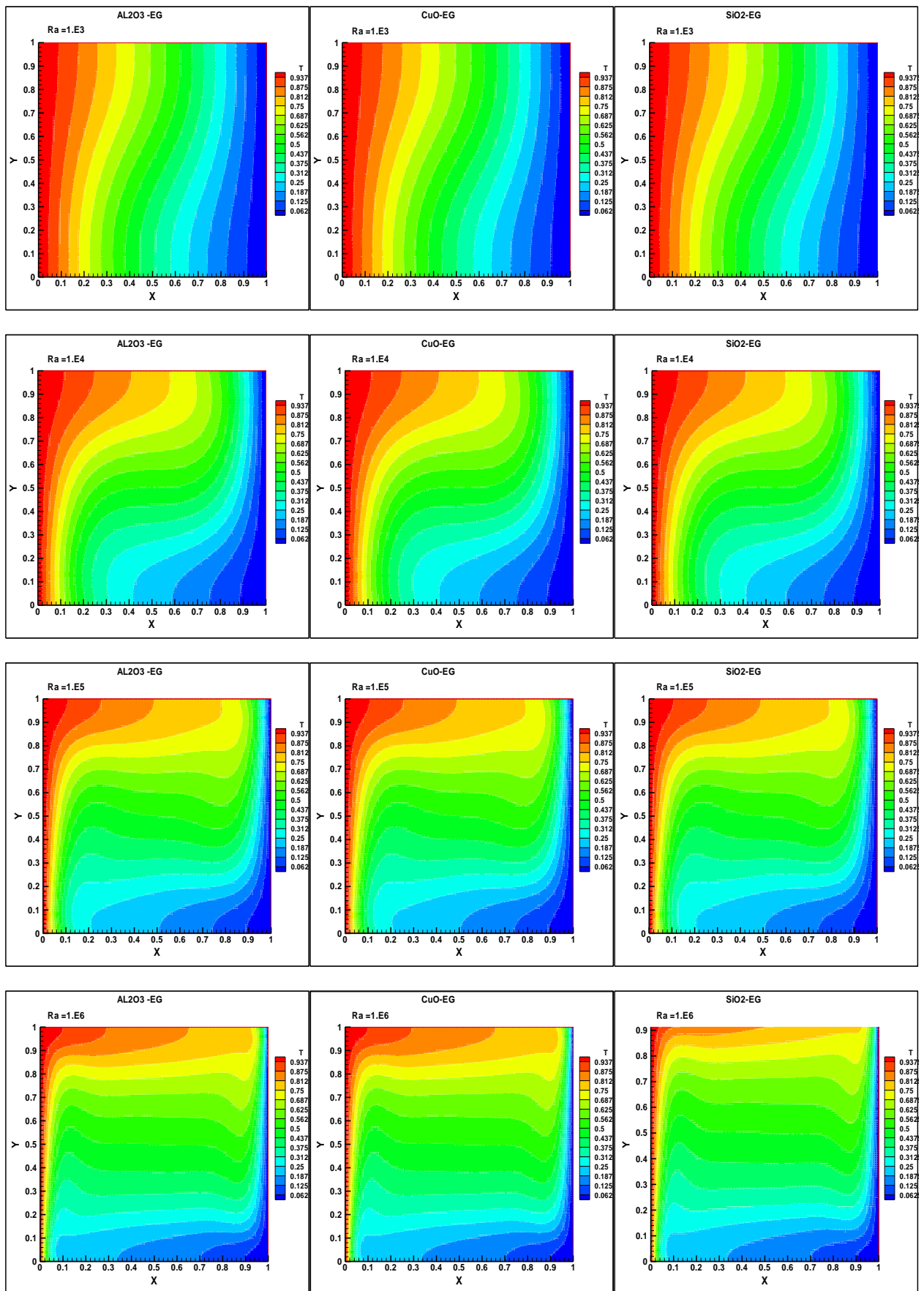


Figure (IV.9): Effet du Rayleigh sur les champs de température.

IV.5.2 Influence du Rayleigh sur les lignes du courant

La figure (IV.10) illustre l'évolution des lignes du courant en fonction du nombre de Rayleigh à la concentration 5% pour chaque nanofluide $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-EG}$, CuO-EG et $\text{SiO}_2\text{-EG}$. Selon les résultats obtenus, on peut noter que :

- Le fluide adjacent à la paroi chaude reçoit de la chaleur, donc sa densité diminue, et flotte vers le haut, tandis que les couches fluides adjacentes à la paroi froide perd de la chaleur et la densité du fluide dans cette zone augmente, donc le fluide se dirige vers le bas, ce qui produit ainsi un mouvement semi-rotatif à l'intérieur de la cavité.
- Le nombre de Rayleigh a un impact significatif sur le mouvement du fluide à l'intérieur de la cavité en termes de vitesse et de direction, et cela se manifeste sous la forme de lignes de courant.
- On remarque pour $\text{Ra}=10^3$ et $\text{Ra}=10^4$ que les lignes de courant sont symétriques par rapport au centre de la cavité. Elles sont principalement de forme circulaire surtout dans la zone du centre de la cavité.
- Si on augmente le nombre de Rayleigh jusqu'à $\text{Ra}=10^5$, la forme des lignes de courant se changent de sorte qu'elles deviennent parallèles près des parois de la cavité, avec l'apparition des tourbillons séparés au centre de la cavité,
- Les lignes du courant de $\text{Ra}=10^5$ et $\text{Ra}=10^6$ montrent que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une divergence des tourbillons et une augmentation de leur taille.

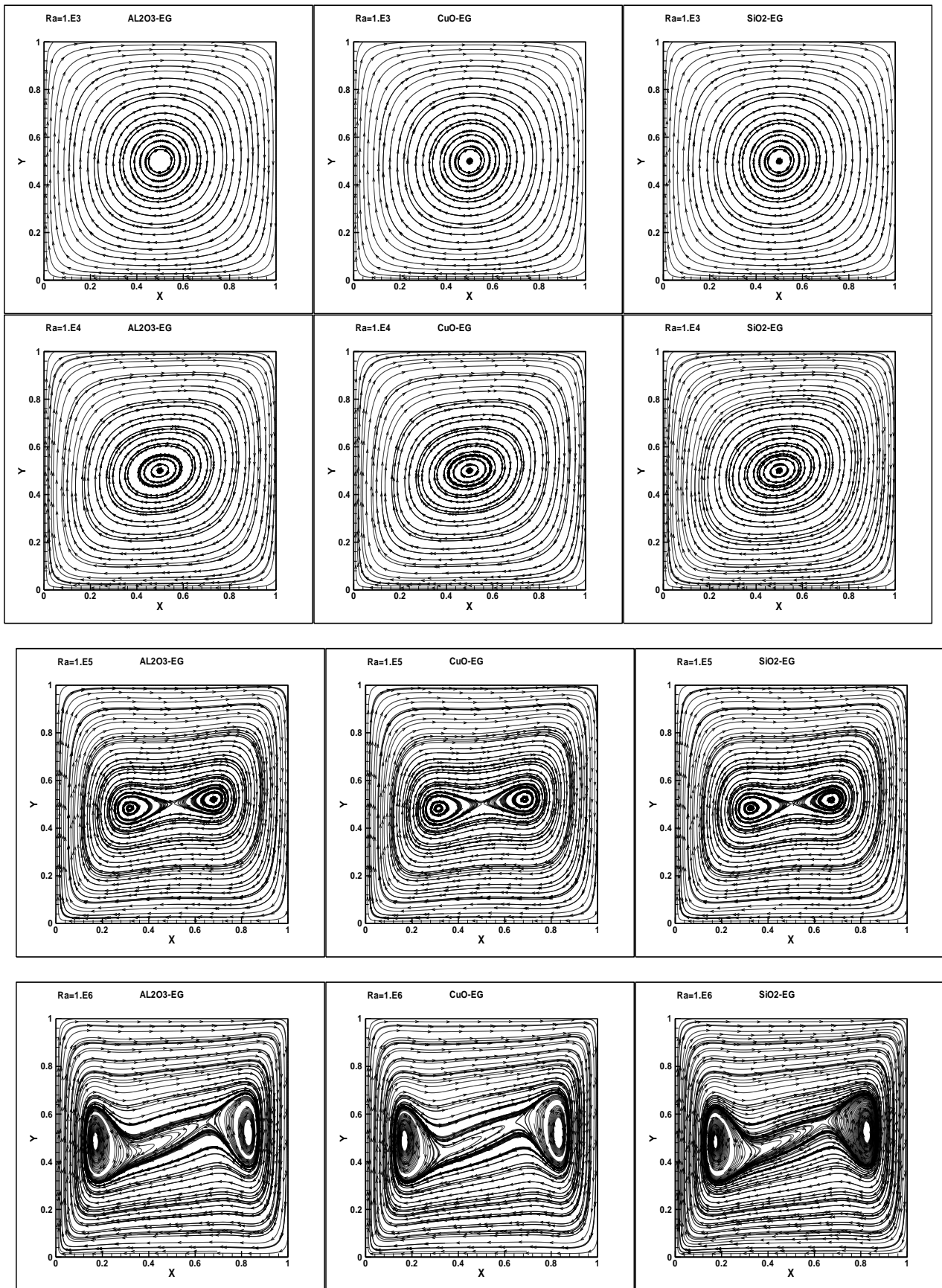


Figure (IV.10): Effet du Rayleigh sur les lignes du courant.

IV.5.3 Effet combiné de la fraction et Ra sur Nu moyen

L'influence combinée de la fraction volumique et du Rayleigh sur le transfert de chaleur par convection naturelle est présentée sur les figures (IV.11), (IV.12) et (IV.13), pour l'Ethylène glycol pure ($\varphi = 0$) et $\varphi = 2\%$, 4% , 6% avec Ra varie entre 10^3 et 10^6 . L'analyse des résultats révèlent que:

- L'ajout des nanoparticules au fluide de base a un effet positif sur le taux du transfert de chaleur convectif.
- L'augmentation de la fraction fait croître Nusselt moyen pour les trois nano fluide, cela est dû que à la croissance de la conductivité thermique du nano fluide.
- Les valeurs du Nusselt moyen sont proportionnelles au nombre de Rayleigh
- Le transfert de chaleur par convection naturelle est amélioré par l'augmentation du Ra. Cette amélioration est justifiée par l'accélération de l'écoulement à l'intérieur de la cavité comme montre les figures (IV.14), (IV.15) et (IV.16) où la vitesse du fluide augmente avec l'élévation du Ra.
- Meilleur taux du transfert convectif ($Nu_{\text{moyen max}}$) est achevé pour $Ra = 10^6$ qui présente la vitesse maximale du fluide dans la cavité
- Le taux du transfert convectif le plus bas ($Nu_{\text{moyen min}}$) est obtenu pour $Ra = 10^3$ qui présente la vitesse minimale du fluide dans la cavité

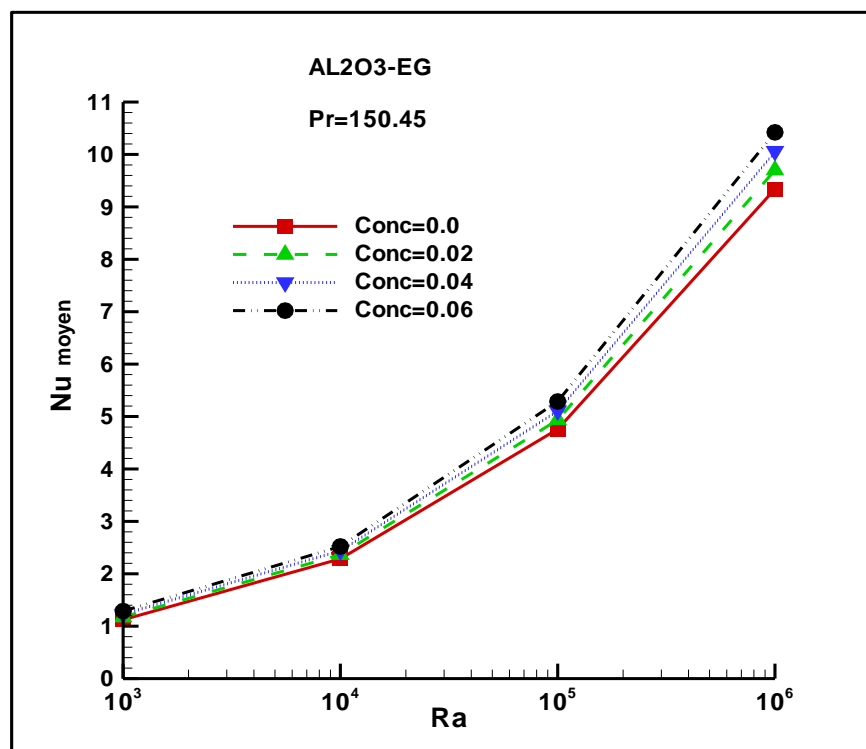


Figure (IV.11): Effet combiné du Ra et φ sur Nu moyen du AL_2O_3 -EG.

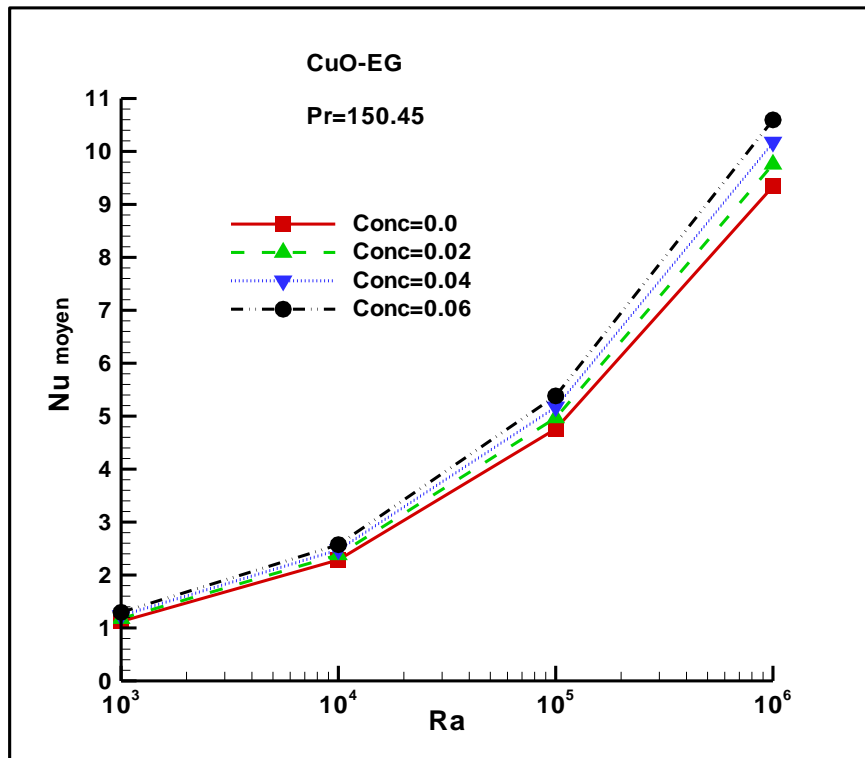


Figure (IV.12): Effet combiné du Ra et φ sur Nu moyen du CuO-EG.

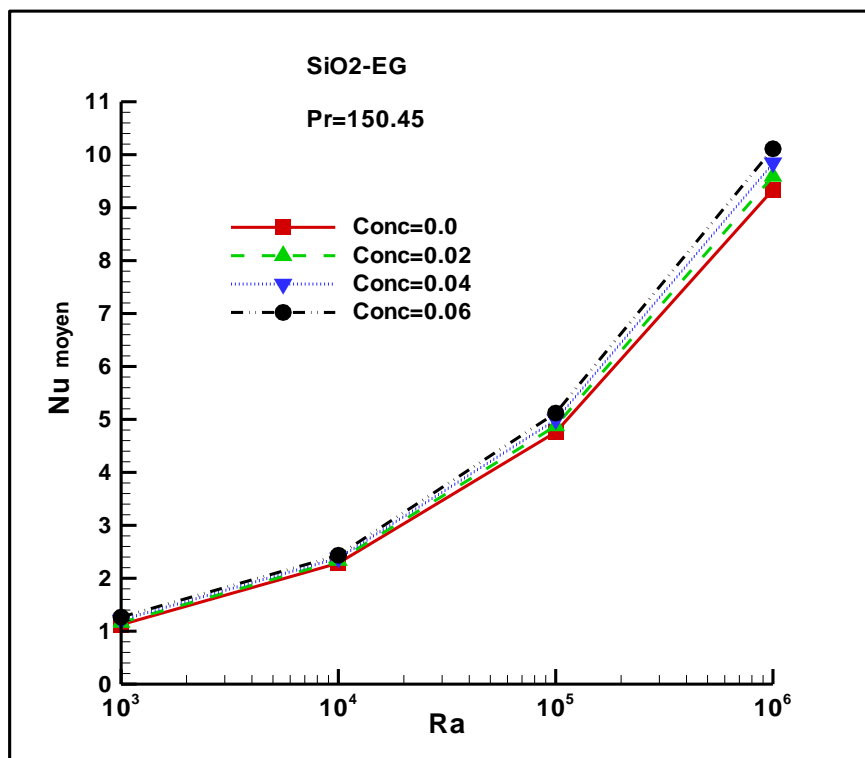


Figure (IV.13): Effet combiné du Ra et φ sur Nu moyen du SiO₂-EG.

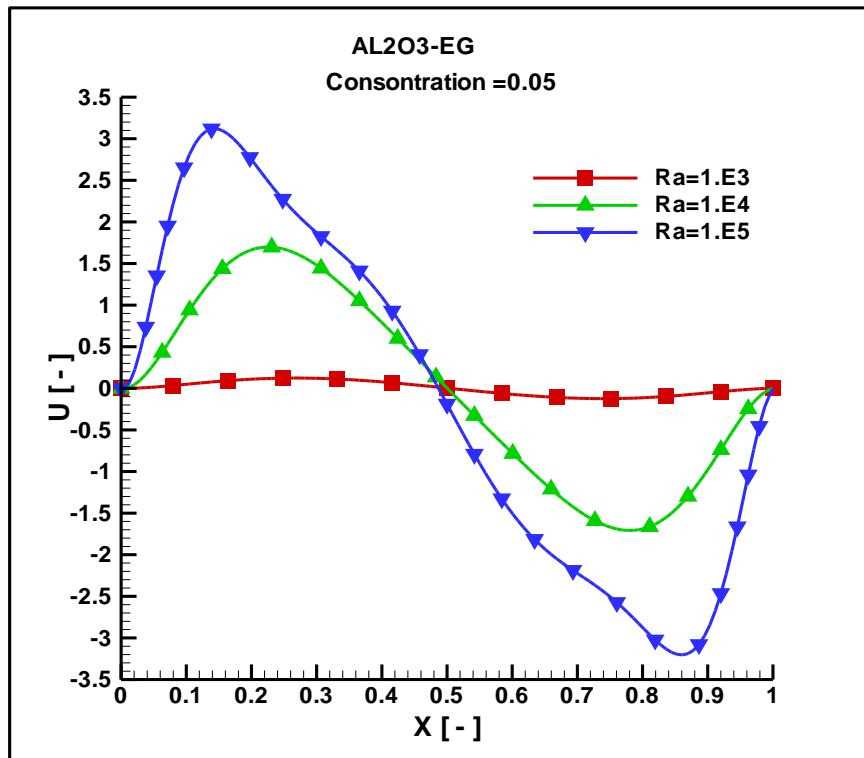


Figure (IV.14): Profil de vitesse au plan media horizontal (Y=0.5) du AL₂O₃-EG

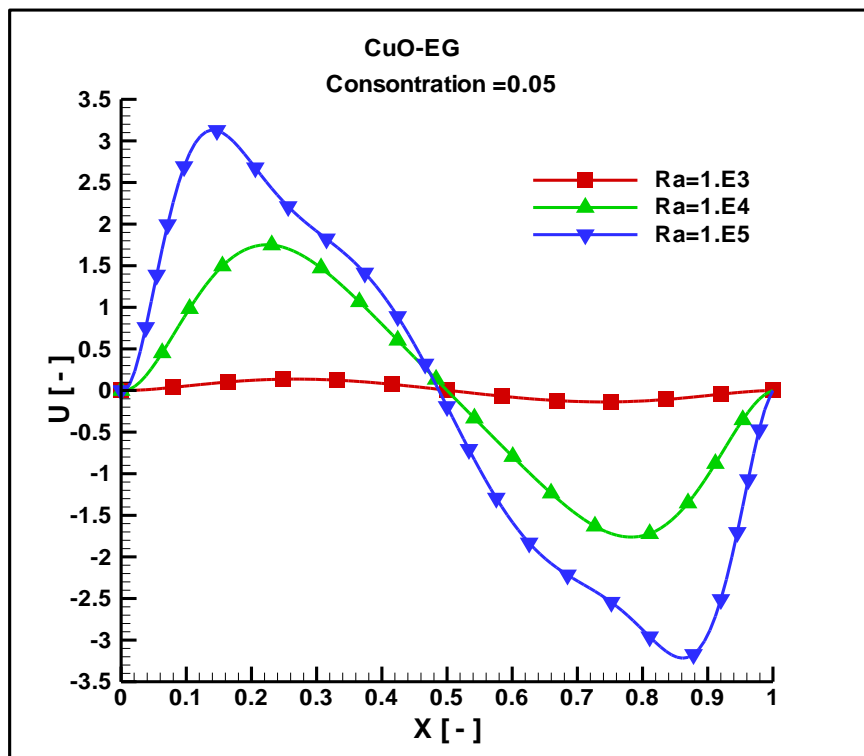


Figure (IV.15): Profil de vitesse au plan media horizontal (Y=0.5) du CuO-EG

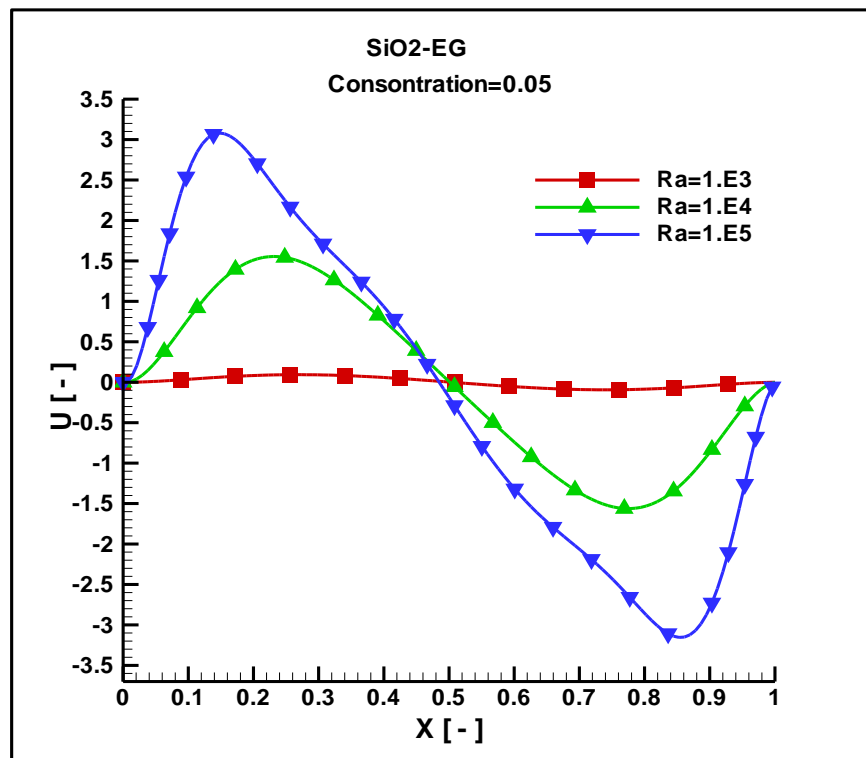


Figure (IV.16): Profil de vitesse au plan media horizontal ($Y=0.5$) du SiO₂-EG

IV.5.4 Comparaison entre les Nanofluides

Afin de choisir le nanofluide qui offre le meilleur transfert de chaleur, nous avons fait une comparaison entre les trois nanofluides en variant les paramètres majeurs qui influent sur l'intensité de la convection. La comparaison a été effectuée pour $Ra=10^4$, 10^5 , 10^6 avec ϕ variant de 0% à 8%. Les résultats de comparaison sont illustrés dans les figures (IV.17), (IV.18), et (IV.19), et les tableaux (IV.3), (IV.4), et (IV.5). On observe que :

- Les trois nanoparticules améliorent le transfert de chaleur convectif notamment pour les valeurs élevées du nombre de Rayleigh et de la concentration.
- Le tableau (IV.5) montre le pourcentage maximale d'amélioration du transfert convectif est notée pour $Ra=10^6$ et $\phi =6\%$. Nous avons obtenus une amélioration de 17.9 % pour CuO-EG, 15.4 % pour Al₂O₃-EG et 11.1% pour SiO₂-EG
- Le nombre de Nusselt maximal est réalisé par les nanoparticules de type CuO. Donc, ce type des nanoparticules montre meilleur transmission de chaleur par convection naturelle.
- La valeur la plus faible de Nusselt moyen est trouvée pour le nanofluide SiO₂-EG.

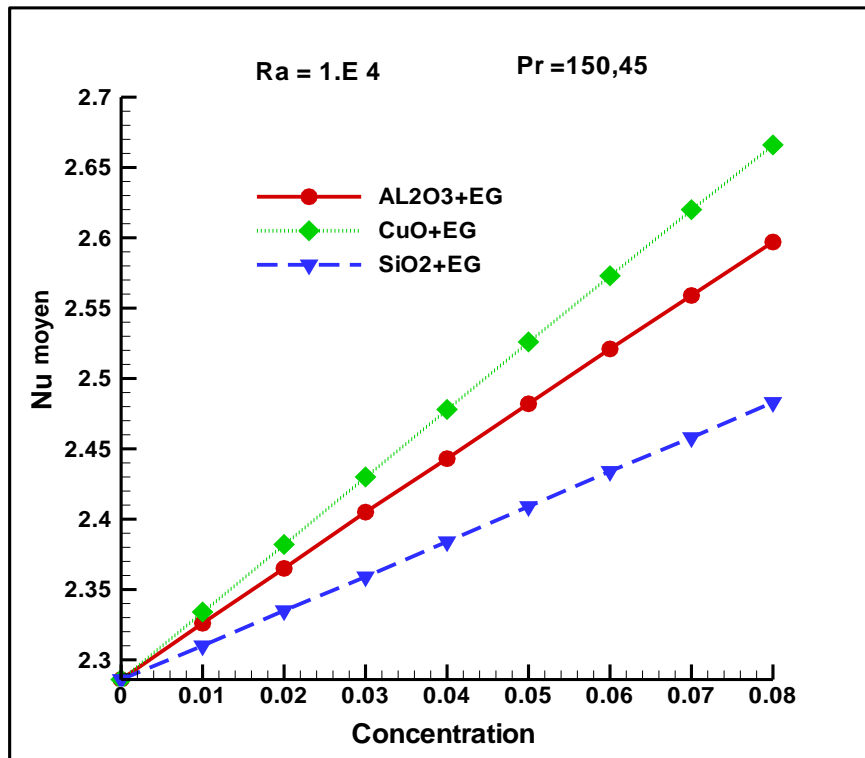


Figure (IV.17): comparaison entre les trois nanofluides pour $Ra=10^4$.

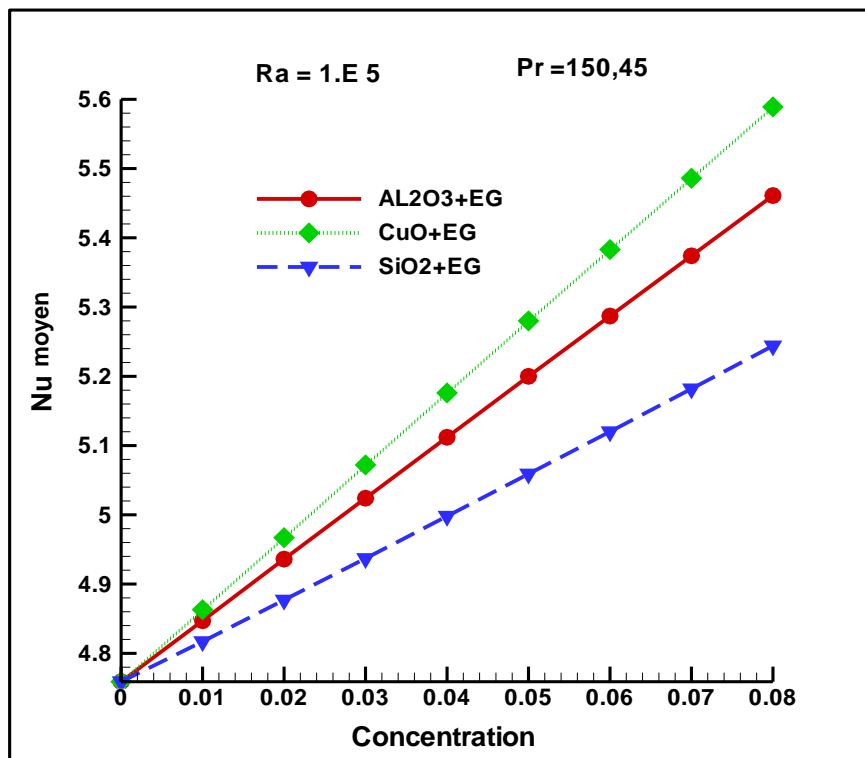


Figure (IV.18): Comparaison entre les trois nanofluides pour $Ra=10^5$.

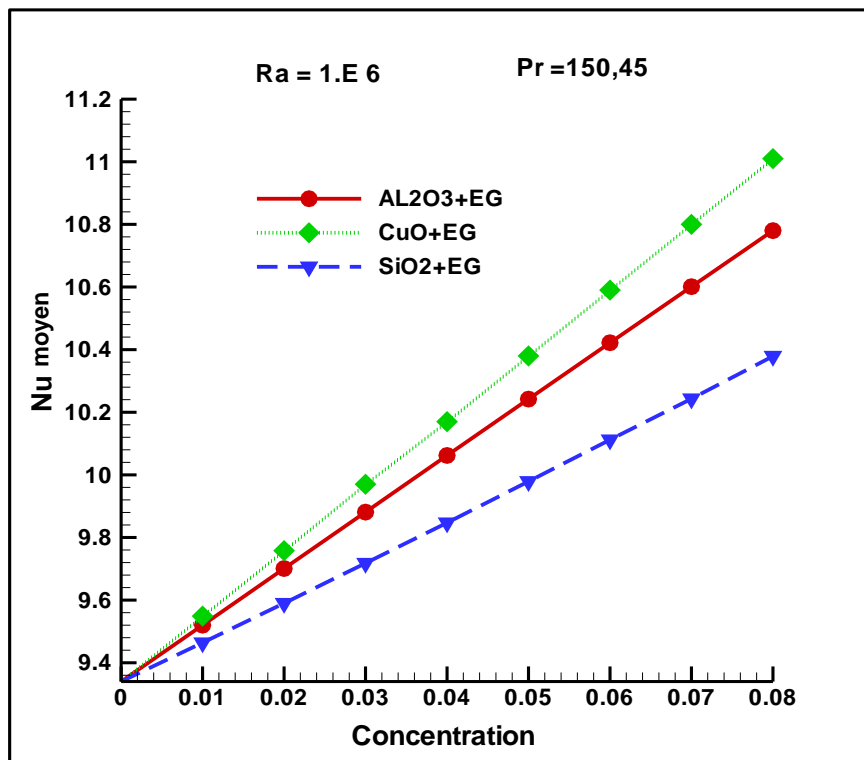


Figure (IV.19): Comparaison entre les trois nanofluides pour Ra=10⁶.

Tableau (IV.3): Nu moyen en fonction de la concentration Ra=10⁴.

Al ₂ O ₃ – EG			CuO – EG			SiO ₂ – EG		
φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$
0	2.286	1	0	2.286	1	0	2.286	1
0.02	2.365	1.034	0.02	2.382	1.041	0.02	2.335	1.021
0.04	2.443	1.069	0.04	2.478	1.083	0.04	2.384	1.043
0.06	2.521	1.102	0.06	2.573	1.125	0.06	2.434	1.064
0.08	2.597	1.136	0.08	2.666	1.166	0.08	2.483	1.086

Tableau (IV.4): Nu moyen en fonction de la concentration pour Ra=10⁵.

Al ₂ O ₃ – EG			CuO – EG			SiO ₂ – EG		
φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$
0	4.759	1	0	4.759	1	0	4.759	1
0.02	4.963	1.037	0.02	4.967	1.043	0.02	4.877	1.093
0.04	5.112	1.074	0.04	5.176	1.087	0.04	4.998	1.120
0.06	5.287	1.111	0.06	5.383	1.131	0.06	5.120	1.148
0.08	5.461	1.147	0.08	5.589	1.174	0.08	5.244	1.176

Tableau (IV.5): Nu moyen en fonction de la concentration Ra=10⁶.

Al ₂ O ₃ – EG			CuO - EG			SiO ₂ – EG		
φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$	φ	\overline{Nu}	$R_{\overline{Nu}}$
0	9.340	1	0	9.340	1	0	9.340	1
0.02	9.701	1.038	0.02	9.758	1.044	0.02	9.590	1.026
0.04	10.062	1.077	0.04	10.177	1.067	0.04	9.847	1.054
0.06	10.422	1.115	0.06	10.596	1.134	0.06	10.112	1.082
0.08	10.780	1.154	0.08	11.013	1.179	0.08	10.379	1.111

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons présenté une étude numérique sur l'influence de l'utilisation des nano-fluide (Al_2O_3 -EG, CuO-EG et SiO_2 -EG) sur la convection naturelle en régime laminaire stationnaire dans une cavité carrée dont ces parois verticales sont actives et les parois horizontales sont adiabatiques. La forme finale des équations gouvernantes ont été écrits sous forme adimensionnelle. Ces équations ont été discrétisées par la méthode des volumes finis et résolues itérativement par la méthode de balayage ligne par ligne avec la conjonction de l'algorithme de Thomas (TDMA). Le code de calcul a été validé avec d'autres résultats des travaux précédents. Le but de cette étude est d'examiner l'influence de la présence des nanoparticules dans un fluide pure (EG) sur les caractéristiques dynamiques et thermique de l'écoulement. Sous les conditions utilisées dans cette étude on peut conclure que :

- L'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh améliore le transfert de chaleur par convection pour les trois nanofluides
- L'augmentation de Rayleigh se traduit par une accélération du fluide ce qui favorise la transmission de la chaleur par convection
- La présence des nanoparticules dans un fluide de base modifie les champs dynamiques et thermiques de l'écoulement.
- L'augmentation de la fraction volumique se traduit par une augmentation de la conductivité thermique du fluide, pour cela on obtient une amélioration du transfert convectif
- Les nanoparticules de type métallique (CuO) offrent une meilleure performance thermique par rapport à Al_2O_3 et SiO_2 .

Il serait souhaitable d'effectuer une étude sur d'autres géométries avec nouveaux nanoparticules. L'étude de la convection naturelle en régime turbulent avec d'autres conditions aux limites est fortement recommandée

Références

- [1] Yves Jannot. Cours de transfert thermique 2005.
- [2] CHADI Kamel (2020). Modélisation et simulation du refroidissement des éléments à base de composants électroniques par des nanofluides. Doctoral thesis, Université Mohamed Khider Biskra.
- [3] merina paul das, green synthesis and characterization of metal and metal oxide nanoparticles for biomedical and environmental applications, a thesis, faculty of engineering and technology department of industrial biotechnology bharath institute of higher education and research, Chennai – 600 073, [reg. no. d14bt001] , December 2018.
- [4] Maysa Tawfiq Alloush, Review Paper Biotechnology, Pest control Biosynthèse des nanoparticules et leurs applications dans la lutte antiparasitaire agricole, une étude de référence Département de biochimie et de microbiologie, Faculté de pharmacie, Université Al-Baath, Homs, Syrie.
- [5] Amina Manel BOUAZIZ .Contribution à l'étude des milieux poreux saturés par des nanofluides. modèles simples et complexes. Thèse de doctorat l'université yahia farès de médéa, génie mécanique-énergétique et transferts
- [6] Mehrdad Foroughi, Khalil Farhadi², "Biological and green synthesis of silver nanoparticles" 'Turkish J. Eng. Env. Sci, 34 (2010), 281 – 287.
- [7] TRODI Amira. Etude des Phénomènes de Transfert de Chaleur dans les Nanofluides. Thèse doctorat en sciences, Université 8 Mai 1945 Guelma, 2018.
- [8] ROUSSEL, J. (2010). Cours de physique mécanique des fluides (éd. 1er). Rennes, France.
- [9] LABIED Abdelhamid. Nano-fluides et distillation solaire des eaux saumâtres, perspectives et défis. Thèse de doctorat en génie des procédés. Université Kasdi-Merbah Ouargla, 2021.
- [10] Jan Rudolf eggens and Stephan kabelac. nanofluids revisited. Applied thermal engineering, 2016, 106:1114–1126
- [11] BOCHAGRA Alem, Bougerra Nessrine. Simulation de la convection naturelle dans cavité carrée. Mémoire master en Energétique Université Labrie Tebssi-Tebessa.
- [12] GLADES BACHIR. Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard. Thèse doctorat de l'université du Toulouse.

- [13] Patankar and D. B. Spalding, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum transfer in three-dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787– 1790 (1972).
- [14] LABIDI Adel. Effet des nano-fluides sur la convection forcée dans conduite de section rectangulaire. Mémoire master master Option Mécanique Energétique
- [15] Techno-Science.net, <https://www.techno-science.net/definition/5797.html>
- [16] Abd el Malik Bouctouche, Rachid Bessaïh. Convection in a Square Cavity Filled with Nanofluids. *Tech Science Pres*, vol.11, no.3, pp.279-300, 2015 .
- [17] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone. Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46:3639-3653, 2003.
- [18] J. Rong and T. Sheng-Chung. Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 33, 727–736, 2006.
- [19] R.K. Tiwari and M.K. Das. Heat Transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 2002-2018, 2007.
- [20] ÉLITON FONTANA, ADRIANO DA SILVA, VIVIANA COCCO MARIANI, Natural convection in a partially open square cavity with internal heat source: An analysis of the opening mass flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 pp. 1369–1386 (2011).
- [21] MOHAMED EL HATTAB, RACHID MIR, YOUNESS EL HAMMAMI, TOURIA MEDIOUNI, simulation numérique de la convection naturelle des nanofluides dans une enceinte carrée chauffée par une source de chaleur, *revue internationale d'héliotechnique* N° 45 pp.51-59 (2013).
- [22] D. Wen, Y. Ding, Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 26 (6) (2005) 855-864.
- [23] H.E. Patel, S.K. Das, T. Sundararajan, A.S Nair, B. George, and T. Pradeep. Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids manifestation of anomalous enhancement and chemical effects. *Applied Physics Letters*, 83(14), 2931–2933, 2003.
- [24] Stéphane FOHANNO, Guillaume POLIDORI, Catalin POPA. Nanofluides et transfert de chaleur par convection naturelle. Université de Reims Champagne-Ardenne, France 2012.

- [25] V. Bianco et al. Numerical investigation of nanofluids forced convection in circular tubes. *Applied Thermal Engineering* 29(2009) 3632 – 3642.
- [26] S. Maiga, S. Palm, S. Nguyen, C. Roy, and G. Galanis. Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 26, 530-546, 2005.
- [27] B.C. Pak and Y.I. Cho. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*, 11(2), 151–170, 1998.
- [28] Tabet Sara. Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte fermée partiellement chauffée. Thèse doctorat en Thermique et Mécanique des Machines Industrielles. Institut de Maintenance et de Sécurité Industrielle. Université d'Oran 2, 2017.
- [29] Salhi Hicham. Etude numérique de la convection naturelle dans les enceintes: nanofluide. Thèse doctorat. Université de Batna, 2015.
- [30] Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transf.* 43 (2000) 3701–3707.
- [31] H.K. Dawood et al. Heat transfer augmentation using nanofluids in an elliptic annulus with constant heat flux boundary condition. *Case Studies in Thermal Engineering*. Case studies in thermal engineering 4 (2014) 32–41
- [32] CHERRAD Ibrahim. Simulation numérique de la convection naturelle dans une enceinte à paroi ondulée. Mémoire magister en génie mécanique. Université Abou bekr Belkaid, 2013.
- [33] L.H. Thomas, *Elliptic Problems in Linear Differential Equations over a Network*, Watson Sci. Comput. Lab Report, Columbia University, New York, 1949,
- [34] S. V. Patankar, A calculation procedure for two-dimensional elliptic situations. *Numer. Heat Transfer. Part A*, Vol. 14(25), pp. 409, 1981.
- [35] CHADI, Kamel (2020). Modélisation et simulation du refroidissement des éléments à base de composants électroniques par des nanofluides. Doctoral thesis, Université Mohamed Khider Biskra.