



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Et Populaire

وزارة التعليم العلي والبحث العلمي



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة الشهيد الشيخ العربي التبسي – تبسة

Université Chahid Cheikh Laarbi Tebessi – Tébessa

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Genie Mecanique

MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Master Académique

En : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par : NACER Younes
BELGACEM Oussama

Sujet :

TRANSFERT DE CHALEUR DANS LES MÉTAUX LIQUIDES

Présenté et soutenu publiquement le 07 Juin 2023, devant le jury composé de :

Laouar Redouane

MCB

Président

BELAZIZIA Abdennacer

PR

Rapporteur

ZAIDI Latifa

MAA

Examineur

Promotion : 2022/2023

إهداء

إلى من وضع المولى - سبحانه وتعالى - الجنة تحت قدميها، وقرّها في كتابه العزيز...

من أفضلها على نفسي، ولم لا؛ فلقد ضحّت من أجلي

ولم تدّخر جهدا في سبيل إسعادي على الدوام

(أمي الحبيبة)...

إلى خالد الذّكر، الذي رافقني بروحه وإن فارقتني بجسده

(والدي العزيز - رحمه الله -)...

إلى إخوتي، من كان لهم بالغ الأثر في كثير من العقبات والصّعاب...

إلى أصدقائي، أساتذتي، وجميع من وقفوا بجواري وساندوني بكلّ ما يملكون

وفي أصعدة كثيرة...

أهدي لكم بحث تخرّجني

داعيا المولى - عزّ وجلّ - أن يطيل في أعماركم، ويرزقكم بالخيرات.

نصّر يونس

REMERCIEMENTS

الحمد لله

Nous remercions tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Nos vifs remerciements vont à nos très chers parents pour leurs efforts fournis et leurs conseils pendant toute ces années d'études.

Nous remercions vivement et chaleureusement notre encadreur Monsieur BELAZIZIA Abd Ennacer Professeur à l'université Cheikh Laarbi Tebessi – Tebessa -, pour nous avoir offert les conditions favorables et pour nous avoir parfaitement guidé tout le long de la réalisation de ce travail. Nous avons particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Nous tiens à remercier Monsieur LAOUAR Redouane Professeur à l'université Cheikh Laarbi Tebessi – Tebessa -, qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

Nous exprimons nos vifs remerciements à Madame ZAIDI Latifa Maitre assistant à l'université Cheikh Laarbi Tebessi - Tebessa -, d'avoir accepté de participer au jury.

Et enfin, nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (I.1) : propriétés thermo physique de l'eau, l'air, le gallium et le mercure à 300 K.....	14
Tableau (III.1) : Expressions de ϕ, Γ et S_ϕ pour les équations de conservation.....	36
Tableau (III.2) : Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques.....	41
Tableau (IV.1) : Effet du maillage sur les valeurs de \overline{Nu} pour $\varepsilon = 0.8$ et $Ra = 10^3$	50

LISTE DES FIGURES

Figure (I.1) : Représentation Les trois modes de transfert de chaleur.....	6
Figure (I.2) : Représentation schématique du phénomène de conduction.....	7
Figure (I.3) : Représentation du phénomène du rayonnement.....	8
Figure (I.4) : Représentation du phénomène du convection.....	9
Figure (I.5) : Schéma représentant la configuration de Rayleigh-Bénard.....	11
Figure (I.6) : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard.....	12
Figure (I.7) : Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal.....	12
Figure (I.8) : Représentation du métal liquide.....	14
Figure (II.1) : Schéma représentant la forme de la cavité.....	23
Figure (III.1) : Volume de contrôle bidimensionnel.....	33
Figure (III.2) : Volume de contrôle bidimensionnel.....	34
Figure (III.3) : Volume de contrôle décalé vers la droite.....	35
Figure (III.4) : Volume de contrôle décalé vers le haut.....	35
Figure (III.5) : Volume de contrôle.....	37
Figure (III.6) : L'algorithme SIMPLER.....	45
Figure (III.7) : Domaine de calcul.....	46
Figure (IV.1) : Convergence du nombre de Nusselt moyen le long de la partie chauffée pour $\varepsilon = 0.8$ et $Ra = 10^3$	51
Figure IV.2 : Comparaison des isothermes (b) Présent travail (a) Résultats Expérimentaux de calcagni et al [21]	52

Figure IV.3 : Comparaison des contours des lignes de courant dans le cas $\varepsilon = 0.4$ (b) Présent travail, (a) Résultats numériques de Calcagni et al [21], (c) Résultats numériques de O. Aydin, W.J. Yang [22]	53
Figure IV.4 : Comparaison des contours des lignes de courant dans le cas $\varepsilon = 0.4$ (b) Présent travail, (a) Résultats numériques de Calcagni et al [21], (c) Résultats numériques de O. Aydin, W.J. Yang [22]	54
Figure IV.5 : Comparaison de la variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur \overline{Nu} en fonction de Ra	55
Figure IV.6 : Champs de température, pour différents nombres de Rayleigh et $\varepsilon = 0.8$	56
Figure IV.7 : Champs de température, pour différents portions et $Ra = 10^3$	57
Figure IV.8 : Champs de température, pour différents portions et $Ra = 10^5$	58
Figure IV.9 : Profils de température le long de $Y = 0.5$	59
Figure IV.10 : Lignes de courant, pour différents nombres de Rayleigh et $\varepsilon = 0.8$	60
Figure IV.11 : Lignes de courant, pour différents portions et $Ra = 10^3$	61
Figure IV.12 : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de ε	61
Figure IV.13 : Variation du Nusselt local le long de la partie chauffée.....	62
Figure IV.14 : Champs de température pour différents rapports d'aspect.....	63
Figure IV.15 : Champ des lignes de courant dans des cavités de différents rapports d'aspect....	64
Figure IV.16 : Nombre du Nusselt moyen \overline{Nu} en fonction du rapport d'aspect (A).....	65
Figure IV.17 : Lignes isothermes, pour différents nombres de Prandtl et de Rayleigh et $\varepsilon = 0.4$	66
Figure IV.18 : Lignes de courants, pour différents nombres de Prandtl et de Rayleigh et $\varepsilon = 0.4$	67
Figure IV.19 : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de Pr	67
Figure IV.20 : Profils de vitesse le long de $Y = 0.5$	68

NEMONCLATURES

A	Rapport d'aspect (de forme) $[-]$
H	Hauteur de la cavité $[m]$
l	Largeur de la partie chauffée $[m]$
C_p	Chaleur spécifique à pression constante $[J/Kg.K]$
g	Accélération de la pesanteur m/s^2
φ	Densité du flux thermique $[W.m^{-2}]$
h	Coefficient d'échange superficiele $[W/m^2.°C]$
λ	Conductivité thermique du milieu $[W/m.°C]$
p	Pression dimensionnelle $[Pa]$
P	Pression adimensionnelle $[-]$
u, v	Composantes des vitesses $[m/s]$
U, V	Composantes adimensionnelle des vitesses $[-]$
T	Température dimensionnelle $[K]$
t	Temps dimensionnel $[s]$
x, y	Coordonnées d'espace dimensionnelles $[m]$
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles $[-]$

Symboles Grecs

ε	Largeur adimensionnelle de la partie chauffée $[-]$
α	Diffusivité thermique $[m^2/s]$
Γ	Coefficient de diffusion
ν	Viscosité cinématique $[m^2/s]$
μ	Viscosité dynamique $[Kg/m.s]$
ϕ	Variable dépendante générale.

ρ	Masse volumique [Kg/m^3]
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante [$1/K$]
τ	Temps adimensionnel [–]
$\Delta\tau$	Incrément du temps adimensionnel [–]
θ	Température adimensionnelle [–]
ΔT	Différence de température [$^{\circ}C$]

Indices Supérieurs

*	Valeur estimée
'	Valeur corrigée

Indices Inférieurs

i, j	$i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ composantes
e, w, n, s	Évalué sur la face correspondante du volume de contrôle entourant le point P
E, W, N, S	Évalué sur le point correspondant entourant le point P
0	Paramètre de référence
c	Surface chaude
f	Surface froide

Nombres Adimensionnels

Ra	Nombre de Rayleigh [–]
Nu	Nombre de Nusselt locale [–]
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen [–]
Pr	Nombre de Prandtl [–]

RÉSUMÉ

On étudie numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée remplie d'un métal liquide avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. La longueur de la partie chauffée ε varie de 20 à 80% de la largeur totale de la paroi inférieure. La paroi supérieure et les parties non chauffées de la paroi inférieure sont considérées comme adiabatiques. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, sont résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLER est utilisé pour le couplage pression-vitesse. La validation et la comparaison de nos résultats obtenus avec ceux d'autres auteurs (numérique et expérimental) sont faites. Le nombre de Rayleigh (Ra) varie dans l'intervalle 10^3 - 10^6 . Les fonctions de courant et les isothermes sont présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats sont aussi présentés sous forme de nombre de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Les résultats obtenus montrent que l'augmentation de Ra , ε ou Pr , entraîne une augmentation du taux de transfert de chaleur.

Mots Clés : Convection naturelle, Métaux liquides, Cavité carrée, Portion active, Méthode de Volumes finis.

ملخص

قمنا في هذا البحث بدراسة عددية للتبادل الحراري بالحمل الطبيعي داخل تجويف مربع يحتوي على معدن سائل مع تسخين جزئي للجدار السفلي وتبريد للجدران الجانبية، طول الجزء المُسخَّن محصور بين 20 إلى 80 % من الطول الكلي للجدار السفلي، الجدار العلوي والأجزاء الغير مُسخَّنة من الجدار السفلي أخذت على أنها معزولة حراريًا، الشكل الدائم لمعادلات نافيه-ستوكس ثنائية الأبعاد ومعادلة انحفاظ الكتلة والطاقة تم حلها بواسطة طريقة الحجوم المنتهية، خوارزمية سيمبلر استخدمت من أجل حل الترابط ضغط - سرعة. تم التحقق من صحة النتائج التي حصلنا عليها ومقارنتها مع نتائج المؤلفين الآخرين (العددية والتجريبية). عدد رايلي يتغير بين $10^3 - 10^6$. خطوط التيار، الخطوط متساوية الحرارة وتغيرات أعداد نيسالت المحلي والمتوسط عند الطول المُسخَّن رُسمت من أجل مختلف أعداد رايلي ومختلف الأطوال المُسخَّنة، النتائج تبين أن الزيادة في الأعداد Ra ، ε و Pr يزيد من نسبة انتقال الحرارة.

الكلمات المفتاحية : الحمل الحراري الطبيعي، المعادن السائلة، تجويف مربع، جزء نشط، طريقة الحجوم المنتهية.

ABSTRACT

We study numerically natural convection in a square cavity filled with liquid metal with partial heating of the lower wall and cooling of the side walls, the length of the heated part ε was varied by 20 to 80% of the total width of the bottom wall. The upper wall and the unheated part of the lower wall were considered as adiabatic, The permanent forms of the Navier-Stokes equations in two dimensions and the equations for the conservation of mass and energy, were solved by the finite volume method. The SIMPLER algorithm was used for the pressure-velocity coupling. The validation and the comparison of our results obtained with those of other authors (numerical and experimental) have been made. The Rayleigh number (Ra) was varied in the range 10^3 - 10^6 . Streamlines and isotherms were presented for various combinations of Ra and the heated portion. The results were also presented in the form of the local and average Nusselt number on the heated wall. The obtained results show that the increase of Ra , ε or Pr increases the rate of heat transfer.

Key words : Natural Convection, Liquid Metals, Square Cavity, Active portion, Finite Volume Method.

SOMMAIRE

Dédicaces	
Remerciements	
Liste des tableaux	I
Liste des figures	II
Nomenclatures	IV
Résumé	VI
Sommaire	IX
Introduction générale.....	2
Chapitre I : Généralités.	
I.1. Introduction.....	5
I.2. But de l'étude.....	5
I.3. Les différents modes de transfert de chaleur.....	6
I.3.1. Transfert de chaleur par conduction.....	6
I.3.2. Transfert de chaleur par rayonnement.....	7
I.3.3. Transfert de chaleur par convection.....	8
I.4. Les types de la convection.....	9
I.4.1 Convection forcée.....	9
I.4.2 Convection mixte.....	9
I.4.3. Convection naturelle.....	10
I.5. Convection dans les enceintes.....	11
I.5.1. Enceinte avec gradient de température vertical.....	11
I.5.2. Enceinte avec gradient de température horizontal.....	12
I.6. Généralité sur les métaux liquides.....	13
I.7. Les propriétés des métaux liquides.....	14
I.7.1. Le Gallium.....	15

I.7.2. Le Mercure.....	15
I.8. Mécanismes d'applications des métaux liquides.....	16
I.8.1. Convection liquide.....	17
I.8.2. Refroidissement des réacteurs nucléaire.....	18
I.8.3. Production de semi-conducteurs.....	18
I.8.4. Interface transport d'énergie.....	19
I.8.5. Changement de phase solide-liquide.....	19
I.8.6. Génération thermoélectrique.....	19
I.8.7. Production d'énergie magnétohydrodynamique.....	20
Chapitre II : Modèle Mathématique.	
II.1. Introduction.....	22
II.2. Géométrie du problème étudié.....	22
II.3. Les équations gouvernantes.....	23
II.3.1. L'équation de continuité.....	24
II.3.2. Les équations de quantité de mouvement.....	24
II.3.3. L'équation de l'énergie.....	24
II.4. Hypothèses simplificatrices.....	25
II.5. Modèle mathématique du problème étudié.....	25
II.5.1. Equations dimensionnelles.....	25
II.5.2. Conditions aux limites dimensionnelles.....	26
II.5.3. Equations adimensionnelles.....	27
II.5.4. Conditions aux limites adimensionnelles.....	28
II.6. Transfert de chaleur.....	29
II.7. Conclusion.....	30
Chapitre III : Modélisation Numérique.	
III.1. Introduction.....	32
III.2. Rappels sur la méthode des volumes finis.....	32

III.3. Maillage.....	34
III.4. Discrétisation des équations.....	35
III.4.1. Intégration sur un volume de contrôle typique.....	36
III.4.1.1. Intégration du flux total.....	37
III.4.1.2 Intégration du terme source.....	38
III.4.1.3. L'intégration du terme de la variation temporelle.....	39
III.4.2. Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques.....	40
III.5. Couplage Vitesse-Pression.....	42
III.6. Algorithme SIMPLER.....	42
III.7. Résolution des systèmes d'équations linéaires.....	46
III.8. Conclusion.....	48
Chapitre IV : Résultats et Discussions.	
IV.1. Introduction.....	50
IV.2. Effet du maillage.....	50
IV.3. Validation des résultats.....	51
IV.4. Influence du nombre de Rayleigh et de la portion active.....	55
IV.4.1. Champs thermiques.....	55
IV.4.2. Champs dynamiques.....	59
IV.4.3. Nombre de Nusselt.....	61
IV.5. Influence du rapport d'aspect (A).....	62
IV.5.1. Lignes isothermes et lignes de courant.....	63
IV.5.2 Taux de transfert de chaleur.....	65
IV.6. Influence du nombre de Prandtl (Pr).....	65
Conclusion générale.....	69
Références Bibliographiques.....	71

Introduction Générale

Introduction Générale

Le transfert de chaleur est l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie. C'est un phénomène que l'on trouve dans de nombreux secteurs de l'industrie et dans notre vie quotidienne. Les ingénieurs essaient de maximiser ou de minimiser ce phénomène selon les besoins de l'industrie et dans le souci d'économiser cette énergie qui devient chère. C'est un processus complexe, qui est réalisé sur la base des différents modes fondamentaux à savoir la conduction, la convection et le rayonnement.

L'équilibre statique d'un fluide dans le champ de pesanteur est une situation bien moins anodine qu'il n'y paraît. Pour que cet état soit possible, les forces volumiques telles que le poids, doivent être compensées exactement par les gradients de pression, lesquels sont eux même contraints par la condition de conservation de la masse.

Il suffit de modifier localement la densité du fluide, pour briser ce fragile équilibre. Le mouvement qui résulte de cette variation de densité est appelé «convection naturelle» ou «convection libre».

Ces phénomènes de rupture d'équilibre sont tellement présents dans la nature que trouver un fluide en équilibre statique est en fait une véritable gageure. Il faut pourtant attendre le début du XX^{ème} siècle pour que la convection soit conceptualisée et étudiée (Bénard 1901, Rayleigh 1916).

Le transfert thermique par convection naturelle a lieu à cause des différences de densité dans un liquide ou une phase gazeuse. La différence de densité qui est la plupart du temps provoquée par la différence de la température, avec la force de gravité, crée une force de flottabilité qui crée par conséquent une différence de quantité de mouvement. Cependant, on devra mentionner que ce n'est pas n'importe quel gradient de la température qui causera le mouvement dans le fluide. En réalité, la différence de température devrait être d'une manière qui provoque l'instabilité du fluide. Il est conventionnel d'employer la différence de la température instable pour assurer le mouvement du fluide.

Le nombre des applications de transfert thermique dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène dominant est grand. Une meilleure compréhension de ce phénomène augmente le

nombre de ces applications et mène à un certain nombre de conceptions industrielles et environnementales sophistiquées. Pour tous les cas pratiques où la convection naturelle intervient, les coûts de fonctionnement sont importants et donc même les petites améliorations d'efficacité peuvent jouer un rôle essentiel dans la consommation d'énergie.

La convection naturelle d'un métal liquide contenu dans une cavité fermée représente un sujet adéquat de recherche scientifique, à cause de sa présence dans beaucoup de procédés industriels, tels que le refroidissement des réacteurs nucléaires, les composantes électronique et particulièrement lors du processus de croissance cristalline. Elle a fait l'objet de plusieurs études menées par les métallurgistes et les ingénieurs des réacteurs nucléaires.

Le but de cette étude est de mener une étude de la convection naturelle dans une cavité carrée contenant du métal liquide avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales.

Notre travail se devise en quatre chapitres :

Le premier présente des généralités d'une part sur les métaux liquides, leurs descriptions ainsi que leurs applications et d'autre part sur les modes de transfert de chaleur en particulier la convection naturelle dans les cavités.

Le deuxième chapitre détaille la géométrie, les hypothèses simplificatrices, le modèle mathématique dimensionnel, le modèle mathématique adimensionnel et les conditions initiales et aux limites.

Le troisième chapitre présente la méthode numérique des volumes finis et les algorithmes SIMPLER et TDMA pour la résolution du système d'équation gouvernant le phénomène physique.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques leurs discussions.

En fin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus.

Chapitre I

Généralités

I.1. Introduction :

La chaleur est une forme d'énergie qui s'écoule sous l'effet d'une différence de température des hautes vers les basses températures. La chaleur pénètre, comme la gravité, toutes les substances de l'univers et concourt à tous ses phénomènes. L'unité de la chaleur dans le système international est de joule (J).

Le transfert de chaleur représente l'un des modes les plus communs d'échange d'énergie c'est un phénomène que l'on trouve dans de nombreux secteurs de l'industrie et dans notre vie quotidienne. Les ingénieurs et les techniciens se trouvent confrontés à ce genre de problème ; et essaient de maximiser ou de minimiser ce phénomène selon les besoins de l'industrie et dans le souci d'économiser cette énergie qui revient chère. De ce fait, les transferts thermiques ont, aussi bien dans le domaine des sciences pures que dans celui des applications technologiques, un rôle souvent essentiel. Ce rôle devient même déterminant lorsqu'il est à l'origine des techniques utilisées, exemple : (échangeurs, moteurs thermiques, calorifugeage, isolation thermique ...etc.). La connaissance des lois physiques qui régissent ces modes de transferts thermique est une chose essentielle et très importante, car elles nous permettent de maîtriser la façon et la qualité de cet écoulement de chaleur suivant notre désir. [2] [17]

Un transfert de chaleur au sein d'un système ne se produit que s'il existe des gradients de température entre les différentes parties du système, ce qui implique que celui-ci n'est alors pas à l'équilibre thermodynamique (la température n'est pas uniforme dans tout le système). Au cours de la transformation du système vers un état d'équilibre final, la température va évoluer à la fois en temps et en espace. Le but de l'analyse des transferts de chaleur est de déterminer quantitativement comment varie la température en chaque point du système au cours du temps. [17]

I.2. But de l'étude :

Cette étude a pour but d'étudier numériquement la convection naturelle dans un métal liquide de géométrie carrée. La méthode des volumes finies est utilisé pour discrétiser le modèle mathématique de notre problème physique. Plus particulièrement nous montrerons l'influence des paramètres de contrôle sur la structure d'écoulement et sur le transfert de chaleur. et voir le comportement de ces fluides par rapport à d'autres connus (l'air...etc)

I.3. Les différents modes de transfert de chaleur :

Si un solide est à température uniforme on dit qu'il est en équilibre thermique et aucun transfert de chaleur ne peut se produire. Dès qu'il existe entre deux corps, ou entre deux parties d'un même corps une différence de température ; cette dernière tend à disparaître spontanément par échange de chaleur qui peut se faire par trois modes différents : conduction, convection, rayonnement.

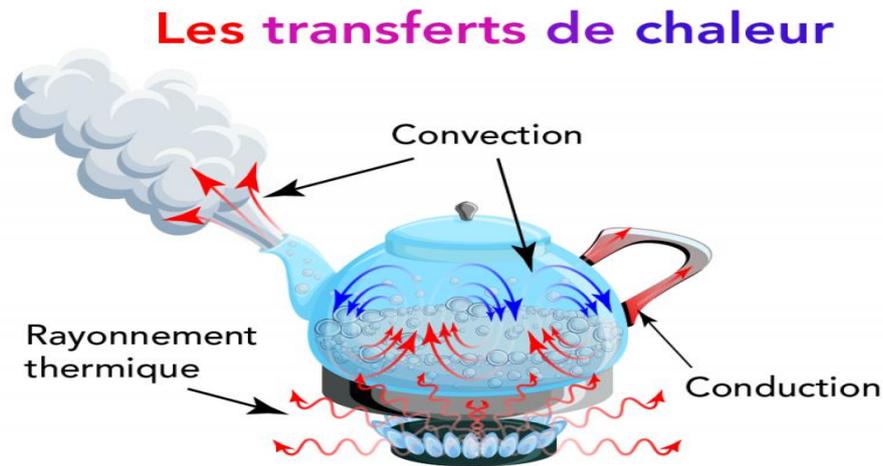


Figure (I.1) : Représentation Les trois modes de transfert de chaleur

I.3.1. Transfert de chaleur par conduction :

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur (ou l'échange d'énergie interne) provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique. (Gradient de température dans un milieu). Dans la plupart des cas on étudie la conduction dans les milieux solides, puisque dans les milieux fluides (c'est-à-dire liquide ou gazeux), il y a souvent couplage avec un déplacement de matière et donc mécanisme de convection. La conduction est le seul mécanisme intervenant dans le transfert de chaleur dans un solide homogène, opaque et compact.

La conduction s'effectue de proche en proche :

Si on chauffe l'extrémité d'un solide il y a transfert progressif.

Si on coupe le solide, on stoppe le transfert.

Exemple : Barre de métal chauffée à l'une de ces extrémités.

On comprend donc intuitivement que la conduction a une origine microscopique. Il s'agit d'un mécanisme de diffusion de la chaleur

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité du flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\varphi = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

φ : Densité du flux thermique ($W \cdot m^{-2}$)

λ : Conductivité thermique du milieu ($W \cdot m^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$)

T : Température ($^\circ C$) [2] [17]

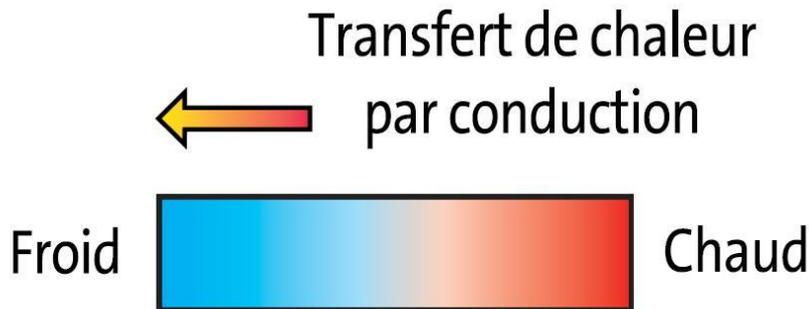


Figure (I.2) : Représentation schématique du phénomène de conduction

I.3.2. Transfert de chaleur par rayonnement :

Le rayonnement thermique peut être considéré comme un cas particulier du rayonnement électromagnétique. L'exemple le plus simple est celui du rayonnement solaire.

Le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à une autre plus froide sans nécessité de support matériel. C'est donc le seul mode de transfert de chaleur qui peut se propager dans le vide.

Le rayonnement thermique ne diffère des autres ondes électromagnétiques, comme les ondes hertziennes par exemple, que par son origine : la température. En effet tout corps rayonne tant que sa température est différente de $0 K$.

Le rayonnement thermique est un phénomène de surface, La relation de base du rayonnement est celle de STEFAN - BOLTZMAN selon laquelle la puissance M_0 du rayonnement thermique émis par unité de surface d'un corps noir est directement proportionnelle à T^4 .

$$M_0 = \sigma T^4 \quad [W.m^{-2}] \quad (II.2)$$

σ : Constante de STEFAN – BOLTZMAN = $5.67 * 10^{-8} [W.m^{-2}.K^{-4}]$

Cette formule se déduit par intégration sur l'ensemble des longueurs d'onde de la relation fondamentale obtenue par PLANK dans sa théorie de quanta. [2] [17]

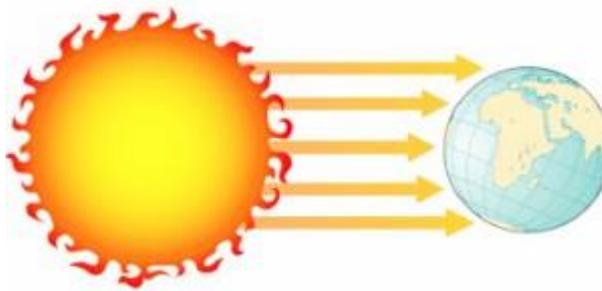


Figure (I.3) : Représentation du phénomène du rayonnement

I.3.3. Transfert de chaleur par convection :

La convection est une mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes.

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluide adjacentes, L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules.

Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluides et fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. [3] [17]

Une modélisation simplificatrice de ce phénomène peut être trouvée dans la loi de Newton citée ci-dessous...

$$\varphi = h(T_p - T_f) \quad (\text{II.3})$$

Où T_p : Température de la paroi.

T_f : Température du fluide.

φ : Densité de flux thermique (W.m^{-2}).

h : Coefficient d'échange superficielle.

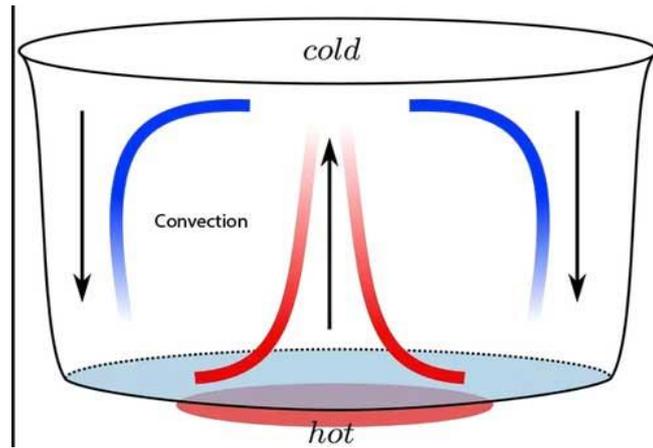


Figure (I.4) : Représentation du phénomène du convection

I.4. Les types de la convection :

I.4.1 Convection forcée :

Le mouvement de fluide est causé par l'action des forces extérieures du processus (par exemple pompe, ventilateur, etc.) qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement de fluide. [5]

I.4.2 Convection mixte :

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents quand les vitesses d'écoulement, fictives dues aux deux types de convection sont considérées séparément, du même ordre de grandeur convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les région a température élevée, le

fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle. [17]

I.4.3. Convection naturelle :

La convection naturelle est un mode de transfert de chaleur d'un milieu chaud vers un milieu froid, par un transport macroscopique de la matière (mouvement des particules fluides) généré par des effets de poussée d'Archimède lié à l'action du champ de pesanteur à la présence d'un gradient de la température.

En convection naturelle, les mouvements des particules de fluide ont pour origine les différences de masse volumique induites par un gradient de température imposé, en présence du champ de gravité.

La convection naturelle est le régime d'écoulement obtenu lorsque l'on chauffe un fluide sans qu'il n'y ait d'écoulement extérieur imposé. Cet écoulement est inexplicable dans le cadre précédent car aucun mouvement ne serait possible de par le découplage entre les équations de la dynamique et de la thermique. Pour lever ce paradoxe, on tient compte d'un phénomène que l'on avait négligé : la légère dilatabilité du fluide. C'est donc la force d'Archimède provoquée par les variations de densité induites par le chauffage qui fait se déplacer le fluide. La « thermique » et la « dynamique » sont alors très fortement couplés.

Dans ce type de convection le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules de fluide. [6]

I.5. Convection dans les enceintes :

L'étude de la convection naturelle dans les enceintes a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles. L'enceinte rectangulaire continue à être la géométrie, qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type d'enceintes, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes, tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient de température horizontal. [7] [18]

I.5.1. Enceinte avec gradient de température vertical :

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard, qui traite la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes (Figure I.5). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. [7]

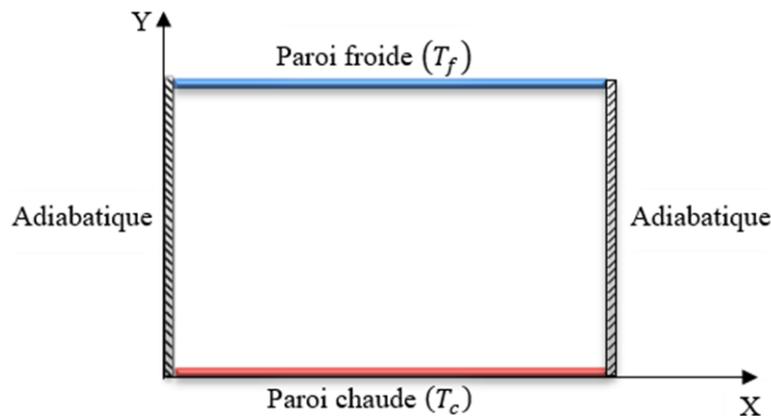


Figure (I.5) : Schéma représentant la configuration de Rayleigh –Bénard

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contrarotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide

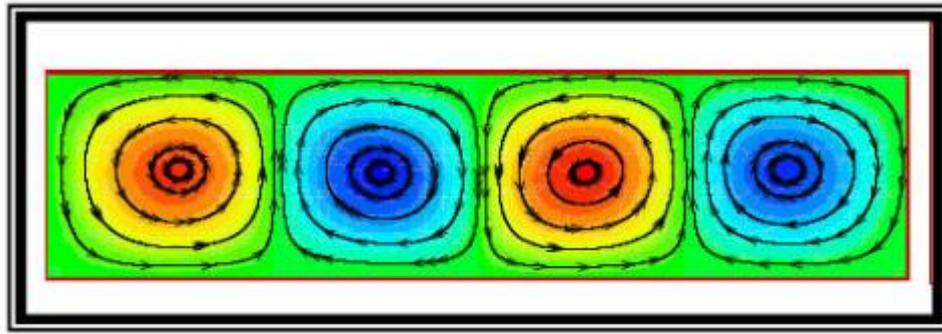


Figure (I.6) : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard

I.5.2. Enceinte avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffée et refroidie, alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques (**Figure (I.7)**). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Pour $Ra \leq 10^3$, le transfert de la chaleur est principalement par conduction dans le fluide et le nombre de Nusselt est égal à l'unité [11] [15]. C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités qui contiennent un fluide à faible Pr (métal liquide) comme fluide de convection. [15]

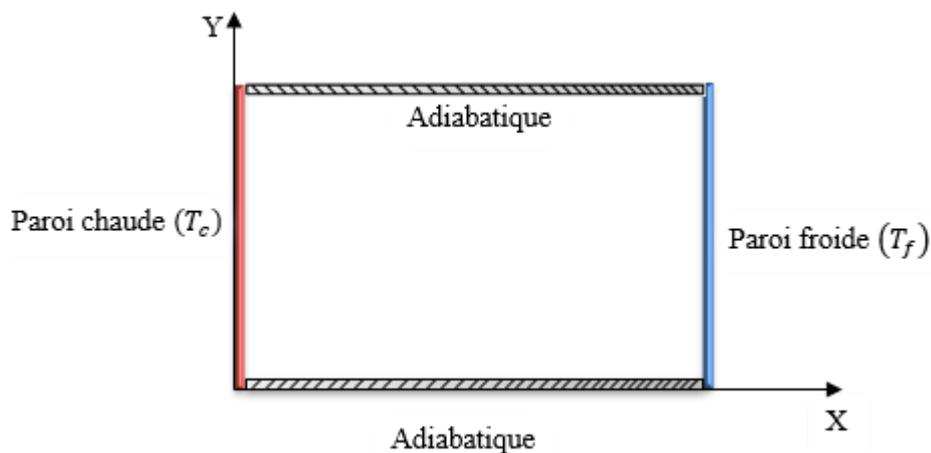


Figure (I.7) : Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal

I.6. Généralité sur les métaux liquides :

D'une façon générale un métal liquide est un métal à l'état liquide (donc à une température supérieure à son point de fusion T_F , ou maintenu en surfusion), mais on appelle plus particulièrement métal liquide un métal qui est liquide à température ambiante ou à une température à peine plus haute.

Le métal liquide ou vitriol sont des noms commerciaux pour une série d'alliages métalliques amorphes, qui sont le résultat d'une découverte faite par le Californie Institute of Technology en 1992. Il a été utilisé jusqu'à présent dans la fabrication de clubs de golf, et il pourrait bientôt apparaître dans les étuis pour téléphones portables, les battes de baseball et les scalpels chirurgicaux.

Ce métal est peut-être le nouveau "super-héros" du monde du métal, car il est deux fois plus résistant que le titane et l'acier. Il ne rouille pas et peut être plié comme du plastique et aiguisé pour devenir tranchant comme du verre. Comme tout super-héros, il a un point faible : attention à ne pas trop le chauffer, il risquerait de perdre de sa solidité. Malgré son nom (métal liquide), il n'est pas liquide. Mais il est solide à température ambiante.

Liquid métal Technologies de Lake Forest, en Californie, qui commercialise le métal, n'hésite pas à le qualifier de "révolutionnaire". Le Dr Michael Ashby, professeur d'ingénierie à l'Université de Cambridge en Grande-Bretagne et conseiller de l'entreprise, affirme que le nouveau métal combine, de manière unique, entre un matériau aux propriétés exceptionnelles et la capacité d'adapter ce matériau à des formes exceptionnelles. [9]

Les métaux liquides présentent des caractéristiques physiques intéressantes en particulier pour les applications de transfert thermique. [8]

L'eau est depuis toujours le fluide le plus largement utilisé pour extraire et transporter la chaleur.

La nécessité, dans certains cas, d'extraire des flux de chaleur importants à des températures élevées, disons de 400 à 800" pour fixer les idées, sans vaporisation de fluide, conduit à rechercher des corps moins volatils, qui puissent supporter de telles températures en phase liquide sous des pressions raisonnables.

Les conditions mêmes d'emploi exigent de ces corps une parfaite stabilité chimique à chaud.

D'autre part, on doit leur demander d'avoir une chaleur spécifique suffisante pour favoriser l'échange et le transport des calories avec un débit, donc une puissance de pompage, aussi réduits que possible.

Ces diverses qualités sont réunies, à des degrés divers, par quelques métaux ou alliages, liquides aux températures que nous envisageons. Elles sont assorties toutefois de certains défauts qui n'en rendent pas toujours l'usage très facile. [10]

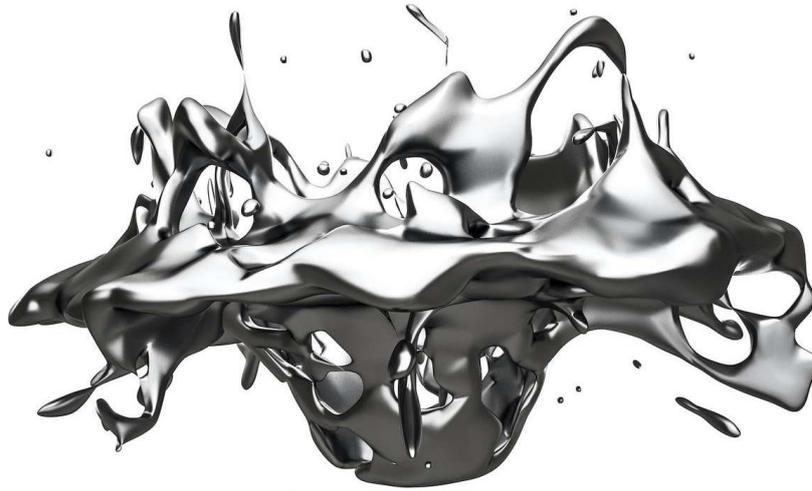


Figure (I.8) : Représentation du métal liquide

I.7. Les propriétés des métaux liquides :

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuels, ayant des Pr élevés, et les métaux liquides à bas Pr , nous donnons (**Tableau (I.1)**) à titre d'exemple les caractéristiques des liquides à haut nombre de Pr (eau, $Pr = 5.18$) et des métaux liquides à bas nombre de Pr (Gallium, $Pr = 0,025$).

Tableau (I.1) : propriétés thermo physique de l'eau, l'air, le gallium et le mercure à 300 K. [11]

Propriétés	T_F [K]	ρ [Kg/m ³]	C_p [J/Kg.K]	μ [Kg/m.s]	λ [W/m.K]	β [1/K]	Pr [-]
Air	-	1.177	1006	18.46×10^{-6}	0.026	3331×10^{-6}	0.708
Eau	-	997.132	4193.453	851.49×10^{-6}	0.614	566×10^{-6}	5.813
Gallium	302.78	6095	397.6	1.95×10^{-3}	31	1.27×10^{-4}	0.025
Mercure	234.16	13529	139.3	1.523×10^{-3}	8.54	181×10^{-6}	0.024

Ces caractéristiques ne diffèrent fortement que par la conductivité et la viscosité et, corrélativement, par le nombre de Prandtl.

Au sein de la classe des métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables. Mais la conductivité thermique λ est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et $Pr \ll 1$.

Les coefficients de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, beaucoup plus élevés que ceux des autres fluides, d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaire notamment). [1] [12]

I.7.1. Le Gallium :

Généralement, la bauxite est considérée comme la meilleure source de la production de gallium. Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl ($Pr = 0,025$ à $300 K$) et a un point de fusion de $29,78^\circ C$.

Le Gallium a plusieurs propriétés qui lui donnent l'avantage, sur le silicium dans beaucoup d'applications. Ces avantages sont particulièrement appréciés dans les applications de l'optoélectronique. Le gallium arsenic (GaAs) est ainsi utilisé pour fabriquer des diodes de laser, applications pour lequel le silicium ne peut être utilisé. Le GaAs et le silicium peuvent convertir la lumière en énergie électrique, ce qui les rend utiles pour la fabrication des photodiodes et des cellules solaires, mais le GaAs peut convertir plus de lumière disponible en énergie électrique.

Le gallium arsenic est environ dix fois plus résistant à la radiation que le silicium. Cette résistance est essentielle dans les utilisations dans l'espace où les composants sont exposés aux intenses radiations du soleil. [1] [13]

I.7.2. Le Mercure :

En comparaison avec d'autres métaux, le mercure et ses minerais sont rares dans la croûte terrestre.

Le mercure élémentaire possède les caractéristiques d'un métal lourd et précieux. Il a de grandes conductivités électrique et thermique et une faible pénétrabilité à la lumière. Il est malléable à l'état solide. Son poids spécifique est plus élevé que celui du plomb et il est relativement résistant aux influences chimiques. Propriété particulière du mercure, il se présente

sous forme liquide à des températures beaucoup plus basses que les autres métaux, le point de fusion se situe à $-38,84\text{ }^{\circ}\text{C}$ et la température d'ébullition à $356,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Il est ainsi le seul métal qui est liquide à température ambiante. Il possède en outre un coefficient de dilatation thermique élevé, proportionnel à la température entre 0 et $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Les domaines d'utilisation du mercure et de ses composés sont nombreux et très divers : instruments de mesure et de contrôle, fabrication des tubes fluorescents, etc....Le grand inconvénient du mercure est qu'il est toxique, ce qui a conduit à une forte diminution de son utilisation au cours des dernières années. [1] [14]

L'oxyde mercurique qui existe sous deux variétés (jaune et rouge) d'une même espèce cristalline est très peu soluble dans l'eau, il se décompose sous l'effet de la lumière ou de hautes températures en mercure et oxygène.

Le sulfure mercurique qui existe sous deux formes cristallines allotropiques (rouge et noire) est pratiquement insoluble dans l'eau.

Le chlorure mercurique, qui se présente sous forme de cristaux nacrés à saveur métallique désagréable, est facilement soluble dans l'eau, l'oxyde de d'éthyle et l'acétate d'éthyle, très soluble dans les alcools et l'acétone. Les solutions aqueuses sont légèrement acides par suite de l'hydrolyse du sel. Les cristaux émettent des vapeurs dès la température ordinaire.

Le sulfate mercurique, poudre cristalline blanche noircissant à la lumière, s'hydrolyse dès qu'il est en contact avec l'eau, avec formation de sulfate basique jaune, insoluble et d'acide sulfurique.[15]

I.8. Mécanismes d'applications des métaux liquides :

Le fluide de métal liquide de base a un point de fusion bas, une faible viscosité et une conductivité thermique élevée. De plus, il existe à l'état liquide à température ambiante, ce qui est propice aux champs de transfert de chaleur par convection, tels que la récupération de la chaleur résiduelle industrielle, l'utilisation complète de l'énergie photothermique solaire et la gestion thermique des appareils électroniques. Les métaux liquides à haute viscosité apparaissent sous la forme d'une pâte qui peut être uniformément enduite ou sérigraphiée sur les surfaces des métaux et des plastiques. Il s'agit d'un matériau d'interface thermique et électrique hautes performances, et leur conductivité thermique et leur conductivité électrique peuvent être ajustées de manière flexible pour répondre aux différentes exigences d'application. Les métaux liquides avec un point de fusion plus élevé peuvent rester à l'état solide à température ambiante.

Cependant, ils fondent lorsque la température atteint le point de fusion (par exemple, 60 ° C). Par conséquent, les métaux liquides sont un matériau à changement de phase solide-liquide à haute performance possédant à la fois une conductivité thermique et une chaleur latente élevées. De plus, les composites de métaux liquides en synergie avec d'autres matériaux peuvent étendre la fonctionnalité des matériaux et améliorer les performances des métaux liquides. Enfin, les matériaux métalliques liquides peuvent être façonnés en blocs, filaments, flocons et pâtes pour répondre aux exigences d'applications industrielles spécifiques.

En tant que matériau énergétique émergent, les métaux liquides peuvent être appliqués à divers domaines, notamment l'électricité, le magnétisme, le son, la lumière et la chaleur. Les mécanismes typiques impliqués dans l'application des métaux liquides dans le domaine de l'énergie sont résumés comme suit :

I.8.1. Convection liquide :

La convection liquide est vitale pour les domaines industriels du transfert de chaleur et de l'énergie. La convection liquide haute performance améliore non seulement l'efficacité du transfert de chaleur, mais améliore également la stabilité et la sécurité du système.

Actuellement, les principaux défis du transfert de chaleur par convection peuvent être attribués à la densité de flux de chaleur sans cesse croissante et à la température élevée qui l'accompagne. Les fluides de convection traditionnels, tels que l'eau, l'huile caloporteuse et le sel fondu, ne peuvent gérer que des densités de flux de chaleur inférieures à 100 W/cm^2 et leur température maximale de fonctionnement est inférieure à 600 °C. Pour obtenir un transfert de chaleur très efficace pour des flux de chaleur élevés à des températures élevées, les métaux liquides sont devenus l'un des réfrigérants les plus attractifs pour la convection liquide ces dernières années.

Par rapport aux technologies de convection conventionnelles, les avantages les plus significatifs de la convection de métal liquide sont son coefficient de transfert de chaleur convectif ultra élevé [$>10\,000 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$], son excellente stabilité à haute température ($>600 \text{ °C}$) et son entraînement efficace par une pompe électromagnétique sans composants mécaniques mobiles, sans bruit et à faible consommation d'énergie. Il s'agit d'un mécanisme prometteur pour améliorer l'efficacité du transfert de chaleur industriel et éliminer le goulot d'étranglement à haute densité de flux de chaleur dans les équipements électroniques et énergétiques haut de gamme.

Pour tous les systèmes énergétiques, le transfert de chaleur et d'électricité entre les interfaces solide et solide est essentiel. Les interfaces solides présentent généralement une résistance thermique/électrique élevée en raison du contact inférieur causé par les surfaces rugueuses et les lacunes à l'échelle microscopique. Par conséquent, des matériaux d'interface thermique/électrique ont été introduits pour combler l'écart entre deux surfaces de contact afin de réduire considérablement la résistance thermique/électrique de contact et d'améliorer le transfert de chaleur et d'électricité dans les interfaces solide-solide. [16]

I.8.2. Refroidissement des réacteurs nucléaire :

Un métal liquide refroidi réacteur nucléaire, métal liquide du réacteur rapide ou LMFR (Réacteur refroidi Liquid Metal) Il est un type de pointe réacteur nucléaire dans lequel le fluide de refroidissement primaire est un métal liquide. Ceux-ci ont été utilisés principalement dans les sous-marins nucléaires, mais ont également été largement étudiés pour des applications dans la production d'électricité.

Étant donné que les liquides de refroidissement métalliques ont une densité beaucoup plus élevée que l'eau, utilisé dans la plupart des modèles de réacteurs, ils enlèvent la chaleur plus rapidement et permettent la densité de puissance beaucoup plus élevée. Cela les rend utile dans les situations où la taille et le poids sont critiques, comme des navires et des sous-marins. Pour améliorer le refroidissement avec de l'eau, la plupart des réacteurs exploitent la mise sous pression pour élever son point d'ébullition, qui présentent des problèmes de sécurité et d'entretien en ce sens qu'il ya LMFR. En outre, la température élevée du métal liquide peut être utilisé pour produire de la vapeur à une température supérieure à celle d'un réacteur refroidi à l'eau, conduisant à un rendement thermodynamique accru. Cela les rend bon pour améliorer la puissance dans les centrales conventionnelles d'énergie nucléaire. [24]

I.8.3. Production de semi-conducteurs :

Les semi-conducteurs bidimensionnels offrent une solution possible au potentiel limité de rétrécissement supplémentaire de l'électronique traditionnelle à base de silicium : la fin longtemps prédite de la « loi de Moore ». L'électronique 2D, qui pourrait éliminer la dissipation inutile de la chaleur et permettre un fonctionnement très rapide et à très faible consommation d'énergie, pourrait être rendue possible par une nouvelle technique de dépôt de métal liquide. [23]

I.8.4. Interface transport d'énergie :

Les matériaux d'interface thermique traditionnels à base d'huile de silicone (TIM) ne conviennent pas aux applications impliquant des densités de flux thermique élevées en raison de leurs faibles conductivités thermiques. Pour les applications avec une densité de flux thermique élevée dépassant 100 W/cm², la résistance thermique de contact peut constituer plus de 50 % de la résistance thermique totale du système et, par conséquent, devient le goulot d'étranglement du système de transfert de chaleur. Les matériaux d'interface thermique/électrique en métal liquide, principalement composés de métaux purs, sont des solutions innovantes et efficaces pour la gestion thermique et la transmission électrique. Leurs conductivités thermique/électrique sont supérieures de plusieurs ordres de grandeur à celles des matériaux d'interface thermique/électrique conventionnels à base d'huile de silicone ; par conséquent, de bien meilleures performances de transfert de chaleur/électricité à l'interface peuvent être obtenues.

I.8.5. Changement de phase solide-liquide :

Les matériaux à changement de phase solide-liquide peuvent stocker ou libérer de la chaleur par un changement de phase. La paraffine et les sels sont les matériaux à changement de phase les plus utilisés dans l'industrie). Les matériaux à changement de phase en métal liquide sont des matériaux à changement de phase solide-liquide en métal pur avec une conductivité thermique élevée et une chaleur latente élevée. Par conséquent, par rapport à la paraffine, les matériaux à changement de phase de métal liquide peuvent transférer la chaleur plus efficacement et absorber plus de chaleur pour le même volume ; par conséquent, un stockage d'énergie plus efficace peut être réalisé

I.8.6. Génération thermoélectrique :

La conversion thermoélectrique est basée sur l'effet Seebeck, qui peut convertir directement l'énergie thermique en électricité via des éléments thermoélectriques. Les dispositifs thermoélectriques classiques sont généralement une structure rigide « en sandwich » comprenant une plaque de dissipation thermique, une plaque d'absorption de chaleur et un empilement thermoélectrique, qui est principalement utilisé pour les sources de chaleur planes. Pour obtenir un bon contact thermique avec les sources de chaleur de tous les types de surfaces, il est envisagé que les modules thermoélectriques flexibles pouvant être adaptés à diverses surfaces deviendront une tendance à l'avenir. L'écriture directe de l'électronique à base d'alliages et d'encres métalliques (encre DREAM, en abrégé) est l'une des dernières technologies

électroniques imprimées. Il est supérieur à la technologie électronique traditionnelle en termes de commodité, d'efficacité et de coût ; c'est donc une technologie prometteuse pour les champs thermoélectriques. Les thermocouples à écriture directe et les générateurs thermoélectriques composés de gallium et de son métal correspondant offraient de bonnes performances thermoélectriques; par conséquent, ils peuvent contribuer positivement aux champs de récolte d'énergie environnementale.

I.8.7. Production d'énergie magnétohydrodynamique :

La production d'énergie magnétohydrodynamique par métal liquide est basée sur la loi de Faraday de l'induction électromagnétique, qui utilise principalement les caractéristiques électromagnétiques des métaux liquides. Lorsqu'un métal liquide traverse un champ magnétique, il traverse les lignes magnétiques. Par conséquent, une force électromotrice est induite dans la direction perpendiculaire à la fois au champ magnétique et aux directions d'écoulement. Généralement, le fluide de fonctionnement pour la génération d'énergie magnétohydrodynamique peut être un métal gazeux ou liquide. En raison de la conductivité électrique élevée des métaux liquides, la génération d'énergie magnétohydrodynamique à base de métaux liquides peut être réalisée à des températures, pressions et vitesses d'écoulement basses. Par conséquent, l'énergie magnétohydrodynamique générée à partir de métaux liquides ne nécessite pas de conditions de fonctionnement extrêmes et peut répondre aux exigences de nombreuses applications civiles. Ces dernières années, à l'exception des applications basées sur l'énergie solaire thermique, l'énergie magnétohydrodynamique générée à partir de métaux liquides a suscité une attention considérable dans les domaines de la récupération d'énergie à partir des vagues océaniques et des mouvements humains. [16]

Chapitre II

Modèle Mathématique

II.1. Introduction :

Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement de fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales de fluide. Ces variables sont gouvernés par les lois fondamentales de conservation de la masse, quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs groupes adimensionnels. Dans les écoulements de convection naturelle, nous distinguons les nombres : Rayleigh, Prandtl, et d'autres nombres sans dimensions représentés par plusieurs propriétés physiques dépendantes de la température. L'importance mutuelle des valeurs des nombres adimensionnels dépend des conditions thermiques et des facteurs géométriques.

L'objectif de ce problème consiste en la modélisation mathématique et la simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée remplie du métal liquide avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales.

Dans ce chapitre, nous allons établir les différentes équations mathématiques permettant la résolution du problème considéré.

II.2. Géométrie du problème étudié :

On considère une cavité carrée de côté H , la cavité est initialement remplie par un métal liquide à faible nombre de Prandtl (Gallium). Le métal liquide est considéré comme un fluide newtonien incompressible, les parois latérales sont maintenues à une température constante (froide). Une fraction variant de 20 à 80% de la longueur H de la paroi inférieure de l'enceinte est maintenue à une température constante (chaude). Toutes les autres parties de l'enceinte sont isolées thermiquement (adiabatiques). L'écoulement dans cette enceinte est provoqué par la force de flottabilité résultant de la source de chaleur. La configuration géométrique est illustrée sur la **Figure (II.1)** :

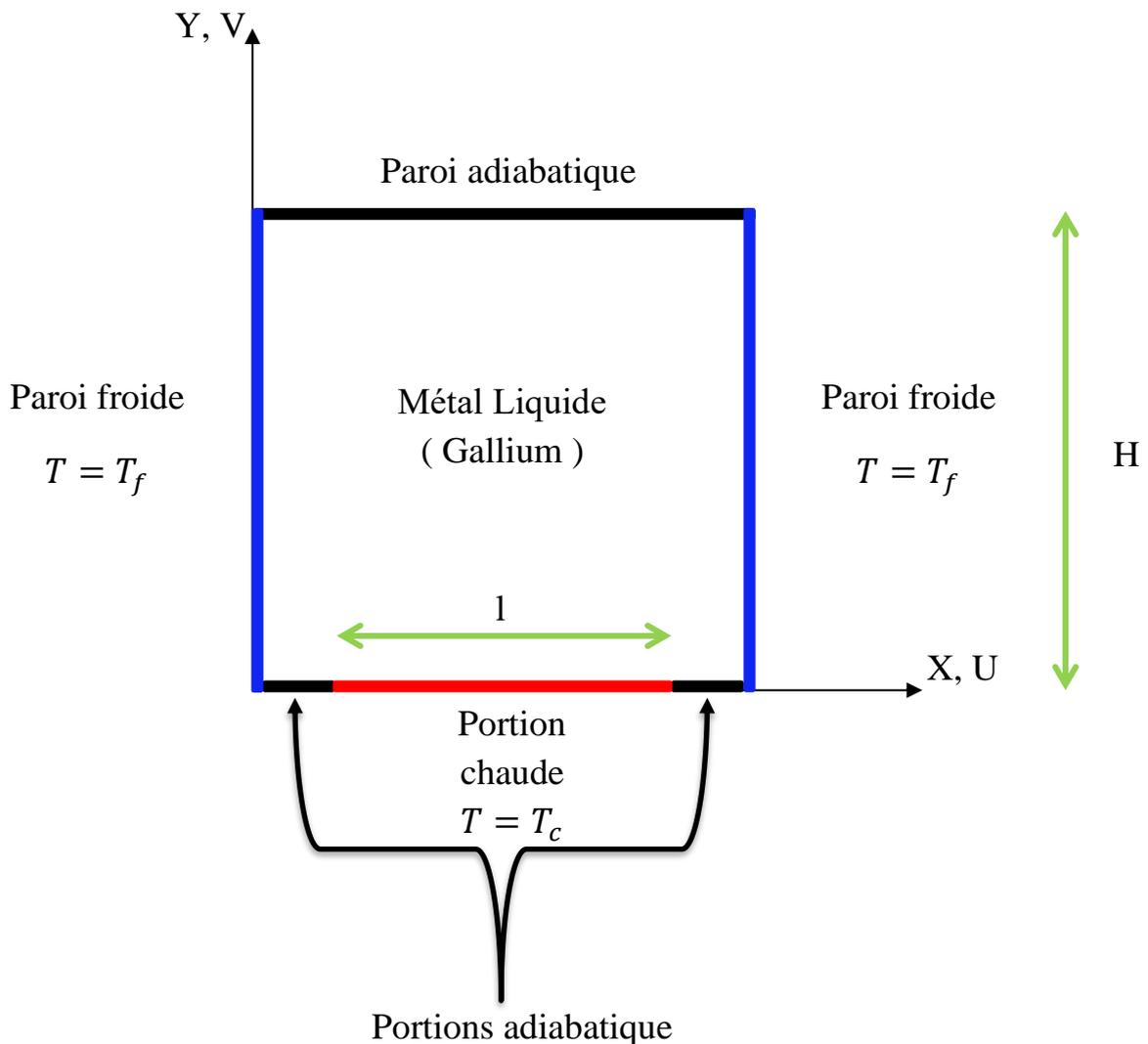


Figure (II.1) : Schéma représentant la forme de la cavité

II.3. Les Equations gouvernantes :

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stokes et l'équation d'énergie, qui expriment respectivement la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous avons considéré quelques approximations, entre autre l'approximation de Boussinesq. En effet, nous supposons que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces volumiques, le fluide étant également Newtonien. La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

Les équations gouvernantes sont données respectivement par :

II.3.1. L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{II.2})$$

Qui, après simplification devient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.2})$$

Avec (u) la composante du vecteur vitesse suivant x, (v) la composante suivant y et (w) la composante suivant z, (t) le temps. x, y, z étant les coordonnées cartésiennes.

II.3.2. Les équations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_f) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.5})$$

II.3.3. L'équation de l'énergie :

Elle est obtenue par l'application du premier principe de la thermodynamique. Cette équation pour un fluide Newtonien incompressible, s'écrit sous la forme suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p) \vec{u} \cdot \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad (\text{II.6})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (\text{II.8})$$

Où : u, v, w : composantes du vecteur vitesse.

p : pression

g : accélération de la pesanteur.

β : coefficient de dilatation.

ν : viscosité cinématique.

α : La diffusivité thermique.

λ désigne la conductivité thermique et C_p la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

II.4. Hypothèses simplificatrices :

Les hypothèses simplificatrices appliquées dans notre étude sont les suivantes :

- L'écoulement est de type convection naturelle.
- Le fluide est Newtonien et incompressible.
- Régime d'écoulement laminaire et permanent.
- L'écoulement est considéré 2D en coordonnées cartésiennes.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Absence de source interne de chaleur, de source de masse ou de réaction chimique.
- Le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume, varie linéairement avec la température.

II.5. Modèle mathématique du problème étudié :

II.5.1. Equations dimensionnelles :

Avec les hypothèses du fluide Newtonien incompressible, l'hypothèse de Boussinesq est vérifiée, la convection naturelle bidimensionnelle se modélise alors comme suit :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.9})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(vu) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (\text{II.10})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uv) + \frac{\partial}{\partial y}(vv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \rho g \beta (T - T_f) \quad (\text{II.11})$$

- **Equation de l'énergie :**

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uT) + \frac{\partial}{\partial y}(vT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{II.12})$$

II.5.2. Conditions aux limites dimensionnelles :

Les conditions aux limites utilisées, sont comme suit :

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = H \end{cases} \text{ Et } 0 \leq y \leq H ; u = v = 0 ; T = T_f$$

$$\text{À } y = 0 \text{ Et } 0 \leq x \leq \frac{H-h}{2} ; u = v = 0 ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\text{À } y = 0 \text{ Et } \frac{H-h}{2} \leq x \leq \frac{H+h}{2} ; T = T_c$$

$$\text{À } y = 0 \text{ Et } \frac{H+h}{2} \leq x \leq H ; u = v = 0 ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\{y = H \text{ Et } 0 \leq x \leq H ; u = v = 0 ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

II.5.3. Equations adimensionnelles :

Au lieu de parler des coordonnées x, y d'une particule à l'instant t , de composante u, v d'une vitesse et de pression p , nous utiliserons de nouvelles variables définies de la manière suivante :

$$\left. \begin{aligned}
 X &= \frac{x}{H} & U &= \frac{u}{\alpha/H} & P &= \frac{p}{\rho(\alpha/H)^2} \\
 Y &= \frac{y}{H} & V &= \frac{v}{\alpha/H} & \theta &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \\
 & & \tau &= \frac{t}{H^2/\alpha}
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.13})$$

L'emploi des variables réduites dans les équations (II.9,II.12) permet de s'approcher de la réalité des phénomènes physiques, car leurs existences et leurs déroulements sont indépendants du système d'unités de mesure utilisé. Les équations adimensionnelles deviennent alors :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.14})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction X :**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \quad (\text{II.15})$$

- **Equation de quantité de mouvement suivant la direction Y :**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (\text{II.16})$$

- **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$$Pr = \nu/\alpha : \text{ le nombre de Prandtl.}$$

$Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$: le nombre de Rayleigh

II.5.4. Conditions aux limites adimensionnelles :

Les conditions aux limites utilisées, sont comme suit :

$$\begin{cases} X = 0 \\ X = 1 \end{cases} \text{ Et } 0 \leq Y \leq 1 ; U = V = 0 ; \theta = 0$$

$$\text{À } Y = 0 \text{ Et } 0 \leq X \leq \frac{1-\varepsilon}{2} ; U = V = 0 ; \frac{\partial\theta}{\partial Y} = 0$$

$$\text{À } Y = 0 \text{ Et } \frac{1-\varepsilon}{2} \leq X \leq \frac{1+\varepsilon}{2} ; \theta = 1$$

$$\text{À } Y = 0 \text{ Et } \frac{1+\varepsilon}{2} \leq X \leq 1 ; U = V = 0 ; \frac{\partial\theta}{\partial Y} = 0$$

$$\{Y = 1 \text{ Et } 0 \leq X \leq 1 ; U = V = 0 ; \frac{\partial\theta}{\partial Y} = 0$$

❖ Nombre de Prandtl :

$Pr = \nu/\alpha =$ viscosité cinématique/diffusivité thermique

Le nombre de Prandtl est donc le rapport de 2 grandeurs ayant les mêmes dimensions, soient m^2/s . La viscosité cinématique représente la diffusion de la vitesse (qui dépend des forces visqueuses) alors que la diffusivité thermique est la capacité du fluide de conduire de la chaleur. Aussi, Pr nous donnera une indication sur le rapport des effets thermiques et visqueux.

Avec un Pr donné, il est possible de savoir à quel type de fluides nous avons à faire.

❖ Nombre de Rayleigh :

$Ra = g\beta\Delta TH^4/\nu\alpha L$

❖ Gradient de température dans le champ de gravité (direction y)

Le nombre de Rayleigh est directement lié à la convection.

La convection a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à la hausse de température) crée le mouvement du fluide.

Cependant, il faut que cette force d'Archimède soit assez grande pour contrer les forces visqueuses qui s'opposent au mouvement de la particule.

De plus, si l'équilibre thermique est atteint, il n'y a plus de force d'Archimède. La capacité d'une particule d'entrer en équilibre avec son environnement plus ou moins rapidement dépend de sa diffusivité thermique (α)

Ra nous donne le rapport entre le temps pour que la chaleur diffuse et celui pour que la particule entre en mouvement.

❖ Gradient de température dans une direction différente de la gravité

Dans ce cas, il y a convection naturelle quelque soit la valeur de Ra parce que les particules de fluide n'ont pas à lutter contre la force de gravité pour se déplacer.

II.6. Transfert de chaleur :

Le taux du transfert de la chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est le rapport entre la chaleur transférée par convection par rapport à la chaleur transférée par conduction.

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité de la convection. C'est le rapport adimensionné entre le flux de chaleur vertical en surface du fluide et le flux que l'on mesurerait s'il n'y avait pas de convection dans la couche de ce fluide.

$$Nu = \frac{q_{\text{mesuré}}}{q_{\text{conductif}}} \quad (\text{II.18})$$

Si $Nu = 1$ pas de convection. Plus le nombre de Nusselt est grand, plus le refroidissement par convection est efficace. En d'autres termes, le nombre de Nusselt (Nu) est défini comme suit :

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} = -\frac{d\theta}{dY} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

h : Coefficient de transfert de chaleur par convection.

L : Longueur de la cavité.

λ : Conductivité thermique du fluide.

Pour une cavité chauffée différentiellement, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi froide ou chaude.

Le Nusselt moyen est alors donné par la relation :

$$\overline{Nu} = \frac{\sum_{noeuds} Nu_{local}}{n} = \int_{\frac{1-\varepsilon}{2}}^{\frac{1+\varepsilon}{2}} Nu_{local} dX \quad (II.20)$$

Où n : nombre de nœuds

II.7. Conclusion :

Dans le présent chapitre, nous avons établi pour le problème traité le modèle mathématique. Ce dernier est constitué d'un système d'équations, complétées par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues mais :

- ❖ La résolution analytique de ces équations de bilan n'est pratiquement jamais réalisable.
- ❖ Les non-linéarités visibles dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations du modèle mathématique. Dans notre étude, on a utilisé un code de calcul en langage Fortran basé sur la méthode numérique des volumes finis. Cette méthode est bien exposée dans le chapitre suivant.

Chapitre III

Modélisation Numérique

III.1. Introduction :

La résolution des équations d'un phénomène physique de convection thermique naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des différences finies.
- La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôle quadrilatéraux.

Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLER développée par Spalding et Patankar. [19]

III.2. Rappels sur la méthode des volumes finis :

En utilisant cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la **Figure (III.1)**.

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement :

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.
- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.

Une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés

volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Cette méthode va être appliquée sur l'équation de transport qui peuvent être écrite sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla(\rho\vec{V}\phi) = \text{div}(\Gamma.\text{grad}(\phi)) + S\phi \quad (\text{III.1})$$

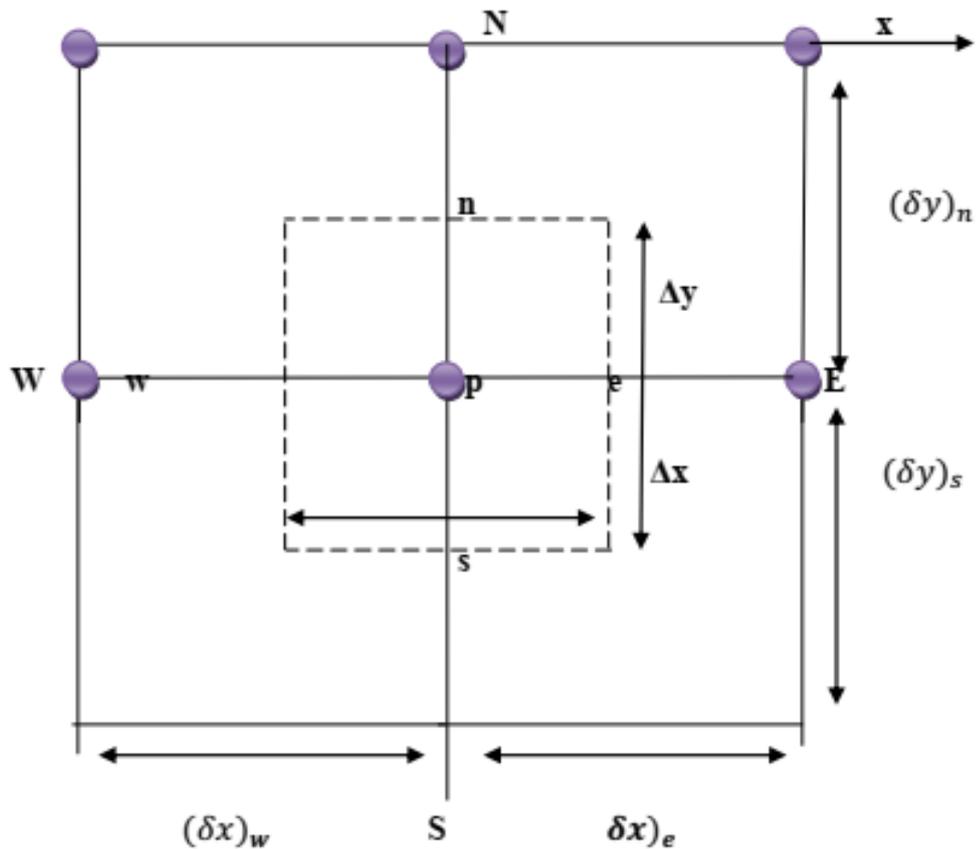


Figure (III.1) : Volume de contrôle bidimensionnel

III.3. Maillage :

Les équations différentielles ponctuelles qui gouvernent notre phénomène sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées au point e, w, n, s (**Figure (III.2)**). Notons P le centre du volume de contrôle considéré et E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant P . Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (**Figure (III.3)**). Par contre, les quantités vectorielles (composantes u et v) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (**Figure (III.3)**) et (**Figure (III.4)**). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalés vers la droite pour l'impulsion suivant X et vers le haut pour l'impulsion suivant Y .

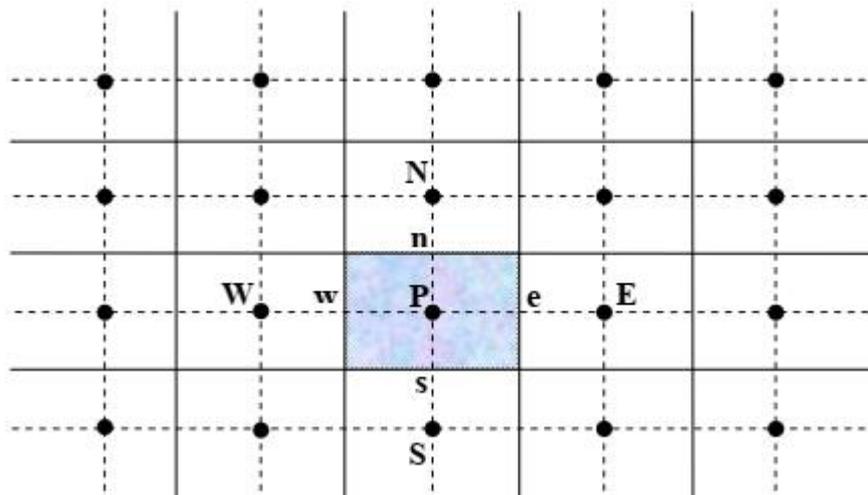


Figure (III.2) : Volume de contrôle bidimensionnel.

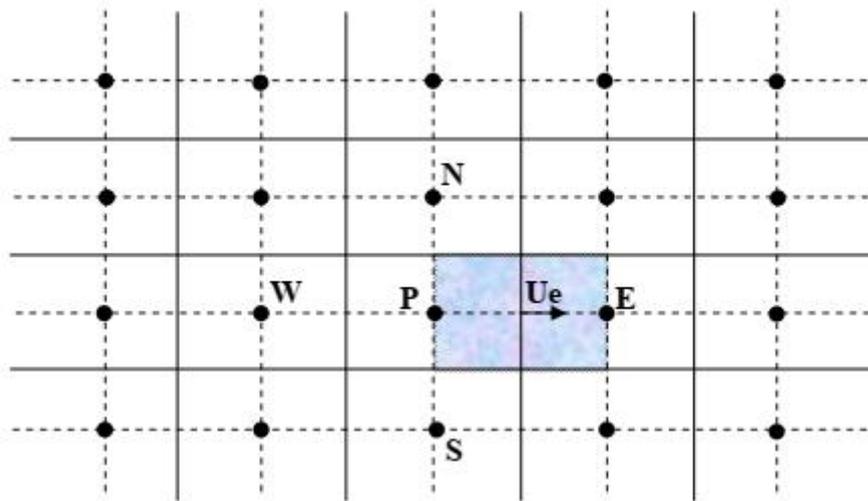


Figure (III.3) : Volume de contrôle décalé vers la droite.

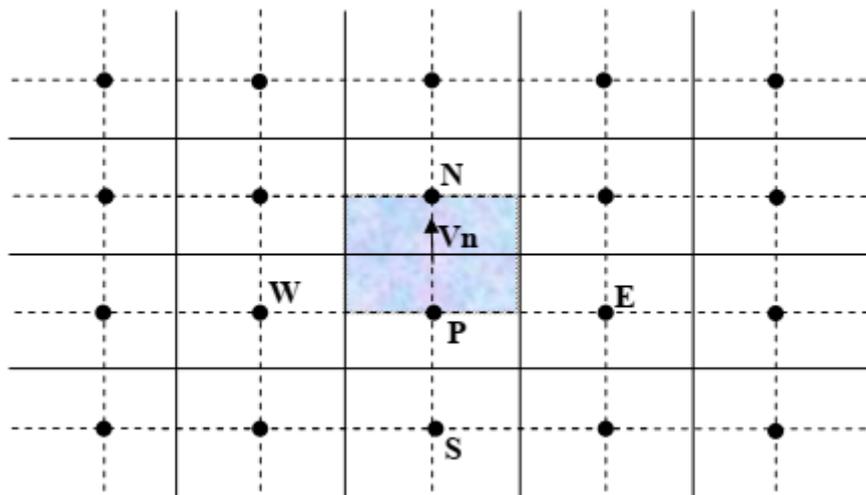


Figure (III.4) : Volume de contrôle décalé vers le haut.

III.4. Discrétisation des équations :

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation. Chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \tau}(\phi)}_T + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j}(U_j \phi)}_C = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)}_D + \underbrace{S_\phi}_S \tag{III.2}$$

Avec :

T : Terme transitoire ;

C : Terme de convection ;

D : Terme de diffusion ;

S : Terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable ϕ , l'équation de transport s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \phi}{\partial X} + V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_{\phi} \quad (\text{III.3})$$

Tableau (III.1) : Expressions de ϕ, Γ et S_{ϕ} pour les équations de conservation.

Equation	ϕ	Γ	S_{ϕ}
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Ra.Pr.\theta$
Energie	θ	1	0

III.4.1. Intégration sur un volume de contrôle typique :

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante ϕ dans un volume cartésien bidimensionnel, on intègre l'équation générale de transport (équation (II.3)) sur un volume de contrôle **Figure (III.4)**.

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (II-21) est intégrée sur le volume de contrôle entre deux temps successifs τ et $\tau + \Delta\tau$.

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial \tau} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial X} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_y}{\partial Y} dXdYd\tau = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e S_{\phi} dXdYd\tau \quad (\text{III.4})$$

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial\phi}{\partial\tau} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} \right] dXdYd\tau = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e S_\phi dXdYd\tau \quad (\text{III.5})$$

Avec :

$$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial X}$$

$$J_y = V\phi - \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial Y} \quad (\text{III.6})$$

J_x , J_y sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface selon x et y .

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes :

- la variable générale ϕ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.
- le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

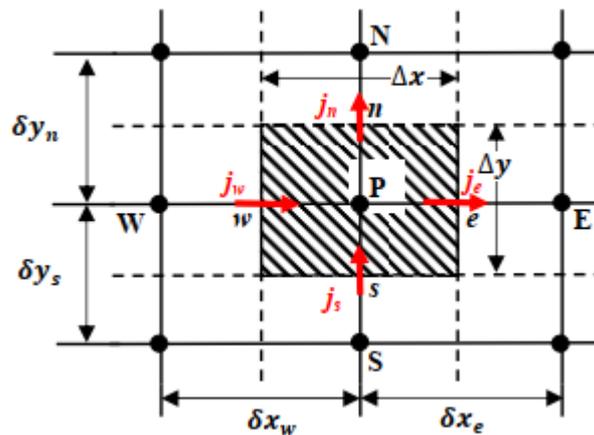


Figure (III.5) : Volume de contrôle.

III.4.1.1. Intégration du flux total :

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme 2 de l'équation (III.5)) entre τ et $\tau + \Delta\tau$ pour tout le volume de contrôle est donnée par :

$$2 = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial J_x}{\partial X} + \frac{\partial J_y}{\partial Y} \right] dXdYd\tau \quad (\text{III.6})$$

$$2 = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[\int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial X} dXdY + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_y}{\partial Y} dXdY \right] d\tau \quad (\text{III.7})$$

$$2 = \left\{ [(J_x)_e - (J_x)_w] \int_s^n dY + [(J_y)_n - (J_y)_s] \int_w^e dX \right\} \Delta\tau \quad (\text{III.8})$$

$$2 = (J_x)_e \Delta Y \Delta\tau - (J_x)_w \Delta Y \Delta\tau + (J_y)_n \Delta X \Delta\tau - (J_y)_s \Delta X \Delta\tau \quad (\text{III.9})$$

Si on pose :

$$\begin{aligned} J_e &= (J_x)_e \Delta Y & J_n &= (J_y)_n \Delta X \\ J_w &= (J_x)_w \Delta Y & J_s &= (J_y)_s \Delta X \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Donc l'expression du terme 2 devient :

$$2 = (J_e - J_w + J_n - J_s) \Delta\tau \quad (\text{III.11})$$

III.4.1.2 Intégration du terme source :

L'intégration du terme source (terme 3 de l'équation (III.5)) entre τ et $\tau + \Delta\tau$ pour tout le volume de contrôle est donnée par :

$$3 = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e S_{\phi} dXdYd\tau = \overline{S_{\phi}} \Delta X \Delta Y \Delta\tau \quad (\text{III.12})$$

Où $\overline{S_{\phi}}$ est la valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante. Cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires. La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne $\overline{S_{\phi}}$ qui peut être fonction de la variable dépendante, leur valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_{\phi}} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{III.13})$$

Où S_p est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de S_p , S_p est la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p , soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

III.4.1.3. L'intégration du terme de la variation temporelle :

Dans l'équation (III.5), le terme de dérivée temporelle (1) est intégré entre les instants τ et $\tau + \Delta\tau$ pour tout le volume de contrôle :

$$1 = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial\phi}{\partial\tau} dXdYd\tau = (\phi_p^1 - \phi_p^0)\Delta X\Delta Y \quad (\text{III.14})$$

Les exposants 0 et 1 indiquant les temps τ et $\tau + \Delta\tau$.

($i = E, W, S, N$) varie entre les instants τ et $\tau + \Delta\tau$.

Le résultat de l'intégration de l'équation (II.5) et la division par $\Delta\tau$ donne :

$$\frac{(\phi_p^{\tau+\Delta\tau} - \phi_p^{\tau})\Delta X\Delta Y}{\Delta\tau} + (J_e - J_w + J_n - J_s) = \overline{S_\phi}\Delta X\Delta Y \quad (\text{III.16})$$

Où :

$$\begin{aligned} J_e &= U_e\phi_e\Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial\phi}{\partial X} \right|_e \Delta Y & J_n &= U_n\phi_n\Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial\phi}{\partial X} \right|_n \Delta X \\ J_w &= U_w\phi_w\Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial\phi}{\partial X} \right|_w \Delta Y & J_s &= U_s\phi_s\Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial\phi}{\partial X} \right|_s \Delta X \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Les quantités J_e, J_w, J_n, J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle. $\overline{S_\phi}$ est évalué au centre du volume de contrôle.

L'intégration de l'équation de continuité sur le volume de contrôle donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (\text{III.18})$$

Où : F_e ($i = e, w, n, s$) sont les débits massiques à travers les faces du volume de contrôle.

Si on multiplie l'équation (III.18) par ϕ_p et on la retranche de l'équation (III.16), on obtient :

$$\frac{(\phi_p^{\tau+\Delta\tau} - \phi_p^{\tau})\Delta X\Delta Y}{\Delta\tau} + ((J_e - F_e\phi_p) - (J_w - F_w\phi_p) + (J_n - F_n\phi_p) - (J_s - F_s\phi_p)) = \overline{S_\phi}\Delta X\Delta Y \quad (\text{III.19})$$

On peut écrire les termes entre parenthèses de l'équation (III.19) comme suit :

$$\begin{aligned} J_e - F_e\phi_p &= A_E(\phi_p - \phi_E) \\ J_w - F_w\phi_p &= A_W(\phi_w - \phi_p) \\ J_n - F_n\phi_p &= A_N(\phi_p - \phi_N) \\ J_s - F_s\phi_p &= A_S(\phi_s - \phi_p) \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 A_E &= D_e A(|P|) + \max(-F_e, 0) \\
 A_W &= D_w A(|P|) + \max(F_w, 0) \\
 A_N &= D_n A(|P|) + \max(-F_n, 0) \\
 A_S &= D_s A(|P|) + \max(F_s, 0)
 \end{aligned} \tag{III.21}$$

on peut écrire l'équation discrétisée sous forme compacte comme :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_S \phi_S + A_N \phi_N + b \tag{III.22}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_S + A_N - S_P \Delta X \Delta Y$$

$$b = \left(S_c + \frac{\phi_P^\tau}{\Delta \tau} \right) \Delta X \Delta Y$$

Les flux convectifs sont :

$$\begin{aligned}
 F_e &= U_e \Delta Y & F_n &= U_n \Delta X \\
 F_w &= U_w \Delta Y & F_s &= U_s \Delta X
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

Les flux diffusifs sont :

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y & D_n &= \frac{\Gamma_n}{dX_n} \Delta X \\
 D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y & D_s &= \frac{\Gamma_s}{dX_s} \Delta X
 \end{aligned} \tag{III.24}$$

Les nombres de Peclet sont :

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{F_e}{D_e} & P_s &= \frac{F_s}{D_s} \\
 P_w &= \frac{F_w}{D_w} & P_n &= \frac{F_n}{D_n}
 \end{aligned} \tag{III.25}$$

III.4.2. Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Tableau (III.2) : Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}[0, 1 - 0.5 P]$
Power Law	$\text{Max}[0, (1 - 0.1 P)^5]$
Exponentiel	$\frac{ P }{e^{ P } - 1}$

Le schéma exponentiel discrétise l'ensemble des termes convectifs et diffusifs, contrairement aux schémas habituels tels que les schémas décentré et amont. Cette discrétisation concerne l'expression des coefficients J aux faces des volumes de contrôle. Ceux-ci sont interpolés entre les deux nœuds que sépare la face de telle sorte que l'équation stationnaire 1D de convection-diffusion soit vérifiée entre ces deux points, et ce, indépendamment du problème que l'on résout.

Le schéma hybride et le schéma puissance sont dérivés directement du schéma exponentiel. Ils reposent tous deux sur l'approximation des coefficients où apparaît l'exponentiel, qui est coûteuse en temps de calcul. En fonction du nombre de Péclet, le schéma hybride effectue une approximation linéaire par morceaux de la fonction $A|P|$ et le schéma puissance une approximation polynomiale.

Dans notre étude, pour discrétiser les équations différentielles adimensionnelles, nous avons utilisé le schéma hybride et une discrétisation temporelle d'ordre un.

III.5. Couplage Vitesse-Pression :

Si les vitesses sont définies aux nœuds d'un volume de contrôle ordinaire (comme les autres scalaires: pression, température), il est démontré qu'un champ de pression hautement non uniforme agira comme un champ uniforme sur les équations de quantité de mouvement discrétisées. La solution passe par la définition des vitesses sur une grille décalée "Staggered grid" et l'emploi d'algorithmes tels que "SIMPLER" pour résoudre ce lien ou couplage entre la pression et la vitesse. La famille des algorithmes "SIMPLER" est essentiellement une procédure "d'estimation et de correction" pour le calcul de la pression sur la "grille décalée" des composantes de la vitesse.

III.6. Algorithme SIMPLER :

L'algorithme SIMPLER (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised) a été créé par Patankar et Spalding (1972) [20], La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées. Deux grilles décalées vers la droite et vers la haute respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontale et verticale. La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} A_e U_e = A_{ee} U + A_w U_w + A_{ne} U_{ne} + A_{se} U_{se} + b_U + (P_P - P_E) a_e \\ A_n U_n = A_{nn} V_{nn} + A_s V_s + A_{ne} V_{ne} + A_{nw} V_{nw} + b_V + (P_P - P_N) a_n \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Avec : a_i les surfaces ($a_e = \Delta Y$ et $a_n = \Delta X$) de sorte que $(P_P - P_E) \Delta Y$ représente la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse u . Et (b_U, b_V) contient tous les termes source de l'équation.

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique :

$$\begin{cases} A_e U_e = \sum A_{voisins} U_{voisins} + (P_P - P_E) a_e + b_U \\ A_n V_n = \sum A_{voisins} V_{voisins} + (P_P - P_N) a_n + b_V \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLER consiste à partir d'un champ de pression estimé P^* au départ ou à l'itération précédente et d'en déduire un champ de vitesse U^* et V^* à l'aide des relations (III.27). On a donc :

$$\begin{cases} A_e U_e^* = \sum A_{voisins} U_{voisins}^* + (P_P^* - P_E^*) a_e + b_U \\ A_n V_n^* = \sum A_{voisins} V_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) a_n + b_V \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité P' qui induit une correction sur les vitesses U' et V' de sorte que les nouveaux champs s'écrivent :

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ U = U^* + U' \\ V = V^* + V' \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (III.27)-(III.28). On obtient alors :

$$\begin{cases} A_e U_e' = \sum A_{voisins} U_{voisins}' + (P_P' - P_E') a_e \\ A_n V_n' = \sum A_{voisins} V_{voisins}' + (P_P' - P_N') a_n \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

À ce moment une approximation est introduite: les termes $\sum A_{voisins} U_{voisins}'$ et $\sum A_{voisins} V_{voisins}'$ sont négligés pour simplifier l'équation (III.30). L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLER. On obtient :

$$\begin{cases} U_e' = (P_P' - P_E') d_e \\ V_n' = (P_P' - P_N') d_n \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

$$\text{Où : } d_e = \frac{a_e}{A_e}, d_n = \frac{a_n}{A_n}$$

Des expressions similaires sont bien sur obtenues pour U_w et V_s

L'équation (III.31) décrit les corrections qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules de vitesse (III.29), ce qui donne :

$$\begin{cases} U_e' = U_e^* + (P_P' - P_E') d_e \\ V_n' = V_n^* + (P_P' - P_N') d_n \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

L'équation de continuité intégrée sur le volume de contrôle montré dans la Figure (III.2) est :

$$(\rho UA)_w - (\rho UA)_e + (\rho UA)_s - (\rho UA)_n = 0 \quad (\text{III.33})$$

En regroupant les différents termes de cette équation peut être finalement mise sous la forme standard :

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_S P'_S + A_N P'_N + b \quad (\text{III.34})$$

Avec :

$$A_E = (\rho UA)_e \quad A_W = (\rho UA)_w$$

$$A_N = (\rho UA)_n \quad A_S = (\rho UA)_s$$

$$A_P = A_E + A_W + A_S + A_N \quad (\text{III.35})$$

$$b = (\rho U^* A)_w - (\rho U^* A)_e + (\rho U^* A)_s - (\rho U^* A)_n$$

Cette équation est appelée équation de correction de la pression.

L'algorithme SIMPLER se résume aux les étapes suivantes :

- Estimer le champ de pression P^* ,
- Calculer les coefficients pour les équations de quantité de mouvement et déterminer les vitesses U^* et V^* ,
- Calculer les coefficients pour l'équation de pression et obtenir le champ de pression,
- Évaluer la source b et résoudre l'équation (III.34) pour P' .
- Corriger le champ de vitesse, en utilisant des équations comme l'équation (III.32).
- Corriger le champ de pression en utilisant l'équation (III-29), avec la modification discutée dans le paragraphe ci-dessous.
- Résoudre les autres équations de ϕ ; mettre à jour les propriétés, les coefficients, etc...
- employant le P trouvé dans l'étape 4 comme nouveau P^* , revenir à l'étape 2. Faire un cycle par cette boucle jusqu'à ce que la convergence soit réalisée.

La séquence des étapes dans l'algorithme SIMPLER est présentée à la Figure III-7 :

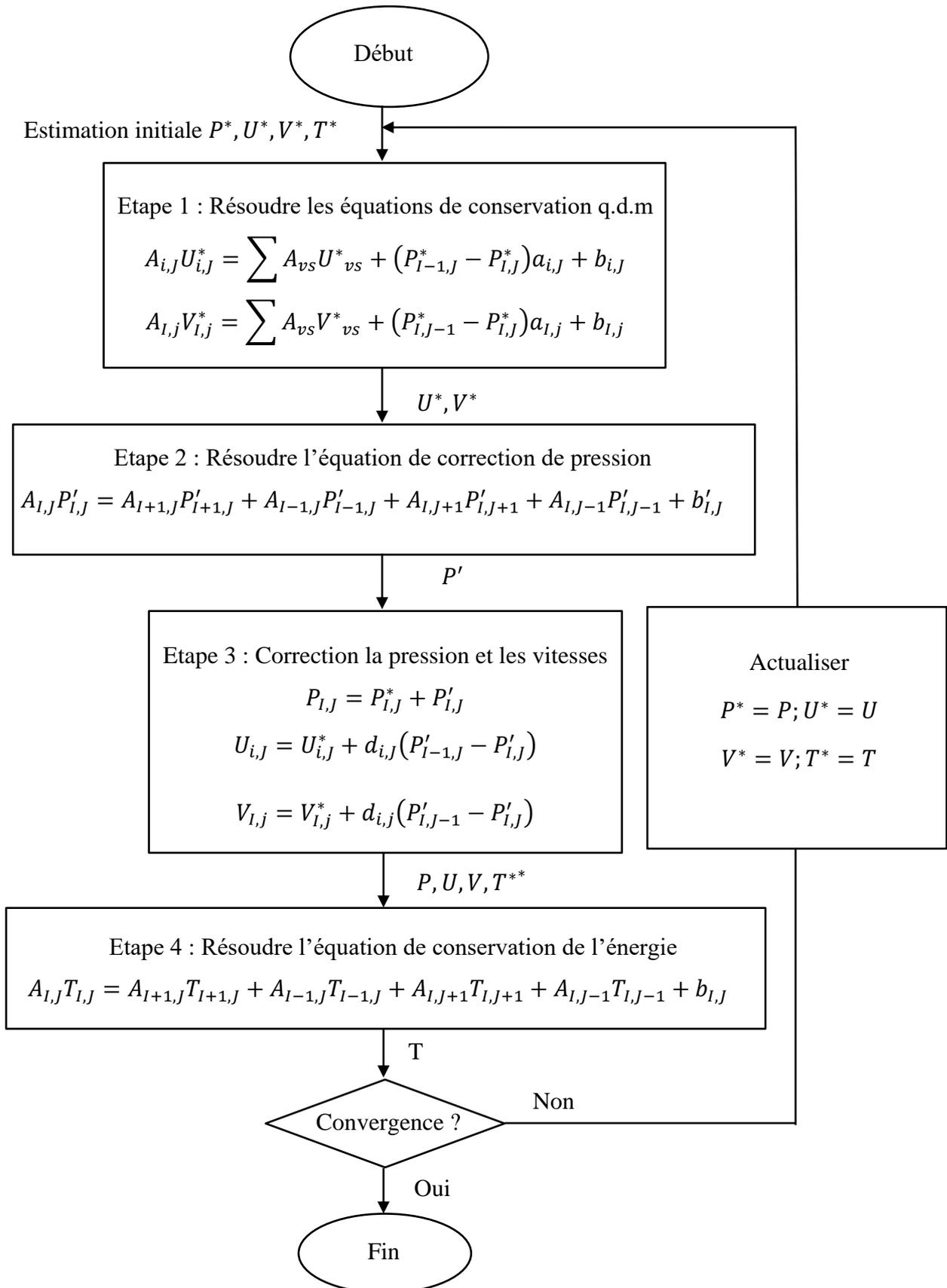


Figure (III.6) : L'algorithme SIMPLER

Pour obtenir l'équation (III.32), les termes $\sum A_{voisins} U'_{voisins}$ et $\sum A_{voisins} V'_{voisins}$ doit être négligé. Cette approximation résulte des valeurs de P' trop grandes, et ceci cause une convergence lente ou divergence du cycle décrit ci-dessus. Pour traiter ceci, Patankar [20] a supposé une valeur de α_p dans la gamme de (0.3-0.8), et une sous-relaxation de la correction de pression en remplaçant l'équation (III.29) par :

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (\text{III.36})$$

III.7. Résolution des systèmes d'équations linéaires :

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est :

$$\left(A_{i,j} - S_{P_{i,j}} \right) \phi_{i,j} - A_{i,j-1} \phi_{i,j-1} - A_{i,j+1} \phi_{i,j+1} = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + S_C \quad (\text{III.37})$$

Avec : $1 \leq i \leq N$ et $1 \leq j \leq M$

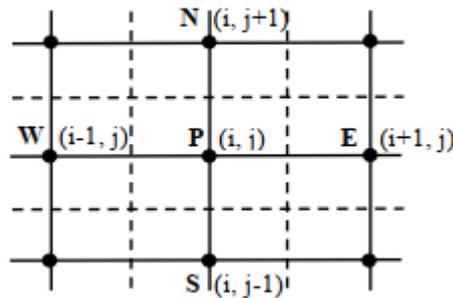


Figure (III.7) : Domaine de calcul.

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport, une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (III.37) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\phi] = [S] \quad (\text{III.38})$$

Où : $[A]$ est une matrice et $[\phi]$ est le vecteur des inconnues $\phi(i, j)$.

La technique de balayage permet de transformer le système (III.38), en un système tridiagonal qui peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm).

Considérons le balayage Ouest-Est :

On attribut à la variable ϕ pour les lignes $(i - 1)$ et $(i + 1)$, ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \phi_j = C_j + d_j \phi_{j-1} + a_j \phi_{j+1} \quad (\text{III.39})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$a_j = A_{i,j+1}$$

$$b_j = A_{i,j-1}$$

$$\text{Avec : } C_j = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + S_C \quad (\text{III.40})$$

$$d_j = A_{i,j} - S_{P_{i,j}}$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide. Le choix de la direction de balayage exigé par les conditions aux limites. La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (III.39), ϕ_j est fonction de ϕ_{j+1} et ϕ_{j-1} ou une équation correspondante au nœud (i, j) peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.41})$$

Une équation correspondante au nœud $(i, j - 1)$ est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.42})$$

En introduisant l'expression précédente dans l'expression (III.39), nous aurons :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III.43})$$

De telle façon que :

$$P_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \text{ et } Q_j = \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III.44})$$

Donc il faut calculer P_1 et Q_1 , ensuite P_2 et Q_2 jusqu'à P_N et Q_N .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, Q_1 = \frac{C_1}{d_1}, P_N = 0 \text{ et } Q_N = \phi_N.$$

La valeur de Q_N étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière, $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$ (ϕ_1 étant connue aux limites), nous balayons dans le sens inverse.

III.8. Conclusion :

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode de volumes finis, les étapes de discrétisation de modèle mathématique et de résolution des équations algébriques.

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de la chaleur a été mise en oeuvre pour simuler la circulation de l'air et le champ de température dans l'enceinte. La résolution est effectuée par un code de calcul en langage Fortran basé sur la méthode numérique des volumes finis.

Le langage Fortran propose un nombre assez important d'options qui déterminent la forme des équations de bilan et des équations de transport des scalaires supplémentaires. L'utilisateur a le choix entre un écoulement tridimensionnel ou bidimensionnel, monophasique ou multiphasique (homogène ou non), turbulent ou laminaire, permanent ou transitoire. La résolution donne des résultats qui sont présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre IV

Résultats et Discussions

IV.1. Introduction :

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'étude numérique de la convection naturelle laminaire stationnaire dans la géométrie considérée. Nous verrons en premier lieu, l'influence du maillage sur les résultats, puis nous procédons à la validation des résultats de la simulation obtenus en comparant avec ceux obtenus par d'autres auteurs.

Les résultats obtenus sont caractérisés par la visualisation graphique des contours de la fonction de courant, des lignes isothermes, et des profils de vitesse au milieu de la cavité.

IV.2. Effet du maillage :

La précision des résultats et leurs temps de calcul ont une forte relation avec le choix du maillage. Un maillage non uniforme dans les deux directions est adopté. Il est plus raffiné dans les régions où les variations de températures sont relativement importantes. Dans le but d'examiner l'effet du maillage sur la solution numérique, quatre maillages ont été considérés : 70x70 nœuds, 80 x 80 nœuds, 90x90 nœuds et 100x100 nœuds, (**Figure IV.1** et **Tableau IV.1**).

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » est illustrée par la (**Figure IV.1**).

Tableau (IV.1) : Effet du maillage sur les valeurs de \overline{Nu} pour $\varepsilon = 0.8$ et $Ra = 10^3$

Maillage	70*70	80*80	90*90	100*100
\overline{Nu}	3.21	2.82	2.66	2.57

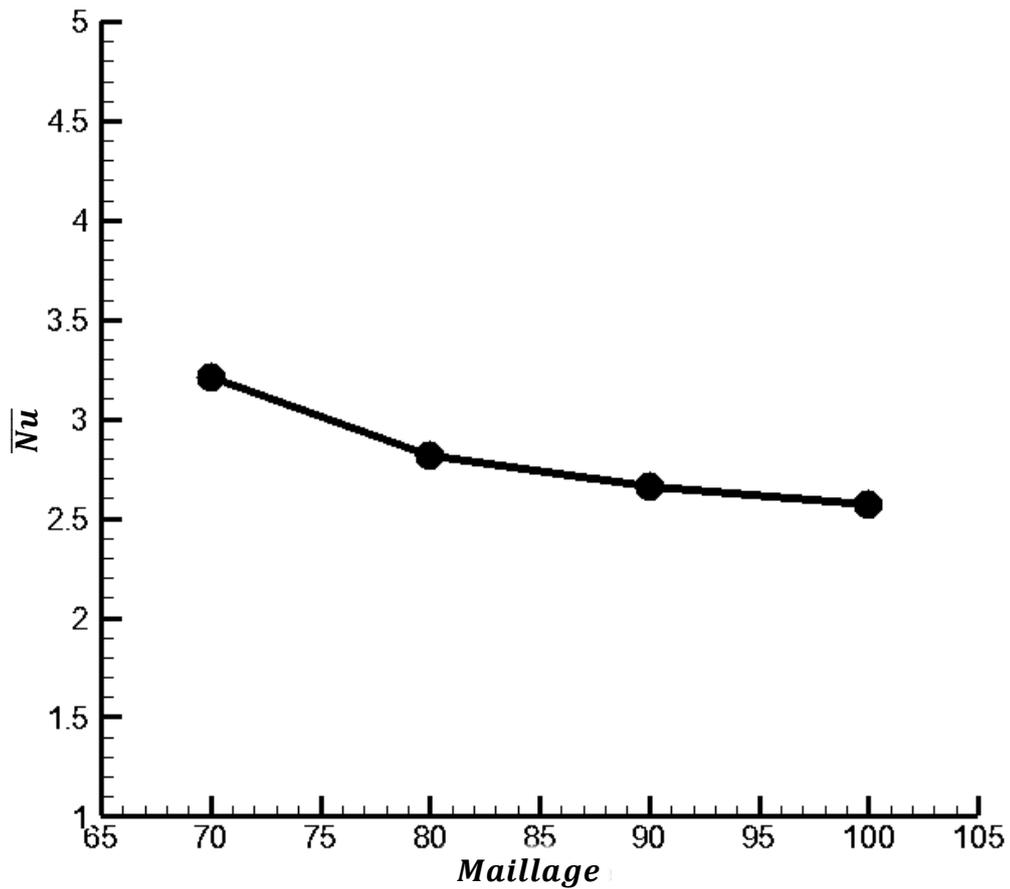


Figure (IV.1) : Convergence du nombre de Nusselt moyen le long de la partie chauffée pour $\varepsilon = 0.8$ et $Ra = 10^3$

IV.3. Validation des résultats :

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus dans le présent travail avec le code FORTRAN, une validation de notre simulation numérique a été faite en comparant avec les études numériques et expérimentales de Calcagni et al [21] et de O. Aydin et W. Yang [22] qui sont disponibles dans la littérature. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que [21] et [22] : le fluide en convection est l'air dans une géométrie carrée avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure. On a aussi utilisé les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) et les mêmes valeurs de ε

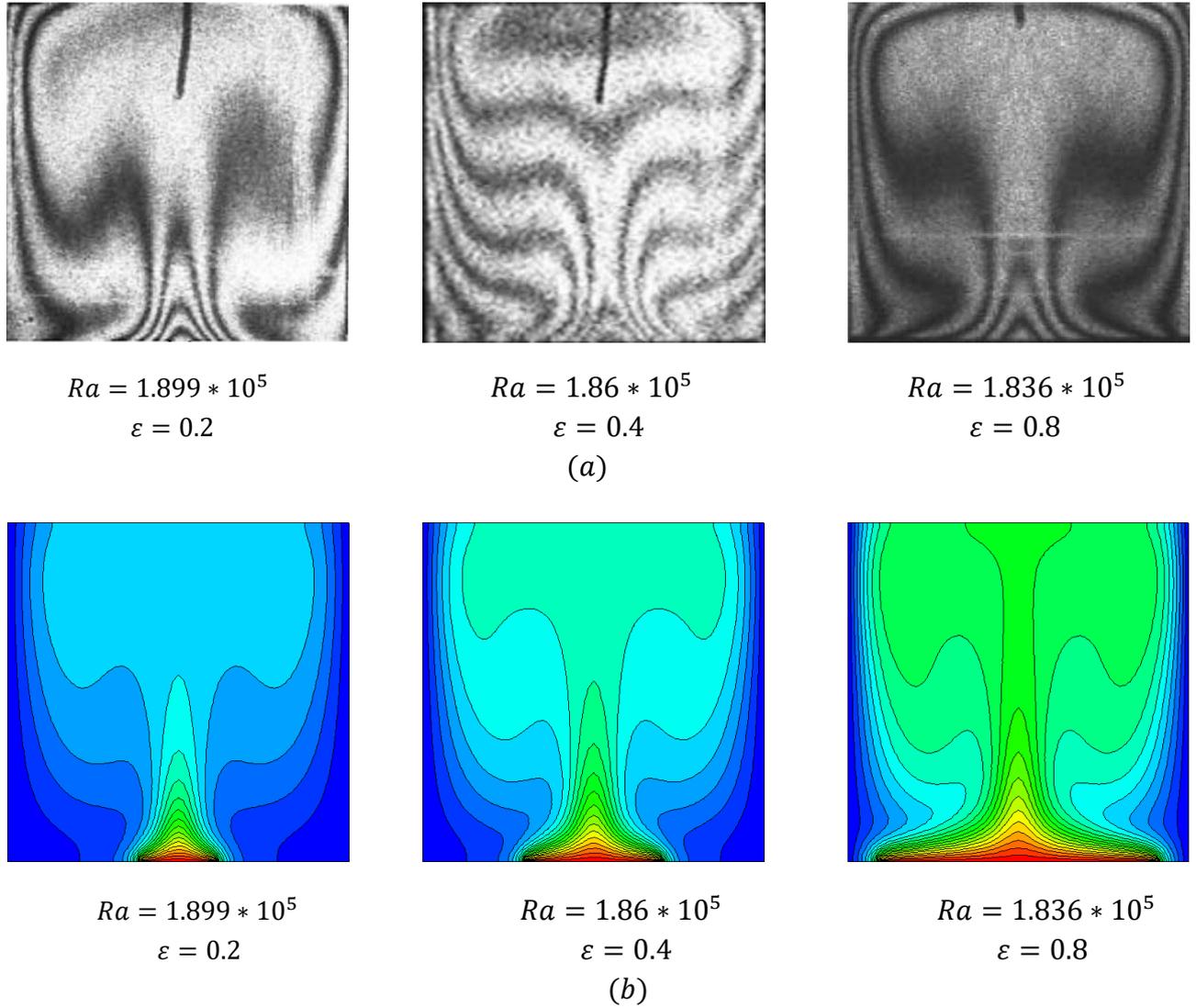


Figure IV.2 : Comparaison des isothermes : (a) Résultats Expérimentaux de Calcagni et al [21], (b) Présent travail.

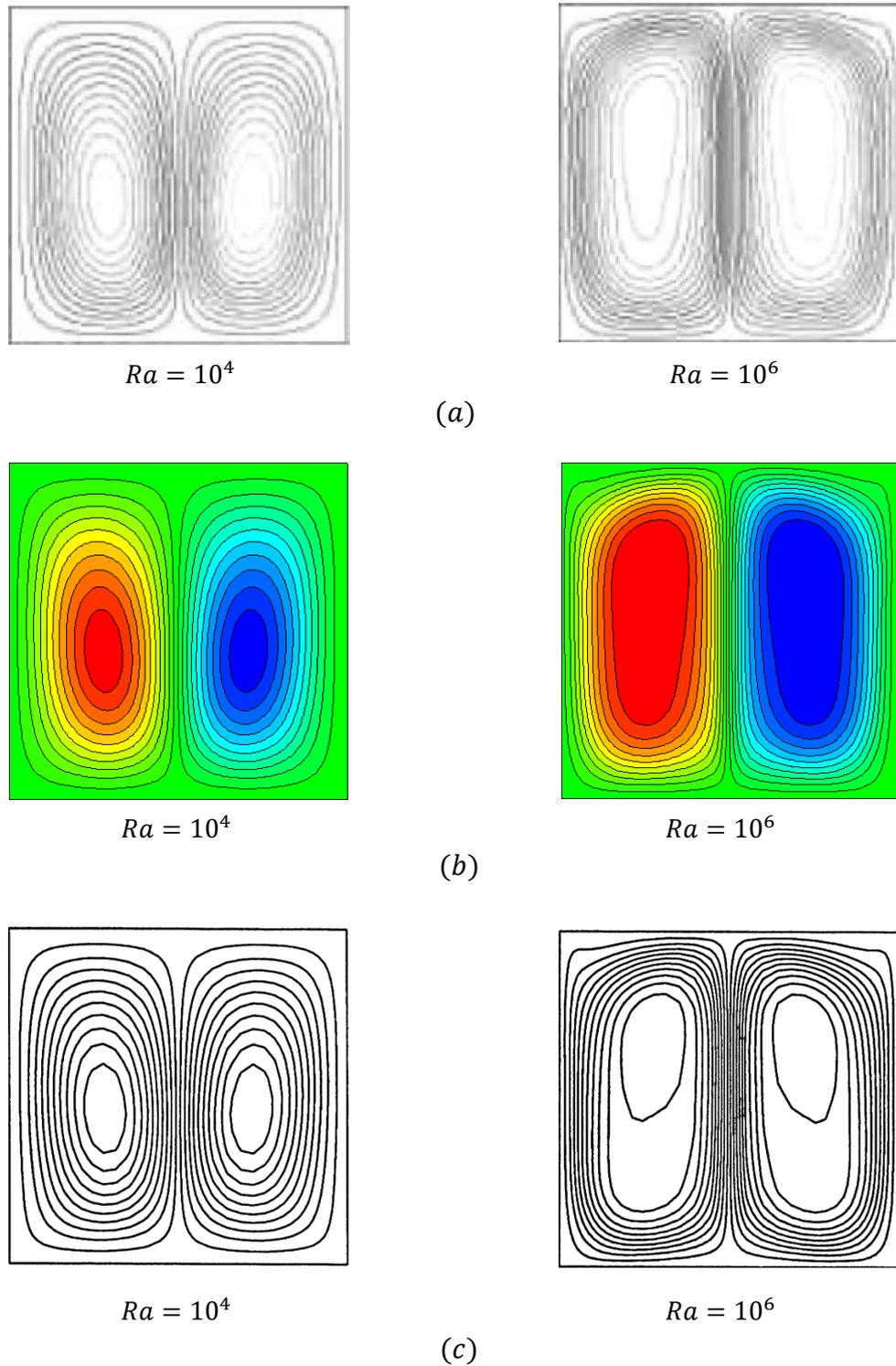


Figure IV.3 : Comparaison des contours des lignes de courant dans le cas $\varepsilon = 0.4$
 (a) Résultats numériques de Calcagni et al [21], (b) Présent travail, (c) Résultats numériques de O. Aydin, W.J. Yang [22] .

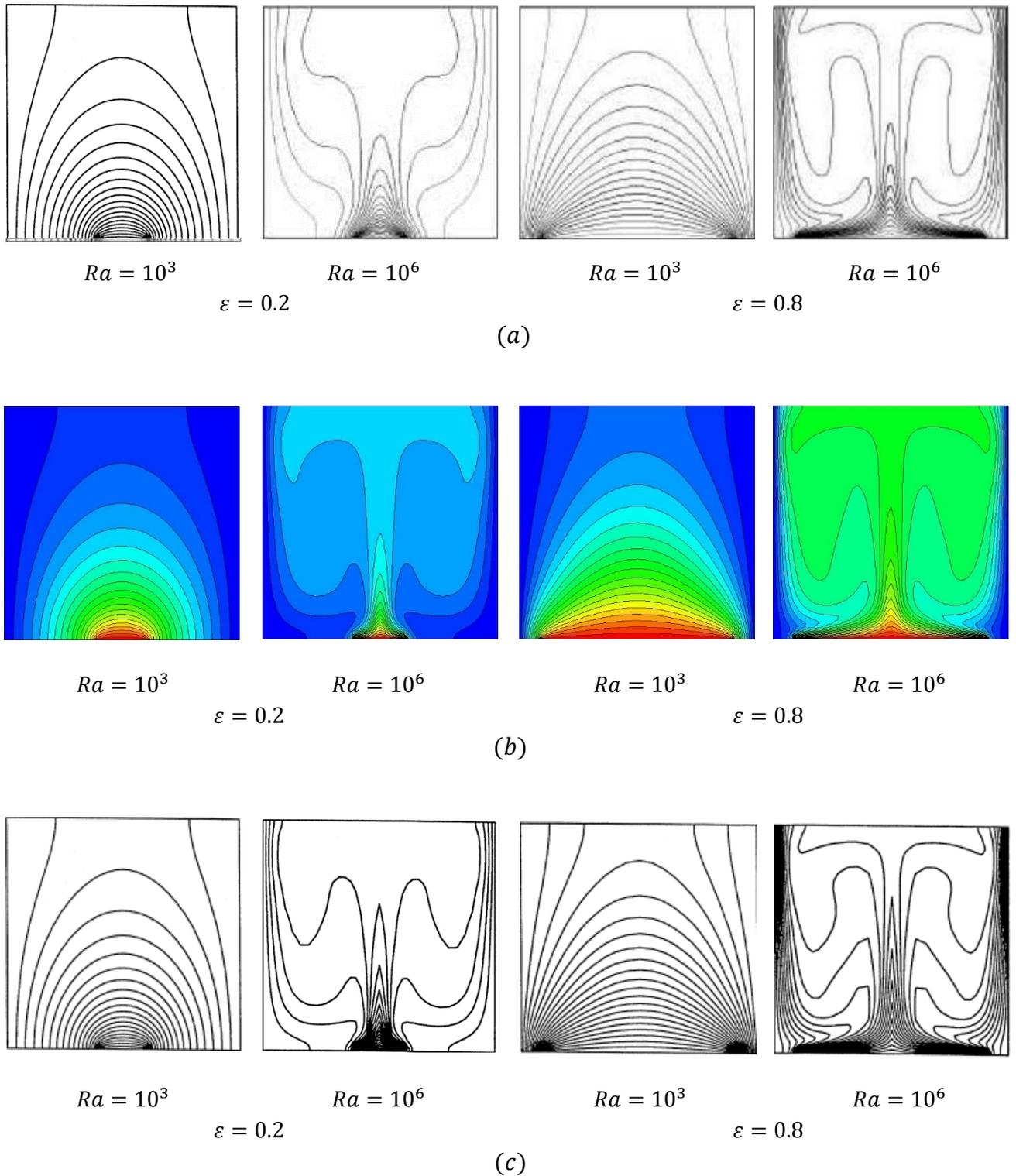


Figure IV.4 : Comparaison des isothermes

(a) Résultats numériques de Calcagni et al [21], (b) Présent travail, (c) Résultats numériques de O. Aydin, W.J. Yang [22].

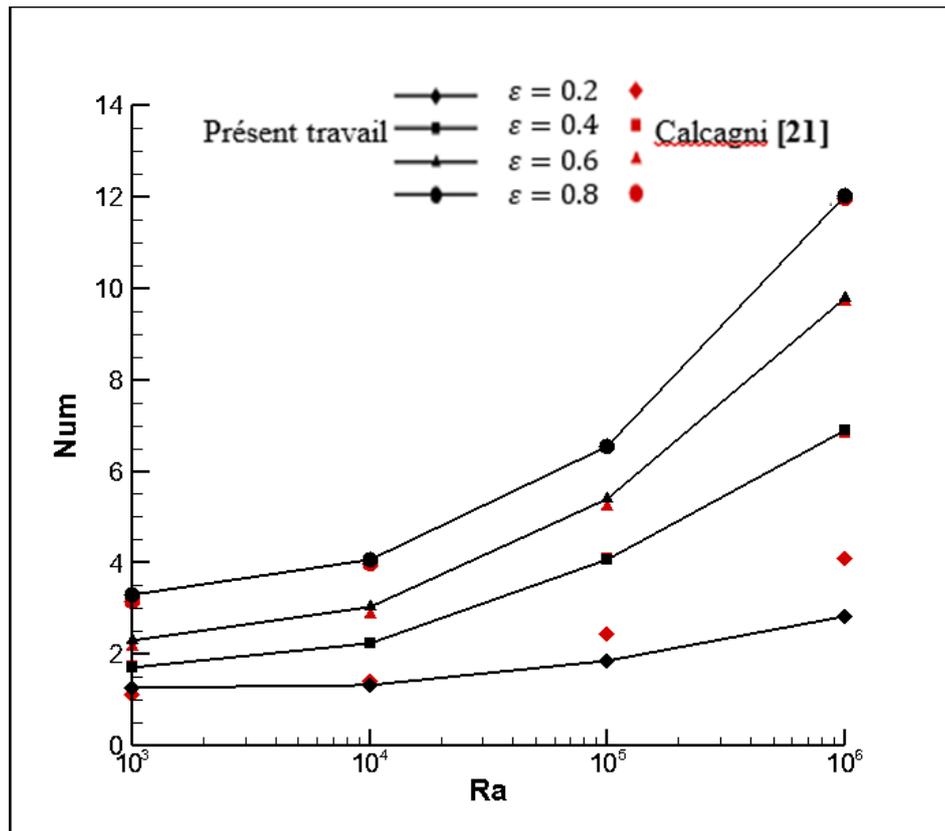


Figure IV.5 : Comparaison de la variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur \overline{Nu} en fonction de Ra

La comparaison a été faite en considérant la variation du nombre de Rayleigh (Ra) et du rapport ε **figures IV.2,3,4 et 5**. Elle montre une excellente concordance entre les deux résultats. Ceci permet donc de valider notre procédure de simulation numérique.

IV.4. Influence du nombre de Rayleigh et de la portion active :

IV.4.1. Champs thermiques :

Ce champ est représenté par les contours des températures dans les **Figures (IV.6,7,8)** pour un nombre de Rayleigh qui varie dans l'intervalle $10^3 - 10^6$, et le rapport ε qui varie de 0.2 à 0.8. La chaleur récupérée de la source chaude est transportée par convection vers le haut au milieu de l'enceinte par la paire de cellules au centre. C'est ce qui explique les températures relativement élevées dans la partie centrale de l'enceinte, La chaleur est évacuée de façon équitable à travers les deux parois latérales.

Pour ε fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Si on compare les isothermes dans la **Figure (IV.6)** pour différentes valeurs de Ra , on peut noter que lorsque le Ra augmente, les isothermes se rapprochent les unes des autres dans la zone située près du mur inférieur chauffé c.-à-d. que les gradients de la température deviennent plus élevés à proximité de la paroi inférieure chauffée. Ceci implique une augmentation du transfert thermique à travers la paroi inférieure de l'enceinte pour un plus haut nombre de Ra . Donc on peut dire que les températures les plus élevées sont celles du fluide qui circule parallèlement à la paroi chauffée, tandis que les températures les plus basses sont celles du fluide qui circule parallèlement aux parois froides. Ainsi le fluide s'échauffe en contact de la région chauffée, se refroidit en contact des parois froides.

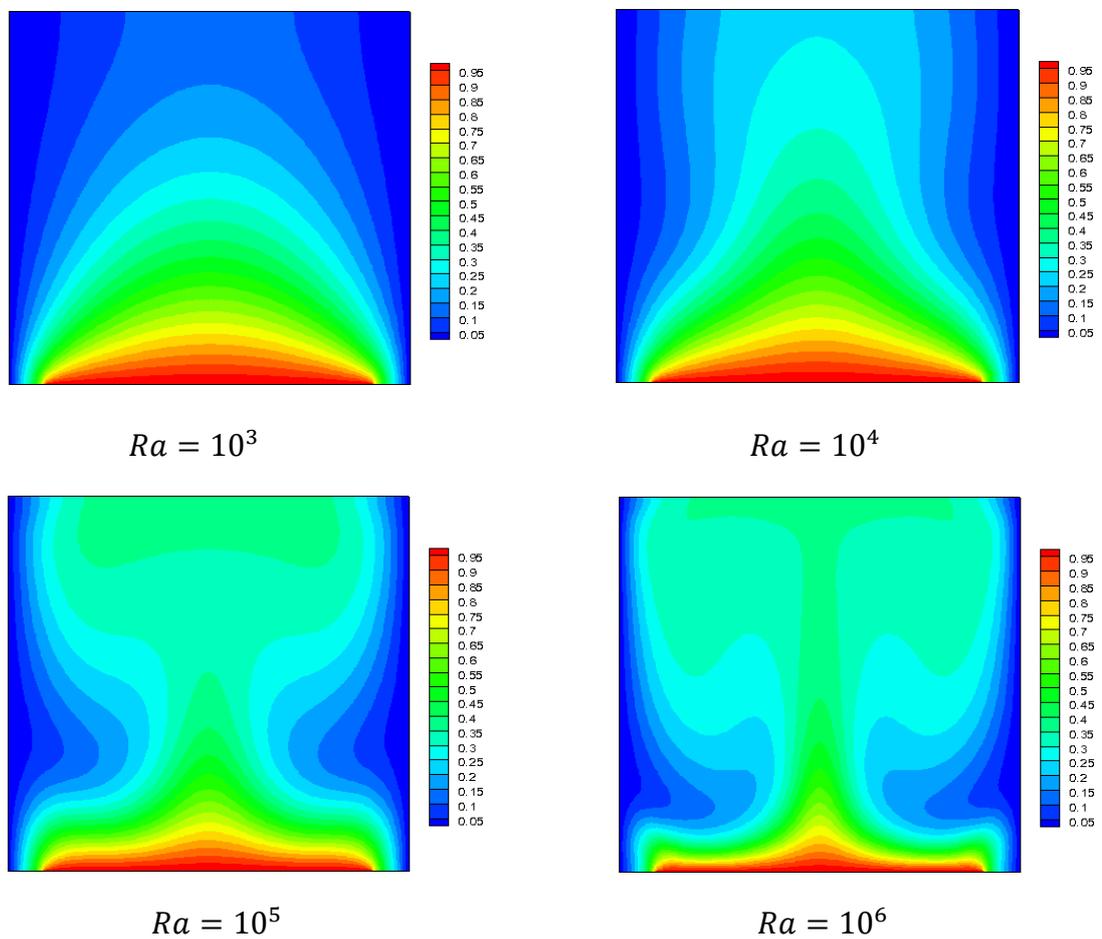


Figure IV.6 : Champs de température, pour différents nombres de Rayleigh et $\varepsilon = 0.8$ et $Pr = 0.025$.

Pour Ra fixe et ε varié de 0.2 à 0.8 : Dans le cas de $Ra = 10^3$, les isothermes deviennent presque des ellipses concentriques et ont une structure symétrique par rapport au plan vertical passant par $x = 1/2$. Lorsque $Ra = 10^4$, la déformation des isothermes augmente. Lorsque $Ra = 10^6$, les couches limites thermiques deviennent plus minces et les isothermes deviennent stratifiées. Le degré d'augmentation de la stratification avec l'augmentation du ε augmente pour le nombre Ra fixe. Donc on remarque quand ε augmente le transfert thermique augmente aussi car la section d'entrée de la chaleur au fluide augmente.

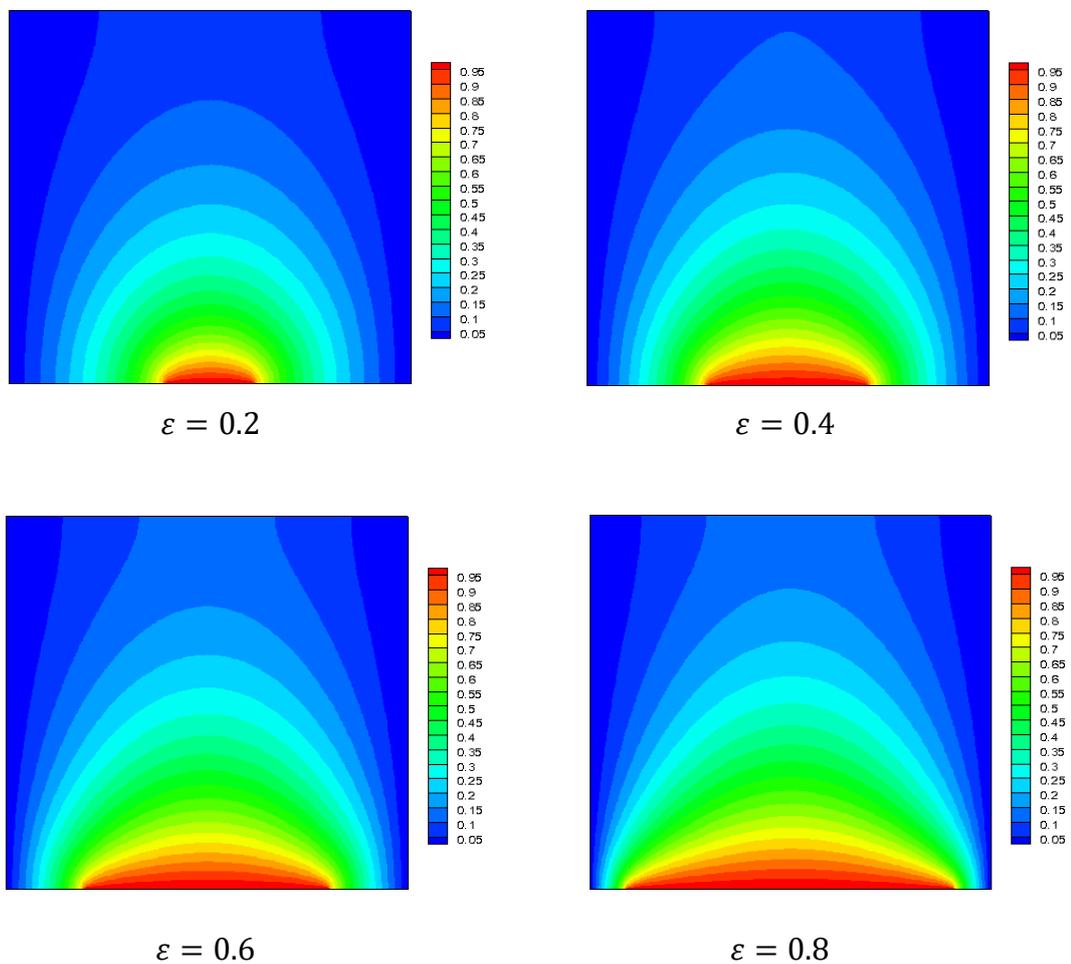


Figure IV.7 : Champs de température, pour différents portions et $Ra = 10^3$ et $Pr = 0.025$.

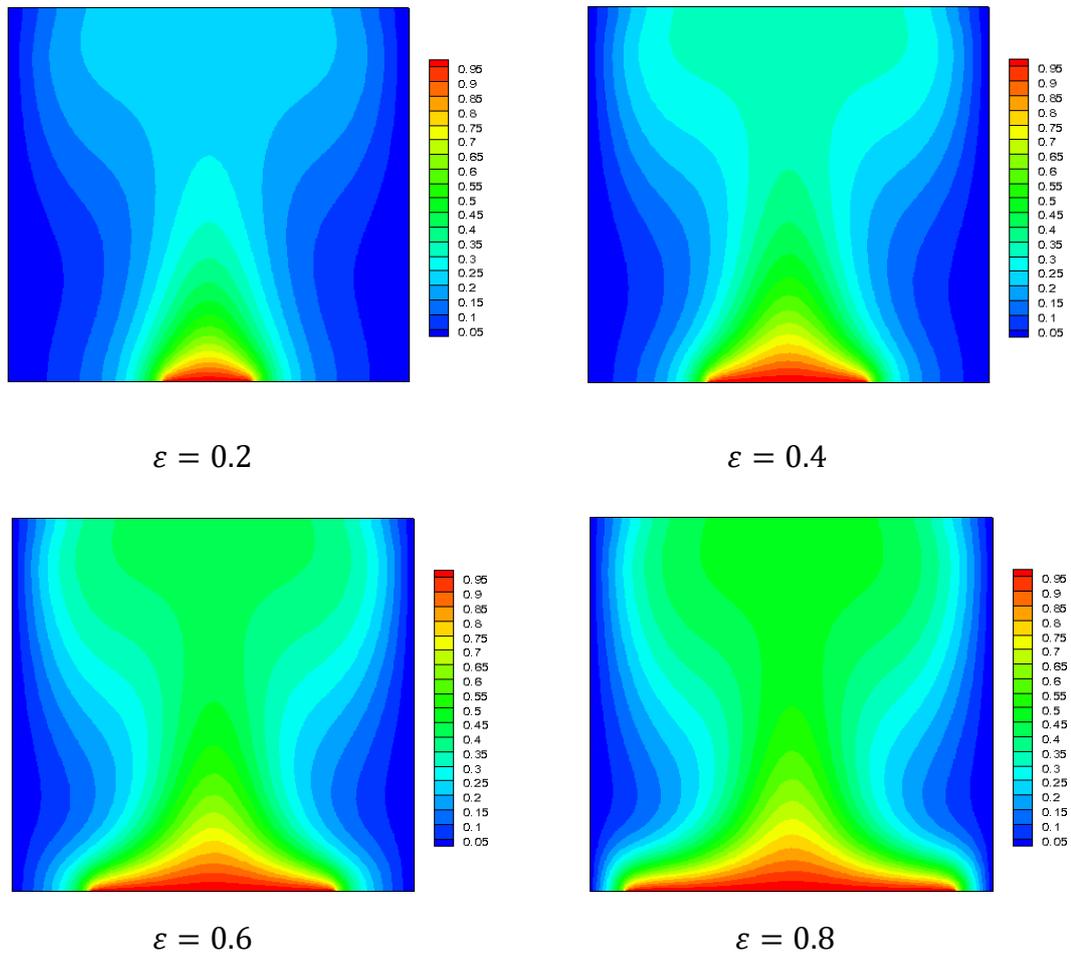


Figure IV.8 : Champs de température, pour différents portions et $Ra = 10^5$ et $Pr = 0.025$.

Pour plus de justification concernant la distribution de la température dans la cavité, la **Figure IV.9** montre les profils de température le long du $Y = 0.5$, où nous constatons des valeurs comprises entre une valeur maximale correspondant à la température au milieu de l'enceinte et une faible valeur correspondant à l'extrémité de l'enceinte. On remarque que pour $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Ra à une valeur donnée de ε , et pour $Ra > 10^4$ la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte diminue avec l'augmentation de Ra à une valeur donnée de ε .

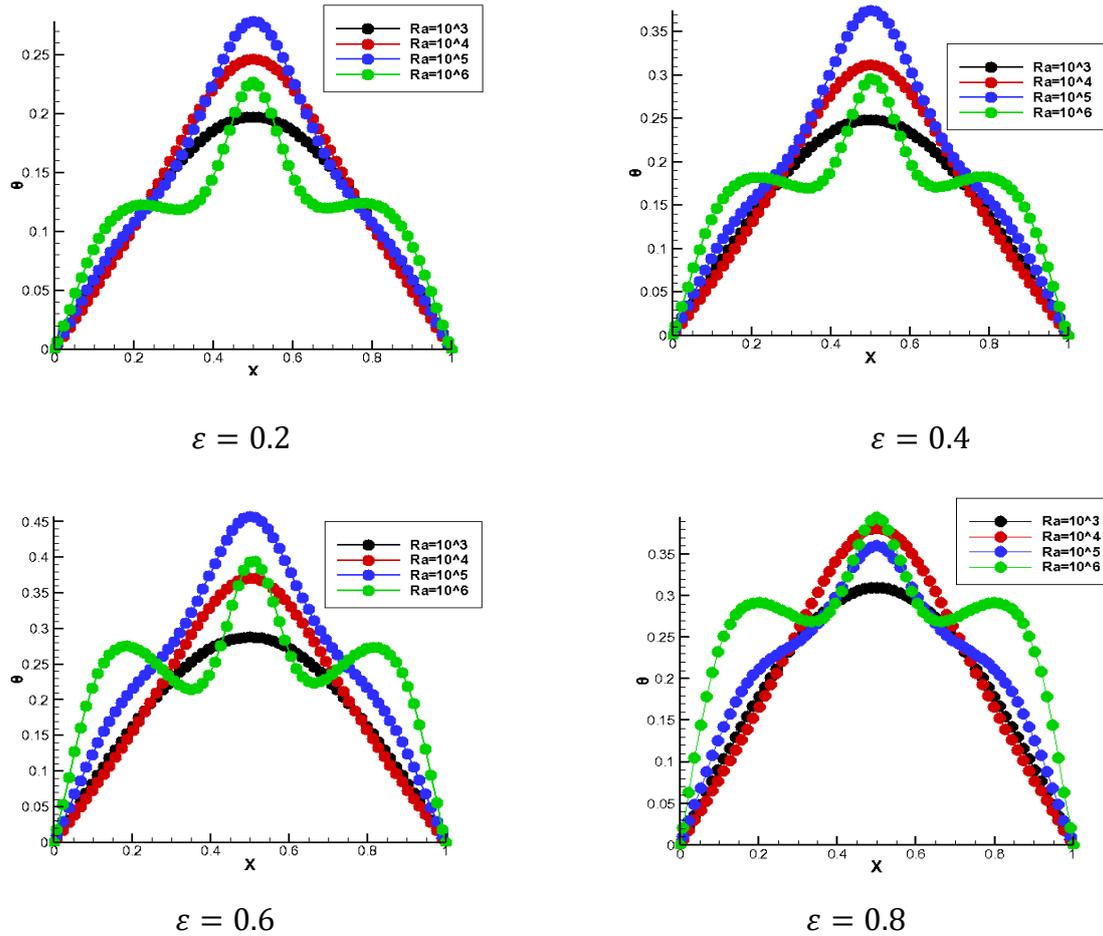


Figure IV.9 : Profils de température le long de $Y = 0.5$ et $Pr = 0.025$.

IV.4.2. Champs dynamiques :

Ce champ est représenté par les contours des lignes de courant **Figures (IV.10,11)**, pour un nombre de Rayleigh qui varie entre 10^3 et 10^6 , et pour un rapport ε variant entre 0.2 et 0.8. On remarque la formation de deux cellules contrarotatives dont l'une tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et la deuxième tourne dans le sens contraire. Cette observation est valable pour toutes les valeurs de Ra et ε . Le fluide qui est chauffé par la paroi inférieure se déplace vers la paroi supérieure adiabatique, où il se divise en deux flux, l'un se dirige vers la paroi froide verticale gauche et l'autre se dirige vers la paroi froide verticale droite. Les deux cellules sont presque égales. Donc la solution présente un écoulement symétrique caractérisé par deux cellules contrarotatives identiques car les conditions aux limites sont symétriques.

Pour ε fixe et Ra varié de 10^3 à 10^6 : Pour une valeur donnée de ε on remarque qu'avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'intensité de la recirculation à l'intérieur de l'enceinte augmente et les centres des lignes de courant se déplacent vers le haut.

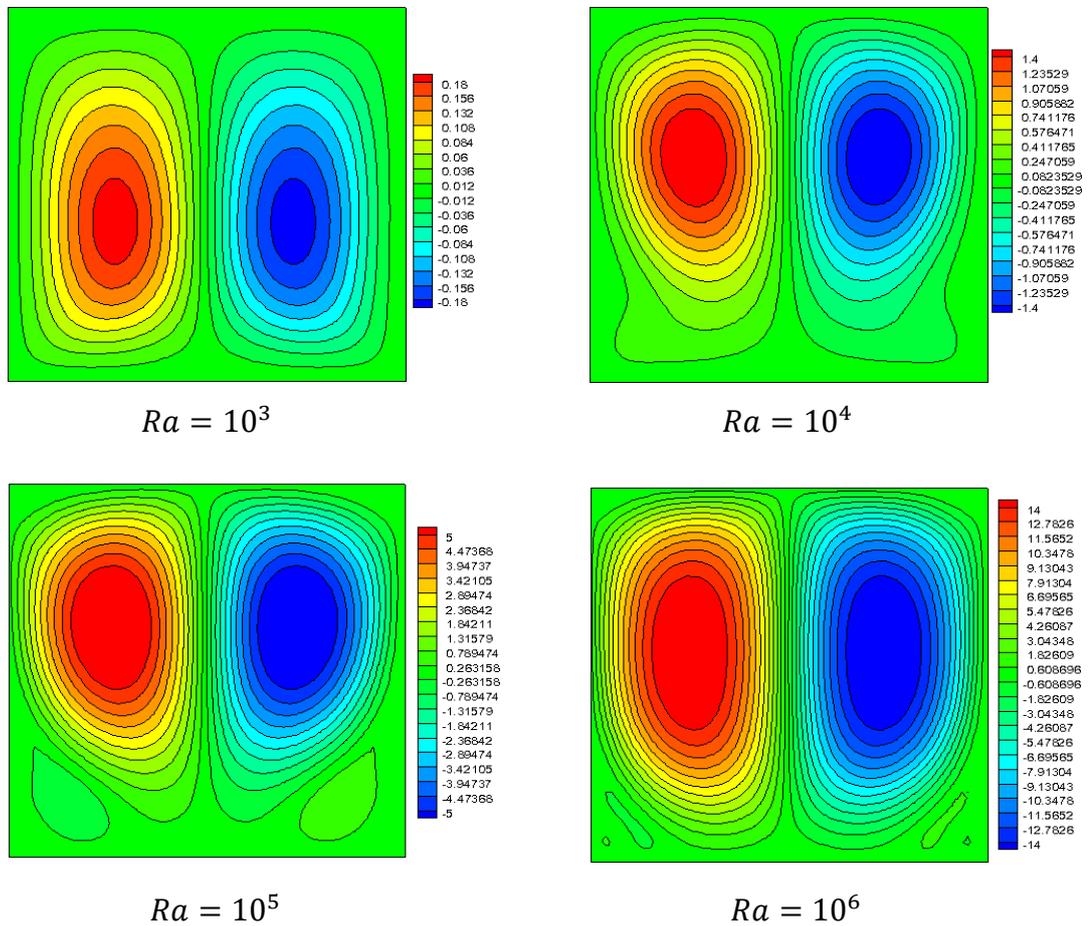
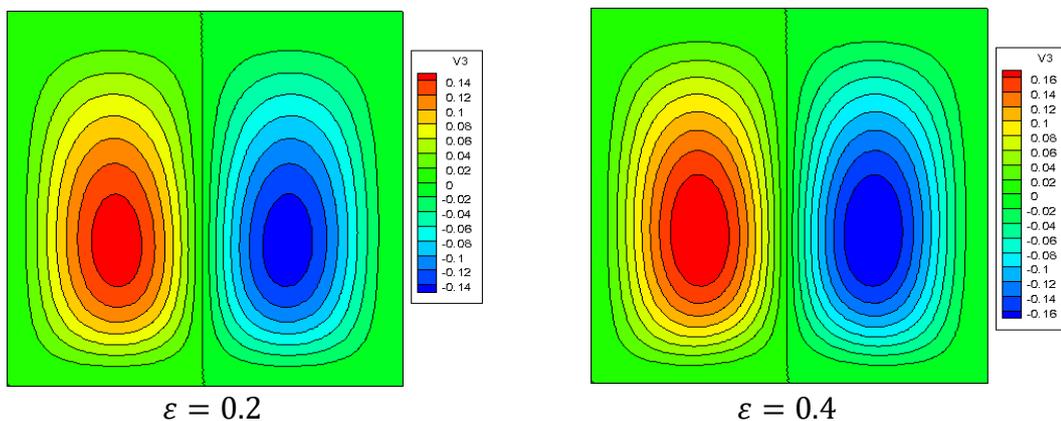


Figure IV.10 : Lignes de courant, pour différents nombres de Rayleigh et $\varepsilon = 0.8$ et $Pr = 0.025$

Pour Ra fixe et ε varié de 0.2 à 0.8 : La Figure IV.10 montre que pour un nombre de Rayleigh donné les lignes de courant sont presque identiques avec ε varié de 0.2 à 0.8. Donc l'intensité de l'écoulement (vortex) conserve la même valeur pour un nombre Ra fixe et ε varié.



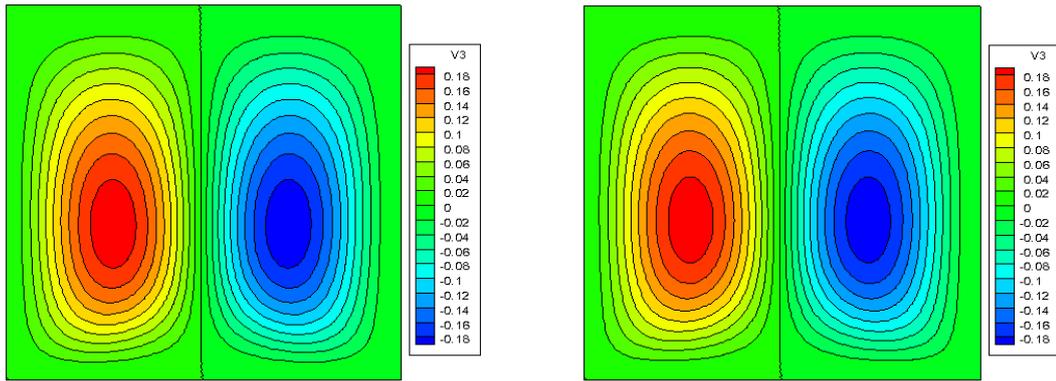


Figure IV.11 : Lignes de courant, pour différents portions et $Ra = 10^3$ et $Pr = 0.025$.

IV.4.3. Nombre de Nusselt :

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes valeurs de ε est représentée sur la **Figure IV.12**. D'une manière générale ce nombre augmente lorsque ε augmente. Pour une valeur donnée de ε , le nombre de Nusselt moyen augmente lorsque Ra augmente.

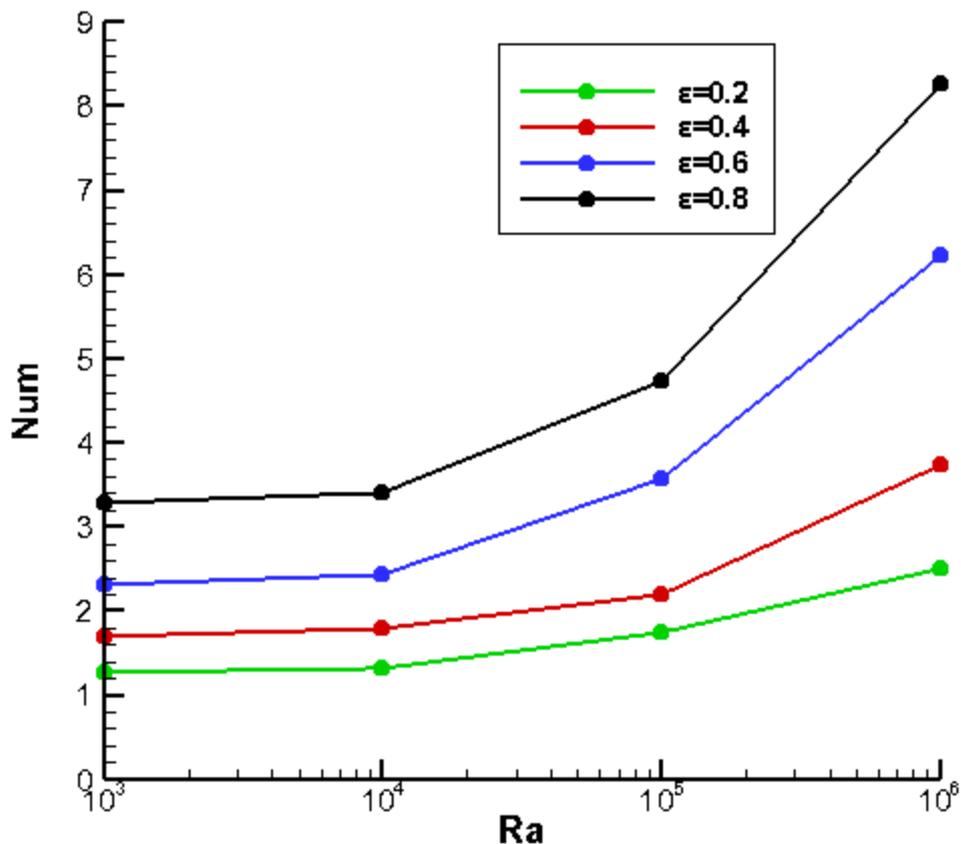


Figure IV.12 : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de ε et $Pr = 0.025$.

La variation du nombre de Nusselt local le long de la partie chauffée est représentée dans la **Figure IV.13**. Il est évident que la valeur minimale du nombre de Nusselt local se situe au milieu de la partie chauffée, tandis qu'il prend sa valeur maximale aux bornes de celui-ci. A cause de la symétrie des conditions aux limites, la frontière commune des deux cellules contrarotatives joue le rôle d'isolateur (zéro flux à travers cette frontière). Le centre de la partie chauffée devient une zone de flux minimal de chaleur puisqu'elle se trouve à une température maximale, ceci implique un nombre de Nusselt local minimal.

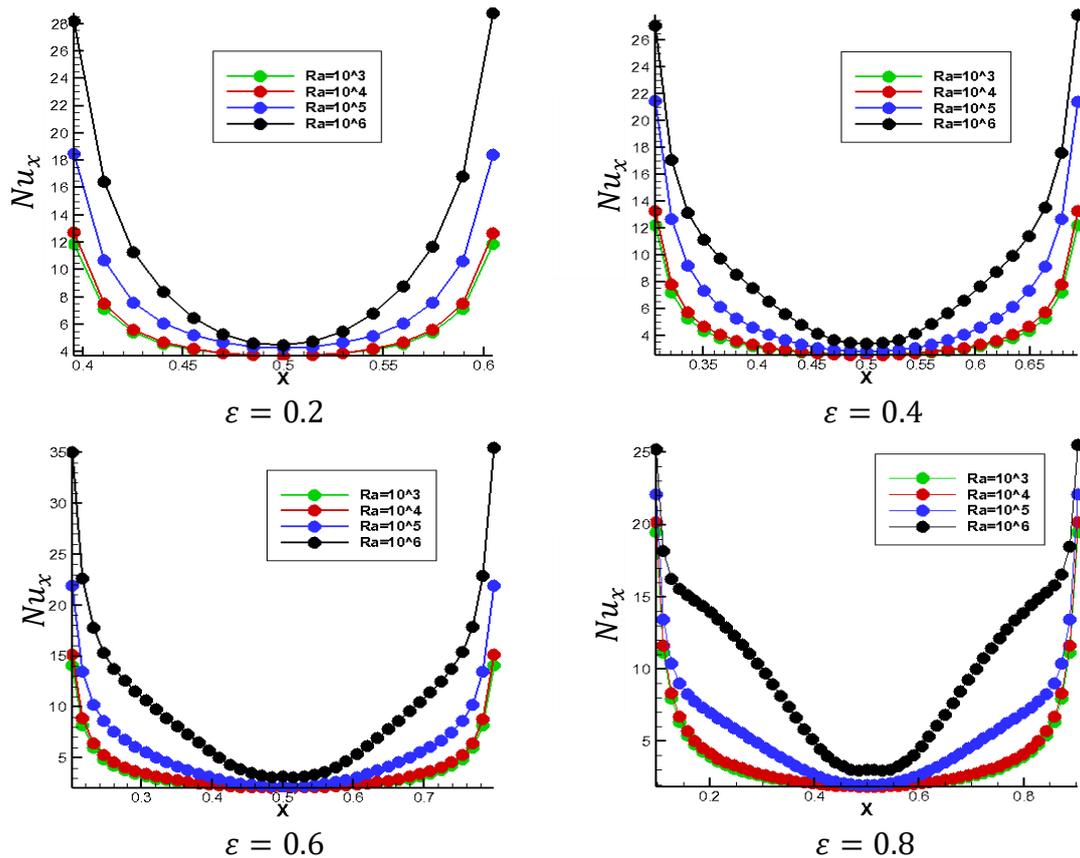


Figure IV.13 : Variation du Nusselt local le long de la partie chauffée.

IV.5. Influence du rapport d'aspect (A) :

Dans cette partie, nous avons étudié l'effet du rapport d'aspect $A = L/H$ (L , H sont respectivement la longueur et la hauteur de la cavité), sur l'écoulement et le transfert de chaleur, le nombre de Rayleigh et la portion sont fixé à $Ra = 10^5$ et $\varepsilon = 0.4$, la cavité est remplie par le Gallium ($Pr = 0.025$) et soumise au même gradient de température. Quatre rapports d'aspect $A = \frac{1}{2}, 1, 2$ et 4 ont été testés.

IV.5.1. Lignes isothermes et lignes de courant :

Les isothermes et les lignes de courant sont représentés par les **Figures (IV.14,15)**. On remarque que l'intensité de l'écoulement décroît avec A , la convection est par conséquent de plus en plus faible. Pour $A=4$ les lignes isothermes sont presque horizontales au voisinage de la paroi horizontale inférieure, le régime conductif est alors dominant.

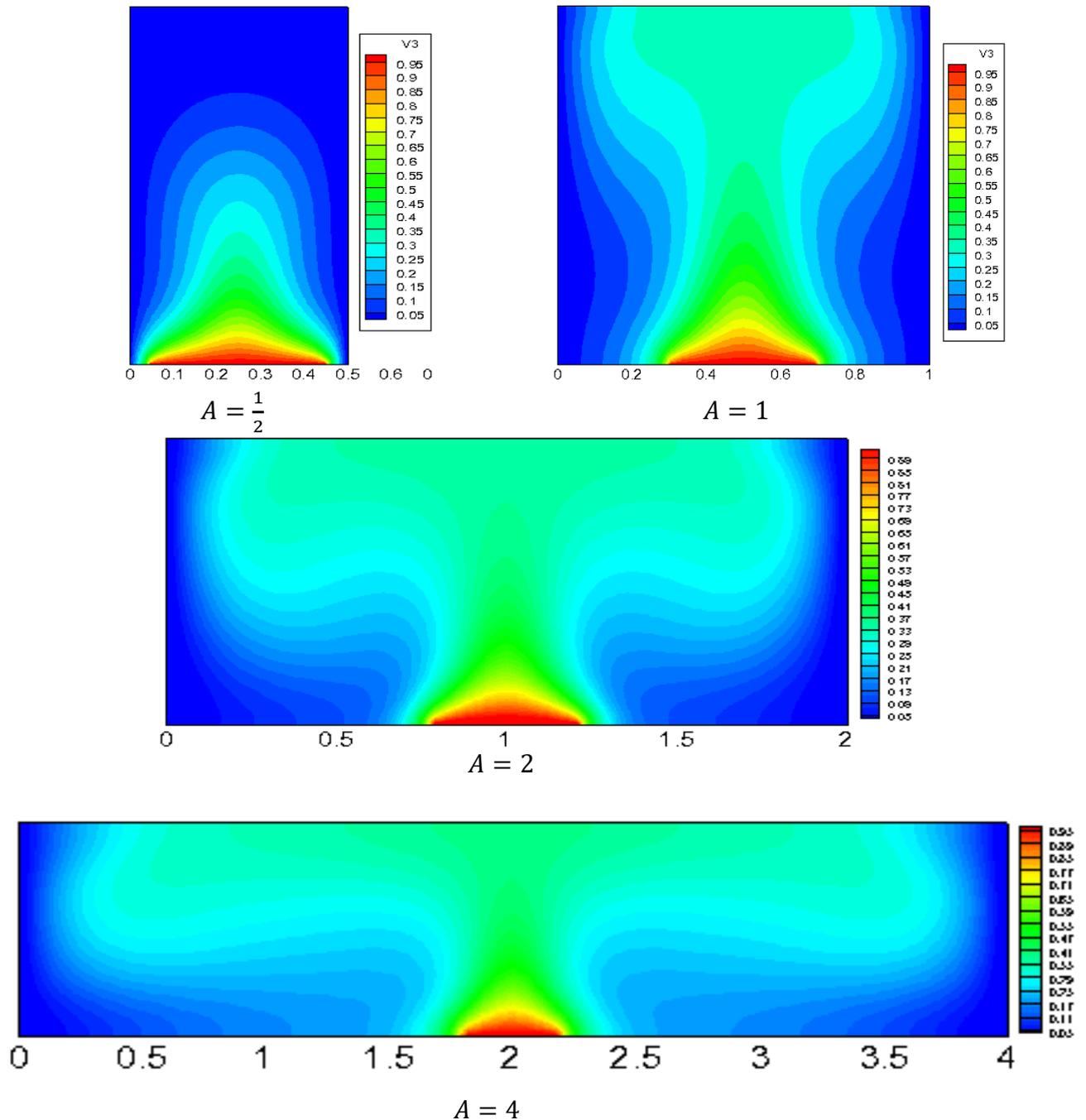


Figure IV.14 : Champs de température pour différents rapports d'aspect.

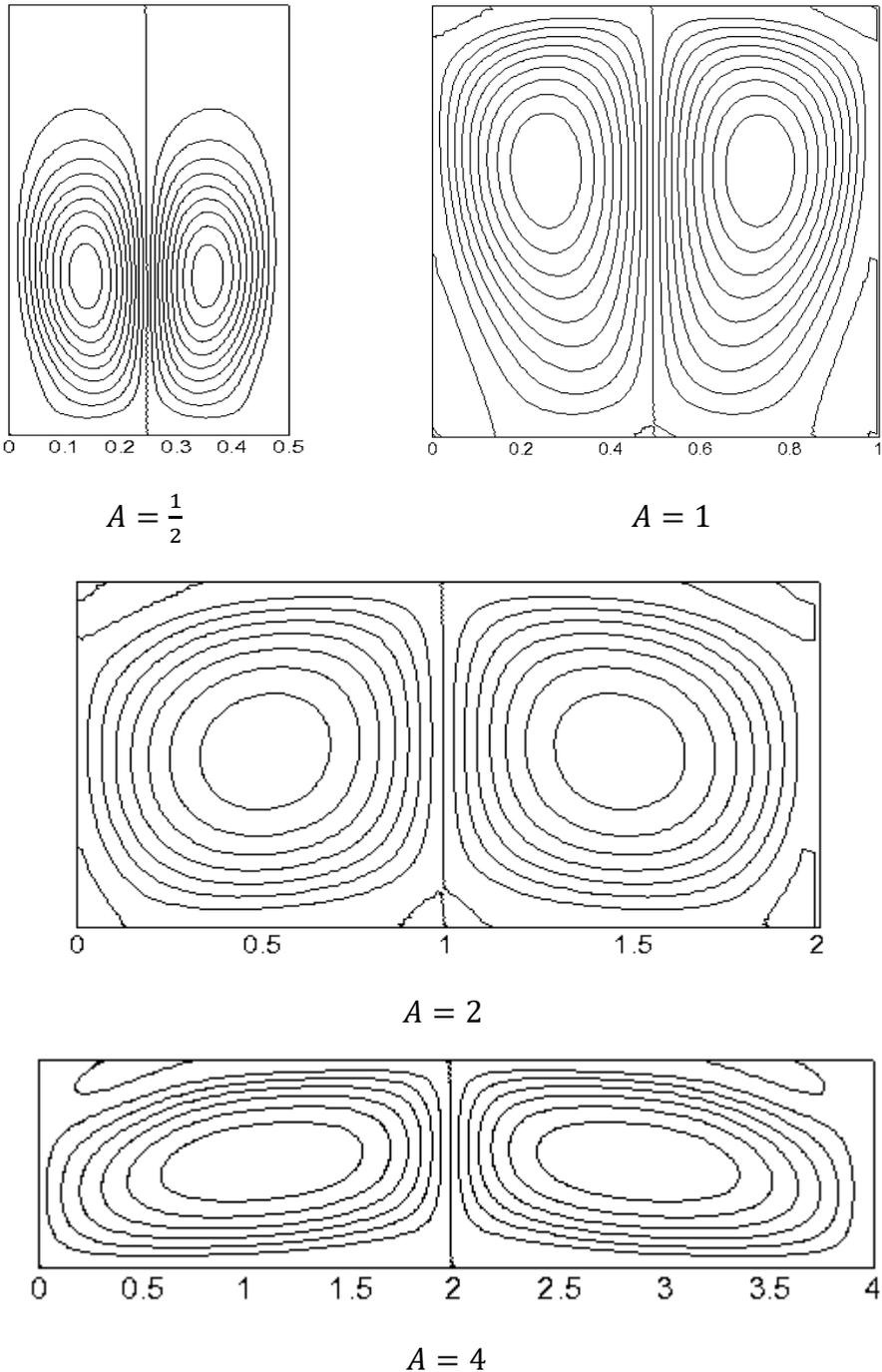


Figure IV.15 : Champ des lignes de courant dans des cavités de différents rapports d'aspect.

IV.5.2 Taux de transfert de chaleur :

Le nombre du Nusselt moyenne \overline{Nu} est tracé en fonction du rapport d'aspect (A) dans la **Figure IV.16**, On peut constater que \overline{Nu} est une fonction décroissante du rapport d'aspect A . Donc le transfert est meilleur dans le cas où la dimension de la portion active se rapproche à celle de la paroi supérieure adiabatique.

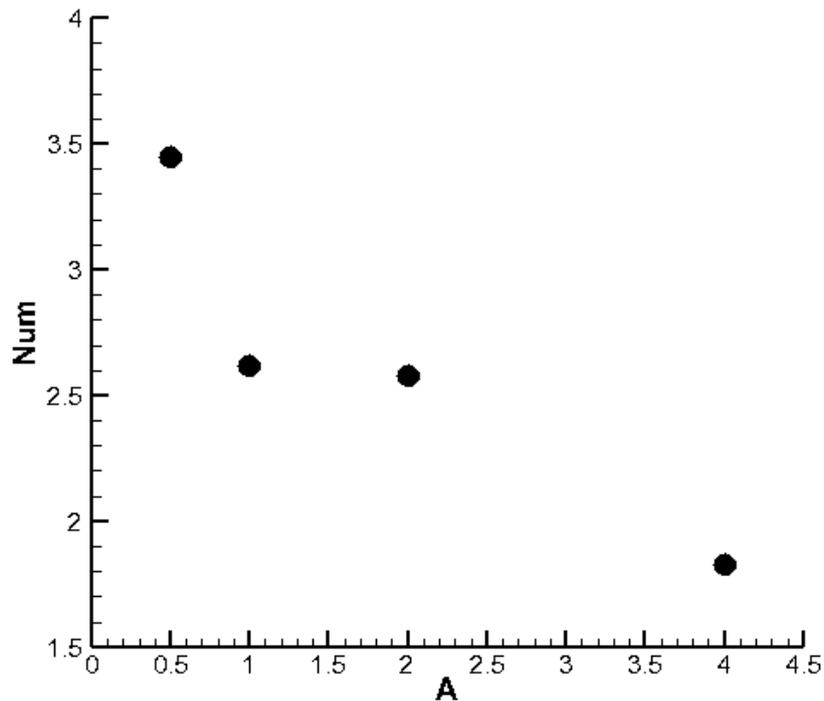


Figure IV.16 : Nombre du Nusselt moyen \overline{Nu} en fonction du rapport d'aspect (A).

IV.6. Influence du nombre de Prandtl (Pr) :

On va examiner l'influence du (Pr) sur la convection naturelle, pour cela, nous avons choisi plusieurs fluides de différents nombres de Prandtl. Les mêmes conditions du gradient de température et même dimension de cavité sont conservés pour les différentes (Pr).

- **Lignes isothermes et lignes de courant :**

Les isothermes et lignes de courant sont représenté par la **Figure (IV.17)** et la **Figure (IV.18)** pour différentes nombres de Prandtl et de Rayleigh.

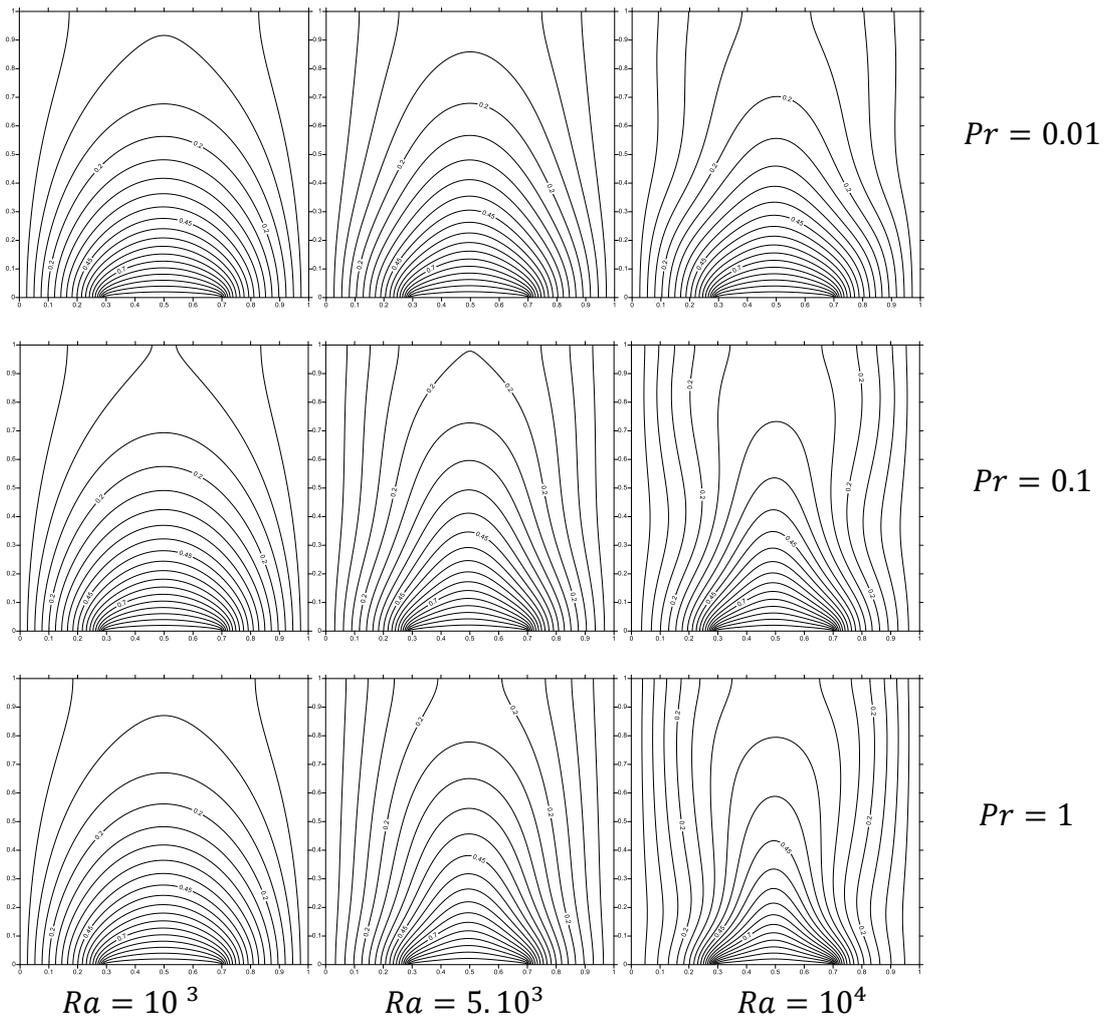
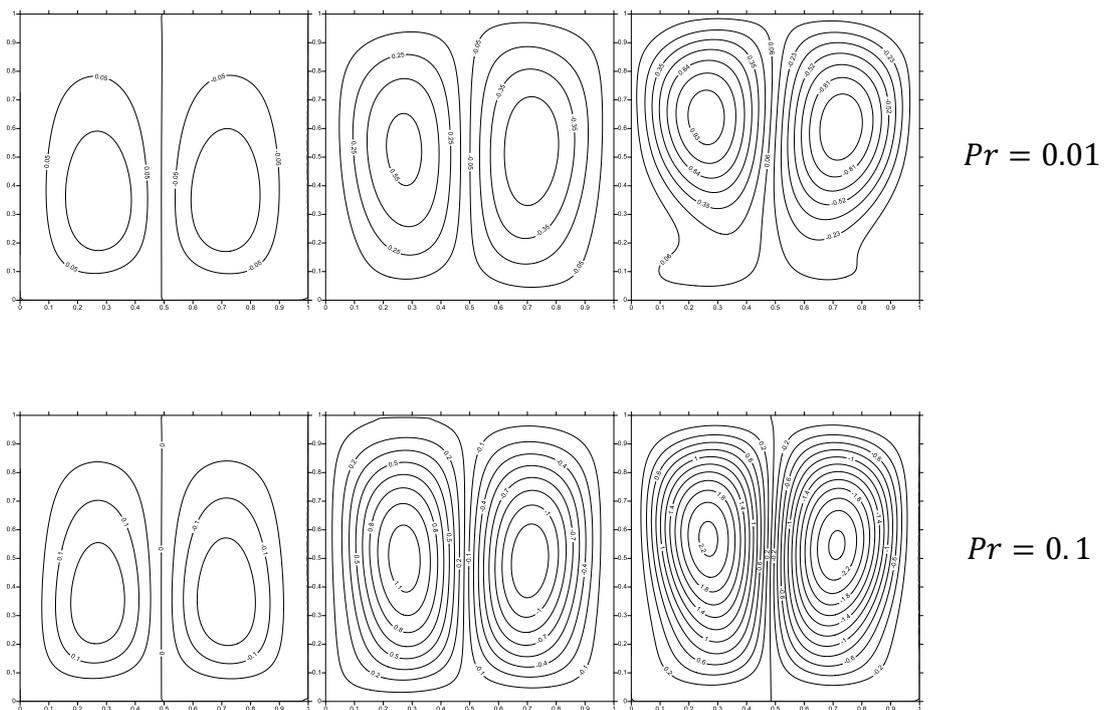


Figure IV.17 : Lignes isothermes, pour différents nombres de Prandtl et de Rayleigh et $\varepsilon = 0.4$.



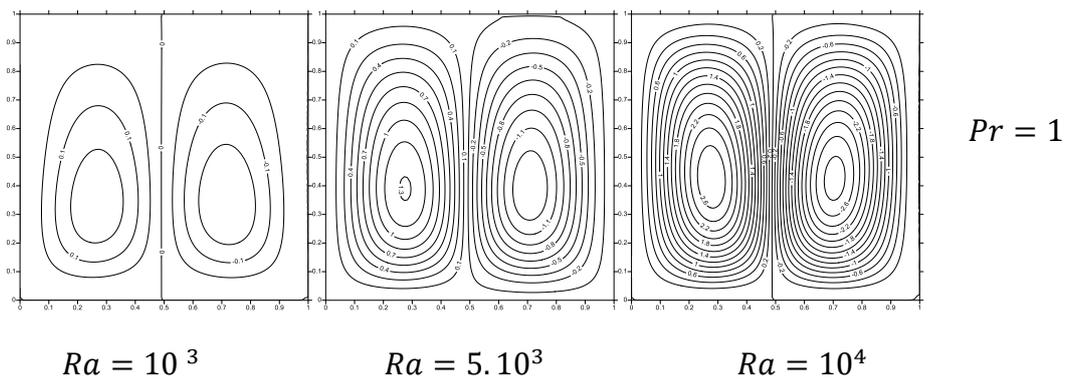


Figure IV.18 : Lignes de courants, pour différents nombres de Prandtl et de Rayleigh et $\varepsilon = 0.4$.

- **Nombre de Nusselt et la variation de vitesse :**

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour différents valeurs de Pr et la portion ε fixé à 0.4 est représentée sur la **Figure IV.19**. D'une manière générale ce nombre augmente lorsque Pr augmente. Pour une valeur donnée de Pr , le nombre de Nusselt moyen augmente lorsque Ra augmente

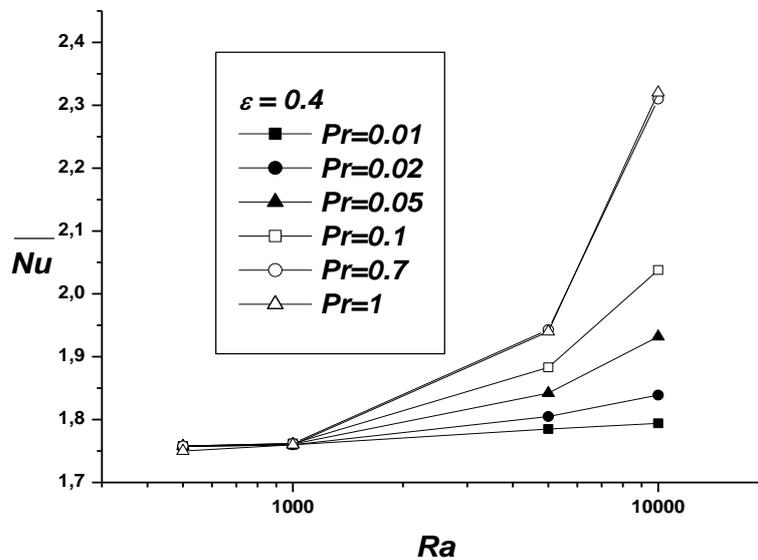


Figure IV.19 : Variation du Nusselt moyen au niveau de la source de chaleur en fonction de Ra pour différentes valeurs de Pr .

Concernant la distribution de la vitesse dans la cavité, la **Figure IV.20** montre les profils de vitesse le long du $Y = 0.5$, où nous constatons des valeurs comprises entre une valeur maximale correspondante à la vitesse au milieu de l'enceinte et une faible valeur correspondante à l'extrémité de l'enceinte. On remarque que pour $10^3 \leq Ra \leq 10^4$ la valeur maximale de vitesse au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Ra à une valeur donnée de ε et Pr , et la même pour différents nombres de Pr la valeur maximale de température au milieu de l'enceinte augmente avec l'augmentation de Pr à une valeur donnée de ε et Ra .

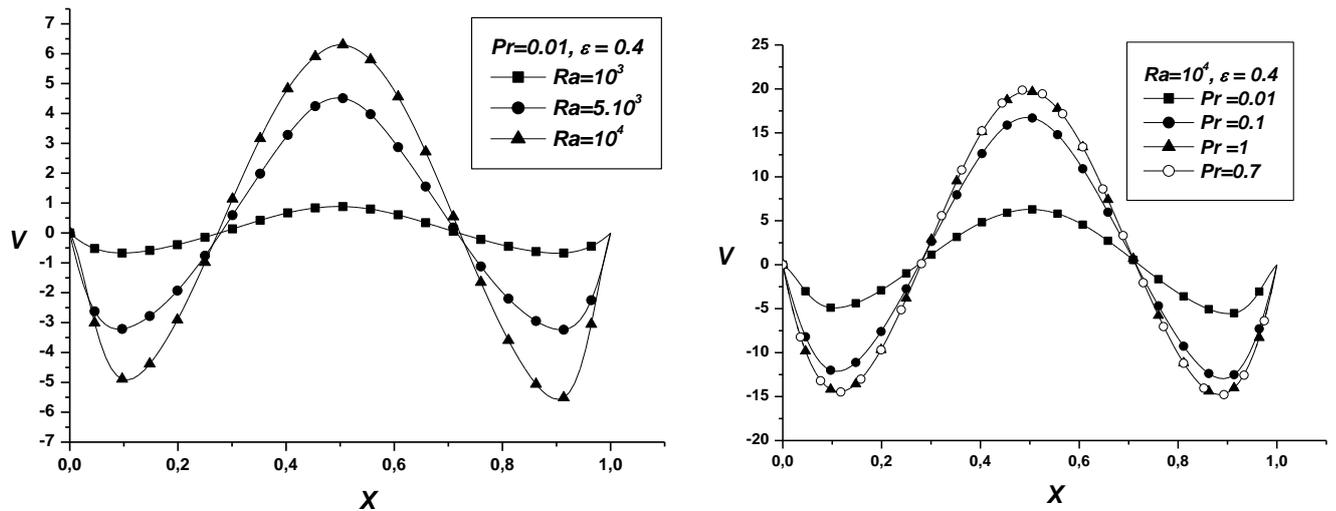


Figure IV.20 : Profils de vitesse le long de $Y = 0.5$

Conclusion Générale

Conclusion Générale

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur la convection naturelle laminaire dans une enceinte remplie d'un métal liquide. Une partie chauffée se situe au milieu de la base de l'enceinte, le chauffage est réalisé à température constante, alors que les parois latérales sont maintenues à une température froide. Les autres parties sont considérées adiabatiques.

En se basant sur la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations mathématiques, nous avons pu déterminer les lignes de courant, les isothermes ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh, pour les différentes longueurs de la source de chaleur.

Les résultats obtenus nous ont permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur les écoulements et le transfert convectif au sein d'une cavité contenant de Gallium liquide. Ils sont résumés comme suite :

- Les résultats sont bien validés et comparés avec des travaux expérimentaux et numériques.
- Le taux de transfert de chaleur par convection naturelle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la portion.
- Une grande dépendance entre le taux de transfert de chaleur et l'allongement horizontal de la cavité (A).
- Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl.

On espère que ce travail sera poursuivi dans le futur sur d'autres géométries et d'autres conditions aux limites et permettra d'approfondir les résultats obtenus et de les appliquer dans des plusieurs domaines tel que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires.

Références Bibliographiques

- [1] Ibrir, N. (2006). *Etude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide*. Thèse de Magistère : Energétique. Université de Batna, 98 p.
- [2] Boughali, S (2014). *Transfert de chaleur par conduction*.
- [3] Salhi, H. (2015). *Etude numérique de la convection naturelle dans les enceintes : nanofluide*. Mémoire Master : Energétique. Université de Batna, 119 p.
- [4] Bejan, A. et Kraus, A. (2003). *Heat transfer handbook : natural convection*. Fourth Edition (2013), p 525, Published by John Wiley.
- [5] Menacer, D. (2012). *Etude numérique de la convection mixte dans des cavités phénomène de bifurcation*. Thèse de Magistère : Photothermique. Université Mentouri, Constantine, 78 p.
- [6] Mebarek, H. (2019). *Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité par la méthode volume finis*. Mémoire Master : Métallurgie Physique. Université Mohamed Khider, Biskra, 67 p.
- [7] Guemida, I. (2019). *Simulation numérique de la convection naturelle dans un fluide à base nombre de Prandtl (gallium)*. Mémoire Master : Métallurgie. Université Mohamed Khider, Biskra, 60 p
- [8] Gorse-Pomonti, D.et Russier, V. (2007). *Journal of Non-Crystalline Solids*, 353 3600-3614, Copyright by Elsevier BV.
- [9] Liquidmetal.com *Liquid metal Coatings Material*. Retrieved 2008-10-23 January 31, 2009. At the Wayback Machine.
- [10] Bkaudeatt, G. (1957). *Transfert de chaleur par métaux liquides*, 81-87.
- [11] Incorpera, F.P. et Dewitt, D.P. (1990). *Introduction to heat transfer*, Second edition. Published by John Wiley.
- [12] Giblin, I. (1974). *Transmission de la chaleur par convection naturelle*, Edition Eyrolles, Paris
- [13] Kramer, D.A. (1990). *Gallium and Gallium compounds” dans “ Metals Handbook” – volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-*

Purpose Materials, Edited by ASM International Handbook Committee, 740-749, tenth edition.

[14] Hofer, L. et Meier, J.R. (1999). *Risques professionnels dus au mercure et à ses composés*, Division Médecine du travail, Suva Lucerne. 2eme édition.

[15] Djimli, S. *Modélisation de la convection à faible nombre de prandtl*. Thèse de Magistère : Thermo-fluides. Université Mentouri, Constantine, 116 p.

[16] Yueguang, D. and Jing, L. (2022). *Liquid Metals for Advanced Energy Applications*, Melville, New York.

[17] Makhloufi, M. (2018). *Simulation numérique de la convection naturelle bidiffusive dans une cavité poreuse*. Mémoire Master : Energétique. Université Larbi Ben M'hidi, Oum El-Bouaghi, 98 p

[18] Trabelsi, A. (2011). *Etude de l'échange thermique dans une cavité rectangulaire avec deux côtés partiellement actifs*, Thèse de Magistère, université Kasdi Merbeh, Ouargla, 101 p

[19] Patankar, S. V. and D. B. Spalding, D. B. (1972). *A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum transfer in three-dimensional Parabolic Flows*, Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 1787– 1790.

[20] Suhas V. Patankar. (1980). "*Numerical heat transfer and fluid flow*". Hemisphere publishing corporation, États-Unis d'Amérique.

[21] Calcagni, B. Marsili, F. Paroncini, M. (2005). "*Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below*". Applied thermal engineering, 25, 2522–2531.

[22] Aydin, O. Yang, W.J. (2000). *Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides*, Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow 10 (5) 519–529.

[23] ARC Centre of Excellence in Future Low-Energy Electronics Technologies (2020). *Liquid metals come to the rescue of semiconductors*.

[24] MÉTAL LIQUIDE DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES [en ligne] (page consultée le 01/06/2023). (<https://boowiki.info/art/reacteurs-nucleaires/metal-liquide-des-reacteurs-nucleaires.html>).