



DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE

DE FIN D'ETUDES POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE MASTER EN

Filière : Automatique

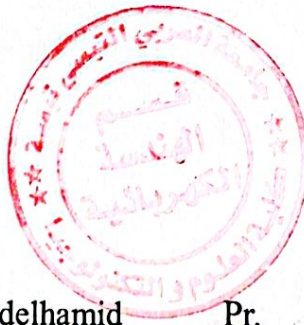
Spécialité : Automatisation et informatique industrielle

THEME

Commande des systèmes non linéaires par mode glissant
découplée (Application Système Ball-Beam)

Présenté le 8/06/2026 par le(s) étudiant(s) :

- Achraf Remichi
- Oussama Mouici



Devant le jury :

- Djari Abdelhamid Pr.
- Amieur Toufik Pr.
- Guessoum Hani MCB

Président
Encadreur
Examineur

2025/2026

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements

Avant tout nous remercions Dieu Le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a peut-être réalisé.

Je suis profondément reconnaissant du soutien constant de mon encadrent de thèse, le professeur Amieur Toufik, à l'université Chikh Laarbi Tbessi de Tébessa.

Nous remercions les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à nos recherches et pour avoir accepté d'étudier et d'enrichir nos travaux.

Dédicace

Nous dédions ce modeste travail à :

✓Nos parents

✓Nos frères

✓Nos sœurs

✓Nos familles

Vous avez tout donné pour moi sans hésiter. En
Reconnaissance de chaque sacrifice consenti par chacun
d'entre vous

Pour m'aider à atteindre cette étape de ma vie. Vous avez
tous

Contribué, directement ou indirectement, à mon
épanouissement académique et

Personnel.

À tous nos amis et collègues des amphithéâtres,
Et à tous les membres de la Faculté des Sciences et
Technologies de l'Université Echahid Cheikh Larbi de
Tébessa.

Sommaire

Remerciements

Dédicace

Sommaire

Liste des figures

Notations et Abréviations

Introduction Générale.....	1
I.1. Introduction	3
I.2. Les systèmes non linéaires	3
I.3. Représentation des systèmes non linéaire	4
I.3.1. Système autonome	4
I.3.2. Systèmes à structure variables	5
I.3.3. Points d'équilibre.....	6
I.4. Stabilité des systèmes non linéaires.....	6
I.4.1. Fonction candidate de Lyapunov	7
I.4.2. Théorèmes de stabilité	7
I.4.2.1. Stabilité locale.....	7
I.4.2.2. Stabilité globale.....	8
I.4.3. Stabilité d'une trajectoire	8
I.4.4. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie	9

I.5. Types de commande d'un système non linéaire	9
I.5.1. La commande Backstepping.....	9
I.5.2. La commande adaptative	10
I.5.3. La commande predictive.....	10
I.5.4. La commande robuste	11
I.5.5. La commande par mode glissant	11
I.5.6. La commande floue.....	12
I.6. Exemple illustratif.....	13
I.7. Conclusion.....	14
II.1. Introduction	15
II.2. Système à structure variable.....	15
II.2.1. Objectif de la commande par mode glissant	16
II.2.2. Principes de la commande à structure variable en mode glissant	16
II.2.3. Fonction de commutation	17
II.2.4. Hyperplan de commutation	17
II.2.5. Régime glissant	17
II.2.6. Surface de glissement.....	17
II.3. Différentes structures de contrôle par mode glissant.....	19
II.3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande	19
II.3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état	20
II.3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente.....	21
II.4. Description du mode glissant	22
II.4.1. Définition du mode glissant	22
II.4.2. Explication du phénomène du glissement	23

II.5. Conception de la commande par mode glissant	24
II.5.1. Choix de la surface de glissement	24
II.5.2. Condition d'existence de convergence	25
II.5.2.1. Fonction directe de commutation	25
II.5.2.2. Fonction de Lyapunov	26
II.5.3. Calcul de la commande	27
II.6. Mode glissant pour les systèmes non linéaires.....	29
II.6.1. Robustesse par rapport aux perturbations.....	29
II.7. Exemple d'application :	30
a). Commande discontinue	30
b). Commande continue :	33
II.8. Conclusion :	36
III.1. Introduction.....	37
III.2. Commande par mode glissant découplée	37
III.3. Exemples.....	40
III.3.1. Système B-B (Ball-Beam)	40
III.4.2 Poursuite de trajectoire	45
III.4.3. Le mode glissant découplée pour la poursuite de trajectoire	48
III.4. Conclusion :	61

Liste des figures

Figure I.1. Portrait de phase de système.	13
Figure I.2. Simulation entre x_1 et x_2	14
Figure II.1. Différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase.	19
Figure II.2. Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande [20].	20
Figure II.3. Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état [20].	21
Figure II.4. Structure de régulation par ajout de la commande équivalente [20].	22
Figure II.5. Démonstration de mode de glissement [21].....	23
Figure II.6. Convergence du système glissant.....	25
Figure II.7. Représentation de la fonction.	28
Figure II.8 .Définition de la fonction SAT.	29
Figure II.9. Évolution de la sortie et de sa référence.	31
Figure II.10. Variable de glissement S.	32
Figure II.11. Plan de phase et droite de glissement.....	32
Figure II.12. Variation de la commande discontinue.....	33
Figure II.13. Évolution de la sortie et de sa référence.	34
Figure II.14. Évolution de la sortie et de sa référence.	34
Figure II.15. Plan de phase et droite de glissement.....	35
Figure II.16. Variation de la commande continue.	35
Figure III.1. Schéma fonctionnel de la commande à mode glissant.	40

Figure III.2. Représentation schématique du système Ball-Beam (B-B).	41
Figure III.3. Variation temporelle des variables d'état $\theta t, \dot{\theta} t, r t$ et $\dot{r} t$	42
Figure III.4. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	42
Figure III.5. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	43
Figure III.6. Représentation dans le plan de phase $x1, x2$ et droite de glissement $S1$ et Représentation dans le plan de phase $x3, x4$ et droite de glissement $S2$	43
Figure III.7. Variation temporelle des variables d'état. $\theta t, \dot{\theta} t, r t$ et $\dot{r} t$	44
Figure III.8. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	44
Figure III.9. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	45
Figure III.10. Représentation dans le plan de phase $(x1, x(2))$ et droite de glissement. $S1$ et Représentation dans le plan de phase $(x3, x(4))$ et droite de glissement $S2$	45
Figure III.11. Représentation schématique de la commande par mode glissant découplée pour la poursuite de trajectoire d'état.	49
Figure III.12. Variation temporelle des variables d'état $\theta t, \dot{\theta} t, r t$ et $\dot{r} t$	50
Figure III.13. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	50
Figure III.14. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	51
Figure III.15. Représentation dans le plan de phase $(e1, e(2))$ et droite de glissement. $S1$ et Représentation dans le plan de phase $e3, e4$ et droite de glissement $S2$	51
Figure III.16. Les variables d'état $r t$ et $\dot{r} t$	52
Figure III.17. Variation temporelle des variables d'état $\theta t, \dot{\theta} t, r t$ et $\dot{r} t$	53
Figure III.18. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	53
Figure III.19. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	54
Figure III.20. Représentation dans le plan de phase $(e1, e(2))$ et droite de glissement. $S1$ et Représentation dans le plan de phase $e3, e4$ et droite de glissement $S2$	54
Figure III.21. Les variables d'état $r t$ et $\dot{r} t$	55
Figure III.22. Variation temporelle des variables d'état $\theta t, \dot{\theta} t, r t$ et $\dot{r} t$	56
Figure III.23. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	56
Figure III.24. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	57
Figure III.25. Représentation dans le plan de phase $(e1, e(2))$ et droite de glissement. $S1$ et Représentation dans le plan de phase $(e3, e(4))$ et droite de glissement $S2$	57
Figure III.26. Les variables d'état $r t$ et $\dot{r} t$	58

Figure III.27. Variation temporelle des variables d'état. $\theta(t), \dot{\theta}(t), r(t)$ et $\dot{r}(t)$	59
Figure III.28. Variation temporelle de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$	59
Figure III.29. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u	60
Figure III.30. Représentation dans le plan de phase $(e1, e(2))$ et droite de glissement. $S1$ et Représentation dans le plan de phase $(e3, e(4))$ et droite de glissement $S2$	60
Figure III.31. Les variables d'état r_t et $\dot{r}_t$	61

Notations et Abréviations

Notations :

R	Corps des nombres réels
$x(t)$	Vecteur d'état de système
$f(x), g(x), h(x)$	Fonctions non linéaires
$e(x)$	L'écart entre la variable d'état à régler x et la référence x_d
λ	Constante positif
$X_d(t)$	Vecteur d'état désiré
$u(t)$	Vecteur de commande
$\forall$	Quelque soit
x_e	Point d'équilibre du système
$\ \cdot \ $	Norme euclidienne
V	Fonction de Lyapunov
$\dot{V}$	Dérivé de la fonction de Lyapunov
S	Surface de glissement
$\dot{S}$	La dérivée de surface
$p(x, t)$	Perturbations extérieures
∇S	La commande équivalente
$\langle f, b \rangle$	Vecteur gradient de la fonction S

p^1	Borne connue dans une bande de la surface
θ	L'angle du pendule
m_p	La masse du pendule
m_c	La masse du chariot
$m_t = m_p + m_c$	La masse totale du chariot-pendule
L	Demi longueur du pendule
G	La pesanteur
Ω	L'Intervale

Abréviations :

PID	Proportionnel Intégral Dérivé (correcteur)
CSV	Commande à Structure Variable
MC	Mode de Convergence
MG	Mode Glissant
MRP	Mode du Régime Permanent
MPC	Model Predictive Control
CMG	Contrôleur par Mode Glissant
FTC	Commande tolérante aux défauts

Introduction Générale

En automatique, la modélisation mathématique d'un système consiste à traduire son comportement dynamique sous forme d'équations mathématiques avec le niveau de précision souhaité. Les modèles ainsi obtenus sont généralement représentés par des équations différentielles linéaires pour les systèmes linéaires, ou non linéaires pour les systèmes non linéaires.

Les méthodes d'analyse et de commande des systèmes linéaires occupent une place importante dans le domaine de l'automatique grâce à la puissance des outils mathématiques sur lesquels elles reposent, tels que l'algèbre linéaire, les équations différentielles linéaires à coefficients constants et les fonctions de transfert. Toutefois, ces approches présentent certaines limitations. En effet, la majorité des systèmes physiques réels possèdent un comportement intrinsèquement non linéaire. De plus, certains phénomènes ne peuvent être correctement représentés par des modèles linéaires, tandis que d'autres systèmes demeurent difficiles, voire impossibles, à modéliser avec exactitude. Par ailleurs, plusieurs systèmes présentent des incertitudes liées à leur structure, à leurs paramètres ou aux deux simultanément.

Cette réalité met en évidence la complexité des systèmes non linéaires ainsi que la diversité des méthodes développées pour leur analyse et leur commande. Contrairement aux systèmes linéaires, il n'existe pas de théorie générale unique applicable à l'ensemble des systèmes non linéaires, mais plutôt plusieurs approches adaptées à des classes spécifiques de systèmes.

Au cours des dernières décennies, de nombreux travaux de recherche ont été consacrés à la commande des systèmes non linéaires. Plusieurs stratégies ont ainsi été développées, parmi lesquelles la logique floue, les réseaux de neurones artificiels, les techniques neuro-floues, la commande adaptative, la commande prédictive ainsi que la commande par mode glissant. Dans le cadre de ce mémoire, l'intérêt sera porté particulièrement sur la commande par mode glissant.

La commande par mode glissant appartient à la famille des commandes à structure variable, caractérisées par une loi de commande discontinue. Cette technique se compose principalement de deux phases distinctes : la phase de convergence et la phase de glissement. Durant la phase de convergence, les trajectoires d'état du système sont attirées vers une surface spécifique appelée surface de glissement. Une fois cette surface atteinte, le système entre dans la phase de glissement,

durant laquelle les trajectoires évoluent autour de cette surface jusqu'à atteindre l'état désiré. Dans ce régime, la dynamique du système devient fortement insensible aux perturbations extérieures ainsi qu'aux variations paramétriques.

La commande par mode glissant présente plusieurs avantages remarquables, notamment sa simplicité de mise en œuvre, sa rapidité de réponse, sa convergence en temps fini, ainsi que sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes paramétriques. De plus, cette technique est particulièrement adaptée aux systèmes commandés par des lois discontinues, tels que les convertisseurs électroniques de puissance et les moteurs à courant continu.

Malgré ses nombreux avantages, la commande par mode glissant présente un inconvénient majeur connu sous le nom de broutement ou « chattering ». Ce phénomène est provoqué par les commutations rapides et de haute fréquence engendrées par la composante discontinue de la loi de commande. Ces oscillations peuvent détériorer les performances du système, réduire la précision de la commande et, dans certains cas, endommager les actionneurs ou le système commandé.

Afin d'atténuer ou d'éliminer ce phénomène, plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature. Parmi les plus utilisées figure la méthode de la couche limite, qui consiste à remplacer la fonction discontinue par des fonctions continues telles que la fonction saturation, la fonction sigmoïde ou encore la tangente hyperbolique, afin de filtrer les hautes fréquences. Une autre approche repose sur les modes glissants d'ordre supérieur, qui consistent à déplacer la discontinuité vers les dérivées d'ordre supérieur de la variable de glissement au lieu d'agir directement sur sa première dérivée.

Le présent mémoire est structuré en trois chapitres. Le premier chapitre sera consacré à des rappels sur les systèmes non linéaires, la théorie de stabilité ainsi qu'aux différentes méthodes de commande linéaires et non linéaires. Le deuxième chapitre portera sur les notions fondamentales de la commande à structure variable et les principes de base de la théorie des modes glissants, illustrés par un exemple d'application. Enfin, le troisième chapitre sera dédié à l'application de la commande par mode glissant à un système non linéaire multivariable de type Ball Beam. Les performances de stabilité et de robustesse de la commande proposée y seront analysées et validées.

I.1. Introduction

Les systèmes non linéaires sont très difficiles à réguler à l'aide de lois de commande linéaires, surtout lorsqu'il faut satisfaire des critères exigeants en matière de précision, de vitesse et de performances dynamiques. Les approches linéaires sont souvent insuffisantes pour traiter la variabilité des paramètres, les dynamiques non modélisées, les perturbations externes et les nonlinéarités intrinsèques du système. Cela signifie qu'elles ne garantissent pas toujours la robustesse et la performance requises sur une large plage de fonctionnement.

Les spécialistes de la recherche scientifique ont relevé de nombreuses stratégies de synthèse de lois de commande robustes aux incertitudes et/ou aux perturbations. Parmi ces stratégies de synthèse, la géométrie différentielle et la linéarisation de modèles, ainsi que la géométrie différentielle et la linéarisation de modèles, sont les stratégies les plus courantes. De plus, la commande à structure variable, la commande adaptative et le contrôle par modes glissants sont des solutions qui garantissent une plus grande insensibilité aux perturbations et/ou aux variations de la pararametrie du système.

Cette liste, même incomplète, démontre une transition nécessaire vers des commandes "conscientes" des non-linéarités. Cette démarche est essentielle : elle permet de sécuriser la stabilité robuste du système tout en atteignant les objectifs de précision requis, dépassant ainsi les limites des correcteurs linéaires classiques face à des dynamiques sévères.

Parmi les techniques de commande non linéaire les plus utilisées, on peut citer la linéarisation par retour d'état, le backstepping, la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste ainsi que la commande par mode glissant, chacune reposant sur des principes mathématiques spécifiques.

I.2. Les systèmes non linéaires

La nature d'un système non linéaire repose sur l'absence de lien proportionnel entre les causes et les effets. En effet, le principe de superposition ne peut plus être utilisé. Au sujet de tels systèmes, de nombreux obstacles se placent sur le chemin de leur analyse : la réponse globale n'est plus simplement la somme de ses réponses individuelles, ce qui complique la prévision de sa dynamique.

- L'analyse par fonctions de transfert est impossible.
- Le concept de pôles disparaît.
- Un système non linéaire a généralement plusieurs points d'équilibre et l'étude de leur stabilité est plus complexe que dans le cas linéaire où le concept de stabilité est universel.

La non-linéarité dans un lien peut être générale, et a des connexions entre les éléments linéaires et non linéaires, et des modèles non linéaires peuvent être distingués aux points suivants [1] :

- Temps continu / temps discret,
- Temps constant / Temps variable,
- Univariée / Multivariée,
- Déterministe / Aléatoire.

I.3. Représentation des systèmes non linéaire

Les systèmes non linéaires sont parfois représentés cette forme :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.1})$$

Dans ce contexte, t représente le temps, $x(t) \in R^n$ symbolise le vecteur d'état, tandis que $u(t) \in R^m$ Représente le vecteur de contrôle ou d'entrée.

$$f: R^n \times R^m \times R_{\pm} \rightarrow R^n$$

C'est une fonction non linéaire.

I.3.1. Système autonome

Si la fonction f n'est pas dépendante, le système non linéaire (I.1) est autonome. Explicite à l'égard du temps t , en d'autres termes, le système peut être formulé sous la

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.2})$$

Dans le cas contraire, on qualifie le système (I.1) de non autonome.

On utilise parfois les expressions « invariant temporellement ou stationnaire » plutôt que

« Autonome », et « variant temporellement » au lieu de « non autonome ».[1]

I.3.2. Systèmes à structure variables

Quand le système ou le correcteur en question adopte de manière disjointe deux ou plusieurs expressions, on fait appel au concept de systèmes à structures variables. Et défini dans les points suivants :

- Un système à structure variable (VSS)

Est un système qui modifie sa structure pendant son opération, il se définit par l'option d'une structure et d'un mode de commutation. Cette option donne au système la capacité de passer à tout moment d'une structure à une autre et ce système peut contenir une structure inexistante via de nouvelles fonctionnalités.

- Un système est dit à structure variable

S'il consent à représenter cela sous forme d'équations différentielles du type :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(x) & \text{si la condition 1 est vérifiée} \\ \vdots & \vdots \\ f_n(x) & \text{si la condition } n \text{ est vérifiée} \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Les fonctions f_i , pour $i = 1, \dots, n$, font partie d'un ensemble de sous-systèmes de classe c^k .

Par conséquent les systèmes à structures variables se démarquent en optant pour une fonction et une logique de commutation spécifiques.[2]

I.3.3. Points d'équilibre

Le point $x_e \in R^n$ est dit point d'équilibre du système non linéaire non forcé:

$$\dot{x} = f(x(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.4})$$

si

$$\dot{x} = f(x_e, t) = 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.5})$$

Si x_e est un point d'équilibre du système (I.4), alors l'équation différentielle :

$$\dot{x} = f(x(t), t), \quad \forall t \geq t_e, \quad x(t_e) = x_e \quad (\text{I.6})$$

admet une solution unique :

$$x(t) = x_e, \quad \forall t \geq t_e \quad (\text{I.7})$$

I.4. Stabilité des systèmes non linéaires

En mathématiques, la stabilité est généralement étudiée à l'aide d'un modèle mathématique décrivant la dynamique du système, afin d'examiner si ce dernier présente la caractéristique de la stabilité. Cette méthode permet de vérifier la stabilité du modèle.

Les conclusions sur la stabilité du modèle ne sont pertinentes La précision du modèle utilisé est essentielle pour le système physique réel. La théorie de la stabilité occupe une place prépondérante dans Théorie des systèmes : Nous pouvons faire face à de nombreux types de problèmes de stabilité lors de l'analyse des systèmes dynamiques.

Le principe de stabilité selon Lyapunov est généralement utilisé pour évaluer la stabilité d'un point d'équilibre.

Il se maintiendra dans cet état d'équilibre pendant que t varie au fil du temps. L'analyse de la stabilité au sens de Lyapunov examine les trajectoires du système lorsque l'état initial est « proche » d'un état d'équilibre. Un système peut être affecté par des perturbations, manifesté par des conditions initiales non nulles.

La théorie de la stabilité vise à déduire des conclusions sur le comportement du système sans avoir besoin de calculer ses trajectoires de manière explicite. L'analyse de la stabilité repose largement sur les travaux fondateurs d'A.M. Lyapunov (1892), dont l'importance n'a été pleinement reconnue par la communauté scientifique qu'à partir des années 1960. Ses recherches ont introduit les définitions fondamentales et les outils mathématiques nécessaires à l'étude des systèmes différentiels complexes. Ses deux méthodes célèbres (la méthode indirecte et la méthode directe) demeurent, encore aujourd'hui, les piliers de la synthèse de lois de commande robustes.[1]

I.4.1. Fonction candidate de Lyapunov

Soit $V: R^n \rightarrow R^+$ une fonction telle que :

1. V est continuellement différent en tous ses arguments.
2. La valeur de V est positive.
3. Il existe a et b deux fonctions scalaires de R^+ dans R^+ , continues, monotones, non décroissantes telles que :

$$a(0) = b(0) = 0$$

$$\forall x \in R^n: a(\|x\|) \leq V(x) \leq b(\|x\|)$$

V est la fonction candidate de Lyapunov.

I.4.2. Théorèmes de stabilité

I.4.2.1. Stabilité locale

Si une fonction scalaire $V(x)$ est présente dans une boule $B(\rho)$ et que ses partielles d'ordre un sont continuës, et telles que :

1. $V(x)$ est définie positive dans $B(\rho)$.
2. $\dot{V}(x)$ est semi-définie négative dans $B(\rho)$.

Alors l'origine est stable.

Si $\dot{V}(x)$ est négatif et défini localement dans $B(\rho)$, alors on dit que l'origine est asymptotiquement stable.

I.4.2.2. Stabilité globale

Si on considère une fonction scalaire $V(x)$ dont les dérivées partielles de premier ordre sont continues, et telle que :

1. $V(x)$ est définie positive.
2. $\dot{V}(x)$ est définie négative.
3. $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$ ($V(x)$ est radialement non-bornée).

Dans ce cas, l'origine est globalement asymptotiquement stable.

I.4.3. Stabilité d'une trajectoire

Dans certaines situations, les systèmes ne reconnaissent pas de points d'équilibre, ou le point d'équilibre n'est pas stable. Différentes situations peuvent alors se présenter.

- Le système tolère un domaine stable : Il y a un ensemble de conditions initiales qui assurent que toutes les trajectoires restent dans la zone stable.
- Le système possède un domaine attractif : Il y a un ensemble de conditions initiales après une certaine période de temps telles que toutes les trajectoires sont dans le domaine d'attraction.
- Le système accepte une trajectoire stable f_e : Pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un $\alpha > 0$ tel que :

$$\|f(0) - f_e(0)\| < \alpha \Rightarrow \|f(t) - f_e\| < \varepsilon, \quad \forall t > 0 \quad (\text{I.8})$$

- De la même façon, une trajectoire attractive peut être déterminée.
- trajectoires et les domaines peuvent être définis par la stabilité asymptotique et exponentielle (globale ou non globale).

I.4.4. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie

Les techniques également connues sous le nom de « linéarisation par rétroaction » (feedback linearization en anglais) sont des méthodes traditionnelles de synthèse destinées aux systèmes non linéaires. Dans ces approches, et pour répondre à un cahier des charges généralement simple (stabilité, référence ou rejet de perturbation), la loi de commande est sélectionnée pour « compenser les non-linéarités » : nous ferons donc référence à la méthode des non-linéarités. Cela mène, lors d'un premier cycle, à un système linéaire et stationnaire. Par la suite, un correcteur est élaboré pour ce système linéaire stationnaire. Afin de satisfaire aux spécifications définies dans le cahier des charges, il est possible d'appliquer, à cette phase, toute technique de synthèse élaborée pour les systèmes linéaires stationnaires.[3]

I.5. Types de commande d'un système non linéaire

I.5.1. La commande Backstepping

La méthode de Backstepping représente une approche de contrôle relativement récente. Il permet de manière séquentielle et systématique, via le choix d'une fonction de Lyapunov, de déterminer la loi de contrôle du système. Elle exploite les relations causales successives afin de les élaborer de façon itérative et systématique. Grâce à cette approche, l'élaboration de la loi de contrôle par rétroaction et de la fonction de Lyapunov correspondante se réalise simultanément et de manière systématique. Elle convertit un souci de conception de la commande inférieure (généralement scalaire)

La technique du backstepping apparaît comme particulièrement puissante dans le traitement des problèmes de stabilisation, de suivi de trajectoire ainsi qu'en matière de robustesse, en particulier en dehors du domaine habituel d'application. En revanche, la linéarisation entrée-sortie est déduite à partir de modèles définis par des restrictions sévères et est souvent conçue pour compenser, voire supprimer des non-linéarités favorables au comportement du système considéré. L'approche backstepping a ainsi l'avantage de permettre une conception plus libre incluant les non-linéarités intrinsèques susceptibles d'assurer la performance et la robustesse de la commande.[4]

I.5.2. La commande adaptative

La commande adaptative est un ensemble de méthodes de contrôle qui résultent de l'ajustement automatique, en ligne et en temps réel, des paramètres des régulateurs qui composent les boucles de commande. Son but est de maintenir un niveau de performance spécifié malgré l'incertitude ou les variations temporelles des paramètres du procédé à commander. Elle apparaît d'autant plus adaptée que le modèle du système est partiellement connu, ou que ses caractéristiques dynamiques changent pendant le fonctionnement du processus.

Les méthodes de commande adaptatives ont été largement mises en œuvre dans l'industrie, en particulier dans les domaines du : contrôle des systèmes d'entraînement à moteurs électriques, de la commande de robots manipulateurs, de l'industrie cimentière, de la régulation des réacteurs chimiques, de la commande des colonnes de distillation, de la commande des machines à papier, du contrôle des procédés de régulation du pH, du pilotage des échangeurs thermiques ainsi que de certains ensembles de défense.

L'extension des champs d'application de ces nouvelles techniques au cours des dernières décennies repose d'une part sur leur architecture conceptuelle relativement bien maîtrisée d'autre part sur les avancées en microélectronique, comme les cartes à microprocesseurs, permettant de les mettre efficacement en œuvre en temps réel.

Sur le plan économique et industriel, elle participe à améliorer la qualité des produits, à optimiser les capacités de production tout en réduisant la consommation d'énergie, à espacer les opérations de maintenance tout en prévenant les pannes des systèmes. [4] [5]

I.5.3. La commande predictive

La commande prédictive, ou MPC (Model Predictive Control), est devenue avec le temps l'une des techniques les plus utilisées en contrôle industriel. Cela est dû à sa capacité à gérer des systèmes multivariables complexes, en intégrant, de façon explicite, les contraintes sur les variables du système, ce qui permet de dépasser les limites de régulateurs standards, comme les PID. MPC s'avère également très efficace pour des systèmes à retard important, à réponse inverse, ou à multiples perturbations.

L'avancement des techniques de calcul a permis l'implémentation de la MPC en temps réel. Cela a permis de la rendre applicable à divers secteurs industriels. Il en est par exemple des raffinages de pétrole, de l'industrie chimique, de la métallurgie, de l'agro-alimentaire et de l'aérospatiale, où la gestion simultanée de la dynamique et des contraintes est un défi de taille.[12]

I.5.4. La commande robuste

Il n'est pas aisé d'obtenir un modèle précis du processus. Les inexactitudes du modèle sont dues en partie aux incertitudes associées au processus lui-même (paramètres mal connus ou difficilement identifiables) ou à la négligence de certaines dynamiques du système, voire à une modélisation trop simplifiée de certaines d'entre elles. On distingue deux types d'imprécisions : les incertitudes paramétriques et les dynamiques négligées. Le premier type sera directement intégré au modèle, alors que le second type concerne l'ordre sous-évalué du système. «nominal» ainsi que d'autres termes supplémentaires pour compenser au mieux les incertitudes associées au modèle.

La commande robuste est une des premières méthodes de contrôle automatique abordant ce type de problème. La synthèse de la loi de contrôle prend en compte non seulement un modèle nominal du processus à surveiller, mais également les incertitudes associées au modèle. La structure d'un contrôleur robuste repose généralement sur deux composantes principales : une partie dite « nominale », conçue à partir du modèle idéal ou estimé du système, et des termes additionnels destinés à prendre en compte les incertitudes et les perturbations.[7][11]

I.5.5. La commande par mode glissant

La commande par mode glissant constitue une approche particulièrement remarquable dans le domaine du contrôle robuste. Elle trouve son origine dans les travaux pionniers de Vadim Utkin au début des années 1970. [8]. La méthode consiste à encoder une loi de commande discontinue, avec des éléments de commutation, de telle sorte que pour n'importe quel état initial, la trajectoire au système est contrainte à rejoindre une région particulière de l'espace des états, appelée région de glissement. Une fois que la loi de commande est ajustée de manière à ce que le système atteigne

la région de glissement dans un temps déterminé, ce dernier commence à évoluer selon un état de glissement.

Le système est insensible aux variations de la sortie du système et des paramètres dans le système. Cependant les problèmes de « broutement » ou de chatter intrinsèques à ce type de contrôle discontinu apparaissent rapidement. Notez que le chatter peut exciter des dynamiques haute fréquence négligées conduisant à une instabilité dans certains cas. Des méthodes pour réduire ce phénomène ont été développées. [7]

I.5.6. La commande floue

L'utilisation de la logique floue dans la commande des systèmes ne se limite pas à l'application de quelques règles empiriques ; elle nécessite une compréhension claire de ses bases théoriques et de la manière dont elles se traduisent en pratique dans un système de régulation. Il est donc essentiel d'introduire les concepts fondamentaux tels que la théorie des ensembles flous, la gestion des relations floues et les mécanismes d'inférence qui permettent de prendre des décisions à partir d'informations imprécises. La logique floue se présente comme une logique binaire, clairement et logiquement soutenue par des fondements mathématiques [9].

L'application de la théorie des ensembles flous au contrôle des systèmes s'appuie sur les travaux novateurs de Lutfi A. Zadeh qui a introduit les ensembles flous dans les années 1960, afin de modéliser l'imprécision et l'incertitude inhérentes aux systèmes complexes.

L'application industrielle de la logique floue a véritablement débuté en Europe au début des années 1980, notamment avec la mise en œuvre d'un système de commande pour un four à ciment. Cette première réussite a marqué une étape importante et a contribué à susciter un intérêt croissant pour cette approche. Par la suite, au début des années 1990, la logique floue a connu un essor remarquable au Japon, où elle a été largement adoptée dans plusieurs secteurs industriels tels que l'énergie, les transports, l'aérospatial et la robotique.

La commande floue vise à résoudre des problèmes classiques de régulation en s'appuyant principalement sur l'expertise humaine du procédé. Contrairement aux méthodes purement

analytiques, elle exploite les connaissances qualitatives des spécialistes, exprimées sous forme de règles linguistiques (floue).[10]

I.6. Exemple illustratif

Le système Van der Pol oscillator suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (1 - x_1^2)x_2 - x_1 \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

La figure ci-dessous représente le plan de phase du système :

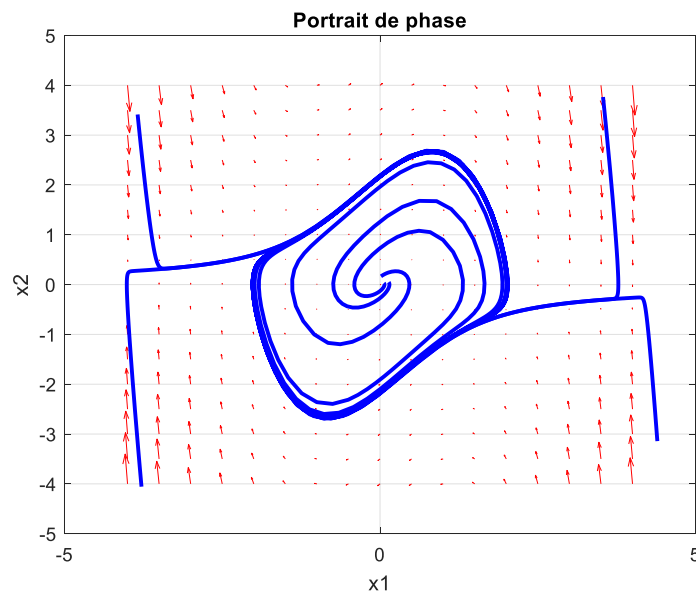


Figure I.1. Plan de phase de système.

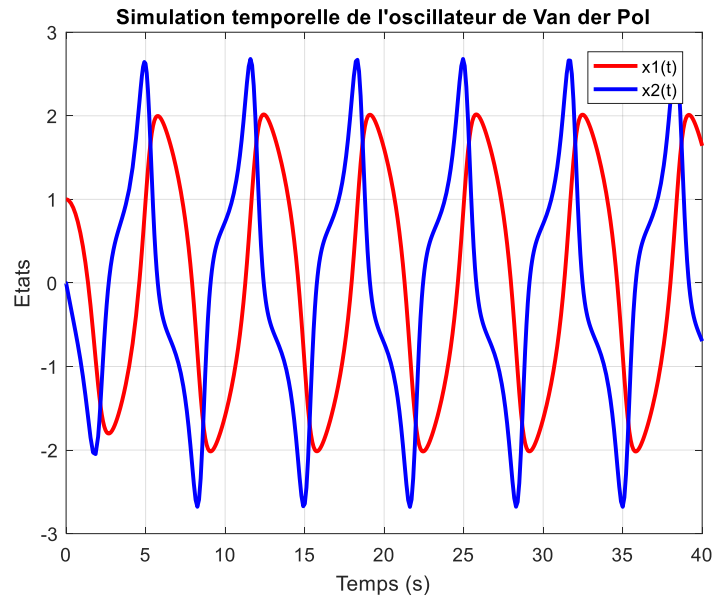


Figure I.2. Simulation entre x_1 et x_2 .

I.7. Conclusion

Ce chapitre, nous avons recherché et donnée un ensemble de rappels sur les systèmes non linéaires en général, et nous vous avons également donnée la représentation des systèmes non linéaires de : Système autonome, Systèmes à structure variables, Points d'équilibre. Ensuite nous avons introduit certains types utilisés pour contrôler les systèmes non linéaires. Nous nous concentrerons et effectuerons des recherches sur La commande par mode glissant dans le chapitre suivant.

II.1. Introduction

Les systèmes non linéaires sont présents dans de nombreux domaines de l'ingénierie. Les lois de commande linéaires ne suffisent pas toujours à contrôler les systèmes non linéaires, surtout quand les exigences de précision, de rapidité de réponse et de stabilité sont élevées. Les ingénieurs ont développé plusieurs méthodes de commande non linéaires. Parmi ces méthodes, la commande à structure variable (CSV) représente une approche efficace permettant d'améliorer les performances et le comportement dynamique des systèmes non linéaires.

Parmi les méthodes de commande non linéaire les plus courantes, on retrouve la commande à structure variable (CSV). Cette méthode utilise une loi de commande qui saute d'un état à l'autre, en s'appuyant sur les variables d'état, pour créer une surface de glissement. Le but est de pousser le système à atteindre cette surface, puis à y rester en mode glissant. Dans ce mode, la dynamique du système devient moins sensible aux incertitudes du modèle, aux variations des paramètres et à certaines perturbations externes. Grâce à cette propriété de robustesse, la CSV est largement utilisée pour la commande des systèmes non linéaires présentant des incertitudes. Toutefois, la conception de cette stratégie de commande reste délicate, car il est nécessaire d'assurer l'atteinte rapide de la surface de glissement et le maintien du mouvement de glissement avec précision.

II.2. Système à structure variable

La commande à structure variable (CSV), aussi appelée commande par mode glissant, apparaît au début des années 1960 grâce aux travaux du mathématicien A.F. Philipov. La commande à structure variable est une technique de commande non linéaire qui utilise un terme de commande discontinu. L'équipe du professeur Emelyanov en Union Soviétique poursuit ensuite de nombreuses recherches sur la commande à structure variable. Cependant, en raison de certaines difficultés liées aux phénomènes de broutement et aux contraintes de réalisation pratique, cette approche n'a connu un véritable essor qu'à partir de la fin des années 1970. Avec les progrès de l'électronique et de l'informatique, la commande à structure variable s'est largement développée, notamment grâce à l'utilisation de commutations à haute fréquence permettant d'obtenir un régime glissant plus performant [13].

II.2.1. Objectif de la commande par mode glissant

L'objectif principal de la commande par mode glissant repose sur deux aspects fondamentaux :

- **Conception d'une surface de glissement $S(x, t)$**

Il s'agit de définir une surface (ou hypersurface) dans l'espace d'état sur laquelle la dynamique du système doit se conformer au comportement souhaité (stabilité, poursuite de trajectoire, régulation).

- **Élaboration d'une loi de commande $U(x, t)$ (commutation)**

La commande doit être choisie de manière à attirer la trajectoire du système vers cette surface, puis à l'y maintenir une fois atteinte, assurant ainsi la robustesse et la convergence [14].

II.2.2. Principes de la commande à structure variable en mode glissant

Le régime glissant intervient de manière essentielle dans le fonctionnement des systèmes à structure variable. Ces systèmes reposent sur un mécanisme de commutation permettant de modifier leur structure selon l'état du système ou les conditions d'exploitation. Le passage d'une structure à une autre est assuré par une logique de commande appropriée. Cette flexibilité améliore les performances globales du système et génère des propriétés inédites par rapport aux structures individuelles.

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement, la trajectoire d'état est d'abord amenée vers une surface, appelée surface de glissement. Ensuite, grâce à la loi de commutation, elle est contrainte de rester au voisinage de cette surface. Le mouvement qui en résulte le long de cette surface constitue le régime glissant. La commande à structure variable est définie pour chaque composante du vecteur de commande, u_i : ($i = 1, \dots, m$).

La forme d'une commande à structure variable :

$$\begin{cases} u_i = u_{max} & \text{si } S_i(x) > 0 \\ u_i = u_{min} & \text{si } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

La condition d'accès doit être satisfaite, ce qui implique que la trajectoire d'état atteigne la surface de commutation $S(x) = 0$ en un temps fini.[15]

II.2.3. Fonction de commutation

Le signe de la fonction vectorielle $S(x)$, dite fonction de commutation, détermine la structure de commande. Pour les modèles linéaires, cette fonction est définie de manière linéaire par rapport à l'état.

$$S(x) = [S_1(x), S_2(x), \dots, S_m(x)] = Cx \quad \text{avec} \quad C = [C_1, C_2, \dots, C_m].$$

Chaque fonction scalaire de commutation $S_j(x)$ décrit une surface linéaire $S_j(x) = 0$ avec : $j = 1, \dots, m$. [14]

II.2.4. Hyperplan de commutation

Pour le système de commande à structure variable présenté précédemment, la surface de commutation peut être définie de la manière suivante. $S_j = \{x \in R^n : S_j(x) = 0, j = 1, \dots, m\}$ cette surface de commutation appelée hypersurface de glissement. [14]

II.2.5. Régime glissant

Pour tout vecteur d'état initial du système $X(t_0) \in S$, Si la trajectoire d'état du système demeure sur l'hypersurface de glissement $S_j, X(t) \in S, \forall t > t_0$ alors $x(t)$ est dite évoluer en mode glissant pour le système.

II.2.6. Surface de glissement

Une surface de commutation s est appelée surface de glissement lorsqu'il existe, pour tout point appartenant à cette surface, des trajectoires d'état situées en dehors de S qui convergent vers celle-ci. L'objectif de la commande à structure variable est alors de guider l'état du système, à partir d'une condition initiale quelconque $x(0) = x_0$, vers la surface de glissement puis vers l'origine de l'espace d'état de manière asymptotique.

Le mode de glissement est souvent considéré comme un mode idéal, car son existence théorique nécessite une fréquence de commutation infiniment élevée. Toutefois, dans les systèmes de commande réels, la présence de certaines imperfections telles que les retards, l'hystérésis ou encore les limitations des composants impose une fréquence de commutation finie. Par conséquent, ces contraintes pratiques peuvent influencer le comportement du système autour de la surface de glissement, La trajectoire d'état oscille alors autour de la surface de glissement dans une zone très proche de celle-ci. Ce phénomène est connu sous le nom de « chattering » ou broutement. Dans le plan de phase [14], la trajectoire du système peut être divisée en trois parties distinctes :

a) Le mode de convergence (MC)

Le mode de convergence est un état de fonctionnement des systèmes dynamiques soumis à la commande par mode glissant. Dans ce mode, la variable à contrôler part de n'importe quel point du plan de phase et converge progressivement vers la surface de commutation $S(x) = 0$. Cet état est atteint lorsque la fonction de commutation atteint son équilibre, assurant ainsi la stabilisation du système [16].

b) Le mode de glissement (MG)

Le mode glissant constitue un état de fonctionnement spécifique aux systèmes dynamiques commandés par mode glissant. Une fois que les états du système atteignent la surface de glissement choisie, ils convergent progressivement vers le point d'équilibre du plan de phase. Ce régime est atteint lorsque la fonction de commutation $S(x)$ s'annule, assurant ainsi la stabilisation du système autour du point de glissement [16].

c) Le mode du régime permanent (MRP)

Ce mode représente un état de fonctionnement supplémentaire des systèmes dynamiques soumis à la commande par mode glissant. Il permet d'étudier la réponse du système autour de son point d'équilibre et d'évaluer sa stabilité à long terme. En général, le mode de régulation post-convergence (MRP) arrive une fois que le système a atteint le mode glissant ou le mode de convergence [16].

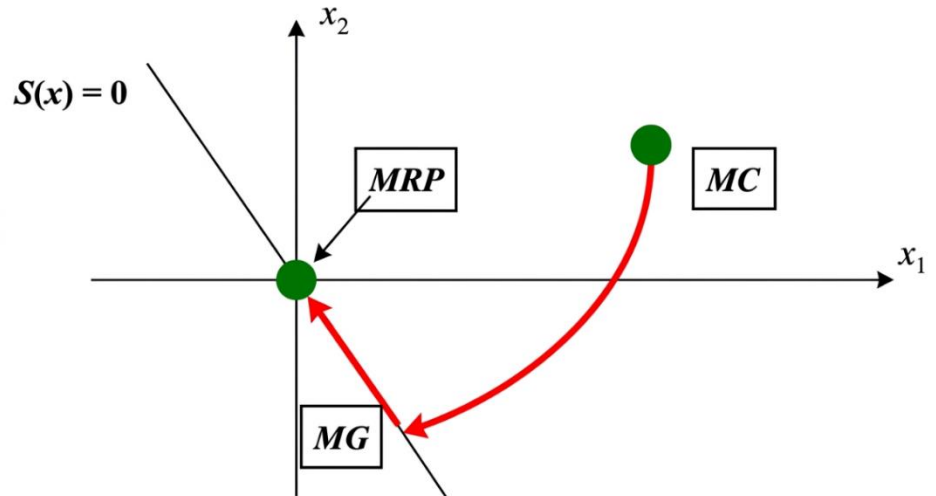


Figure II.1. Différents modes pour la trajectoire dans le plan de Phase.

II.3. Différentes structures de contrôle par mode glissant

Dans la littérature, trois configurations de base sont généralement utilisées pour la synthèse des commandes par mode glissant. La première correspond à la structure la plus simple, où la commutation se fait directement au niveau de l'élément de commande lui-même, appelée structure de commutation au niveau de l'organe de commande.

La deuxième structure implique la commutation au niveau d'une boucle de rétroaction d'état, permettant une régulation plus précise du système.

La troisième structure est une structure de régulation avec ajout d'une commande équivalente, qui améliore la performance globale et réduit le phénomène de chattering.

Ces différentes structures présentent des niveaux de complexité et de performance variables et sont choisies en fonction des exigences spécifiques de chaque système de commande [17].

II.3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Une structure de commutation au niveau de l'organe de commande est représentée à la figure (II.2). Ce type de structure reste largement utilisé dans les applications industrielles. Il se caractérise par une commande tout ou rien des interrupteurs de puissance et est généralement associé aux variateurs de vitesse. Parmi ses applications figure notamment la commande des moteurs pas à pas [14].

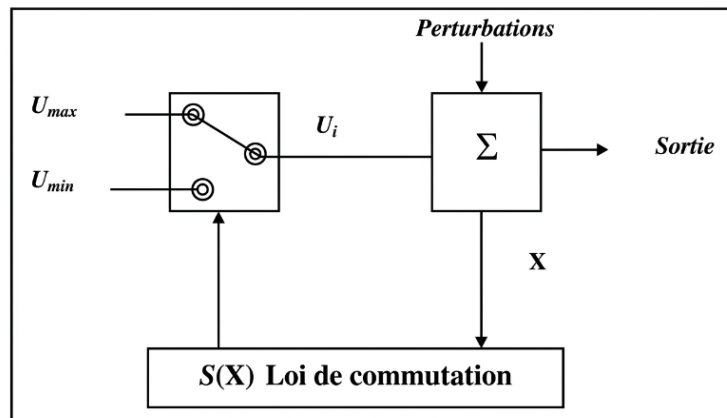


Figure II.2. Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande [20].

II.3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état

Une représentation de cette structure est donnée à la figure (II.3). D'après plusieurs recherches bibliographiques [18], elle se distingue par une faible contrainte imposée à la commande. Cette approche a notamment été exploitée pour la commande des moteurs à courant continu, des moteurs à aimants permanents et des machines à induction.

Son principe repose sur une commande par retour d'état conventionnelle, où les gains de réglage permettent de définir la dynamique du système. La commutation entre ces gains introduit une non-linéarité responsable du changement de dynamique [19].

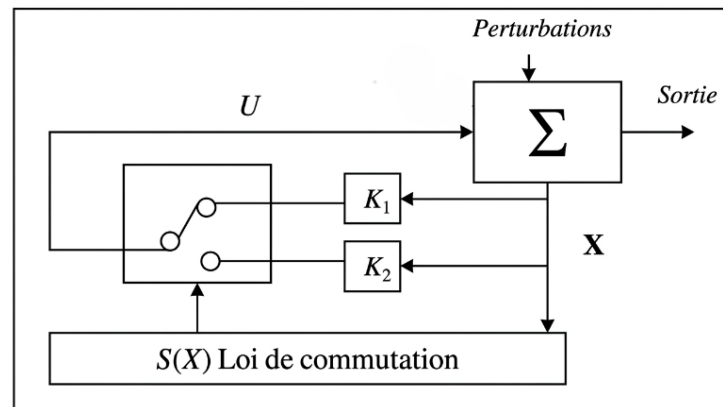


Figure II.3. Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état [20].

II.3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente

La structure de commande présentée à la figure (II.4) présente un avantage appréciable. Elle permet d'anticiper la dynamique future du système grâce à l'utilisation de la commande équivalente, définie comme la valeur de commande nécessaire au maintien du système en régime permanent. Par conséquent, la sollicitation de l'organe de commande est réduite. Toutefois, cette stratégie reste sensible aux incertitudes paramétriques, en raison de la dépendance de la commande équivalente vis-à-vis des paramètres du modèle [14].

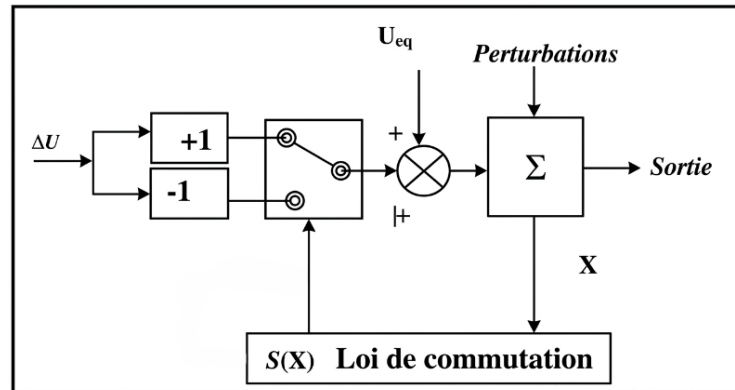


Figure II.4. Structure de régulation par ajout de la commande équivalente [20].

Avec :

- U_{eq} : Vecteur de commande équivalente.
- ΔU : Vecteur de commande discontinue.
- X : Vecteur de variables d'état.
- $S(X)$: loi de commutation.

II.4. Description du mode glissant

II.4.1. Définition du mode glissant

Le mode glissant est une méthode de commande robuste appliquée aux systèmes dynamiques non linéaires. Le mode glissant crée une surface de glissement et pousse la trajectoire d'état du système à se diriger vers la surface de glissement, puis à y rester.

La surface de glissement se définit à partir de propriétés mathématiques qui permettent de choisir la loi de commande adaptée. La loi de commande repose généralement sur une logique de commutation. La logique de commutation pousse l'état du système à converger vers la surface de glissement.

Une fois que la trajectoire atteint cette surface, le système évolue le long de celle-ci jusqu'à atteindre le point d'équilibre. Grâce à sa robustesse face aux perturbations et aux incertitudes du

modèle, la commande par mode glissant est largement utilisée dans plusieurs domaines tels que l'automatique, la robotique et les systèmes industriels [14].

II.4.2. Explication du phénomène du glissement

Le glissement apparaît quand les commutations passent sans cesse entre les valeurs U_{max} et U_{min} . Le glissement est illustré par la figure II.5 pour un système à régler du deuxième ordre qui possède les deux états x_{s1} et x_{s2} .

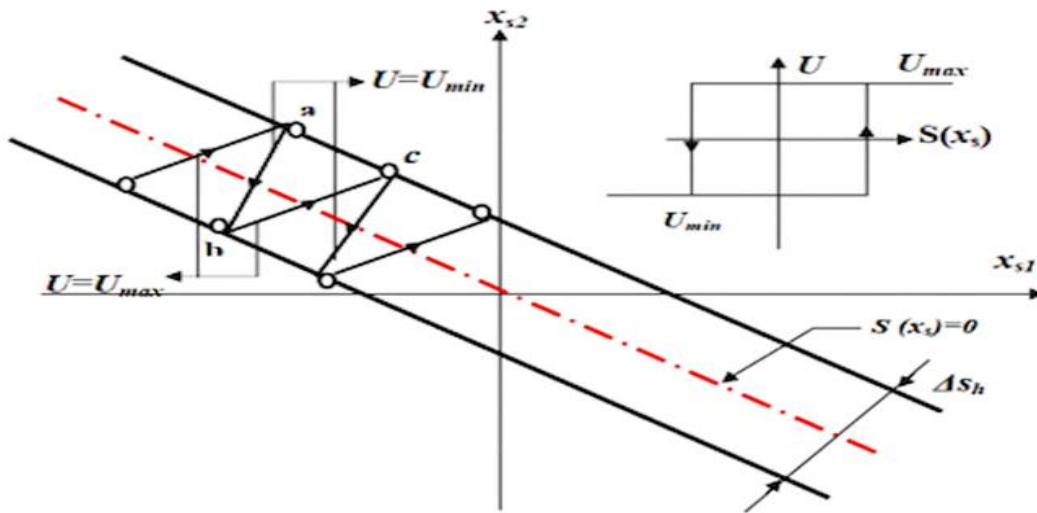


Figure II.5. Démonstration de mode de glissement [21].

Au départ, une hystérésis est ajoutée dans la loi de commutation $S(x_s) = 0$ (la droite en trait mixte). L'hystérésis provoque des commutations le long des droites parallèles décalées de $\pm \Delta s_h$. Quand la trajectoire $U = U_{max}$ arrive au seuil inférieur de basculement, c'est-à-dire quand $U = U_{min}$, au point a, la trajectoire se dirige vers l'intérieur de la zone d'hystérésis. La trajectoire atteint alors le seuil supérieur de basculement au point b, et un changement se produit avec $U = U_{max}$. Si la trajectoire continue à l'intérieur, la trajectoire arrive au seuil inférieur de basculement au point c, puis le même schéma se répète. En conséquence, la trajectoire se déplace sans arrêt à l'intérieur de la zone d'hystérésis. Le mouvement se dirige vers le régime stationnaire dans une région où les commutations continues existent et où la fréquence de commutation est finie.

La commande par mode glissant est une technique spécifique appliquée aux systèmes à structure variable. Cette approche non linéaire repose sur la théorie des systèmes à structure

variable et se distingue par une commande discontinue au voisinage d'une surface de commutation désignée sous le nom de surface de glissement [21].

II.5. Conception de la commande par mode glissant

Lors du développement du régulateur en mode glissant, nous prenons toujours en compte la stabilité et les performances attendues. Cette commande convient aux systèmes non linéaires et incertains, car cette commande compense les perturbations et garantit une réponse rapide et précise. Le régulateur en mode glissant répond aux exigences de stabilité.

Vous devez suivre plusieurs étapes pour exécuter cette commande :

- Le choix des surfaces de glissement.
- Établir les conditions d'existence et de convergence.
- Déterminer la loi de commande.

Dans cette partie, nous étudions une classe de systèmes non linéaires représentée par le modèle d'état suivant :

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (\text{II.2})$$

Où :

$\dot{x} = [x_1, x_2 \dots x_n]^T$ représente le vecteur d'état, u l'entrée de commande et y la sortie du système. Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont considérées comme continues et non linéaires [22].

II.5.1. Choix de la surface de glissement

La détermination de la surface de glissement repose sur le choix du nombre ainsi que de la structure des fonctions qui la composent. Ces éléments sont étroitement liés à la nature de l'application et aux performances souhaitées du système. Pour un système linéaire, la surface de glissement peut être représentée par une fonction scalaire, permettant à la variable à contrôler d'évoluer sur cette surface et de converger progressivement vers l'origine du plan de phase [15].

Dans le cas non linéaire, la surface de glissement est généralement formulée comme une fonction dépendant de l'erreur de la variable d'état x , et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda_x \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.3})$$

$e(x)$: désigne l'erreur entre la variable à réguler et la valeur de référence.

λ : est une constante positive.

r : est le degré relatif.

II.5.2. Condition d'existence de convergence

La figure suivante représente la convergence du système vers le mode de glissement :

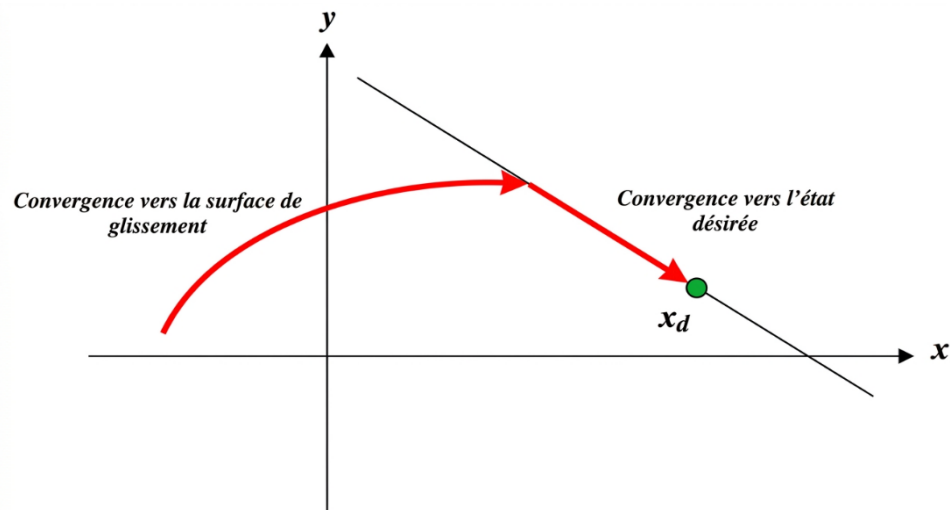


Figure II.6. Convergence du système glissant.

Les conditions d'existence et de convergence assurent l'atteinte et le maintien des trajectoires du système sur la surface de glissement malgré les perturbations. Deux conditions principales permettent de garantir ce mode :

II.5.2.1. Fonction directe de commutation

La première condition de convergence, introduite par Emelyanov et Vadim I. Utkin, consiste à définir une dynamique de la surface de glissement assurant sa convergence vers zéro. Elle est donnée par [23] :

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Ces deux inégalités permettent d'établir la condition suivante :

$$\dot{S}(x) S(x) < 0 \quad (\text{II.5})$$

II.5.2.2. Fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est un outil fondamental pour garantir la stabilité des systèmes linéaires et non linéaires. Elle consiste à définir une fonction scalaire positive $U(x) > 0$ dont la dérivée temporelle est négative $\dot{U}(x) < 0$ assurant ainsi la convergence des trajectoires. Elle permet également d'évaluer les performances de la commande et sa robustesse. Dans la commande par mode glissant, elle joue un rôle clé pour assurer une convergence rapide et précise vers la surface de glissement [24].

La fonction de Lyapunov définissant par :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.6})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}(x) = S(x) \dot{S}(x) \quad (\text{II.7})$$

Afin d'assurer la décroissance de la fonction $V(x)$, il est nécessaire que sa dérivée temporelle soit strictement négative. Cette exigence est satisfaite lorsque la condition (II.6) est vérifiée. D'après l'équation (II.7), le terme $S(x)^2$, représentant le carré de la distance entre un point quelconque du plan de phase et la surface de glissement, décroît continuellement. Par conséquent, les trajectoires du système sont forcées à converger vers la surface de glissement des deux côtés. Cette situation correspond à un régime glissant idéal caractérisé par une fréquence de commutation supposée infinie [23].

II.5.3. Calcul de la commande

Les concepteurs d'un régulateur en mode glissant vérifient d'abord la stabilité et les performances. Le régulateur en mode glissant convient très bien aux systèmes non linéaires et incertains. Le régulateur en mode glissant compense les perturbations et donne une réponse rapide et précise. Le régulateur en mode glissant répond aux exigences de stabilité [25].

L'installation du régulateur se fait en plusieurs étapes :

- Le choix des surfaces de glissement.
- Déterminer les conditions d'existence et de convergence.
- Voici la définition de la loi de commande.

Dans cette partie, nous considérons une classe de systèmes non linéaires décrite par le modèle d'état suivant :

Nous posons donc :

$$U = U_{eq} + U_d \quad (\text{II.8})$$

U_{eq} : correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin. U_{eq} Se calcule en

Le comportement du système pendant le mode de glissement s'exprime par : $\dot{S}(x) = 0$.

Pour la valeur de la commande discontinue U_d :

$$U_d = -K \text{sign}(S(x)) \quad (\text{II.9})$$

Avec : K le gain est positif.

- Si K est très petit, le temps de réponse sera très long.
- Si K est très grand, on observe de fortes oscillations dans l'organe commande. Ces oscillations peuvent déclencher les dynamiques négligées (phénomène de ("Chattering").

II.5.3.1. Commande signe

La commande discontinue U_d peut être réalisée selon différentes structures. La plus répandue est la commande de type signe (Figure II.8), qui permet une expression simple et directe de la

commande discontinue $U_d = [U_1, U_2, \dots, U_m]$ par cette fonction par rapport à $S = [S_1, S_2, \dots, S_m]$ tel que :

$$\begin{cases} \text{sign}(S) = +1, \text{ si } S > 0 \\ \text{sign}(S) = -1, \text{ si } S < 0 \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

La commande s'exprime comme suit :

$$U_d = -K \text{sign}(S(x)) \quad (\text{II.11})$$

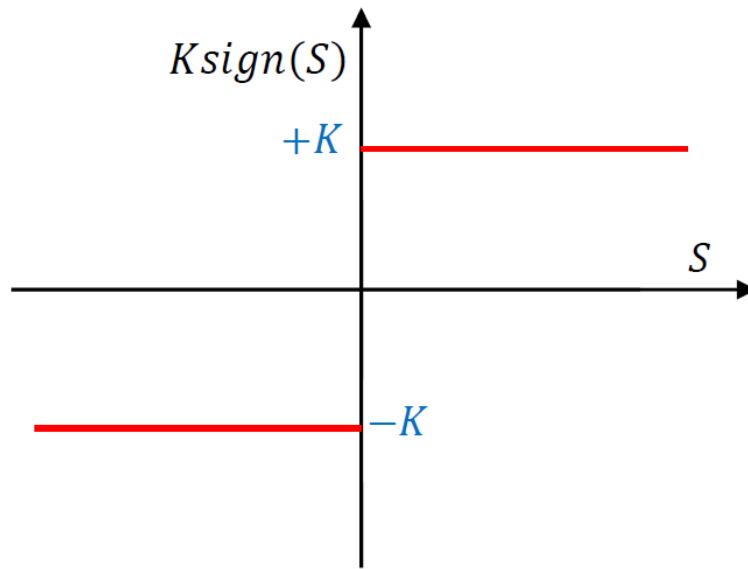


Figure II.7. Représentation de la fonction.

Le gain k doit satisfaire la condition $k > 0$. Un gain trop faible ralentit la réponse, tandis qu'un gain trop élevé provoque des oscillations (chattering) pouvant exciter les dynamiques négligées ou endommager l'organe de commande [32].

II.5.3.2. Commande SAT

La fonction représentée à la figure (II.8) est définie comme suit [33] :

$$\text{sat}(S) = \begin{cases} \frac{S}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{S}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \text{sign}\left(\frac{S}{\varepsilon}\right) & \text{si } \left| \frac{S}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

U_d s'exprime donc comme : $U_d = -k \text{sat}(S)$.

ε : Représente la bande de transition de la surface de glissement.

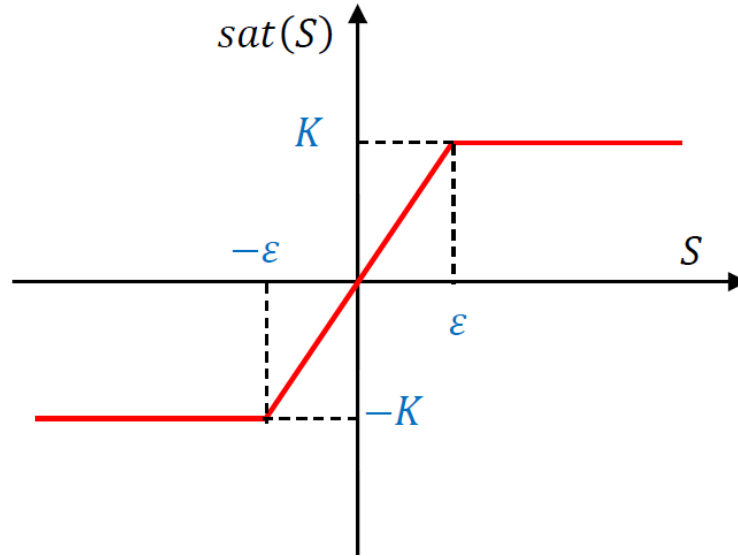


Figure II.8 .Définition de la fonction SAT.

II.6. Mode glissant pour les systèmes non linéaires

II.6.1. Robustesse par rapport aux perturbations

Considérons le système dynamique défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, i = 1, \dots, (n - 1) \\ \dot{x}_n = f(x, t) + g(x, t)u + p(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

Le terme $p(x, t)$ représente les perturbations extérieures ainsi que les incertitudes paramétriques affectant le système. Dans ce qui suit, on se place sous l'hypothèse suivante :

$$|p(x, t)| \leq p^1 \quad (\text{II.15})$$

Est satisfaite.

L'expression de S est donnée par l'équation soit :

$$S = \sum_{i=1}^n c_i x_i, \quad c_n = 1 \quad (\text{II.16})$$

L'objectif est de vérifier la condition d'attractivité $S\dot{S} \leq 0$ de la surface de glissement $S(x) = 0$. À partir de l'équation (II.14), le calcul de $S\dot{S}$ conduit à :

$$S\dot{S} = S \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(x, t) + g(x, t) + p(x, t) \right)$$

(II.17)

Le bouclage à structure variable est formulé comme suit :

$$u = \frac{1}{g(x, t)} \left(- \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - f(x, t) - p(x, t) \right)$$

(II.18)

Assure la convergence vers la surface $S(x) = 0$ et le maintien du régime de glissement, si le gain K dépasse la borne supérieure de la perturbation $p(x, t)$.

Soit, en considérant :

$$k > p^1 \quad (II.19)$$

Où p^1 est une borne connue dans une bande de la surface [42].

II.7. Exemple d'application :

a). Commande discontinue

On étudie le système non linéaire du deuxième ordre décrit par les variables d'état ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 x_2 + r - u \end{cases} \quad (II.20)$$

Comme la réponse à entrer nulle souhaitée, de second ordre avec $t = 0.001$ s, est irréalisable, on considère un système du premier ordre ayant la même constante de temps, ce qui conduit à

$$S = x_1 + x_2 \quad (II.21)$$

En appliquant l'équation (II.3) la condition de glissement est donnée par :

$$S\dot{S} = S(-x_1 x_2 - u + x_2) < 0 \quad (II.22)$$

Résoudre cette inéquation par rapport à u permet d'identifier les valeurs de commande qui forcent le système à évoluer sur la surface de glissement. Le schéma de bouclage résultant.

$$u = x_1 x_2 - x_2 - K \operatorname{sign}(S) \quad (\text{II.23})$$

Assure que la trajectoire du système converge vers la surface S

$$\begin{cases} \text{si } s > 0 \rightarrow u > 0 \rightarrow \dot{s} < 0 \\ \text{si } s < 0 \rightarrow u < 0 \rightarrow \dot{s} > 0 \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Par suite, pour assurer l'attractivité de la surface et la robustesse du système de commande, le gain de glissement doit satisfaire la condition $K > 0$.

Les résultats de la simulation, effectuée sur 1 secondes avec un gain de glissement $K=1$, sont présentés dans les figures suivantes.

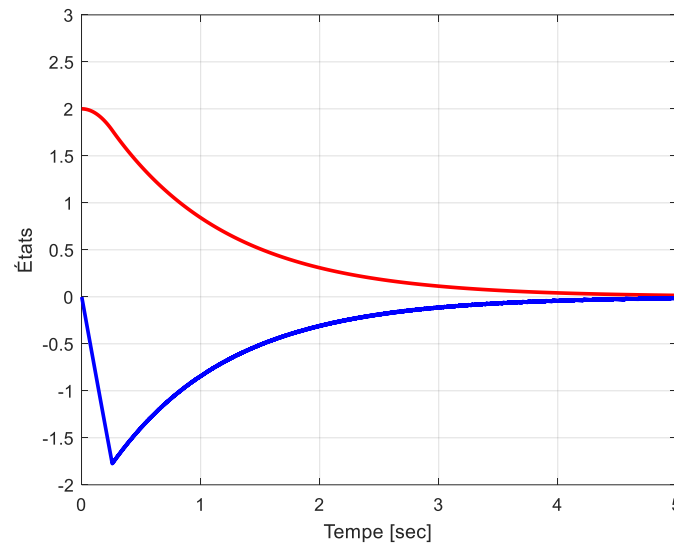


Figure II.9. Évolution de la sortie et de sa référence.

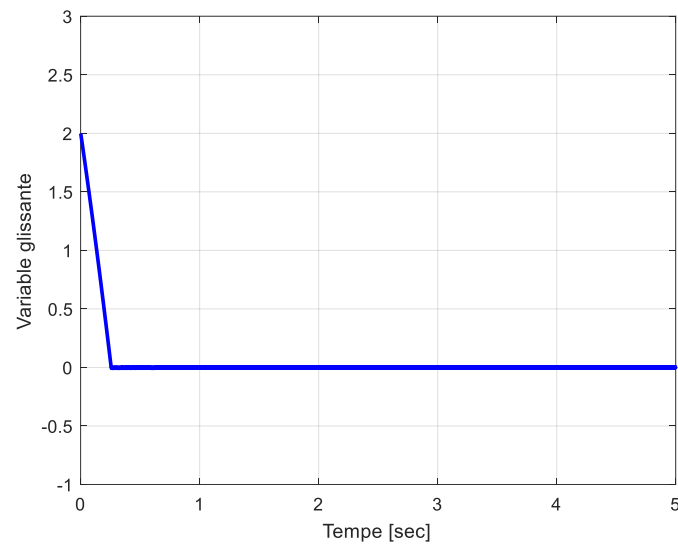
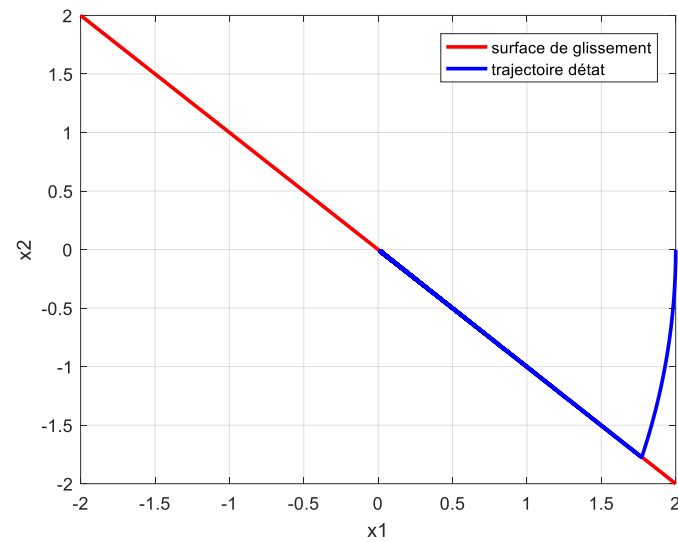
Figure II.10. Variable de glissement S .

Figure II.11. Plan de phase et droite de glissement.

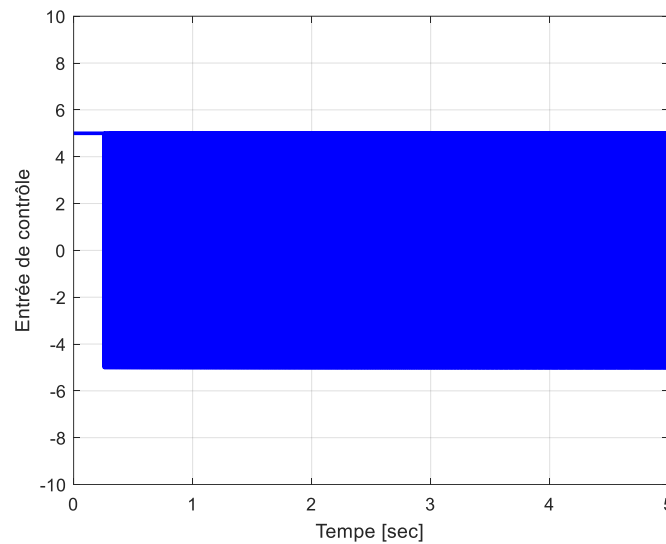


Figure II.12. Variation de la commande discontinue.

La sortie réelle y converge vers la sortie désirée y_d , correspondant au modèle non perturbé. Néanmoins, ce type de commande, tout en assurant la performance de suivi, introduit des oscillations susceptibles de produire un phénomène de broutement en pratique.

b). Commande continue :

Afin d'atténuer les oscillations à haute fréquence, en remplaçant la loi discontinue $sign(S)$ par une approximation continue $sat(\frac{S}{\phi})$ au sein de l'équation (II.21). Il en résulte l'expression de commande :

$$u = x_1 x_2 - x_2 - K \operatorname{sat}(S) \quad (\text{II.25})$$

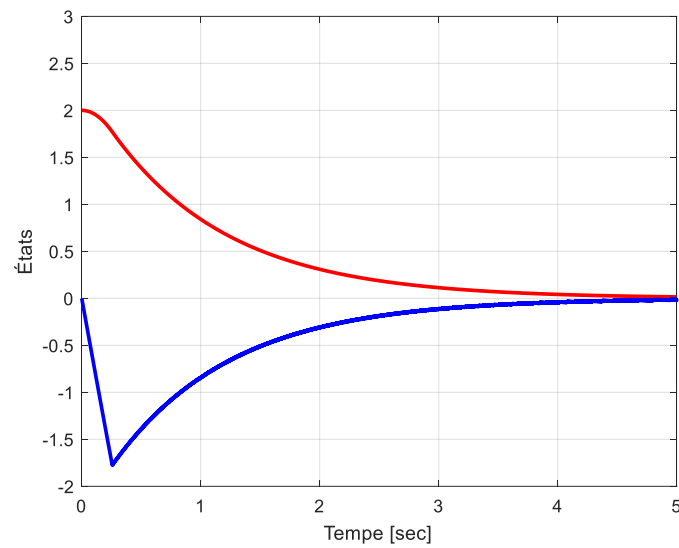


Figure II.13. Évolution de la sortie et de sa référence.

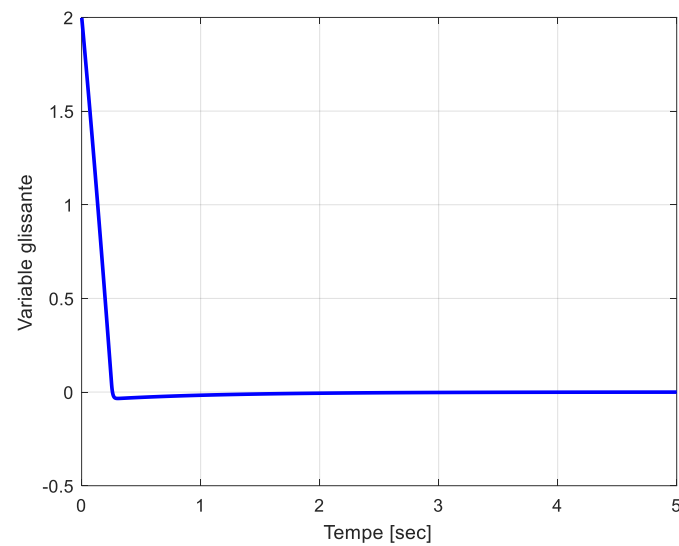


Figure II.14. Évolution de la sortie et de sa référence.

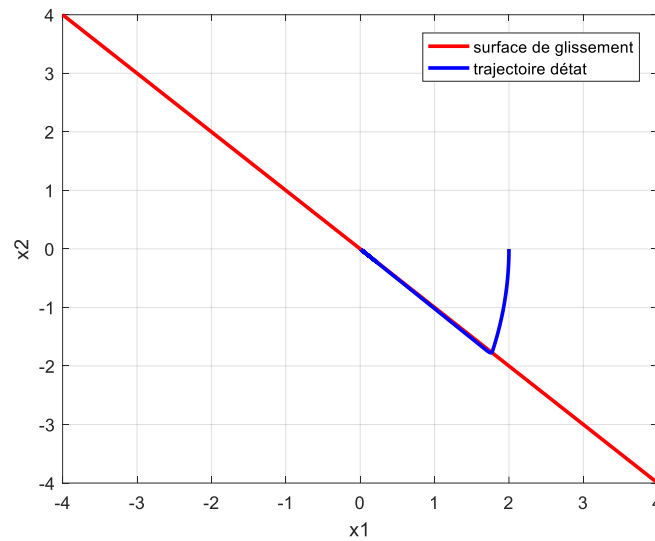


Figure II.15. Plan de phase et droite de glissement.

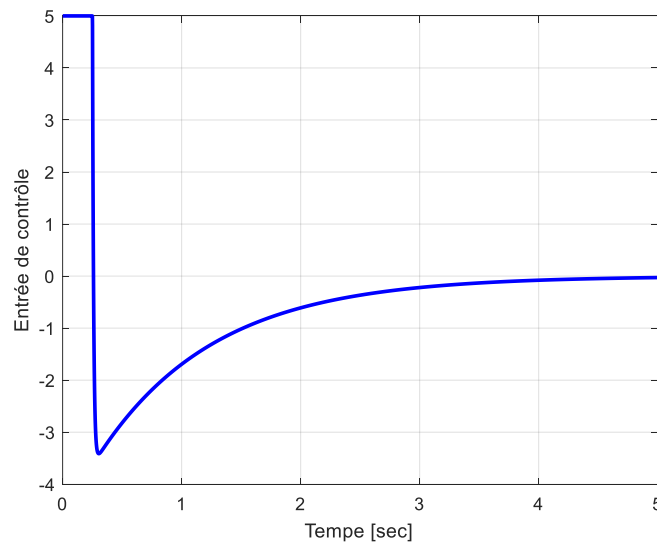


Figure II.16. Variation de la commande continue.

L'analyse des résultats met en évidence une excellente poursuite de la sortie nominale en présence de perturbations (Fig. II.13), confirmée par la convergence de la surface S vers l'équilibre (Fig. II.14). Le caractère continu et réalisable de l'action de commande est illustré par la Figure (II.15), tandis que la Figure (II.16) montre la convergence du plan de phase vers l'origine.

Ces résultats de simulation confirment l'intérêt de la commande continue, qui garantit la robustesse vis-à-vis des incertitudes tout en supprimant les oscillations haute fréquence associées au phénomène de broutement

II.8. Conclusion :

La commande à structure variable se distingue parmi les techniques de commande robustes, telles que la commande par glissement, par sa stabilité lors des glissements. Ceci garantit la fiabilité des systèmes de commande, même en présence de perturbations externes.

Bien que cette technique présente certains défis, comme les oscillations dues aux interruptions de commande, une solution a été trouvée pour y remédier : l'ajout d'une composante continue sur une faible plage de fréquences.

Ainsi, la commande par glissement offre une solution simple et efficace pour garantir le comportement dynamique des systèmes de commande. Elle se compose généralement d'une composante basse fréquence et d'une composante haute fréquence, permettant une gestion efficace de diverses perturbations. Apparue dans les années 1960, la commande par glissement demeure une approche privilégiée pour obtenir une commande robuste et fiable dans de nombreuses applications

III.1. Introduction

Bien que la commande par mode glissant ait démontré une grande efficacité ainsi qu'une remarquable robustesse dans le pilotage des systèmes complexes, notamment en robotique et dans les entraînements électriques, son principal inconvénient réside dans son caractère discontinu. En effet, cette discontinuité provoque le phénomène de broutement (chattering), susceptible d'entraîner des sollicitations excessives des actionneurs et, à terme, leur détérioration.[43]

Afin de surmonter cette limitation, plusieurs travaux proposent d'associer la commande par mode glissant à la logique floue non linéaire. Cette combinaison judicieuse permet de tirer parti, d'une part, des solides garanties théoriques offertes par le mode glissant, telles que la stabilité et la robustesse face aux perturbations, et, d'autre part, de la simplicité de mise en œuvre ainsi que de la rapidité de réponse propres à la commande découplée. Une telle approche vise non seulement à atténuer, voire éliminer, le phénomène de broutement, mais également à réduire le nombre de règles découplée nécessaires à la conception du contrôleur.

Dans ce chapitre, nous proposons une approche de commande par mode glissant pour une classe de systèmes non linéaires multivariables. En raison du couplage existant entre les différentes variables, le système est tout d'abord scindé en deux sous-systèmes. Cette décomposition permet de construire, pour chacun d'eux, une surface de glissement appropriée à partir des variables d'état correspondantes.[44]

III.2. Commande par mode glissant découplée

Le système non linéaire d'ordre quatre est décrit par les équations d'état suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(X) + b_1(X)u(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + b_2(X)u(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$X(t) = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(X), f_2(X), b_1(X)$ et $b_2(X)$ sont des fonctions non linéaires qui dépendent de $b_1(X) \geq \underline{b}_1 \geq 0$ et $b_2(X) \geq \underline{b}_2 \geq 0, \forall X, u(t)$ est la commande $d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des perturbations supposées bornées $|d_i(t)| \leq D_i, i = 1, 2$.

Deux surfaces de glissement sont définies S_1 et S_2 [44]:

$$S_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (\text{III.2})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{III.3})$$

Sur la base des concepts de commande par mode glissant introduits dans la section précédente, la structure de commande adoptée est définie par [44] :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}\left(\frac{S_1 b_1(X)}{\Phi_1}\right), \text{ avec } K_1 > \frac{D_1}{b_1(X)} \quad (\text{III.4})$$

Avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (\text{III.5})$$

Et

$$u_2 = u_{2eq} - K_2 \text{Sat}\left(\frac{S_2 b_2(X)}{\Phi_2}\right), \text{ avec } K_2 > \frac{D_2}{b_2(X)} \quad (\text{III.6})$$

En posant $u = u_1$, les états x_1 et x_2 convergent rapidement vers la surface S_1 puis y évoluent jusqu'à l'équilibre. De même, avec $u = u_2$, les états x_3 et x_4 sont contrôlés. Par conséquent, le régulateur n'agit que sur un seul sous-système à la fois.

On cherche à déterminer une loi de commande u pour le système (III.1) de telle sorte que la boucle fermée soit globalement stable au sens de Lyapunov. Il s'agit d'assurer le caractère uniformément borné des variables d'état ainsi que leur convergence asymptotique vers leurs points d'équilibre.

Le principe de ce régulateur découplé repose sur la décomposition du système en deux sous-systèmes : le sous-système **A** (états x_1, x_2) associé à la surface de glissement S_1 , et le sous-système **B** (états x_3, x_4) lié à la surface S_2 . En considérant la stabilisation du sous-système **A** comme l'objectif prioritaire, l'information issue du sous-système **B** est traitée comme une donnée secondaire. Cette dernière est alors intégrée au premier sous-système via une variable

intermédiaire. La surface S_1 de S_1 prend sous la forme $c_1(x_1 - z) + x_2$, déplaçant l'objectif de commande vers un équilibre dynamique où $x_1 = z, x_2 = 0$ où z est une fonction de S_2 [45].

Les surfaces de glissement S_1 et S_2 peuvent être définies comme suit :

$$S_1 = c_1(x_1 - z) + x_2 \quad (\text{III.7})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{III.8})$$

la loi de commande s'exprime comme suit :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}\left(\frac{S_1 b_1(X)}{\Phi_1}\right) \quad (\text{III.9})$$

Avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (\text{III.10})$$

la valeur de l'état z peut être limitée en posant.

$$|z| < z_u, 0 < z_u < 1 \quad (\text{III.11})$$

z_u définit la valeur maximale de $|z|$.

La variable z peut être définie comme suit :

$$z = \text{Sat}\left(\frac{S_1}{\Phi_z}\right) z_u \text{ avec } 0 < z_u < 1 \quad (\text{III.12})$$

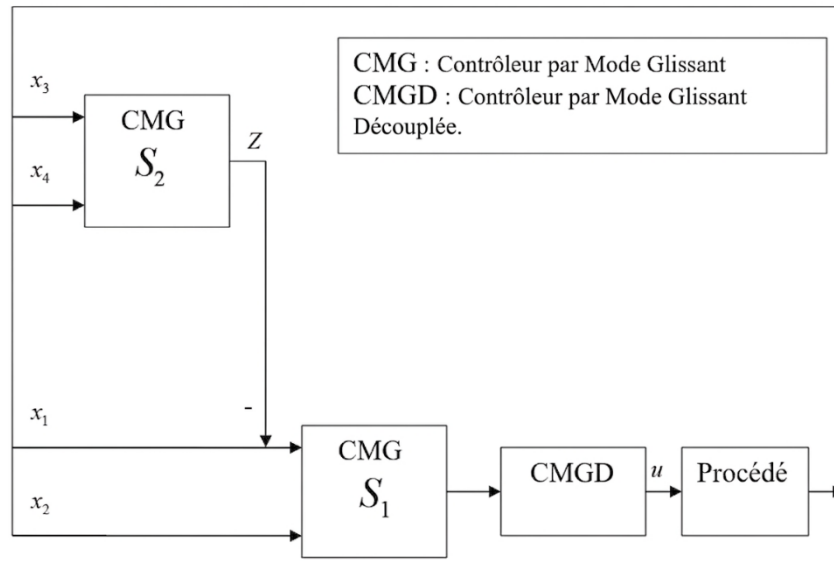


Figure III.1. Schéma fonctionnel de la commande à mode glissant.

où Φ_Z désigne la largeur de la bande limite associée à la surface de glissement S_2 , garantissant à la fois le lissage de la commande et le maintien de l'état du système à l'intérieur de cette bande. D'après l'équation (III.12), lorsque $S_2 \neq 0$, on $Z \neq 0$, lorsque $S_2 \rightarrow 0$, alors $Z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$. Ainsi, l'objectif de la commande est atteint [46].

III.3. Exemples

III.3.1. Système B-B (Ball-Beam)

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) + d(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = B(x_3(t)x_2^2(t) - g\sin x_1(t)) \end{cases}$$

Avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = r, x_4 = \dot{r}$$

$u(t)$: La loi de commande appliquée au système Ball-Beam (B-B).

r : La position de la balle.

θ : L'angle de la barre.

J_b : Le paramètre représentant le moment d'inertie de la barre.

M : Le paramètre représentant la masse de la balle.

R : Le rayon de la balle.

$$B = \frac{MR^2}{J_b + MR^2}$$

$$B = 0.7143, J_b = 2 * 10^{-6} \text{kgm}^2, M = 0.05 \text{kg}, R = 0.01 \text{m}, g = 9.81 \text{m/s}^2$$

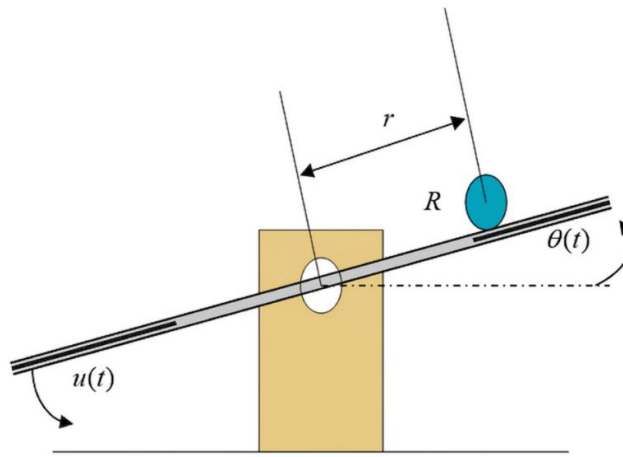


Figure III.2. Représentation schématique du système Ball-Beam (B-B).

L'objectif recherché est de garder la balle centrée sur la barre tout en maintenant la barre en équilibre horizontal. Les résultats des simulations, obtenus à partir d'une condition initiale donnée, sont illustrés par les figures suivantes.

$x(0) = [0.5, 0, -0.5, 0]^T$ Dans le cas d'un régulateur à mode glissant découplée, les paramètres utilisés sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K = 15, \Phi_1 = 0.5, \Phi_2 = 5, z_u = 0.9425$$

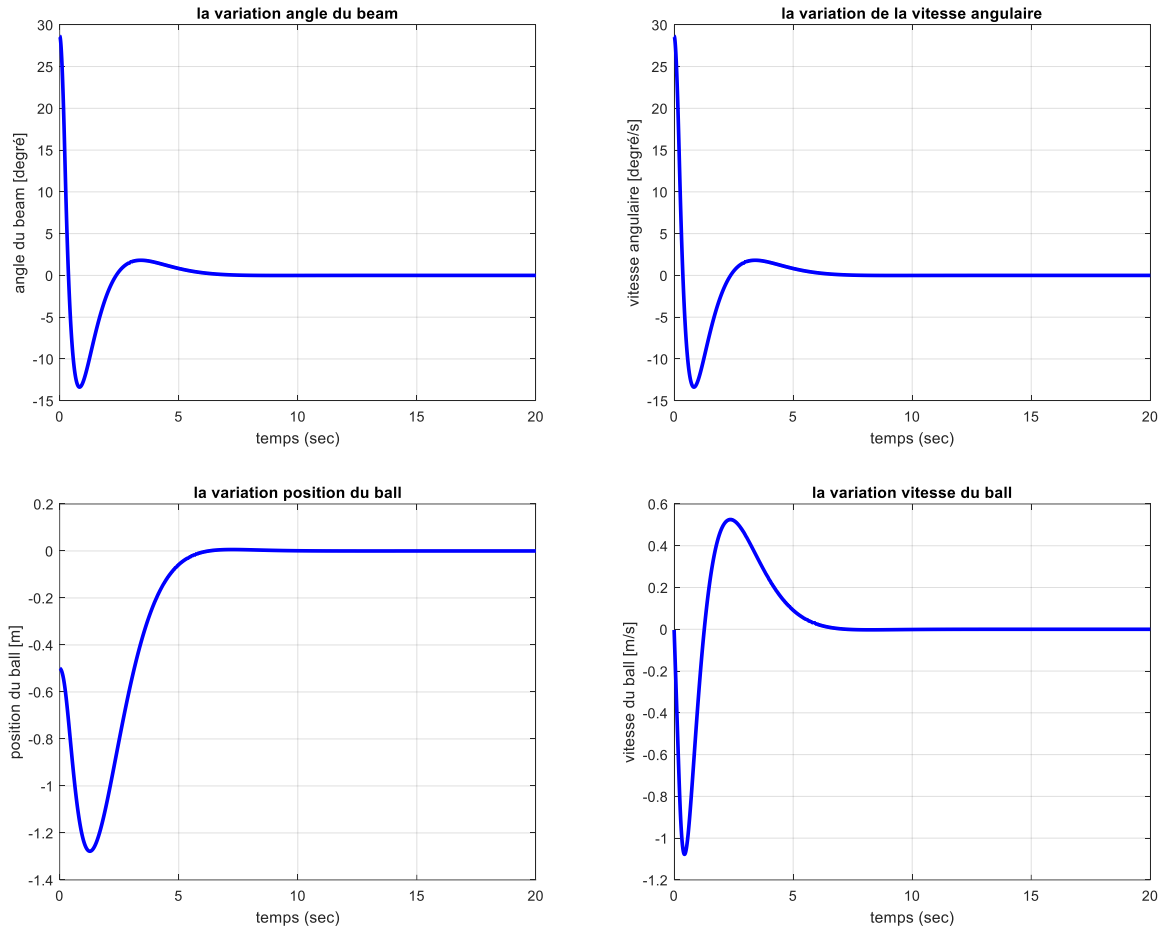


Figure III.3. Variation temporelle des variables d'état $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

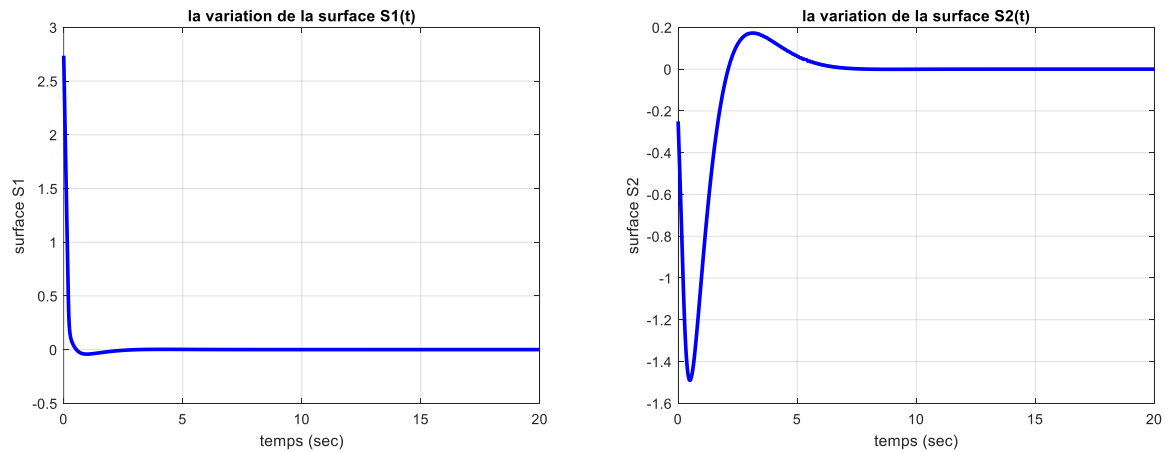


Figure III.4. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

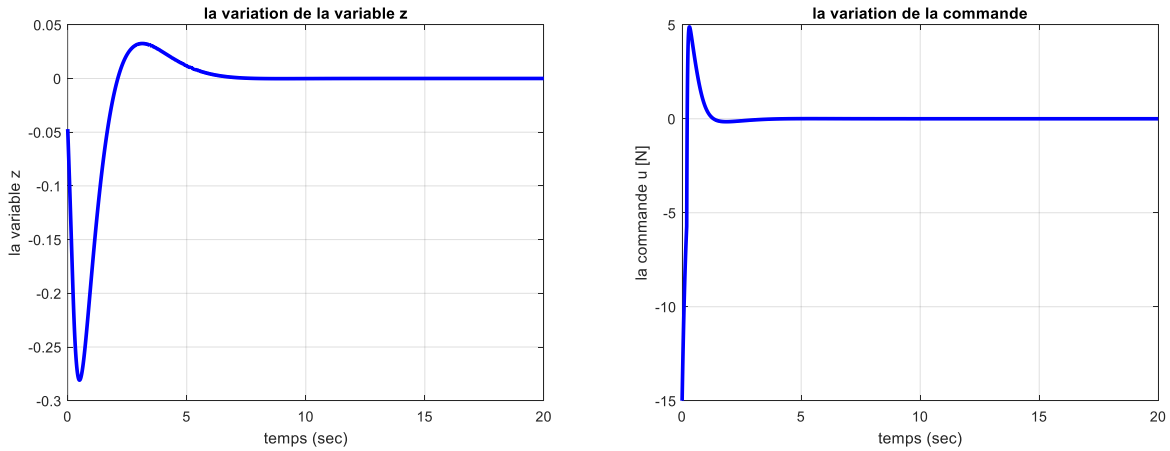


Figure III.5. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u .

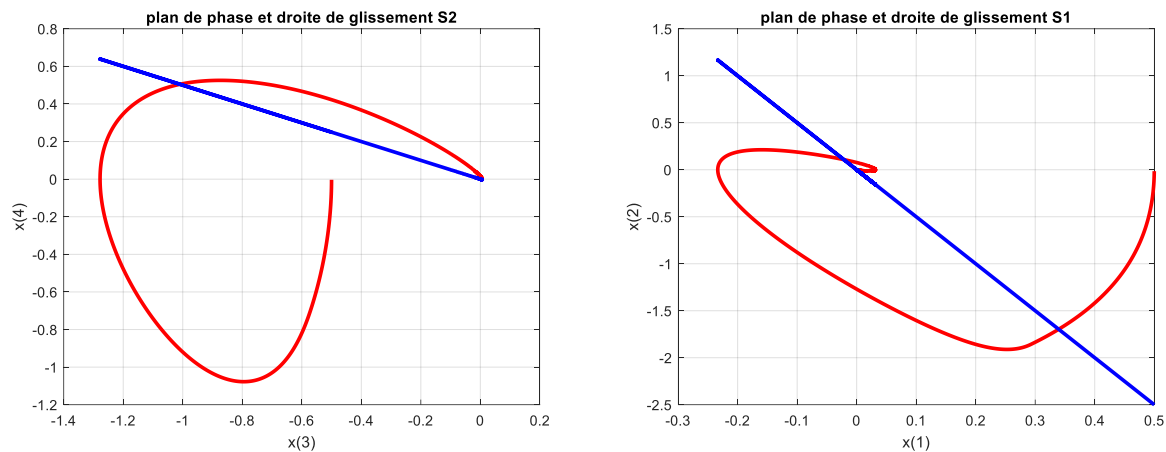


Figure III.6. Représentation dans le plan de phase $(x(1), x(2))$ et droite de glissement S_1 et Représentation dans le plan de phase $(x(3), x(4))$ et droite de glissement S_2 .

Les résultats de simulation avec perturbation externe sont représentés sur les figures III.17 à III.20 : $d(t) = 5\sin(t)$

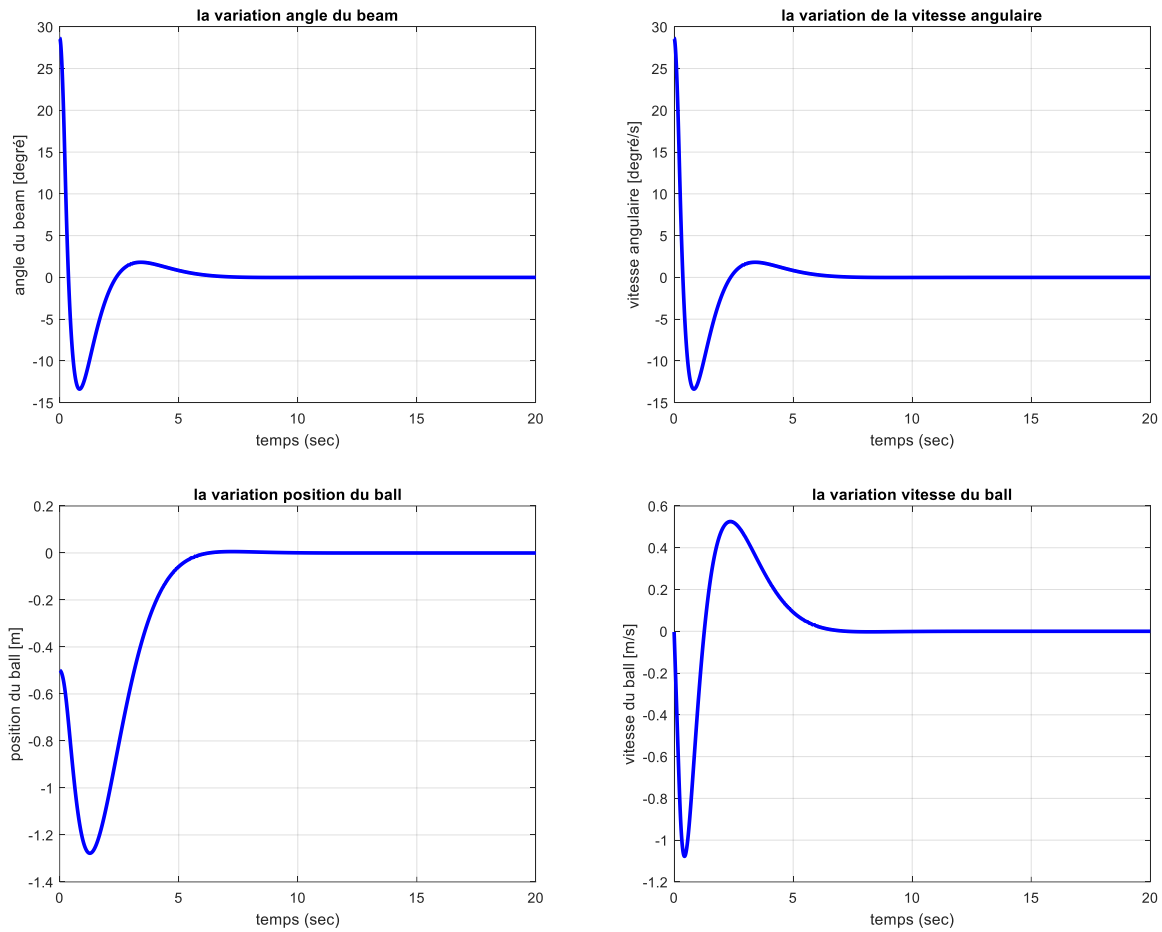


Figure III.7. Variation temporelle des variables d'état. $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

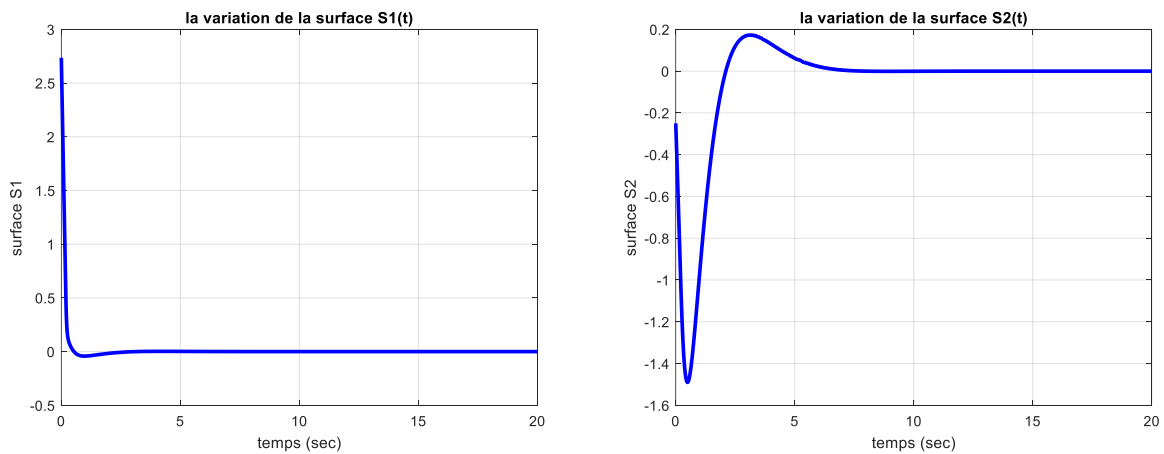


Figure III.8. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

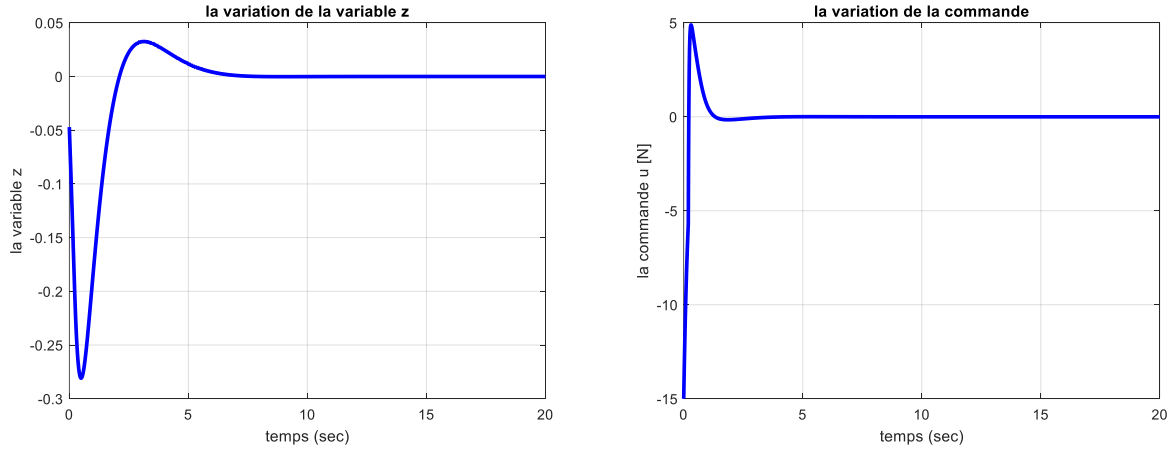


Figure III.9. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u.

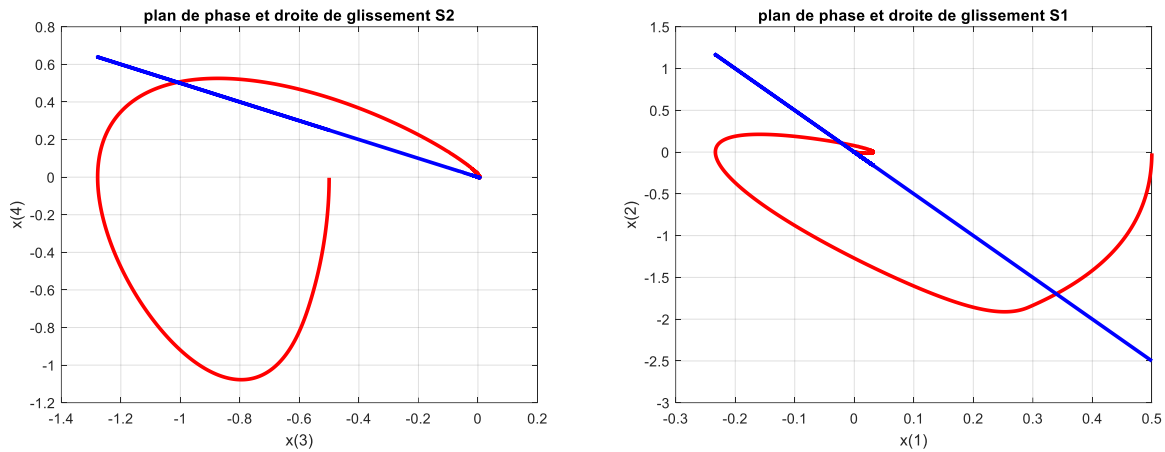


Figure III.10. Représentation dans le plan de phase $(x(1), x(2))$ et droite de glissement. S_1 et Représentation dans le plan de phase $(x(3), x(4))$ et droite de glissement S_2 .

III.4.2 Poursuite de trajectoire

Le système mono-entrée mono-sortie étudié est régi par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = F(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Avec :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état.

$X_d(t) = [x_{1d}(t), x_{2d}(t), \dots, x_{nd}(t)]^T = [x_d(t), \dot{x}_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état désiré.

$F(X, t)$ et $b(X, t)$ avec $f(x)$ et $g(x)$ des fonctions non linéaires dépendant du vecteur d'état, u la loi de commande et $d(t)$ une perturbation bornée vérifiant : $|d(t)| \leq d_{max}$.

La commande ande telle que l'erreur de poursuite tende vers zéro pour une trajectoire de référence par mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire vise à concevoir une loi de commdonnée, même en présence de perturbations externes [48].

Le vecteur d'erreur de poursuite est définie par :

$$E(t) = X(t) - X_d(t) = [e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n-1)}(t)]^T \quad (\text{III.15})$$

$$E(t) = [e_1(t), \dots, e_{n-1}(t), e_n(t)]^T \quad (\text{III.16})$$

Et l'erreur de poursuite :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (\text{III.17})$$

Dont la dérivée est :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (\text{III.18})$$

La surface de glissement est modélisée par une fonction linéaire :

$$S(X, t) = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \dots + c_{n-1} e_{n-1} + e_n \quad (\text{III.19})$$

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i + e_n \quad \text{avec } c_i > 0, i = 1, \dots, n-1$$

(III.20)

Dont la dérivée est :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + x^{(n)} - x_d^{(n)}$$

(III.21)

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + F(X, t) + b(X, t)u + d(t) - x_d^{(n)}$$

(III.22)

En choisissant une fonction de Aleksandr Lyapunov définie par :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (III.23)$$

On obtient alors la dérivée suivante de la fonction de Aleksandr Lyapunov :

$$\dot{V} = S\dot{S} = S \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + Sf(X, t) + Sb(X, t)u + Sd(t) - Sx_d^{(n)}$$

(III.24)

Si on suppose que $b(X, t) > 0, \forall X$ alors :

u augmente avec l'augmentation de $\dot{S}$ et vice –versa .

Si $S > 0$ Une diminution de u va diminuer $S\dot{S}$ de sorte que $\dot{V} < 0$ et si $S < 0$ l'augmentation de u va diminuer $S\dot{S}$ aussi de sorte que $\dot{V} < 0$.

Selon le théorème de Aleksandr Lyapunov, si $\dot{V}$ est négative la trajectoire $x(t)$ sera attiré vers la trajectoire désirée $x_d(t)$ l'erreur de poursuite $x(t) - x_d(t)$ tend asymptotiquement vers zéro et est attirée vers la surface de glissement $S(e, t) = 0$ pour tout $t \geq 0$.

III.4.3. Le mode glissant découplée pour la poursuite de trajectoire

Premièrement, on définit la surface de glissement S_1 comme suit :

$$S_1 = c_1(e_1 - z) + e_2 \quad (\text{III.25})$$

Avec

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t) \quad \text{et} \quad e_2(t) = x_2(t) - x_{2d}(t) \quad (\text{III.26})$$

En appliquant le même raisonnement, on peut définir une autre surface de glissement :

$$S_2 = c_2 e_3 + e_4 \quad (\text{III.27})$$

Avec

$$e_3(t) = x_3(t) - x_{3d}(t) \quad \text{et} \quad e_4(t) = x_4(t) - x_{4d}(t) \quad (\text{III.28})$$

L'expression de la commande devient :

$$u = u_1 = u_{leq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X)/\phi_1) \quad (\text{III.29})$$

Avec

$$u_{leq} = \frac{-c_1 e_2 - f_1(X) + \dot{x}_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{III.30})$$

La valeur z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_u, 0 < z_u < 1 \quad (\text{III.31})$$

Ou z_u est la valeur maximale de $|z|$

La variable z peut être définie par :

$$Z = \text{Sat} \left(\frac{s_2}{\phi_z} \right) z_u \text{ avec } 0 < z_u < 1 \quad (\text{III.32})$$

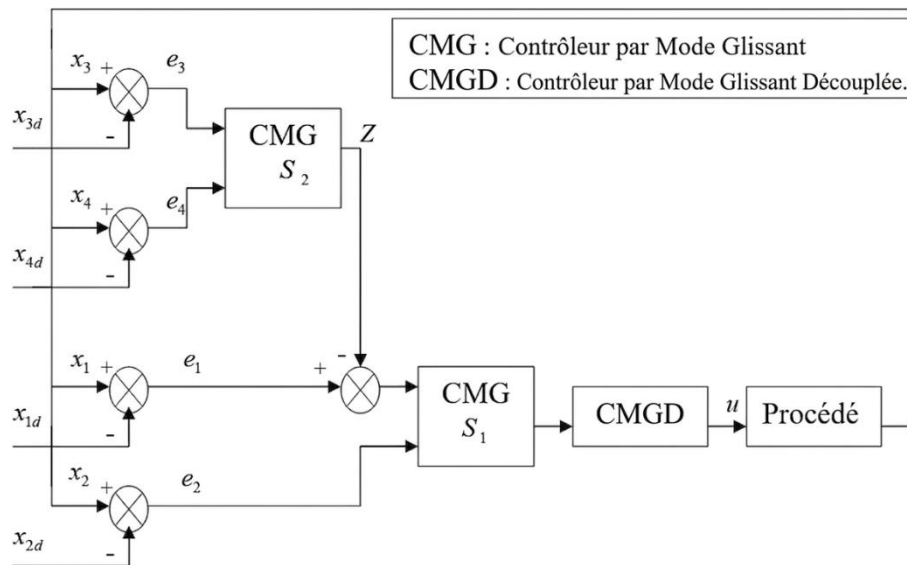


Figure III.11. Représentation schématique de la commande par mode glissant découplée pour la poursuite de trajectoire d'état.

Les figures suivantes montrent les performances du système lors de la poursuite du vecteur d'état désiré suivant : $\theta(t) = 0, \dot{\theta}(t) = 0, r(t) = 1$ et $\dot{r}(t) = 0$

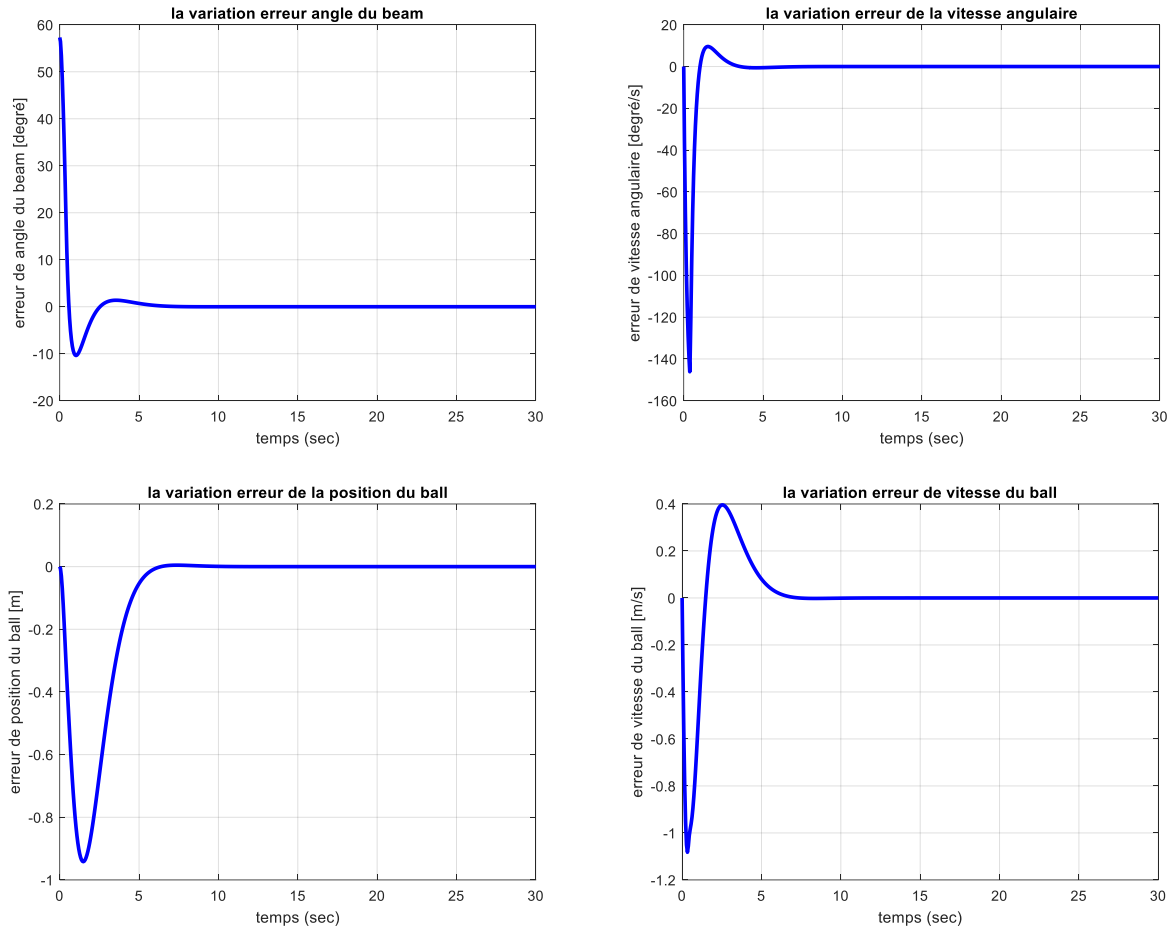


Figure III.12. Variation temporelle des variables d'état $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

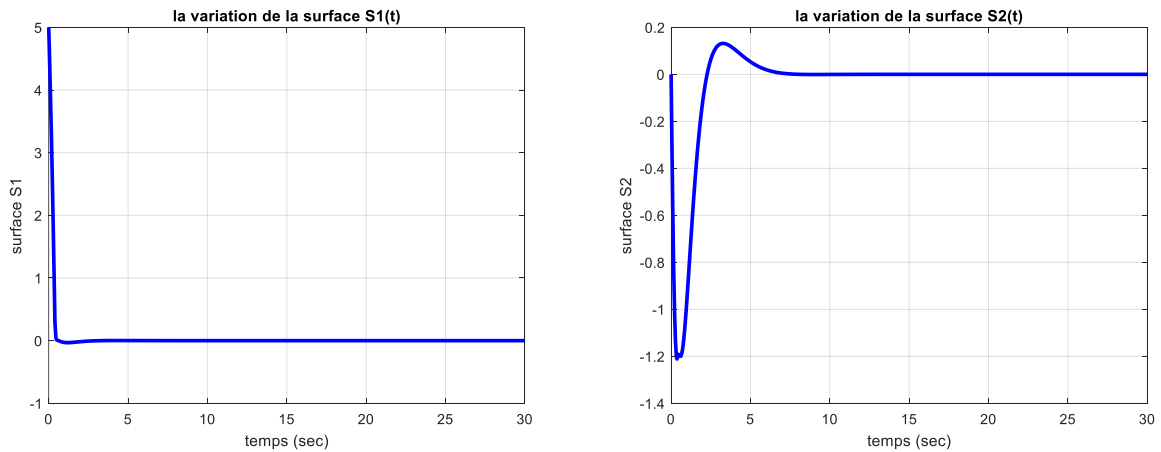


Figure III.13. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

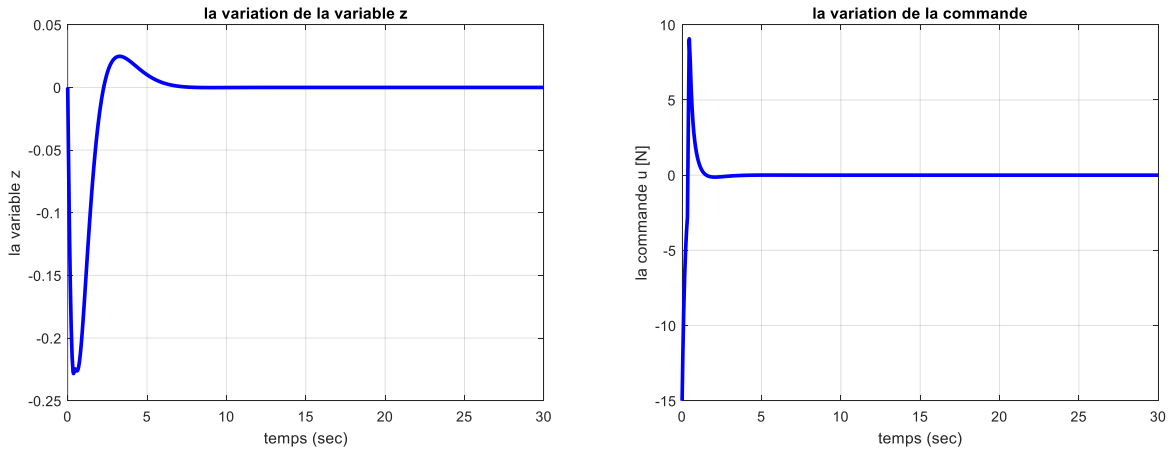


Figure III.14. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u .

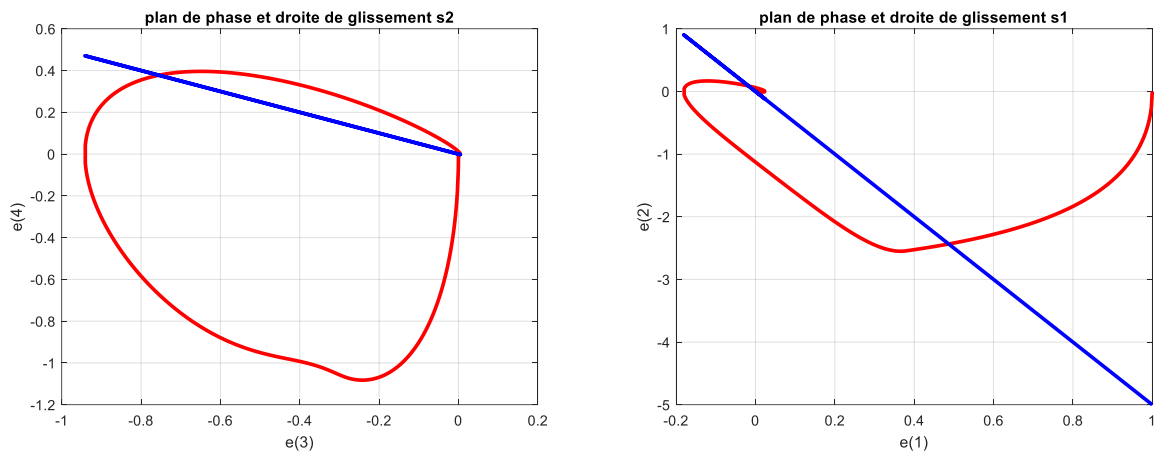


Figure III.15. Représentation dans le plan de phase $(e(1), e(2))$ et droite de glissement S_1 et Représentation dans le plan de phase $(e(3), e(4))$ et droite de glissement S_2 .

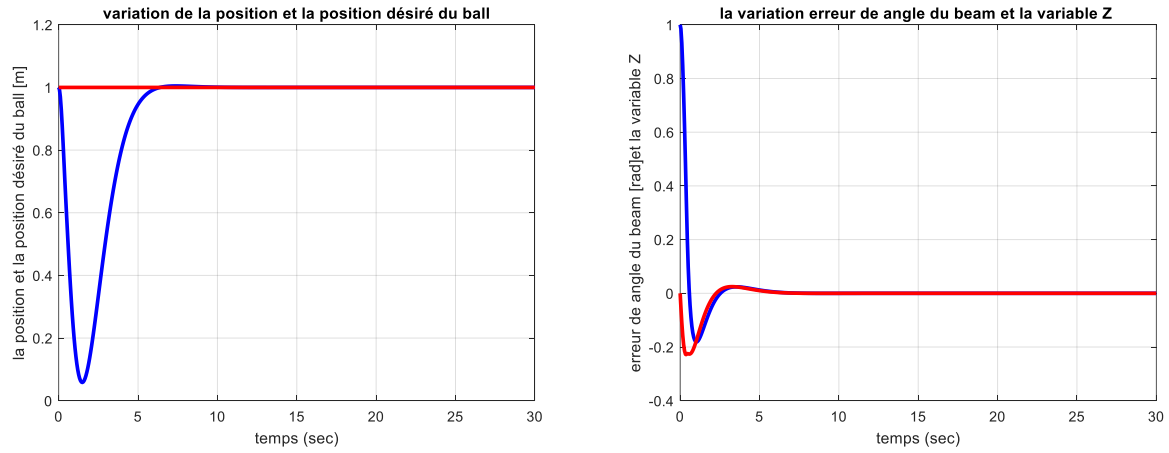


Figure III.16. Les variables d'état $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

Les figures suivantes montrent les performances du système lors de la poursuite du vecteur d'état

désiré suivant : $\theta(t) = 0, \dot{\theta}(t) = 0, r(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } 10s \leq t \leq 20s \\ 0 & \text{Si ailleurs} \end{cases}$ et $\dot{r}(t) = 0$

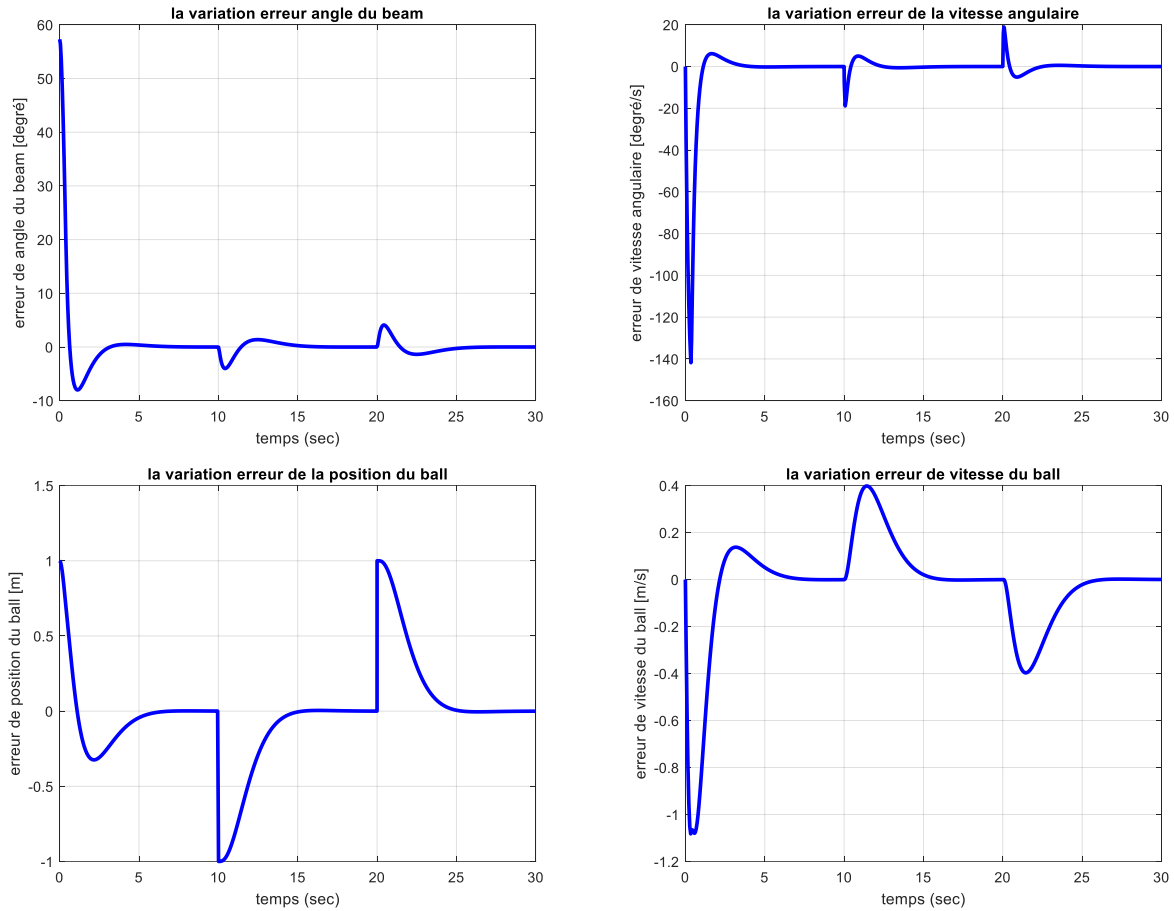


Figure III.17. Variation temporelle des variables d'état $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

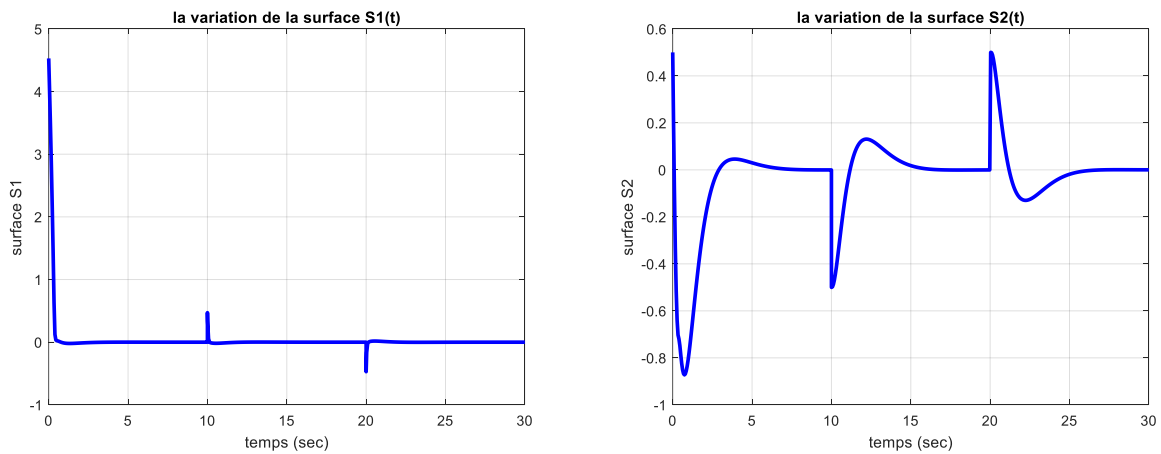


Figure III.18. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

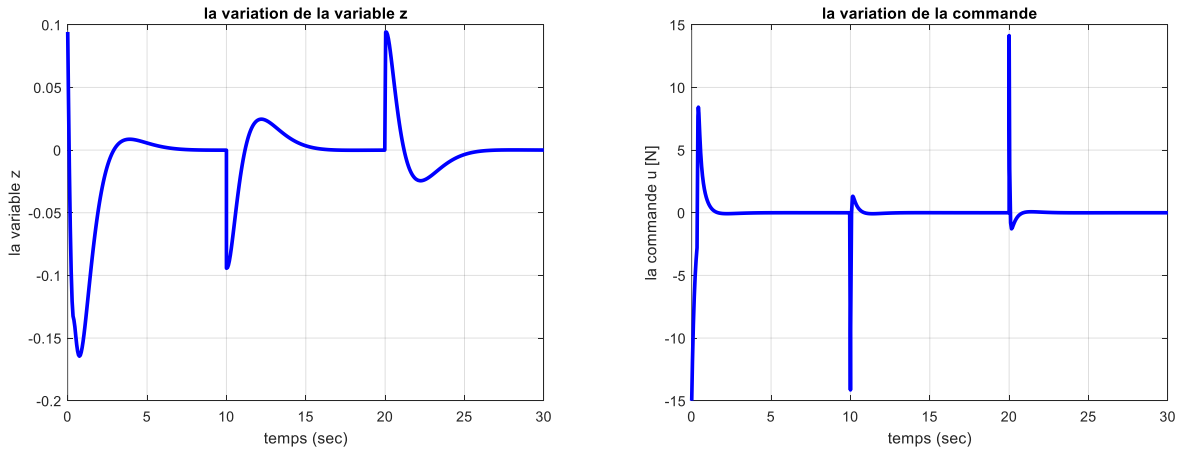


Figure III.19. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u .

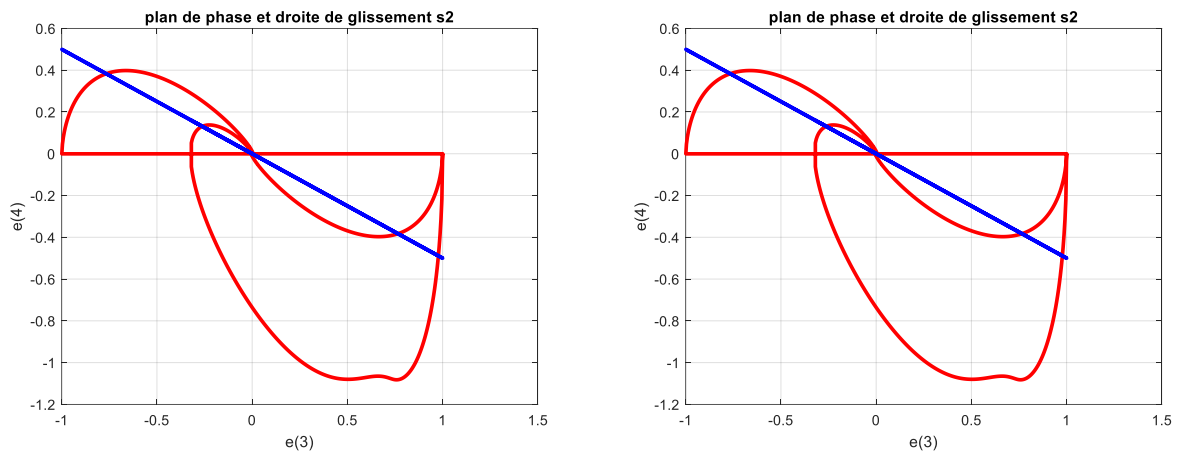


Figure III.20. Représentation dans le plan de phase $(e(1), e(2))$ et droite de glissement S_1 et Représentation dans le plan de phase $(e(3), e(4))$ et droite de glissement S_2 .

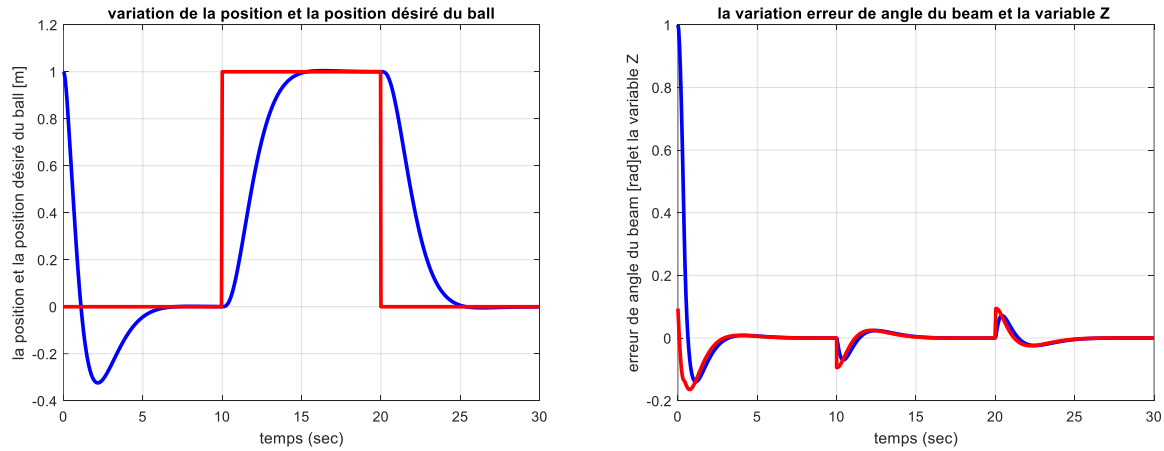
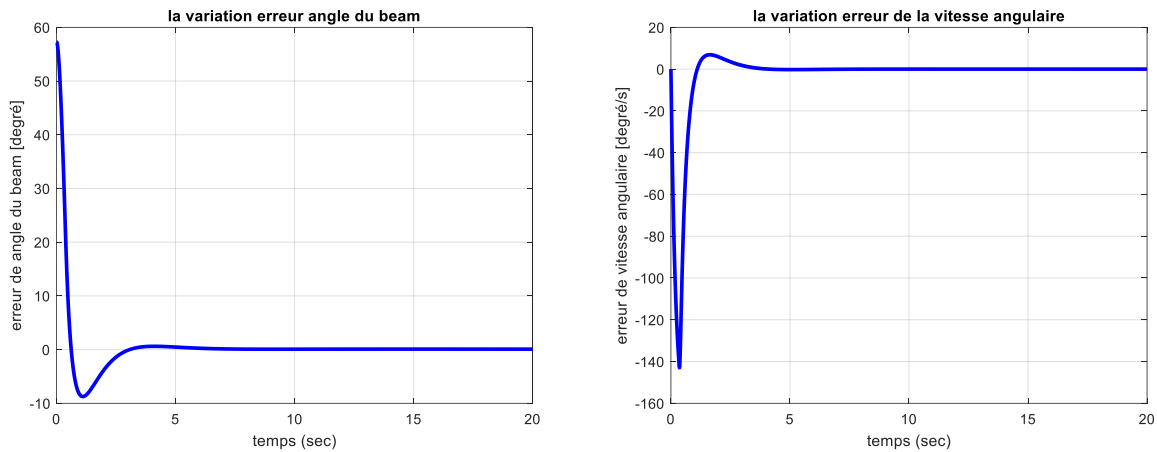


Figure III.21. Les variables d'état $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

Les figures suivantes montrent les performances du système lors de la poursuite du vecteur

d'état désiré suivant : $\theta(t) = 0, \dot{\theta}(t) = 0, r(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$ et $\dot{r} = \left(\frac{\pi}{30}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$



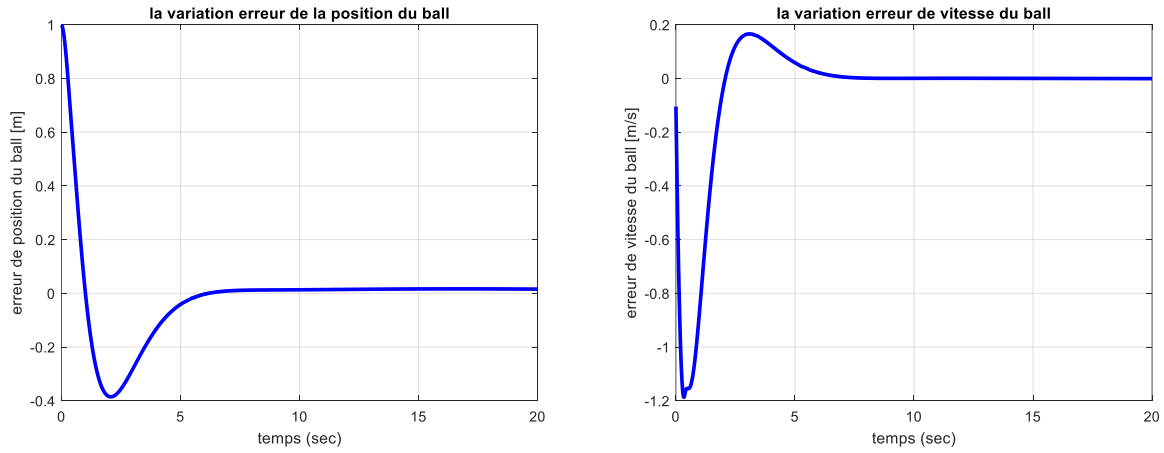


Figure III.22. Variation temporelle des variables d'état $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

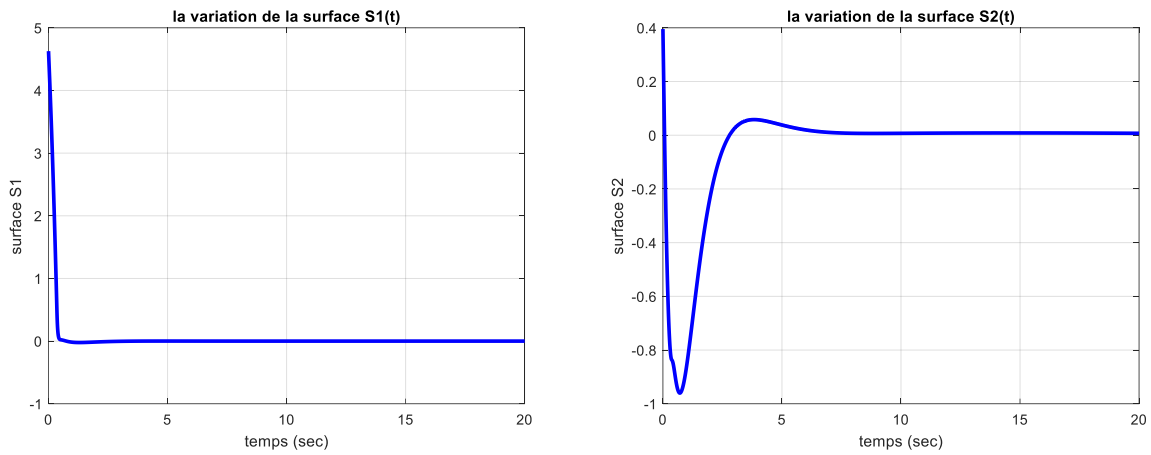


Figure III.23. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

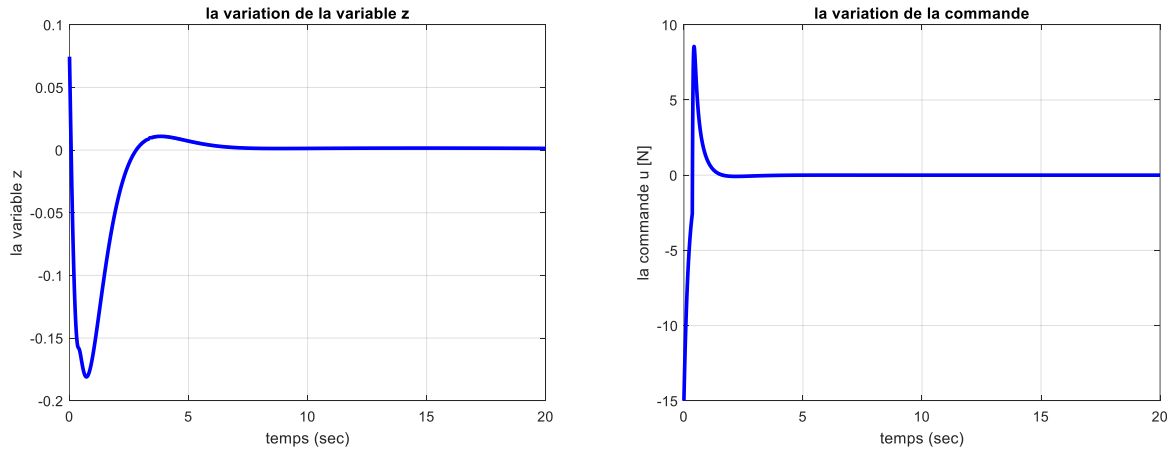


Figure III.24. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u .

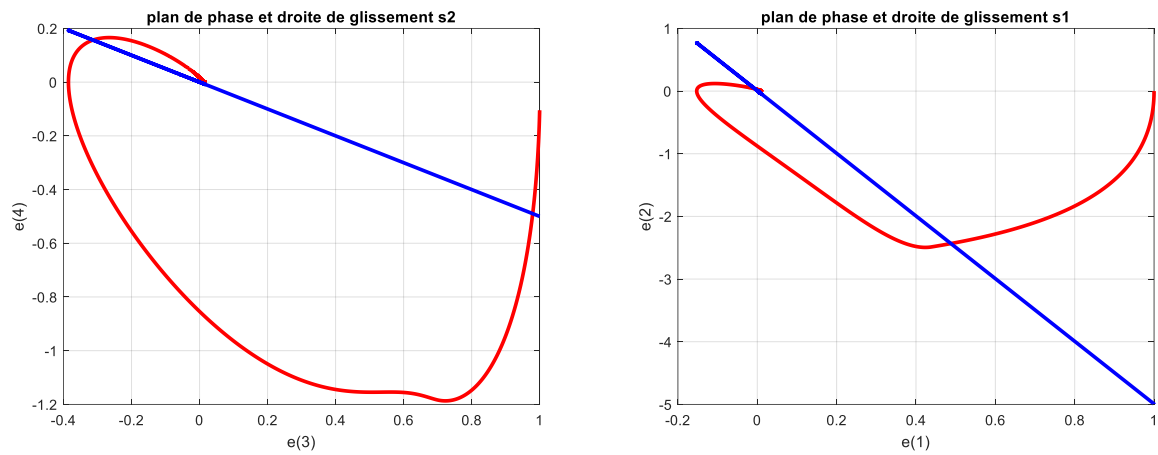


Figure III.25. Représentation dans le plan de phase $(e(1), e(2))$ et droite de glissement S_1 et Représentation dans le plan de phase $(e(3), e(4))$ et droite de glissement S_2 .

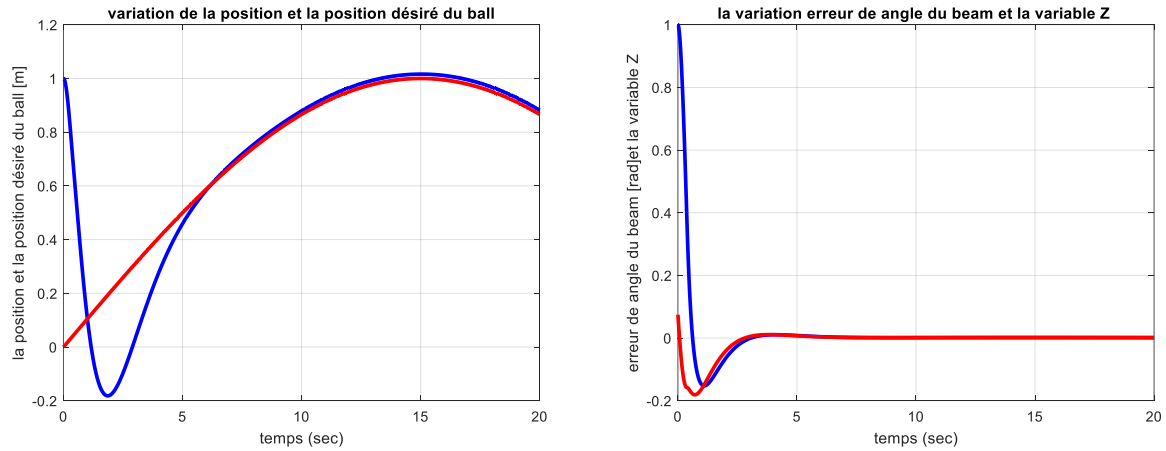
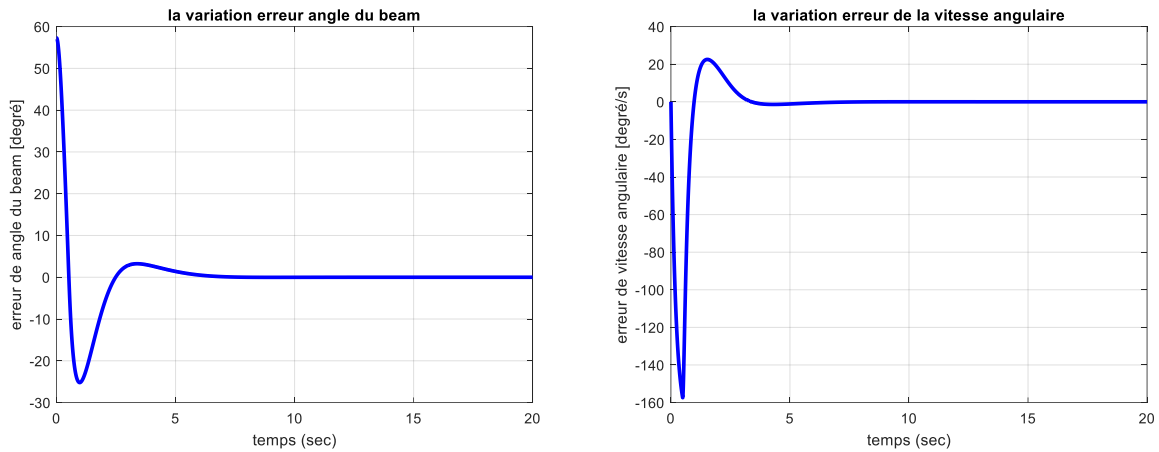


Figure III.26. Les variables d'état $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

Les figures suivantes montrent les performances du système lors de la poursuite du vecteur d'état désiré suivant : $\theta(t) = 0, \dot{\theta}(t) = 0, r(t) = 2t$ et $\dot{r}(t) = 2$



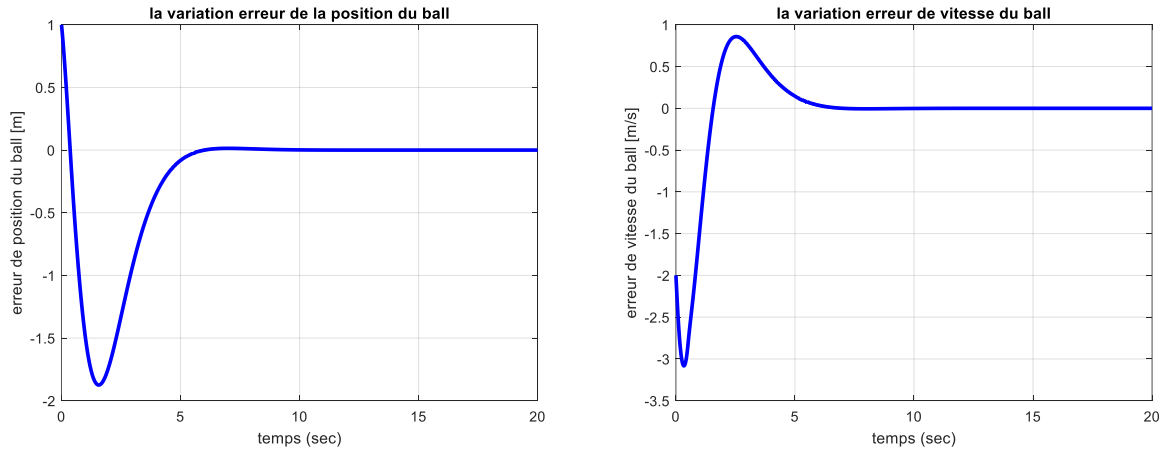


Figure III.27. Variation temporelle des variables d'état. $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$, $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

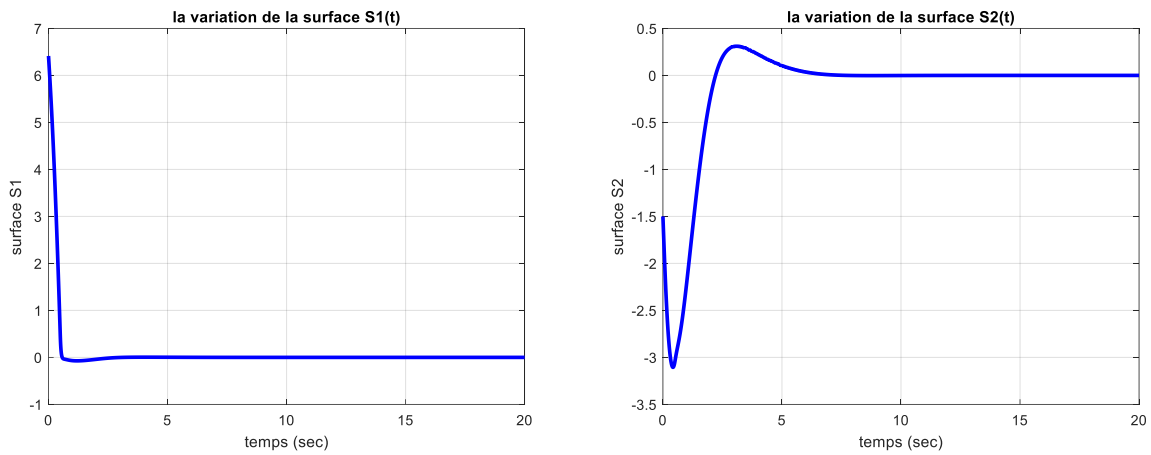


Figure III.28. Variation temporelle de la surface de glissement S_1 et la surface S_2 .

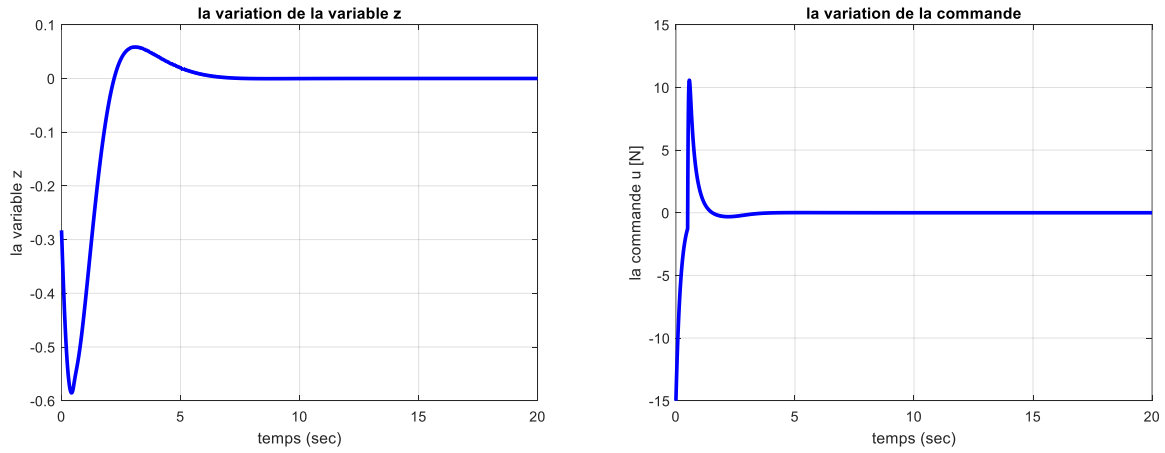


Figure III.29. Variation temporelle de la variable z et de l'entrée de commande u .

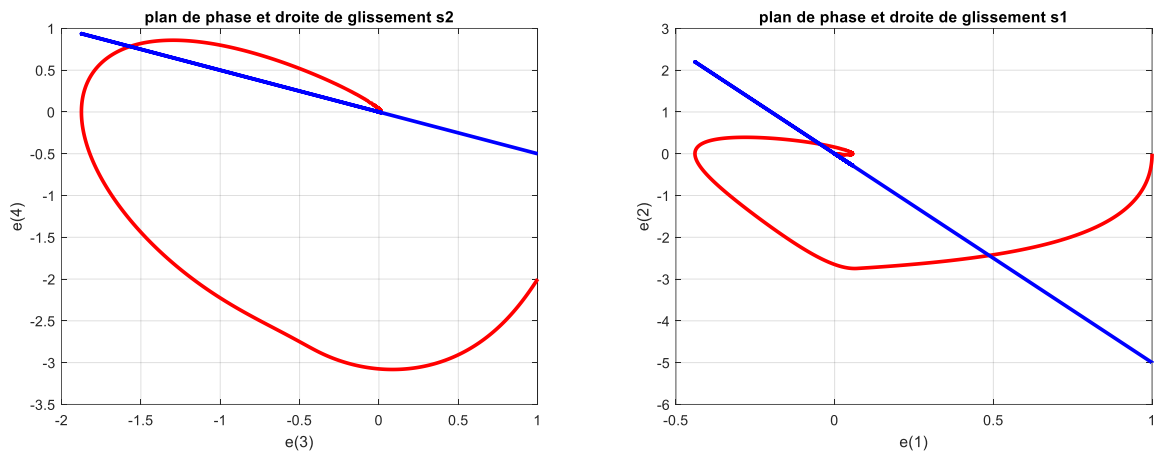


Figure III.30. Représentation dans le plan de phase $(e(1), e(2))$ et droite de glissement. S_1 et Représentation dans le plan de phase $(e(3), e(4))$ et droite de glissement S_2 .

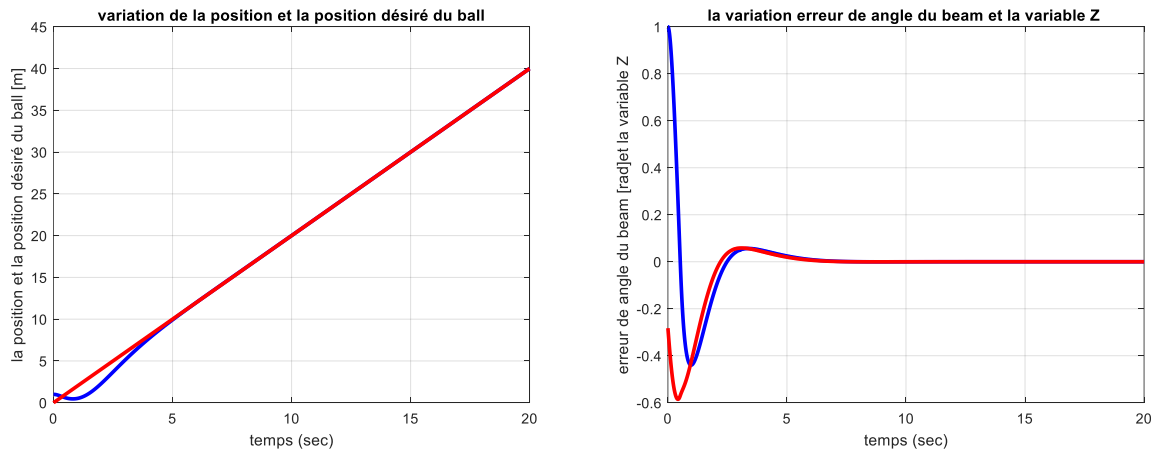


Figure III.31. Les variables d'état $r(t)$ et $\dot{r}(t)$.

III.4. Conclusion :

Dans ce chapitre, l'unité de commande a été étudiée en détail en termes de systèmes non linéaires multivariables, ce qui a donné des résultats très satisfaisants en termes de stabilité, de suivi de trajectoire et de résistance aux perturbations externes, tout en veillant à éviter le phénomène d'oscillation dans la commande en mode glissant.

Conclusion et perspectives

En matière de robustesse vis-à-vis des perturbations externes et des variations paramétriques, les méthodes de commande linéaires présentent certaines limites. À l'inverse, la commande par modes glissants constitue une approche non linéaire particulièrement performante, reposant sur une loi de commande discontinue capable d'assurer une forte insensibilité aux incertitudes et aux perturbations affectant le système. Cette stratégie de commande s'applique aussi bien aux systèmes non linéaires monovariables qu'aux systèmes multivariables.

Dans ce mémoire, le premier chapitre a été consacré à l'étude des systèmes non linéaires, en présentant leurs principales caractéristiques ainsi que les méthodes de commande les plus répandues et les plus utilisées.

Le deuxième chapitre a permis d'introduire les fondements théoriques de la commande par modes glissants à travers un exemple illustratif. Cette technique de commande se distingue par ses performances dynamiques élevées et sa robustesse remarquable. Néanmoins, l'efficacité de cette approche dépend essentiellement du choix approprié de la surface de glissement ainsi que du réglage judicieux des paramètres de commande.

Le troisième chapitre a porté sur l'application de la commande par modes glissants à un système non linéaire multivariable de type Ball and Beam, à travers des simulations réalisées sous l'environnement MATLAB. Les résultats obtenus ont montré des performances très satisfaisantes en termes de stabilité, de rapidité de réponse et de robustesse face aux perturbations et aux variations paramétriques.

Ce travail a également permis d'étudier une approche visant à réduire les limitations de la commande par modes glissants classique, notamment le phénomène de broutement (chattering). La méthode adoptée combine les avantages de différentes stratégies afin d'atténuer les effets des perturbations externes tout en réduisant les oscillations de haute fréquence générées par la discontinuité de la loi de commande. Le principe retenu repose sur deux étapes fondamentales : une première phase garantissant l'atteinte de la surface de glissement, suivie d'une seconde phase assurant l'évolution du système sur cette surface jusqu'à la convergence vers l'état désiré.

Les résultats obtenus mettent en évidence plusieurs avantages de la commande proposée, notamment une grande robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques, une dynamique rapide, ainsi qu'une erreur de stabilisation très faible. Ces performances confirment l'intérêt de la commande par modes glissants pour le contrôle des systèmes non linéaires complexes.

Enfin, comme perspective à ce travail, il serait particulièrement intéressant de procéder à une validation expérimentale des résultats obtenus par simulation afin d'évaluer les performances de la commande dans des conditions réelles de fonctionnement. Par ailleurs, compte tenu des contraintes liées à la mesure de toutes les variables d'état, notamment les limitations physiques et le coût élevé des capteurs, le développement d'une commande basée uniquement sur les variables de sortie constituerait une voie de recherche prometteuse et particulièrement avantageuse.

Références

- [1] Boudjemai Houa. Ayadi Loucif Etude comparative d'une commande équivalente par les Modes glissants et d'une commande non linéaire par la théorie de Lyapunov d'une MSAP, Master en Electrotechnique, Abderrahmane Mira de Bejai, 2013.
- [2] Vadil.Utkin, *Variable Structure Systems with Sliding Modes*, IEEE Transactions on Automatic Control, 1977.
- [3] Safta de Hillerin, Commande robuste de systèmes non linéaires incertains, thèse de doctorat sciences physique, Universiy Hal Normandy, 2013.
- [4] B. Jean-Luc, Réseau de Neurones Artificiels pour la classification des fontes Arabes et la distinction entre la langue Arabe et les langues Latines, Thèse de Doctorat, Université de Fribourg, Suisse, Juin 2003
- [5] J.M. Enrique, E. Durán, M. Sidrach-de-Cardona, J.M. Andújar, Theoretical assessment of the maximum power point tracking efficiency of photovoltaic facilities with different converter topologies, *Solar Energy*, Vol. 81, Issue 1, 2007, pp. 31-38.
- [6] E.F. Camacho, C. Bordons, *Model predictive control*, Ed. Springer-Verlag, London, 2004.
- [7] Sigurd. Skogestad & Ian.Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, Wiley, 2nd Edition, 2005.
- [8]: Vadim I Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer, 1992
- [9] Mlika fodil, commande adaptative par logique floue de la MAS, mémoire de magister, (univ.M'sila)
- [10] H.Buhler, , Réglage par logique floue , Presses polytechniques romandes, 1994.
- [11] ETUDE DE COMMANDES NON LINEAIRES POUR RESEAUX ELECTRIQUES – APPLICATION A UN SYSTÈME SMIB

- [12] E.F. Camacho, C. Bordons, Model predictive control, Ed. Springer-Verlag, London, 2004.
- [13] T Ahmed-Ali, "quelques notions sur la commande non linéaire par modes glissants et la commande non linéaire de type backstepping," Caen, 2011.
- [14] TOUATI Billal, MOUSSAOUI Mahdi., Commande d'un pendule inversé par mode glissant. Thèse de Master en automatique : Université Abderrahmane Mira – Bejaia, 2017.
- [15] Fenni, Athmane. Commande Non Linéaire Par Des Régulateurs En Mode Glissant D'une Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA). Université Mohamed Khider Biskra, 2013.
- [16] J.J.E. Slotine and J.A. Coetsee, "Adaptive sliding controller synthesis for non-linear systems", Int.J. Control, N°6, pp.1631-1651, 1986.
- [17] Bey KHAOULA, Ben Toumi AMINA, Commande robuste par mode glissant des systèmes non linéaires sous-actionnés, master Electrotechnique, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA, 2020.
- [18] F. BETIN. « Commande d'actionneurs électriques soumis à une charge mécanique à fortes variations paramétriques », Habilitation à diriger des recherches, Centre de Robotique d'Electrotechnique et d'Automatique (CREA) UPRES Equipe d'accueil 3299, Université de Picardie Jules Verne, 02880 Cuffies, France, 2003.
- [19] H. BÜHLER. « Réglage par Mode de Glissement », Presses Polytechniques Romandes, EPFL, Ecublens, Lausanne, Suisse, 1986.
- [20] Ferhat Lahouazi. « Mise en oeuvre d'une stratégie de commande nuer floue Application a un pendule inversé », Mémoire de magister, université Mouloud Mammeri Tizi-ouzou, 2011.
- [21] A. Kechich, B. Mazari, « La commande par mode glissant : Application à la machine synchrone à aimants permanents (approche linéaire) », Afrique SCIENCE, Vol. 4, N° 01, pp : 21–37, 2008.
- [22] kacimi M.A. « Utilisation des algorithmes génétiques multi-objectif pour la conception d'un contrôleur flou appliqué à un système non linéaire et complexe », mémoire de magister, Universités A.MIRA de Bejaïa, 2014.

- [23] Fenni, Athmane. Commande Non Linéaire Par Des Régulateurs En Mode Glissant D'une Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA). Université Mohamed Khider Biskra, 2013.
- [24] Z. Boudjema, A. Meroufel et Y. Djeriri, "Nonlinear control of a doubly fed induction generator for wind energy conversion", Carpathian Journal of Electronic and Computer Engineering, Vol.6, No.1, pp.28-35, 2013.
- [25] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems", Taylor & Francis, London, 1999.
- [26] A. Hadjer. Contribution a la commande robuste des systemes non lineaires, memoire de magistere, UNIVERSITE FERHAT ABBAS SETIF 1, 2014.
- [27] Fenni, Athmane. Commande Non Linéaire Par Des Régulateurs En Mode Glissant D'une Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA). Université Mohamed Khider Biskra, 2013.
- [28] T. B. et MOUSSAOUI Mahdi. Commande d'un pendule inverse par mode glissant, memoire Master, Université Abderrahmane Mira Bejaia 2017
- [29] Y. Bekakra, D. Ben attous. «Speed and flux control for DFOC of doubly fed induction machine using sliding mode controller», Acta Electrotechnica et Informatica, Vol. 10, No. 4, pp. 75-81, 2010.
- [30] M. Abid. « Adaptation de la commande optimisée au contrôle vectoriel de la machine Asynchrone alimentée par onduleur à MLI », Thèse de doctorat d'état en Electrotechnique, Université Djillali Liabes De Sidi Bel-Abbès, Algérie, 2009.
- [31] A. L. Nemmour. « Contribution à la commande vectorielle de la machine asynchrone à double alimentation », Mémoire de Magister, l'Université de Batna, 2002.
- [32] H. Tamrbed, T. Azarobr "Réglage par mode glissant d'une machine asynchrone", Thèse d'ingénieur, Anaba, 2000.
- [33] Slotine, J.-J. E., & Li, W. «Applied Nonlinear Control», London: Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [34] F. Benchabane. « Commande en position et en vitesse par mode de glissement d'un moteur synchrone triphasé à aimants permanents avec minimisation du chattering », Mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université Mohammed Khider De Biskra, Algérie, 2005.

- [35] V.I.Utkin, Sliding modes in control optimization, Springer-Verlag, 1992.
- [36] H.Sira-Ramirez, Differential geometrie methods in variable-structure control, Int.J.ControlVol.48, N°4, p.1359-1390, 1988
- [37] H.Sira-Ramirez, Sliding regimes in general non-linear systems : a relative degree approach, Int.J.Control, Vol.50, N°4, p.1487-1506, 1989.
- [38] H.Sira-Ramirez, Non linear variable structure systems in sliding modes :the general case, IEEE TAC-34, No 11, November 1990.
- [39] ACHOUR, « Réglage par mode glissant d'une machine asynchrone ». IEEE Trans. Indust. Applic. Vol.40, N°.1,pp45-55, 2005.
- [40] A. HOCINE, « Contribution à la Commande d'une Machine Asynchrone Double Etoile par Mode de Glissement, » Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar de Batna, Mai 2008.
- [41] Edwards C. and Spurgeon S.K., Sliding Mode Control, Theory and Applications, Taylor & Francis, 1998.
- [42] E. Nechadi, W. Kacem, « Utilisation du Mode Glissant pour le Suivi du Modèle de Référence », Mémoire d'ingénieur d'état en Automatique, Université de Sétif, 2002.
- [43] AMIEUR, Toufik. Commande des Systèmes Non Linéaires par Mode Glissant Flou. Thèse de Magister. Université Mohamed Khider-Biskra. 2009.
- [44] D. Liu, J. Yi, D. Zhao, « Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane », Mechatronics, Vol. 15, N° 5, pp: 505–522, 2005.
- [45] E. Nechadi, W. Kacem, « Utilisation du Mode Glissant pour le Suivi du Modèle de Référence », Mémoire d'ingénieur d'état en Automatique, Université de Sétif, 2002.
- [46] S.-Y. Chen, F. -M. Yu, H. -Y. Chung, « Decoupled fuzzy controller design with single1input fuzzy logic », Fuzzy Sets and Systems, Vol. 129, pp: 335–342, 2002.
- [47] L. -C. Hung, H.-Y. Chung, « Decoupled sliding-mode with fuzzy-neural network controller for nonlinear systems», International Journal of Approximate Reasoning, N° 300, pp: 1-24, 2006.

[48] : C.-M. Lin and W. -L. Chin , Adaptive Hierarchical Fuzzy Sliding-Mode Control for a Class of Coupling Nonlinear Systems , Int. J. Contemp. Math. Sci., Vol. 1, N° 4, pp: 177 – 204, 2006.

Résumé :

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre du développement d'un contrôleur robuste destiné à la commande des systèmes non linéaires multivariables. Dans cette optique, la commande par mode glissant a été retenue et appliquée à l'étude de système représentatif, à savoir le ball beam.

L'objectif principal de ce travail consistait à maintenir ces systèmes dans leur position d'équilibre vertical, malgré leur nature instable et la présence de perturbations externes. Les résultats obtenus à travers les simulations se sont révélés très satisfaisants, mettant en évidence de bonnes performances en termes de stabilité, de rapidité de réponse, d'erreur de poursuite pratiquement nulle et de robustesse vis-à-vis des perturbations extérieures. **Mots clés :** systèmes non linéaires, systèmes multivariables, commande par mode glissant, stabilité.

Abstract:

This thesis is part of the development of a robust controller for controlling multivariable nonlinear systems. To this end, sliding mode control was chosen and applied to the study of a representative system, namely the ball beam.

The main objective of this work was to maintain these systems in their vertical equilibrium position, despite their inherent instability and the presence of external disturbances. The results obtained through simulations proved very satisfactory, demonstrating good performance in terms of stability, response time, near-zero tracking error, and robustness to external disturbances.

Keywords: nonlinear system; sliding mode control; multivariable systems; stability.

ملخص:

تُعدّ هذه الأطروحة جزءاً من تطوير وحدة تحكم قوية للتحكم في الأنظمة غير الخطية متعددة المتغيرات. ولتحقيق هذه الغاية، تم اختيار التحكم بالنمط الانزلاقي وتطبيقه على دراسة نظام نموذجي، وهو نظام العارضة الكروية.

كان الهدف الرئيسي من هذا العمل هو الحفاظ على هذه الأنظمة في وضع التوازن الرأسي، على الرغم من عدم استقرارها المتأصل ووجود اضطرابات خارجية. وقد أثبتت النتائج التي تم الحصول عليها من خلال المحاكاة أنها مرضية للغاية، حيث أظهرت أداءً جيداً من حيث الاستقرار، وسرعة الاستجابة، وخطأ التتبع شبه المعدوم، ومقاومة الاضطرابات الخارجية.

الكلمات المفتاحية: التحكم في الوضع الانزلاقي، نظام غير خطي، الاستقرار.

